



Modele matematyczne i badania eksperymentalne zespolonych belek drewniano-betonowych

mgr inż. Mariusz Czabak

Promotor:

dr hab. inż. Zbigniew Perkowski, prof. PO

Politechnika Opolska
Wydział Budownictwa i Architektury
Katedra Fizyki Materiałów



Składam serdeczne podziękowania:

mojemu Promotorowi dr. hab. inż. **Zbigniewowi Perkowskiemu**, prof. PO, którego poświęcenie i dokładność nie ma sobie równych, a ilość poświęconego mi czasu i pracy jest nie do wycenienia

Rodzinie – za wsparcie, które w trakcie pisania pracy było niezmiernie potrzebne, w szczególności **Żonie**, która była pierwszym recenzentem i świetnie rozumiała czasochłonność prowadzonych badań, analiz i redakcji, oraz **Tacie** – za inspirację tematyką konstrukcji drewniano-betonowych

Panu dr. inż. **Bronisławowi Jędraszakowi** i Panu mgr. **Wiesławowi Kotyli** – za znakomitą współpracę w trakcie budowy stanowiska oraz za pomysły, które sprawiły, że otrzymane wyniki eksperymentalne dały tak duże możliwości

mojemu Kierownikowi Katedry prof. dr. hab. inż. **Jerzemu Wyrwałowi** – za nieustanne wsparcie i aprobatę podejmowanych przeze mnie działań naukowych

Przyjaciołom i Znajomym, którzy przyczynili się do powstania tej pracy, pomagając bądź dyskutując na temat poruszanej w niej problematyki

Sponsorom: firmie **Adamietz Sp. z o.o.** i firmie **Fałkopol** – za wsparcie materialne przy budowie stanowisk do badań

*Nie mam żadnych specjalnych talentów.
Jestem tylko strasznie ciekawy.*

Albert Einstein

Spis treści

Streszczenie	6
Abstract	7
Spis ważniejszych skrótów i symboli	8
1 Wprowadzenie	14
1.1 Przegląd literatury	20
1.1.1 Modele matematyczne	20
1.1.2 Badania krótkotrwałe	23
1.1.3 Badania długotrwałe	27
1.1.4 Diagnostyka konstrukcji i badania dynamiczne	30
1.2 Cele pracy	33
1.3 Zawartość pracy	34
2 Opis materiałów i modeli odkształcalności	37
2.1 Drewno	37
2.1.1 Budowa drewna	38
2.1.2 Wybrane właściwości mechaniczne i fizyczne drewna	41
2.1.2.1 Wytrzymałość	42
2.1.2.2 Sprężystość	47
2.1.2.3 Pełzanie	49
2.1.2.4 Skurcz, pęcznienie, właściwości higroskopijne i dyfuzyjne	52
2.1.2.5 Modele reologiczne	54
2.2 Beton	58
2.2.1 Właściwości mechaniczne betonu	58
2.2.1.1 Wytrzymałość	59
2.2.1.2 Sprężystość	62
2.2.1.3 Pełzanie	64
2.2.1.4 Skurcz i pęcznienie	66
2.2.2 Przykładowe badania stwardniałego betonu	67

2.2.2.1	Wytrzymałość	67
2.2.2.2	Sprężystość	68
2.2.2.3	Pełzanie	71
2.3	Złącza	72
3	Modele obliczeniowe	75
3.1	Metoda uproszczona	75
3.1.1	Sztywność efektywna na zginanie i naprężenia ścinające styk międzywarstwowy	75
3.1.2	Naprężenia normalne	77
3.2	Metoda γ	78
3.3	Modele dwuwarstwowej belki zespolonej	79
3.3.1	Liniowo-sprężysty model dwuwarstwowej belki uwzględniający zjawisko poślizgu warstw	80
3.3.2	Liniowo-sprężysty model dwuwarstwowej belki uwzględniający zjawisko poślizgu i rozrywania warstw	83
3.3.3	Liniowo-lepkosprężysty model belki uwzględniający zjawisko poślizgu i rozrywania warstw	86
3.3.4	Liniowo-lepkosprężysty model belki uwzględniający zjawisko poślizgu i rozrywania warstw oraz odkształcenia cieplno-wilgotnościowe	88
3.3.5	Liniowo-sprężysty model dwuwarstwowej belki uwzględniający zjawisko poślizgu i rozrywania warstw oraz siły bezwładności przy obciążeniu dynamicznym	91
4	Badania eksperymentalne	93
4.1	Badania wpływu cyklicznego przyrostu obciążenia statycznego na zmianę sztywności belki drewniano-betonowej	94
4.1.1	Przygotowanie elementu do badań	94
4.1.2	Stanowisko badawcze	97
4.1.3	Przebieg obciążania elementu	99
4.1.4	Pomiary ugięć, poślizgów i krzywizn	100
4.1.5	Pomiary drgań swobodnych	104
4.1.6	Pomiary ultradźwiękowe i szacowanie siecznego modułu Younga płyty betonowej	108
4.1.7	Mechanizm zniszczenia	109
4.2	Badania wpływu długotrwałego obciążenia na zmianę sztywności belek drewniano-betonowych	111
4.2.1	Przygotowanie elementów do badań	111

4.2.2	Stanowisko badawcze	113
4.2.3	Pomiary ugięć, poślizgów i krzywizn	116
4.2.4	Pomiary ultradźwiękowe i oszacowanie siecznego modułu Younga płyt betonowych	121
5	Wyznaczanie parametrów określających sztywność belek drewniano-betonowych	123
5.1	Sposób rozwiązania zadania prostego w ujęciu MRS	124
5.2	Analiza wrażliwości	125
5.3	Wyznaczanie parametrów określających sztywność belek drewniano-betonowych w zakresie sprężystym	127
5.3.1	Analiza pomiarów z badań krótkotrwałych	127
5.3.2	Analiza pomiarów z badań długotrwałych	129
5.4	Wyznaczanie parametrów określających sztywność belek drewniano-betonowych pod obciążeniem długotrwałym	131
5.4.1	Parametry termiczno-wilgotnościowe	131
5.4.2	Parametry modelu standardowego liniowej lepkości	135
5.4.3	Porównanie i analiza wyników	140
5.5	Siły wewnętrzne i naprężenia przekrojowe	141
6	Podsumowanie	147
	Bibliografia	153
	Lista publikacji autora	168
	Spis rysunków	171
	Spis tabel	178

Streszczenie

Słowa kluczowe: mechanika konstrukcji, konstrukcje zespolone, drewno, beton, belki drewniano-betonowe, model matematyczny, współczynniki zadania odwrotne, badania eksperymentalne, badania statyczne, badania dynamiczne, badania długotrwałe.

