

**POLITECHNIKA OPOLSKA**

WYDZIAŁ MECHANICZNY

KATEDRA INŻYNIERII ŚRODOWISKA

**ANALIZA RUCHU WYPEŁNIENIA  
MONODYSPERSYJNEGO W APARACIE BĘBNOWYM**

ROZPRAWA DOKTORSKA

Doktorant: mgr inż. Karolina Skoczowska

Promotor: prof. dr hab. inż. Roman Ulbrich

OPOLE 2018

*Składam serdeczne podziękowania mojemu promotorowi **Prof. dr hab. inż. Romanowi Ulbrichowi** za wszelkie uwagi i pomoc w realizacji pracy, a także za poświęcony czas oraz ogromną serdeczność.*

*Dziękuję również pracownikom Katedry Inżynierii Środowiska za pomoc w trakcie realizacji badań niezbędnych do realizacji mojej pracy.*

## SPIS TREŚCI

1. WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ .....	5
2. WSTĘP .....	8
3. PRZEGLĄD LITERATURY.....	11
3.1. CHARAKTERYSTYKA ZŁOŻA .....	11
3.1.1. Gęstość .....	13
3.1.2. Kształt cząstek .....	13
3.1.3. Wielkość cząstek .....	14
3.1.4. Porowatość.....	16
3.1.5. Kąt naturalnego zsypu.....	17
3.1.6. Współczynnik tarcia .....	19
3.1.7. Wilgotność .....	20
3.2. PROCESY PROWADZONE W APARATACH BĘBNOWYCH .....	22
3.2.1. Mieszanie .....	22
3.2.2. Rozdrabnianie .....	24
3.2.3. Przesiewanie.....	28
3.2.4. Suszenie .....	29
3.2.5. Granulacja .....	32
3.3. MECHANIKA ZŁOŻA .....	34
3.3.1. Charakterystyczne stany zachowania się złoża .....	34
3.3.2. Badania nad ruchem złoża .....	40
3.2.2.1. Warstwa aktywna złoża .....	46
3.2.2.2. Kąty falowania i toczenia się złoża .....	52
3.4. ROZWÓJ TECHNIKI OBRAZOWANIA DYNAMIKI ZŁOŻA .....	55
3.5. PODSUMOWANIE PRZEGLĄDU LITERATURY .....	58
4. CEL PRACY .....	59
5. CZĘŚĆ BADAWCZA .....	60
5.1. STANOWISKO BADAWCZE .....	60
5.2. MATERIAŁ BADAWCZY .....	63
5.3. METODYKA BADAŃ .....	68
6. ANALIZA WYNIKÓW BADAŃ .....	74
6.1. WPŁYW WYBRANYCH PARAMETRÓW NA RUCH WYPEŁNIENIA .....	74

6.1.1. Stopień wypełnienia bębna .....	79
6.1.2. Średnica bębna .....	82
6.1.3. Średnica cząstek stanowiących wypełnienie .....	96
6.1.4. Współczynnik tarcia wewnętrznego materiału stanowiącego wypełnienie.....	100
6.1.5. Współczynnik tarcia wykładzin bębna .....	102
6.2. WPŁYW STOPNIA WYPEŁNIENIA BĘBNA ORAZ ŚREDNICY CZĄSTEK NA WARSTWĘ AKTYWNA ZŁOŻA .....	106
6.3. TRAJEKTORIA CZĄSTEK ZNACZNIKOWYCH .....	116
6.4. MODYFIKACJA ZALEŻNOŚCI NA PRĘDKOŚCI CHARAKTERYSTYCZNE.....	129
6.5. MOŻLIWOŚCI WYKORZYSTANIA WYNIKÓW BADAŃ DO PRAKTYKI PRZEMYSŁOWEJ .....	135
7. WNIOSKI KOŃCOWE .....	136
8. LITERATURA .....	137

## 1. WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ

$A_k$	- powierzchnia kuli [ $m^2$ ]
$A_p$	- powierzchnia cząstki [ $m^2$ ]
$B$	- długość łuku ścianki, z którą cząstki są w bezpośrednim kontakcie [m]
$c$	- empiryczny parametr dopasowania [-]
$D$	- średnica bębna [m]
$d$	- średnica cząstek [m]
$d_k$	- średnica kuli o jednakowej powierzchni danej cząstki [m]
$d_{max}$	- największa średnica ziarna w produkcie po procesie rozdrabniania [m]
$d_{min}$	- najmniejsza średnica ziaren w produkcie po procesie rozdrabniania [m]
$d_p$	- średnica zastępcza cząstek [m]
$E$	- moduł Younga [Pa]
$e$	- podziałka [pix/mm]
$Fr$	- liczba Frouda [-]
$g$	- przyspieszenie ziemskie [ $m/s^2$ ]
$H_{max}$	- maksymalną wysokość wyniesienia cząstek [m]
$i$	- liczba próbek [-]
$k$	- stała szybkości mieszania [ $s^{-1}$ ]
$L$	- wysokość całego złoża w centralnym jego punkcie [m]
$M$	- stopień zmieszania [-]
$m_c$	- masa całkowita materiału poddanego procesowi rozdrabniania [kg]
$m_{nz}$	- masa nadziarna - materiału pozostałego na sicie [kg]
$m_{sm}$	- masa suchego materiału [kg]
$m_w$	- masa wilgoci w danym materiale [kg]
$n$	- prędkość obrotowa bębna [obr/min]
$n_{ch}$	- charakterystyczna prędkość obrotowa bębna [obr/min]
$n_{kr}$	- krytyczna prędkość obrotowa bębna [obr/min]
$n_{op}$	- optymalna prędkość obrotowa bębna [obr/min]
$p_s$	- ciśnienie wywołane naciskiem cząstek względem siebie [Pa]
$Q$	- natężenie przepływu cząstek złoża [ $m^2/s$ ]
$Q^*$	- bezwymiarowy parametr przepływu złoża [-]
$R$	- promień bębna [m]
$r_0$	- zasięg działania sił międzycząsteczkowych, $r_0 = 5 \cdot 10^{-10} \div 10^{-9}$ [m]

- $S$  - estymator odchylenia standardowego po zmieszaniu [-]  
 $S_o$  - odchylenie standardowe przed zmieszaniem [-]  
 $s$  - przemieszczenie cząstek na kolejnych obrazach [pix]  
 $t$  - czas [s]  
 $t_s$  - czas przemieszczania cząstek wzdłuż osi aparatu [s]  
 $u_{cz}$  - prędkość poruszania się cząstek [m/s]  
 $WH$  - współczynnik Hausnera [-]  
 $V$  - objętość bębna [m<sup>3</sup>]  
 $V_c$  - objętość całkowita materiału [m<sup>3</sup>]  
 $V_k$  - objętość kuli [m<sup>3</sup>]  
 $V_p$  - objętość cząstki [m<sup>3</sup>]  
 $V_{sw}$  - objętość swobodna materiału [m<sup>3</sup>]  
 $V_{\acute{s}r}$  - średnia objętość materiału [m<sup>3</sup>]  
 $X$  - wilgotność materiału [%]  
 $X_i$  - koncentracja fazy rozpraszanej w i-tej próbce [-]  
 $Z$  - załadowność bębna [-]
- $\alpha_o$  - kąt opadania złoża w trakcie falowania [°]  
 $\alpha_u$  - kąt uniesienia złoża w trakcie falowania [°]  
 $\beta$  - kąt naturalnego zsypania materiału ziarnistego [°]  
 $\beta_d$  - statyczny kąt zsypania złoża [°]  
 $\beta_d$  - dynamiczny kąt zsypania złoża [°]  
 $\beta_z$  - kąt zsypania materiału ziarnistego na danej powierzchni płaskiej [°]  
 $\dot{\gamma}$  - szybkość ścinania [1/s]  
 $\delta$  - szerokość warstwy aktywnej [m]  
 $\varepsilon$  - porowatość złoża [-]  
 $\zeta$  - czynnik kształtu [-]  
 $\theta_\tau$  - kąt tarcia oporu ścinania [°]  
 $\theta_w$  - kąt tarcia wewnętrznego [°]  
 $\mu_w$  - współczynnik tarcia wewnętrznego w złożu [-]  
 $\mu_z$  - współczynnik tarcia zewnętrznego pomiędzy złożem a ścianką [-]  
 $\rho_n$  - gęstość nasypowa [kg/m<sup>3</sup>]  
 $\rho_s$  - gęstość właściwa [kg/m<sup>3</sup>]

- $\rho_u$  - gęstość pozorna [kg/m<sup>3</sup>]  
 $\sigma_r$  - średnie odchylenie próby [-]  
 $\sigma_{ro}$  - odchylenie dla układu niezmięsanego [-]  
 $\sigma_{roz}$  - międzycząsteczkowe naprężenie rozrywające [Pa]  
 $\tau_s$  - graniczne naprężenie ścinające [Pa]  
 $\varphi$  - stopień wypełnienia bębna [%]  
 $\psi$  - sferyczność materiału [-]  
 $\Theta$  - kąt nachylenia aparatu bębnowego [°]  
 $\vartheta$  - kąt pomiędzy liniami łączącymi środki cząstek [°]  
 $\phi$  - kąt tarcia pomiędzy wypełnieniem, a ścianką bębna [°]  
 $\omega$  - prędkość obrotowa bębna [rad/s]

## 2. WSTĘP

Materiał ziarnisty jest układem złożonym z ziaren - rozproszonego ośrodka ciała stałego, który zwykle ograniczony jest powierzchnią o pewnym kształcie. Ziarna w rolnictwie oznaczają nasiona roślin, natomiast w przemyśle cząstki ciała stałego są pochodzenia zarówno naturalnego (np. kruszywa), jak i antropogenicznego (np. perlit). [Feder i in. 2008]

Materiały ziarniste biorą udział w wielu procesach technologicznych zarówno, jako produkt końcowy, jak i ważny składnik wejściowy do produkcji. Ich szerokie stosowanie, wynika różnorodności w gałęziach przemysłu min.: surowcowym, paliwowo-energetycznym, mineralnym, metalurgicznym, chemicznym, spożywczym.

Aparaty bębnowe ze względu na prostą budowę i zasadę działania mają od wielu lat szerokie zastosowanie w wielu gałęziach przemysłu. Obrotowe bębny wykorzystuje się w procesach jednostkowych: mieszania, rozdrabniania, suszenia, granulacji oraz przesiewania materiałów ziarnistych. Biorąc pod uwagę powszechność stosowania tego typu urządzeń należy dogłębnie zbadać wszystkie aspekty ich pracy tak, aby zoptymalizować procesy, w których są one wykorzystywane. Dla poszczególnych procesów istotna jest specyfika zachowania się cząstek w złożu [Boss 1987, Santos i in. 2013]

Ruch złoża w aparatach bębnowych jest zwykle procesem szybkozmiennym. W zależności od prędkości obrotowej i parametrów złoża ziarnistego ruch wypełnienia jest zróżnicowany. W literaturze najczęściej można znaleźć opis stanów zachowania się złoża w zależności od prędkości obrotowej bębna - od falowania, poprzez toczenie, kaskadowanie, kataraktowanie, stan równowagi, wirowania pierwszych cząstek oraz całego złoża. [Henein i in. 1983, Boateng 1993, Heim i in. 1999, Hsien-Ter 2009]

Aparaty bębnowe w zależności od procesu, w jakim są one stosowane mogą ulegać modyfikacji np. poprzez zastosowanie listew wynoszących/zaburzających złożę. Jednak wszystkie tego typu urządzenia mają cechę wspólną w postaci bębna, który obracając się wywołuje ruch jego wypełnienia. [Boss 1987]

W zależności od procesów, w których stosuje się obrotowe bębny optymalny ruch złoża może się od siebie różnić. Przykładem może być rozdrabnianie i przesiewanie materiałów ziarnistych. W pierwszym procesie należy doprowadzić złożę do tzw. kataraktowania, w czasie którego cząstki opadają z jak największą siłą o złożę, po czym toczą się w dół. Taki ruch pozwala na zoptymalizowanie procesu, poprzez zderzenia opadających cząstek o złożę oraz wzajemne tarcie ziaren w czasie toczenia. Podczas przesiewania zaś ważne jest, aby zwiększyć powierzchnię kontaktu złoża z sitem. Najintensywniej proces ten będzie



zachodził w czasie tzw. kaskadowania - zewnętrzna część złoża cyrkuluje, podczas gdy wewnętrzna tworzy nieruchomy rdzeń. Właśnie ze względu na ograniczony kontakt cząstek z wewnętrznej części złoża, część badaczy uważa, iż celowe jest doprowadzenie do kataraktowania złoża. Ważnym parametrem, który wpływa na dobór odpowiedniego ruchu złoża jest wytrzymałość mechaniczna cząstek. W przypadku cząstek o niskiej odporności na zderzenia często nie jest celowe doprowadzanie złoża do odrywania się pojedynczych cząstek. Należy więc poddać ocenie optymalny ruch złoża dla wybranych parametrów procesowych. [Battaglia i Banaszewski 1972, Wodziński 2006, Heim i in. 2013]

Badania nad zachowaniem się złoża w istotny sposób mogą wpłynąć na aspekt ekonomiczny oraz ekologiczny procesów technologicznych prowadzonych w aparatach bębnowych. Zwiększenie intensywności zachodzących w nich procesów przyczyni się do poprawy jakości produktu końcowego, który zostanie otrzymany w krótszym czasie. Niestety w przemyśle nadal dla poszczególnych procesów jest często błędnie dobierana prędkość obrotowa aparatów bębnowych. Wskazuje to na celowość prowadzenia dalszych badań nad obrotowymi bębnami i ruchem ich złoża.

Dotychczasowe badania nad aparatami bębnowymi opierały się głównie o statyczną ocenę pojedynczych, nieruchomych obrazów, a więc jedynie przestrzennego rozkładu złoża w danym momencie, bazując przy tym na subiektywnej ocenie oka ludzkiego. Rejestracja za pomocą aparatu archiwizuje daną informację, zaś w przypadku zastosowania kamery możliwa jest analiza sekwencji zachodzących po sobie obrazów, a więc odniesienie do rzeczywistego ruchu złoża. Wraz z rozwojem technik badawczych nastąpił przełom w nieinwazyjnych badaniach złoża. Jednymi z głównych metod stosowanych w badaniach aparatów bębnowych są:

- MRI (z ang. *Magnetic Resonance Imaging*),
- PEPT (z ang. *Positron Emission Particle Tracking*),
- PTV (z ang. *Particle Tracking Velocimetry*),
- PIV (z ang. *Particle Image Velocimetry*). [Chou, Lee 2009]

Wydaje się celowym zastosowanie techniki dokonującej rzeczywistą analizę kinetyki złoża - cyfrową anemometrię obrazową PIV. Metoda ta opiera się o analizę zarejestrowanych kolejno po sobie obrazów w określonym, zazwyczaj krótkim odstępie czasu. Analiza typu PIV umożliwia śledzenie cząstek i wyznaczenie trajektorii ich ruchu oraz wektorów ich chwilowej prędkości. Dopiero to pozwala na rzeczywistą i pełną analizę i optymalizację warunków pracy aparatów bębnowych dla określonych parametrów procesów technologicznych.

W ostatnich latach badania nad aparatami bębnowymi cieszą się niesłabnącym zainteresowaniem. Wśród nich głównymi obszarami badań są m.in.:

- wpływ wybranych parametrów na ruch złoża (Lee i in. 2013),
- analiza warstwy aktywnej złoża (Orphe i Khakhar 2012, Stanev i in. 2014, Chen i in. 2016),
- wpływ elementów zaburzających na ruch złoża (Bhattacharya i in. 2014, Nascimento i in. 2015, Karali i in. 2015),
- symulacje komputerowe (Norouzi i in. 2015, Chen i in. 2016).

Pomimo długiego okresu stosowania aparatów bębnowych w przemyśle oraz ciągłego prowadzenia badań, wiedza potrzeba do optymalizacji warunków ich pracy jest nadal niepełna. Powodem jest chaotyczność i zmienność zachowania się złoża w zależności od parametrów bębna i złoża. Z punktu widzenia rozwoju danej technologii ważne jest, aby w dalszym ciągu prowadzić badania nad obrotowymi bębnami i procesami w nich zachodzącymi. [Ottino, Khakhar 2001]

Celem pracy jest określenie wpływu własności złoża oraz parametrów pracy aparatów bębnowych na ruch złoża, z wykorzystaniem metod analizy ruchu cząstek w złożu, a nie tylko ich przestrzennego rozkładu. W tym celu wydaje się istotnym zastosowanie metody PIV, dzięki której możliwe jest określanie trajektorii oraz prędkości poruszania się cząstek.

### 3. PRZEGLĄD LITERATURY

Rozdział zawiera przegląd publikacji dotyczących ważnych parametrów złoża oraz stanów charakterystycznych. Dodatkowo przedstawiono szerokie zastosowanie aparatów bębnowych w wielu gałęziach przemysłu. Ostatni podrozdział związany jest z przeglądem literatury dotyczącej badań nad obrotowymi bębnami. W głównej mierze skupiono się na analizie ruchu złoża i określeniu zależności na stany charakterystyczne złoża.

#### 3.1. CHARAKTERYSTYKA ZŁOŻA

Materiałem ziarnistym nazywamy układ zbudowany z ziaren - rozproszonego ośrodka ciała stałego, który ograniczony jest pewną powierzchnią zamkniętą. W rolnictwie ziarna oznaczają nasiona zbóż i traw, natomiast w przemyśle jest to cząstka ciała stałego, którego pochodzenie może być zarówno naturalne (nasiona, kruszywa) oraz antropogeniczne (np. kulki szklane). [Feder i in. 2008]

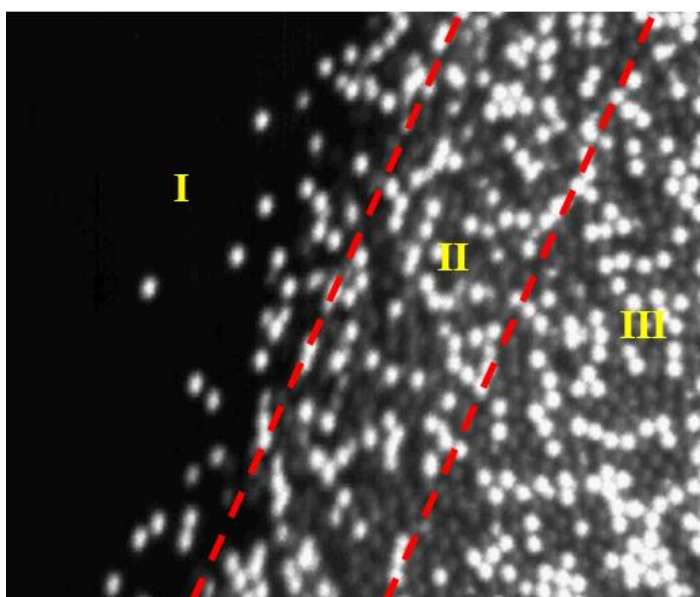
Materiał ziarnisty, jak każdy inny posiada pewną charakterystykę, która wpływa na procesy technologiczne w których są użyte. Jedną z najważniejszych cech złoża ziarnistego jest jego zdolność do płynięcia, co ujawnia się w występowaniu tarcia wewnętrznego –  $\mu_w > 0$ . Materiał ziarnisty cechuje również zdolność ziaren do przenoszenia naprężeń ścinających oraz zachowania kształtu. [Stręk 1971]

Najważniejszymi parametrami charakteryzującymi materiał ziarnisty jest gęstość, kształt oraz średnica ziaren, porowatość, współczynnik tarcia wewnętrznego, oraz wilgotność. Parametry te w zależności od rodzaju złoża można zdefiniować w następujący sposób:

- Gęstość nasypowa -  $\rho_n$ , jest stosunkiem luźno upakowanego złoża do objętości, jakie ono zajmuje.
- Współczynnik kształtu -  $\zeta$ , w przypadku ziaren o kształcie kulistym równy jest jedności, w przypadku ziaren nieregularnych nie jest on wartością stałą i jest on większy od jedności.
- W przypadku ziaren o różnej i niedefiniowanej średnicy, stosuje się najczęściej tzw. średnicę zastępczą sita -  $d_p$ , przez które przechodzą ziarna podczas procesu ich przesiewania.

- Dla złoza zbudowanego z cząstek kulistych i o tych samych wymiarach porowatość - P, w najwyższym możliwym upakowaniu, porowatość wynosi 0,259 (przy ułożeniu rombooidalnym – pod kątem pomiędzy środkami poszczególnych ziaren równym 60°).
- Współczynnik tarcia w materiałach ziarnistych jest tangensem kąta tarcia wewnętrznego -  $\beta$ , który w przypadku ziaren naturalnych wynosi od 20 do 40°.
- Duże zawilgocenie może doprowadzić do formowania nowych wiązań adhezyjnych i mostkowych, co skutkować może aglomeracją cząstek.
- Podczas wiązania krystalicznego lub wypełnienia wodą jedynie przestrzeni kapilarnych, materiał zachowuje się analogicznie jak w przypadku suchego złoza. [Boss 1987]
- Wreszcie w przypadku układów polidispersyjnych ważnym parametrem jest dystrybuanta rozkładu wielkości cząstek – wymieniono ją celowo na końcu z uwagi na to, że przedmiotem pracy jest układ cząstek monodispersyjnych - o tej samej średnicy.

Materiały ziarniste stanowią duże wyzwanie w przypadku mechaniki ich ruchu. W trakcie toczenia cząstek po zwartym złożu można wyróżnić strefy, w których cząstki zachowują się jak: gaz, ciecz i zwarte ciało stałe – rys. 1. W strefie I można potraktować cząstki jako niezależne, w II jakby poruszały się w cieczy, zaś w III strefie jak złoże zwarte. Zdaniem [Forterre, Pouliquen 2008], taka różnorodność jest głównym powodem problemów z opisem procesów związanych z materiałami ziarnistymi.



*Rys. 1. Różnorodność zachowania się materiałów ziarnistych, stan: I – gazu, II- cieczy, III – ciała stałego, wg [Forterre, Pouliquen 2008]*

### 3.1.1. Gęstość

Wyróżnia się trzy rodzaje gęstości:

- właściwa  $\rho_s$  - masa właściwa zajmowana (teoretycznie) przez materiał w całej jego objętości – gęstość samego materiału;
- nasypowa (usypowa)  $\rho_n$  - oznaczana wg normy PN-73/R74007, określana na podstawie masy materiału swobodnie nasypanego o znanej objętości - 1 m<sup>3</sup>;
- pozorna (utrzęsiona)  $\rho_u$  - oznaczana wg normy PN-65/Z04003, wyznaczana poprzez wytrzęsienie materiału w pojemniku o znanej objętości - 1 m<sup>3</sup>, charakteryzuje materiał na zagęszczenie podczas możliwych wstrząsów lub dłuższego magazynowania.

Gęstość nasypową określa się wg wzoru (1). Istnieje pewna zależność pomiędzy gęstością nasypową, a pozorną - współczynnik Hausnera, który często nazywany jest współczynnikiem ubicia dynamicznego - wzór (2). Na współczynnik Hausnera wpływ ma współczynnik tarcia wewnętrznego danego materiału - wzór (3).

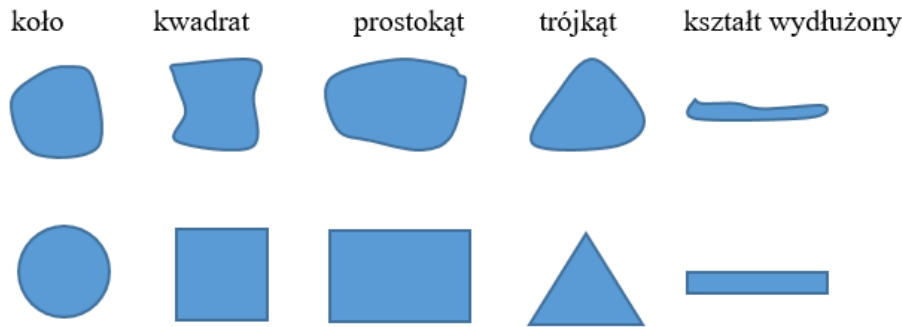
$$\rho_n = \frac{m_p}{V_p} \quad (1)$$

$$WH = \frac{\rho_n}{\rho_u} \quad (2)$$

$$WH = 1 + 0,02 \cdot \mu_w \quad (3)$$

### 3.1.2. Kształt cząstek

W przypadku cząstek o regularnym kształcie - jak kule, czy cylindry, parametr ten jest ściśle określany. W przypadku ziaren naturalnych najczęściej jest on nieregularny. W podejściu jakościowym, przyporządkowuje się kształt danych cząstek płaskim figurom geometrycznym (rys. 2).



Rys. 2. Przyporządkowane figury płaskie dla cząstek o nieregularnym kształcie, wg [Orzechowski 1990]

W przypadku, gdy cząstki posiadają nieregularny kształt wyznacza się tzw. współczynnik kształtu, który określa różnicę pomiędzy daną cząstką, a kulą. Najczęściej pomocnym parametrem w określeniu kształtu jest tzw. sferyczność cząstki. Sferyczność wyrażana jest, jako stosunek powierzchni kuli do powierzchni danej cząstki, przy jednakowej ich objętości - wzór (4). Innym parametrem pomocnym w określeniu kształtu jest czynnik kształtu, który wyrażony jest, jako odwrotność sferyczności - wzór (5). Dla cząstek kulistych oba parametry są równe jedności, w innym przypadku  $\Psi < 1$  oraz  $\zeta > 1$ . [Orzechowski 1990; Koch, Noworyta 1992]

$$\Psi = \left(\frac{A_k}{A_p}\right)_{V_k=V_p} \leq 1 \quad (4)$$

$$\zeta = \frac{1}{\Psi} \geq 1 \quad (5)$$

### 3.1.3. Wielkość cząstek

Wielkość cząstek ze względu na procesy technologiczne jest jednym z ważniejszych danych opisujących materiał ziarnisty. Przykładem może być proces przesiewania, gdzie wielkość oczek sita jest ściśle związany z ww. parametrem. Nieodpowiednio dobrane wielkości otworów mogą całkowicie zablokować dany proces.

W przypadku materiałów ziarnistych o nieregularnych kształtach przyjmuje się w celach obliczeniowych tzw. wymiar charakterystyczny - zastępczy można określić, jako:

- dynamiczny - związany jest z prędkością opadania cząstek - bezwzględna jej wartość dla cząstki zastępczej jest równa prędkości opadania (w jakim zakresie, czy laminarnym) cząstki rzeczywistej w danym ośrodku płynnym,

- geometryczny - związana z powierzchnią lub objętością - wartość danego parametru dla cząstki zastępczej oraz rzeczywistej jest taka sama. [Andrzejewski, Gutowski 1968, Obraniak 2002]

W przypadku cząstek kulistych lub cylindrycznych parametr ten określany jest wprost. W innym przypadku określa się go poprzez: długość, szerokość oraz grubość. Najczęściej dla materiałów ziarnistych stosuje się tzw. średnicę zastępczą, którą można wyliczyć m.in. jako:

- średnicę kuli o jednakowej powierzchni danej cząstki - wzór (6),

$$d_k = \sqrt{\frac{A_k}{\pi}} \quad (6)$$

- średnicę kuli o równoważnej objętości – wzór (7). [Schubert 1987, Orzechowski 1990]

$$d_v = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot V_k}{\pi}} \quad (7)$$

Skład granulometryczny jest ilościowym rozkładem ziaren ze względu na ich wielkość.

Ze względu na wielkość cząstek materiały ziarniste można podzielić na:

- pyły -  $d < 0,05$  mm
- proszki -  $0,5 \text{ mm} > d > 0,05$  mm
- drobnoziarniste -  $2 \text{ mm} > d > 0,5$  mm
- gruboziarniste -  $10 \text{ mm} > d > 2$  mm
- drobnobryłowe -  $60 \text{ mm} > d > 10$  mm
- średniobryłowe -  $160 \text{ mm} > d > 60$  mm
- wielkobryłowe -  $d \text{ mm} > 160$  mm. [Błasiński, Młodziński 1971]

Rozkład wielkości cząstek wpływa na procesy wymiany masy i ciepła. Parametr ten określa się w celu przyporządkowania klasy i frakcji do danego materiału. [Schubert 1987; Koch, Noworyta 1992]

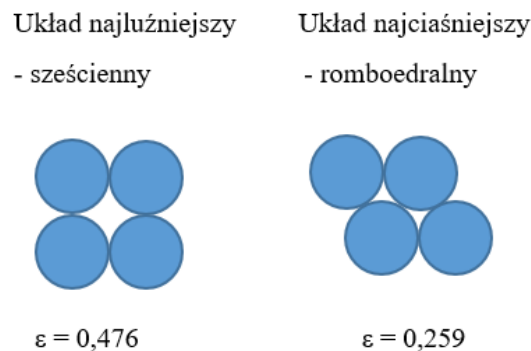
### 3.1.4. Porowatość

Porowatość materiałów ziarnistych związana jest z obecnością wolnych przestrzeni pomiędzy cząstkami. Parametr ten może zmieniać się w zakresie od 0 do 1. Przy czym  $\varepsilon = 0$  określa brak płynu pomiędzy cząstkami, a więc zwartą fazę stałą. Natomiast  $\varepsilon = 1$  oznacza brak ciał stałych, a więc występowanie jedynie fazy płynnej. [Orzechowski 1990]

Porowatość określa więc stosunek objętości swobodnej -  $V_{sw}$  do objętości całkowitej -  $V_c$ :

$$\varepsilon = \frac{V_{sw}}{V_c} = 1 - \frac{V_z}{V_c} = 1 - \frac{\rho_n}{\rho_s} \quad (8)$$

W przypadku materiałów ziarnistych/sypkich określa się tzw. porowatość spoczynkową. Dla jednakowych cząstek kulistych największa możliwa wartość  $P = 0,476$ , natomiast najmniejsza  $P = 0,259$  (rys. 3). [Stręk 1971, Orzechowski 1990]



Rys. 3. Ułożenie cząstek kulistych, gęsto upakowanych w sposób najluźniejszy oraz najciaśniejszy, wg [Stręk 1971, Orzechowski 1990]

Pory można podzielić na:

- otwarte - łączą się wzajemnie tworząc kanaliki lub szczeliny,
- zamknięte - pojedyncze pory.

Pory mogą mieć różny kształt:

- pęcherzykowy,
- nierównomiernych próżni,
- równomiernych i nierównomiernych kanalików - o różnych kształtach.



### 3.1.5. Kąt naturalnego zsypania

Kąt naturalnego zsypania ma związek z wzajemną ruchliwością cząstek materiału ziarnistego. Ruchliwość ta zależy od współczynnika tarcia pomiędzy poszczególnymi cząstkami oraz ich sił spójności. Kąt naturalnego zsypania –  $\beta$ , określa stożek jaki tworzy się podczas usypywania materiału ziarnistego/sypkiego na powierzchnię płaską. Im  $\beta$  jest większy, tym ruchliwość cząstek jest mniejsza. [Stręk 1971]

Ze względu na wartość kąta naturalnego zsypania wyróżnia się dwa rodzaje materiałów:

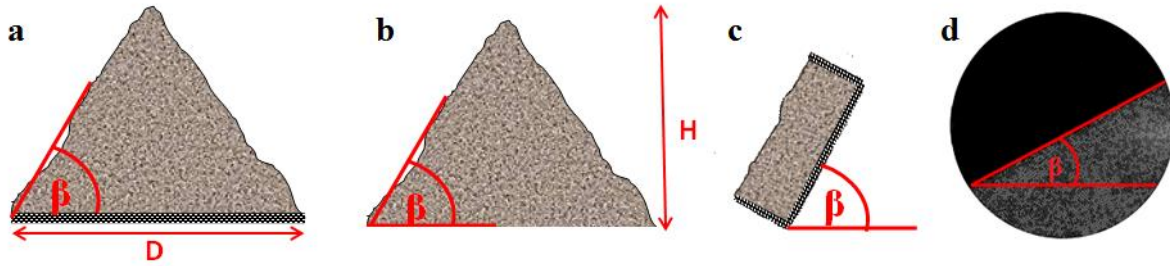
- samozsypanie - sposób formowania usypiska nie wpływa na kąt zsypania (rys. 4 i 5);
- niezsypanie się samoistnie - kąt zsypania zależy od sposobu formowania usypiska, a tangens jego kąta jest mniejszy niż kąt zsypania.

Wyróżnić można dwie metody pomiarów naturalnego kąta zsypania materiałów ziarnistych:

- nasypowa - która polega na wyznaczeniu kąta naturalnie tworzącego się stożka poprzez usypanie materiału ziarnistego na płaską powierzchnię,
- odsypowa - poprzez odsypanie materiału o znanej objętości tak, aby powstał stożek.

Do metod nasypowych należą:

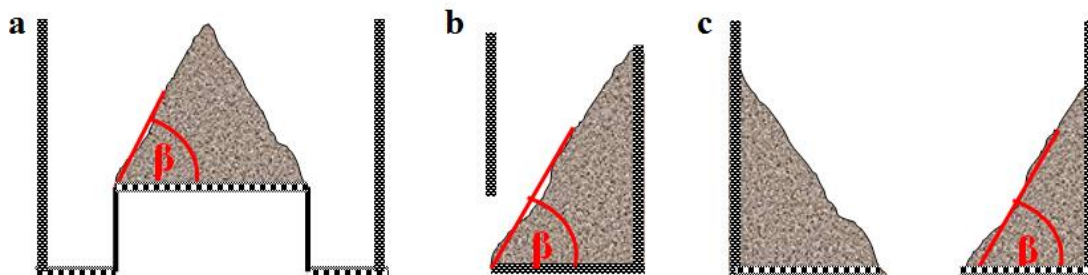
- - wyznaczenie wysokości usypanego stożka o znanych wymiarach jego podstawy (rys. 4a),
- - poprzez określenie średnicy podstawy powstałego stożka o założonej wysokości (rys. 4b)
- - pomiar kąta zsypania materiału znajdującego się w pojemniku o otwartym wleku (rys. 4c),
- - wyznaczenie momentu początku toczenia się materiału w obrotowym bębnie i określenie kąta zsypania (rys. 4d).



Rys. 4. Pomiar naturalnego kąta zsyłu poprzez metodę nasypową, wg [Brown, Richards 1970; Warych 1996; Obraniak 2002]

Pomiar kąta zsyłu materiału ziarnistego metodą odsypową można wykonać na trzy sposoby:

- na podstawie utworzonego stożka na centralnie ułożonej półce w cylindrycznym naczyniu (rys. 5a);
- poprzez wsypanie materiału na półkę ograniczoną z obu stron ściankami, po czym usunięcie jednej z nich tak, aby część materiału uległa odsypaniu (rys. 5b);
- odsypanie z cylindrycznego naczynia części materiału poprzez centralny otwór (rys. 5c).

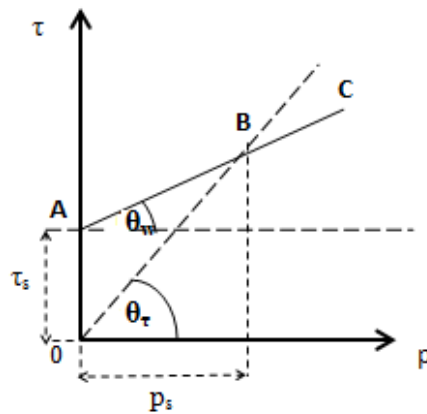


Rys. 5. Pomiar naturalnego kąta zsyłu poprzez metodę odsypową, wg [Obraniak 2002]

Dla materiałów suchych naturalny kąt naturalnego zsyłu najczęściej mieści się w granicy od  $30^\circ$  do  $40^\circ$ . Parametr ten pełni ważną rolę w transporcie i opróżnianiu różnych pojemników przemysłowych. [Stręk 1971, Borowski 2009]

### 3.1.6. Współczynnik tarcia

Aby możliwy był ruch wzajemnych warstw materiału ziarnistego siła wywołująca naprężenie styczne musi przekraczać wartość ich siły tarcia. Zależność tę można przedstawić poprzez wykres zależności naprężenia statycznego -  $\tau_s$ , a ciśnieniem związanym z naturalnym naciskiem ziaren na kolejne warstwy -  $p_s$  (naprężenie normalne) (rys. 6). [Błasiński, Młodziński 1971]



Rys. 6. Wykres zależności naprężenia statycznego od ciśnienia normalnego wywołanego przez nacisk ziaren względem siebie, wg [Błasiński, Młodziński 1971]

Kąt powstały pomiędzy osią odciętych, a prostą AC to tzw. kąt tarcia wewnętrzznego -  $\theta_w$ . Dla materiałów samoszypujących odpowiada on naturalnemu kątowi zsypania -  $\beta$ , natomiast w przypadku materiałów spoistych jest on od niego mniejszy. Linia poprowadzona od początku układu, aż do punktu B tworzy tzw. kąt oporu ścinania lub inaczej ścinania wewnętrznego, który obrazuje opór złoża przed siłami ścinającymi -  $\theta_\tau$  (wzór 9). [Błasiński, Młodziński 1971]

$$\operatorname{tg}\theta_\tau = \mu_w + \frac{\tau_s}{p_s} \quad (9)$$

Gdzie  $\tau_s$  oznacza graniczne naprężenie ścinające, a jego wartość zależy od procesu zsypania, tj.: gdy jest on równy 0 to materiał lekkoszypujący, gdy wartość jest większa to materiał określa się jako trudnoszypujący lub spoisty. [Błasiński, Młodziński 1971]

Dla materiałów ziarnistych współczynnik tarcia wewnętrzny -  $\mu_w$ , można obliczyć ze wzoru (10) - jako tangens kąta naturalnego zsypania  $\beta$ .

$$\mu_w = \operatorname{tg}\beta \quad (10)$$

Ruch cząstki na danej powierzchni wywołuje tarcie, które określa się poprzez tzw. współczynnik tarcia zewnętrznego -  $\mu_z$ . Dla początku ruchu posuwistego cząstki, określa się statyczny współczynnik tarcia -  $\mu_s$ . Późniejszy ruch cząstki na danej powierzchni określany jest poprzez dynamiczny współczynnik tarcia  $\mu_d$ . Pomiędzy nimi istnieje zależność:

$$\mu_d = (0,7 \div 0,9)\mu_s \quad (11)$$

### 3.1.7. Wilgotność

Parametr ten w istotny sposób wpływa na właściwości zarówno fizyczne, chemiczne, jak i mechaniczne danego materiału. Największe jego znaczenie można zaobserwować dla wartości współczynnika tarcia wewnętrznego i zewnętrznego, a także wytrzymałość i sprężystość materiału.

Ogólnie wilgotność materiału definiuje się, jako stosunek masy cieczy -  $m_w$ , do masy suchego materiału -  $m_s$ :

$$X = \frac{m_w}{m_s} \quad (12)$$

Ze względu na procesy mechaniczne jednym z ważniejszych parametrów związanych z wilgotnością materiału jest rodzaj wiązań pomiędzy cieczą, a materiałem stałym, tj.:

- chemiczne - najsilniejsze wiązanie, rzadko ulega rozerwaniu podczas zwykłego procesu suszenia, stosunek stechiometryczny wyraża ilość zawartą w danym materiale wilgoci;
- fizyko-chemiczne - należą do nich wiązania:
  - adsorpcyjne - koloidalne związki frakcji ulegającej rozpuszczeniu oraz nierozpuszczalnej,
  - osmotyczne - ciecz związana jest w mikroporach materiały, a siła wiązań zależy od ich wielkości,
- fizyko-mechaniczne - należą do nich wiązania:
  - strukturalne - wilgoć wiązana jest z ciałem stałym podczas procesu jego wytwarzania,

- kapilarne - w makro- i mikrokapilarach ruch cieczy odbywa się poprzez dyfuzję lub na drodze efuzji,
- zwilżania - ciecz przyłączana jest poprzez bezpośredni kontakt z powierzchnią ciała stałego. [Strumiło 1983; Boruch, Nowakowska 1996]

W pracy złoże stanowił suchy materiał ziarnisty, a więc parametr ten nie był dalej rozpatrywany.

### **3.2. PROCESY PROWADZONE W APARATACH BĘBNOWYCH**

Aparaty bębnowe stosowane są w wielu gałęziach przemysłu, tj.: energetycznym, wydobywczym, cementowym, chemicznym, rolno-spożywczym, petrochemicznym, farmaceutycznym. Urządzenia te w zależności od swojej budowy, stosowane są w procesach jednostkowych - takich jak mieszanie, rozdrabnianie, przesiewanie, suszenie oraz granulowanie. W zależności od prowadzonego w nich procesu, ruch złoża powinien być specyficzny. Również budowa aparatów oraz wprowadzane w nich modyfikacje, w postaci m.in. listew zaburzających związane są z ich konkretnym przeznaczeniem.

Aparaty bębnowe w zależności od sposobu prowadzenia procesu w czasie, można podzielić na te o ciągłej i o okresowej pracy. Pierwsze z nich, pochylone są zazwyczaj pod niewielkim kątem - od  $4^\circ$  do  $10^\circ$ , dzięki czemu materiał stanowiący wypełnienie bębna przesuwają się w stronę wylotu. Stopień wypełnienia aparatów w przemyśle waha się od 10% do 50%. [Boss 1987, Heim i in, 1999, Hema 2003]

#### **3.2.1. Mieszanie**

Proces mieszania ma na celu ujednoczenie składu różnych cząstek. W przypadku materiałów ziarnistych polega na wywoływaniu chaotycznej zmiany położenia ziaren. Mieszanie jest istotnym procesem w wielu gałęziach przemysłu: energetycznym, farmaceutycznym, ceramicznym, rolno-spożywczym oraz wydobywczym. [Boss J. 1987]

Podczas procesu mieszania zachodzą trzy rodzaje mechanizmów:

- dyfuzja - zmiana położenia pomiędzy dwoma cząstkami,
- konwekcja - całe grupy cząstek ulegają zmianie położenia,
- ścinanie - toczenie cząstek w zewnętrznej warstwie złoża.

Zazwyczaj mechanizmy te zachodzą równocześnie, jednak ze względu na dominujący proces określa się rodzaj mieszania. [Lacey 1954, Stręk 1971, Hema 2003]

W celu określenia stopnia zmieszania można posłużyć się wzorem (13). Gdzie  $S$  oznacza odchylenie standardowe składu mieszaniny po przeprowadzonym procesie mieszania, natomiast  $S_0$  określa odchylenie standardowe przed rozpoczęciem procesu mieszania w danej próbce. W przypadku braku zmieszania stopień ten równa się jedności. Idealny stopień zmieszania odzwierciedla układ, w którym każda próbka pobrana z danego układu jest taka

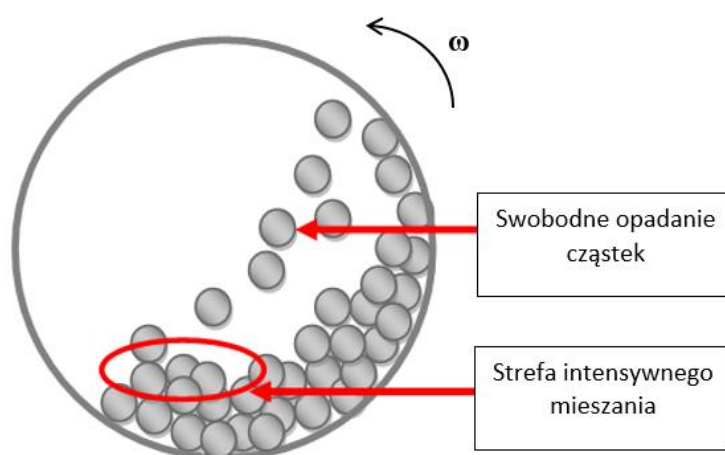
sama co do ilości składników, a więc prawdopodobieństwo występowania danego składnika w różnych punktach układu jest stałe. W rzeczywistości stan taki nie występuje. [Stręk 1971]

$$M = 1 - \frac{S}{S_0} \quad (13)$$

Rose (1959) ustalił skalę jakości zmieszania materiałów ziarnistych:

- $M = 0,00 \div 0,70$  - złe
- $M = 0,70 \div 0,80$  - niezadowalające
- $M = 0,80 \div 0,90$  - dość dobre
- $M = 0,90 \div 0,94$  - dobre
- $M = 0,94 \div 0,96$  - bardzo dobre
- $M > 0,96$  - doskonałe.

W aparatach bębnowych proces mieszania odbywa się zarówno wzdłuż - względem osi, jak i w kierunku poprzecznym – po promieniu bębna. Proces ten zachodzi najintensywniej w czasie kataraktowania złoża, a więc w momencie gdy cząstki swobodnie opadają na złożę, po czym toczą się po nim w dół i proces wynoszenia cząstek zostaje ponowiony. Zakres prędkości obrotowych odpowiadający optymalnemu procesowi mieszania mieści się, więc w zakresie od momentu, w którym proces ten rozpoczyna się, aż do wystąpienia stanu równowagi - gdy cząstki opadają na powierzchnię bębna, poza zwarte złożę. W ruchu tym najintensywniejsze mieszanie zachodzi w dolnej części złoża (rys. 7).

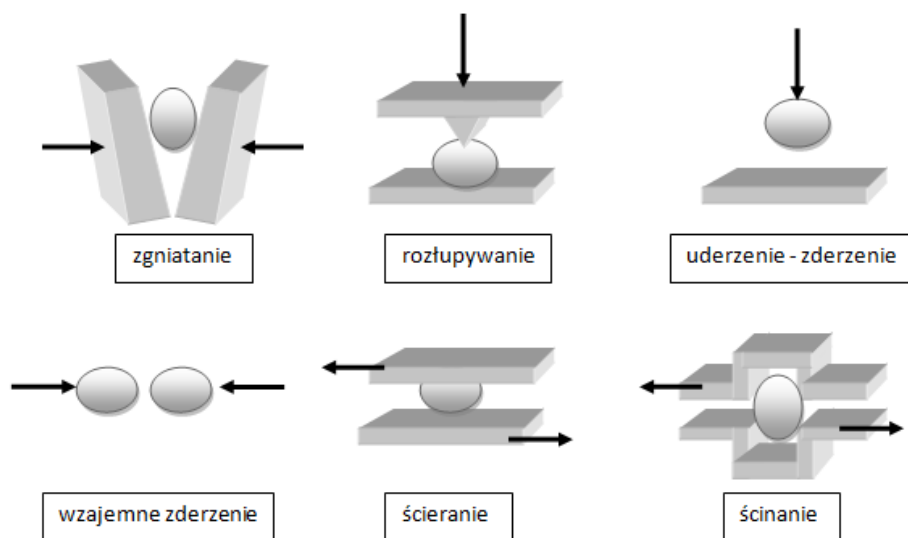


Rys. 7. Mieszanie się złoża w czasie kataraktowania

Proces mieszania w aparatach bębnowych może być prowadzony w sposób ciągły lub okresowy. W przypadku mieszania ciągłego niezbędny jest stały ruch złoża wzdłuż jego osi. Najprostszym i najczęściej stosowanym sposobem jest ustawienie bębna pod pewnym kątem - od 2° do 10°. Takie położenie bębna umożliwia naturalny transport materiału ku wylotowi aparatu bębnowego oraz ciągły odbiór mieszaniny. W przypadku aparatów pracujących cyklicznie stosuje się bęben usytuowany poziomo do osi obrotu, co eliminuje problem niewyważonej masy. Na proces mieszania ma również wpływ długość bębna. [Boss 1987, Stręk 1971, Kolasa-Więcek 2007, Chen i in. 2010]

### 3.2.2. Rozdrabnianie

Rozdrabnianie jest procesem mającym na celu zmniejszenie wielkości cząstek danego układu poprzez działanie sił zewnętrznych (rys. 8). W przemyśle proces ten stosuje się, aby uzyskać zwiększoną powierzchnię właściwą i bardziej efektywne reakcje. [Koch 1984]



Rys. 8. Rozdrabnianie ciał stałych, wg [Warych 1996]

Cząstki ziarniste posiadają pewną odporność na ściskanie, ścinanie, ścieranie, uderzenie i zginanie. Związane jest to z występowaniem sił i wiązań cząsteczkowych. Aby możliwe było rozdrobnienie materiału wiązania te należy przerwać. Wraz ze wzrostem twardości cząstek wzrasta również ich wytrzymałość na rozdrobnienie. Czasami rozerwanie sił spójności nie jest możliwe bez wcześniejszego naruszenia budowy krystalicznej materiału.