Rozprawa doktorska została poświęcona problematyce modelowania matematycznego oraz badaniom statycznym (w tym w warunkach pełzania) i dynamicznym zespolonych belek drewniano-betonowych.

W pierwszej kolejności w ramach rozprawy przeprowadzony został wnikliwy przegląd istniejącego stanu wiedzy na temat modeli i badań eksperymentalnych tego typu układów konstrukcyjnych. Pozwoliło to na wyznaczenie celów pracy wynikających ze stwierdzonych luk w literaturze przedmiotu.

Następnie autor opisuje i charakteryzuje bardziej szczegółowo podstawowe z punktu widzenia tematyki pracy materiały, tj. beton i drewno, a także sposoby konstruowania i zespalania warstw kompozytów drewniano-betonowych. Przedstawiono też w rozwinięciu sformułowane dotychczas modele dwuwarstwowych belek zespolonych i metody ich projektowania. Na tej podstawie wprowadzono własny model belki drewniano-betonowej, który oprócz uwzględnienia zjawiska poślizgu i reologicznych cech materiałów bierze również pod uwagę skończoną sztywność styku warstw belki w kierunku normalnym do jego powierzchni i oddziaływania cieplno-wilgotnościowe. W tym zakresie w sposób oryginalny cechy reologiczne układu ujęto za pomocą standardowego modelu liniowej lepkości zarówno w przypadku warstw układu, jak i ich złącza. Stanowi to podstawowe osiągnięcie rozprawy w zakresie rozważań teoretycznych. Ugięcia i przemieszczenia poziome warstw belki opisuje układ czterech równań całkowo-różniczkowych. Z kolei opis pól cieplno-wilgotnościowych w układzie ujmują klasyczne równania dyfuzji i przewodnictwa cieplnego. W ramach pracy tak sformułowane zagadnienie początkowo-brzegowe rozwiązywano, stosując metodę różnic skończonych, gdzie do obliczania splotów funkcji pojawiających się w stronie mechanicznej zagadnienia zastosowano także całkowanie numeryczne.

W dalszej kolejności przeprowadzono następujące oryginalne badania laboratoryjne:

- badania statyczne belki drewniano-betonowej o rozpiętości 3,5 m pod cyklicznie zwiększającym się obciążeniem aż do wyczerpania jej nośności z etapowym pomiarem ugięć, poślizgów i krzywizn warstw, prędkości fal ultradźwiękowych w górnej płycie betonowej oraz częstotliwości drgań swobodnych;
- badania pełzania czterech belek drewniano-betonowych o rozpiętości 4 m z pomiarem ugięć, poślizgów i krzywizn warstw w okresie 2 lat.

Na podstawie otrzymanych pomiarów wyznaczono parametry materiałowe występujące w autorskim modelu belki. W tym celu sformułowano współczynniki zadania odwrotne, których podstawą była minimalizacja funkcji celu wyrażonej przez sumę względnych kwadratów różnic pomiędzy mierzonymi przemieszczeniami i krzywiznami warstw belek oraz odpowiadającymi im danymi wyjściowymi modelu. W efekcie otrzymano bardzo dobrą zgodność pomiędzy mierzonymi i obliczanymi wielkościami. Minimalizacji funkcji dokonano przy wykorzystaniu nieliniowej metody najmniejszych kwadratów, a w przypadku oceny parametrów reologicznych zastosowano także regularyzację zadania odwrotnego metodą Tichonowa. Ponadto w przypadku pomiarów częstotliwości drgań swobodnych w cyklicznie obciążanej belce drewniano-betonowej wykazano ich przydatność w jakościowej, nieinwazyjnej ocenie procesów degradacji sprężystej, które zachodzą w tego typu konstrukcji przy jej przeciążeniu.

Na końcu pracy przedstawiono w celach ilustracyjnych możliwe do przeprowadzenia w ramach zaproponowanego modelu obliczenia, które z powodzeniem mogą zostać wykorzystane w praktyce projektowej. M.in. wyznaczono zmiany naprężeń w warstwach belki – drewnianej i betonowej, wynikające z redystrybucji sił wewnętrznych i oddziaływań wilgotnościowych w warunkach pełzania.



Abstract

Keywords: structural engineering, composite constructions, wood, concrete, wood-concrete beams, mathematical model, coefficient inverse problem, experimental studies, static tests, dynamic tests, long-term tests.

This doctoral thesis is dedicated to the issue of mathematical modelling and static (including creep conditions) and dynamic tests of wood-concrete composite beams.

Firstly, as part of this dissertation the author conducted thorough research of the existing knowledge regarding models and experimental studies of this type of construction systems. This has allowed to set the goals of the work resulting from the recognized gaps in the literature.

Next, the basic materials from the point of view of the subject of this dissertation were described and characterized in more detail, i.e., concrete, wood, as well as methods of constructing and bonding layers of wood-concrete composites. The work also presents the models of two-layer composite beams and methods of their designing formulated so far. On this basis, the author's own model of wood-composite beam has been introduced which, beside considering the phenomena of slip and rheological characteristics of material, also takes into account the finite stiffness of the beam layers' contact in a direction normal to its surface as well as hygrothermal impacts. In this scope, the system's rheological characteristics were described in an original way using the standard linear viscoelastic model both regarding the composite's layers as well as their contact. This constitutes the basic achievement of the dissertation in the field of theoretical considerations. In consequence, the model describes deflections and horizontal displacements of the beam layers via a system of four differential-integral equations. In turn, hygrothermal fields in the system are determined by the classic diffusion and heat equations. As part of the paper, the formulated initial-boundary problem was solved using the finite difference method where numerical integration was used to calculate the convolutions of functions appearing in the mechanical side of the problem.

This was followed by performance of the below original laboratory tests:

- static tests of wood-concrete beam with a span of 3.5 *m* under a cyclically increasing load until exhaustion of its load capacity with a stage measurement of deflections, slips and curvature of the layers, velocity of ultrasonic waves in the upper concrete slab and frequencies of natural vibrations,
- creep tests of 4 wooden-concrete beams with a span of 4 *m* with measurement of deflections, slips and curvature of the layers in a period of 2 years.

Based on the measurements obtained, the material parameters appearing in the original beam model were determined. For this purpose, coefficient inverse problems were formulated, which were based on the minimization of the objective function expressed by the sum of the relative squares of differences between the measured displacements and curvatures of the beam layers and the corresponding model output data. As a result, a very good agreement between the measured and calculated quantities was obtained. The function was minimized using the non-linear least squares method, and, in the case of rheological parameters evaluation, Tikhonov's regularization of the inverse problem was used. Moreover, for the measurements of free vibration frequencies in a cyclically loaded wood-concrete beam, their usefulness in a qualitative, non-invasive assessment of elastic degradation processes occurring in this type of construction during overloading has been demonstrated.

At the end of the work for illustrative purposes, the possible calculations possible to be conducted as part of the proposed model were presented, which can be successfully used in design practice. Among others, stress changes were determined in the layers of beams – wood and concrete, resulting from the redistribution of internal forces and humidity impacts in creeping conditions.

Spis ważniejszych skrótów i symboli

Duże litery łacińskie

A	– macierz współczynników MRS	$[\frac{N}{m^2}]$
$A_{(i)}$	– pole powierzchni przekroju poprzecznego i -tej warstwy	$[m^2]$
C_0	– początkowa koncentracja masowa wilgoci	$[\frac{kg}{kg}]$
$C_{(i)}$	– koncentracja masowa wilgoci w i -tej warstwie	$[\frac{kg}{kg}]$
$C_{e(i)}$	– stężenie równowagowe wilgotności otoczenia i -tej warstwy	$[\frac{kg}{kg}]$
$D_{(i)}$	– współczynnik dyfuzji wilgoci i -tej warstwy	$[\frac{m^2}{s}]$
$\widehat{E}_{(i)}$	– funkcja relaksacji w modelu standardowym liniowej lepko-sprężystości i -tej warstwy	$[Pa]$
E	– moduł sprężystości	$[Pa]$
E_d	– dynamiczny moduł sprężystości	$[Pa]$
$E_{(i)eff}$	– efektywny moduł sprężystości uwzględniający wpływ obciążania długotrwałego	$[Pa]$
$E_{(i)}$	– moduł sprężystości podłużnej i -tej warstwy (mierzony wzdłuż jej osi)	$[Pa]$
E_{ijkl}	– składowa tensora sztywności	$[Pa]$
$(EI)_{eff}$	– efektywna sztywność giętna pręta zespolonego	$[N \cdot m^2]$
F	– maksymalne obciążenie przy zniszczeniu	$[N]$
F_{ijkl}	– składowa tensora podatności	$[Pa^{-1}]$
FSP	– wilgotność drewna przy pełnym nasyceniu włókien	$[\frac{kg}{kg}]$
$I_{(i)}$	– moment bezwładności i -tej warstwy względem jej poziomej osi głównej	$[m^4]$

I_{eff}	– efektywny moment bezwładności przekroju zespolonego	$[m^4]$
\widehat{K}_H	– funkcja relaksacji w modelu standardowym liniowej lepko-sprężystości złącza w przypadku obciążeń ścinających	$[\frac{N}{m^2}]$
\widehat{K}_V	– funkcja relaksacji w modelu standardowym liniowej lepko-sprężystości złącza w przypadku obciążeń działających prostopadle do styku warstw	$[\frac{N}{m^2}]$
K_H	– sztywność złącza na ścinanie	$[\frac{N}{m^2}]$
K_V	– sztywność złącza na obciążenia działające w kierunku prostopadłym do styku warstw	$[\frac{N}{m^2}]$
$K_{(H)eff}$	– efektywna sztywność złącza na ścinanie uwzględniająca wpływ obciążania długotrwałego	$[\frac{N}{m^2}]$
\bar{K}	– moduł sztywności złącza na ścinanie	$[\frac{N}{m}]$
M	– przekrojowy moment bezwładności	$[N \cdot m]$
$M_{(i)}, M_{(i)}^*$	– moment zginający w i -tej warstwie przekroju	$[N \cdot m]$
N	– przekrojowa siła normalna	$[N]$
$N_{(i)}, N_{(i)}^*$	– siła normalna w i -tej warstwie przekroju	$[N]$
P	– obciążenie skupione	$[N]$
RH	– wilgotność względna powietrza	$[-]$
S	– moment statyczny warstwy względem osi $y - y$	$[m^3]$
S_H	– poślizg styku warstw	$[m]$
S_V	– zmiana odległości między warstwami w kierunku pionowym	$[m]$
$S_{1C(i)}, S_{2C(i)}$	– odpowiednio: brzeg swobodny i izolowany i -tej warstwy w zagadnieniu dyfuzyjnym	$[m^2]$
$S_{1T(i)}, S_{2T(i)}$	– odpowiednio: brzeg swobodny i powierzchnia styku i -tej warstwy z inną warstwą w zagadnieniu cieplnym	$[m^2]$
T	– temperatura	$[^{\circ}C]$
T_0	– temperatura początkowa	$[^{\circ}C]$
$T_{(i)}$	– temperatura w i -tej warstwie	$[^{\circ}C]$
T_e	– temperatura otoczenia	$[^{\circ}C]$

V, V^* – siła tnąca w przekroju [N]

$V_{(i)}$ – siła tnąca w i -tej warstwie przekroju [N]

Małe litery łacińskie

a – odległość środków ciężkości przekrojów poprzecznych warstw [m]

$a_{(i)}$ – odległość środka ciężkości przekroju poprzecznego i -tej warstwy względem osi obojętnej $y - y$ przekroju zespolonego [m]

$a_{c(i)}$ – współczynnik przejmowania wilgoci na powierzchni i -tej warstwy [$\frac{m}{s}$]

$a_{T(i)}$ – współczynnik przejmowania ciepła na powierzchni i -tej warstwy [$\frac{W}{m^2K}$]

$b_{(i)}$ – szerokość przekroju poprzecznego i -tej warstwy [m]

$c_{(i)}$ – ciepło właściwe i -tej warstwy [$\frac{J}{kg \cdot K}$]

e' – średni rozstaw łączników w złączu wzdłuż osi pręta [m]

f – częstotliwość [Hz]

f_i – mierzona wartość przemieszczeń pionowych w środku krzywiznomierza i -tej warstwy [m]

$f_{c,0,k}$ – charakterystyczna wytrzymałość drewna na ściskanie wzdłuż włókien [Pa]

$f_{c,90,k}$ – charakterystyczna wytrzymałość drewna na ściskanie w poprzek włókien [Pa]

f_{ck} – charakterystyczna wytrzymałość betonu na ściskanie [Pa]

f_{cm} – średnia wytrzymałość betonu na ściskanie [Pa]

f_{ctm} – charakterystyczna wytrzymałość betonu na rozciąganie [Pa]

$f_{m,k}$ – charakterystyczna wytrzymałość drewna na zginanie [Pa]

$f_{t,0,k}$ – charakterystyczna wytrzymałość drewna na rozciąganie wzdłuż włókien [Pa]