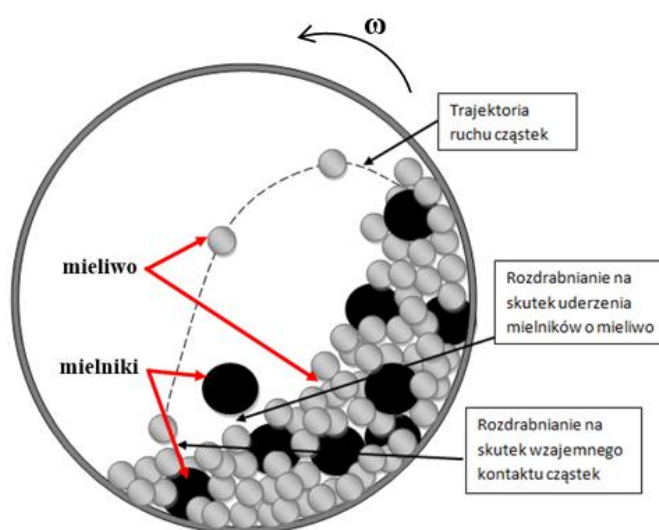
Międzycząsteczkowe naprężenie rozrywające dla jednorodnych ciał stałych według teorii Smekala można obliczyć wg wzoru (14).

$$\sigma_{roz} = \sqrt{\frac{E \cdot \dot{\gamma}}{r_0}} \quad (14)$$

Do opisu procesu rozdrabniania można zastosować tzw. wskaźnik rozdrobnienia - stosunek średnicy ziaren największych do ziaren o średnicy najmniejszej w danym produkcie:

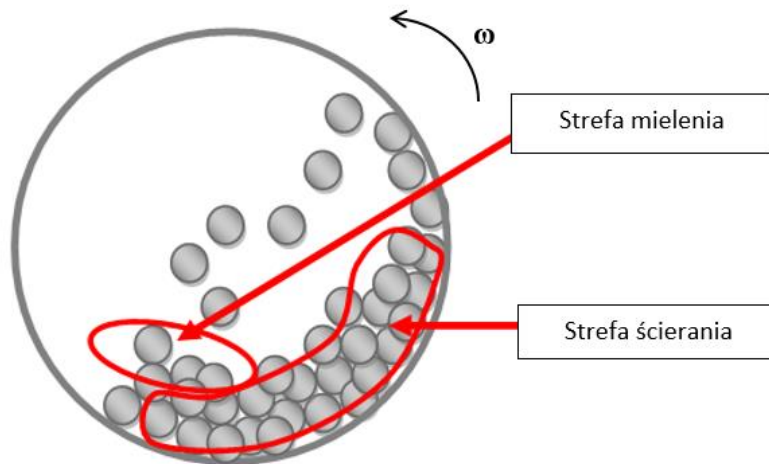
$$XR = \frac{d_{max}}{d_{min}} \quad (15)$$

Aparaty bębnowe stosowane w procesie rozdrabniania nazywane są młynami. Posiadają szerokie zastosowanie przede wszystkim w przemyśle: cementowym, energetycznym, metalurgicznym, farmaceutycznym oraz rolno-spożywczym. Ze względu na parametry pracy aparatów bębnowych zaliczane są one do młynów wolnobieżnych, z których najbardziej znanymi są młyny kulowe. Zasada ich działania polega na wykorzystaniu siły grawitacji opadających kul - mielników, na złożu - mieliwo (rys. 9). Na skutek uderzenia siły spójności ziaren mieliwa zostają naruszone i/lub zerwane, czego skutkiem jest ich rozdrobnieniem. Oprócz sił uderzeniowych kul o złożu występują również siły związane ze ścieraniem się cząstek pomiędzy mielnikami, a mieliwem oraz pomiędzy samymi cząstkami złoża. W skutek działania tych sił powstają naprężenia i struktura cząstek ulega zmianie. Po przekroczeniu granicznych wartości naprężenia cząstki złoża ulegają rozpadowi. [Wills 1992, Warych 1996]



Rys. 9. Proces rozdrabniania w młynach kulowych

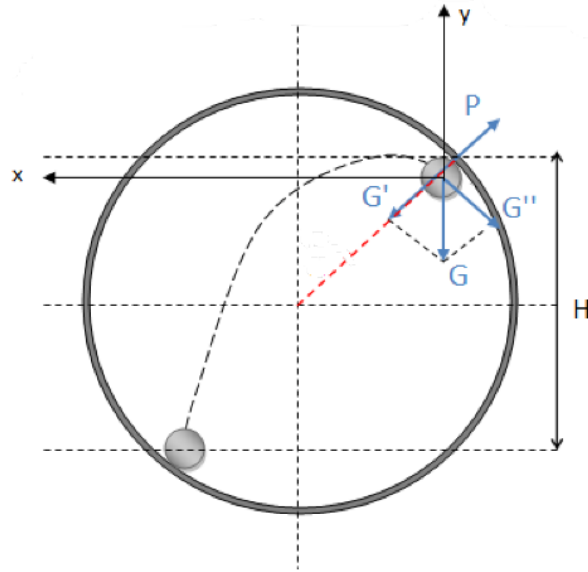
Rozdrabnianie może, więc zachodzić na skutek zarówno ścierania (mielenie), jak i być efektem wzajemnego uderzania o siebie cząstek. Złoże można więc podzielić na dwie strefy: ścierania oraz mielenia (rys. 10). Innym znanym podziałem stref w obrotowych młynach jest rozróżnienie złoże na: strefa szlifowania, kaskadowania oraz kataraktowania. Strefa kataraktowania jest związana ze swobodnym opadaniem cząstek, a więc właściwy proces rozdrabniania nie zachodzi w niej.



Rys. 10. Podział złoży na dwie strefy w czasie pracy młynów kulowych, wg [Napier-Munn i in. 1996]

Młyny, w których stosuje się kule o jednakowych wymiarach mają stosunek długości do średnicy bębna nie większy niż 2. Dla większych aparatów bębnowych mielniki mają zróżnicowaną wielkość (oddzielane przegrodami), czego celem jest rozbicie tzw. nadawy. [Warych 1996]

Rozdrabnianie zachodzi z najwyższą intensywnością dla największej siły opadania mielników na złoże, czyli dla najdłuższej trajektorii ich ruchu. Optymalny jest więc moment końca kataraktowania złoży. Ruch dla pojedynczego mielnika przedstawiono na rys. 11, gdzie wysokość  $H$  odpowiada wysokości, dla której energia kinetyczna opadającej kuli jest największa. [Battaglia A., Banaszewski T. 1972, Warych J. 1996]



Rys. 11. Ruch kuli w młynie bębnowym, wg [Battaglia A., Banaszewski T. 1972]

Zgodnie z rys. 8 trajektorii ruchu mielnika dla momentu najefektywniejszego rozdrobnienia optymalne obroty młyna kulowego można obliczyć zgodnie ze wzorem:

$$n_{op} = 0,537 \cdot (D - d_k)^{-0,5} \quad (16)$$

Ze względu na oderwanie się kuli prędkość krytyczna wynosi, więc:

$$n_k = 0,706 \cdot (D - d_k)^{-0,5} \quad (17)$$

Odpowiednią prędkość obrotową młyna kulowego można, więc obliczyć wg wzoru (18). Przy czym 75% jest wartością umowną. Według Warycha (1996) wartość ta powinna mieścić się w zakresie  $0,65 \div 0,8$  prędkości krytycznej, natomiast wg Battaglia i Banaszewskiego (1972) -  $0,55 \div 0,85$ .

$$n_{op}^* = 0,75 \cdot n_k \quad (18)$$

Stosunek średnicy mielników do średnicy bębna powinien mieścić się w zakresie:

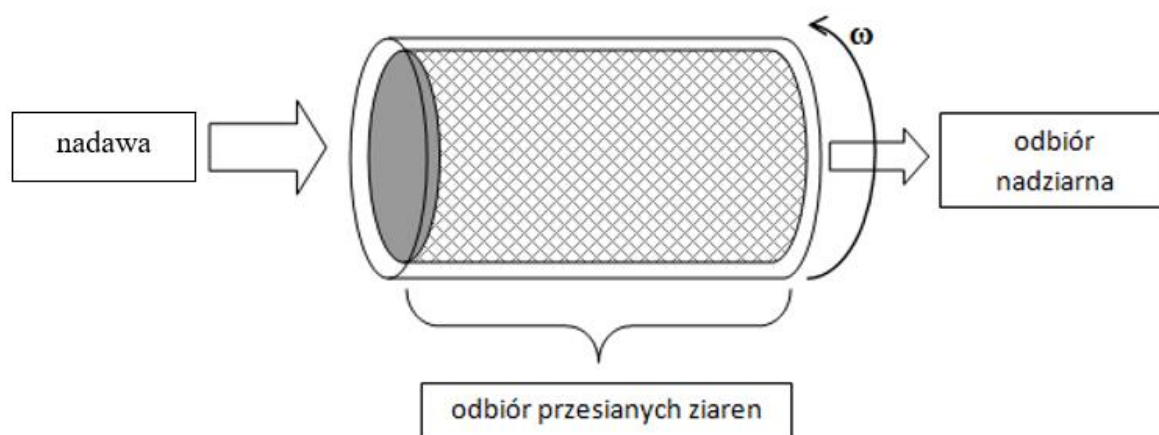
$$\frac{D}{24} < d_k < \frac{D}{18} \quad (19)$$

Zgodnie ze wzorem (18) optymalna prędkość obrotowa młynów kulowych wynosi 75% prędkości krytycznej. Istotne jest, że wyliczenia te przeprowadzane są dla pojedynczej kuli,

a więc pominięty zostaje wzajemny wpływ poruszających się innych cząstek złoża. Powyższa zależność dotyczy zatem warunków w stanie idealnym. W rzeczywistości to wykorzystanie technik typu PIV może być pomocne w analizie procesu rzeczywistego.

### 3.2.3. Przesiewanie

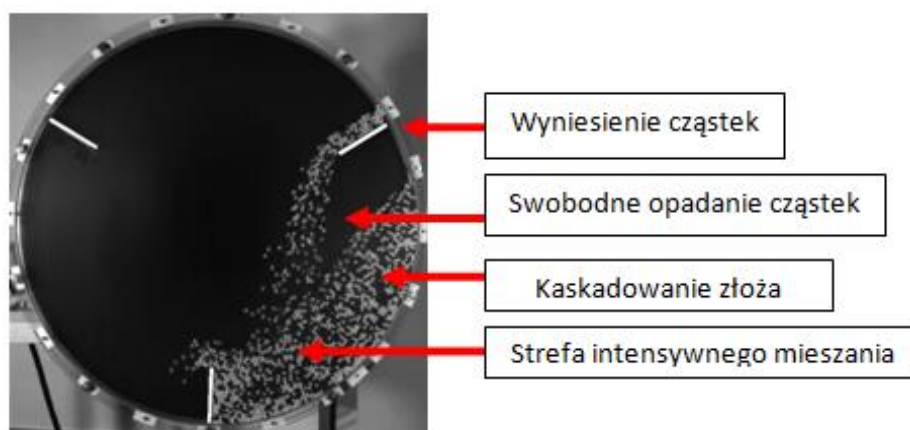
Proces przesiewania ma na celu oddzielenie od siebie frakcji o różnej wielkości cząstek. W przypadku aparatów bębnowych proces ten zachodzi na skutek kontaktu wypełnienia z sitem znajdującym się na ściankach bębna (rys. 12). Niestety proces ten jest mało efektywny ze względu na niską powierzchnię kontaktu materiału z sitem - ok 20% bębna. Fakt ten wpływa na znacznie obniżenie wydajności przesiewaczy bębnowych - od 40% do 60%. W procesie kluczowe znaczenie ma również segregacja osiowa i wzdłużna, która pozytywnie wpływa na dany proces. Ze względu na małą strefę kontaktu oraz segregację aparaty tego typu mają znaczną długość od 500 mm do 3000 mm. [Wodziński 2007; Modrzewski, Wodziński 2013]



Rys. 12. Schemat przesiewacza bębnowego

Pomimo swoich wad, przesiewanie w tego typu aparatach ma jednak szerokie zastosowanie w przemyśle, ze względu na łatwość prowadzenia procesu oraz budowy i napędu aparatów. Aparaty bębnowe stosowane są do przesiewania materiałów ziarnistych m.in. w przemyśle: mineralnym, rolno-spożywczym a także zagospodarowania odpadów. Przesiewacze bębnowe mogą być usytuowane pod niewielkim nachyleniem - do 14°, w celu ułatwienia odbioru nadziarna. [Wodziński 2007; Modrzewski, Wodziński 2013]

Prędkość obrotowa z jaką w przemyśle pracują przesiewacze bębnowe, to ok. 30%-40% wartości prędkości krytycznej - wtedy złoża wykonuje proces toczenia lub kaskadowania, co znacznie ogranicza kontakt ziaren ze ściankami bębna. Część cząstek znajduje się wewnątrz nieruchomego rdzenia złoża, a zatem kontakt z sitem jest niemożliwy. Według Wodzińskiego (2007) optymalna prędkość obrotowa dla przesiewaczy bębnowych powinna zawierać się w przedziale od 80% do 90% prędkości krytycznej, a więc w czasie kataraktowania złoża. Innym sposobem zwiększenia kontaktu złoża z sitem jest zastosowanie tzw. listew. Ich zadaniem jest wyniesienie części złoża na pewną wysokość, co skutkuje lepszym jego zmieszaniem (rys. 13). W rezultacie zwiększa się, więc prawdopodobieństwo kontaktu wszystkich cząstek ze ściankami bębna. W przemyśle stosuje się listwy w ilości od 6 do 8. Zastosowanie elementów wynoszących pozwala na prowadzenie procesu przesiewania przy niskich prędkościach obrotowych. Modyfikacje te można wyeliminować np. poprzez zmianę kształtu komory przesiewania z walca na graniastosłup. [Feder i in. 2008; Wodziński 2007; Modrzewski, Wodziński 2013]



Rys. 13. Zastosowanie listew wynoszących (badania własne)

### 3.2.4. Suszenie

Proces suszenia ma na celu usunięcie wilgoci z danego materiału poprzez wymianę ciepła i masy. Wilgotny materiał, który poddany jest suszeniu ulega odprowadzaniu wody z zewnętrznych warstw danego układu. Woda może więc być odprowadzana z materiału suszonego, poprzez różnicę prężności pary wodnej - równowagowa prężność pary wodnej w czynniku suszącym, jest wyższa niż cząstkowa prężność pary w materiale suszonym.

Wilgoć w materiale odprowadzana jest więc z zewnętrznych warstw układu, a więc woda wewnątrz materiału przemieszcza się w kierunku zewnętrznym, aż do osiągnięcia równowagi pomiędzy prężnością pary wodnej w czynniku suszącym i suszonym. Najczęstszym czynnikiem suszącym jest powietrze lub jego mieszanina ze spalinami. [Boruch, Nowakowska 1996, Ademiluyi i in. 2010, Skotnicka 2011]

Wilgoć wpływa na reakcje chemiczne i fizyczne zachodzące w danym materiale. Najczęściej suszenie prowadzi się w celu zmniejszenia rozwoju drobnoustrojów, higienizacji, zmniejszenia powierzchni właściwej układu, zwiększenia trwałości, a także w celu ułatwienia transportu i zagospodarowania materiału. Suszenie materiałów ziarnistych jest jednym z podstawowych procesów wytwarzania i obróbki wielu materiałów w przemyśle rolno-spożywczym i chemicznym. [Boruch, Nowakowska 1996, Skotnicka 2011]

Podczas procesu suszenia ważnym parametrem jest ilość energii potrzebnej na osuszenie materiału z jednego mola wody. Parametr ten określa również wiązania jakie występują pomiędzy ciałem stałym, a cieczą:

- chemiczne - zawartość wody określa się poprzez stosunki stechiometryczne, a jej wartość jest stała, rzadko ulega rozerwaniu z ciałem stałym podczas zwykłego suszenia;
- fizyko-chemiczne - poprzez mostki wodorowe, adsorpcje i osmozę, które występują w różnych stosunkach;
- fizyczne - wiązania kapilarne, strukturalne oraz zwilżania. [Boruch, Nowakowska 1996]

Materiały ziarniste, w zależności od ich zachowania się w procesie suszenia można podzielić na dwie grupy:

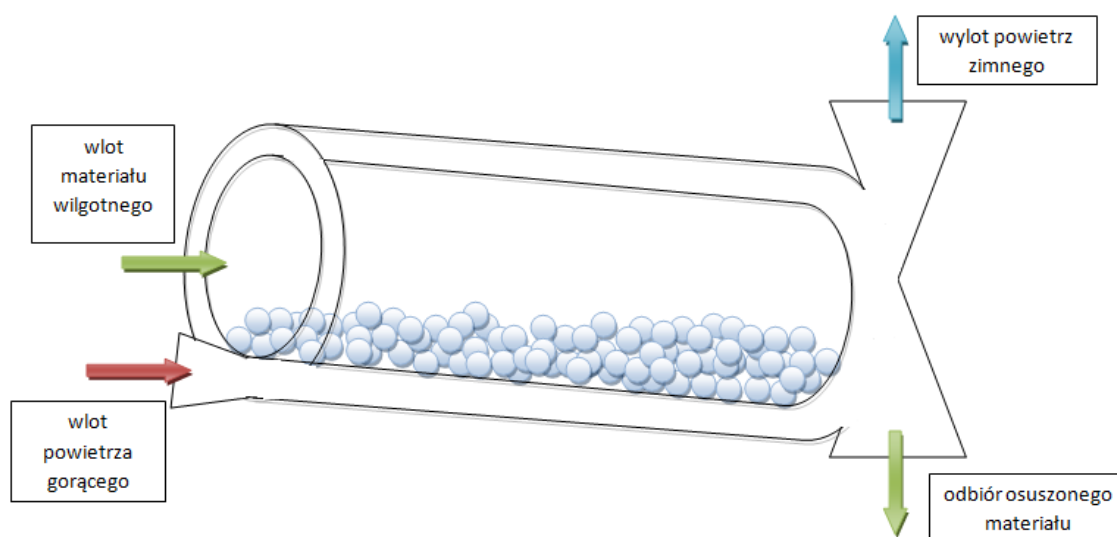
- o niezmiennych właściwościach podczas usuwania z nich wilgoci - woda znajduje się pomiędzy cząstkami oraz w otwartych porach, do tej grupy zaliczyć można m.in.: materiały zgranulowane oraz krystaliczne;
- zmieniające swoją budowę poprzez pękanie i/lub kurczenie - woda jest związana strukturalnie, we włóknach lub w niewielkich, zamkniętych porach, do grupy tej należą najczęściej materiały pochodzenia organicznego tj.: biomasa, zboża, warzywa. [Skotnicka 2011]

W przypadku materiałów organicznych ważne jest więc prowadzenie procesu suszenia tak, aby wyeliminować możliwość tworzenia się warstwy uniemożliwiającej ruch wilgoci wewnątrz układu. [Skotnicka 2011]

Ze względu na parametry pracy suszarki można podzielić na:

- bębnowe, komorowe, taśmowe;
- atmosferyczne i próżniowe;
- o działaniu okresowym lub ciągłym;
- kontaktowe, konwekcyjne, radiacyjne, sublimacyjne oraz dielektryczne. [Strumiło 1983, Skotnicka 2011]

Jednymi z najczęściej stosowanych suszarek do materiałów ziarnistych są aparaty bębnowe, które wykorzystują w procesie usuwania wilgoci konwekcję oraz przewodzenie ciepła. Urządzenia te mogą pracować w sposób ciągły oraz okresowy. W pierwszym przypadku należy bęben ustawić pod pewnym kątem (zależnym od jego długości) tak, aby umożliwić swobodny ruch w stronę odbioru materiału suszonego (rys. 14). [Mujumdar 2015]



Rys. 14. Schemat suszarki bębnowej o pracy ciągłej, wg [Mujumdar 2015]

Zasada działania tego typu urządzeń opiera się na ruchu bębna, który powoduje wyniesienie oraz opadanie cząstek materiału suszonego w strumień gorącego gazu. Najodpowiedniejszym jest więc ruch kataraktowania złoża - podczas swobodnego opadania każda cząstka jest w kontakcie z płynącym przeciwwądo gorący czynnikiem suszącym. Dla niektórych materiałów ruch ten może powodować rozpad złoża. Dla tego typu materiałów należy prowadzić proces suszenia podczas kaskadowania złoża, co może jednak ograniczyć intensywność procesu suszenia w jego rdzeniu. Najlepszym rozwiązaniem technologicznym, w takim przypadku będzie zastosowanie modyfikacji w postaci półek wynoszących złoża

(listew zaburzających ruch). Przy małych prędkościach obrotowych część cząstek ulega wyniesieniu na wyższą wysokość, co powoduje ich autonomiczne opadanie w strumień gorącego czynnika suszącego. Takie rozwiązanie stosuje się m.in. podczas suszenia produktów spożywczych. Suszarki bębnowe można, więc podzielić na: bezprzeponowe, przeponowe lub z żaluzjami. [Boruch, Nowakowska 1996, Revol i in. 2001, Ademiluyi i in. 2010]

Ilość materiału suszonego można obliczyć za pomocą tzw. załadowności bębna -  $Z$ , jako stosunek średniej objętości materiału suszonego -  $V_{sr}$  do objętości całkowitej bębna -  $V$ :

$$Z = \frac{V_{sr}}{V} \quad (20)$$

W przypadku zastosowania listew ich liczba powinna być tak dobrana, aby objętość materiału przez nie transportowanego wynosiła od 10% do 15% całkowitej objętości złoża w aparacie bębnowym. [Perry, Green 1999]

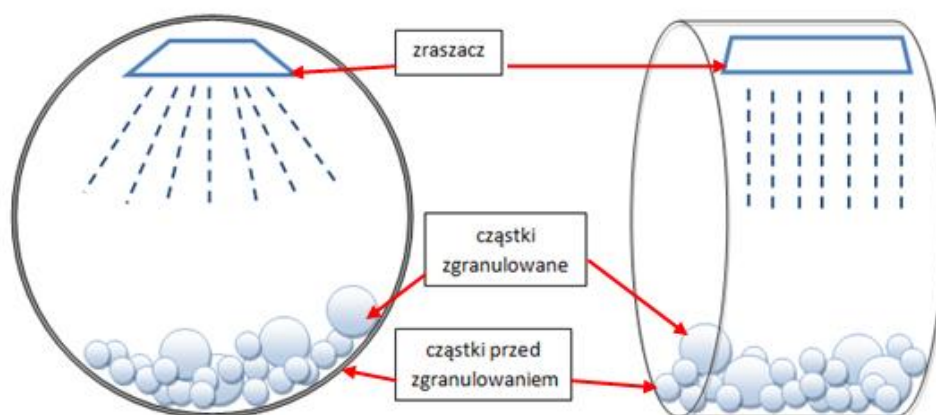
### 3.2.5. Granulacja

Granulacja jest procesem, którego celem jest otrzymanie złoża o cząstkach większych niż nadawa, poprzez ich aglomerację. Najczęściej otoczkuje się cząstki o podobnych wymiarach, regularnych kształtach (kulistych lub pałeczkowatych) oraz zbliżonych parametrach mechanicznych. Proces ten zachodzi na skutek występowania sił adhezyjnych oraz sił napięcia kapilarnego i powierzchniowego cieczy. Granulacja pozytywnie wpływa na proces pylenia oraz ułatwia transport materiałów ziarnistych. Proces ten jest więc niezbędny w wielu procesach przemysłowych tj. przetwórstwie rud metali oraz wytwarzaniu nawozów, gdzie stałość budowy materiału (brak rozdziału składników), a także ułatwiony transport i dozowanie są wymagane. Proces ten może być przeprowadzany w granulatorach obrotowych (rys. 15) [Heim i in. 1999]

Granulacja jest procesem, w którym oprócz ciała stałego i gazu bierze też udział ciecz (najczęściej w postaci wody). Zawilgocenie materiału pozytywnie wpływa na uzyskiwane aglomeraty materiału - zwiększa ich wytrzymałość oraz wielkość. Udowodniono, że wraz ze wzrostem ilości kropeł rozpylonych w aparacie bębnowym proporcjonalnie rośnie też wielkość aglomeratów. Ze względu na charakter procesu - aglomeracja zachodzi na bocznych ściankach bębna - należy doprowadzić złożo do toczenia. Ruch ten odpowiada zakresowi



prędkości od 5% do 10% prędkości krytycznej. [Warych 1996; Heim i in. 1999; Obraniak, Gluba 2010]



Rys. 15. Schemat działania granulatora bębnowego

Podczas granulacji w aparatach bębnowych możliwe jest przeprowadzenie dodatkowo otoczkowania. Proces ten polega na powleczeniu cząstek warstwą zwaną otoczką. Celem otoczkowania jest przedłużenie trwałości oraz uniemożliwienie dalszej aglomeracji cząstek. Najczęściej otoczkowanie stosuje się w przemyśle farmaceutycznym oraz rolno-spożywczym. Proces prowadzony jest często wraz z procesami termicznymi - podgrzewaniem i chłodzeniem. W takim przypadku budowa aparatu bębnowego ulega zmianie, poprzez zastosowanie odpowiedniego płaszcza. Podczas otoczkowania należy stale utrzymywać płynną strukturę materiału powlekającego - podgrzewanie, a także utrwalać cząstki już otoczkowane - chłodzenie. [Sobczak i in. 2009]

Często proces granulacji prowadzony jest równocześnie z suszeniem danego produktu. Przykładem może być suszenie osadów ściekowych - aby ułatwić ich późniejsze zagospodarowanie, należy usunąć z nich wodę oraz poddać je procesowi higienizacji wraz z granulacją.

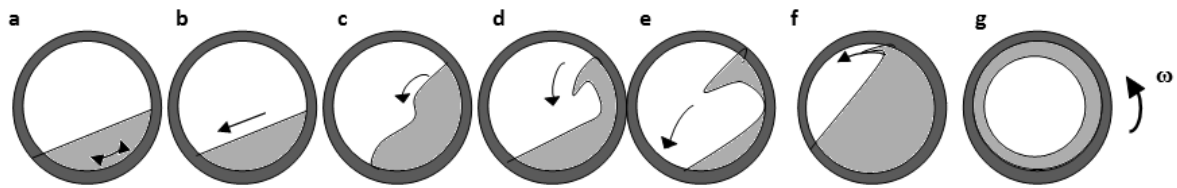
**Można więc zauważyć, że niezależnie od procesu w którym aparaty bębnowe są stosowane, występuje znaczne podobieństwo z punktu widzenia mechaniki ruchu złoża. W związku z tym możliwym i celowym wydaje się badanie i analiza kinetyki ruchu złoża w aparacie bębnowym.**

### **3.3. MECHANIKA ZŁOŻA**

#### **3.3.1. Charakterystyczne stany zachowania się złoża**

W zależności od zastosowania, aparaty bębnowe mogą różnić się pomiędzy sobą budową, jednak zasada ich działania pozostaje niezmienna - ruch obrotowy bębna powoduje ruch złoża w jego wnętrzu. Na zachowanie się złoża kluczowe znaczenie ma prędkość obrotowa bębna, dlatego ważne jest określenie optymalnej prędkości lub jej zakresu dla oczekiwanego stanu złoża.

W literaturze można odnaleźć opis stanów charakterystycznych dla zachowania się złoża podczas pracy aparatów bębnowych (rys. 16). Przy nieznacznym stopniu wypełnienia bębna - mniejszym niż 14% oraz niskich wartościach współczynnika tarcia pomiędzy ścianką, a złożem zachodzi jedynie jego falowanie (rys. 16a). Po osiągnięciu tzw. kąta zsypania złoża rozpoczyna się proces toczenia cząstek po złożu (rys. 16b). Kolejnym stanem charakterystycznym jest kaskadowanie, w czasie którego powstaje tzw. nerka, w środku której tworzy się nieruchomy rdzeń, a zewnętrzna część jedynie cyrkuluje (rys. 16c). Wraz z dalszym wzrostem prędkości obrotowej złoże ulega rozluźnieniu, czego skutkiem jest autonomiczne opadanie cząstek na złoże, po którym toczą się w dół. Stan ten nazywamy kataraktowaniem, a proces mieszania jest w tym momencie najintensywniejszy (rys. 16d). Moment, w którym cząstki zaczynają opadać poza złoże - a więc proces toczenia zostaje pominięty nazywamy stanem równowagi, w czasie którego mieszanie się cząstek złoża praktycznie nie występuje (rys. 16e). Podczas zrównania się sił grawitacji oraz sił ciężkości cząstki rozpoczynają ruch obrotowy na obwodzie bębna, w tym momencie występuje tzw. prędkość krytyczna (rys. 16f). Ciągłe zwiększanie prędkości obrotowej bębna powoduje zwiększenie ilości cząstek poruszających się wraz z bębniem, aż do stanu w którym całe złoże wiruje (rys. 16g). [Oyama 1940, Henein i in. 1983, Boateng 1993, Boss 1987, Karunathilake i in. 2000, Mellman 2001, Hema 2003, Hsien-Ter 2009, Santos i in. 2013]

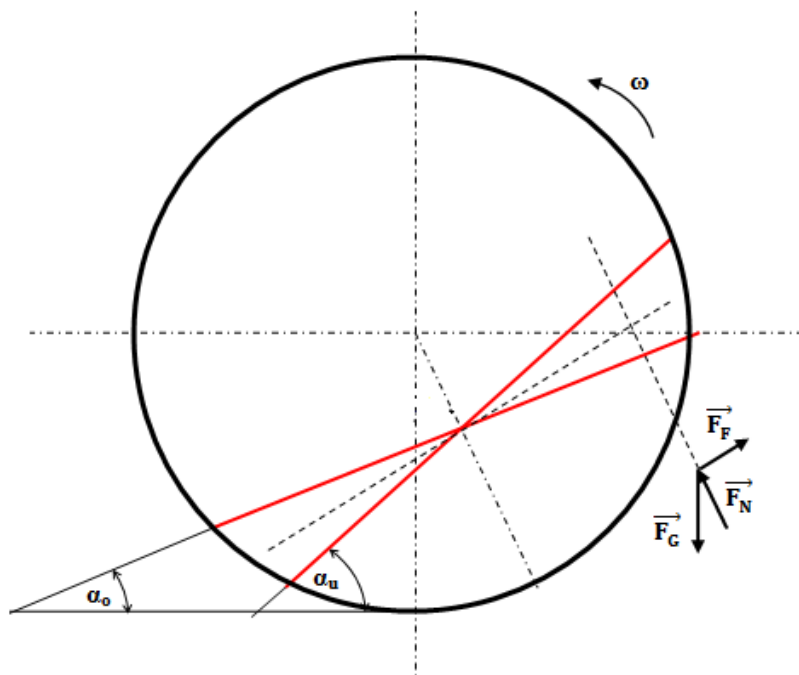


Rys. 16. Charakterystyczne stany zachowania się złoża w aparatach bębnowych zaproponowane na podstawie studiów literaturowych: a) falowanie, b) toczenie, c) kaskadowanie d) kataraktowanie, e) stan równowagi, f) wirowanie pierwszych cząstek, g) wirowanie całego złoża, wg [Henein i in. 1983; Boateng 1993; Chou, Lee 2009; Hsien-Ter 2009]

Zachowanie się złoża zależy zarówno od właściwości samego materiału oraz budowy i parametrów pracy aparatu bębnowego. Wypełnienie podczas ruchu obrotowego bębna wykonuje zarówno ruch w pionie jak i poziomie do osi bębna. W trakcie pracy aparatów mogą zachodzić dwa skrajne procesy - mieszanie i segregacja złoża. To, jaki proces będzie zachodził najintensywniej zależy od ruchu złoża.

Podczas pracy aparatów bębnowych ze złożem polidispersyjnym, którego cząstki różnią się od siebie wielkością lub gęstością złoże ulega znacznej segregacji. Proces ten zachodzi już przy niskich prędkościach obrotowych zarówno wzdłuż osi, jak i w osi bębna. Wzdłużną segregację cząstek obserwuje się przy znacznym odpowiednio długim bębnie. Segregacja względem osi zachodzi w mniejszym stopniu niż segregacja wzdłużna, jednak jej występowanie nie zależy od wielkości samego aparatu. Przy znacznych prędkościach obrotowych segregacja cząstek jest niewielka, występuje za to proces odwrotny - mieszanie się złoża.

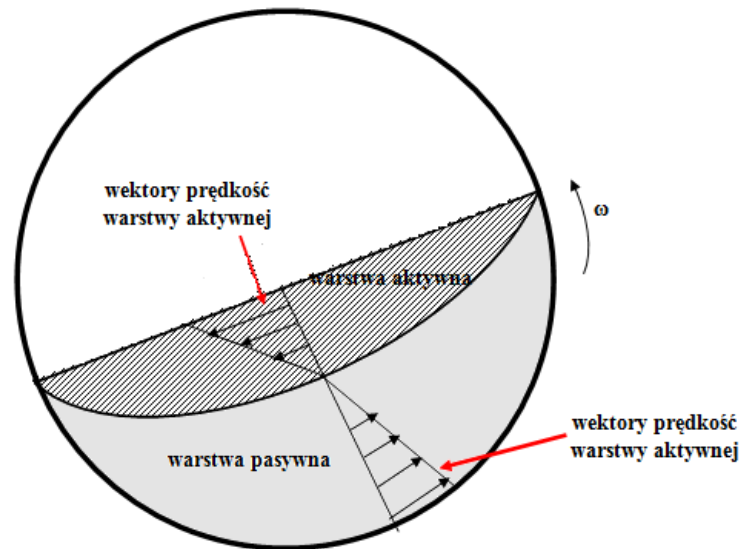
Proces falowania zachodzi przy stopniu wypełnienia bębna poniżej 14% oraz niewielkim współczynniku tarcia pomiędzy ścianką, a złożem. Podczas falowania złoże ulega podniesieniu i opadaniu (rys. 17). W trakcie unoszenia poprzez obrót bębna naprężenie ścinające wewnątrz złoża zwiększa się - złoże osiąga wartość krytyczną w położeniu-  $\alpha_u$ . W górnej warstwie złoża cząstki rozpoczynają proces toczenia. Ruch ten jest jednak nieznaczny z powodu szybkiego zmniejszania się kąta pochylenia płaszczyzny złoża. Proces toczenia kończy się, gdy nachylenia płaszczyzny poślizgowej osiągnęło wartość niższego kąta spoczynku -  $\alpha_o$ . [Mellman 2001]



Rys. 17. Schemat sił działających na złoże w czasie procesu falowania, wg [Mellman 2001]

Podczas procesu toczenia złoże dzieli się na dwie wyraźnie od siebie oddzielone warstwy (rys. 18). Mieszanie zachodzi jedynie w górnej części złoża - tzw. warstwie aktywnej, gdzie cząstki ulegają toczeniu w dół. W dolnej warstwie cząstki nie ulegają zmianie położenia względem siebie, a jedynie zostają wyniesione przez bęben na wysokość powyżej tzw. kąta zsypu, gdzie następuje zmiana warstwy z pasywnej na aktywną. Prędkość z jaką poruszają się cząstki w warstwie aktywnej jest najwyższa w górnej jej warstwie i maleje aż do linii granicznej pomiędzy dwoma warstwami. Głębokość tej warstwy zależy m.in. od prędkości obrotowej aparatu bębnowego oraz parametrów złoża np. współczynnika tarcia. [Puyvelde 1999, Stanev i in. 2014, Phounglamcheik 2015]

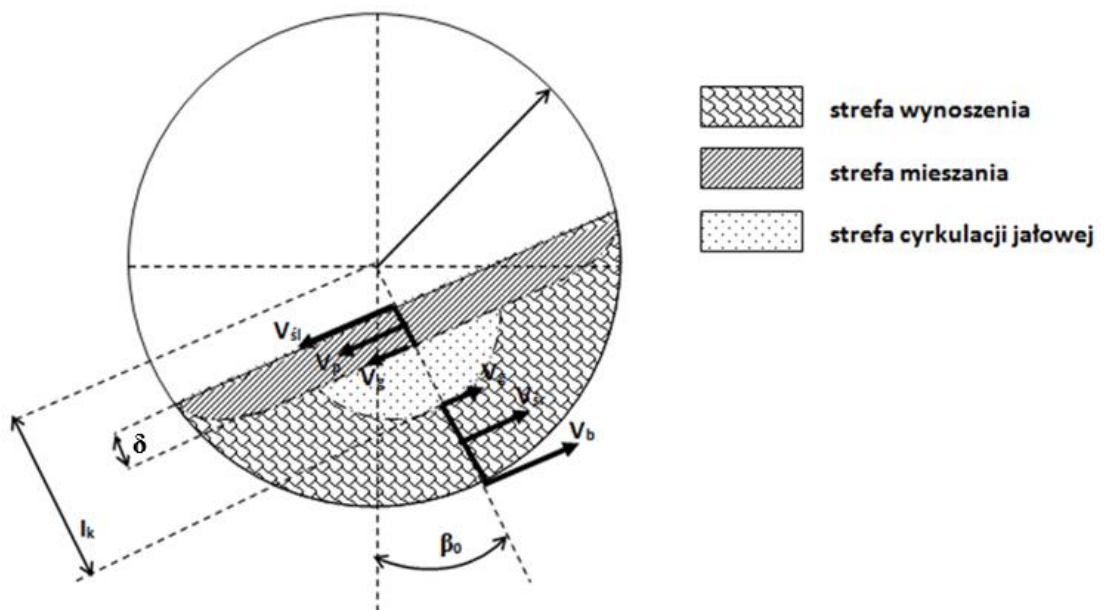
Dla niskich prędkości obrotowych warstwa aktywna znajduje się jedynie w górnej części złoża. Wraz ze spadkiem prędkości obrotowych ulega ona wyprostowaniu, aż do momentu jej całkowitego zaniknięcia, podczas falowania złoża. Prócz prędkości obrotowych bębna, na kształt warstwy aktywnej mają również wpływ kształt i wielkość cząstek. Wraz ze wzrostem średnicy cząstek warstwa aktywna ulega zwiększeniu. Jej grubość jest zwykle określana, jako wielokrotność wielkości cząstek. [Puyvelde 1999, Hema 2003]



Rys. 18. Warstwy aktywne w złożu, wg [Puyvelde 1999]

Innym sposobem opisu warstw złoża ziarnistego w obrotowych bębnach jest jego podział na trzy strefy (rys. 19):

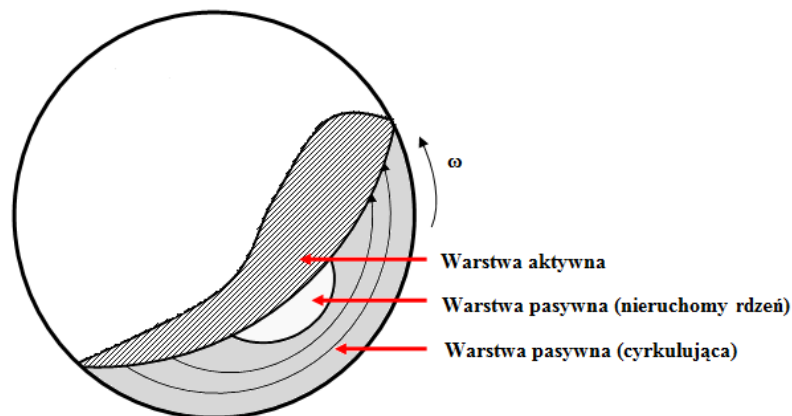
- wynoszenia - cząstki zostają wyniesione na pewną wysokość, a następnie po przekroczeniu kąta zsypania przechodzą w kolejną warstwę;
- mieszania - warstwa, w której cząstki ulegają toczeniu;
- cyrkulacji jałowej - nieruchomy rdzeń złoża.



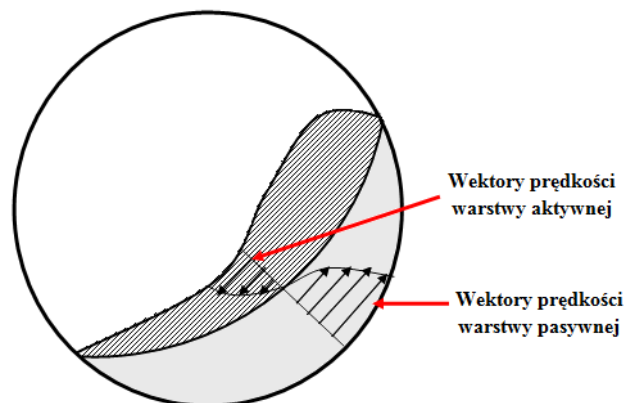
Rys. 19. Schemat podziału stref złoża w aparacie bębnowym, wg [Obraniak 2002]

Cząstki znajdujące się w strefie wynoszenia poruszają się pod wpływem tarcia wewnętrznego po wycinku okręgu ku górze, aż do momentu w którym ulegną one procesowi toczenia w warstwie mieszania. Prędkość poruszających się cząstek znajdujących się najbliżej ścianki aparatu, przy braku zjawiska poślizgu (na wewnętrznej ściance bębna) równa jest iloczynowi prędkości kątowej oraz promienia bębna. Analizując powyższy schemat kąt podniesienia złoża -  $\beta_0$ , stanowi swego rodzaju wyznacznik energetyczny złoża. [Heim i in. 1997]

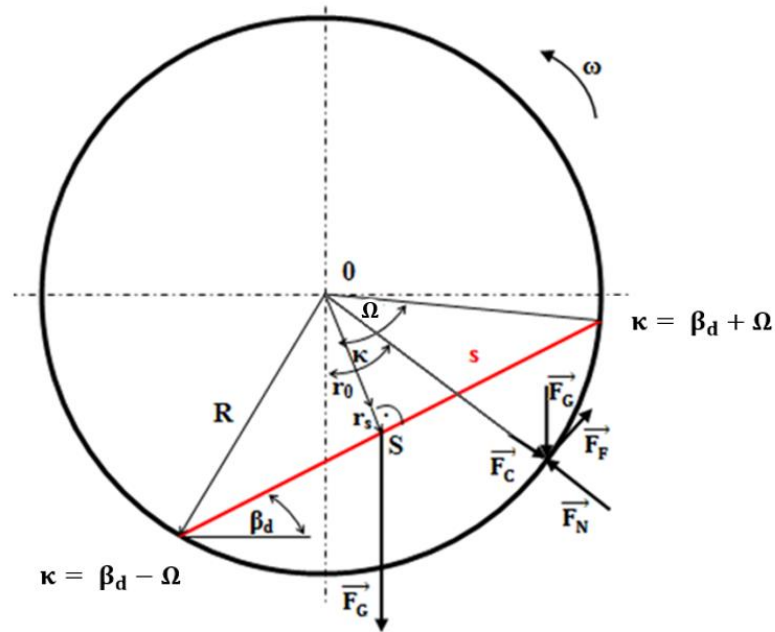
Powyższy ruch złoża i jego podział na trzy strefy odpowiada również procesowi kaskadowania złoża. Niemniej jednak podczas tego ruchu wygląd złoża przyjmuje postać zbliżoną kształtem do nerki, w środku której tworzy się nieruchomy rdzeń (rys. 20). Schemat wektorów prędkości cząstek w obu warstwach złoża został przedstawiony na rys. 21, natomiast na rys. 22 zobrazowano siły działające na cząstki w trakcie kaskadowania. [Mellman 2001]



Rys. 20. Kształt warstwy aktywnej w czasie kaskadowania, wg [Henein 1980]



Rys. 21. Wektory prędkości warstwy aktywnej w czasie kaskadowania, wg [Henein 1980]



Rys. 22. Schemat sił działających na złożę podczas kaskadowania w aparacie bębnowym, wg [Mellman 2001]

Przedstawiony na rys. 22 kąt  $\beta_d$ , jest to tzw. dynamiczny kąt zsypania złoża, na którego podstawie można określić krytyczną wartość współczynnika tarcia pomiędzy ścianką, a cząstkami:

$$\mu_{z,kr} = \frac{2 \cdot \sin^3 \varepsilon \cdot \sin \beta_d}{3 \cdot \pi \cdot \varphi_0 (1 + Fr)} \quad (21)$$

Powierzchnię zajmowaną przez złożę -  $A_z$ , można obliczyć ze wzoru:

$$A_z = \frac{1}{\pi} (\varepsilon - \sin \varepsilon \cdot \cos \varepsilon) \quad (22)$$

Wymiary złoża, tj. wysokość -  $h$  oraz szerokość -  $s$  wyznaczone są według wzoru (23) i (24).

$$h = R - r_0 = R - (R \cdot \cos \varepsilon) \quad (23)$$

$$s = 2 \cdot R \cdot \sin \varepsilon \quad (24)$$

Punkt S przedstawia środek ciężkości złoża, a wyznaczający go promień  $r_s$  obliczyć można poprzez wzór:

$$r_s = \frac{2 \cdot \sin^3 \varepsilon}{3 \cdot \pi \cdot \varphi_0} R \quad (25)$$

### 3.3.2. *Badania nad ruchem złoza*

Sullivan i in. (1927) zapoczątkowali badania nad ruchem ziaren w kierunku osiowym bębna. Jego prace dotyczyły głównie czasu przebywania cząstek w obrotowych suszarkach bębnowych. Kolejnym autorem skupiającym się nad ww. tematyką był Seaman (1951), który wyznaczył wzór (26) na czas przebywania złoza dla procesów przemieszczania się cząstek wzdłuż osi aparatu, który do dnia dzisiejszego jest jednym z najczęściej stosowanych. Gdzie:  $R$  – promień bębna,  $\Theta$  – kąt nachylenia aparatu (zwykle od  $2^\circ$  do  $4^\circ$ ),  $\omega$  – prędkość obrotowa,  $\beta_d$  – dynamiczny kąt zsuwu materiału ziarnistego.

$$t_s = 0,955 \frac{R \cdot \omega \cdot \Theta}{\sin \beta_d} \quad (26)$$

W latach czterdziestych Oyama (1940) rozpoczął kompleksowe badania nad mieszaniem się materiałów ziarnistych w aparatach bębnowych. Określił on eksperymentalnie zakresy charakterystycznych prędkości obrotowych  $n_{ch}$  dla obracającego się bębna. Na podstawie badań własnych zaproponował wzór (27) określający moment rozpoczęcia i zakończenia kataraktowania złoza, a także momentu w którym całe złoże wiruje po obwodzie bębna.

$$n_{ch} = \frac{C}{D^{0,47} \cdot \varphi^{0,14}} \quad (27)$$

gdzie:

$C$  - stała, zależna od założonego charakterystycznego stanu:

- dla początku ruchu kataraktowego  $C = 54$ ,
- dla końca ruchu kataraktowego  $C = 72$ ,
- dla momentu gdy całe wypełnienie wiruje po obwodzie bębna  $C \geq 86$ .

Zróznicowany ruch złoza w obrotowych bębnach został opisany i podzielony przez Henein i in. (1983) na sześć podstawowych stanów:

- poślizg (slipping) - złoże nie ulega przemieszczeniu,
- falowanie (slumping) - cząstki ulegają nieznacznemu wzajemnemu przemieszczeniu na skutek tarcia materiału o powierzchnię wewnętrzną bębna,
- toczenie (roll) - energia potencjalna cząstek jest wyższa niż siły między-cząsteczkowe, złoże osiąga tzw. kąt zsywu,

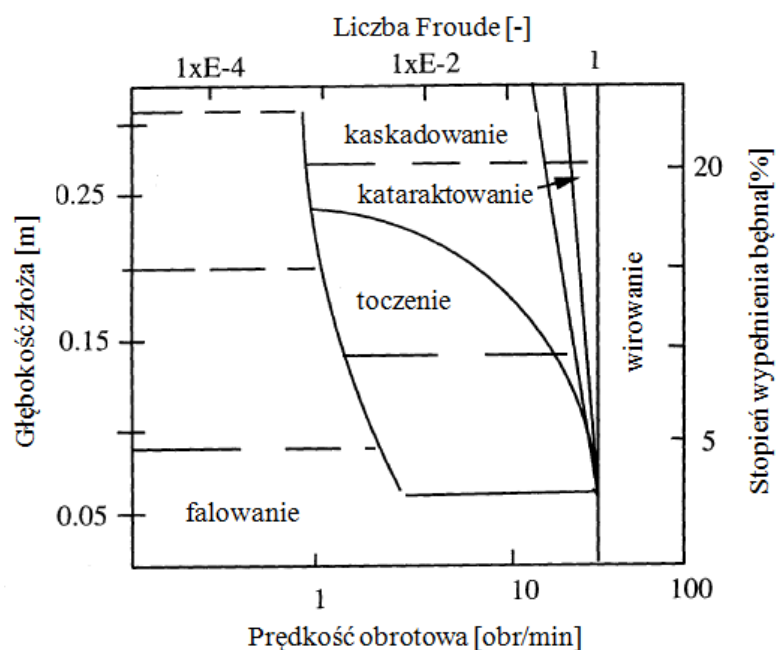


- kaskadowanie (cascading) - nadal złoże jest zwarte i przyjmuje wygląd fali, jednak zewnętrzna jego część ulega cyrkulacji,
- kataraktowanie (cataracting) - energia potencjalna cząstek jest na tyle duża żeby cząstki ulegały oderwaniu od złoża, a tym samym autonomicznie opadają,
- wirowanie (centrifuging) - siła odśrodkowa jest na tyle duża, że złoże przylega zwarciem do powierzchni wewnętrznej bębna, a tym samym wiruje wraz z nim.

Rugers w latach sześćdziesiątych podał wzór na jedną z liczb kryterialnych dla aparatów bębnowych - liczbę Frouda:

$$Fr = \frac{R \cdot \omega^2}{g} \quad (28)$$

Henein (1980) przedstawił wykres zależności stopnia wypełnienia bębna, prędkości obrotowej oraz liczny Frouda dla występowania stanów charakterystycznych (rys. 23).



Rys. 23. Zależność stopnia wypełnienia oraz liczby Frouda na stany charakterystyczne złoża, wg [Henein 1980]

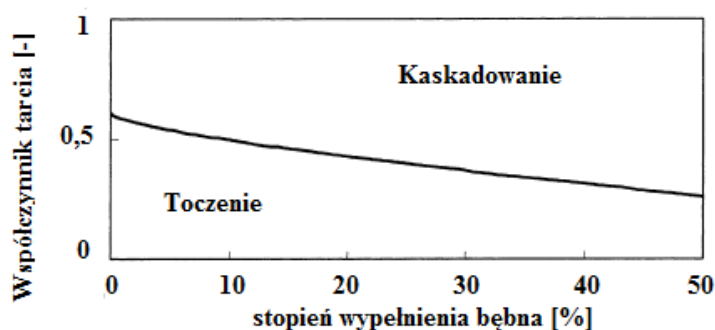
Mellman (2001) wyznaczył zakresy wartości liczby Frouda dla pięciu charakterystycznych stanów zachowania się złoża (tabela 1). Prędkość krytyczna występuje, gdy liczba ta jest równa jedności. Autor ten przyporządkował również określone procesy fizyczne dla stanów

charakterystycznych złoża oraz zaproponował optymalne wykorzystanie ich w procesach technologicznych.

Tabela 1. Zestawienie osiąganych wartości liczby Frouda oraz procesów fizycznych i technologicznych, w zależności od stanu złoża, wg [Mellmann 2001]

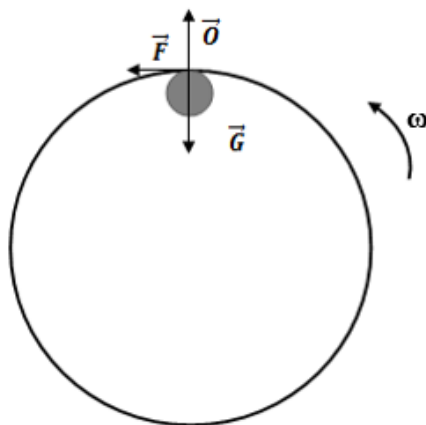
Zachowanie się złoża	Liczba Frouda	Procesy fizyczne	Optymalne zastosowanie dla urządzeń technologicznych
Falowanie	$0 < Fr < 10^{-4}$	poślizg	nie stosuje się
Toczenie	$10^{-4} < Fr < 10^{-2}$	mieszanie	suszarki, chłodnice, mieszalniki, reaktory i piece obrotowe
Kaskadowanie	$10^{-3} < Fr < 10^{-1}$		
Kataraktowanie	$0,1 < Fr < 1$	rozdrabnianie	młyny kulowe
Wirowanie	$Fr \geq 1$	wirowanie	nie stosuje się

Dodatkowo Mellman (2001) podjął próbę określenia momentu zmiany stanu zachowania się złoża z toczenia na kaskadowanie w zależności od stopnia wypełnienia bębna dla konkretnych wartości współczynników tarcia zewnętrznego złoża, a ścianką bębna (rys. 24).