$f_{t,90,k}$ – charakterystyczna wytrzymałość drewna na rozciąganie w poprzek włókien [Pa]

$f_{v,k}$ – charakterystyczna wytrzymałość drewna na ścinanie [Pa]

h	– całkowita wysokość przekroju zespolonego	$[m]$
h_z	– grubość złącza	$[m]$
$h_{(i)}$	– wysokość przekroju poprzecznego i -tej warstwy	$[m]$
$\mathbf{j}_{(i)}$	– wektor gęstości strumienia masy wilgoci w i -tej warstwie	$[\frac{kg}{m^2s}]$
k	– sztywność	$[\frac{N}{m}]$
l	– rozpiętość elementu mierzona w osiach podpór	$[m]$
l_i	– długość bazy pomiarowej krzywiznomierza i -tej warstwy	$[mm]$
m	– masa	$[kg]$
\mathbf{n}	– jednostkowy wektor normalny do powierzchni i -tej warstwy	$[-]$
q	– obciążenie rozłożone belki	$[\frac{N}{m}]$
q_z	– obciążenie prostopadłe do powierzchni styku warstw	$[\frac{N}{m}]$
\mathbf{q}	– wektor obciążeń węzłowych MRS	$[\frac{N}{m}]$
$\mathbf{q}_{(i)}$	– wektor gęstości strumienia ciepła w i -tej warstwie	$[\frac{W}{m^2}]$
r	– tłumienie (stała tłumienia wiskotycznego)	$[\frac{Ns}{m}]$
r_i	– promień krzywizny osi i -tej warstwy	$[m]$
t	– zmienna czasowa	$[s]$
u	– przemieszczenie	$[m]$
$u_{(i)}$	– przemieszczenie poziome i -tej warstwy	$[m]$
w	– ugięcie osi belki zespolonej	$[m]$
$w_{(i)}$	– ugięcie osi i -tej warstwy	$[m]$
\mathbf{w}	– wektor przemieszczeń węzłowych MRS	$[m]$
x, y, z	– zmienne przestrzenne	$[m]$
$z_{(i)}$	– położenie środka ciężkości i -tej warstwy względem górnej krawędzi przekroju zespolonego	$[m]$
$z_{0(i)}$	– położenie osi obojętnej względem skrajnej, swobodnej krawędzi i -tej warstwy	$[m]$

Litery greckie

α_c	– liniowy współczynnik rozszerzalności wilgotnościowej	$[-]$
α_T	– liniowy współczynnik rozszerzalności termicznej	$[K^{-1}]$
γ_H	– współczynnik w modelu standardowym złącza przy ścinaniu	$[s^{-1}]$
γ_V	– współczynnik w modelu standardowym złącza przy przenoszeniu obciążeń prostopadłych do styku warstw	$[s^{-1}]$
$\gamma_{(i)}$	– współczynnik uwzględniający w i -tej warstwie stopień zszycia warstw ze względu na skończoną sztywność na ścinanie złącza wg [N5]	$[-]$
ε	– liniowe odkształcenie całkowite	$[-]$
ε_C	– odkształcenie wilgotnościowe	$[-]$
ε_d	– odkształcenie niemechaniczne (dystorsyjne)	$[-]$
ε_T	– odkształcenie termiczne	$[-]$
$\varepsilon_{(i)}$	– liniowe odkształcenie całkowite i -tej warstwy wzdłuż jej osi	$[-]$
$\varepsilon_{0(i)}$	– liniowe odkształcenie całkowite w osi i -tej warstwy	$[-]$
$\varepsilon_{C(i)}$	– odkształcenie wilgotnościowe w i -tej warstwie wzdłuż jej osi	$[-]$
$\varepsilon_{d(i)}$	– odkształcenie niemechaniczne (dystorsyjne) w i -tej warstwie wzdłuż jej osi	$[-]$
ε_{ij}	– składowa tensora odkształceń całkowitych	$[-]$
$\varepsilon_{T(i)}$	– odkształcenie termiczne w i -tej warstwie wzdłuż jej osi	$[-]$
κ	– krzywizna osi belki zespolonej	$[m^{-1}]$
$\kappa_{(i)}$	– krzywizna osi i -tej warstwy	$[m^{-1}]$
$\lambda_{(i)}$	– współczynnik przewodności cieplnej i -tej warstwy	$[\frac{W}{m \cdot K}]$
ρ_k	– gęstość charakterystyczna drewna	$[\frac{kg}{m^3}]$
$\rho_{(i)}$	– gęstość i -tej warstwy	$[\frac{kg}{m^3}]$
$\sigma_{(1)m}$	– naprężenie normalne belki drewnianej obciążonej ciężarem własnym oraz ciężarem mieszanki betonowej w fazie montażu	$[Pa]$

$\sigma_{(i)M^*}$	– naprężenie normalne w i -tej warstwie wynikające z działania momentu zginającego	[Pa]
$\sigma_{(i)N^*}$	– naprężenie normalne w i -tej warstwie wynikające z działania sił normalnych	[Pa]
$\sigma_{(i)T}$	– naprężenie normalne na krawędzi i -tej warstwy uwzględniające skończoną sztywność na ścinanie złącza wg [49]	[Pa]
$\sigma_{(i)w}$	– naprężenie normalne na krawędzi i -tej warstwy w przypadku pełnego poślizgu warstw w złączu	[Pa]
$\sigma_{(i)Z}$	– naprężenie normalne na krawędzi i -tej warstwy w przypadku pełnego zespolenia	[Pa]
σ_{ij}	– składowa tensora naprężeń	[Pa]
τ	– obciążenie ścinające w styku warstw	$[\frac{N}{m}]$
φ	– podstawowy (końcowy) współczynnik pełzania	[–]
$\varphi^{(i)}$	– współczynnik pełzania i -tej warstwy	[–]
φ_H	– współczynnik pełzania złącza przy ścinaniu	[–]
φ_V	– współczynnik pełzania złącza przy działaniu obciążeń prostopadłych do styku	[–]
ψ	– współczynnik uwzględniający skończoną sztywność styku warstw na ścinanie wg [49]	[–]

Rozdział 1

Wprowadzenie

W powszechnej świadomości budownictwo kojarzone jest głównie z dziedziną techniki, w której wykorzystuje się dobrze znane i stosowane od lat rozwiązania, choć obecnie w wielu przypadkach – z powodu niezwykle burzliwego rozwoju wiedzy – zapomina się, że niektóre z nich mają swoje początki jeszcze w starożytności. Na przykład pierwsze zastosowanie betonu datuje się na około VI w. p.n.e. [58], a potem w starożytnym Rzymie. Mimo że istnieją dowody na stosowanie betonu jeszcze przed naszą erą, to jego wykorzystanie było wtedy jednak sporadyczne, a wręcz incydentalne. Nawet w późniejszych okresach rozwoju cywilizacji (starożytny Rzym) wykorzystywanie materiału składającego się najczęściej z wapna hydraulicznego i wypełnienia w postaci np. żwiru i piasku nie było zbyt częste. Warto w tym miejscu wspomnieć, że używana dziś powszechnie nazwa cement pochodzi od łacińskiego *caementum*, natomiast początki zastosowania znanego nam betonu i żelbetu wiążą się z przełomem XIX i XX w.

Krokiem milowym w rozwoju technologii betonu było niewątpliwie opracowanie sposobu produkcji cementu portlandzkiego przez Josepha Aspdina w 1824 r. [58]. Dalej w 1848 r. Joseph-Louis Lambot wykonuje barcę wykonaną ze zbrojonego betonu i prezentuje ją w 1855 r. na Światowej Wystawie w Paryżu [113], następnie w 1867 r. Joseph Monier wykonuje wytrzymałe doniczki ze zbrojonego siatką betonu [58]. W 1892 r. François Hennebique uzasadnia pierwsze z punktu widzenia mechaniki świadome zastosowanie tego kompozytu, co w 1894 r. skutkuje wybudowaniem w Szwajcarii mostu żelbetowego [117]. Natomiast w 1920 r. Eugene Léon Freyssinet jako pierwszy stosuje z powodzeniem beton sprężony [113]. Od tamtej pory mamy do czynienia z nieustannym rozwojem wiedzy dotyczącej konstrukcji betonowych. Bezsporny i oczywisty jest fakt, że pod względem parametrów mechanicznych trudno jest zestawić obok siebie współczesne materiały z tymi wykorzystywanymi np. za czasów Imperium Rzymskiego [96]. Obecnie nie stanowi wyzwania zaprojektowanie składu mieszanki betonowej tak, aby końcowy

produkt, np. pod względem wytrzymałości na ściskanie, był w stanie dorównać powszechnie stosowanej stali konstrukcyjnej.

Jedną z najważniejszych zalet betonu jest jego względnie wysoka wytrzymałość na ściskanie, osiągnięta przy relatywnie niskim koszcie produkcji, przy jednoczesnych możliwościach swobodnego kształtowania. Nie bez znaczenia jest również jego odporność ogniowa [111]. Niestety beton jest materiałem kruchym i słabo znosi naprężenia rozciągające, których maksymalna wartość stanowi około 10% wytrzymałości na ściskanie [96]. Stąd tak duża popularność konstrukcji żelbetowych, w których połączenie prętów stalowych z betonem niweluje niekorzystną cechę tego drugiego. Co istotne, beton jest także materiałem przejawiającym m.in. cechy reologiczne, co wynika z jego budowy strukturalnej [96]: jako materiał porowaty o rozwiniętej powierzchni wewnętrznej jest również podatny na działanie wilgoci.

Omawiając akcentowane na wstępie stosowanie materiałów budowlanych z historycznego punktu widzenia, należy wspomnieć, że niewątpliwie najstarszym, używanym przez człowieka od zarania jego dziejów jest, obok kamienia, drewno. Ścięte drzewa w całości stanowiły elementy prętowe do budowy domostw, obiektów sakralnych, mostów itp.

Szczególne przyspieszenie rozwoju wiedzy na temat konstrukcji obiektów drewnianych, podobnie jak w przypadku konstrukcji betonowych, nastąpiło w XIX w. na skutek rozwoju mechaniki budowli i wytrzymałości materiałów. Bogate, wieloletnie doświadczenie architektów i cieśli zostało wówczas wzbogacone metodami obliczeniowymi służącymi do wymiarowania przekrojów i elementów konstrukcji. Równoległe następowała ekonomizacja wykorzystywania materiału – dzięki stosowaniu coraz nowocześniejszych łączników (śruby, wkręty, płytki kolczaste) oraz metod przetwarzania drewna (prasowanie, klejenie, impregnacja). Rozwój ten niestety został na pewien czas zahamowany w okresie I i II wojny światowej, głównie z powodu zapotrzebowania w tym okresie na materiały bardziej wytrzymałe, jakimi bez wątpienia są stal i beton. W wyniku wprowadzania coraz bardziej wyrafinowanych metod obróbki drewna tendencje te od kilkadziesiąt lat się odwracają. Pojawiają się nowe, bardziej wytrzymałe materiały drewnopochodne i coraz lepsze środki zabezpieczające je przed korozją biologiczną i ogniem. Dostrzec to można w coraz liczniej projektowanych i wznoszonych centrach handlowych i wystawienniczych, budownictwie jednorodzinym, obiektach użyteczności publicznej, jak np. baseny i aquaparki, gdzie drewniane rozwiązania konstrukcyjne są mile widziane przez inwestorów z uwagi na ich estetykę i korzystny stosunek wytrzymałości do masy elementów.

Wznoszenie obiektów z drewna ma również swój proekologiczny aspekt. Jak powszechnie wiadomo, drzewo podczas swojego wzrostu pochłania i magazynuje dwutlenek węgla, przyczyniając się tym samym do jego globalnej redukcji. Do-

datkowo, w wyniku procesu fotosyntezy zachodzącego w częściach zielonych roślin wydzielany jest potrzebny do życia ludzi i zwierząt tlen. Obecnie większość drewna wykorzystywanego w krajach europejskich i Ameryki Północnej pochodzi z upraw specjalnie do tego celu przeznaczonych. Efektem takiego stanu rzeczy jest wzrost zalesienia. Odnawialny charakter drewna nie jest jego jedyną zaletą, jest ono bowiem materiałem stosunkowo tanim i lekkim, co sprzyja przyspieszeniu prac wykonawczych. W trakcie wznoszenia konstrukcji z drewna, czy to litego czy klejonego, nie ma na przykład – w przeciwieństwie do konstrukcji betonowych i murowych – konieczności oczekiwania na zakończenie procesów wiązania czy schnięcia. Jednocześnie przy stosunkowo niskim ciężarze objętościowym (np. ok. 500 kg/m^3 w przypadku sosny) drewno wykazuje relatywnie wysokie parametry konstrukcyjno-użytkowe jak np. wytrzymałość czy sztywność. Na przykład wytrzymałość na rozciąganie wzdłuż włókien, w zależności od klasy drewna, jest na poziomie od 8 MPa do nawet 50 MPa przy module sprężystości w okolicach 10 GPa [N3]. Przy czym wartości te uwzględniają możliwość występowania długotrwałego obciążenia i obostrzone są określonymi warunkami termiczno-wilgotnościowymi. Biorąc pod uwagę parametry przy obciążeniu krótkotrwałym, wartości te są wielokrotnie wyższe, o czym można się przekonać, porównując wartości z normy PN-EN 338 [N3] oraz tab. 1.17 z pracy [95]. Z kolei do wad drewna można zaliczyć jego łatwopalność, stosunkowo niską sztywność i gęstość (co z kolei przekłada się ostatecznie na niski opór akustyczny), wrażliwość na zmiany wilgotności czy też pęcznienie.