Rys. 24. Zależność współczynnika tarcia zewnętrznego oraz stopnia wypełnienia bębna na zmianę stanu zachowania się złoża z procesu toczenia na kaskadowanie, wg [Mellman 2001]

Jednym z podstawowych wzorów opisujących zachowanie się złoza jest tzw. prędkość krytyczna. Określa on moment zrównania się siły odśrodkowej oraz siły przyciągania ziemskiego dla pojedynczej cząstki w obrotowym bębnie, w momencie pojawienia się jej pośrodku górnej krawędzi bębna (rys. 25). Wyznacza więc on moment na prędkość wirowania pierwszej cząstki i wyrażany jest w rad/s - wzór (29), lub w obr/min - wzór (30). [Nityanand i in. 1986]



Rys. 25. Zrównanie się sił w czasie wirowania cząstki w obrotowym bębnie

$$\omega_{kr} = \sqrt{\frac{g}{R}} \quad (29)$$

$$n_{kr} = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{g}{R}} = \frac{42.3}{\sqrt{D}} \quad (30)$$

Ottino i Khakhar (2002) wskazują na celowość dalszych badań nad aparatami bębnowymi. Podkreślili, iż ze względu na chaotyczność procesów w nich zachodzących, eksperymenty odgrywają ważną rolę w badaniach nad tego typu urządzeniami przemysłowymi. Według autorów równie ważny jest rozwój modelowania w tej dziedzinie nauki, jednakże ze względu na napotykaną trudności możliwe jest uzyskanie najlepszej zbieżności wyników dla stosunkowo najmniej złożonych procesów toczenia i falowania. Przedstawili oni również nowoczesne techniki pomiarowe, takich jak śledzenie ruchu cząstek, co w istotny sposób mogło pomóc w dalszym rozwoju badań nad aparatami bębnowymi. W kolejnych latach Ottino wraz z zespołem badawczym (Pohlman i in. 2006) zbadał wpływ współczynnika tarcia pomiędzy wypełnieniem, a wewnętrznymi ściankami bębna na procesy zachodzące w aparatach bębnowych. Potwierdzone zostało, iż na kąt zsypania materiału stanowiącego wypełnienie ma wpływ chropowatość powierzchni - wraz ze wzrostem współczynnika

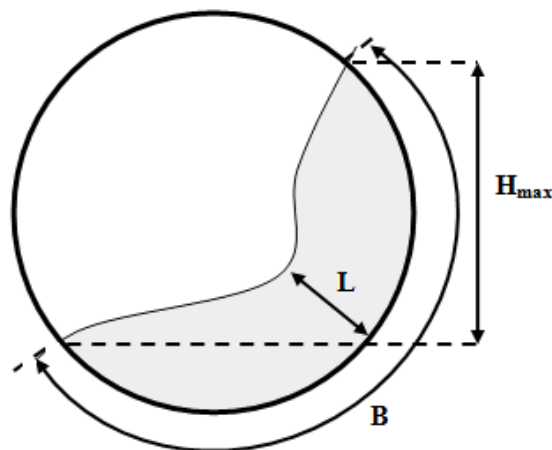
chropowatości wypełnienia, naturalny kąt zsypania wzrasta. Badania wykazały jednak, że kąt zsypania mieszaniny cząstek o różnej chropowatości powierzchni jest większy, niż dla złoża monodispersyjnego składającego się z cząstek o najwyższym współczynniku tarcia. Dodatkowo przebadali również wpływ średnicy cząstek złoża na kąt zsypania - był on wyższy dla cząstek o mniejszej średnicy. W kolejnych latach nadal skupiano znaczną uwagę na materiałach ziarnistych i ich dynamice w obrotowych bębnach.

Santomaso i in. (2003) przebadali wpływ wybranych parametrów na zachowanie się złoża w trakcie: toczenia, kaskadowania oraz kataraktowania. Badania eksperymentalne dotyczyły wpływu: stopnia wypełnienia bębna, średnicy cząstek oraz prędkości obrotowych bębna na maksymalną wysokość wyniesienia cząstek -  $H_{max}$ , długość łuku ścianki, z którą cząstki są w bezpośrednim kontakcie -  $B$  oraz wysokość całego złoża w centralnym jego punkcie -  $L$  (rys. 26). Na podstawie badań, zaproponowano wzory na zależności wybranych parametrów:

$$\left(\frac{H_{max}}{D}\right)\left(\frac{D}{d}\right)^{-0.12} Fr^{-0.06} \varphi^{-0.25} \left(\frac{\tan\Phi}{\tan\beta}\right)^{0.5} = 0,55 \pm 0,04 \quad (31)$$

$$\left(\frac{L}{D}\right)\left(\frac{D}{d}\right)^{-0.04} Fr^{0.1} \varphi^{-0.6} \left(\frac{\tan\Phi}{\tan\beta}\right)^{0.5} = 0,42 \pm 0,04 \quad (32)$$

$$\left(\frac{B}{D}\right)\left(\frac{D}{d}\right)^{-0.07} Fr^{-0.04} \varphi^{-0.25} \left(\frac{\tan\Phi}{\tan\beta}\right)^{0.5} = 1,45 \pm 0,15 \quad (33)$$



Rys. 26. Badane parametry geometryczne, wg [Santomaso i in. 2003]

Proces mieszania w czasie tzw. lawinowania według Metcalfe i in. (1995) zależy jest od wielu czynników i należy skupić uwagę właśnie na ten aspekt pracy aparatów bębnowych. Proces nazwany przez autorów lawinowaniem, odpowiada praktycznie stanowi charakterystycznemu jakim jest toczenie. Przeprowadzone przez nich badania wykazały znaczny wpływ stopnia

wypełnienia bębna na ww. proces. Zwiększanie ilości złoża wpływa niekorzystnie na proces mieszania i zostaje on praktycznie zatrzymany przy 50% stopniu wypełnienia aparatu.

Francuska grupa badawcza GDR MiDi (2004) podjęła próbę opisanie ruchu warstwy aktywnej złoża w obrotowych bębnach. Swoje analizy poparła własnymi badaniami oraz publikacjami innych autorów, tj: Orpe i Khakhar (2001), Bonamy i in. (2002) oraz Felix i in. (2002a). Zespół GDR MiDi (2004) zaproponował wzór na natężenie przepływu cząstek w górnej warstwie złoża – Q – wzór (34) oraz bezwymiarowy parametr natężenia przepływu – Q\* - wzór (35) dla 50% stopnia wypełnienia bębna.

$$Q = \frac{\omega \cdot D^2}{8} \quad (34)$$

$$Q^* = \frac{Q}{d \sqrt{d \cdot g}} \quad (35)$$

Chou i Lee (2009) na podstawie wcześniejszych badań literaturowych podkreślili, iż zachowanie się złoża w czasie toczenia oraz kaskadowania zależy od wielu parametrów takich jak: kształt cząstek złoża, właściwości fizyko-chemiczne złoża, stopień wypełnienia bębna oraz od jakości powierzchni i geometrii bębna. Autorzy ze względu na brak wcześniejszych, kompleksowych badań, biorących pod uwagę wszystkie wymienione przez nich parametry złoża oraz bębna, postanowili szerzej przebadać dane procesy. Chou i Lee (2009), zmodyfikowali wcześniej zaproponowane przez zespół GDR MiDi (2004) wzory biorąc pod uwagę dodatkowo kąt pomiędzy dolnym, a górnym punktem złoża -  $2\Omega$  (rys. 22):

$$Q_0 = \frac{\omega \cdot D^2}{8} \left(1 - \frac{\sin 2\Omega}{2\Omega}\right) \quad (36)$$

$$Q_0^* \cdot 2\Omega \frac{Q}{L \sqrt{d \cdot g}} = 0,841 \cdot Fr \sqrt{\frac{D}{d} \frac{1 - \frac{\sin 2\Omega}{2\Omega}}{1 - \cos \frac{2\Omega}{2}}} \quad (37)$$

Wyniki badań wskazują na wpływ: prędkości obrotowej bębna, kąta zsypu złoża, stopnia wypełnienia bębna, średnicy bębna oraz cząstek a także chropowatości ścianek wewnętrznych bębna na zachowanie się złoża. Według autorów dynamiczny kąt zsypu rośnie wraz ze wzrostem prędkości obrotowej, natomiast kształt zewnętrznej warstwy złoża może być linią prostą (dla procesu toczenia) oraz mieć kształt zbliżony do paraboli (dla procesu kaskadowania).

W kolejnych latach Lee i in. (2003) przebadali wpływ chropowatości ścianek wewnętrznych bębna na ruch złoża w czasie procesów: toczenia, kaskadowania oraz kataraktowania dla dwuskładnikowej mieszaniny kulistych materiałów ziarnistych. Badania wykazały wpływ chropowatości ścianki na prędkość cząstek przy ściankach bębna oraz wysokości wynoszenia złoża, tj.:

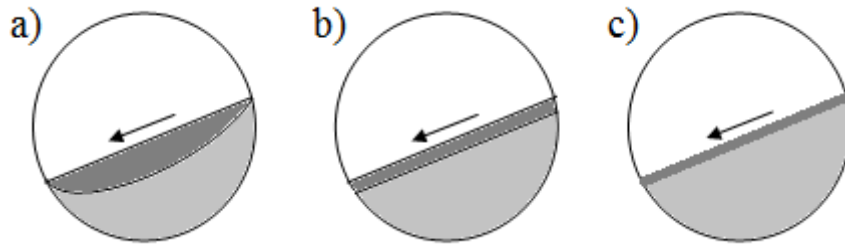
- prędkość cząstek dla ścianki gładkiej była wyższa niż w przypadku ścianki chropowatej,
- cząstki w bębnie o ścianie gładkiej były wynoszone na mniejszą wysokość, niż w przypadku chropowatej wykładziny, a różnica ta rosła wraz ze wzrostem prędkości obrotowych.

Alizadeh (2013) w swojej pracy wykazał, iż profile prędkości dla cząstek w całej objętości złoża w trakcie toczenia dla mono- i polidispersyjnego złoża były zbliżone. Segregacja osiowa podczas obrotów bębna wpłynęła na rozmieszczenie się cząstek w złożu. Cząstki o najmniejszej średnicy (3 mm) znajdowały się wewnątrz rdzenia, natomiast cząstki 5 i 6 mm cyrkulowały wokół nich. Co ciekawe cząstki o średnicy 4 mm były rozproszone w całej objętości złoża.

#### **3.4.2.1. Warstwa aktywna złoża**

Z punktu widzenia złożoności proces toczenia się cząstek po złożu jest najprostszym i najmniej chaotycznym z procesów zachodzących w złożu. Stan ten charakteryzuje podział złoża na dwie wyraźnie odgraniczone od siebie warstwy: aktywną i pasywną. Pierwsza z nich jest związana z toczeniem się cząstek po zwartym złożu, co wynika ze współczynnika tarcia danego materiału, druga natomiast z wynoszeniem cząstek przez ścianki bębna.

Kształt i wielkość warstwy aktywnej złoża w trakcie tego stanu charakterystycznego był obiektem badawczym wielu naukowców. Według Lehmborg i in. (1977) powierzchnia warstwy aktywnej jest zakrzywiona, a jej wysokość zależna jest od stopnia wypełnienia bębna (rys. 27a). Mu i Perlmutter (1980) opublikowali własne analizy, według których warstwa ta jest równoległa i przebiega symetrycznie do zewnętrznej warstwy złoża (rys. 27b). Ferron i Singh (1991) opisali natomiast warstwę aktywną jako szybko poruszającą się warstwę pojedynczych łańcuchów cząstek w górnej części złoża (rys. 27c).



Rys. 27. Schemat warstwy aktywnej w czasie procesu toczenia w aparacie bębnowym, wg [Puyvelde 1999]

Wiele badań eksperymentalnych nad warstwą aktywną dotyczyła nie tylko jej kształtu, ale również wpływu wybranych parametrów na jej głębokość.

Nakagawa i in. (1993) opublikowali badania, z których wynika, iż jej głębokość rośnie wraz ze wzrostem prędkości obrotowych bębna, a więc wartością liczby Frouda.

Yang i Farouk (1997) przedstawili model, w którym głębokość warstwy aktywnej wzrasta wraz ze spadkiem średnicy cząstek. Wyniki badań Henein i in. (1983) wykazały efekt odwrotny.

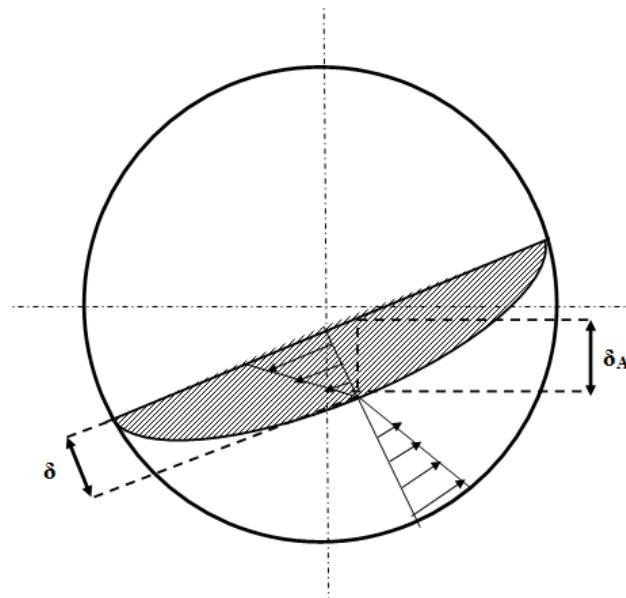
Orpe i Khakhar (2001) potwierdzili, iż głębokość warstwy aktywnej rośnie wraz ze wzrostem liczby Frouda. Dodatkowo wzrost warstwy aktywnej złoża zauważono również przy wzroście stosunku średnicy cząstek do promienia bębna -  $d/R$ , a więc zwiększania się średnicy cząstek, co potwierdza wcześniejsze publikacje Henein i in. (1983).

Felix i in. (2002b) opublikowali badania dotyczące głębokości warstwy aktywnej dla różnych średnic bębna oraz cząstek złoża. Autorzy wykazali, iż stosunek obu średnic jest istotnym parametrem dla procesu toczenia. Badania potwierdziły wcześniejsze ustalenia Nakagawy i in. (1993). Dodatkowo zbadany stosunek średnicy bębna do średnicy cząstek wykazał, że przy niskiej jego wartości (100) grubość warstwy aktywnej złoża jest praktycznie stała, natomiast dla wyższych wartości stosunku obu średnic grubość warstwy aktywnej rośnie wraz ze wzrostem prędkości obrotowej bębna.

Aissa i in. (2012) zbadali warstwę aktywną złoża poprzez śledzenie cząstek znacznikowych. Potwierdzili wcześniejsze ustalenia Yang i Farouk (1997), iż głębokości warstwy aktywnej złoża rośnie, podczas zwiększania prędkości obrotowej bębna oraz zmniejszenia średnicy cząstek. Dodatkowo określili, iż wraz ze wzrostem stopnia wypełnienia bębna badany parametr również ulegał zwiększeniu. Natomiast analiza trajektorii ruchu cząstek znacznikowych wykazała dwa możliwe schematy poruszania się cząstek w warstwie aktywnej złoża:

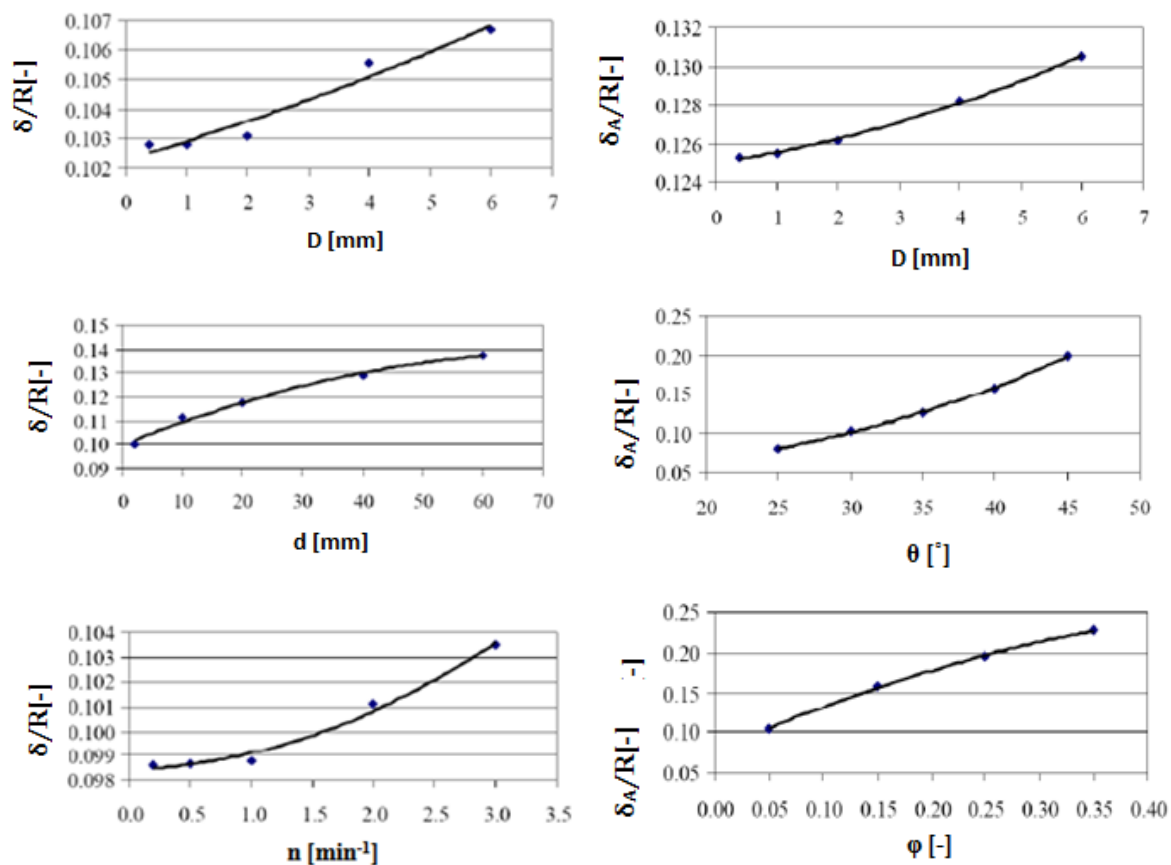
- początkowy ruch na zewnętrznej warstwie o krótkim dystansie,
- przemieszczenie się cząstki z wewnętrznej części warstwy aktywnej na zewnątrz i dłuższa droga w trakcie procesu toczenia.

Stanev i in. (2014) przedstawił wyniki swoich modeli matematycznych opisujących zależności parametrów, tj.: stopień wypełnienia bębna, prędkość obrotowa, naturalny kąt zsypania złoże, średnica cząstek złoże oraz średnica bębna na głębokość warstwy aktywnej złoże (rys. 28). Analiza wykazała, iż wraz ze wzrostem wyżej wymienionych parametrów stosunek grubości warstwy aktywnej -  $\delta$  i  $\delta_A$  do współczynnika korelacji -  $R$  również ulega zwiększeniu (rys. 29), ponieważ potwierdzając słuszność twierdzenia przedstawionego przez Henein i in. (1983).



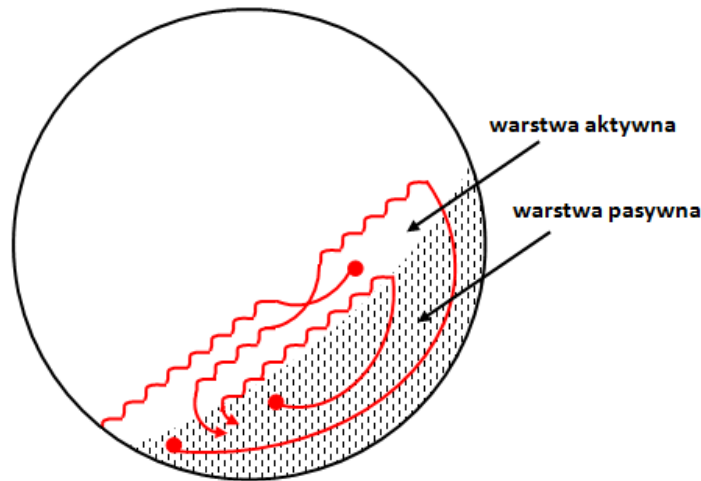
Rys. 28. Schemat głębokości warstwy aktywnej -  $\delta$  i  $\delta_A$ , wg [Stanev i in. 2014]





Rys. 29. Wpływ wybranych parametrów złoza oraz bębna na głębokość warstwy aktywnej, wg [Stanev i in. 2014]

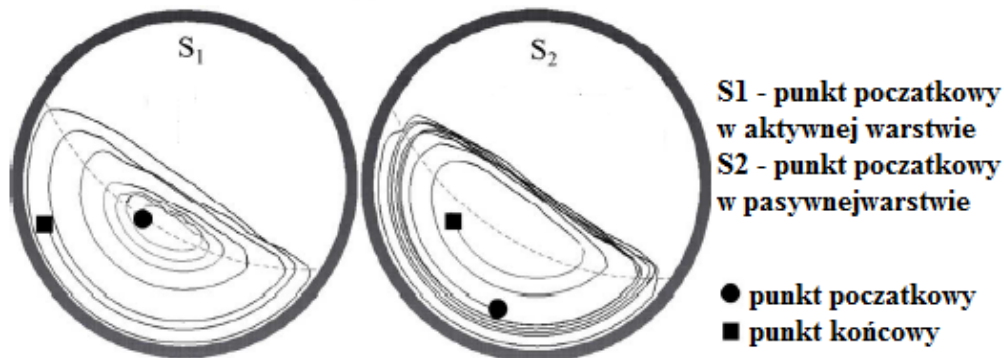
Boateng (1993) przedstawił schemat mieszania się cząstek w warstwie aktywnej złoza podczas toczenia, zgodnie z rys. (30). Określił on również stosunek głębokości warstwy aktywnej do jej długości jako mniejszy od 0,04. W kolejnych latach Boateng i Barr (1997) opublikowali wyniki analizy własnego modelu matematycznego, w których określony został wpływ średnicy bębna i jego prędkości obrotowej na szybkość z jaką poruszają się cząstki w warstwie aktywnej. Wraz ze wzrostem obu parametrów, prędkość cząstek w zewnętrznej warstwie złoza również ulegała zwiększeniu. Wyniki obliczeń zostały porównane z wynikami eksperymentalnymi i wykazały dobrą zgodność - błąd nie przekraczał 15%.



Rys. 30. Schemat mieszania się cząstek warstwy aktywnej, wg [Boateng 1993]

Podobne wyniki otrzymał Chen i in. (2016) na podstawie śledzenia cząstek podczas procesu toczenia (rys. 31). Ruch cząstek w obu warstwach jest inny, tj.:

- w warstwie pasywnej, cząstki wypychane są do góry, ku zewnętrznej warstwie;
- w aktywnej warstwie poruszają się w dół z wieloma kolizjami pomiędzy poruszającymi się w niej cząstkami.



Rys. 31. Trajektorie ruchu cząstek w warstwie aktywnej i pasywnej w trakcie toczenia złoza, wg [Chen i in. 2016]

Khakhar i in. (2001) zaproponowali wzór na głębokość warstwy aktywnej złoza - wzór (38) oraz średnią prędkość poruszania się w niej cząstek - wzór (39), gdzie:  $\dot{m}$  - przepływ masy,  $\dot{\gamma}$  - szybkość ścinania - wzór (40),  $T$  - szerokość bębna,  $\rho$  - gęstość złoza.

$$\delta = \left[ \frac{2 \cdot \dot{m}}{T \cdot \rho \cdot \dot{\gamma}} \right]^{0.5} \quad (38)$$

$$u_{cz} = \frac{\dot{\gamma} \cdot \delta}{2} \quad (39)$$

Szybkość ścinania można określić ze wzoru (40), przy czym dla cząstek znajdującym się w centralnym punkcie warstwy aktywnej złoża (rys. 32) można wyliczyć ze wzoru (41).

$$\dot{\gamma} = \left[ \frac{g \cdot \cos \beta \cdot \sin(\beta_d - \beta_s)}{c \cdot d \cdot \cos \beta_s \cdot \cos \beta_d} \right]^{0.5} \quad (40)$$

$$\dot{\gamma} = \left[ \frac{g \cdot \sin(\beta_d - \beta)}{c \cdot d \cdot \cos \beta \cdot \cos \beta_d} \right]^{0.5} \quad (41)$$

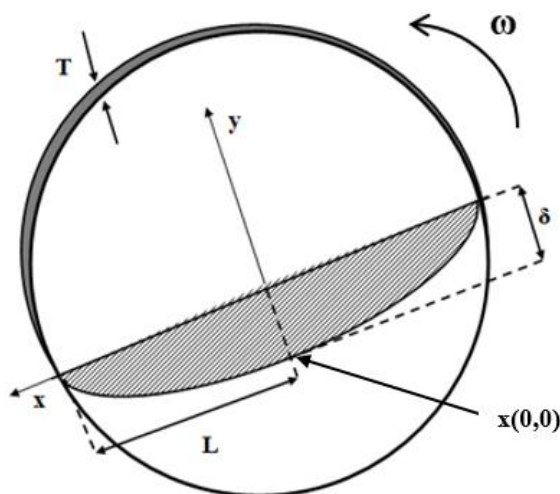
Według Pohlman i in. (2006) wzór (40) opiera się o empiryczne wyznaczenie wartości dla  $c$  - współczynnika uporządkowania cząstek w złożu, co może wprowadzić błąd do obliczeń. Dodatkowo autor podkreśla, iż dany wzór wskazuje na proporcjonalność szybkości ścinania -  $\dot{\gamma}$ , do średnicy cząstek -  $d^{-0.5}$ , co według autora jest zbyt wczesnie wyciągniętym wnioskiem.

Jain i in. (2002) także przedstawili wzór na średnią prędkość cząstek w warstwie aktywnej złoża, zgodnie ze wzorem:

$$u_{cz} = \frac{\omega \cdot L}{2 \cdot \delta} \quad (42)$$

Powyższe wzory, zostały przedstawione dla warstwy aktywnej złoża w czasie toczenia, zgodnie ze schematem na rys. 32:

- $T$  – szerokość bębna,
- $\delta$  – głębokość warstwy aktywnej,
- $L$  – odległość od środka powierzchni złoża
- $x(0,0)$  – środkowy punkt warstwy aktywnej.



Rys. 32. Schemat warstwy aktywnej złoża wg [Jain i in. 2002, 2004]

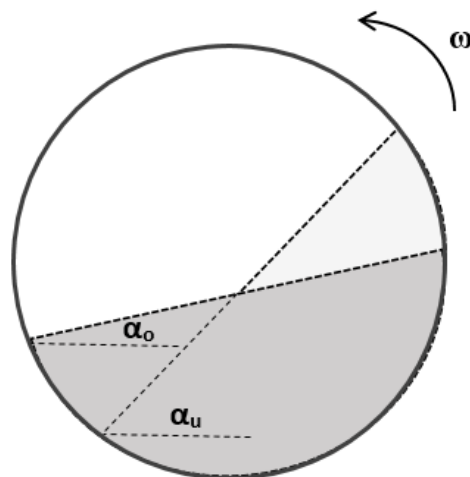
Prędkość cząstek zmienia się nie tylko wraz z głębokością warstwy aktywnej -  $\delta$ , ale również z odległością od środka złoza -  $L$ . Zgodnie z wynikami badań eksperymentalnych Courrech du Pont i in. (2005) prędkość poruszania się cząstek znajdujących się przy ścianie bębna jest mniejsza o 20%-30%. Natomiast wg Orphe i Khakhar (2012) różnica ta może sięgać nawet 50%. Wpływ na tak znaczący spadek prędkości poruszania się cząstek ma tarcie pomiędzy ścianką, a złożem.

### 3.4.2.2. Kąty podczas falowania i toczenia się złoza

Ze względu na opis procesów zachowania się złoza, istotne są badania nad kątami związanym z ruchem złoza w czasie falowania, toczenia i kaskadowania złoza.

Jak już wcześniej wspomniano w trakcie falowania złoże ulega uniesieniu i opadaniu bez jakiegokolwiek wzajemnego przemieszczania się cząstek. Ruch ten jest, więc niepożądany dla wszystkich procesów, jakie mogą zachodzić w aparatach bębnowych. Jednak badania nad danym stanem zachowania się złoza są pomocne w opisie parametrów i dalszych badań nad ruchem wypełnienia aparatów bębnowych.

W trakcie unoszenia i opadania złoza można wyróżnić dwa różne od siebie kąty, powstałe pomiędzy zewnętrzną warstwą złoza, a płaszczyzną poziomą (rys. 33).



Rys. 33. Kąt uniesienia oraz opadania złoza w trakcie falowania: a) złoże osiąga najwyższy punkt wyniesienia –  $\alpha_u$ , b) złoże osiąga najniższy punkt położenia –  $\alpha_o$ , wg [Liu i in. 2005]

Henein i in. (1983) podczas badań eksperymentalnych wykazał, iż różnica pomiędzy kątami uniesienia i opadania w czasie falowania wynosi od 2° do 7°, a ich średnia wartość wynosi (Spurling 2000, Liu i in. 2006, Mellman i in. 2004):

$$\Delta\alpha = \frac{\alpha_u + \alpha_o}{2} \quad (43)$$

Henein i in. (1983) zaobserwował również, iż maksymalny kąt uniesienia złoża nie przekraczał wartości kąta naturalnego zsypu o 3°. Ze względu na trudności w pomiarze wartości obu kątów oraz wyniki badań eksperymentalnych potwierdzających zbliżoną wartość kąta uniesienia do statycznego kąta zsypu w praktyce do określenia zachowania się złoża materiałów samozsypujących stosuje się kąt naturalnego zsypu.

Liu i in. (2005) przeprowadzili badania eksperymentalne nad wpływem wybranych parametrów na kąty uniesienia i opadania złoża, tj.:

- prędkości obrotowej bębna - wraz ze zwiększaniem się danego parametru kąty zsypu i uniesieni mają tę samą wartość lub ulegają nieznacznemu zwiększeniu;
- stosunku średnicy cząstek do średnicy bębna - wraz ze wzrostem danego parametru oba kąty ulegają niewielkiemu zwiększeniu, jednak różnica pomiędzy nimi pozostaje stała;
- korelacja pomiędzy kątem uniesienia, a opadania złoża w czasie falowania (dla  $\alpha_u > 25^\circ$ ):

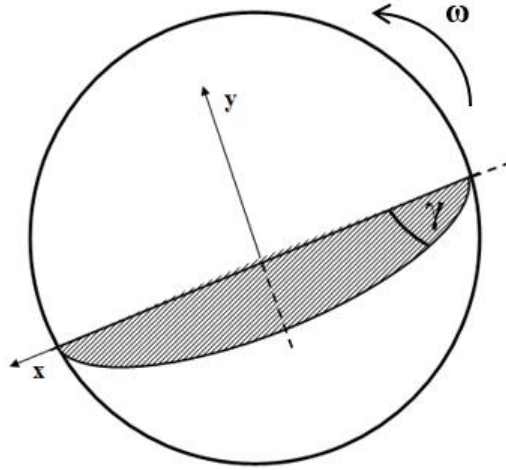
$$\alpha_o = 0,65\alpha_u + 8,75^\circ \quad (44)$$

Kąt nachylenia warstwy aktywnej względem granicy (rys. 34) można wyznaczyć wg Liu i in. (2006) oraz Mellman i in. (2004) poprzez poniższą zależność:

$$\gamma = 0,32 \cdot \Delta\alpha(1 + \varphi) + 1800 \cdot Fr \sqrt{\frac{d}{D}} \quad (45)$$

Zgodnie z Liu i in. (2006) istnieje zależność pomiędzy zewnętrznym współczynnikiem tarcia złoża, a kątami w czasie toczenia:

$$\mu_w = \frac{\tan\gamma + \tan\Delta\alpha}{1 - (\tan\gamma \cdot \tan\Delta\alpha)} \quad (46)$$



Rys. 34. Kąt nachylenia warstwy aktywnej złoża -  $\gamma$ , wg [Khazaei i Ghanbari 2010]

### **3.4. ROZWÓJ TECHNIKI OBRAZOWANIA I MODELOWANIA DYNAMIKI ZŁOŻA**

Dotychczasowe badania opierały się zasadniczo jedynie w oparciu o wzrokową ocenę pracy aparatu lub rejestrowanych obrazów lub bezpośrednio poruszającego się bębna. Pionierem w użyciu kamery do badania nad ruchem cząstek był Clement i in. (1995). Podjęli oni próbę śledzenia pojedynczej cząstki. Badania wykazały chaotyczne poruszanie się cząstki znacznikowej w złożu monodispersyjnym.

Kolejnym krokiem w rozwoju nieinwazyjnych metod określenia dynamiki złoża w aparacie bębnowym były badania Puyvelde i in. (1999). Zaproponowali nową technikę obrazowania zachowania się złoża, poprzez zastosowanie kamery, która rejestrowała obrazy w ustalonych odstępach czasu. Następnie obrazy były skanowane do komputera, a następnie w postaci map bitowych poddawane analizie odcieni szarości w autorskim programie. Badania te miały na celu określenie szybkości mieszania się cząstek ziarnistych w aparacie bębnowym przy niskich prędkościach obrotowych.

Wraz z rozwojem technologii zaczęto używać odpowiedniego oprogramowania do śledzenia dynamiki złoża, m.in.:

- metody MRI (z ang. Magnetic Resonance Imaging) - obrazowanie poprzez zastosowanie rezonansu magnetycznego [Nakagawa i in. 1993]
- metody PEPT (z ang. Positron Emission Particle Tracking) - technika obrazowania pozytonową tomografią emisyjną [Parker i in. 1997, Laurent i in. 2000, Ding i in. 2002]
- sondy światłowodowej [Boateng, Barr 1997]
- metody PTV (z ang. Particle Tracking Velocimetry) - śledzenie ruchu cząstek [Helminiak 2014, Lee i in. 2003]
- metody PIV (z ang. Particle Image Velocimetry) – cyfrowa anemometria obrazowa [Jain i in. 2001]

W czasach rozwoju technologii komputerowej naturalnym etapem w badaniach nad aparatami bębnowymi są próby zastosowanie modelowania numerycznego. Według Hogue i Newland (1994) ruch złoża w aparatach bębnowych może być modelowany poprzez metodę:

- DEM (z ang. Discrete Element Methods) - Metoda Elementów Dyskretnych,
- CMM (z ang. Continuum Mechanics Method) - Metod Ośrodków Ciągłych.

Jednym z pierwszych prób określenia ruchu złoża za pomocą metod modelowania były zaproponowane przez Metcalfe i in. (1995) modele matematyczne. Analiza porównawcza badań eksperymentalnych i obliczeniowych wykazała rozbieżność czasu trwania procesu mieszania – w przypadku badań eksperymentalnych był on dłuższy niż dla zamodelowanego procesu.

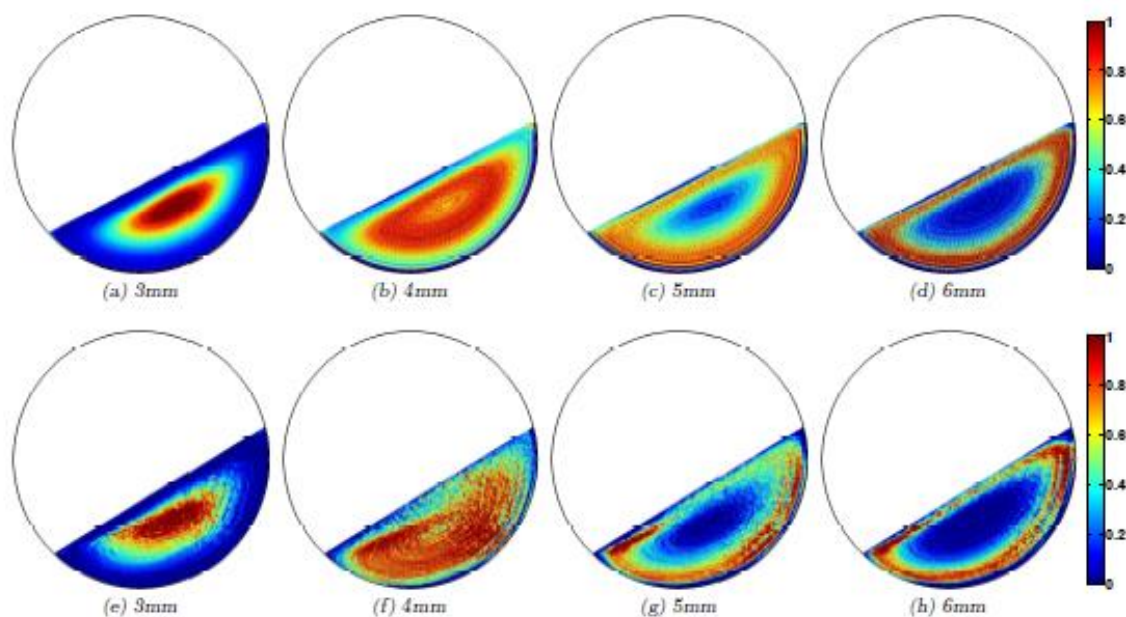
Yamane i in. (1998) porównali wyniki otrzymane poprzez metodę DEM oraz eksperymentalną Nakagawa (1993). Otrzymali dobrą zbieżność, co do wartości dynamicznego kąta zsyphu w zależności od prędkości obrotowej bębna. Jednakże błąd w przypadku głębokości warstwy aktywnej złoża sięgał nawet 21%. Rozbieżności zanotowano również w przypadku kształtu warstwy aktywnej, która dla symulacji była zbliżona do linii prostej, natomiast wyniki eksperymentalne wykazały jej krzywoliniowość.

Pionierami w dziedzinie DEM był Puyvelde i in. (1999). Ich symulacje skupiały się na procesie toczenia, który ze względu na swój charakter jest najprostszy do obliczenia, a tym samym do modelowania stanem zachowania się złoża. Heydenrych i in. (2001) zamodelowali proces toczenia się cząstek na podstawie trajektorii ruchu złoża wyznaczonych w badaniach eksperymentalnych. Przedstawione przez nich wyniki eksperymentalne oraz obliczeniowe były do siebie zbliżone - różnice nie przekraczały 15%.

Pandey i in. (2006) przedstawił wyniki analizy porównawczej badań eksperymentalnych oraz symulacji DEM dla kaskadowania. Zmierzona prędkość cząstek w warstwie aktywnej złoża była wyższa niż uzyskana z symulacji od 21% do 25%. Rozbieżność ta według autorów może być spowodowana czynnikiem kształtu. Stwierdzono jednak, że wraz ze wzrostem prędkości obrotowej bębna oraz jego wypełnienia prędkość poruszania się cząstek w górnej warstwie złoża rośnie.

Alizadeh (2013) w swojej pracy doktorskiej porównuje wyniki eksperymentalne oraz symulacji DEM dla procesu toczenia. Wykazuje on niewielkie różnice, co do profilów prędkości cząstek na całej objętości - zgodność wyższa niż 85%. Głębokość warstwy aktywnej w obu przypadkach jest zbliżona - ok 48% wysokości złoża. W obu przypadkach rozmieszczenie cząstek w złożu zależne jest od średnicy cząstek (mniejsze wewnątrz, a większe na zewnątrz rdzenia). Na rys. 35 przedstawiono wyniki symulacji prawdopodobieństwa wystąpienia cząstek o różnej średnicy w objętości złoża.





Rys. 35. Prawdopodobieństwo rozmieszczenie cząstek w złożu polidispersyjnym: u góry wyniki symulacji dla prędkości obrotowej równej 5,4 obr/min, u dołu dla 11,6 obr/min [Alizadeh i in. 2013]

Norouzi i in. (2015) przedstawił wyniki własnych symulacji w porównaniu z wynikami eksperymentalnymi innych autorów. Obliczenia przeprowadzono dla aktywnej warstwy złoża w czasie toczenia oraz kaskadowania. Analiza wykazała wysoki stopień zbieżności badań:

- 8% błąd w stosunku do obliczeń zgodnych ze wzorem na głębokość warstwy aktywnej zaproponowanym przez Orpe i Khakhar (2001),
- 10% błąd prędkości poruszania się cząstek w górnej warstwie aktywnej, w porównaniu do wyników eksperymentalnych Pandey i in. (2006), Dubé i in. (2013), Alizadeh i in. (2013).

Chen i in. (2016) zamodelowali ruch złoża w aparacie bębnowym dla procesu toczenia. Wypełnienie stanowiła mieszanina dwóch materiałów, których stosunek gęstości nasypowej był różny - od 1 do 5. Analizie poddano wyniki badań dla trzech wielkości średnicy bębna oraz trzech stosunków objętościowych obu materiałów (1-3).

### **3.5. PODSUMOWANIE PRZEGLĄDU LITERATURY**

Aparaty bębnowe są szeroko stosowanymi urządzeniami w wielu gałęziach przemysłu. Prostota budowy oraz sposobu działania wpływa na ich powszechne stosowanie w wielu procesach, tj.: mieszanie, rozdrabnianie, przesiewanie, suszenie oraz granulacja. Optymalny ruch złoża dla ww. procesów jest specyficzny, co powoduje konieczność poznania parametrów związanych z mechaniką ruchu złoża.

Jak można zauważyć symulacja jest możliwa, ale dotyczy praktycznie procesu toczenia lub kaskadowania złoża - dla niskich prędkości obrotowych bębna. Podczas obu stanów złoże jest zwarte, a tym samym można określić trajektorię ruchu cząstek. Dużo trudniejszym procesem do modelowania jest kataraktowanie złoża. Ze względu na autonomiczny ruch cząstek mogą one ulegać wzajemnym zderzeniom, a tym samym zmieniać kierunek opadania. Z tego też względu badania eksperymentalne w tej dziedzinie są wciąż aktualne i powinny stanowić podstawę do dalszych prób modelowania procesów zachodzących w aparatach bębnowych.

Przez wiele lat aparaty bębnowe były poddawane badaniom, jednak jak podkreśla wielu autorów, szerokie spektrum możliwych parametrów wpływających na procesy w nich zachodzące ciągle wpływa na brak jednoznacznych wniosków. Często publikowane wyniki są wzajemnie sprzeczne, co wiąże się z dużą różnorodnością stosowanych materiałów oraz szerokim zakresem możliwych zmian innych parametrów procesowych. Jak więc można zauważyć badania nad aparatami bębnowymi wciąż cieszą się dużym zainteresowaniem, co jest niezbędne aby optymalizować i w pełni zrozumieć procesy w nich zachodzące.

Można wyznaczyć kilka głównych nurtów badawczych związanych z aparatami bębnowymi, tj.:

- stany charakterystyczne złoża oraz zakresy ich występowania,
- warstwa aktywna złoża,
- modyfikacji bębnow, poprzez zastosowanie elementów zaburzających lub zmianę ich geometrii,
- modelowanie procesów zachodzących w aparatach bębnowych.

W ostatnich latach do badań nad aparatami bębnowymi zaczęto stosować nowoczesne, bezinwazyjne metody pomiarowe, dzięki czemu zwiększa się precyzja prowadzonych badań.

#### 4. CEL PRACY

Podczas studiów literaturowych oraz badań wstępnych zauważono, iż wartości prędkości granicznych zależą nie tylko od średnicy i stopnia wypełnienia bębna, ale również od średnicy cząstek oraz współczynnika tarcia wewnętrznego złoża. W pracy skupiono się, więc na określeniu wpływu parametrów zarówno poddanych wcześniejszej analizie przez innych autorów oraz innych, które mają znaczący wpływ na zachowanie się złoża.

Celem pracy jest:

- opracowanie metodyki badań pola prędkości cząstek w ruchomym złożu w aparacie bębnowym poprzez zastosowanie metody wizualizacji i analizy PIV;
- wyznaczenie rozkładu pól prędkości, trajektorii ruchu cząstek oraz zwymiarowanie stref charakterystycznych w różnych stanach złoża;
- określenie zachowania się złoża monodispersyjnego dla istotnych jego parametrów w ustalonych warunkach pracy aparatów bębnowych.

Praca ma w dużym stopniu także charakter systematyzujący i porządkuje dotychczasową wiedzę, dlatego odstąpiono od stawiania hipotezy.

Zakres pracy obejmuje:

- projekt i budowę stanowiska badawczego,
- wdrożenie metod wizualizacji ruchu złoża monodispersyjnego w aparatach bębnowych,
- rejestrację zachowania się wypełnienia dla zmiennych parametrów złoża oraz obrotowego bębna,
- przetworzenie zarejestrowanych obrazów w programie DPIV oraz Dynamic Studio,
- analizę otrzymanych wyników,
- określenie prędkości charakterystycznych dla obrotowych bębnow,
- wyznaczenie stref charakterystycznych złoża,
- modyfikację wzorów na prędkości charakterystyczne aparatów bębnowych.

## **5. CZĘŚĆ BADAWCZA**

Badania prowadzono na specjalnie w tym celu zaprojektowanym i wykonanym stanowisku badawczym, które mieści się w Laboratorium Badań Wielofazowych i Analizy Obrazu Katedry Inżynierii Środowiska na Wydziale Mechanicznym Politechniki Opolskiej.

### **5.1. STANOWISKO BADAWCZE**

Głównym elementem stanowiska badawczego jest obrotowy bęben o zmiennej średnicy - od 300 do 700 mm, co 100 mm i o stałej jego grubości - 30 mm. Bęben wykonany został z transparentnego materiału - pleksiglasu, dzięki czemu możliwa była obserwacja oraz rejestracja zachowania się złożeń w czasie obrotów aparatu. Grubość ścian bębna wynosi dla przedniej i tylnej ścianki 10 mm i bocznej 4 mm. W celu odpowiedniej wizualizacji wypełnienia tylna część bębna pokryta została czarną emalią oraz zastosowano odpowiednie oświetlenie w postaci trzech reflektorów halogenowych (model NXS 207 i 206) o łącznej maksymalnej mocy światła 1500 W. Bęben osadzony był na wale obracającym się dzięki zastosowanemu silnikowi indukcyjnemu, jednofazowemu - firmy Kacperk o mocy 250 W i maksymalnej prędkości obrotowej 1340 obr/min poprzez przekładnię pasową o przełożeniu 1:10. Prędkość obrotowa bębna określana była przy użyciu tachometru optycznego Beta 1760/TC2 z dokładnością pomiaru do 0,5 obr/min i regulowana płynnie poprzez falownik jednofazowy 50/60 Hz, firmy LS IS model SV004iC5-1F. Rzeczywisty widok stanowiska badawczego został przedstawiony na rys. 36.



*Rys. 36. Widok: a) bębna od frontu, b) bębna wraz z urządzeniami napędzającymi oraz pomiarowymi od góry, c) stanowiska od frontu*

W celu sprawdzenia możliwości oraz zakresu wykonania badań na danym stanowisku przeprowadzono wstępne próby. Dzięki czemu określono zakres stopnia wypełnienia bębna oraz zakresy prędkości obrotowych bębna. W kolejnym etapie dokonano również analizy rejestrowanych obrazów, a tym samym wymaganej częstotliwości oraz długości czasu rejestracji dla jednego pomiaru.

Zgodnie z danymi literaturowymi przy stopniu wypełnienia bębna mniejszym niż 14% zachodził jedynie proces falowania (Mellman 2001), co potwierdzono również w trakcie badań wstępnych. Ze względu na nieefektywność danego stanu złoża w procesach przemysłowych minimalny stopień wypełnienia bębna określono, więc jako 15%. Górna granica stopnia wypełnienia bębna - 35%, została ustalona na podstawie danych literaturowych dla parametrów stosowanych w przemyśle, a także ograniczenie możliwości uruchomienia bębna ze względu na nie zrównoważoną masę wypełnienia. Wykonano wstępne badania dla wyższych stopni wypełnienia bębna, jednak ze względu na masę materiału stanowiącego wypełnienie ruch obrotowy bębna był niejednostajny, a bęben podlegał skokowym obrotom na wale. Tym samym charakter ruchu złoża nie był jednostajny, a tym samym nie mógł być określony z odpowiednią dokładnością.

Zakres prędkości obrotowych ze względu na moment wirowania całego złoza, po którym ruch wypełnienia nie ulegał zmianie, został wyznaczony jako od 0 obr/min do 120 obr/min, przy pomiarach co 2 obr/min.

Do rejestracji zachowania się wypełnienia zastosowano szybkoklatkową, monochromatyczną kamerę CMOS HCC-1000 (1024MB) firmy VDS Vosskühler GmbH, której parametry przedstawiono w tabeli 2, wraz z odpowiednio wyposażonym stanowiskiem komputerowym - laptop firmy HP Latitude E5500. Do dalszej analizy zachowania się złoza wykorzystano program do cyfrowej anemometrii obrazów - DPIV.

Tabela 2. Zestawienie parametrów kamery oraz obiektywu zastosowanego w badaniach

Kamera	
Producent	VDS Vosskühler GmbH
Model	HCC – 1000
Typ	monochromatyczna CMOS
seria nr	23
maksymalna częstotliwość rejestracji obrazów	1850 fps
maksymalna rozdzielczość obrazu	1024 × 1024
Zasilanie	12V + 5% /0.5 A/DC
Obiektyw	
Producent	Schneider Kreuznach Xenon
Ogniskowa	25 mm
Wartość maksymalnego otwarcia przesłony f-stop	1:0.95 – 11.8

## 5.2. MATERIAŁ BADAWCZY

Badania przeprowadzono dla siedmiu rodzajów materiałów ziarnistych, zarówno naturalnego jak i antropologicznego czy antropogenicznego pochodzenia, tj.: tworzywa sztuczne, szkło, a także ziarna grochu oraz peluszki.

Parametry fizyko-chemiczne szklanego wypełnienia - materiału E, F, G i H, przedstawiono w tabeli 3, zgodnie z parametrami podanymi przez ich producenta – Interchemia.

Wybrane parametry materiałów badawczych, stanowiących wypełnienie aparatu bębnowego zestawiono w tabeli 4.

Średnica cząstek złoża wynosiła od 2 do 8 mm i została wyznaczona jako średnica zastępcza z 500 zbadanych cząstek danego materiału. Dla materiałów sztucznych oraz szkła rozrzut był niewielki i odchylenie wynosiło  $\pm 0,02$  mm, dla ziarna grochu  $\pm 0,5$  mm, natomiast dla peluszki  $\pm 0,6$  mm.

Kąt naturalnego zsypu został zmierzony poprzez wyznaczenie momentu początku toczenia się materiału w obrotowym bębnie. Dodatkowo zbadano tzw. dynamiczny kat zsypu w czasie toczenia i kaskadowania złoża, przy prędkości 1, 5 i 10 obr/min (rys. 37).

Współczynnik tarcia wewnętrznego materiału, został obliczony jako tangens naturalnego kąta zsypu - zgodnie ze wzorem (10).