Mimo że takie materiały jak drewno, stal czy beton były znane ludzkości od wieków, dopiero od niedawna świadomie łączy się je ze sobą, co stanowi, zdaniem autora, jedną z głównych cech rozpoznawalności nowoczesnego budownictwa. Przykładem może być jeden z pierwszych stropów zespolonych, zastosowany w budynku Thyssen w Niemczech w 1961 r. [123], gdzie belki stalowe połączono za pomocą dospawanych prętów zbrojeniowych z płytą betonową. Idea przyświecająca zespalaniu różnych materiałów jest stosunkowo klarowna. Podstawę stanowi jak najlepsze wykorzystanie zalet obu materiałów przy jednoczesnym ograniczaniu ich wad. Świadome projektowanie warstw ustrojów zespolonych pozwala uzyskać ich większą nośność, sztywność, trwałość i odporność, niż wynikałby one z zastosowania każdego z materiałów oddzielnie. Jednocześnie ograniczaniu ulega globalna masa konstrukcji. Współcześnie dzięki dalszym badaniom konstrukcji zespolonych nadaje się im nową jakość, prowadząc tym samym do ich upowszechniania w nowo projektowanych czy też przebudowywanych obiektach inżynierskich.

Tematem niniejszej pracy jest analiza walorów drewniano-betonowych stropów zespolonych. Mając na względzie jak najkorzystniejsze połączenie drewna i betonu, a także biorąc pod uwagę przede wszystkim wartości wytrzymałości drewna

na rozciąganie i betonu na ściskanie, dla elementów konstrukcji stropów, które w głównej mierze poddawane są zginaniu, za naturalne uważa się umieszczenie elementu drewnianego u dołu stropu, a betonowego na jego górnej powierzchni. Tym sposobem otrzymujemy układ drewnianych belek stropowych połączonych z płytą betonową za pomocą łączników stalowych, kleju lub wrębów. Dodatkowo przy projektowaniu konstrukcji zespolonych należy pamiętać o:

- zlokalizowaniu osi obojętnej przekroju zginanego jak najbliżej połączenia (styku) pomiędzy elementem drewnianym i betonowym w celu optymalnego wykorzystania ich cech wytrzymałościowych;
- zaprojektowaniu połączenia wystarczająco sztywnego i wytrzymałego, będącego w stanie przenieść obciążenia ścinające;
- uwzględnieniu fazy budowy, gdzie element drewniany (dodatkowo podparty) musi być w stanie samodzielnie przenieść obciążenia pochodzące od ciężaru własnego deskowania traconego i wypełniającej go mieszanki betonowej przed jej związaniem.

Pierwsze informacje na temat szerszego wykorzystania technologii zespalania drewna i betonu w Polsce sięgają początków lat osiemdziesiątych, kiedy zaistniała realna potrzeba modernizacji istniejących już od lat zabudowań, takich jak np. budynki: Państwowego Domu Wychowawczego, Przychodni Wielospecjalistycznej oraz Państwowej Biblioteki Publicznej w Pabianicach [49]. Projekty te realizowano przy współpracy z Instytutem Inżynierii Budowlanej Politechniki Łódzkiej. Konieczność prowadzenia prac nad stropami drewniano-betonowymi była ściśle związana z faktem, że od połowy XIX w. do czasu wybuchu drugiej wojny światowej w polskim budownictwie mieszkalnym, w tym również kamienicach, stropy wykonywano przede wszystkim w technologii drewnianej. Konstrukcje te często były przeciążane i eksploatowane w skrajnie zmiennych warunkach cieplno-wilgotnościowych, co doprowadziło do przyspieszenia procesu ich degradacji.

Za początek tej technologii na świecie uznawany jest patent wzmacniania istniejącego stropu drewnianego płytą betonową opracowany w Niemczech przez Mullera w 1922 r. [91]

Zespalanie elementów drewniano-betonowych stosuje się obecnie w Polsce głównie przy renowacjach istniejących stropów drewnianych [121]. Przykład realizacji w tym zakresie przedstawia rys. 1.1. Konstrukcja stropu jest wówczas w stanie zwiększyć swoją nośność i sztywność, co z punktu widzenia użytkownika jest zazwyczaj celem nadrzędnym. Dodatkowo eliminowany jest efekt „klawiszowania”, bardzo charakterystyczny dla stropów drewnianych. Co więcej, płyta betonowa tworzy poziomą tarczę usztywniającą cały budynek. Wielu konstruktorów w sytuacji konieczności podniesienia nośności istniejącego stropu drewnianego decyduje

się na jego wymianę na np. stropy gęstożebrowe, które w typowym rozwiązaniu mogą być nawet o $1 \frac{kN}{m^2}$ cięższe od omawianego w rozprawie systemu. Sposób wykonania stropów drewniano-betonowych i ich przykłady można znaleźć np. w pracach autora rozprawy [19] czy też Godyckiego-Ćwirki [47]. Proponowane rozwiązania konstrukcyjne spotykane są również w nowych obiektach budowlanych, jak budynki [57, 94, 146], kładki dla pieszych, drugorzędne przeprawy mostowe, np. [126] czy mosty o znaczeniu krajowym [119], jak np. most Vihantasalmi znajdujący się w Mäntyharju (Finlandia) [118] (długość całkowita 182 m, przęsła 21 m – 3 × 42 m – 21 m, szerokość 11 m + 3 m chodnika). W Polsce, z uwagi na brak uwarunkowań normatywnych i niewielką liczbę pozycji literaturowych w języku polskim, konstrukcje tego typu stosowane są rzadko.



Rys. 1.1. Wykonanie stropu zespolonego drewniano-betonowego. **(a)** Usuwanie ciężkiej polepy z istniejącego stropu. **(b)** Oczyszczenie belek drewnianych, ułożenie lekkiej izolacji termicznej i dźwiękochłonnej oraz desek lub płyt OSB w poziomie górnego lica belek. **(c)** **(d)** Wprowadzenie stalowych łączników w górne lico belek, wykonanie izolacji przeciwwilgociowej oraz ułożenie zbrojenia. **(e)** Betonowanie płyty górnej stropu

Jedną z istotniejszych kwestii dotyczących konstrukcji zespolonych jest sposób zapewnienia kontaktu pomiędzy łączonymi materiałami. W przypadku klasycznych konstrukcji stalowo-betonowych najczęściej stosuje się zgrzewane z powierzchnią profilu stalowego sworznie (np. Nelsona). W przypadku konstrukcji drewnianych nie ma możliwości doklejenia sworzni do płaszczyzny belki. W tej sy-

tuacji jedną z wykorzystywanych technik jest np. zastosowanie gwoździ, wklejanych w otwory prętów lub użycie wkretów do drewna opcjonalnie z wrębami w żebrze drewnianym. W tym aspekcie pojawia się interesujące zagadnienie z naukowego punktu widzenia związane z miarodajnym oszacowaniem sztywności takiego styku, zarówno od strony modelowania, jak i pomiarów – w tym przy uwzględnieniu cech reologicznych kompozytu przy przenoszeniu obciążeń stycznych i normalnych w złączu międzywarstwowym. A w przypadku zastosowania łączników przesywających warstwy betonu i drewna cechy reologiczne złącza wynikają z uwspólnienia właściwości obu materiałów. Jak już wspomniano wcześniej, zarówno beton, jak i drewno charakteryzują się cechami reologicznymi. Intensywność pełzania czy relaksacji naprężeń jest dla obu materiałów różna i zależna m.in. od poziomu naprężenia i warunków cieplno-wilgotnościowych. W efekcie procesy te prowadzą do redystrybucji sił wewnętrznych w całej konstrukcji.

Właściwości mechaniczne wspomnianych materiałów z osobna zostały już stosunkowo dobrze poznane i zbadane, o czym mogą świadczyć liczne pozycje literatury technicznej (w tym również opracowania normatywne) np. „Budownictwo ogólne” [129], „Budownictwo drewniane” [95], PN-EN 206 [N8], PN-EN 14081-1 [N7] i wiele innych. Sytuacja wygląda inaczej w przypadku projektowania elementów zespolonych, które nie przyjęły się jeszcze w powszechnym zastosowaniu, lub przy stosowaniu nowatorskich technik połączeń i technologii wytwarzania. Wtedy punktem wyjścia do przygotowania i przeprowadzenia eksperymentów niestandardowych układów konstrukcyjnych (wraz z ich analizą) jest zasób wiedzy gromadzonej przez lata w literaturze przedmiotu i umiejętność jej zastosowania w niekonwencjonalny sposób.

Dostrzegalne jest w ostatnim czasie rosnące zainteresowanie sposobami modelowania i oceny eksperymentalnej niestandardowych rozwiązań konstrukcyjnych, co jest jedną z głównych motywacji autora pracy do przeprowadzenia własnych badań zespolonych konstrukcji drewniano-betonowych i poszerzenia obecnego stanu wiedzy, a w tym: budowy modelu uwzględniającego z osobna cechy reologiczne warstw i złącza międzywarstwowego oraz skończoną sztywność złącza przy przenoszeniu obciążeń stycznych, jak i normalnych do powierzchni styku; przeprowadzenia eksperymentów pozwalających wyznaczyć najważniejsze parametry materiałowe we wspomnianym modelu na podstawie odpowiednio sformułowanych współczynnikowych zadań odwrotnych.

W następnym podpunkcie na podstawie przeglądu literatury szerzej przedstawiono dostępne informacje na temat sposobu modelowania omawianych układów belkowych i dotyczące ich badania eksperymentalne. Z przeglądu tych informacji wynika pośrednio uzasadnienie celów naukowych postawionych przez autora niniejszej pracy.

1.1. Przegląd literatury

Przegląd literatury zagadnienia podzielono na cztery zasadnicze części. Pierwsza opisuje najważniejsze modele belek zespolonych ujawniające zjawisko poślizgu między ich warstwami, a także modele określające sztywność połączenia drewna i betonu za pomocą łączników stalowych oraz efektywną sztywność giętną elementów zespolonych. Proponowane modele częściowo weryfikowano za pomocą badań empirycznych bądź ograniczano się do ich analizy parametrycznej. W części drugiej przedstawiono przykłady krótkotrwałych i niszczących badań statycznych konstrukcji i elementów drewniano-betonowych w skali laboratoryjnej oraz naturalnej – w tym porównanie różnych sposobów połączeń międzywarstwowych i wyznaczanie wartości ich podatności. W części trzeciej opisano zagadnienia związane z długotrwałym oddziaływaniem obciążenia na elementy konstrukcji drewniano-betonowych. Czwarta część dotyczy nieniszczących metod diagnostycznych konstrukcji zespolonych z wykorzystaniem metod analizy modalnej.

W efekcie dokonanego przeglądu literatury, w tym również w zbiorach międzynarodowych czasopism, można z całą pewnością stwierdzić, że liczba publikacji związanych z poruszaną tematyką w zestawieniu z pracami dotyczącymi konstrukcji stalowo-betonowych jest relatywnie niewielka. Wciąż otwarte pozostają liczne i istotne kwestie badawcze. Mowa tu m.in. o normalizacji projektowania, badań i diagnostyki stanu technicznego konstrukcji drewniano-betonowych.

1.1.1. Modele matematyczne

Pierwsze modele belkowe opisujące zachowanie konstrukcji zespolonych z podatnym złączeniem można znaleźć np. w pracach zespołu Stüssiego [131] i Newmarka [97], w których autorzy wykorzystali modele sprężyste przy założeniu małych przemieszczeń. Oczywiście w przypadku belkowych układów dwuwarstwowych można znaleźć liczne opracowania, w których autorzy poruszają różne zjawiska zachodzące w wyniku połączenia dwóch warstw materiałów, stosując np. teorię Timoshenki (np. Ecsedi z zespołem [32]), opisując efekt opóźnionego ścinania w przypadku belek stalowo-betonowych związany z procesami reologicznymi (np. Zhu [149]), analizując zjawiska zwichrzenia w przypadku belek, w których warstwy ułożone są obok siebie (np. w pracy Challamela i Girhammara [15]), rozważając możliwość występowania skończonej sztywności złącza na działanie obciążeń prostopadłych do powierzchni styku (jak np. w opracowaniu zespołu Kroffica [73]). Można znaleźć również udane próby wykorzystania nieliniowego prawa konstytutywnego dla złączy lub warstw belek dwuwarstwowych, jak np. praca Campiego i Monetto [10] czy zespołu Trana [137]. Istnieją także opracowania modeli belkowych dla wielowarstwowych prętów, np. Kubika [74] czy zespołu Keo [62].