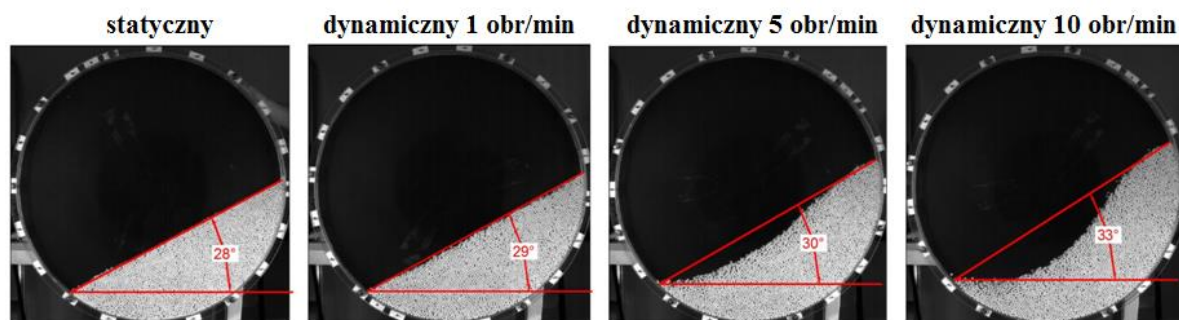
Tabela 3. Zestawienie parametrów fizyko-chemicznych dla kulek szklanych, wg Interchemia

ciężar właściwy	2500 kg/m <sup>3</sup>
twardość wg Mohsa	$\geq 6$
współczynnik kulistości	$\geq 95\%$
sposób produkcji	Prasowanie
skład chemiczny:	SiO <sub>2</sub> 66,7 % Na <sub>2</sub> O 14,0 % CaO 7,6 % B <sub>2</sub> O <sub>3</sub> 2,9 % PbO < 0,01 % B <sub>2</sub> O <sub>3</sub> 2,9 %

Tabela 4. Zestawienie parametrów materiałów badawczych

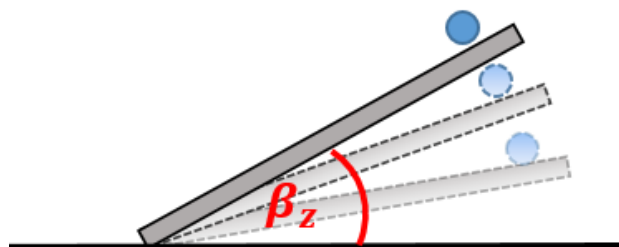
Symbol	Widok	Materiał	Średnica [mm]	Gęstość nasypowa [kg/m <sup>3</sup> ]
A		Ziarno peluszeki	6	790
B		Ziarno grochu	7	760
C		Tworzywo sztuczne	6	1300
D		Tworzywo sztuczne	6	1400
E		Szkło	8	1480
F		Szkło	6	1480
G		Szkło	4	1500
H		Szkło	2	1500





Rys. 37. Wyznaczenie kąta zsypu: statycznego (naturalnego) oraz dynamicznego w czasie toczenia i kaskadowania złoża, materiał C,  $D = 700 \text{ mm}$ ,  $\varphi = 25\%$

Kąt tarcia zewnętrznego materiału stanowiącego wypełnienie o materiał z którego zbudowane są ścianki wewnętrzne bębna, został określony zgodnie ze schematem, jak na rys. 38.



Rys. 38. Schemat określania kąta zsypu, określający współczynnik tarcia zewnętrznego pomiędzy wypełnieniem, a materiałem z którego zbudowane są wewnętrzne ścianki aparatu bębnowego

Zgodnie z poniższym wzorem wyznaczono statyczny współczynnik tarcia pomiędzy wypełnieniem, a wewnętrznymi ściankami aparatu bębnowego, który określa się jako tangens kąta tarcia zewnętrznego:

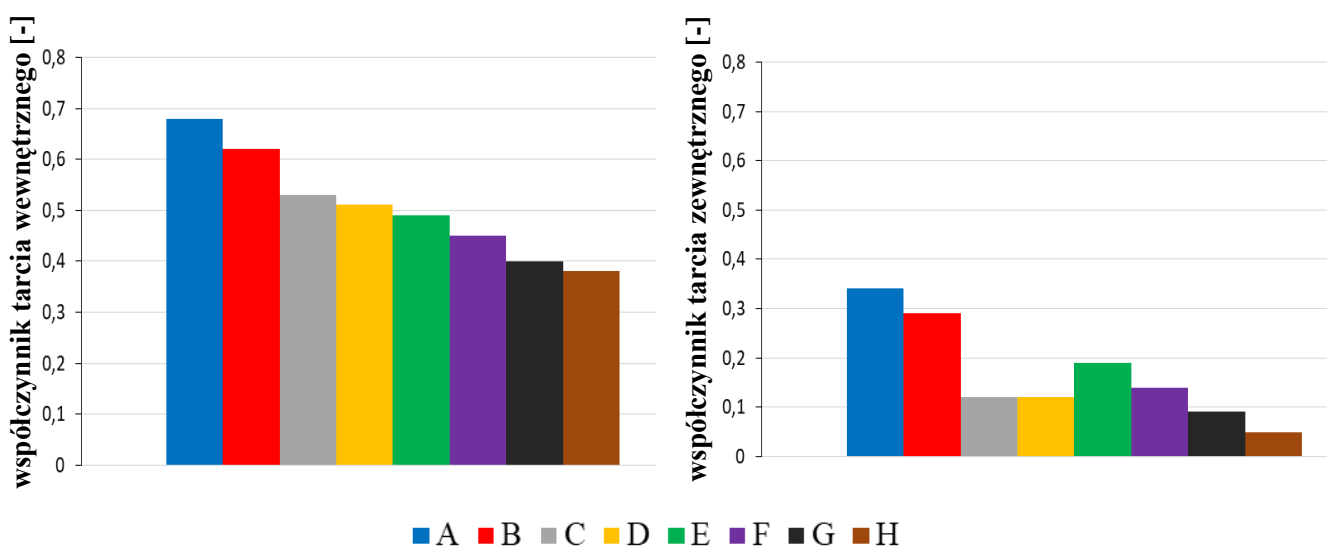
$$\mu_z = \text{tg}\beta_z \quad (47)$$

W tabeli 5 zestawiono wyznaczone kąty zsypu oraz obliczone ze wzoru (47) współczynniki tarcia zewnętrznego oraz ze wzoru (10) wewnętrznego dla wszystkich materiałów badanych. Współczynnik tarcia zewnętrznego odnosił się do podstawowego materiały bębna jakim był plexiglas.

Tabela 5. Dynamiczny i statyczny kąt zsypania oraz współczynnika tarcia wewnętrznego oraz zewnętrznego materiałów badawczych

Symbol materiału	Kąt naturalnego zsypania – statyczny 0 obr/min $\beta$ [°]	Dynamiczny kąt zsypania 1 obr/min [°]	Dynamiczny kąt zsypania 5 obr/min [°]	Dynamiczny kąt zsypania 10 obr/min [°]	Współczynnik tarcia wewnętrznego materiału $\mu_w$ [-]	Kąt tarcia zewnętrznego pomiędzy złożem, a ściankami bębna $\beta_z$ [°]	Współczynnik tarcia zewnętrznego pomiędzy złożem, a ścianki bębna $\mu_z$ [-]
A	34	35	37	40	0,68	19	0,34
B	32	33	36	40	0,62	16	0,29
C	28	29	30	33	0,53	7	0,12
D	27	30	34	36	0,51	7	0,12
E	26	30	31	33	0,49	11	0,19
F	24	27	28	32	0,45	8	0,14
G	22	26	27	29	0,40	5	0,09
H	21	27	28	32	0,38	3	0,05

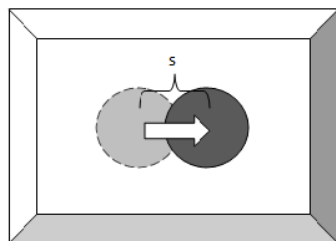
Na rys. 39 zestawiono współczynniki tarcia wewnętrznego  $\mu_w$  zbadanych materiałów stanowiących wypełnienie oraz współczynniki tarcia zewnętrznego  $\mu_z$  pomiędzy cząstkami złoża, a wewnętrznymi ściankami bębna wykonanego z plexiglasu. Dla materiałów o wyższym współczynniku tarcia wewnętrznego, współczynnik tarcia zewnętrznego również był wyższy. Jedynie w przypadku materiału C i D (wykonanych z tworzywa sztucznego) zauważyć można znaczny spadek w wartości  $\mu_w$  w stosunku do innych materiałów. Wartości obu współczynników były najwyższe dla materiałów pochodzenia naturalnego – materiał A i B, natomiast najniższe dla szklanych, sferycznych cząstek wykonanych ze szkła o najmniejszej średnicy 2 mm – materiał H.



Rys. 39. Współczynnik tarcia wewnętrznego materiału oraz współczynnik tarcia zewnętrznego pomiędzy cząstkami złoża, a wewnętrzną, gładką ścianką bębna

### 5.3. METODYKA BADAŃ

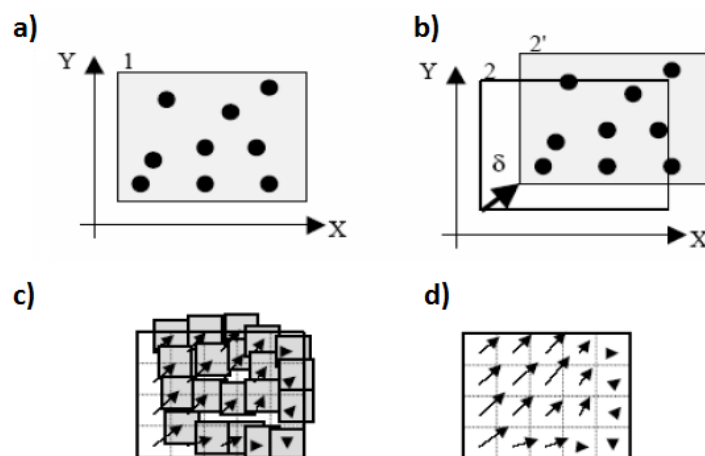
W procesie obróbki zarejestrowanych map bitowych zastosowano w badaniach metodę PIV - z ang. *Particle Image Velocimetry*. Programy do cyfrowej anemometrii obrazowej określają zmianę położenia cząstek znacznikowych na kolejno rejestrowanych obrazach (rys. 40). Dla pojedynczej cząstki wektor prędkości można obliczyć, jako drogę jaką przebyła dana cząstka w czasie pomiędzy dwoma zarejestrowanymi obrazami (wzór 48). [Ligus, Ignasiak 2010; Suchecki i in. 2003]



Rys. 40. Zmiana położenia pojedynczej cząstki, wg [Suchecki i in. 2003].

$$\vec{v} = \frac{s}{\Delta t \cdot e} \quad (48)$$

W przypadku bardziej złożonych układów, w których występuje więcej cząstek znacznikowych programy PIV wyznaczają wektory prędkości poszczególnych cząstek lub grup cząstek na podstawie odpowiednich korelacji (szybkiej transformacji Fouriera FFT). Ustalenie położenia i przemieszczenia znaczników odbywa się za pomocą algorytmów matematycznych wykorzystujących odcienie szarości rejestrowanych obrazów przy znanym czasie pomiędzy kolejno rejestrowanymi obrazami (rys. 41). Najczęściej w tego typu programach obróbce poddawane są obrazy w formacie map bitowych. Dla 8-bitowej skali odcieni szarości na obrazach występują od 0 (pełnej czerni) do 255 (czystej bieli). Obrazy dzielone są na sekcje odpowiedniego rozmiaru sekcje - od  $8 \times 8$  do  $64 \times 64$ , w zależności od rozdzielczości kamery rejestrującej oraz od wielkości badanej przestrzeni (maksymalne przesunięcie cząstek równe  $1/3$  podstawy sekcji). Należy wziąć pod uwagę częstotliwość z jaką rejestrowany jest obraz ze względu na występowanie wspólnych cząstek w porównywanych regionach. Aby umożliwić odpowiednie obliczenia należy również określić znany wymiar charakterystyczny na rejestrowanych obrazach oraz czas pomiędzy kolejno po sobie rejestrowanymi obrazami. [Bieńkowski 1999, Karaś 2014; Ligus, Ignasiak 2010; Niedostatkiwicz 2010; Suchecki, Alabrudziński 2003; Zając, Ulbrich 2005].



Rys. 41. Wyznaczenie przemieszczenia cząstek na kolejno rejestrowanych po sobie obrazach:  
 a) pojedyncza sekcja obrazu 1; b) sekcja obrazu 2 i 2' – sekcja obrazu 1 odnaleziona na obrazie 2 ( $\delta$  – przemieszczenie sekcji 2' względem sekcji obrazu 1); c) wyznaczenie przemieszczania się cząstek znacznikowych; d) wyznaczenie wektorów prędkości,  
 wg [Suchecki, Alabrudziński 2003]

Aby zachować odpowiednią dokładność należy wziąć pod uwagę kilka parametrów, tj.:

- wielkość sekcji obrazów - zwiększenie okna powoduje zwiększenie obszaru, gdzie prędkości ulegają uśrednieniu;
- wielkość okna - maksymalne zarejestrowane przemieszczenie nie powinna przekraczać  $\frac{1}{2}$  wielkości okna;
- wartość składowej pola prędkości równoległej do płaszczyzny rejestracji obrazu oraz prostopadłej do płaszczyzny oświetlenia układu - pogorszenie dokładności średniego przemieszczenia może być związane z pojawianiem się i znikaniem cząstek w trakcie trwania pomiaru. [Suchecki, Alabrudziński 2003]

Badania polegały na rejestracji zachowania się złoża w trakcie pracy obracającego się bębna. Rejestrację dokonywano po ustabilizowaniu się złoża, przy czym dokonywano zmian w prędkości obrotowej, co 2 obr/min. Badania prowadzono przy zmianie prędkości obrotowej od 0 obr/min do pełnego wirowania złoża. Przeprowadzono również badania kontrolne mające na celu sprawdzenie zachowania się złoża przy zmniejszającej się prędkości obrotowej. Wyniki obu pomiarów były ze sobą zgodne, przy czym ustabilizowanie się złoża w pierwszym przypadku zachodziło szybciej. Częstotliwość próbkowania z jaką rejestrowane

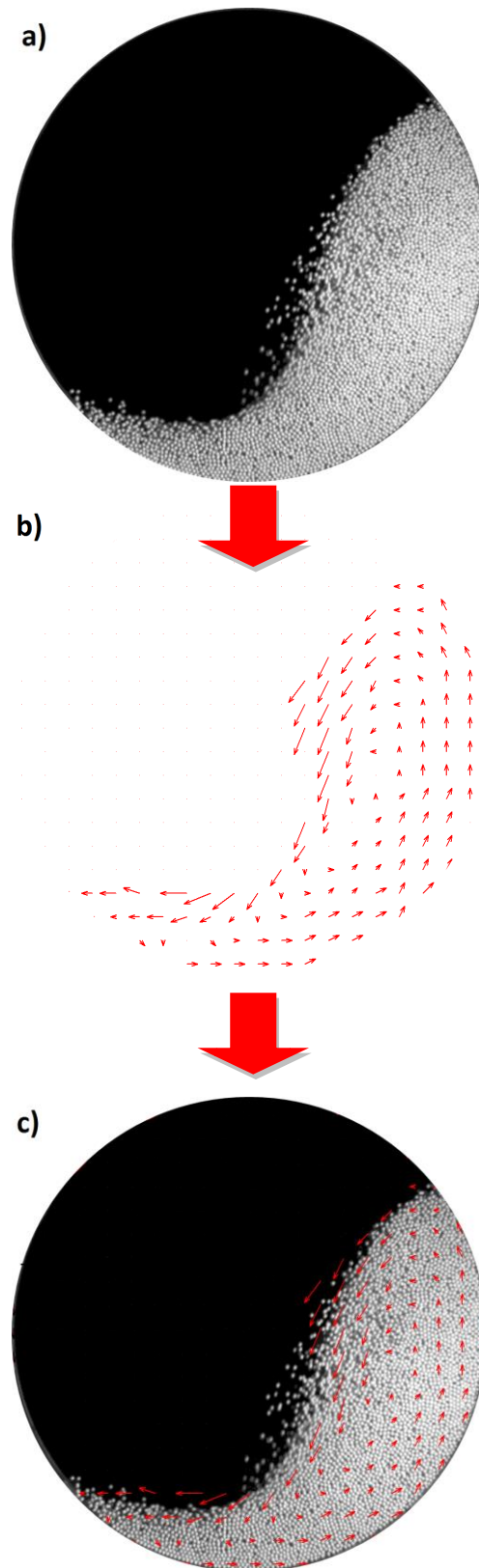
były obrazy wynosiła 462 Hz i rozdzielczości 1024<sup>x</sup>1024 pikseli. Jedna sesja pomiarowa była dostosowywana tak, aby zawsze umożliwić rejestrację pełnego obrotu bębna (jednak nie mniej niż 100 pojedynczych obrazów).

W celu uzyskania obrazu samego wnętrza bębna obrazy były poddawane kadrowaniu w programie PhotoScape, dzięki któremu otrzymywano okrągłe obrazy w polu o wymiarach 1000<sup>x</sup>1000 pikseli.

Głównym punktem badań było wyznaczenie lokalnych pól prędkości oraz trajektorii ruchu cząstek w programie DPIV. Znany, wymiar charakterystyczny potrzebny do obliczeń skali obrazu stanowiła średnica bębna (od 500 do 700 mm), natomiast czas pomiędzy kolejnymi klatkami wynikał bezpośrednio z częstotliwości rejestracji obrazów przez kamerę CMOS i wynosił 2,164 ms. Natomiast na podstawie wstępnych wyników dobrano odpowiedni wymiar sekcji obrazów w analizie PIV o wymiarach 32<sup>x</sup>32 piksele.

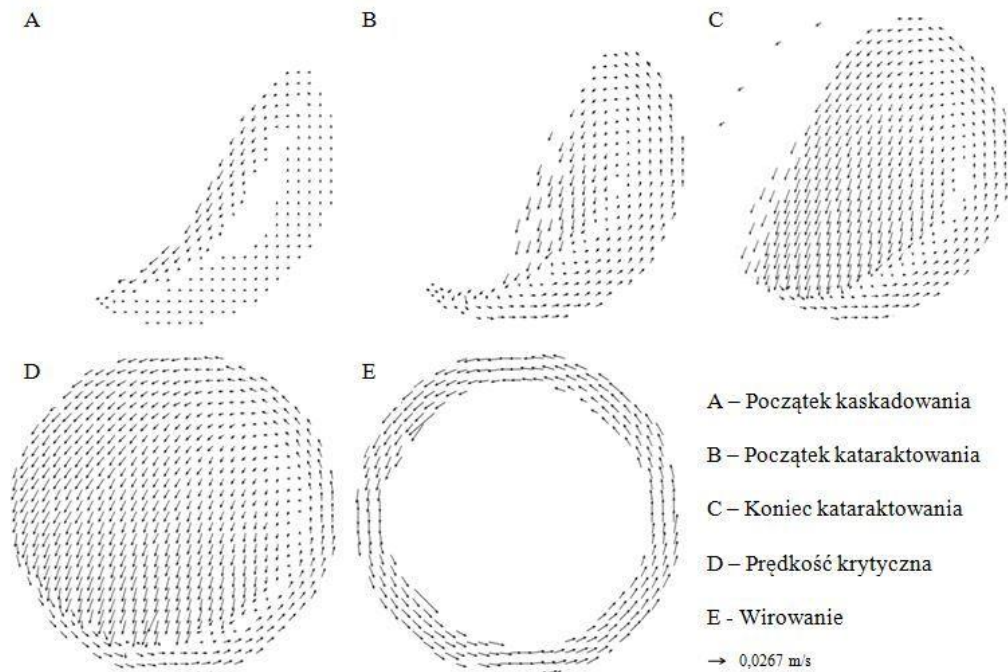
Przebieg obrazowania procesów zachodzących w aparacie bębnowym z zastosowaniem metody PIV przedstawiony został na rys. 42. Ruch złoża ziarnistego, stanowiącego wypełnienie aparatów bębnowych rejestrowano przez szybką kamerę o wysokiej czułości. Następnie obraz przetwarzany był w odpowiednim oprogramowaniu (program DPIV), tak aby uzyskać wektory prędkości dla poszczególnych cząstek.

Na podstawie otrzymanych trajektorii ruchu cząstek możliwe było wyznaczenie charakterystycznych stref zachowania się złoża.



*Rys. 42. Zastosowanie metody PIV w obrazowaniu procesu zachodzącego w aparacie bębnowym, a - obraz z kamery, b - wektory prędkości otrzymane z programu DPIV, c - pełny obraz trajektorii ruchu cząstek, materiał C,  $D = 700$  mm,  $\varphi = 25\%$ ,  $n = 24$  obr/min*

Poprzez usunięcie błębn oraz jego wypełnienia z tylnej warstwy obrazu otrzymujemy wykres wektorów prędkości cząstek dla danych parametrów procesowych (rys. 43). Takie zobrazowanie ruchu złoża umożliwia określenie z jaką prędkością dane cząstki poruszają się, a w dalszej części wyznaczyć m.in. siłę z jaką opadają na złożo.



Rys. 43. Wektory prędkości dla stanów charakterystycznych zachowania się złoża

Ocena statycznych obrazów nie pozwala na określenie kinematyki ruchu złoża oraz charakterystycznych stref zachowania się złoża w czasie pracy aparatu. Procesy zachodzące w obracających się bębnach są szybkozmienne, często poza percepcją ludzkiego oka w dziedzinie czasu.

Cały proces rejestracji, obróbki oraz analizy zachowania się złoża w czasie badań został schematycznie przedstawiony na rys. 44.





Rys. 44. Schemat przebiegu prac nad aparatami bębnowymi

## 6. ANALIZA WYNIKÓW BADAŃ

### 6.1. WPLYW WYBRANYCH PARAMETRÓW NA RUCH WYPEŁNIENIA

Zbadano wpływ wybranych parametrów na zachowanie się złoża podczas pracy aparatów bębnowych, tj:

- parametry bębna:
  - prędkość obrotowa bębna –  $n = 0 \div 140$  obr/min;
  - średnica bębna -  $D = 300 \div 700$  mm, co 100 mm;
  - średnica cząstek -  $d = 2 \div 8$  mm;
- właściwości złoża:
  - gęstość nasypowa wypełniania -  $\rho_n = 760 \div 1500$  kg/m<sup>3</sup>;

Badania umożliwiły wyznaczenie i scharakteryzowanie poszczególnych stanów złoża, które zostały opisane, lecz nie zostały w pełni uwzględnione i usystematyzowane przez wcześniejszych autorów – Oyama (1940), Henein i in. (1983), Nityanand i in. (1986), Mellman (2001).

Analiza wyników umożliwiła wyznaczenie prędkości charakterystycznych, które odpowiadają momentom rozpoczęcia się charakterystycznych złoża:

- toczenia - moment, podczas którego obserwuje się rozpoczęcie procesu toczenia;
- kaskadowania - odpowiada momentowi pojawienia się tzw. nerki;
- minimalna - początek kataraktowania złoża, moment w którym zaobserwowano autonomiczny ruch opadania cząstek na zwarte złożo, po którym toczą się w dół;
- maksymalna - stan równowagi, zachodzi gdy cząstki opadają poza złożo (na wewnętrzną ściankę bębna), a więc proces toczenia się cząstek po złożu zostaje pominięty, jest to moment w którym proces mieszania praktycznie zanika;
- krytyczna - odpowiada momentowi zrównania się sił grawitacyjnych oraz odśrodkowej, a tym samym cząstki zaczynają wirować po obwodzie bębna;

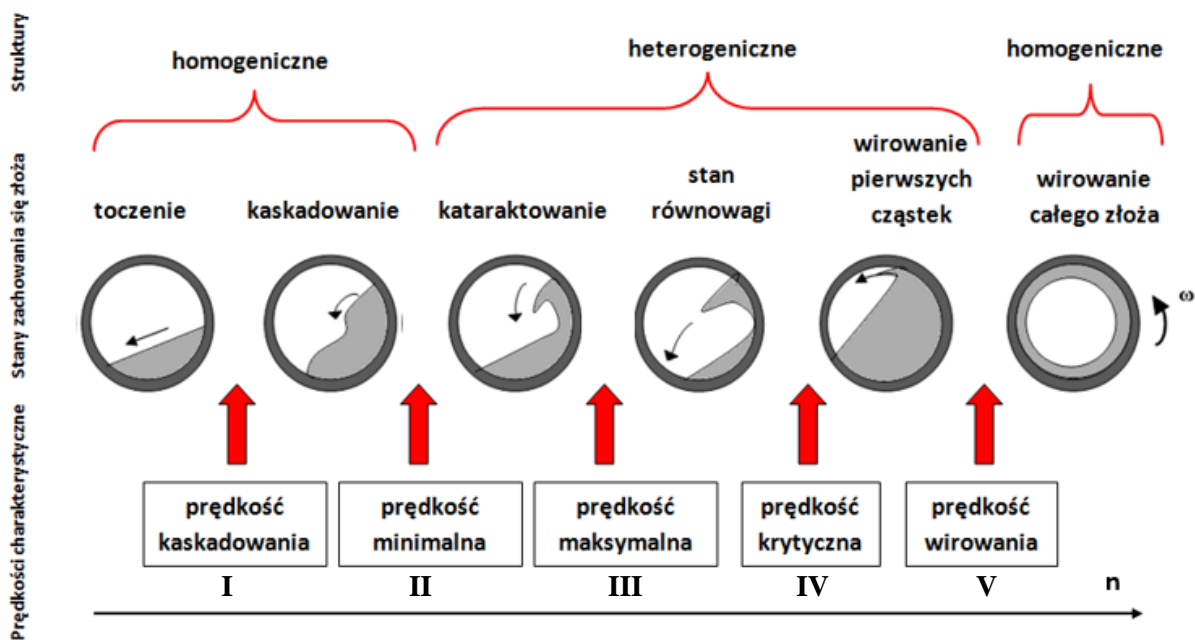
- wirowania - całe złoże wiruje wraz z bębniem, a więc wszystkie procesy zachodzące w złożu zostają zatrzymane.

Pierwszym krokiem było ich usystematyzowanie wraz ze wzrostem prędkości obrotowej bębna. Dodatkowo stany charakterystyczne złoża zostały podzielone na struktury:

- homogeniczne - złoże stanowi wyraźnie rozdzieloną i jednolitą strukturę a granica rozdziału nie zmienia się w czasie,
- heterogeniczne - wyróżnia się co najmniej dwie, oddzielne strefy poruszających się cząstek.

W pierwszym przypadku nie występują żadne wewnętrzne podziały na strefy, w których zmienia się koncentracja złoża.

Na rys. 45 zestawiono zaproponowany taki podział stanów charakterystycznych oraz odpowiadającym im prędkości obrotowym. Identyfikacja ta stanowi bazę do dalszych analiz.



Rys. 45. Propozycja klasyfikacji struktur, stanów złoża oraz prędkości charakterystycznych

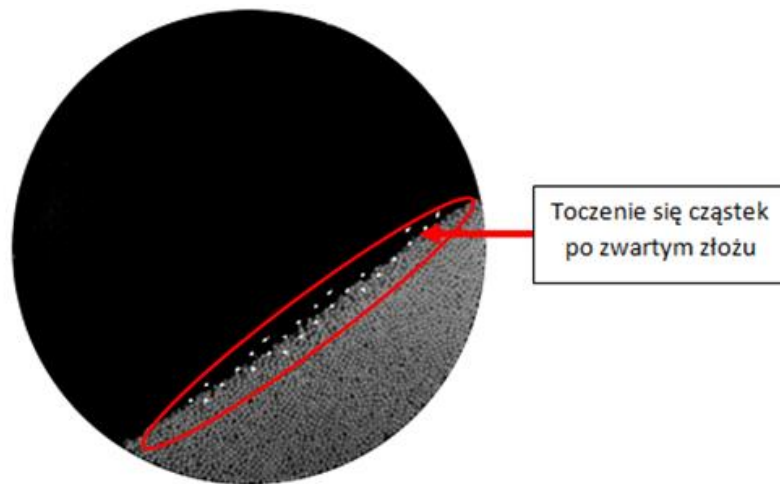
O ile opisanie struktur homogenicznych nie stanowi problemu poprzez ocenę wzrokową lub jedynie na podstawie statycznego obrazu, o tyle w przypadku heterogenicznych struktur dynamika ruchu złoża jest znaczna i ocena dotychczasowymi sposobami jest niemożliwa. Cyfrowa anemometria obrazowa pozwala na określenie stref charakterystycznych zachowania się złoża, na podstawie takich narzędzi jak śledzenie trajektorii ruchu cząstek i/lub pola prędkości poszczególnych cząstek. Dzięki temu możliwa jest bardziej precyzyjna

identyfikacja zachodzących stanów zachowania się złoża, w tym określenie charakterystycznych prędkości obrotowych oraz kształtu i wielkości stref.

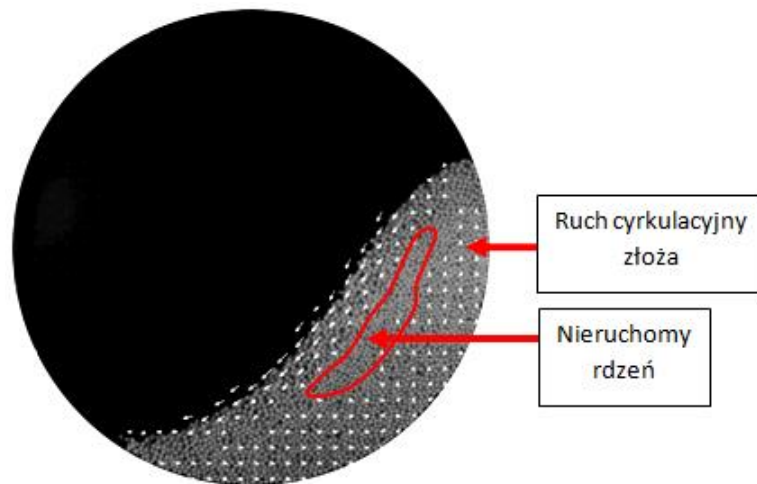
Jak pokazano na rys. 45 do homogenicznych struktur zaliczyć można: toczenie, kaskadowanie oraz wirowanie całego złoża. Natomiast pozostałe stany charakterystyczne zachowania się złoża określono jako heterogeniczne.

Na rys. 46 - 51 przedstawiono charakterystyczne stany zachowania się złoża dla podstawowych procesów zachodzących podczas pracy aparatów bębnowych z wyróżnieniem charakterystycznych stref zachowania się złoża, tj.:

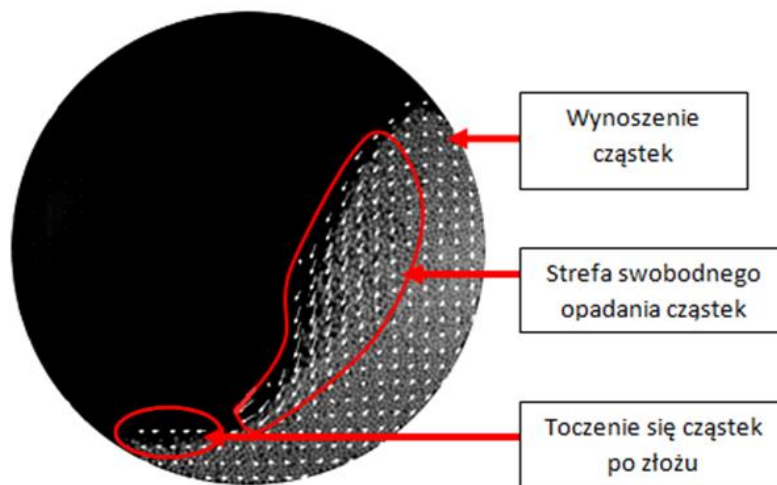
- toczenie - strefa toczenia się cząstek po zwartym złożu - rys. 46;
- kaskadowanie - strefa cyrkulacji złoża wokół nieruchomego rdzenia - rys. 47;
- kataraktowanie - strefa swobodnie opadających cząstek oraz strefa toczenia się cząstek po złożu - rys. 48;
- stan równowagi - strefa swobodnego opadania cząstek na złoże oraz poza złoże - rys. 49;
- wirowanie pierwszych cząstek - strefa swobodnego opadania cząstek na oraz poza złoże, przy równoczesnym wirowaniu pojedynczych cząstek po obwodzie bębna - rys. 50;
- wirowanie całego złoża - strefa wirowania złoża po obwodzie bębna - rys. 51.



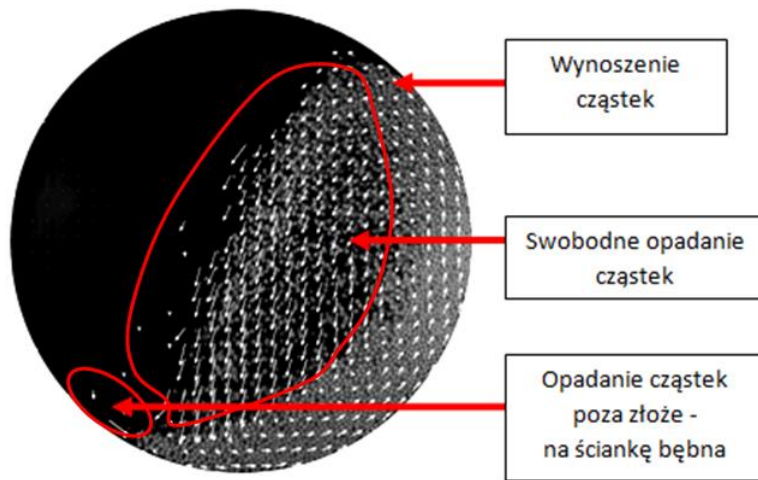
Rys. 46. Wyznaczenie stref zachowania się złoża w czasie toczenia, materiał G,  $D = 700 \text{ mm}$ ,  
 $\varphi = 25\%$ ,  $n = 1 \text{ obr/min}$



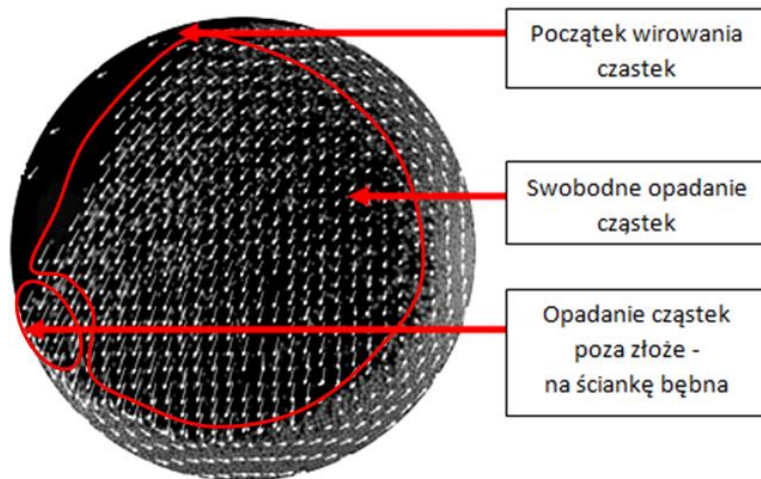
Rys. 47. Wyznaczenie stref zachowania się złoża w czasie kaskadowania, materiał G,  
 $D = 700 \text{ mm}$ ,  $\varphi = 25\%$ ,  $n = 8 \text{ obr/min}$



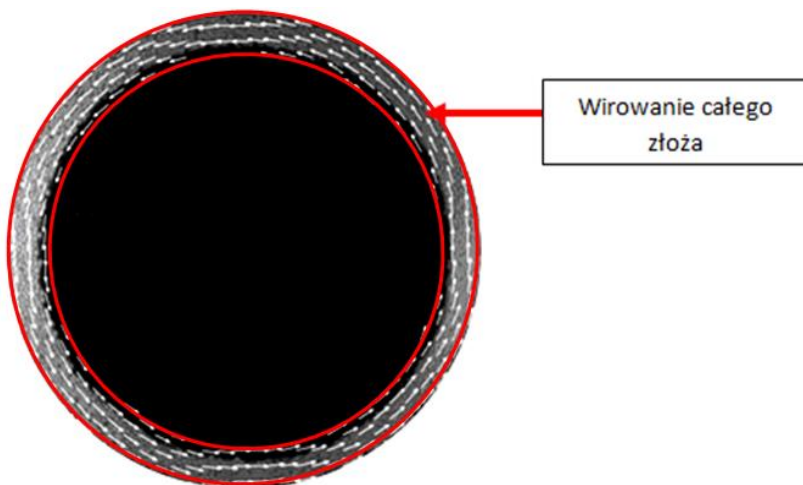
Rys. 48. Wyznaczenie stref zachowania się złoża w czasie kataraktowania, materiał G,  
 $D = 700 \text{ mm}$ ,  $\varphi = 25\%$ ,  $n = 20 \text{ obr/min}$



Rys. 49. Wyznaczenie stref zachowania się złoża w czasie stanu równowagi, materiał G,  
 $D = 700 \text{ mm}$ ,  $\varphi = 25\%$ ,  $n = 36 \text{ obr/min}$



Rys. 50. Wyznaczenie stref zachowania się złoża w czasie wirowania pierwszych cząstek,  
 materiał G,  $D = 700 \text{ mm}$ ,  $\varphi = 25\%$ ,  $n = 46 \text{ obr/min}$



Rys. 51. Wyznaczenie stref zachowania się złoża w czasie wirowania całego złoża,  
 materiał G,  $D = 700 \text{ mm}$ ,  $\varphi = 25\%$ ,  $n = 84 \text{ obr/min}$

Wyniki badań potwierdzają doniesienia wielu autorów (Oyama 1940, Henein i in. 1983, Boateng 1993, Boss 1987, Karunathilake i in. 2000, Mellman 2001, Hema 2003, Hsien-Ter 2009, Santos i in. 2013), iż podczas zmiany prędkości obrotowej bębna ruch złoża jest odmienny. Badania wykazały, iż stany zachowania się złoża zachodziły w opisaną przez ww. autorów kolejności. Jednakże w przypadku własnych badań eksperymentalnych nie odnotowano procesu poślizgu i falowania. Dla wszystkich zadanych parametrów przy 1 obr/min zachodził proces toczenia.

W trakcie analizy porównawczej badań eksperymentalnych z obliczeniami stanów charakterystycznych złoża, prędkość toczenia oraz kaskadowania zostały pominięte ze względu na brak w literaturze wytycznych do ich obliczenia. Stany te oraz odpowiadające im prędkości obrotowe zostały jednak opisane w części badawczej dotyczącej warstwy aktywnej złoża. Opisywany w literaturze proces falowania/poślizgu nie wystąpił w trakcie badań eksperymentalnych, z tego względu pominięto go podczas klasyfikowania struktur.

### **6.1.1. Stopień wypełnienia bębna**

Jak zostało to już zauważone w latach czterdziestych ubiegłego wieku stopień wypełnienia aparatu bębnowego wpływa istotnie na zachowanie się złoża, a tym samym także na prędkości charakterystyczne. Zgodnie ze wzorem Oyama (27) prędkości te maleją wraz ze stopniem wypełnienia bębna. Według wzoru Henein (30) prędkość krytyczna jest wartością zależną jedynie od średnicy/promienia bębna aparatu i również maleje wraz ze wzrostem średnicy bębna. Można oczywiście formalnie doprecyzować, szczególnie dla dużych cząstek, że także wielkość cząstek złoża, a właściwie wyrażenie  $D-d$  wpływa na wartość tej prędkości granicznej.

Analizie poddano wyniki eksperymentalne dotyczące stopnia wypełnienia bębna na stany charakterystyczne oraz wyniki otrzymane na drodze obliczeniowej zgodnie ze wzorem (27) i (30). Pełne badania przeprowadzono dla bębna o średnicy 700 mm.

Wyniki eksperymentalne dla wybranych badań zostały przedstawione w tabeli 6.

W celu analizy słuszności stosowania znanych z literatury wzorów w tabeli 7 przedstawiono wyniki obliczeń zgodnie ze wzorem (27) i (30) dla jednakowej średnicy bębna - 700 mm. Wzór (30) na prędkość krytyczną posiada jedyną zmienną - średnicę bębna, a więc wg Henein i in. (1983) niezależny ona od stopnia wypełnienia bębna.

Zgodnie ze wzorem Oyama (27) na prędkości charakterystyczne wszystkie prędkości obrotowe ulegają zmniejszeniu wraz ze wzrostem stopnia wypełnienia bębna. Podczas badań eksperymentalnych potwierdzono tę tendencję dla prawie wszystkich stanów zachowania się złoża. Jedynie prędkość odpowiadająca wirowaniu całego złoża była stała lub zwiększała się wraz ze wzrostem stopnia wypełnienia bębna.

Najmniejszą różnicę pomiędzy badaniami eksperymentalnymi, a obliczeniami zanotowano dla prędkości krytycznej - 0,6 obr/min. Największą natomiast dla prędkości maksymalnej - 29,8 obr/min. Co ciekawe najmniejsza rozbieżność dotyczy prędkości krytycznej, a więc wzoru w którym jedyną zmienną jest średnica/promień bębna.

Przeprowadzono również analizę porównawczą zakresu liczby Frouda dla pojawiania się i zanikania stanów charakterystycznych złoża. Zgodnie z tabelą 8 można zauważyć rozbieżności pomiędzy wynikami badań eksperymentalnych, a wartościami podanymi przez Mellmana (2001). Dla wszystkich stanów zachowania się złoża odpowiadająca im prędkość obrotowa jest znacznie wyższa niż zaproponowana w omawianej literaturze. Różnice sięgały od 0,53 rad/s do 6,75 rad/s, co oznacza różnicę maksymalną wynoszącą nawet 64,5 obr/min.

Tabela 6. Prędkości charakterystyczne w obr/min zaobserwowane w trakcie badań, D = 700 mm

Prędkość charakterystyczna	Rodzaj materiału	Stopień wypełnienia bębna [%]				
		15%	20%	25%	30%	35%
Toczenia	Wszystkie materiały	1				
Kaskadowania	A	10	10	10	8	6
	B	12	10	10	8	8
	C	14	12	10	10	8
	D	14	10	10	8	8
	E	18	18	18	16	14
	F	10	6	6	6	6
	G	8	8	8	8	8
	H	8	8	8	6	6
Minimalna	A	28	26	24	22	22
	B	24	24	22	20	20
	C	36	28	20	18	16



Ciąg dalszy tabeli 6.

Minimalna	D	30	24	22	20	18
	E	30	28	28	26	26
	F	26	26	24	24	22
	G	22	20	20	18	18
	H	16	14	14	12	12
Maksymalna	A	40	36	36	34	32
	B	42	40	38	38	38
	C	46	40	36	34	32
	D	42	38	38	34	34
	E	52	46	44	40	38
	F	44	40	38	36	34
	G	42	40	36	34	32
	H	32	30	28	26	22
Krytyczna	A	48	48	48	46	46
	B	48	48	48	46	46
	C	52	50	48	46	44
	D	52	50	48	46	44
	E	60	58	54	52	48
	F	54	50	48	46	46
	G	54	48	46	44	42
	H	42	40	38	36	34
Wirowania	A	74	74	76	76	78
	B	74	74	74	74	76
	C	80	80	80	80	80
	D	78	78	78	78	78
	E	86	86	84	86	86
	F	82	82	84	86	88
	G	82	82	84	84	88
	H	80	82	82	84	86

Tabela 7. Wyniki obliczeń prędkości charakterystycznych w obr/min zgodnie ze wzorem Oyama na prędkości charakterystyczne (27) oraz na prędkość krytyczną (30)

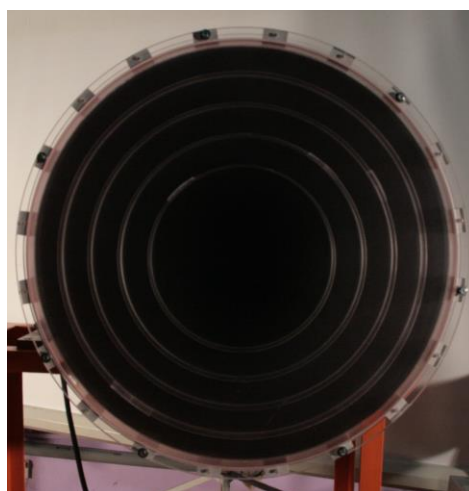
Prędkość charakterystyczna	Stopień wypełnienia bębna [%]				
	15%	20%	25%	30%	35%
Minimalna	43,7	42	40,7	39,7	38,8
Maksymalna	58,3	56	54,3	52,9	51,8
Krytyczna	50,6				
Wirowania	69,6	66,9	64,8	63,2	61,8

Tabela 8. Porównanie wartości liczby Frouda zgodnie z wynikami badań eksperymentalnych oraz wartościami podanymi przez Mellmana (2001)

Zachowanie się złoża	Badania eksperymentalne		Mellman (2001)	
	od	do	od	do
Falowanie	Nie zaobserwowano		< 0,0001	
Toczenie	0,1		0,0001	0,01
Kaskadowania	0,63	3,56	0,001	0,1
Kataraktowanie	1,26	6,07	0,1	1
Wirowanie	> 7,75		> 1	

### 6.1.2. Średnica bębna

Badania przeprowadzono dla bębna o zmiennej średnicy od 300 do 700 mm, co 100 mm (rys. 52). Zakres zmian prędkości obrotowej wynosił od 0 do 140 obr/min.



Rys. 52. Widok bębna zaopatrzonego w różne średnice wewnętrzne

W trakcie badań odnotowano dla poszczególnych prędkości obrotowych charakterystyczne stany zachowania się złoża i przedstawiono je w formie opisowej w tabeli 9. Analiza obrazów wykazała, iż wraz ze wzrostem średnicy bębna, stany charakterystyczne złoża zachodziły przy niższych prędkościach obrotowych. Dla zobrazowania wpływu danego parametru na zachowanie się złoża w tabeli 10 przedstawiono stany złoża dla pięciu średnic bębna, przy zmiennej prędkości obrotowej - co 10 obr/min. Materiał wsadowy stanowiły kulki szklane o średnicy 8 mm – materiał E i stopniu wypełnienia bębna równym 25%.

W tabeli 11 przedstawiono wyniki badań eksperymentalnych dla prędkości charakterystycznych, dla różnych stopni wypełnienia bębna. Wypełnienie stanowiły sferyczne, szklane cząstki o średnicy 8 mm- materiał E. Tabela 12 zawiera natomiast wyniki prędkości charakterystycznych obliczonych zgodnie ze wzorem Oyama na prędkości charakterystyczne (27) i wzorem na prędkość krytyczną (30).

W celu analizy wyników otrzymanych na drodze eksperymentalnej oraz obliczeniowej zestawiono je w formie wykresów prędkości charakterystycznych, tj.: minimalnej, maksymalnej, krytycznej oraz wirowania (rys. 53 - 56).

Zgodnie ze wzorem (27) oraz (30) prędkości charakterystyczne dla prędkości: minimalnej, maksymalnej oraz krytycznej ulegały zmniejszeniu wraz ze wzrostem średnicy bębna, co jest zgodne z wynikami badań eksperymentalnych. Jedynie w przypadku wirowania złoża podczas badań eksperymentalnych prędkości ulegały zarówno zmniejszeniu, jak i zwiększeniu podczas zwiększania średnicy bębna.

Wyniki badań potwierdzają więc, iż dla procesu kataraktowania i wirowania złoża wraz ze wzrostem średnicy bębna prędkości obrotowe maleją, co potwierdza doniesienia Oyama (1940). Również w przypadku prędkości krytycznej potwierdzono, iż rośnie ona wraz ze zmniejszeniem się średnicy bębna, co jest zgodne z założeniami Nityanand i in. (1986).

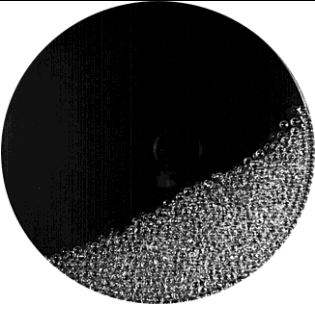
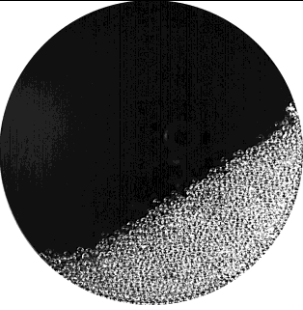
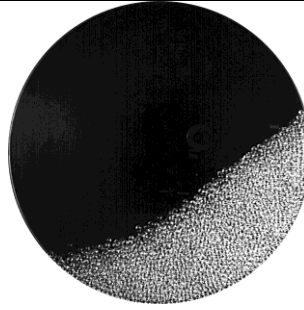
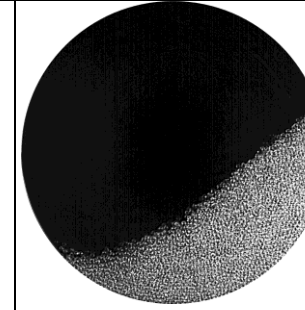
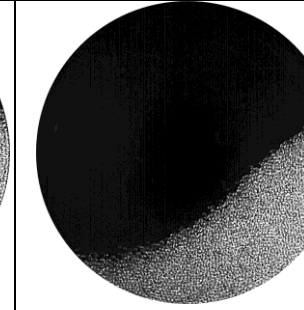
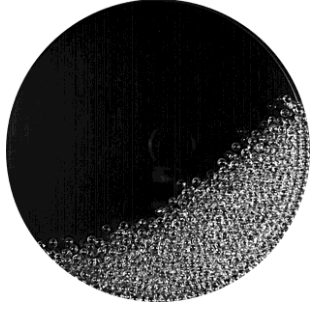
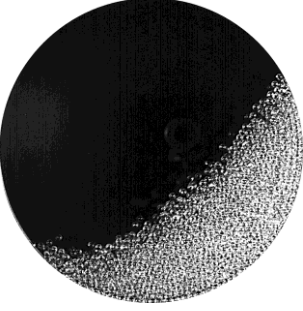
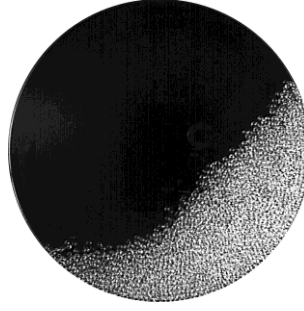
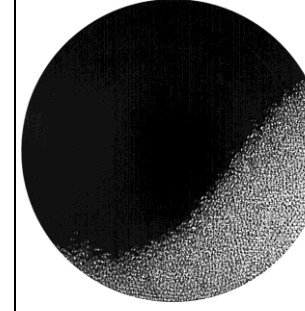
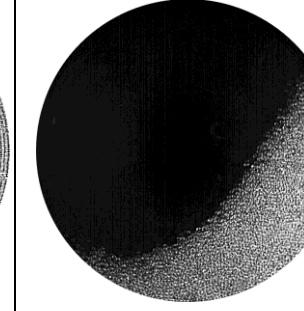
Analiza wyników badań eksperymentalnych oraz obliczeniowych wskazuje na znaczne różnice. Największą rozbieżność odnotowano dla prędkości maksymalnej w bębnie o średnicy 300 mm i stopniu wypełnienia bębna równym 20% - 40,6 obr/min. Najmniejsze natomiast dla prędkości krytycznej - 0,1 obr/min, w bębnie o średnicy 500 mm i stopniu wypełnienia równym 35%. Niemniej jednak różnica w prędkości krytycznej obliczonej i eksperymentalnej dla 25% stopnia wypełnienia bębna o średnicy równej 300 mm wynosi 40,4 obr/min.

Podczas badań dla bębna o średnicy 300 mm i 15% stopniu wypełnienia bębna nie zaobserwowano prędkości maksymalnej, krytycznej i wirowania całego złoża. Dla bębna o tej samej średnicy oraz stopniu wypełnienia równym 20% nie zaobserwowano prędkości krytycznej oraz wirowania złoża.

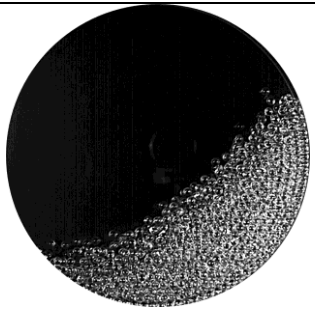
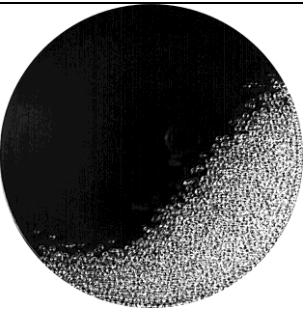
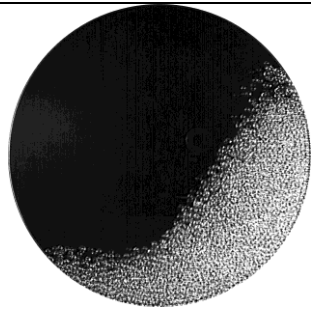
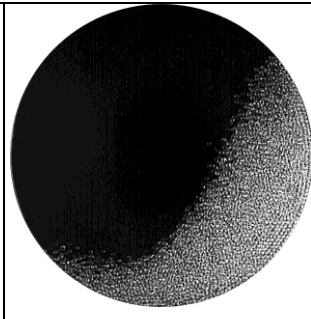
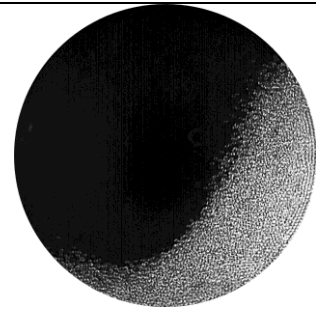
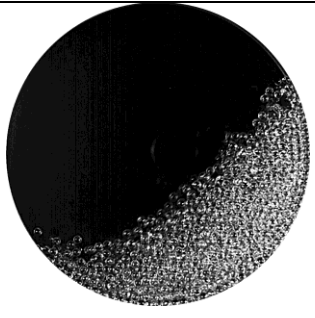
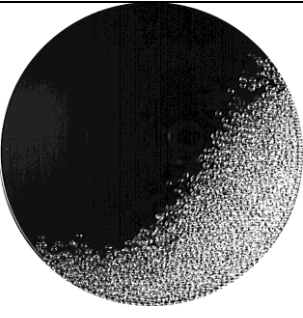
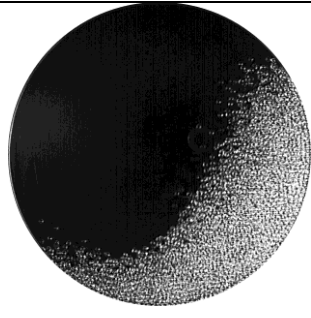
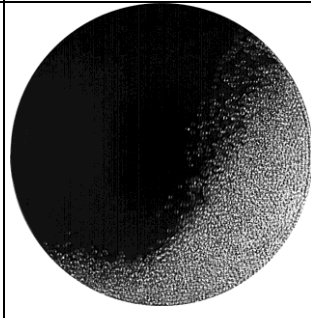
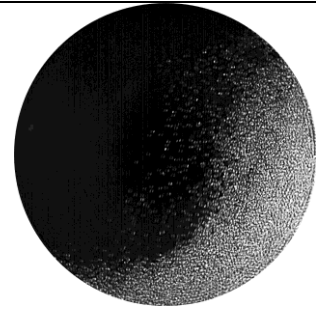
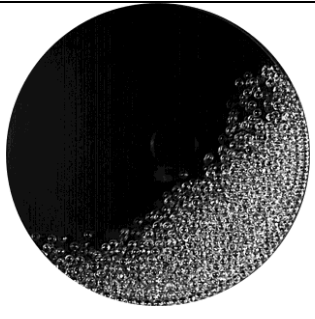
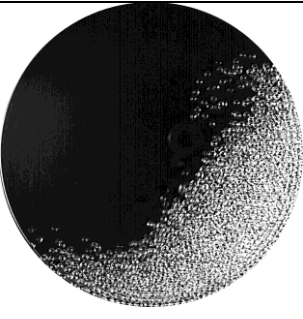
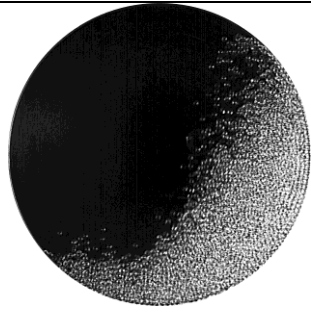
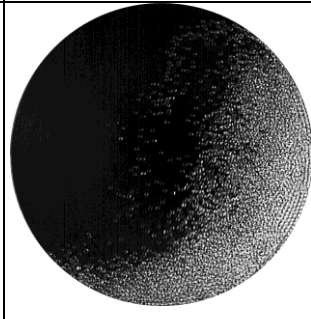
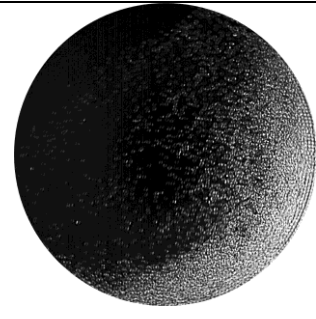
Tabela 9. Stany charakterystyczne złoża zaobserwowane podczas badań, materiał E,  $\varphi = 25\%$

Prędkość obrotowa [obr/min]	Średnica bębna [mm]				
	300	400	500	600	700
10	toczenie				
20	kaskadowanie				
30	kaskadowanie			kataraktowanie	
40	kaskadowanie	kataraktowanie			
50	kataraktowanie			stan równowagi	
60	kataraktowanie			wirowanie pierwszych cząstek	
70	kataraktowanie	stan równowagi	wirowanie pierwszych cząstek		
80	kataraktowanie	stan równowagi	wirowanie pierwszych cząstek		
90	kataraktowanie	wirowanie pierwszych cząstek		wirowanie całego złoża	
100	stan równowagi	wirowanie pierwszych cząstek	wirowanie całego złoża		
110	stan równowagi	wirowanie pierwszych cząstek	wirowanie całego złoża		
120	wirowanie pierwszych cząstek	wirowanie całego złoża			
130	wirowanie pierwszych cząstek	wirowanie całego złoża			
140	wirowanie całego złoża				

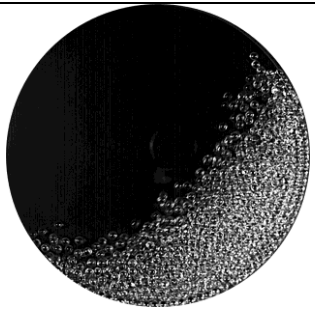
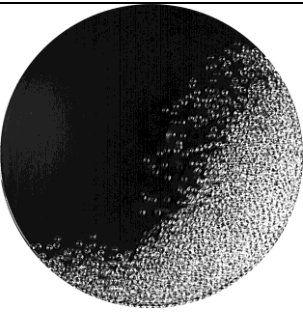
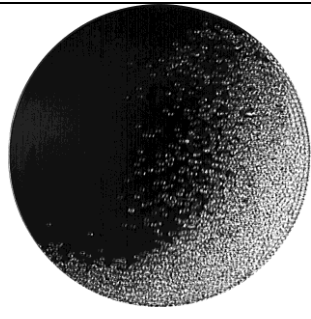
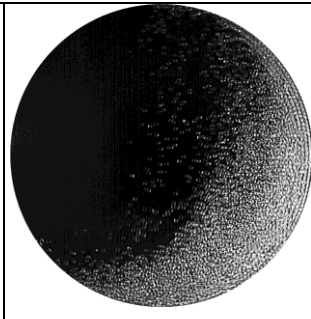
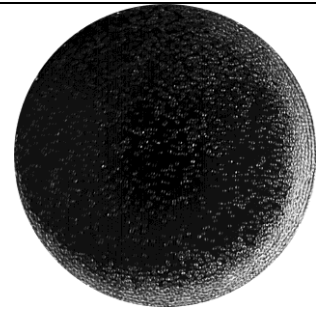
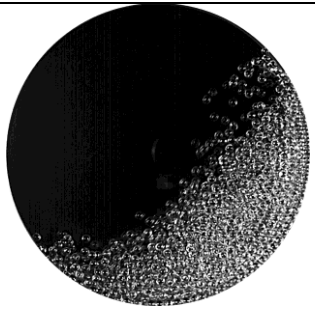
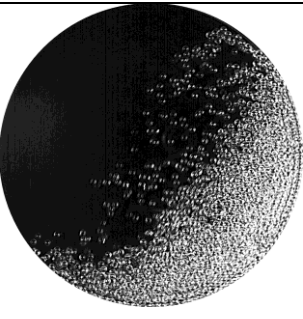
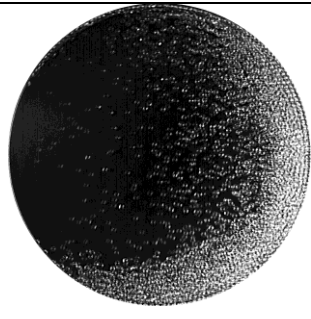
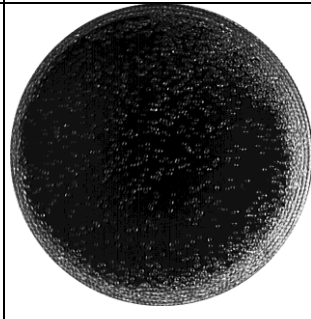
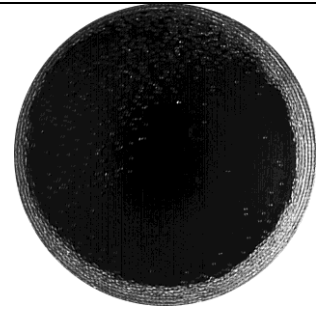
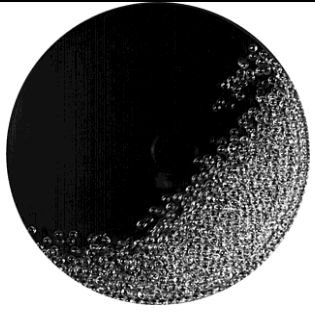
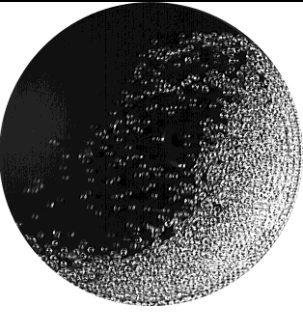
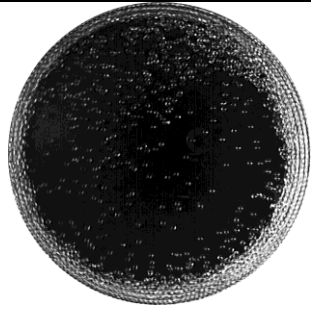
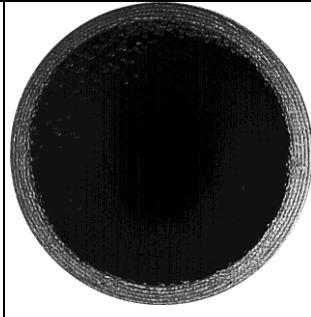
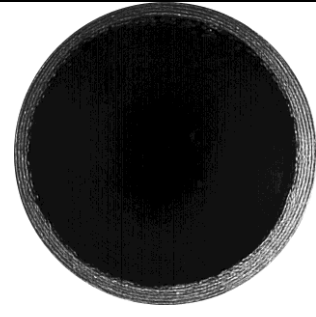
Tabela 10. Widok zachowania się złoza dla różnych średnic i prędkości obrotowych bębna, materiał E,  $\varphi = 25\%$

<i>Prędkość obrotowa [obr/min]</i>	<i>Średnica bębna [mm]</i>				
	<i>300</i>	<i>400</i>	<i>500</i>	<i>600</i>	<i>700</i>
10					
20					

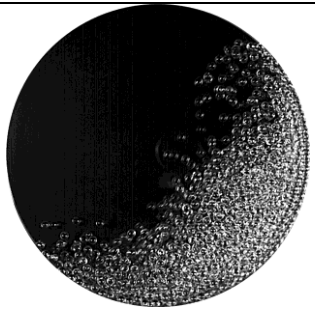
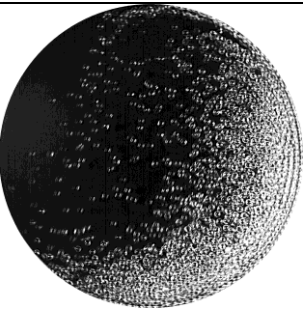
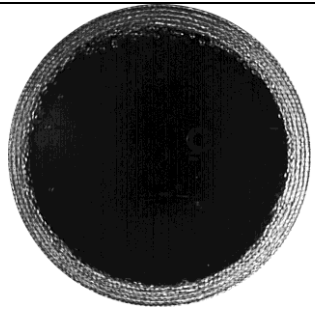
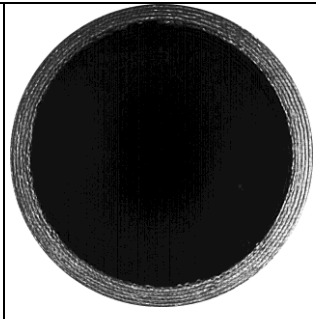
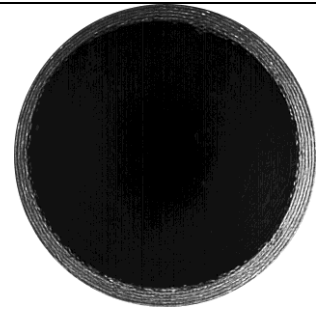
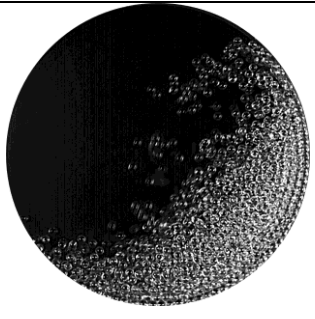
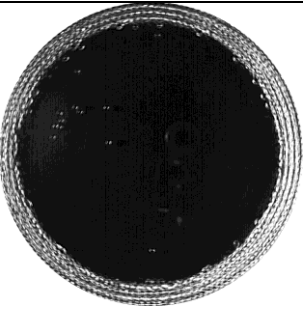
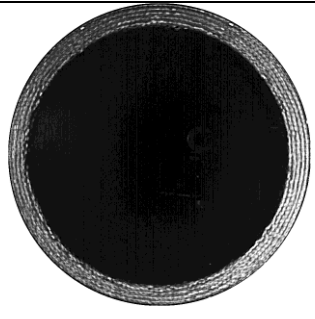
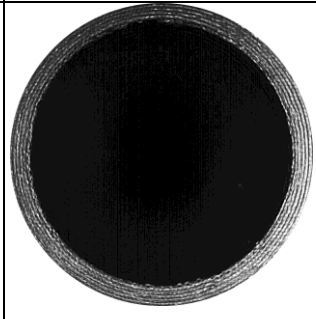
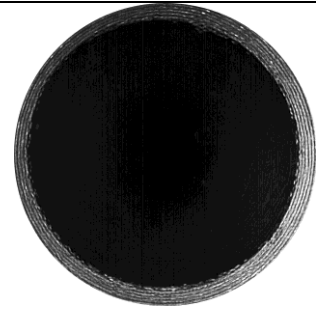
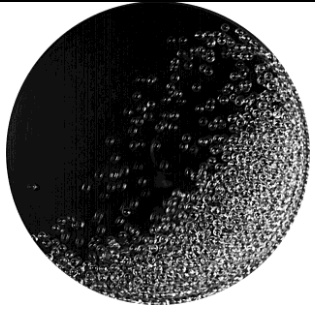
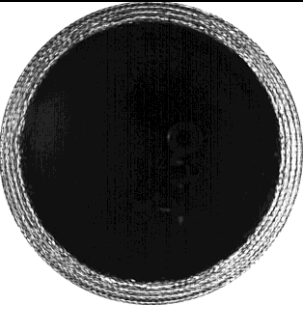
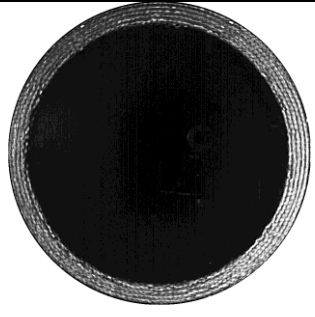
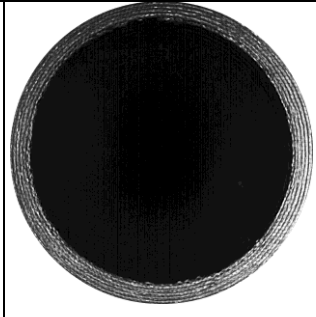
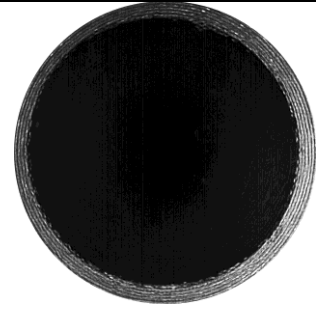
Ciąg dalszy tabeli 10.

30					
40					
50					

Ciąg dalszy tabeli 10.

60					
70					
80					

Ciąg dalszy tabeli 10.

90					
100					
110					



Ciąg dalszy tabeli 10.

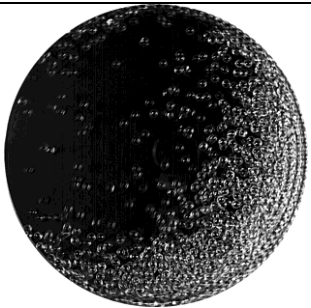
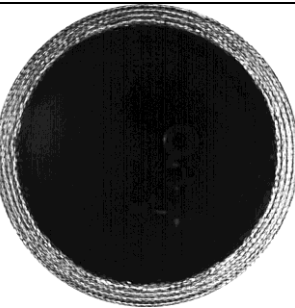
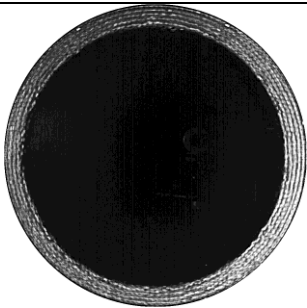
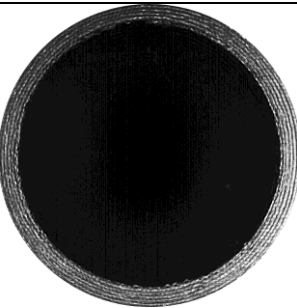
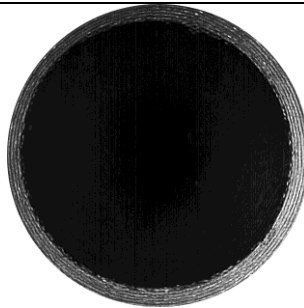
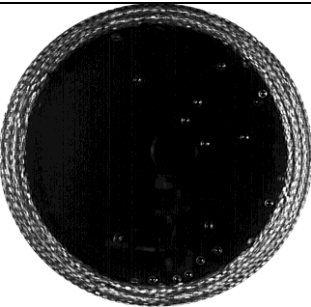
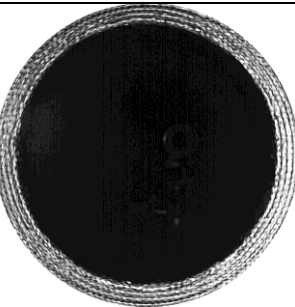
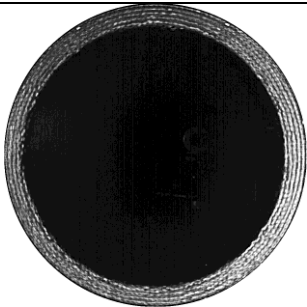
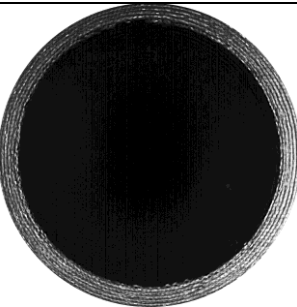
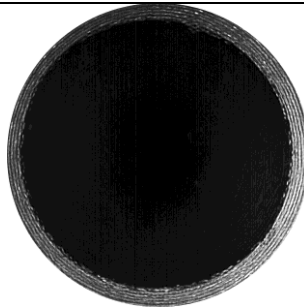
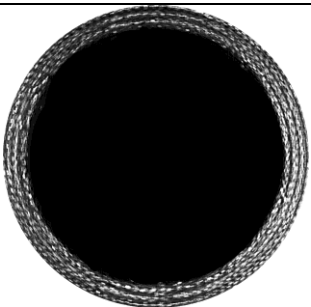
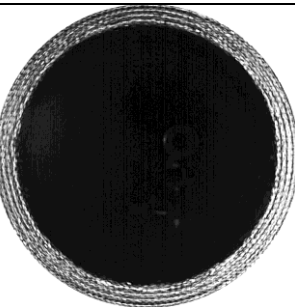
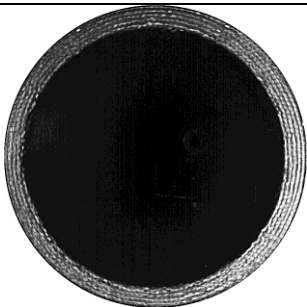
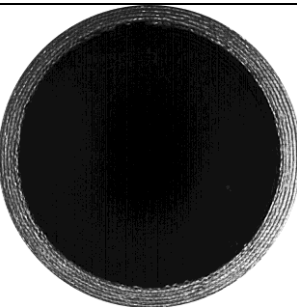
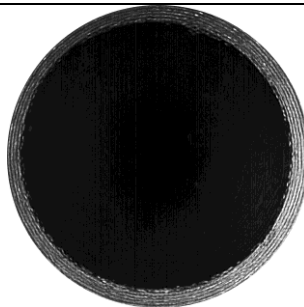
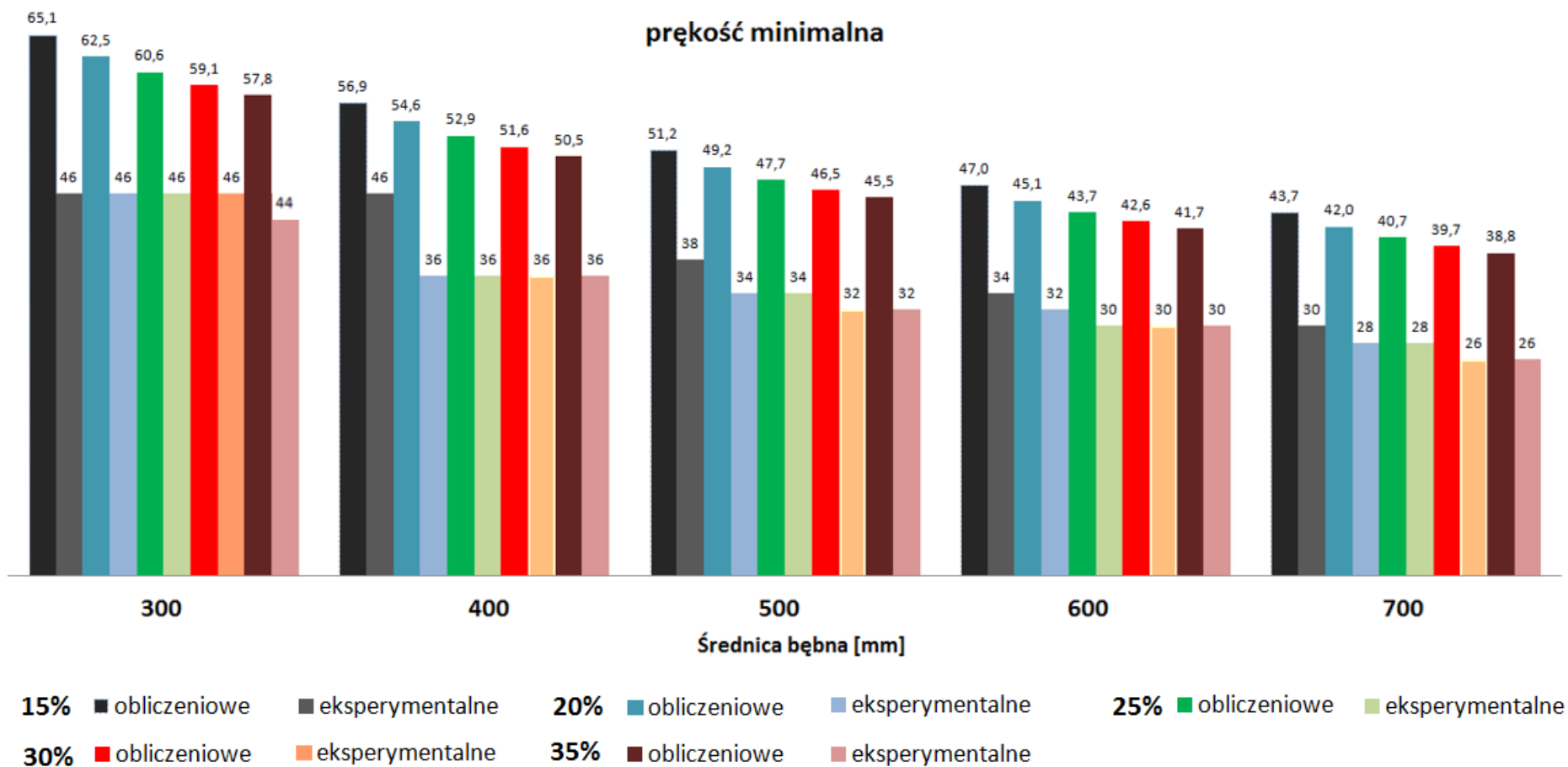
120					
130					
140					

Tabela 11. Prędkości charakterystyczne wyrażone w obr/min dla różnych średnic bębna, materiał E

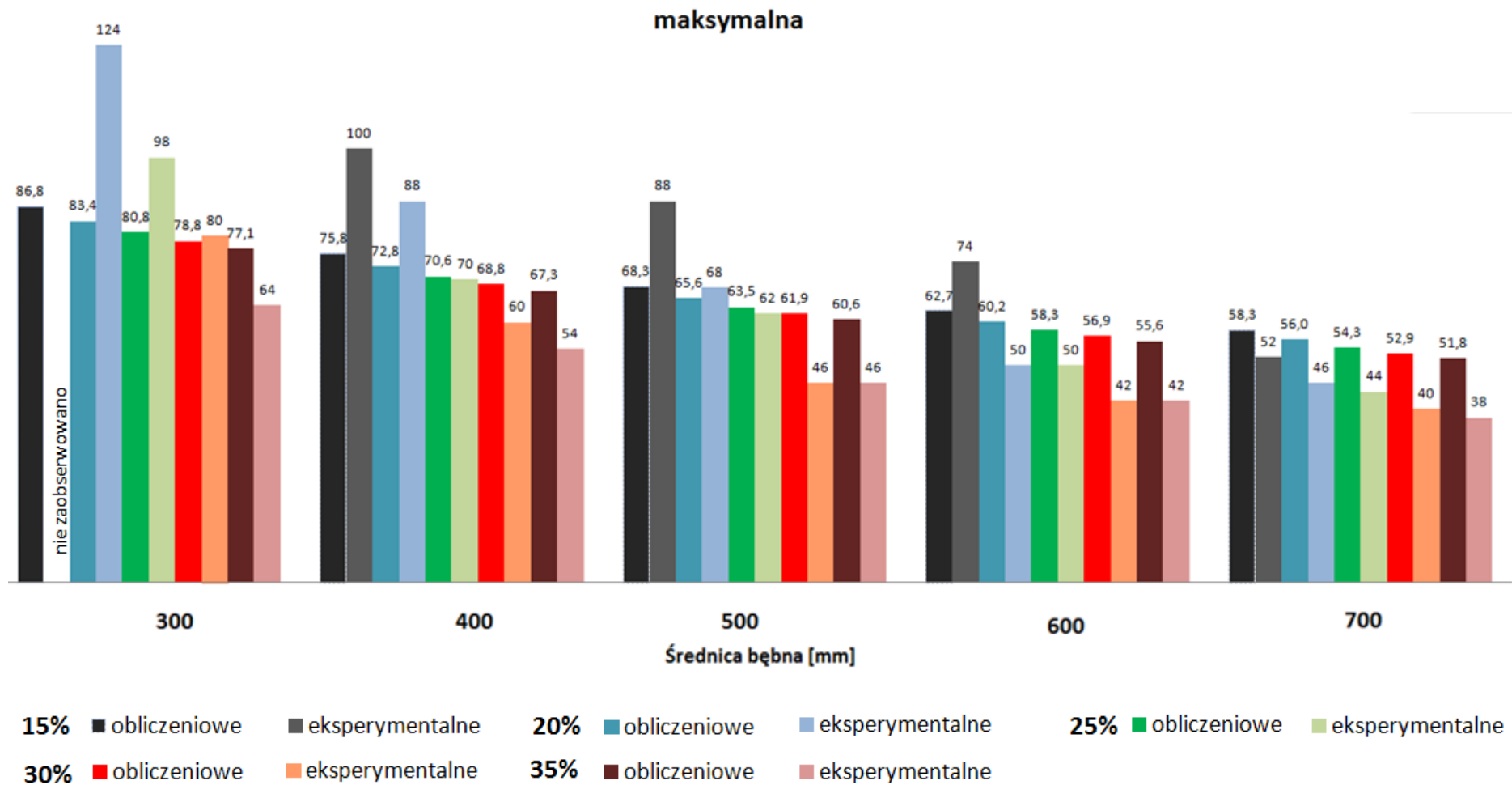
Prędkość charakterystyczna	Stopień wypełnienia bębna [%]	Średnica bębna [mm]				
		300	400	500	600	700
Toczenia	15% ÷ 35%	1				
Kaskadowanie	15%	6	10	12	14	18
	20%	14	14	12	12	18
	25%	14	14	12	12	18
	30%	12	12	10	10	16
	35%	12	12	10	10	14
Minimalna	15%	46	46	38	34	30
	20%	46	36	34	32	28
	25%	46	36	34	30	28
	30%	46	36	32	30	26
	35%	44	36	32	30	26
Maksymalna	15%	nie zaobserwowano	100	88	74	52
	20%	124	88	68	50	46
	25%	98	70	62	50	44
	30%	80	60	46	42	40
	35%	64	54	46	42	38
Krytyczna	15%	nie zaobserwowano	106	96	78	60
	20%	nie zaobserwowano	98	80	72	58
	25%	118	90	70	58	54
	30%	96	74	62	54	52
	35%	82	68	60	52	48
Wirowanie	15%	nie zaobserwowano	110	102	86	86
	20%	nie zaobserwowano	118	98	88	86
	25%	136	112	98	90	84
	30%	128	112	98	90	86
	35%	128	112	98	94	86

Tabela 12. Prędkości charakterystyczne obliczone zgodnie ze wzorem Oyama na prędkości charakterystycznej (27) oraz wzorem na prędkość krytyczną (30)

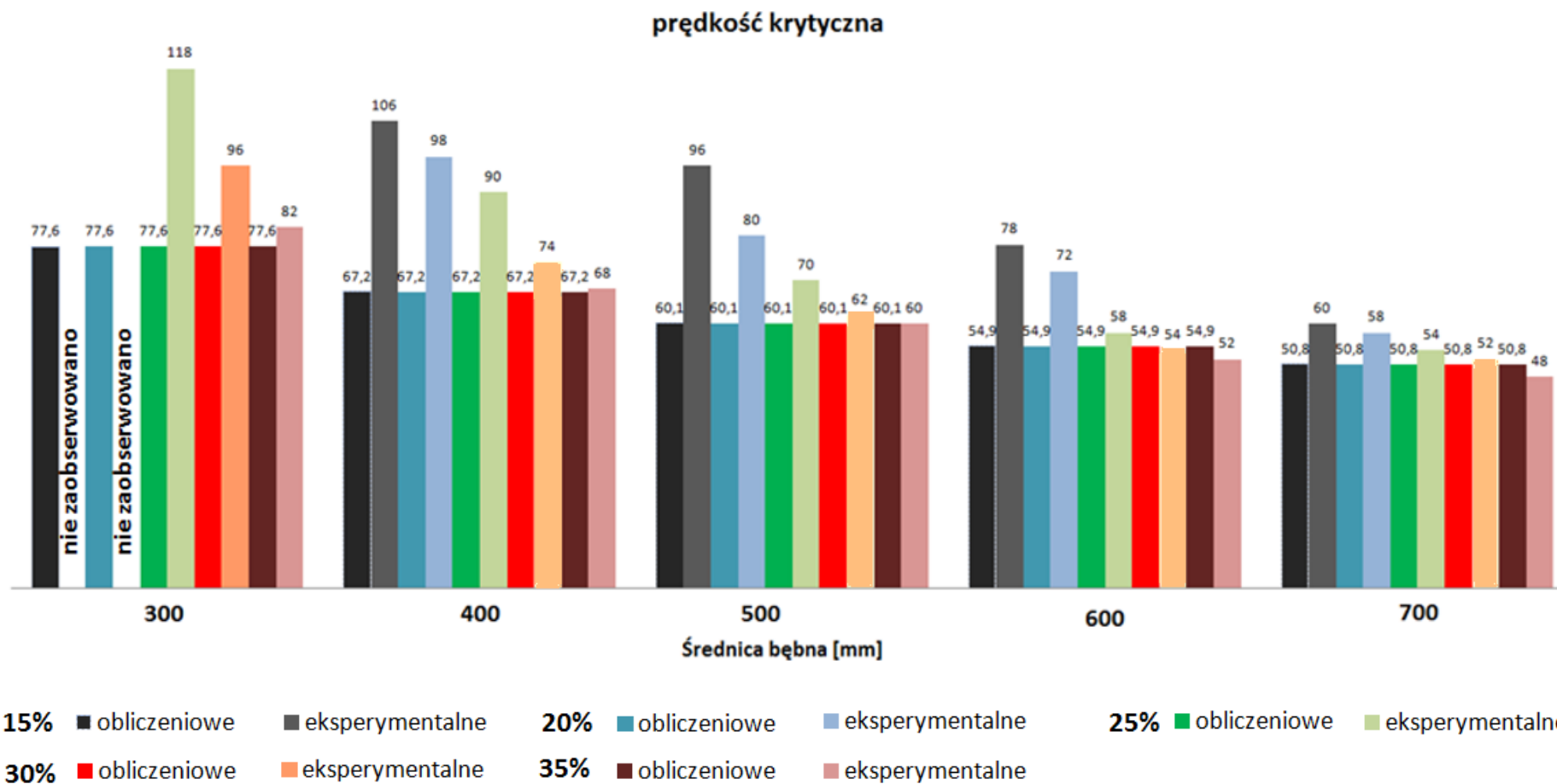
Prędkość charakterystyczna	Stopień wypełnienia bębna [%]	Średnica bębna [mm]				
		300	400	500	600	700
Minimalna wzór (27)	15%	65,1	56,9	51,2	47,0	43,7
	20%	62,5	54,6	49,2	45,1	42,0
	25%	60,6	52,9	47,7	43,7	40,7
	30%	59,1	51,6	46,5	42,6	39,7
	35%	57,8	50,5	45,5	41,7	38,8
Maksymalna wzór (27)	15%	86,8	75,8	68,3	62,7	58,3
	20%	83,4	72,8	65,6	60,2	56,0
	25%	80,8	70,6	63,5	58,3	54,3
	30%	78,8	68,8	61,9	56,9	52,9
	35%	77,1	67,3	60,6	55,6	51,8
Krytyczna wzór (30)	15% ÷ 35%	77,6	67,2	60,1	54,9	50,8
Wirowanie wzór (27)	15%	103,7	90,5	81,5	74,8	69,6
	20%	99,6	87,0	78,3	71,9	66,9
	25%	96,5	84,3	75,9	69,7	64,8
	30%	94,1	82,2	74,0	67,9	63,2
	35%	92,1	80,4	72,4	66,5	61,8



*Rys. 53. Zestawienie prędkości minimalnych otrzymanych na drodze eksperymentalnej oraz obliczeniowej ze wzoru (27) i (30) dla różnych średnic bębna oraz stopnia jego wypełnienia, materiał E*

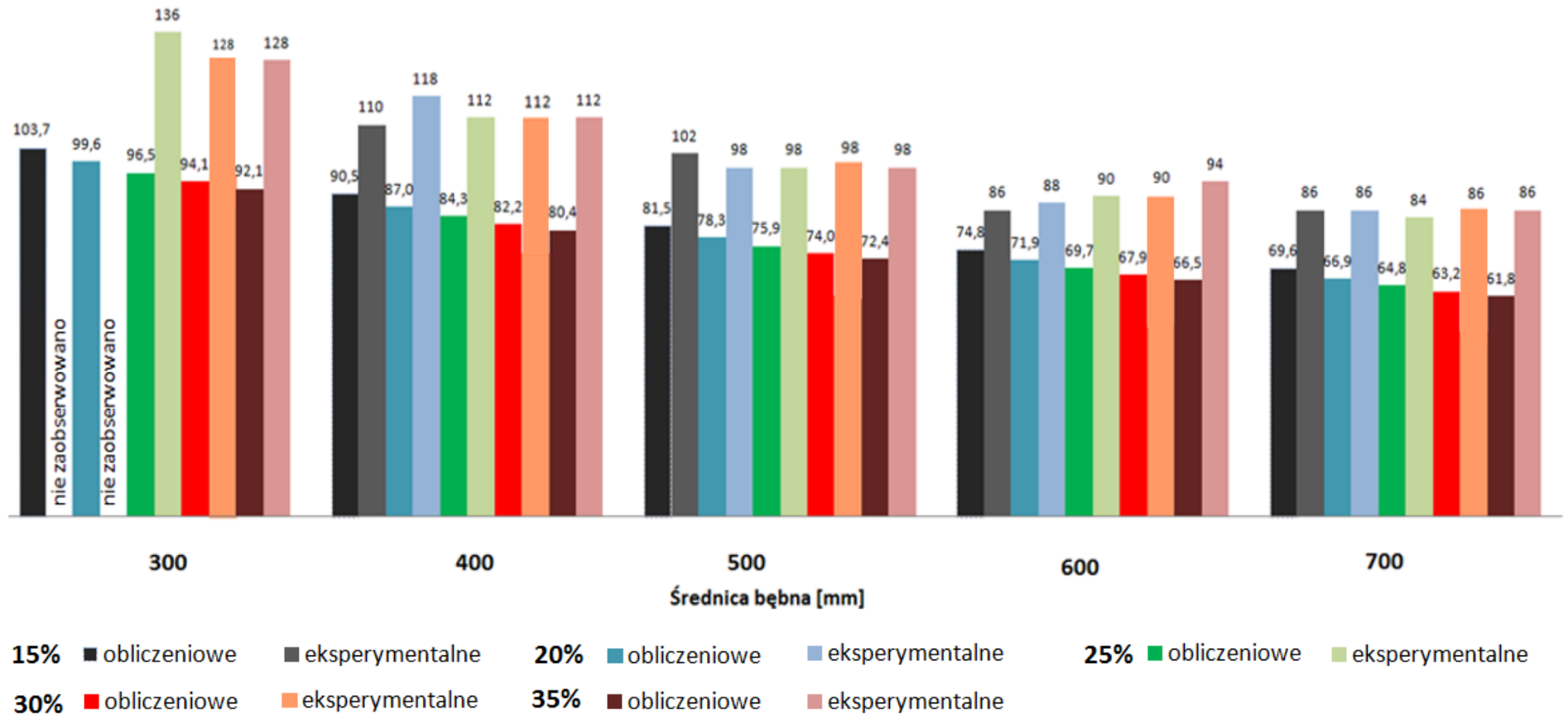


*Rys. 54. Zestawienie prędkości maksymalnych otrzymanych na drodze eksperymentalnej oraz obliczeniowej ze wzoru (27) i (30) dla różnych średnic bębna oraz stopnia jego wypełnienia, materiał E*



Rys. 55. Zestawienie prędkości krytycznych otrzymanych na drodze eksperymentalnej oraz obliczeniowej ze wzoru (27) i (30) dla różnych średnic bębna oraz stopnia jego wypełnienia, materiał E

## wirowanie



Rys. 56. Zestawienie prędkości wirowania otrzymanych na drodze eksperymentalnej oraz obliczeniowej ze wzoru (27) i (30) dla różnych średnic bębna oraz stopnia jego wypełnienia, materiał E

### **6.1.3. Średnica cząstek stanowiących wypełnienie**

W przemyśle wielkość cząstek w obliczeniach prędkości charakterystycznych dla aparatów bębnowych jest pomijana, ze względu na znaczną różnicę w średnicy bębna i cząstek. Parametr ten jest więc określany jako mało istotny i nie jest brany pod uwagę w obliczeniach prędkości charakterystycznych.

Jednakże, ze względu na wcześniejsze publikacje dotyczące wpływu wybranego parametru na zachowanie się złoża (Lee i in. 2003) również wzięto pod uwagę jego wpływ na zachowanie się złoża.

W tej części badawczej wypełnienie stanowiły szklane, kuliste cząstki – materiał E, F, G, H, o średnicy: 8, 6, 4 i 2 mm. Badania przeprowadzono dla pięciu stopni wypełnienia bębna – od 15% do 35% dla średnicy bębna równej 700 mm.

Badania wykazały wpływ średnicy cząstek stanowiących wypełnienie. Zgodnie z rys. 57, różnice w prędkościach obrotowych dla cząstek o największej zbadanej średnicy - 8 mm oraz najmniejszej - 2 mm, wahały się w zakresie od 0 do 10 obr/min. Analiza wyników badań wykazała, iż dla wypełnienia o większych cząstkach prędkości charakterystyczne zachodziły przy wyższych prędkościach obrotowych, niż w przypadku kulek o mniejszej średnicy.

Zakres prędkości obrotowych dla stanów charakterystycznych złoża przedstawiono na rys. 58. Ze względu na występowanie wirowania całego złoża powyżej pewnej prędkości obrotowej bez możliwości pomiaru kończącego (wielkość ta dąży do nieskończoności) analizie szerokości stref poddano pięć pierwszych stanów zachowania się złoża.

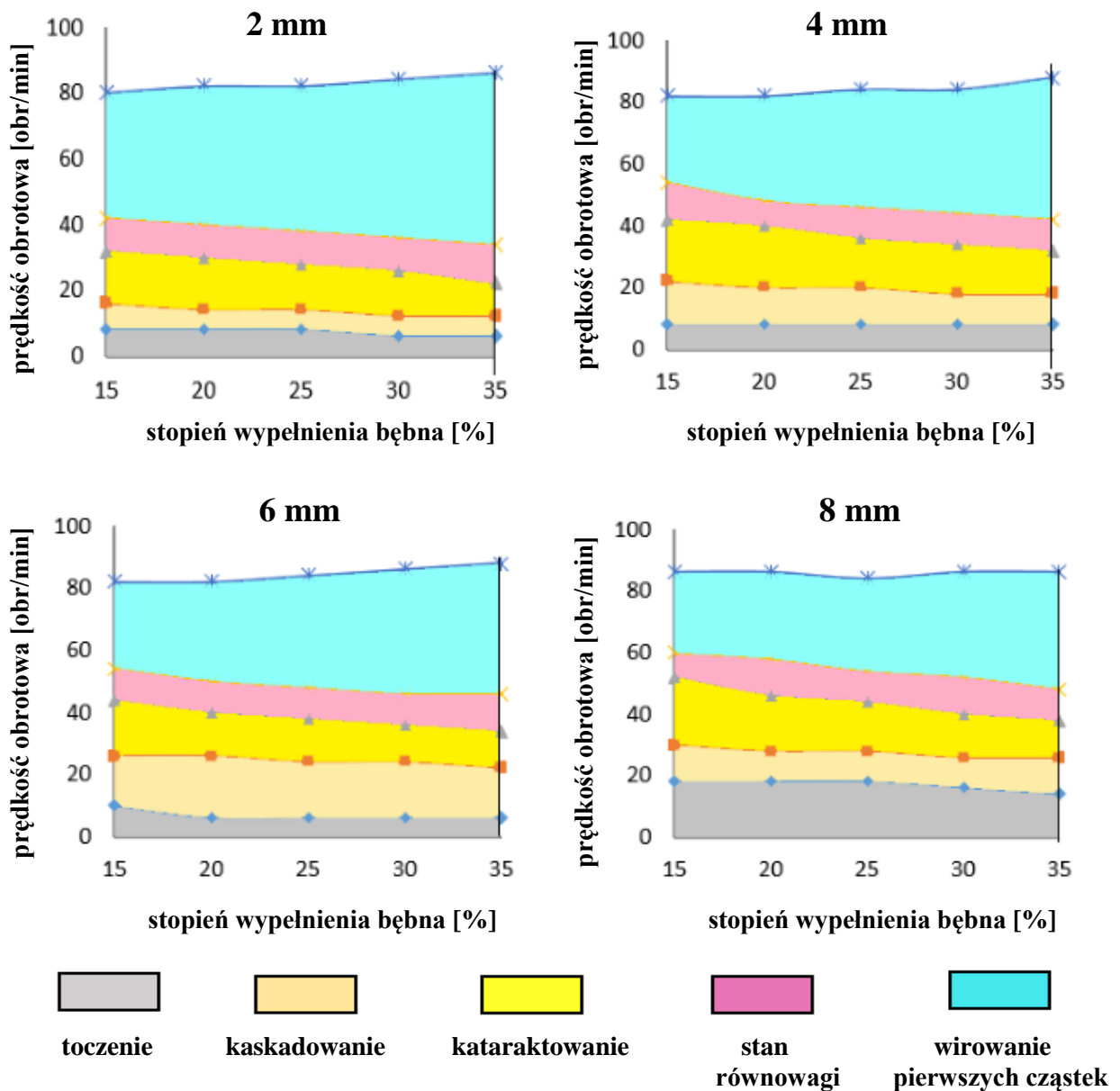
Najniższy zakres obrotowy zaobserwowano dla strefy toczenia – od 6 do 18 obr/min. Najszerszą strefę dla wszystkich średnic cząstek stanowiło wirowanie pierwszych cząstek – od 28 do 52 obr/min.

Dodatkowo określono wysokość wyniesienia złoża dla wypełnienia o zmiennej średnicy cząstek dla różnych stopni wypełnienia bębna. Wysokość ta została wyznaczona dla najwyższego punktu złoża wynoszonego na ścianie bębna (rys. 59). Wyniki przedstawione w formie wykresu na rys. 60.

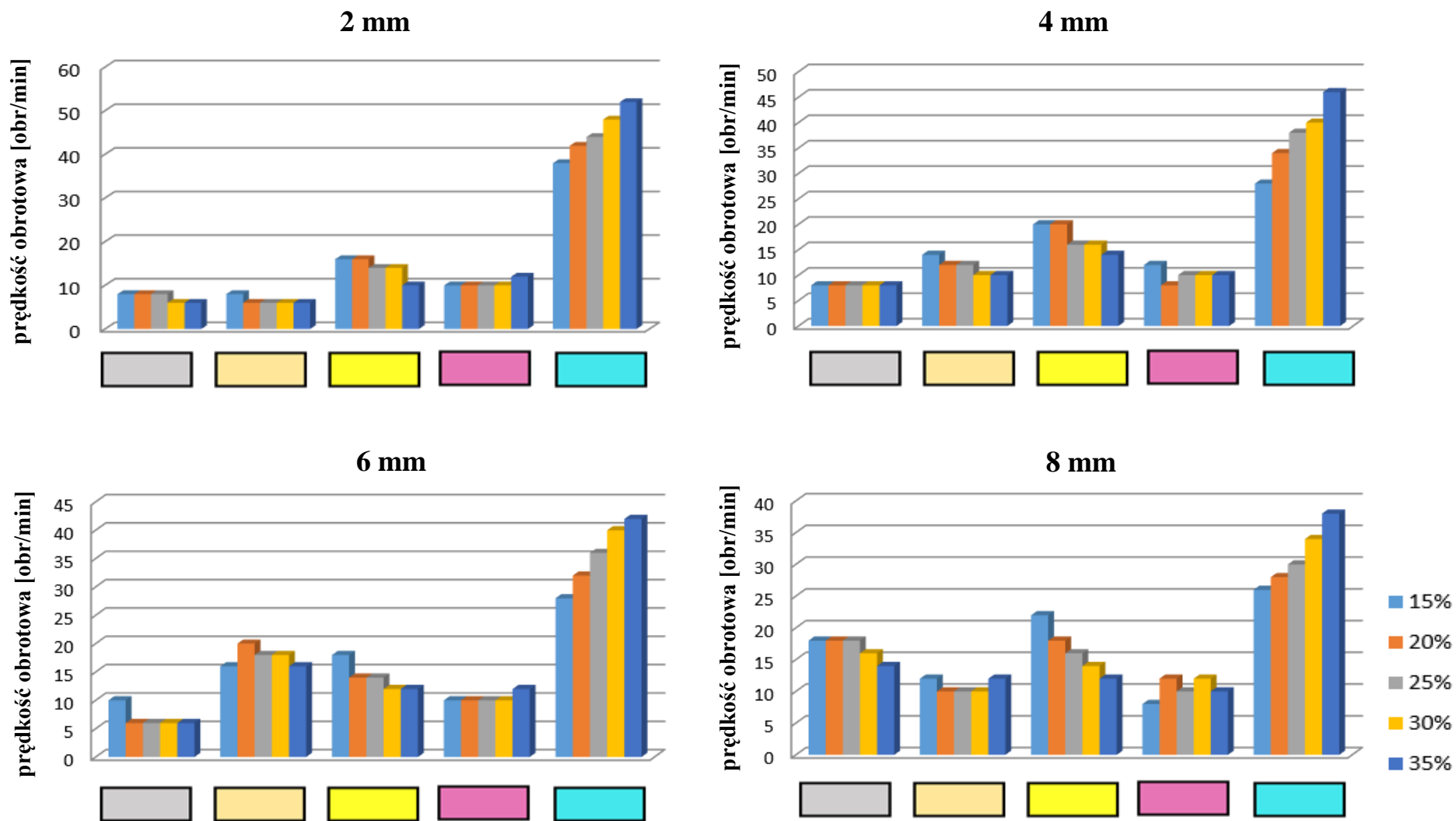
Wysokość wyniesienia złoża związana jest ze zmianami stanów zachowania się wypełnienia. Przy niskich wartościach obserwuje się proces toczenia. Wzrost prędkości obrotowych



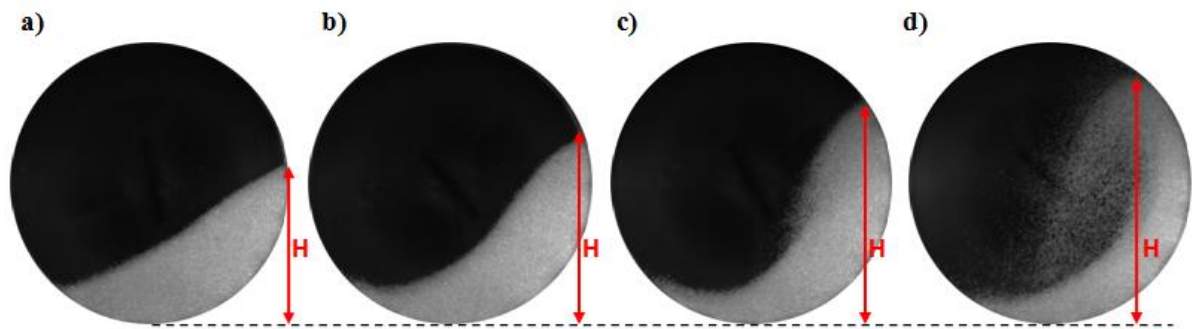
powoduje zmianę stany zachowania się złoza na kaskadowanie oraz następnie na kataraktowanie, co wiąże się również ze wzrostem danej wysokości. Dla prędkości krytycznej wartość danego parametru był równy średnicy bębna. Analiza wykazała, iż parametr ten rośnie wraz ze wzrostem średnicy cząstek oraz prędkości obrotowych bębna, a także czym wyższa wysokość wyniesienia, tym większe rozluźnienie złoza.



Rys. 57. Zakres występowania stref charakterystycznego zachowania się złoza dla cząstek o różnej średnicy – materiał E, F, G, H;  $D = 700$  mm

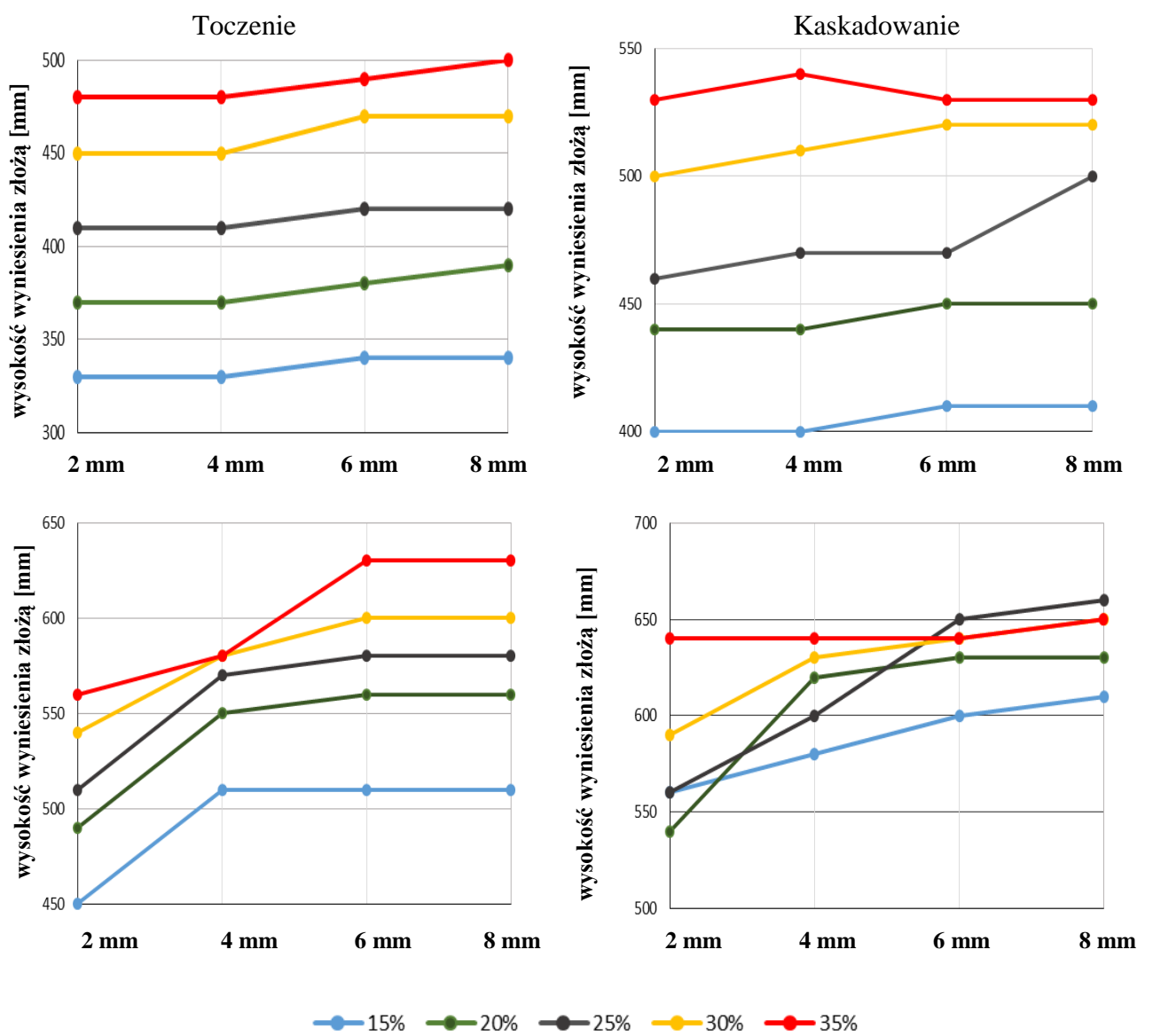


Rys. 58. Szerokość stref występowania charakterystycznego zachowania się złoża dla cząstek o różnej średnicy, – materiał E, F, G, H;  
 $D = 700 \text{ mm}$



Rys. 59. Pomiar wysokość wyniesienia złoża dla charakterystycznych prędkości obrotowych:

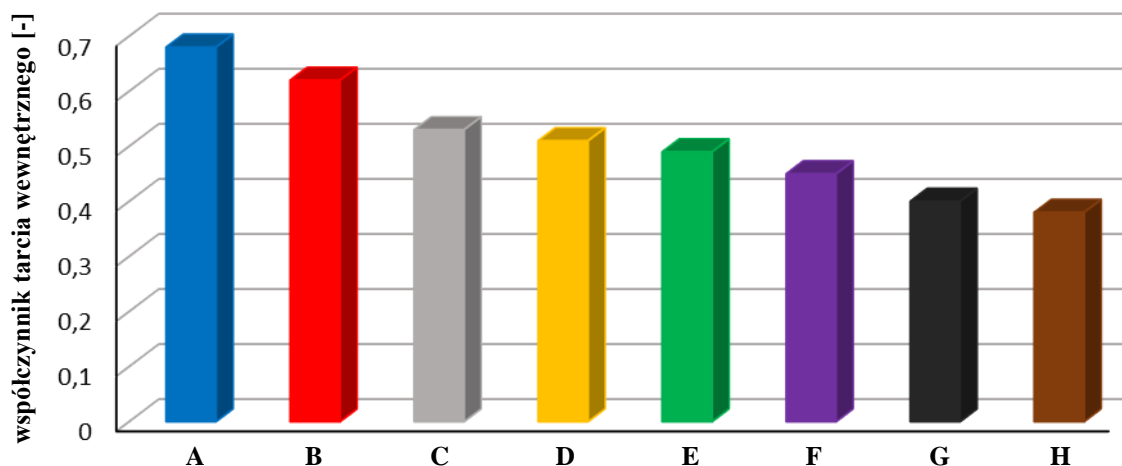
a) toczenia, b) kaskadowania, c) minimalnej, d) maksymalnej



Rys. 60. Wysokość wyniesienia złoża dla prędkości charakterystycznych, przy różnym stopniu wypełnienia bębna oraz średnicy cząstek, materiał E, F, G, H;  $D = 700$  mm

#### 6.1.4. Współczynnik tarcia wewnętrznego materiału stanowiącego wypełnienie

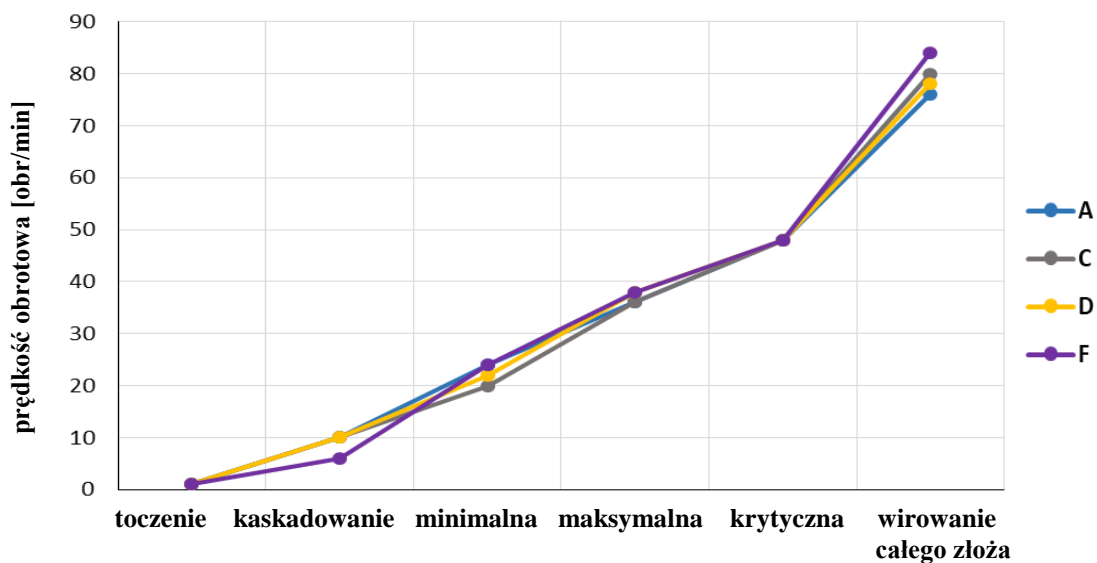
Badania wpływu współczynnika tarcia materiału stanowiącego wypełnienie przeprowadzono dla 25% stopnia wypełnienia bębna o średnicy 700 mm. Współczynnik tarcia wewnętrznego złoża stanowiącego wypełnienie bębna został przedstawiony w formie wykresu słupkowego – rys. 61.



Rys. 61. Zestawienie współczynników tarcia wewnętrznych materiałów

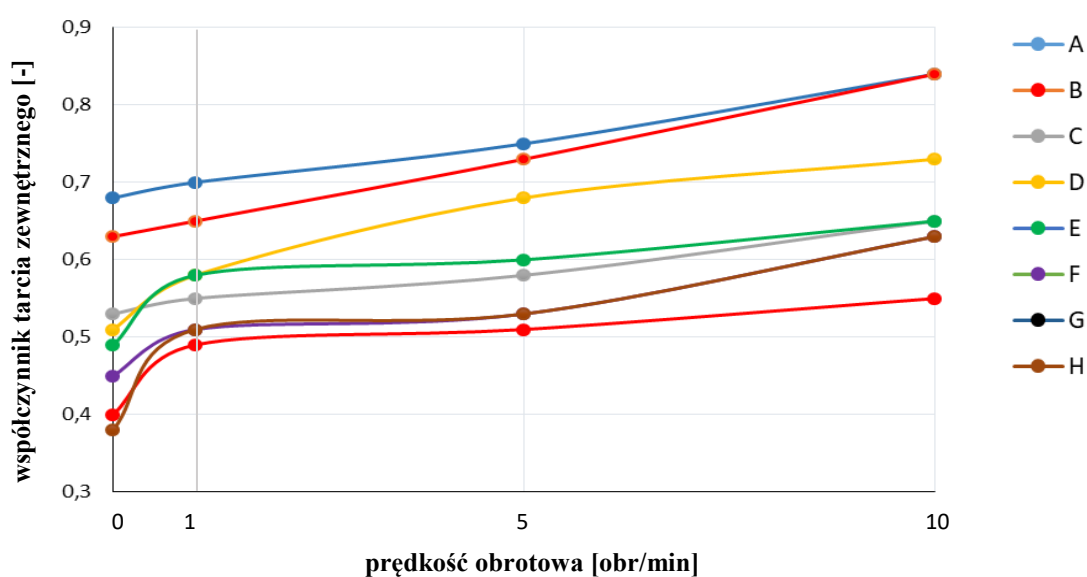
Pohlman i in. (2006) określili, iż wraz ze wzrostem średnicy cząstek, naturalny kąt zsypania i tym samym również współczynnik tarcia wewnętrznego ulega zmniejszeniu, co zostało potwierdzone w trakcie badań dla sferycznych, szklanych cząstek o różnej średnicy – materiał E, F, G i H, rys. 61.

Analizę wyników badań wpływu danego parametru na zachowanie się złoża przeprowadzono dla 4 rodzajów materiałów o zbliżonej średnicy równej 6 mm - ziarna peluski A, tworzywa sztucznego C, tworzywa sztucznego D, oraz kulek szklanych. W trakcie badań zaobserwowano pewny wpływ współczynnika tarcia materiału stanowiącego wypełnienia na stany charakterystyczne zachowania się złoża. Na rys. 62 przedstawiono prędkości obrotowe charakterystycznych stanów zachowania się złoża dla wybranych materiałów - A, C, D i F, których średnica równa jest 6 mm. Maksymalna różnica w prędkościach obrotowych wyniosła 8 obr/min, co świadczy o pewnym wpływie kąta naturalnego zsypania, a więc również współczynnika tarcia wewnętrznego na charakterystyczne prędkości obrotowe.



Rys. 62. Zestawienie prędkości charakterystycznych dla materiałów: A, C, D i F,  $\varphi = 25\%$ ,  
 $D = 700 \text{ mm}$

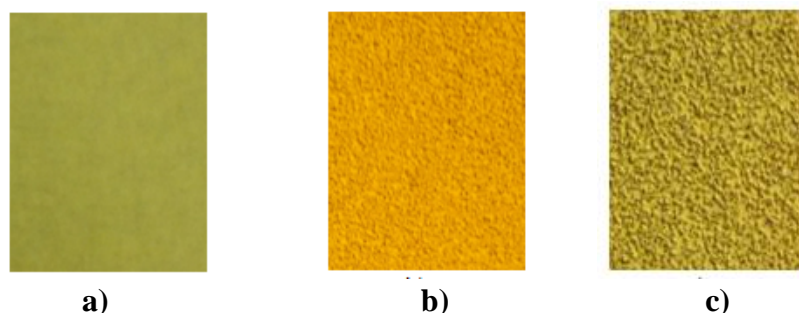
W trakcie badań zauważono, iż kąt statyczny i dynamiczny materiałów jest różny, a tym samym również i współczynniki tarcia. Zastawienie zależności pomiędzy współczynnikiem statycznym oraz dynamicznym tarcia wewnętrznego, a prędkością obrotową bębna dla wszystkich materiałów badawczych przedstawiono na rys. 63. Wraz ze wzrostem prędkości obrotowej, współczynnik tarcia wewnętrznego ulega zwiększeniu, równoznacznie z tym również kąt zsypania materiału ulega zwiększeniu, co potwierdza doniesienia Chou i Lee (2009).



Rys.63. Zależność współczynnika tarcia zewnętrznego od prędkości obrotowej oraz średnicy cząstek,  $D= 700 \text{ mm}$ ,  $\varphi=25\%$

### 6.1.5. Ziarnistość wykładzin bębna

W celu określenia wpływu jakości powierzchni ścianek wewnętrznych bębna, przeprowadzono badania dla ścianki gładkiej oraz z tzw. wykładziną. Wykładziny bębna stanowił papier ścierny o różnej ziarnistości (rys. 64). Badania przeprowadzono dla 700 mm średnicy bębna.

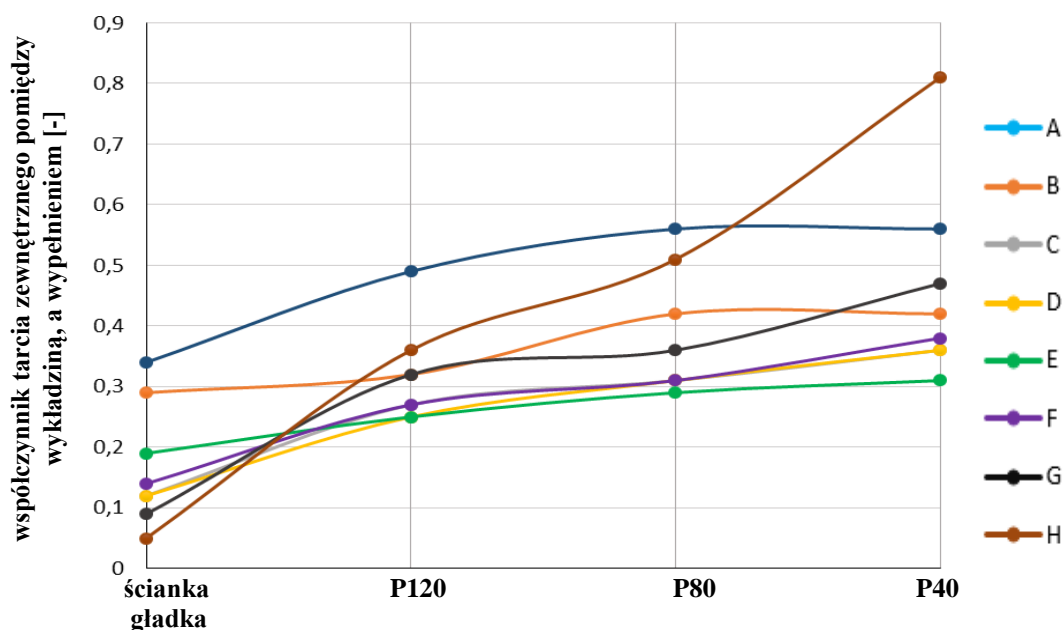


Rys. 64. Wykładzina bębna o ziarnistości: a) P120, b) P80, c) P40

Kąt tarcia pomiędzy złożem  $\beta_z$ , a ściankami gładkimi i pokrytymi wykładziną przedstawiono w formie tabeli 13 wraz z obliczonym na podstawie wzoru (47) współczynnikiem tarcia zewnętrznego –  $\mu_z$ . Najwyższy kąt tarcia posiadały naturalne ziarna – materiał A i B. W przypadku szklanych kulek – E, F, G, H, zauważono iż dla ścianki gładkiej kąt  $\beta_z$  rósł wraz ze wzrostem średnicy cząstek, a w przypadku zastosowania wykładzin odwrotnie - malał. Można zauważyć, że wraz ze wzrostem ziarnistości wykładzin parametr ten ulegał obniżeniu, a co za tym idzie również malał współczynnik tarcia zewnętrznego  $\mu_z$  – rys. 65.

Tabela. 13. Kąt oraz współczynnik tarcia zewnętrznego pomiędzy złożem, a ściankami bębna

Materiał	Ścianka gładka		P120		P80		P40	
	$\beta_z[^\circ]$	$\mu_z[-]$	$\beta_z[^\circ]$	$\mu_z[-]$	$\beta_z[^\circ]$	$\mu_z[-]$	$\beta_z[^\circ]$	$\mu_z[-]$
A	19	0,34	26	0,49	30	0,58	30	0,58
B	16	0,29	18	0,33	23	0,42	23	0,42
C	7	0,12	15	0,27	17	0,31	20	0,36
D	7	0,12	14	0,25	17	0,31	20	0,36
E	11	0,19	14	0,25	16	0,29	17	0,31
F	8	0,14	15	0,27	17	0,31	21	0,38
G	5	0,09	18	0,33	20	0,36	25	0,47
H	3	0,05	20	0,36	27	0,51	39	0,81



Rys.65. Współczynnik tarcia zewnętrznego pomiędzy złożem, a ścianką gładkiej oraz zaopatrzoną w wykładzinę o ziarnistości – P120, P80 oraz P40,  $D = 700 \text{ mm}$ ,  $\varphi = 25\%$

W tabelach 14 – 17 przedstawiono wyniki badań dla ziaren grochu stanowiących wypełnienie bębna - materiał B, dla którego różnice w prędkościach obrotowych dla ścianki gładkiej oraz zaopatrzonej w wykładziny były największe.

Różnice dla charakterystyczne prędkości obrotowych dla ścianki gładkiej i z wykładziną wynosiły od 0 do 4 obr/min – rys. 66. W przypadku innych materiałów (A, B, C, D, F) stanowiących wypełnienie, różnica charakterystycznych prędkości obrotowych dla ścianki gładkiej oraz ziarnistej wykładziny nie przekraczała 2 obr/min.

Analiza wykazała więc pewien wpływ zastosowania wykładzin bębna na zachowanie się złoża, a tym samym chropowatości ścianki wewnętrznej bębna na zachowanie się złoża.

Tab. 14. Charakterystyczne prędkości dla bębna o ściance gładkiej, materiał B,  $D = 700 \text{ mm}$

Stany Charakterystyczne	Stopień wypełnienia bębna				
	15 %	20 %	25 %	30 %	35 %
Toczenie	1				
Kaskadowanie	12	10	10	8	8
Minimalna	24	24	22	20	20
Maksymalna	42	40	38	38	38
Krytyczna	48	48	48	46	46
Wirowanie	74	74	74	74	76

Tab. 15. Charakterystyczne prędkości dla bębna o ściance pokrytej papierem ściernym o ziarnistości P120, materiał B, D = 700 mm

Stany charakterystyczne	Stopień wypełnienia bębna				
	15 %	20 %	25 %	30 %	35 %
Toczenie	1				
Kaskadowanie	10	10	8	8	8
Minimalna	26	24	24	22	22
Maksymalna	42	42	42	40	38
Krytyczna	50	50	50	48	48
Wirowanie	74	76	76	76	76

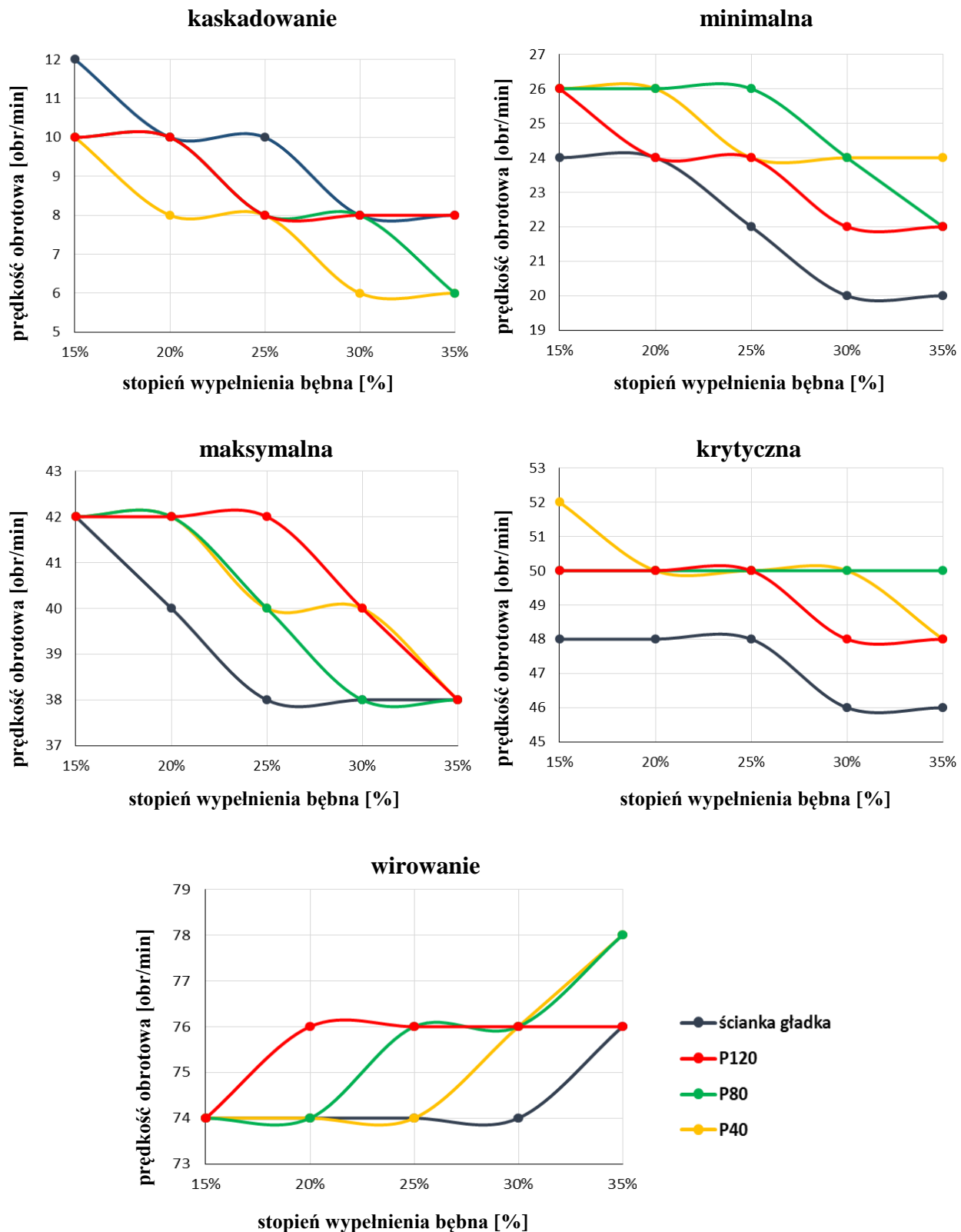
Tab. 16. Charakterystyczne prędkości dla bębna o ściance pokrytej papierem ściernym o ziarnistości P80, materiał B, D = 700 mm

Stany charakterystyczne	Stopień wypełnienia bębna				
	15 %	20 %	25 %	30 %	35 %
Toczenie	1				
Kaskadowanie	10	10	8	8	6
Minimalna	26	26	26	24	22
Maksymalna	42	42	40	38	38
Krytyczna	50	50	50	50	50
Wirowanie	74	74	76	76	78

Tab. 17. Charakterystyczne prędkości dla bębna o ściance pokrytej papierem ściernym o ziarnistości P40, materiał B, D = 700 mm

Stany charakterystyczne	Stopień wypełnienia bębna				
	15 %	20 %	25 %	30 %	35 %
Toczenie	1				
Kaskadowanie	10	8	8	6	6
Minimalna	26	26	24	24	24
Maksymalna	42	42	40	40	38
Krytyczna	52	50	50	50	48
Wirowanie	74	74	74	76	78





Rys. 66. Wpływ wykładzin na prędkości charakterystyczne dla aparatów bębnowych, materiał B, D = 700 mm

W dalszej części pracy zaproponowano modyfikację wzoru Oyama (27) na prędkości charakterystyczne zgodnie z otrzymanymi wynikami badań eksperymentalnych.

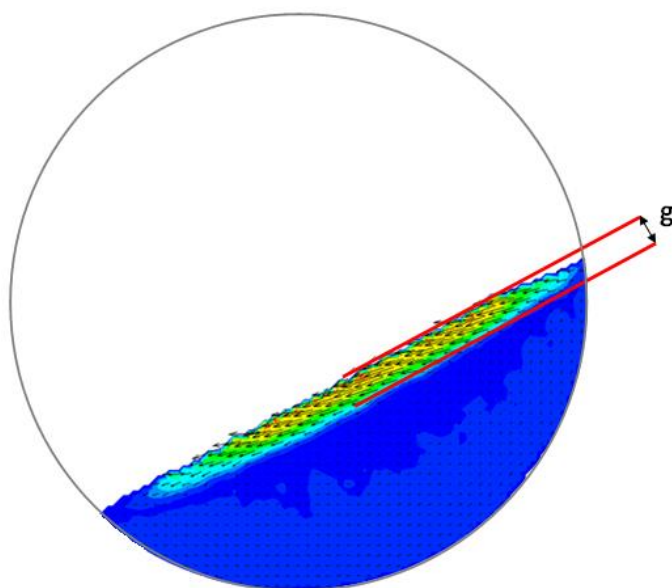
## 6.2. WPLYW STOPNIA WYPEŁNIENIA BĘBNA ORAZ ŚREDNICY CZĄSTEK NA WASRTWĘ AKTYWNA ZŁOŻA

Aby pokazać możliwości technik wizualizacyjnych oraz cyfrowej analizy obrazu, poniżej postanowiono przedstawić wyniki badań związane z definiowaniem i wymiarowaniem stref w ramach złóż heterogenicznych.

Badania nad warstwą aktywną złoża opierały się o dokonanie pomiaru jej głębokości dla różnych stopni wypełnienia bębna - od 15% do 35%, co 5% oraz średnic cząstek - od 2 mm do 8 mm, co 2 mm. Wypełnienie stanowiły sferyczne, szklane cząstki.

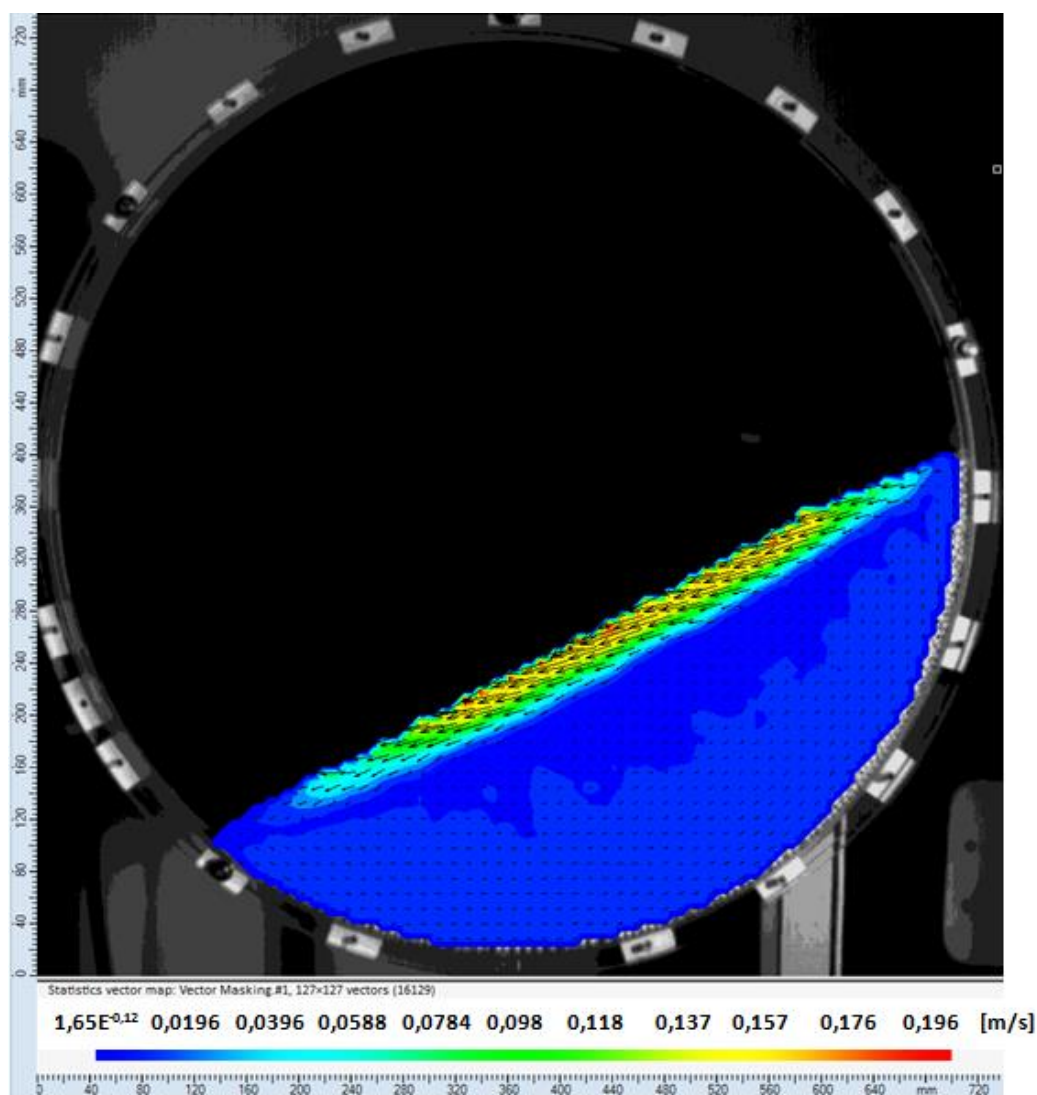
Puyvelde (1999) zaobserwował podczas toczenia wyraźny podział na dwie warstwy: aktywną pasywną, co zostało potwierdzone badaniami. Również w trakcie kaskadowania zaobserwowano podział złoża na strefy. Potwierdzono tym samym wyniki badań Henein (1980), który opisał złożę w czasie tworzenia tzw. "nerki" na trzy oddzielne strefy: aktywną (zewnętrzną), pasywną (cyrkulującą) oraz pasywną (tworzącą nieruchomy rdzeń).

Podczas badań również zaobserwowano wyraźną granicę pomiędzy warstwą ulegającą procesowi toczenia się cząstek - aktywną, a warstwą która ulega jedynie wyniesieniu wraz z obracającym się bębniem - pasywną. Na tej podstawie dalsza analiza wyników badań nad warstwą aktywną złoża zachodziła zgodnie z rys. 67. Obowiązkowo za każdym razem należy scharakteryzować warunki dla przytoczonych wyników.

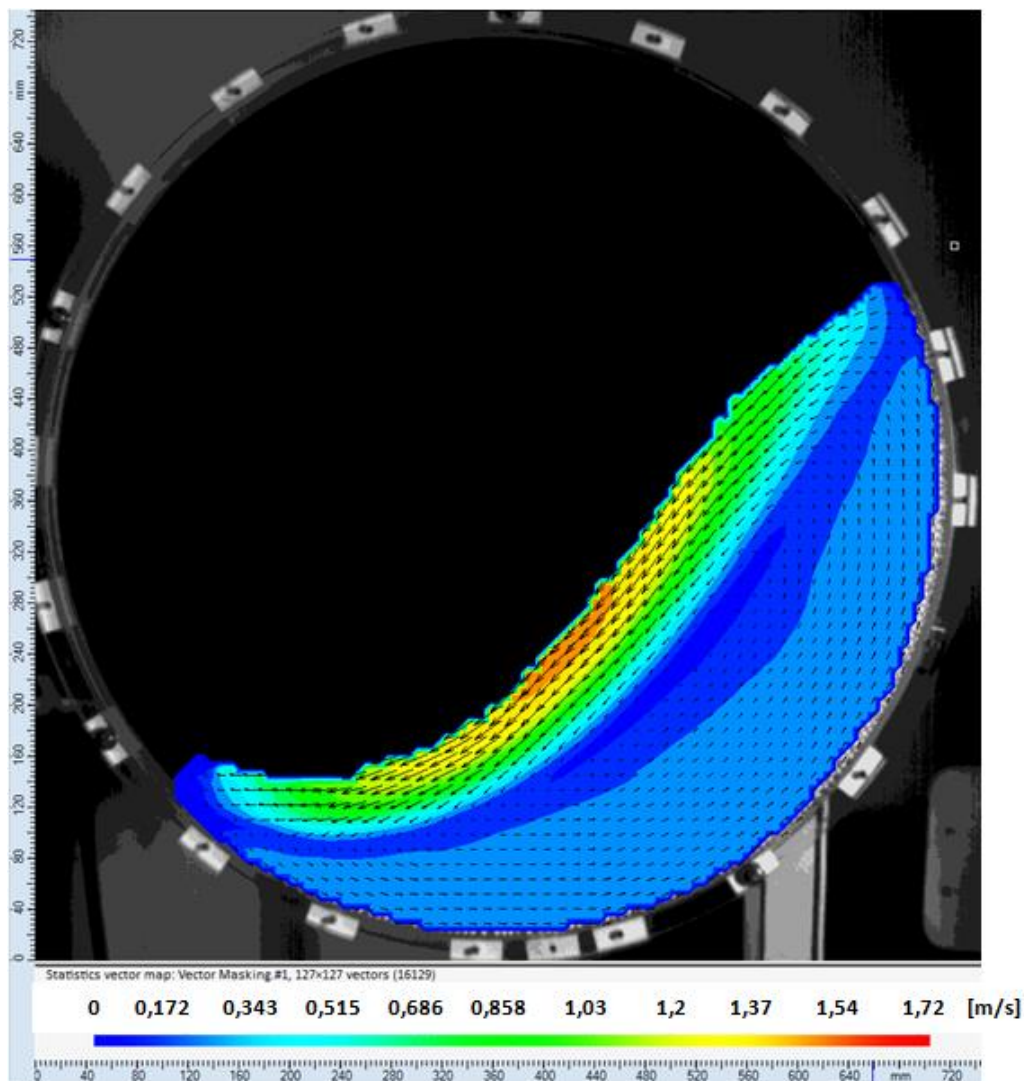


Rys. 67. Schemat pomiarów warstwy aktywnej złoża, materiał C,  $D = 700 \text{ mm}$ ,  $\varphi = 25\%$ ,  
 $n = 1 \text{ obr/min}$

Badania przeprowadzono przy pomocy programu DPIV oraz Dynamic Studio. Pierwszy z nich pozwolił na określenie momentów charakterystycznych - początku procesu toczenia się cząstek po złożu, prędkości odpowiadającej momentowi rozpoczęcia i zakończenia kaskadowania, a więc prędkości minimalnej. Dzięki programowi Dynamic Studio możliwe było dokładne wyznaczenie kształtu warstwy aktywnej dla różnych, zadanych parametrów (prędkości obrotowej, stopnia wypełnienia bębna, średnicy cząstek), a tym samym określenie jej głębokości. Dodatkowo możliwe było również wyznaczenie profili wektorów prędkości cząstek poruszających się w obu warstwach złoża, a tym samym wyznaczenie prędkości uśrednionej oraz maksymalnej cząstek w warstwie aktywnej zarówno w czasie toczenia (rys. 68), jak i kaskadowania złoża (rys. 69).

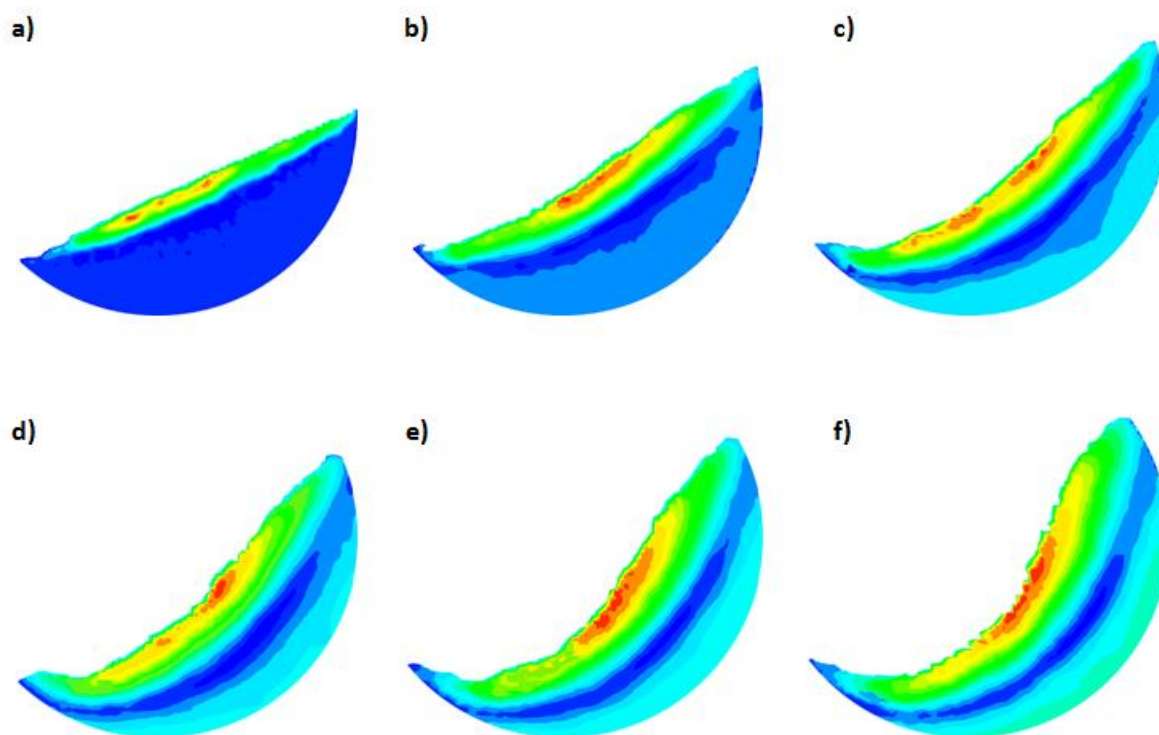


Rys. 68. Warstwa aktywna w czasie toczenia złoża w programie Dynamic Studio, materiał C,  
 $D = 700 \text{ mm}$ ,  $\varphi = 25\%$ ,  $n = 1 \text{ obr/min}$



*Rys. 69. Warstwa aktywna w czasie kaskadowania złoża w programie Dynamic Studio, materiał C,  $D = 700$  mm,  $\varphi = 25\%$ ,  $n = 10$  obr/min*

Podczas badań zaobserwowano, iż warstwa aktywna dla bardzo niskich prędkości obrotowych była zbliżona kształtem do linii prostej, wraz ze wzrostem prędkości obrotowych stawała się bardziej zakrzywiona i przypominała rozciągniętą nerkę (rys. 70). Obserwacje są więc zbliżone do wyników badań Orpe i Khakhar (2001).



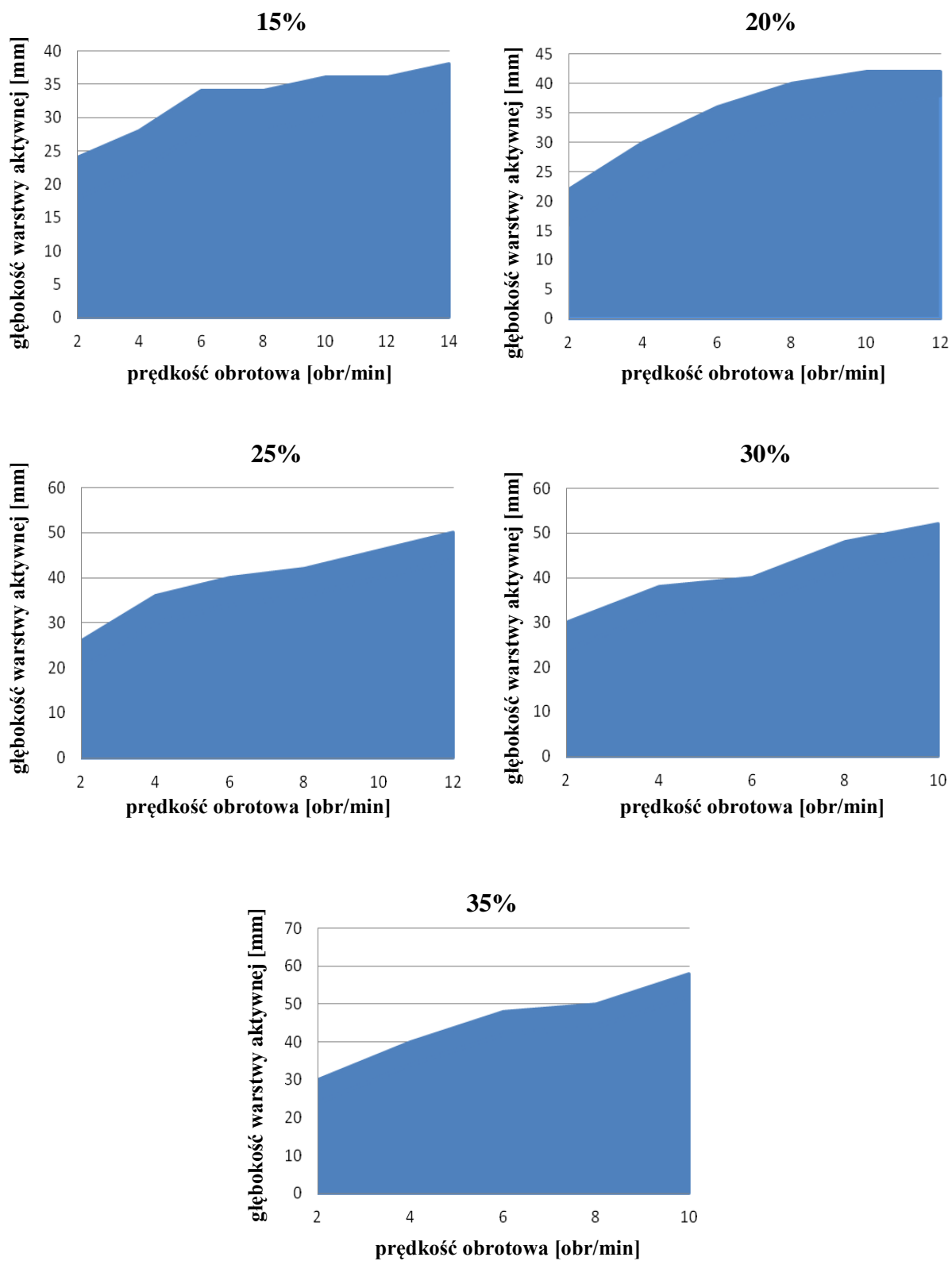
Rys. 70. Kształt warstwy aktywnej dla prędkości obrotowych: a) 2 obr/min, b) 6 obr/min, c) 10 obr/min, d) 14 obr/min, e) 18 obr/min, f) 22 obr/min, materiał E,  $D = 700 \text{ mm}$ ,  $\varphi = 25\%$

Zbadano głębokość warstwy aktywnej złoża dla różnych stopni wypełnienia bębna oraz różnych średnic cząstek stanowiących złożo. Wyniki przedstawiono w postaci wykresów - rys. 71-74.

Głębokość warstwy aktywnej rosła wraz ze wzrostem prędkości obrotowych, co potwierdza badania Nakagawa (1993), Orpe i Khakhar (2001), Felix i in. (2002b) oraz Aissa i in. (2012) oraz podczas zwiększania się stopnia wypełnienia bębna.

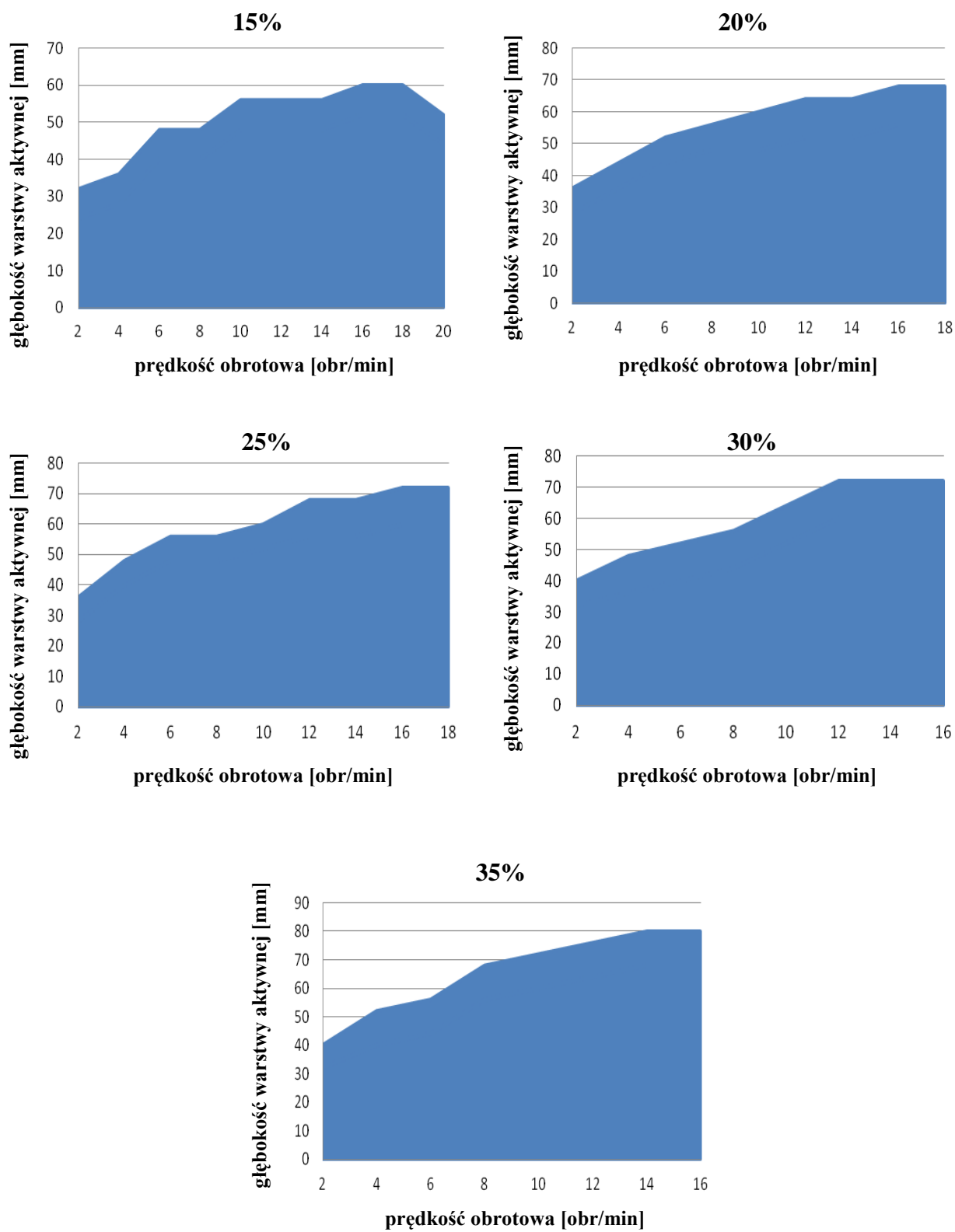
Badania potwierdziły wcześniejsze badania Henein (1983) i Orpe i Khakhar (2001), co do wpływu wielkości cząstek na głębokość warstwy aktywnej. Wyniki badań dotyczące danego parametru są więc niezgodne z publikacjami Yang i Farouk (1997) oraz Aissa i in. (2012). Analiza wykazała wzrost głębokości warstwy aktywnej wraz ze wzrostem średnicy cząstek złoża - rys. 75.

## Kulki szklane 2 mm – materiał H



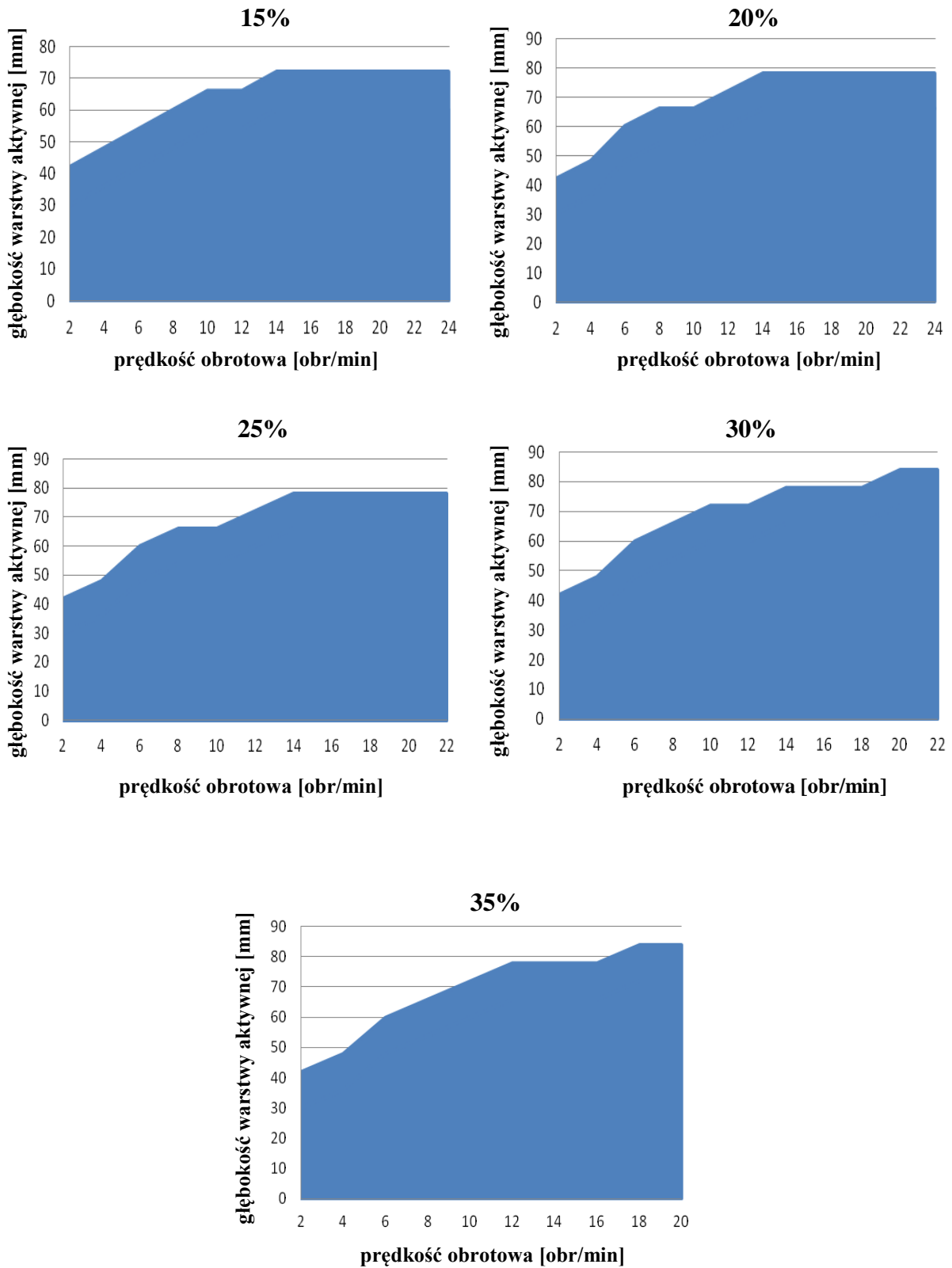
Rys. 71. Głębokość warstwy aktywnej dla materiału H,  $D = 700$  mm

## Kulki szklane 4 mm – materiał G



Rys. 72. Głębokość warstwy aktywnej dla materiału G,  $D = 700$  mm

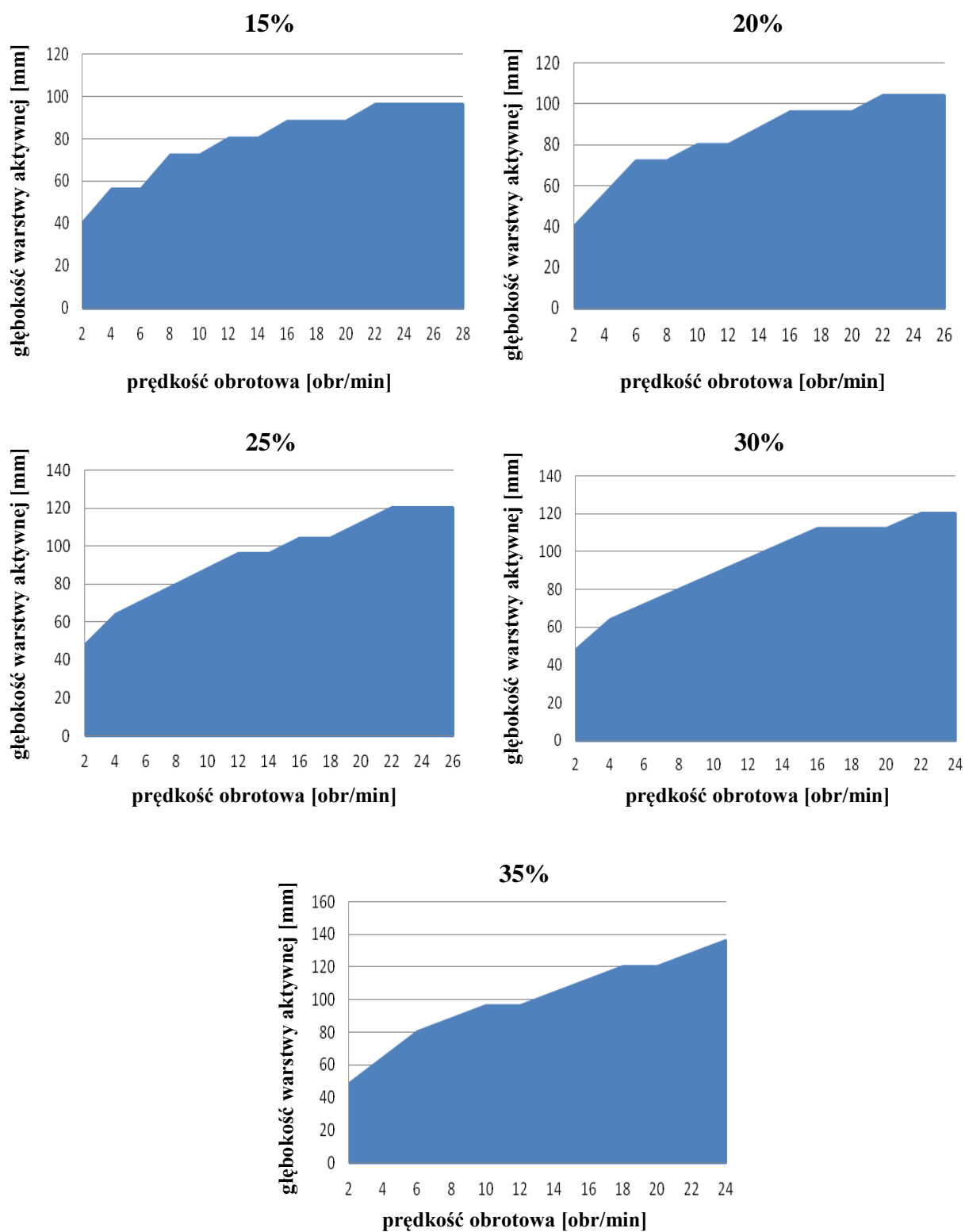
### Kulki szklane 6 mm – materiał F



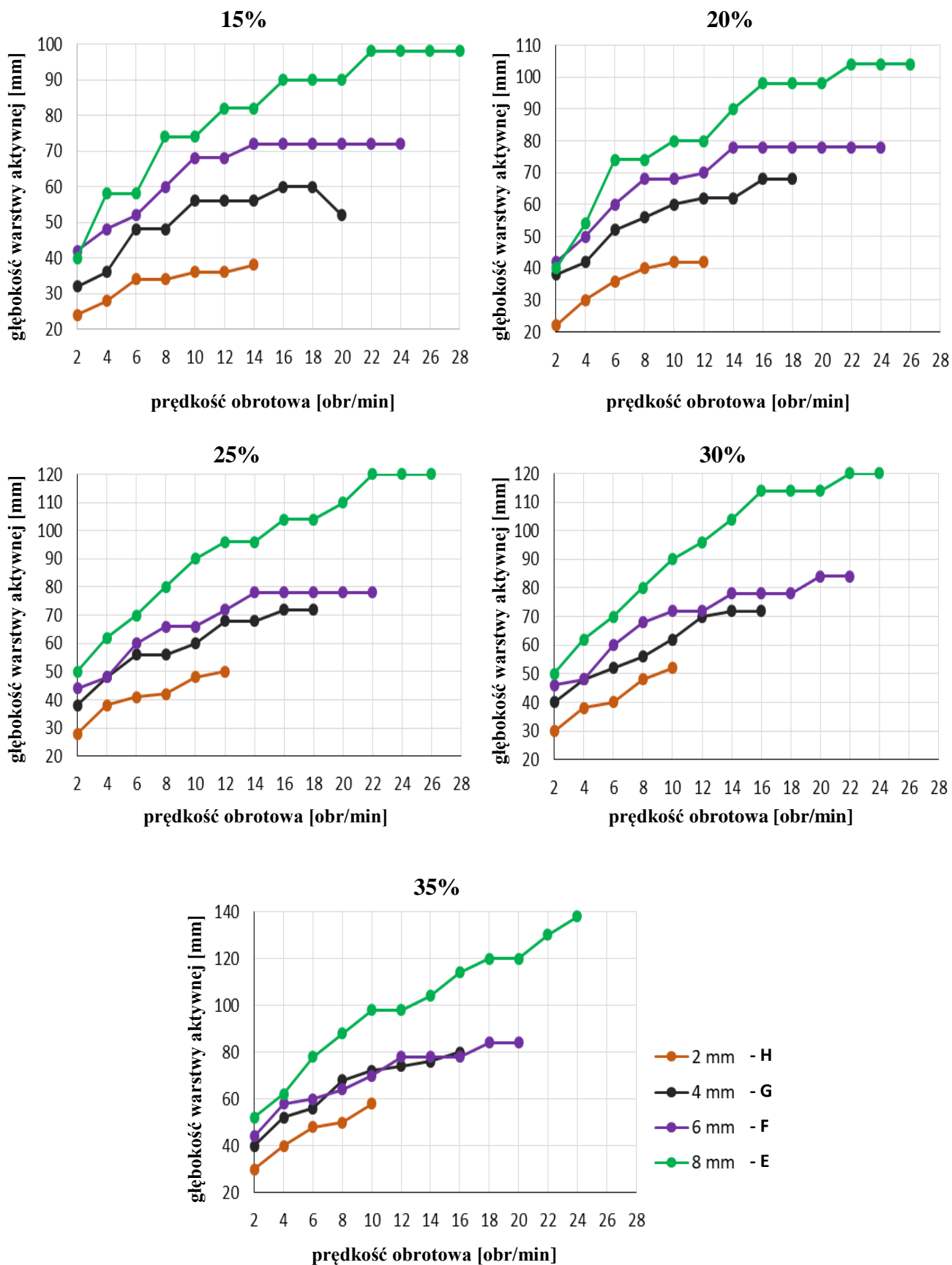
Rys. 73. Głębokość warstwy aktywnej dla materiału F,  $D = 700\text{ mm}$



## Kulki szklane 8 mm – materiał E



Rys. 74. Głębokość warstwy aktywnej dla materiału E,  $D = 700$  mm



Rys. 75. Zależność głębokości warstwy aktywnej złoza od średnicy cząstek  
- materiał E, F, G, H; D = 700 mm

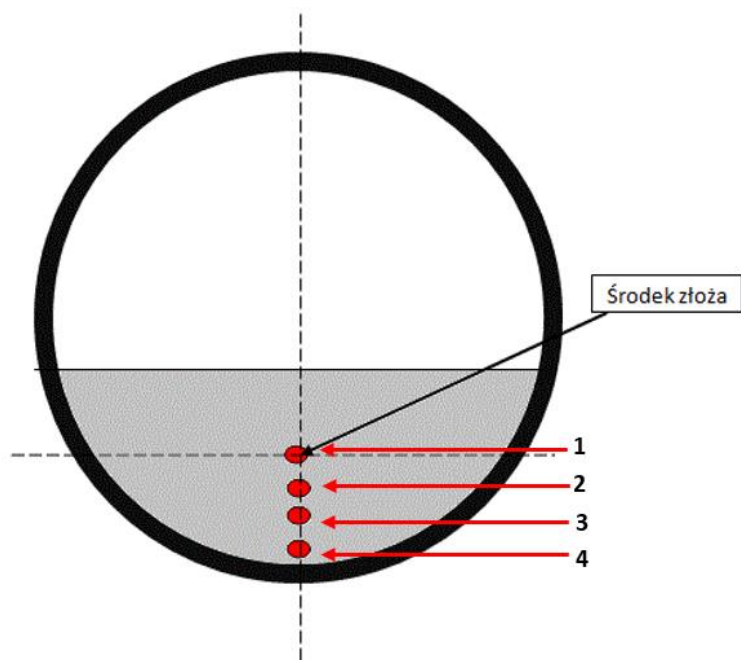
W celu zobrazowania wpływu średnicy cząstek na warstwę aktywną złoża wyniki przedstawiono w postaci krotności średnic cząstek w danej strefie (tab. 18).

Tab. 18. Krotność warstwy cząstek w warstwie strefie aktywnej złoża

Stopień wypełnienia bębna	Krotność warstw cząstek			
	2 mm	4 mm	6 mm	8 mm
15%	12÷19	8÷13	7÷12	5÷12
20%	11÷21	9÷17	7÷13	5÷13
25%	13÷25	9÷18	7÷13	6÷15
30%	15÷26	10÷18	7÷14	6÷15
35%	15÷29	10÷20	7÷14	6÷17

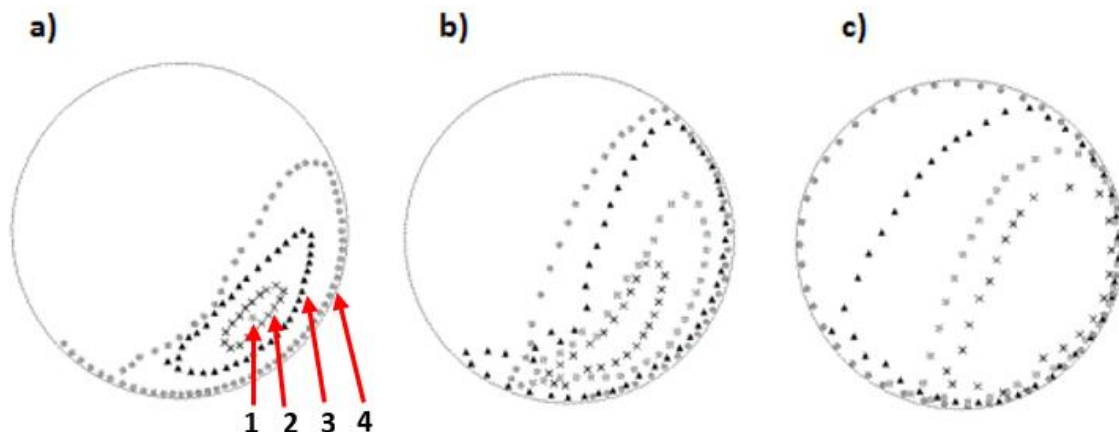
### 6.3. TRAJEKTORIA CZĄSTEK ZNACZNIKOWYCH

Kolejną istotną techniką jest analiza trajektorii cząstek. Znając trajektorię ruchu cząstek możliwe jest określenie historii ruchu oraz analiza procesu mieszania lub segregacji w złożu. Badania miały na celu określenie ruchu dla wybranych cząstek znacznikowych, których położenie początkowe zostało pokazane na rys. 76. Materiał badawczy - sferyczne, szklane cząstki o średnicy 8 mm – materiał E, dla 25% stopnia wypełnienia bębna o średnicy 700 mm.



Rys. 76. Początkowe położenie cząstek znacznikowych

W celu przeanalizowania ruchu pojedynczych cząstek w złożu określono ich trajektorię dla prędkości obrotowej bębna równej: 20 obr/min, 40 obr/min oraz 60 obr/min (rys. 77) – dla tych prędkości wirowania zachodziły procesy: kaskadowania, kataraktowania oraz prędkość krytyczna, które odpowiadają większości charakterystycznych stanów istotnych dla prowadzenia procesów przemysłowych. Podczas wirowania ruch cząstek jest niezmienny, a ich trajektorie wykreśla okrąg. Toczenie cząstek po złożu zostało poddane głębszej analizie wcześniej w rozdziale 6.2.



Rys. 77. Trajektoria ruchu cząstek znacznikowych, odpowiednio dla: a) 20 obr/min, b) 40 obr/min, c) 60 obr/min, materiał E,  $D = 700 \text{ mm}$ ,  $\varphi = 25\%$

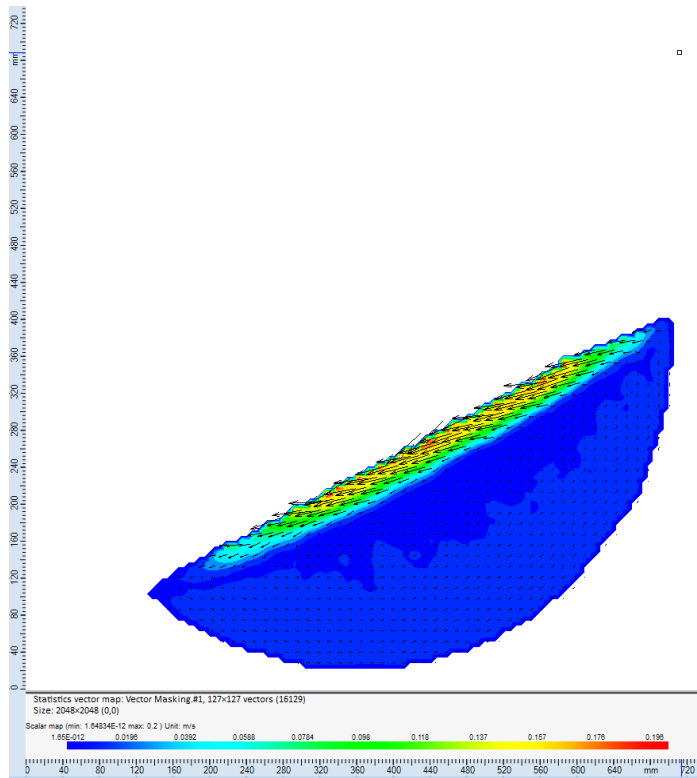
Zgodnie z tabelą 9 dla prędkości obrotowej równej 20 obr/min zachodziło kaskadowanie, dla 40 obr/min kataraktowanie, natomiast dla 60 obr/min prędkość krytyczna.

Zgodnie założeniami podczas kaskadowania tworzy się tzw. nerka, w rdzeniu której cząstki nie ulegają praktycznie zmianie położenia, natomiast cząstki znajdujące się poza rdzeniem ulegają cyrkulacji.

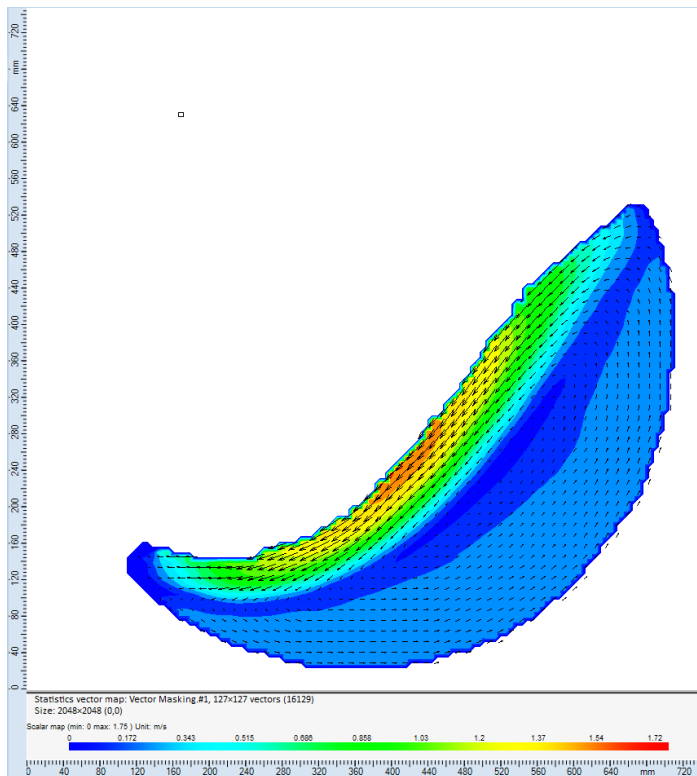
W trakcie kataraktowania widoczne jest swobodne opadanie cząstek na złożo. Pomimo, iż cząstki w wewnętrznej warstwie złoża nie ulegają wyraźnemu oderwaniu się od złoża podczas pojedynczego cyklu, w dolnej powierzchni zewnętrznej złoża zauważalne jest mieszanie się cząstek, a tym samym możliwe jest ich kataraktowanie przy kolejnych obrotach bębna.

Podczas prędkości krytycznej widoczne jest wirowanie pojedynczych cząstek, a więc trajektoria ruchu cząstek, które wirują po obwodzie bębna nie ulega zmianie. Natomiast dla cząstek wykonujących swobodne opadanie, jak w przypadku 40 obr/min, widoczne jest mieszanie w dolnej strefie bębna.

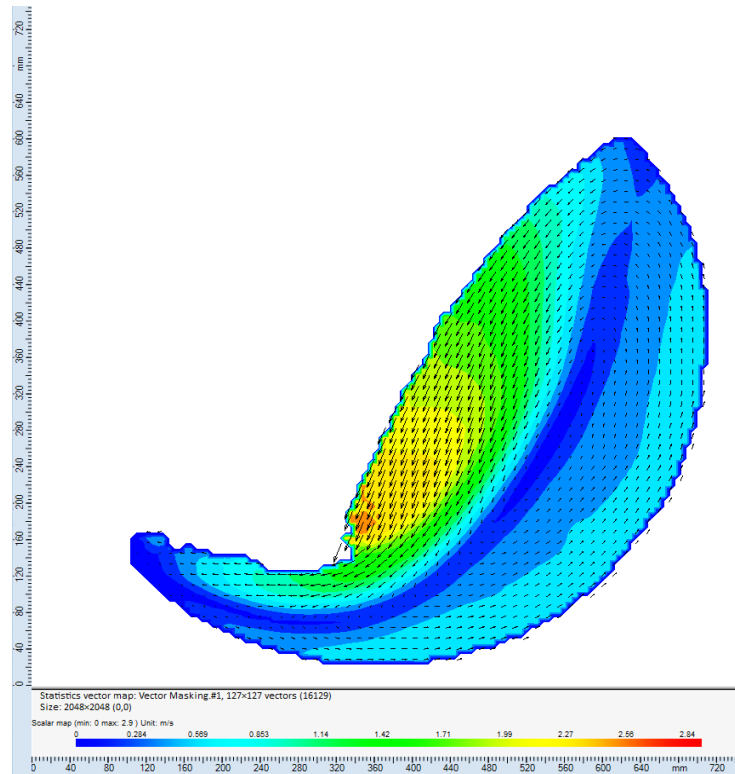
Wykorzystując program Dynamic Studio otrzymano obrazy zachowania się złoża przy różnych prędkościach obrotowych bębna. Wyraźnie widać ich heterogeniczny charakter i podział złoża na obszary o różnej prędkości poruszania się cząstek (rys. 78-83). Dzięki temu można więc określać strefy szybkiej oraz wolnej cyrkulacji złoża.



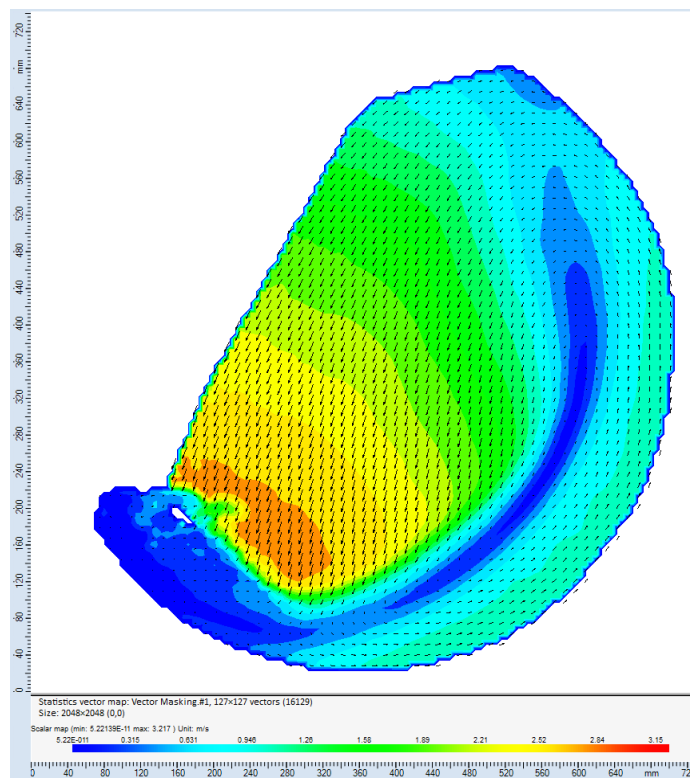
Rys. 78. Obszary prędkości poruszania się cząstek w złożu dla toczenie,  $n = 1$  obr/min, materiał C,  $D = 700$  mm,  $\varphi = 25\%$



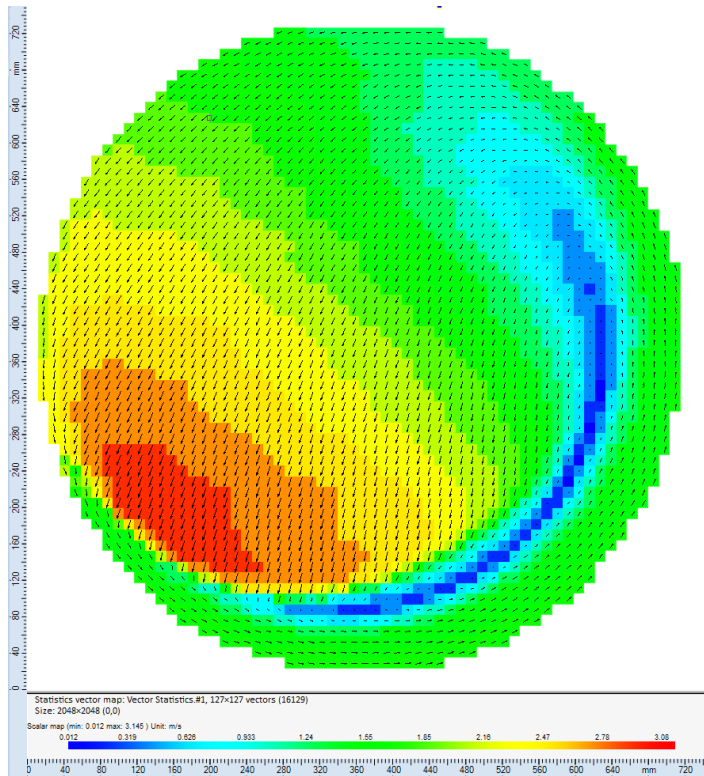
Rys. 79. Obszary prędkości poruszania się cząstek w złożu dla kaskadowania,  $n = 10$  obr/min, materiał C,  $D = 700$  mm,  $\varphi = 25\%$



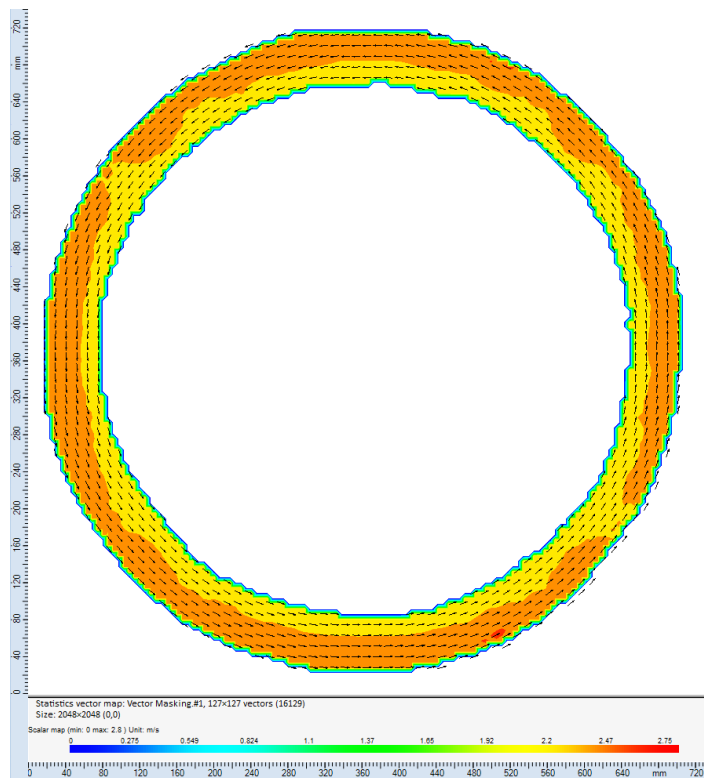
Rys. 80. Obszary prędkości poruszania się cząstek w złożu dla kataraktowania,  
 $n = 20 \text{ obr/min}$ , materiał C,  $D = 700 \text{ mm}$ ,  $\varphi = 25\%$



Rys. 81. Obszary prędkości poruszania się cząstek w złożu dla stanu równowagi,  
 $n = 36 \text{ obr/min}$ , materiał C,  $D = 700 \text{ mm}$ ,  $\varphi = 25\%$



Rys. 82. Obszary prędkości poruszania się cząstek w złożu dla prędkości krytycznej,  
 $n = 48 \text{ obr/min}$ , materiał C,  $D = 700 \text{ mm}$ ,  $\varphi = 25\%$

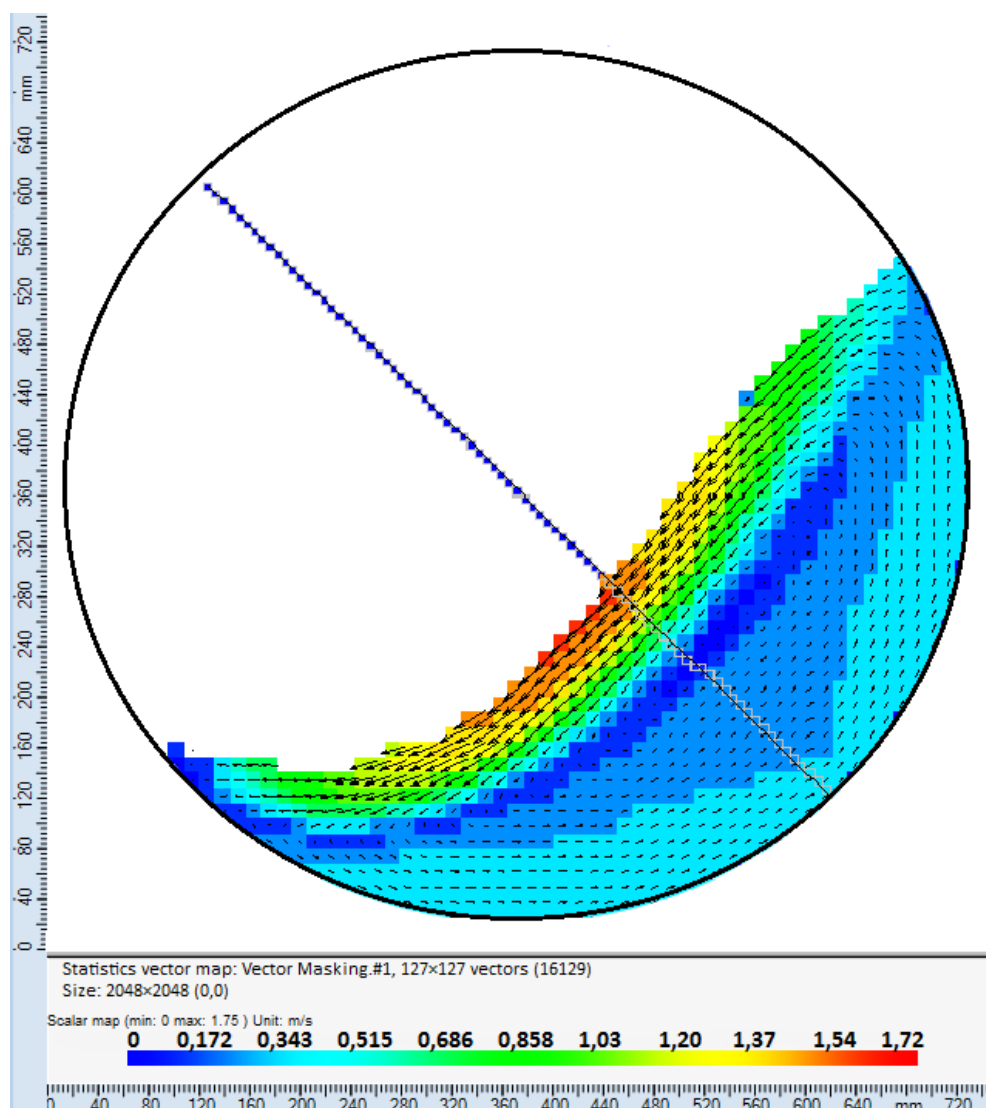


Rys. 83. Obszary prędkości poruszania się cząstek w złożu dla wirowania całego złoża,  
 $n = 80 \text{ obr/min}$ , materiał C,  $D = 700 \text{ mm}$ ,  $\varphi = 25\%$

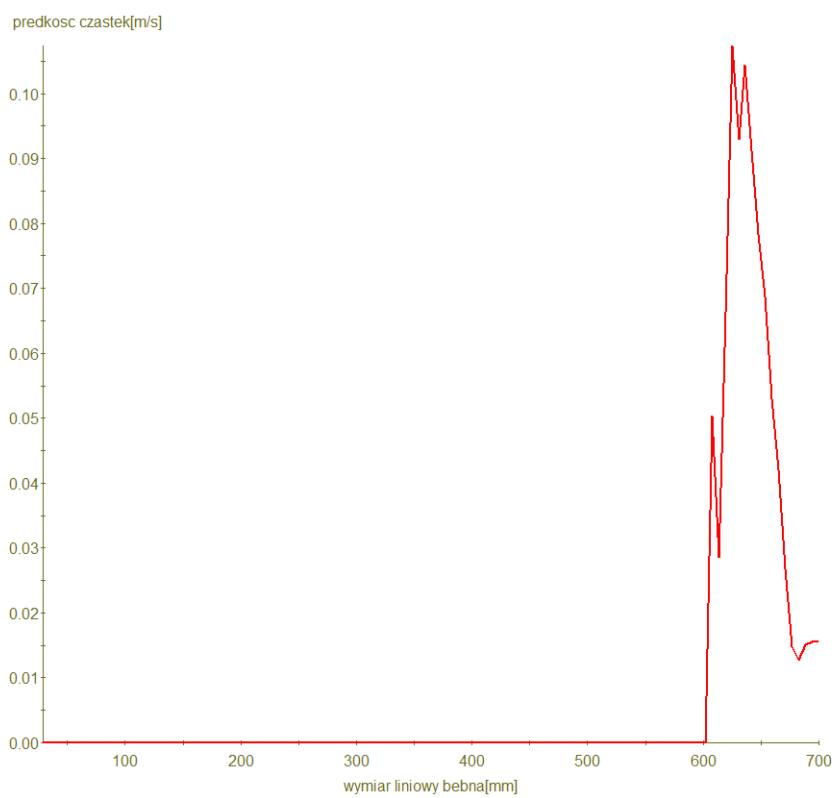
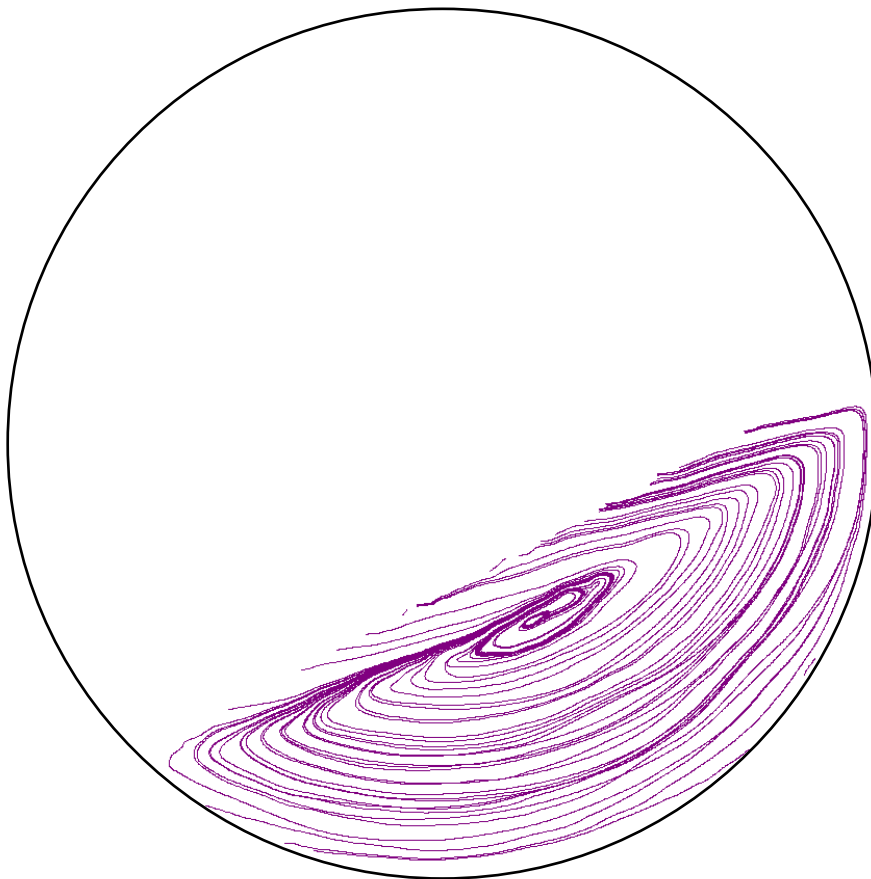


Program umożliwił określenie rozkładu prędkości oraz trajektorii ruchu cząstek w poruszającym się złożu. Możliwym jest także odwzorowanie profilu prędkości dla wybranych przekrojów złoża np. linii prostej poprzecznej do granicy złoża, przecinającej się ze złożem w sposób prostopadły (rys. 84).

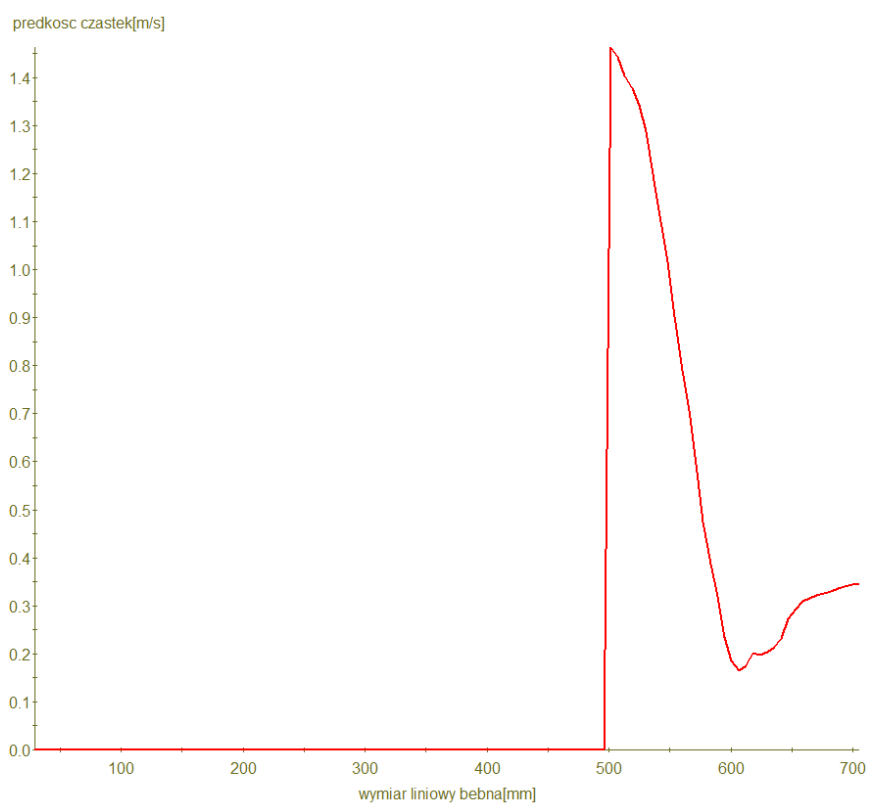
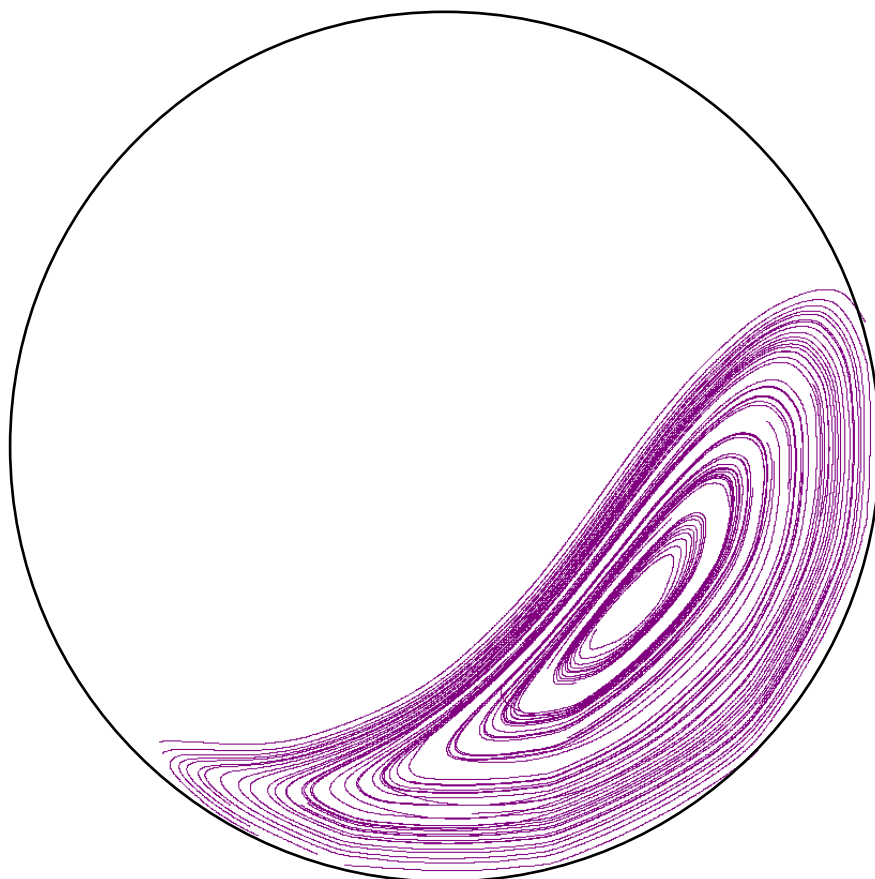
Trajektorie ruchu oraz profile prędkości poruszających się cząstek złoża stanowiącego materiał C, o stopniu wypełnienia bębna równym 25% dla charakterystycznych stanów zachowania się złoża przedstawiono na rys. od 85 do 90.



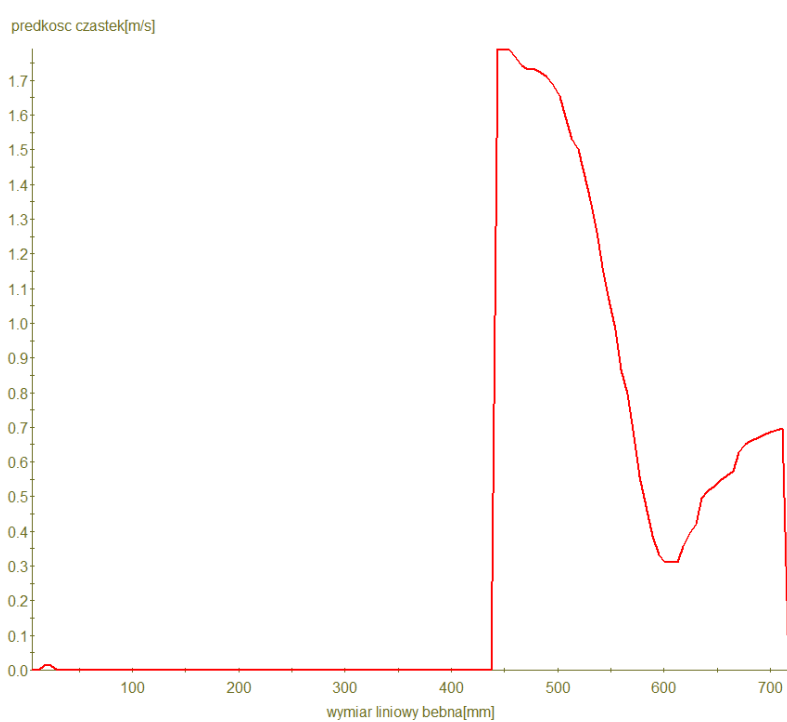
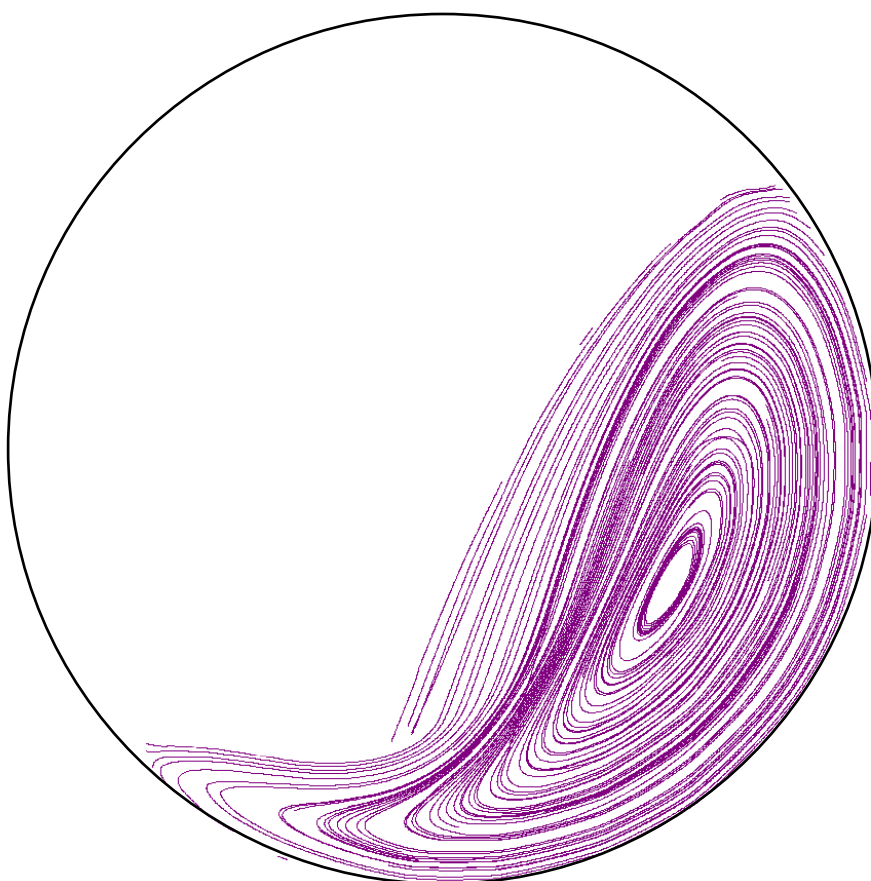
Rys. 84. Lokalizacja przekroju w programie *Dynamic Studio*,  $n = 10 \text{ obr/min}$ , materiał C,  
 $D = 700 \text{ mm}$ ,  $\varphi = 25\%$



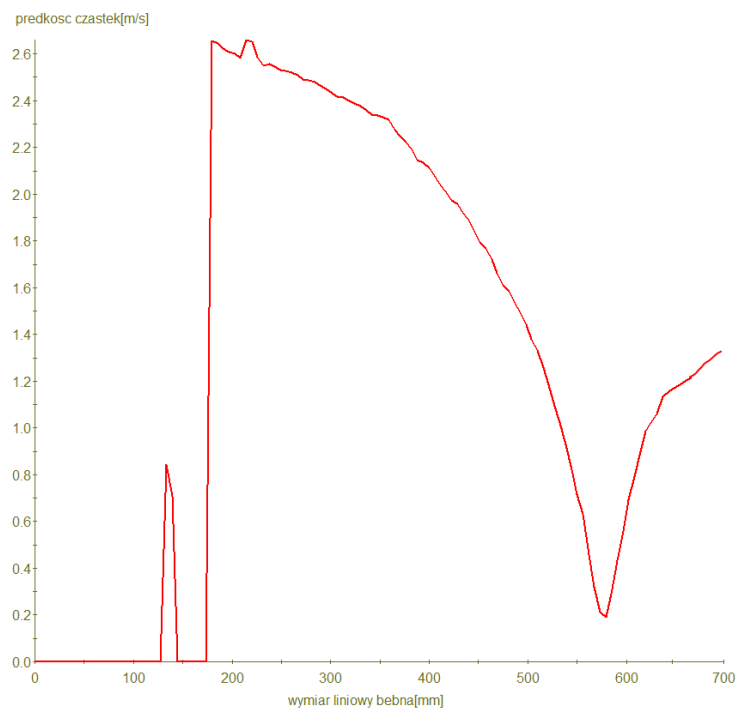
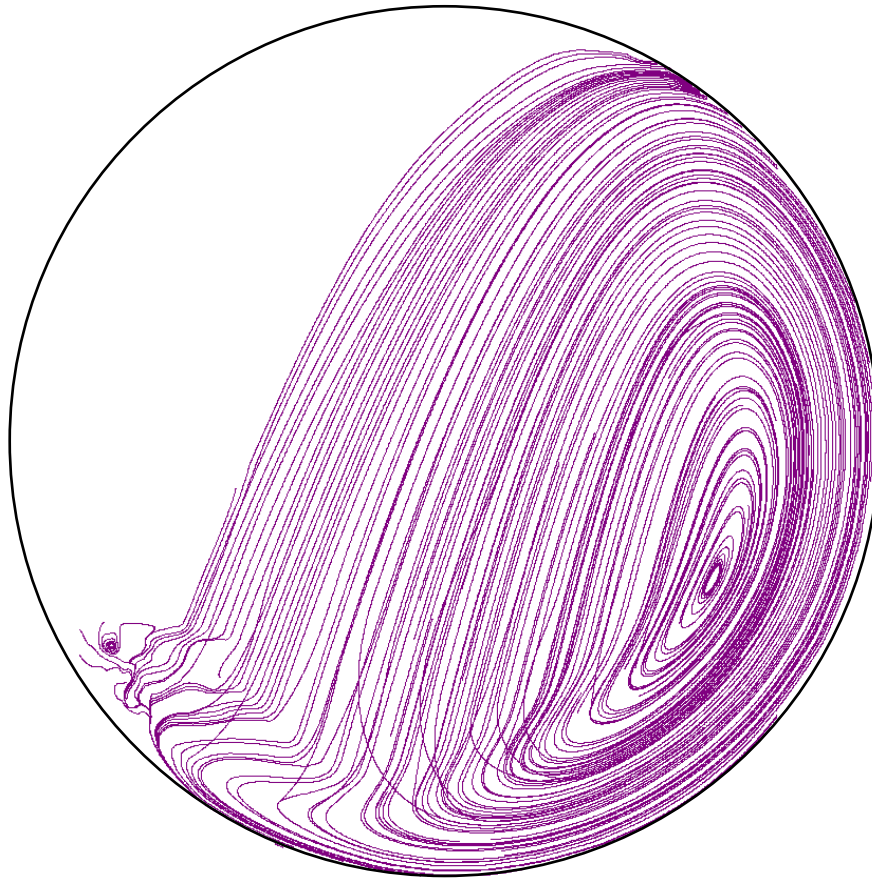
Rys. 85. Prędkość oraz trajektoria ruch cząstek na linii pomiarowej dla toczenia w przekroju podanym na rys. 84,  $n = 1 \text{ obr/min}$ , materiał C,  $D = 700 \text{ mm}$ ,  $\varphi = 25\%$



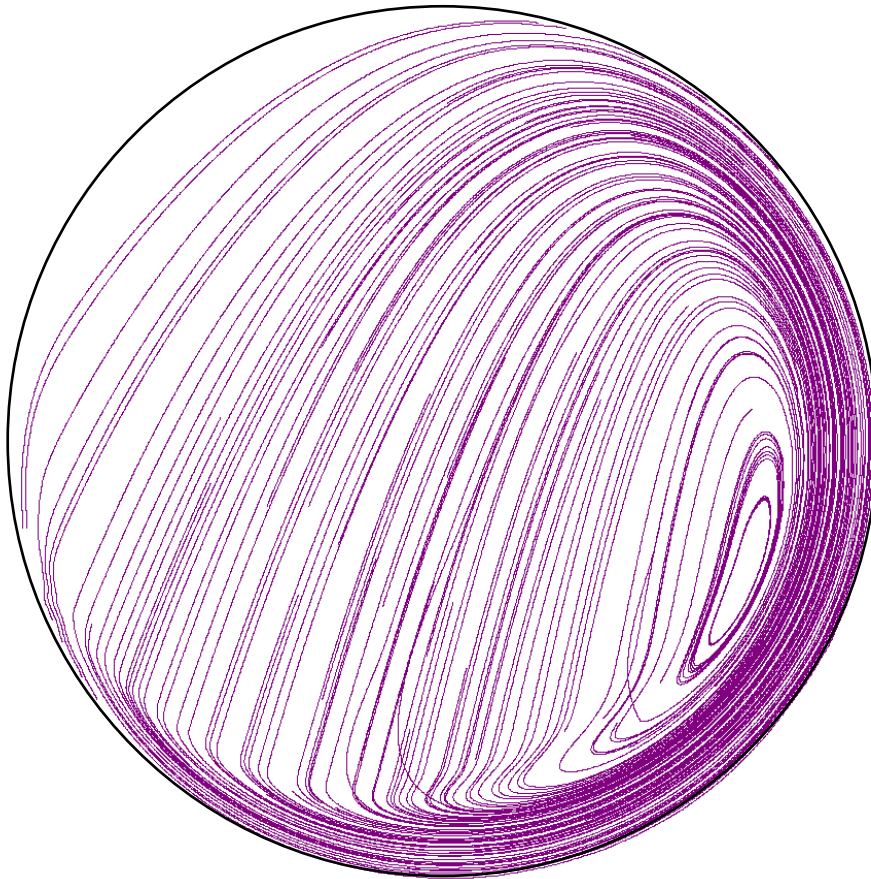
*Rys. 86. Prędkość oraz trajektoria ruch cząstek na linii pomiarowej dla kaskadowania w przekroju podanym na rys. 84,  $n = 10$  obr/min, materiał C,  $D = 700$  mm,  $\varphi = 25\%$*



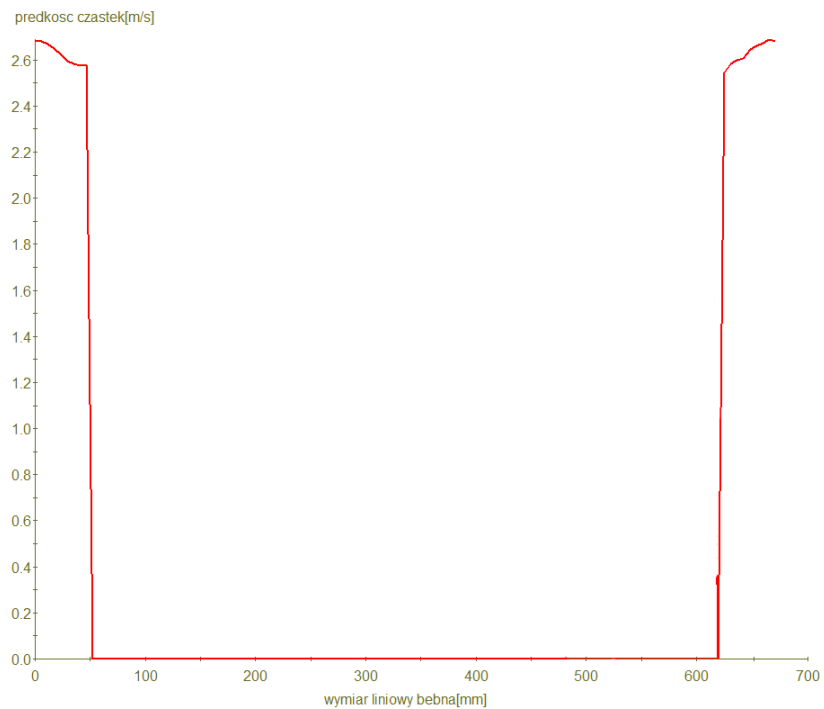
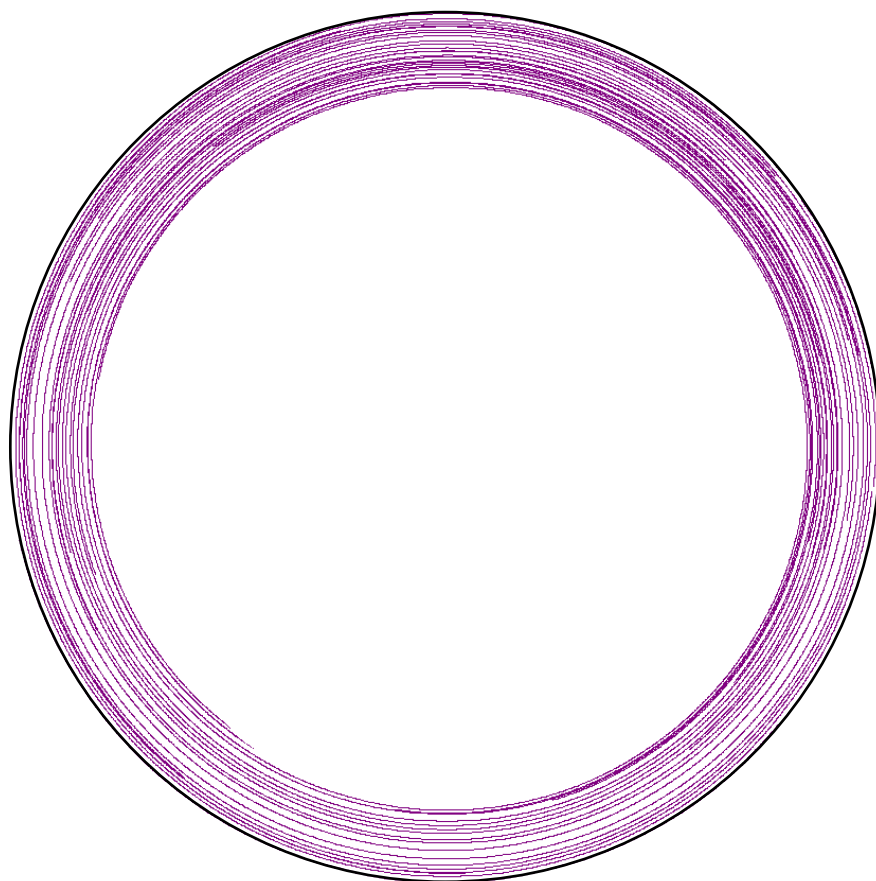
Rys. 87. Prędkość oraz trajektoria ruch cząstek na linii pomiarowej dla kataraktowania w przekroju podanym na rys. 84,  $n = 20 \text{ obr/min}$ , materiał C,  $D = 700 \text{ mm}$ ,  $\varphi = 25\%$



Rys. 88. Prędkość cząstek na linii pomiarowej dla stanu równowagi w przekroju podanym na rys. 84,  $n = 36$  obr/min, materiał C,  $D = 700$  mm,  $\varphi = 25\%$



Rys. 89. Prędkość cząstek na linii pomiarowej dla prędkości krytycznej w przekroju podanym na rys. 84,  $n = 48 \text{ obr/min}$ , materiał C,  $D = 700 \text{ mm}$ ,  $\varphi = 25\%$



Rys. 90. Prędkość cząstek na linii pomiarowej dla wirowania całego złoża w przekroju podanym na rys. 84,  $n = 80 \text{ obr/min}$ , materiał C,  $D = 700 \text{ mm}$ ,  $\varphi = 25\%$

Praktycznie dla wszystkich pokazanych przykładów profile prędkości w wybranych przekrojach wykazują dość jednoznaczne granice stref, gdzie następuje skokowa zmiana prędkości lokalnej cząstek. Świadczy to, iż analiza w oparciu o te techniki jest dość dokładna. Także charakterystyczne kształty trajektorii ruchu wybranych cząstek dla poszczególnych charakterystycznych stanów złoża wskazują, że w oparciu także o ten parametr można je rozpoznawać i rozróżniać.

Z całą mocą należy stwierdzić, że dopiero analiza stanu złoża z wykorzystaniem wskazanych w tym rozdziale metod, a więc obrazowaniem pola prędkości, wskazanie profilu prędkości w wybranych przekrojach oraz analiza trajektorii ruchu cząstek umożliwiają pełną i jednoznaczną charakterystykę kinetyki złoża zgodnie z postawionym celem – analizą ruchu złoża. Stosowana dotychczas metoda analizy obrazów statycznych na których odwzorowywano przestrzenne chwilowe rozkłady cząstek w analizowanej przestrzeni, wymagała dużego doświadczenia obserwatora i jest z natury subiektywna.



#### 6.4. MODYFIKACJA ZALEŻNOŚCI NA PRĘDKOŚCI CHARAKTERYSTYCZNE

Na podstawie przeprowadzonych dość obszernych badań nowymi technikami badawczymi, pozyskano dość obszerny materiał. Wobec ograniczonej zgodności wyników badań z wartościami prędkości charakterystycznych wirowania bębna obliczonych według dość powszechnie dotychczas stosowanej zależności Oyamy (27), postanowiono ją zmodyfikować.

W wyniku przeprowadzeniu analiz stwierdzono, że parametrami procesu mającymi wpływ na ruch złoża w aparacie bębnowym są:

- średnica bębna -  $D$
- średnica cząstek -  $d$
- stopień wypełnienia -  $\gamma$
- współczynnik tarcia wewnętrznego w złożu -  $\mu_w$

oraz po raz pierwszy uwzględnienie

- współczynnika tarcia zewnętrznego pomiędzy złożem a powierzchnią bębna -  $\mu_z$ .

Z uwagi na to, że dominującymi siłami występującymi w złożu są siła ciężkości i odśrodkowa i bilansowaniu tych sił gęstość cząstek zanika, zrezygnowano z uwzględnienia tej wielkości w dalszej analizie.

Zgodnie z powyższym prędkość charakterystyczna jest funkcją 5 zmiennych:

$$n_{ch} = f(D, d, \gamma, \mu_w, \mu_z) \quad (49)$$

Modyfikując wzór Oyamę (27) zaproponowano także zależność potęgową – wzór (50).

Jedynie w przypadku średnicy cząstek –  $d$ , w ślad za niektórymi sugestiami zaproponowano jako wielkość charakterystyczną wymiaru liniowego różnicę  $D-d$ .

Zatem proponuje się:

$$n_{ch} = C (D-d)^{a1} \varphi^{a2} \mu_w^{a3} \mu_z^{a4} \quad (50)$$

W toku dalszych rozważań postanowiono wprowadzić w miejsce parametru współczynnika tarcia zewnętrznego, stosunek współczynnika tarcia zewnętrznego w aparacie rzeczywistym  $\mu_z$  do współczynnika dla aparatu ze ścianą gładką  $\mu_{oz}$ . Taki zabieg jest często stosowany w analizach i nosi nazwę normowania wielkości. W toku badań własnych ze ścianą gładką aparatu bębnowego, przyjęto jak dla plexi, że współczynnik tarcia wynosi  $\mu_{oz} = 0,29$ .

W ślad za tym krokiem postanowiono także unormować wielkość współczynnika tarcia wewnętrznego -  $\mu_w$ , odnosząc do materiału który posiada wartość umowną  $\mu_{ow} = 0,5$ .

Zatem w miejsce zależności (50) proponuje się

$$n_{ch} = C (D-d)^{a_1} \varphi^{a_2} (\mu_w / \mu_{ow})^{a_3} (\mu_z / \mu_{oz})^{a_4} \quad (51)$$

W wyniki przeprowadzonych analiz i badań stwierdzono, że przedmiotem badań jest 5 prędkości granicznych (rys. 46):

I – kaskadowania

II – minimalna

III – maksymalna

IV – krytyczna

V - wirowania.

W trakcie prowadzenia kilkuletnich badań nad wpływem wybranego parametru na wartości współczynników, publikowane w formie prac prezentujących wyniki cząstkowe (Skoczowska 2013; Skoczowska, Ulbrich 2014; Skoczowska i in. 2015; Malek i in. 2015, Skoczowska i in. 2016) weryfikowano wstępnie wpływ parametrów: średnica bębna D oraz stopień wypełnienia bębna  $\varphi$  i stwierdzono, że jest zgodny w zależnością Oyamy (27) i w związku z tym przyjęto, że stałe w zależności (50) i (51) zastają narzucone:

$$a_1 = -0,47 \quad (52)$$

$$a_2 = -0,14 \quad (53)$$

Dysponując badaniami, w których zmieniano wszystkie parametry poza współczynnikiem tarcia wewnętrznego -  $\mu_w$  oraz tarcia zewnętrznego -  $\mu_z$ , odpowiednio 125 i 100 punktami dla wszystkich prędkości granicznych, wyznaczono wartości wykładników. Podczas analizy podjęto także decyzję, że w przypadku gdy współczynnik regresji osiągał wartość mniejszą niż 0,5 to pomijano wpływ tego parametru dla tej granicy, lub gdy wartość wykładnika była bliska 0 (mniejsza od 0,1) to w tej sytuacji przyjmowano wartość wykładnika  $a_3$  lub  $a_4$  równą 0.

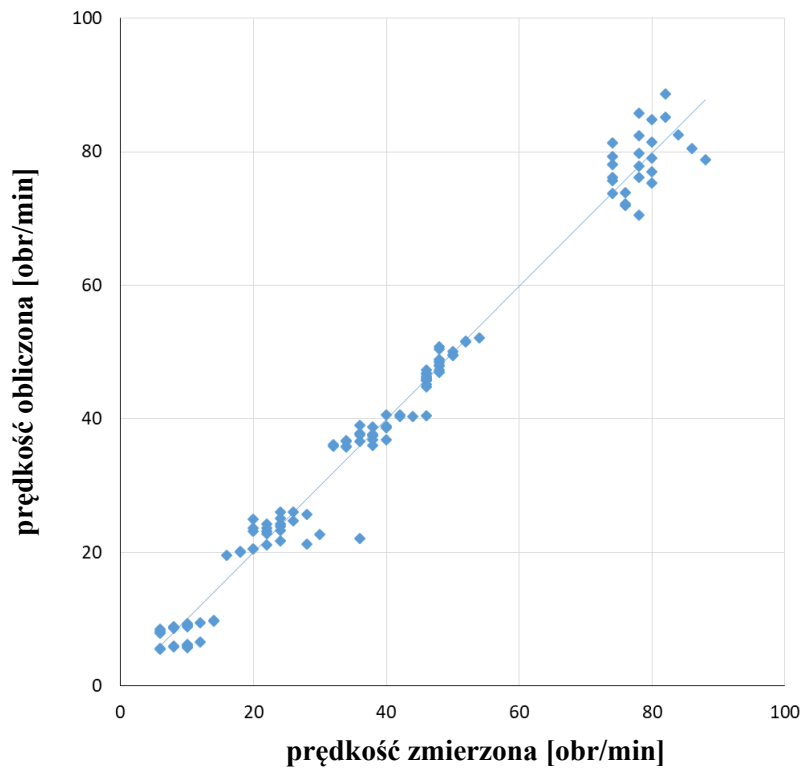
W Tabeli 19 przedstawiono wartości wykładników dla poszczególnych granic.

Tabela 19. Wartości wykładników  $a_3$  i  $a_4$  wyznaczonych z regresji potęgowej (51)

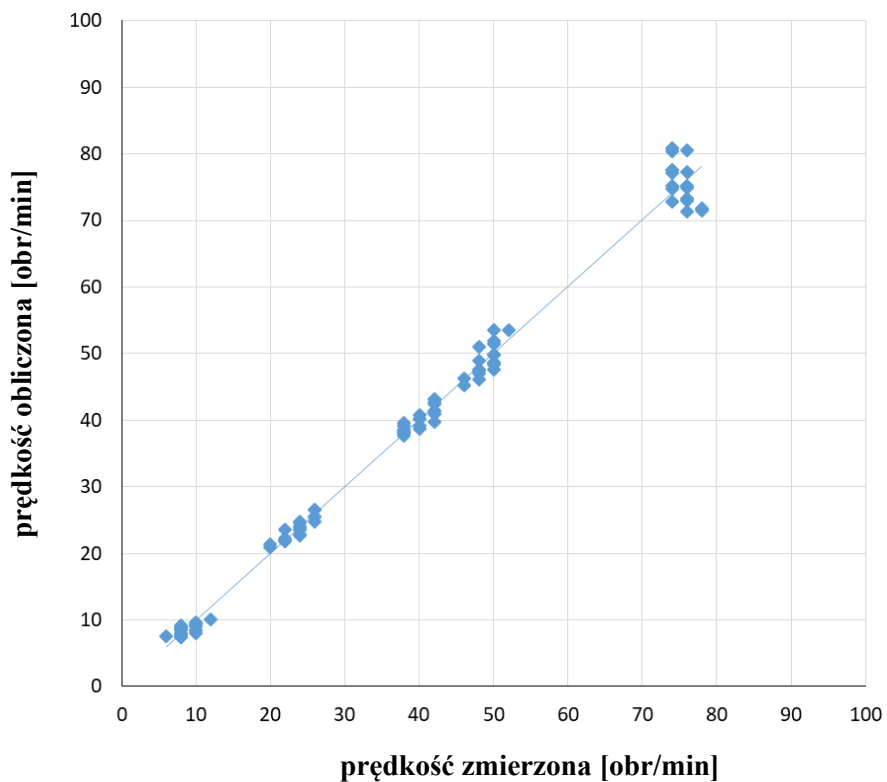
nr	Granica	$a_3$	r	$a_4$	r
I	Kaskadowania	<b>1,66</b>	<b>0,79</b>	<b>-0,49</b>	<b>0,52</b>
II	Minimalna	<b>-0,71</b>	<b>0,56</b>	<b>0,317</b>	<b>0,83</b>
III	Maksymalna	0	0,054	0	0,27
IV	Krytyczna	0	0,27	0	0,46
V	Wirowania	0	0,33	0	0,044

Wartości współczynników regresji wskazane w tabeli 19 dla poszczególnych granic są na stosunkowo niskim poziomie, ale można to w pierwszym rzędzie tłumaczyć małym zakresem zmienności współczynnika tarcia wewnętrznego -  $\mu_w$  (0,40 – 0,62) i zewnętrznego -  $\mu_z$  (0,09 – 0,34). Znacznie lepiej przedstawia się sytuacja z zależnością wspólną dla wszystkich 5 granic, co przedstawiono na rys. 91 i 92.

Komentarza wymaga uzasadnienie uwzględnienia wpływu tarcia wewnętrznego i zewnętrznego właśnie dla granicy kaskadowania (I) i minimalnej (II). Otóż w zakresie struktur związanych z toceniem, kaskadowaniem czy też kataraktowaniem, dominującą rolę odgrywają siły tarcia wewnętrznego złoża związane z wzajemnym przemieszczaniem się cząstek, oraz efekty tarcia cząstek granicznych o ścianę bębna. W zakresie wyższych prędkości dominującą rolę zaczyna odgrywać siła odśrodkowa i wpływ sił tarcia zarówno wewnętrznego jak i zewnętrznego jest mniej istotny. Dodatkowo niskie wartości współczynnika regresji można także tłumaczyć znacznie trudniejszą oceną wizualną związaną z wysoką wartością prędkości przemieszczania się cząstek. Na przykład dla cząstek znajdujących się przy ścianie bębna o średnicy 700 mm, dla prędkości obrotowej bębna rzędu 90 obr/min, prędkość liniowa przekracza już 3 m/s.



Rys. 91. Porównanie wartości zmierzonych i obliczonych prędkości charakterystycznej dla 125 danych wykorzystanych do wyznaczenia wartości wykładnika  $a_3$



Rys. 92. Porównanie wartości zmierzonych i obliczonych prędkości charakterystycznej dla 100 danych wykorzystanych do wyznaczenia wartości wykładnika  $a_4$

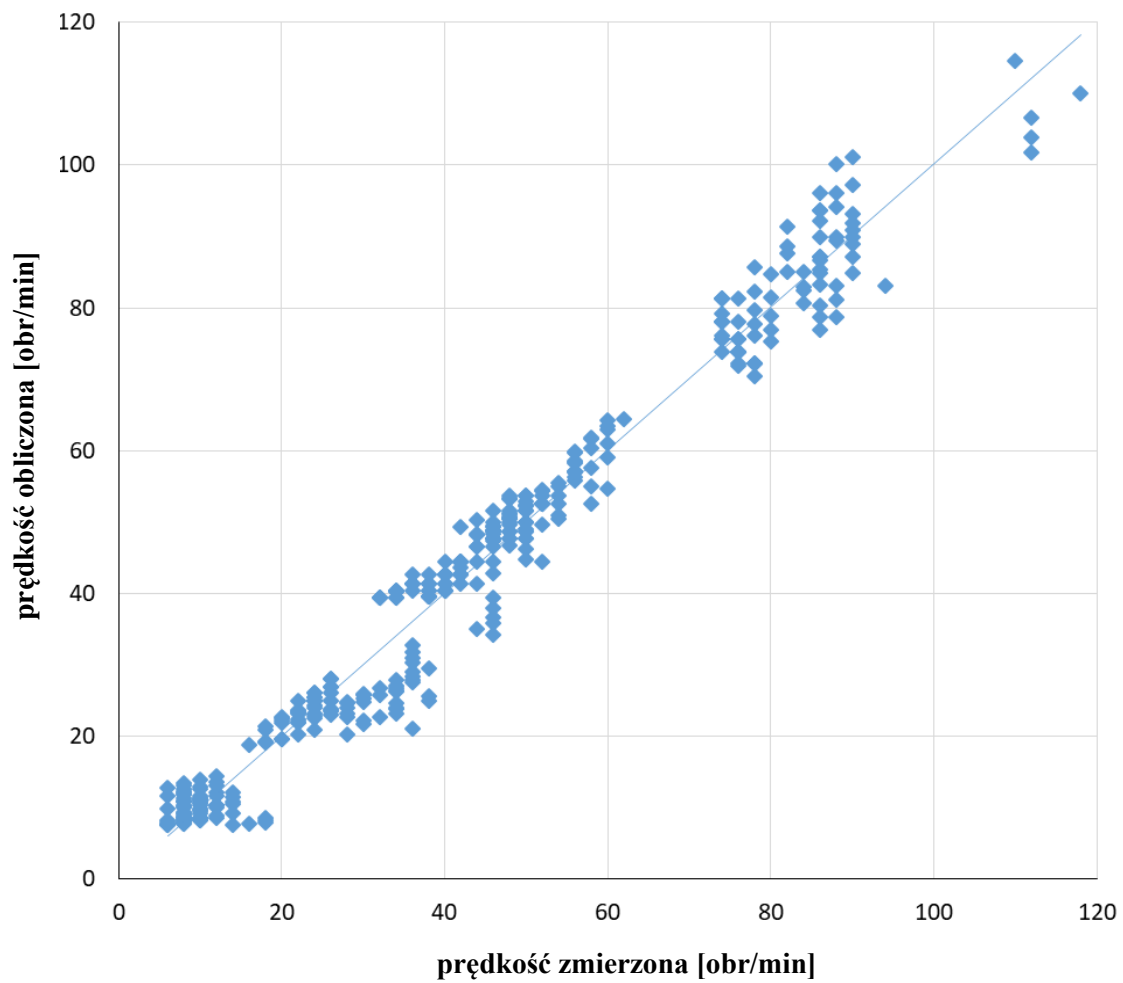
Dopiero po wyznaczeniu wszystkich wartości wykładników w zależności (51) możliwym było wyznaczenie wartości stałej C dla kompletu danych eksperymentalnych – tabela 20. Łącznie zebrano 450 punktów pomiarowych, przy czym po analizie statystycznej stwierdzono, że 3 serie pomiarowe odbiegają statystycznie od pozostałych, a więc do dalszych obliczeń przyjęto łącznie 375 punktów pomiarowych.

Tabela 20. Wartości stałej C w zależności (51) dla poszczególnych prędkości granicznych wraz z analizą statystyczną

nr	Granica	C	Odchylenie standardowe s	Współczynnik zmienności %	Współczynnik regresji r
I	Kaskadowania	<b>4,56</b>	0,65	13,6	0,08
II	Minimalna	<b>20,7</b>	1,35	7,24	0,84
III	Maksymalna	<b>28,5</b>	1,59	5,55	0,87
IV	Krytyczna	<b>35,0</b>	2,26	6,32	0,83
V	Wirowania	<b>55,2</b>	4,2	7,34	0,84

Na rys. 93 przedstawiono porównanie wartości zmierzonych i obliczonych prędkości charakterystycznych uzyskanych w niniejszej pracy zachowując proporcje w liczbie danych w zbiorze danych dla poszczególnych parametrów. Pominięto te, które w początkowym etapie realizacji pracy dotyczyły nieco innej problematyki.

Stwierdzono dobrą zgodność pomiędzy wartościami zmierzonymi i obliczonymi na co wskazują korelacje wyników, zarówno pełna liniowa jak i dla prostej przechodzącej przez początek układu współrzędnych. Średnia wartość przesunięcia wartości obliczonych w stosunku do zmierzonych jest mniejszy niż 0,2 obr/min w całym zakresie zmian prędkości zmierzonej. Współczynnik regresji wynosi 0,986. Stwierdzono także, że w pasie rozrzutu  $\pm 15\%$  wokół przekątnej układu (punkt znajdujący się na przekątnej oznacza pełną zgodność wartości zmierzonej i obliczonej) znajduje się 74% punktów zaś w pasie  $\pm 25$  odpowiednio 88% punktów. Wynik należy uznać za zadawalający.



*Rys. 93. Porównanie wartości zmierzonych i obliczonych prędkości obrotowej bębna dla charakterystycznych linii granicznych dla kompletu danych*

## 6.5. MOŻLIWOŚCI WYKORZYSTANIA WYNIKÓW BADAŃ DO PRAKTYKI PRZEMYSŁOWEJ

W tabeli 21 zestawiono procesy technologiczne, w których stosuje się aparaty bębnowe oraz proponowane przyporządkowane im zalecane stany charakterystyczne złożeń, w oparciu o klasyfikację zaproponowaną na rys. 45.

Tabela 21. Stany charakterystyczne złożeń dla poszczególnych procesów technologicznych

Stan charakterystyczny złożeń	Procesy technologiczne				
	mieszanie	rozdrabnianie	przesiewanie	suszenie	granulowanie
Toczenie	-	-	-	-	+
Kaskadowanie	-	-	+	-	+
Kataraktowanie	+	+	+	+	+
Stan równowagi	-	+	-	+	-
Wirowanie pojedynczych cząstek	-	-	-	-	-
Wirowanie całego złożeń	-	-	-	-	-

## 7. WNIOSKI KOŃCOWE

W wyniku przeprowadzonych w niniejszej pracy badań i analiz nasuwają się wnioski końcowe:

1. Metoda analizy obrazu oraz szczególnie techniki PIV daje podstawy do rzeczywistej oceny ruchu złoża w ruchu aparacie bębnowych. Wdrożona metoda badawcza umożliwia obiektywną ocenę stanu złoża nie tylko na podstawie chwilowych rozkładów przestrzennych cząstek, ale i rozkładu wektorów prędkości w całej analizowanej przestrzeni.
2. Zaproponowano klasyfikację charakterystycznych stanów złoża z uwzględnieniem nowego elementu – podziału na struktury homogeniczne i heterogeniczne – rys. 45.
3. Techniki cyfrowej analizy obrazu oraz obrazowania pola prędkości PIV pozwalają na dość dokładne zdefiniowanie i zwymiarowanie stref w stanach złoża określonych jako heterogeniczne. Pełne możliwości w tym zakresie oddaje rozdział 6.2. i 6.3.
4. Wyznaczono granice występowania charakterystycznych stanów złoża jako graniczne prędkości obrotowe bębna w zależności od szerokiego spektrum parametrów: średnica bębna, stopień wypełnienia bębna, średnica cząstek, współczynnik tarcia wewnętrznego, współczynnik tarcia powierzchni wewnętrznej bębna.
5. Na podstawie przeprowadzonych badań dokonano modyfikacji zależności Oyamy – zależność (51) wraz z zależnościami (52) i (53) oraz tabelami 19 i 20.  
Stwierdzono, że zachodzi dobra zgodność pomiędzy wartościami prędkości charakterystycznej zmierzonej i obliczonej. Ponad 81 % punktów mieści się w pasie  $\pm 20$  % (rys. 93).
6. Wskazano na możliwości praktycznego wykorzystania wyników badań do praktyki przemysłowej w odniesieniu do wielu procesów jednostkowych – Tabela 21.



## 8. LITERATURA

- Ademiluyi F., Abowei M., Puyate Y., Achinewhu S. 2010: Effects of drying parameters on heat transfer during drying of fermented ground cassava in a rotary dryer. *Drying Technology*, 28, 550-561
- Aissa A.A., Duchesne C., Rodrigue D. 2012: Transverse mixing of polymer powders in a rotary cylinder part I: Active layer characterization. *Powder Technology*, 219, 193-201
- Alizadeh E. 2013: Numerical and experimental investigation of solid mixing and segregation in tumbling blenders. PhD thesis, Montreal
- Alizadeh E., Dubé O., Bertrand F., Chaouki J. 2013: Characterization of mixing and size segregation in a rotating drum by a particle tracking method. *American Institute of Chemical Engineers Journal*, 59, 1894-1905
- Andrzejewski R., Gutowski W. 1968: Fizyczne własności pyłów. Wydawnictwo Śląsk, Katowice
- Battaglia A., Banaszewski T. 1972: Maszyny do przesiewania i rozdrabniania. Maszyny do przeróbki węgla, rud i surowców mineralnych, cz. I. Warszawa/Kraków
- Bhattacharya T., S. K. Hajra, J.J. McCartney 2014: A design heuristic for optimizing segregation avoidance practices in horizontal drum mixers. *Powder Technology*, 253, 107-115
- Bieńkowski G. 1999: Zastosowanie cyfrowej anemometrii obrazowej do wyznaczania pól prędkości. Praca magisterska, Płock
- Błasiński H., Młodziński B. 1971: Aparatura przemysłu chemicznego. WNT Warszawa
- Boateng A. A. 1993: Rotary kiln transport phenomena: study of the bed motion and heat transfer. PhD thesis, Columbia
- Boateng A.A., Barr P.V. 1997: Granular flow behaviour in the transverse plane of a partially filled rotating cylinder. *Journal of Fluid Mechanics*, 330, 233-249
- Bonamy D., Daviaud F., Laurent L. 2002: Experimental study of granular surface flows via a fast camera: A continuous description. *Physics of Fluids*, 14, 5, 1666-1673
- Borowski G. 2009: Określenie właściwości fizyczno-mechanicznych materiałów drobnodziarnistych w celu ich zagospodarowania. *Postępy Nauki i Techniki*, 3, 67-82
- Boruch M., Nowakowska K. 1996: Technologia spożywczych suszów ziemniaczanych. wyd. 2, 9-17, 58-84, Łódź
- Boss J. 1987: Mixers with the rotary chamber, *Mixing of granular materials: Mieszalniki z komorą obrotową, Mieszanie materiałów ziarnistych*, 134-143, Warszawa/Wrocław
- Brown R. L., Richards J. C. 1970: Principles of powder mechanics. Pergamon Press, Oxford
- Chen, P., Ottino, J. M., and Lueptow, R. M. 2010: Onset mechanism for granular axial band formation in rotating tumblers. *Physical Review Letters*, 104 (18), 188002, 1-4
- Chen H., Xiao X., Xiao Y., Liu Y., Liu Y. 2016: Radial mixing and segregation of granular bed bi-dispersed both in particle size and density within horizontal rotating drum. *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*, 26, 527-535
- Chou H.T., Lee C.F. 2009: Cross-sectional and axial flow characteristics of dry granular material in rotating drums. *Granular Matter*, 11, 13-32

- Clement E., Rajchenbach J., Duran J. 1995: Mixing of a granular material in a bidimensional rotating drum. *Europhysics Letters* 30, 7-12
- Courech du Pont S., Fischer R., Gondret P., Perrin B., Rabaud, M. 2005: Instantaneous velocity profiles during granular avalanches. *Physical Review Letters*, 94
- Ding Y.L., Forster R., Seville J.P.K., Parker D.J.: 2002: Granular motion in rotating drums: bed turnover time and slumping–rolling transition. *Powder Technology*, 124, 18-27
- Dubé O., Alizadeh E., Chaouki J., Bertrand F: 2013. Dynamics of non-spherical particles in a rotating drum. *Chemical Engineering Science*, 101, 486-502
- Feder S., Kęska W., Włodarczyk K. 2008: Pneumatyczne wspomaganie procesu przesiewania mieszanin ziarnistych na przesiewaczu płaskim. *Inżynieria Rolnicza*, 4 (102), 263-270
- Felix G., Falk V., D’Ortona U. 2002a: Segregation of dry granular material in rotating drum: experimental study of the flowing zone thickness. *Powder Technology*, 128, 314-319
- Felix G., Falk V., D’Ortona U. 2002b: Granular flows in a rotating drum: the scaling law between velocity and thickness of the flow. *The European Physical Journal E*, 22, 25-31
- Ferron J. R., Singh D. K. 1991: Rotary kiln transport processes. *American Institute of Chemical Engineers Journal*, 37 (5), 747-758
- Forterre Y., Poliquen O 2008: Flows of Dense Granular Media. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 40, 1-24
- GDR MiDi 2004: One dense granular flows. *The European Physical Journal E*, 14, 341-365
- Ghasemi Y., Kianmehr M. H., Mirzabe A. H., Abooli B. 2013: The effect of rotational speed of the drum on physical properties of granulated compost fertilized. *Physicochemical Problems of Mineral Processing*, 49 (2), 743-755
- Heim A., Gluba T., Obraniak A. 1997: Ruch złoża ziarnistego w poziomym granulatorze bębnowym. *Zeszyty Naukowe PŁ, Inżynieria Chemiczna*, 21, 779, 77-84
- Heim A., Gluba T., Obraniak A. 1999: Badanie momentu obrotowego podczas granulacji bębnowej. *XXXVI Seminarium Fizykochemiczne Problemy Mineralurgii*, 49-62
- Helminiak N. S. 2014: Experiments with granular material motion for extraterrestrial applications . *Proceedings of the 24<sup>th</sup> Annual Wisconsin Space Conference*, Wisconsin
- Hema V. 2003: Mathematical modelling of the dynamics of granular materials in a rotating drum. PhD thesis, Thiruvananthapuram
- Henein H. 1980: Bed behaviour in rotary cylinder with application to rotary kilns, PhD thesis, Columbia
- Henein H., Brimacombe J.K., Watkinson A.P. 1983: Experimental study of transverse bed motion in rotary kilns. *Metallurgical Transactions*, 14B, 191-205
- Heydenrych, M.D., Greeff, P., Heesink, A.B.M., Versteeg, G.F., 2001: Mass transfer in rolling rotary kilns: a novel approach. *Chemical Engineering Science*, 57, 3851-3859
- Hogue C. Newland D. 1994: Efficient computer computation of moving granular particles. *Powder Technology*, 78, 51-66
- Hsien-Ter C. 2009: Cross-sectional and axial flow characteristics of dry granular material in rotating drums. *Granular Matter*, 11, 13-32
- Jain N., Ottino J. M., Lueptow R. M. 2001: An experimental study of the flowing granular layer in a rotating tumbler. *Physics of Fluids*, 14, 2, 572-582

- Jain N., Ottino J. M., Lueptow R. M. 2002: An experimental study of the flowing granular layer in a rotating tumbler. *Physics of Fluids*, 14, 2, 572-582
- Jain N., Ottino J. M., Lueptow R. M. 2004: Effect of interstitial fluid on a granular flowing layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 508, 23-44
- Karali M.A., Sunkara K.R., Herz F., Specht E. 2015: Experimental analysis of a flighted rotary drum to assess the optimum loading. *Chemical Engineering Science*, 138, 772-779
- Karaś M. 2014: Identyfikacja procesów transportu przy przepływie mieszaniny dwufazowej wokół pęku rur. Praca doktorska, Opole
- Karunatilake N. G. A., Kuhn P., Matei I., Munasinghe J., Seibold B., Surajiyono, Thang P. Supervisor: Dörlfler W. 2000: Dynamics of balls and liquid in a ball mill. Modeling Seminar Summer Term 2000, Kaiserslautern
- Khakhar D.V., Orpe A.V., Ottino J.M., 2001: Surface granular flows: two related examples. *Challenges in Granular Physics*, Chapter 13, 407-417
- Khazaei J., Ghanbari S. 2010: New method for simultaneously measuring the angles of repose and frictional properties of wheat grains. *International Agrophysics*, 24, 275-286
- Koch R. 1984: Procesy mechaniczne w inżynierii chemicznej. Skrypt Politechniki Wrocławskiej, Wrocław
- Koch R., Noworyta A. 1992: Procesy mechaniczne w inżynierii chemicznej. Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa
- Kolasa-Więcek A. 2007: Wpływ długości i średnicy mieszalnika na stopień zmieszania materiałów sypkich. *Inżynieria Rolnicza*, 6, 94, 81-87
- Lacey P. M. C. 1954: Developments in the theory of particulate mixing. *Journal of Applied Chemistry*, 4, 257-268
- Laurent B. F. C., Bridgwater J., Parker D. J. 2000: Motion in a particle bed agitated by a single blade. *American Institute of Chemical Engineers Journal*, 46, 1723-1734
- Lee C. F., Chou H-T, Capart H. 2003: Granular segregation in narrow rotational drums with different wall roughness: Symmetrical and asymmetrical patterns. *Powder Technology*, 233, 103-115
- Lehmberg J., Hehl M., Schugerl K. 1977: Transverse mixing and heat transfer in horizontal rotary drum reactors. *Powder Technology*, 18, 149-163
- Ligus G., Ignasiak K., 2010: Wykorzystanie cyfrowej anemometrii obrazowej do analizy segregacji cząstek monodispersyjnych pod kątem zastosowań w gospodarce odpadami. *Prace Instytutu Ceramiki i Materiałów Budowlanych*, 6, 104-113
- Liu X. Y., Specht E., Gonzales O. G., Walzet P. 2006: Analytical solution for the rolling-mode granular motion in rotary kilns. *Chemical Engineering and Processing*, 45 (6), 515-521
- Liu X. Y., Specht E., Mellman J. 2005: Experimental study of the lower and upper angles of repose of granular materials in rotating drums. *Powder Technology*, 154, 125-131
- Malek K., Skoczowska K., Ulbrich R. 2015: Analiza zachowania się złoża w aparatach bębnowych. *Inżynieria Ekologiczna*, 44, 77-82
- Mellmann J. 2001: The transverse motion of solids in rotating cylinders-forms of motion and transition behaviour. *Powder Technology*, 118, 251-270

- Mellmann J., Specht E., Liu X. Y. 2004: Prediction of rolling bed motion in rotating cylinders. *American Institute of Chemical Engineers Journal*, 50 (11), 2783-2793
- Metcalf G., Shinbrot T., McCarthy J. J., Ottino J. M. 1995: Avalanche mixing of granular solids. *Nature*, 374, z. 2, 39-41
- Modrzewski R., Wodziński P. 2013: Koncepcja przesiewaczy bębnowo-stożkowych o zróżnicowanych średnicach sit do przesiewania kruszyw. *Prace Naukowe Instytutu Górnictwa Politechniki Wrocławskiej*, 136, *Studia i Materiały*, 43. Wrocław, 131-140
- Mu J., Perlmutter D. D. 1980: The mixing of granular solids in a rotary cylinder. *American Institute of Chemical Engineers Journal*, 26 (6), 928-934
- Mujumdar A. S. 2015: *Handbook of Industrial Drying, Fourth Edition*. CRC Press, London/New York
- Nakagawa M., Altobelli S. A., Caprihan A. 1993: Non-invasive measurements of granular flows by magnetic resonance imaging. New Mexico
- Napier-Munn T. J., Morrell S., Morrison R. D., Kojovic T. 1996: *Mineral Comminution Circuits: their operation and optimisation*. 2, Indooroopilly, Old Australia
- Nascimento S. M., Santos D. A., Barrazo M. A. S., Duarte C. R. 2015: Solids hold up in flighted rotating drums: An experimental and simulation study. *Powder Technology*, 280, 18-25
- Niedostatkiewicz M. 2010: Zastosowanie metody PIV (Particle Image Velocimetry) do opisu procesu opróżniania silosu. *Acta Agrophysica*, 16 (1), 111-126
- Nityanand N. Manley B., Henein H. 1986: An analysis of radial segregation for different sized spherical solids in rotary cylinders. *Metallurgical Transactions B*, 17B, 247-257
- Norouzi H.R., Zarghami R., Mostoufu N. 2015: Insights into the granular flow in rotating drums. *Chemical Engineering Research and Design*, 102, 12-25
- Obraniak A. 2002 : *Dynamika złoża ziarnistego w poziomych bębnach obrotowych*. Praca doktorska, Wydział Inżynierii Procesowej i Ochrony Środowiska PŁ, 2002
- Obraniak A., Gluba T. 2010: Wpływ parametrów strugi nawilżającej na kinetykę procesu bębnowej granulacji nawozu wieloskładnikowego. *Inżynieria i Aparatura Chemiczna*, 49, 1, 79-80
- Orpe, A.V., Khakhar, D.V. 2001: Scaling relations for granular flow in quasi two-dimensional rotating cylinders. *Physical Review Journals E* , 64, 031302
- Orphe A. V., Khakhar D.V. 2012: Rheology of surface granular flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 571, 1-32
- Orzechowski Z. 1990: *Przepływy dwufazowe: jednowymiarowe, ustalone, adiabatyczne*. PWN, Warszawa
- Ottino J.M., Khakhar D.V. 2001: Fundamental research in heaping, mixing, and segregation of granular materials: challenges and perspectives. *Powder Technology*, 121, 117-122
- Ottino J.M., Khakhar D.V. 2002: *Scaling of Granular Flow Processes: from Surface Flows to Design Rules*. *American Institute of Chemical Engineers Journal*, 48 (10), 2157-2166
- Oyama Y. 1940: Studies on Mixing of Binary System of Two Size by Ball Mill Motion. *Sci. Pap. Inst. Phys. Chem. Research* 951, 17-29, by [Boss 1987]

- Pandey, P., Song, Y., Kayihan, F., Turton, R. 2006: Simulation of particle movement in a pan coating device using discrete element modeling and its comparison with video-imaging experiments. *Powder Technology*, 161, 79–88
- Parker D. J., Dijkstra A. E., Martin T. W., Seville J. R. K. 1997: Positron emission particle tracking studies of spherical particle motion in rotating drums. *Chemical Engineering Science*, 52 (13), 2011–2022
- Perry, R.H. and Green, D.W. 1999: *Chemical Engineers Handbook*. McGraw-Hill, New York
- Phounglamcheik A. 2015: Modeling of a rotary drum pyrolyzer. MSc thesis, Stockholm
- Pohlman N. A., Severson B. L., Ottino J. M., Lueptow R. M. 2006: Surface roughness effects in granular matter: Influence on angle of repose and the absence of segregation. *Physical Review*, 73, 031304, 1-9
- Puyvelde D. V. 1999: *Industrial Rotating Kiln Simulation*. PhD thesis, Sydney
- Puyvelde D.R., Young B.R., Wilson M.A., Schmidt S.J. 1999: Experimental determination of transverse mixing kinetics in a rolling drum by image analysis. *Powder Technology*, 106, 183-191
- Revol, D., Briens, C.L.E. and Chabagno, J.M., 2001: The Design of Flights in Rotary Dryers. *Powder Technology*, 121, 230-238
- Rose H. E. 1959: A suggested equation relating to the mixing of powders and its application to the study of the performance of certain types of machine. *Transactions of the American Institute of Chemical Engineers*, 37, 47-64
- Santomaso A. C., Ding Y. L., Lickiss J. R., York D. W. 2003: Investigation of the granular behaviour in a rotating drum operated over a wide range of rotational speed. *Chemical Engineering Research and Design*, 81, 936-945
- Santos D.A., Petri I.J., Duarte C.R., Barrozo M.A.S. 2013: Experimental and CFD study of the hydrodynamic behaviour in a rotating drum. *Powder Technology*, 250, 52–62
- Schubert W. H. 1987: Foundations of curriculum and program design. *Teaching Education*, 1, 88-91
- Seaman W. C. 1951: Passage of solids through rotary kilns. *Chemical Engineering Process*, 47, 508-514
- Skoczowska K. 2013: Badania ruchu cząstek o różnej gęstości w mieszalniku bębnowym. *Wybrane Problemy Naukowo-badawcze Mechaniki i Inżynierii Materiałowej*, 23-30
- Skoczowska K., Malek K., Ulbrich R. 2015: The behaviour of the bed in rotating drum for five different drum diameters. *Applied Mechanics and Materials*, 797, 314-319
- Skoczowska K., Malek K., Ulbrich R. 2016: Ruch cząstki w złożu monodispersyjnym w aparacie bębnowym. *Inżynieria i Aparatura Chemiczna*, 55 (2), 76-77
- Skoczowska K., Ulbrich R. 2014: Experimental investigation of moving particles in rotating drum. *MATEC Web of Conferences*, 18
- Skotnicka E. 2011: Przegląd technologii suszenia materiałów sypkich. *Piece przemysłowe i kotły*, *Technologie*, 41-44
- Sobczak P., Zawiślak K., Panasiewicz M. 2009: Wpływ procesu otoczkowania na wybrane właściwości fizyczne otrzymanych produktów. *Inżynieria Rolnicza* 2, 111, 161-168

- Spurling R. J. 2000: Granular flow in an inclined rotating cylinder: steady state and transients. PhD thesis, United Kingdom, University of Cambridge
- Stanev R., Mitov I., Specht E., Herz F. 2014: Geometrical characteristics of the solid bed in a rotary kiln. *Journal of Chemical Technology and Metallurgy*, 49 (1), 82-89
- Stręk F. 1971: *Mieszanie i mieszalniki*. Inżynieria chemiczna, Warszawa
- Strumiło C. 1983: *Podstawy teorii i techniki suszenia*. wyd. 2, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa
- Suchecki W., Alabrudziński S. 2003: Metoda korekty wykresów pól prędkości w cyfrowej anemometrii obrazowej. *Inżynieria i Aparatura Chemiczna*, 3, 6-13
- Suchecki W., Alabrudziński S., Kowalewski T. 2003: Metoda analizy pola prędkości z uwzględnieniem istnienia dużych obiektów w przepływie. *Inżynieria i Aparatura Chemiczna*, 5, 6-13
- Sullivan J. D., Maier C. G., Ralson O. C. 1927: Passage of solid particles through rotary cylindrical kilns. US Bureau of Mines, Technical Papers, 384, 1-42
- Warych J. 1996: *Aparatura chemiczna i procesowa*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa
- Wills B. A. 1992: *Mineral processing technology*, 5th edn, United Kingdom
- Wodziński P. 2006: Drum screens in mineral mining. *Górnictwo i Geoinżynieria*, z. 3/1
- Wodziński P. 2007: Przesiewanie kruszyw w przesiewaczach bębnowych. *Surowce i Maszyny Budowlane*, 1, 54-57
- Yang L., Farouk B. 1997: Modelling of solid particle flow and heat transfer in rotary kiln calciners. *Journal of the Air and Waste Management Association*, 47, 1189-1196
- Yamane K, Nakagawa M, Altobelli S, Tanaka T, Tsuji Steady Y. 1998: Steady particulate flows in a horizontal rotating cylinder. *Physics of Fluids*, 10 (6), 1419-1427
- Zajęc D., Ulbrich R. 2005: *Nieinwazyjne metody badań przepływów dwufazowych gaz-ciecz*. Studia i Monografie – Politechnika Opolska, z. 174, Opole