Zdaniem autora pierwszą pozycją, którą dziś należy wskazać jako zbiór najważniejszych informacji dotyczących połączeń drewna i betonu, jest rozprawa doktorska Diasa (Portugalia) [30]. Praca ta jest poświęcona głównie badaniom próbek typu „push-out”, analogicznie do tych wskazanych przez PN-EN 1994-1-1 [N4] w załączniku B. Badania przeprowadzone przez autora wspomnianej rozprawy koncentrowały się na analizie krótko- i długotrwałego obciążania próbek. Do modelowania zagadnienia zastosowano modyfikację równania Johansena określającego nośność złącza śrubowego na ścinanie w drewnie, którego przykład można znaleźć m.in. w PN-EN 1995-1-1 [N5]. Początkowo autor rozprawy, korzystając z wiedzy zawartej z literaturze przedmiotu, jak i czasopismach międzynarodowych, przeprowadził rozpoznawczo testy „push-out” oraz badania w skali laboratoryjnej. Pozwoliło to na dopracowanie sposobu przygotowania elementów do badań oraz wstępną weryfikację pozyskanych z literatury wyników i uzyskanych na podstawie autorskich modeli matematycznych (do których sporządzono oprogramowanie).

W tym miejscu należy wspomnieć o pionierskich w Polsce pracach w tym zakresie autorstwa Godyckiego-Ćwirki z zespołem [47, 48, 49]. Proponują oni projektowanie stropów drewniano-żelbetowych przy użyciu modelu dwuwarstwowego belki liniowosprężystej. Wykorzystuje się w nich ostatecznie uśrednione rozwiązanie z uwagi na współczynnik ψ z dwóch przypadków, gdzie zakłada się brak podatności złącza i maksymalne zszycie obu warstw. Z kolei do wyznaczenia obciążenia ścinającego styk międzywarstwowy stosuje się zmodyfikowany wzór Żurawskiego w przypadku pręta dwuwarstwowego.

Na arenie międzynarodowej jako pioniera modelowania wpływu skończonej sztywności połączeń międzywarstwowych na globalną sztywność giętą w konstrukcjach zespolonych wskazuje się Möhlera, który w swojej rozprawie habilitacyjnej z 1956 r. [86] przedstawił tzw. metodę „ γ ”, w której efektywną sztywność oblicza się w oparciu o modyfikację twierdzenia Steinera:

$$(EI)_{eff} = \sum (E_{(i)}I_{(i)} + \gamma_{(i)}E_{(i)}A_{(i)}a_{(i)}^2). \quad (1.1)$$

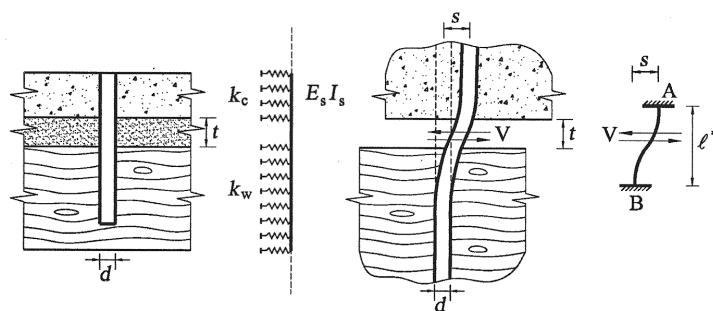
Redukcja sztywności w porównaniu z rozwiązaniem zakładającym pełne zszycie warstw następuje przy użyciu współczynnika $\gamma_{(i)}$ (stąd nazwa metody), przy czym współczynnik ten może przyjąć wartości z zakresu od 0 (brak połączenia) do 1 (pełne zszycie). Co istotne, zastosowanie takiego podejścia można znaleźć m.in. w PN-EN 1995-1-1 [N5], załącznik B punkt 2. Współczynnik $\gamma_{(i)}$ można oszacować wg zależności:

$$\gamma_{(i)} = [1 + \pi^2 E_{(i)} A_{(i)} e' / \bar{K} l^2]^{-1}, \quad (1.2)$$

a występującą w nim sztywność \bar{K} obliczyć np. na podstawie normy PN-EN 13271 [N6] lub Neuhausa [95] poprzez proste zestawienie siły i wywołanego nią poślizgu przy danym stopniu wyteżenia. Należy wspomnieć, że tego typu ujęcie zagadnienia

jest uproszczone i nie uwzględnia szeregu zjawisk zachodzących w konstrukcjach zespolonych – m.in. różnego tempa pełzania warstw – i nie pozwala na ocenę zjawiska poślizgu warstw w styku. Z uwagi na względną łatwość zastosowania tego opisu można wskazać kilka prac poświęconych projektowaniu zespolonych konstrukcji z drewna i betonu „metodą γ ”, np. Ceccotti [12, 13], Fragiacomò [42], Łukaszewska [78], Tangential [133]. Przeprowadzone zostały również próby porównawcze modelu z rzeczywistą pracą konstrukcji, jak np. badania drewniano-betonowych belek wzmacnianych włóknami węglowymi Premrova i Dobrila ze Słowenii [116, 134].

Inne interesujące podejście do modelowania styku drewna z betonem zostało opisane w pracy włoskiego zespołu Gelfi, Giuriani i Marini [44]. Autorzy podjęli próbę opisu zachowania pojedynczego łącznika za pomocą pręta na podłożu Winklera, z założeniem nieograniczonej jego długości (rys. 1.2). Według autorów jest to możliwe, gdyż obszar kontaktu odpowiedzialny za sztywność styku zarówno w betonie, jak i drewnie jest znacznie mniejszy od długości samego łącznika. Co więcej, dzięki przeprowadzonym licznym badaniom nad połączeniami w drewnie (np. przez Wanningera [141]) oraz kotwień w betonie (np. przez Yinga [144]) można oszacować sztywność pojedynczego łącznika w drewnie i betonie. Jest to podejście dające możliwość jeszcze lepszego opisu zjawisk zachodzących przy poślizgu międzywarstwowym, zwłaszcza dzięki możliwości symulacji odkształceń w materiałach składowych obu warstw. Kolejny przykład zastosowania takiego podejścia można znaleźć w pracach Auclaira [2, 3]. Metoda ta może być również aplikowana do analiz numerycznych. Na przykład niemiecki zespół Bathona i Grafa [5] przeprowadził badania symulacyjne za pomocą programu SOFiSTiK zespolonej belki drewniano-betonowej, gdzie połączenie stanowiła siatka stalowa.



Rys. 1.2. Model połączenia wg [44]

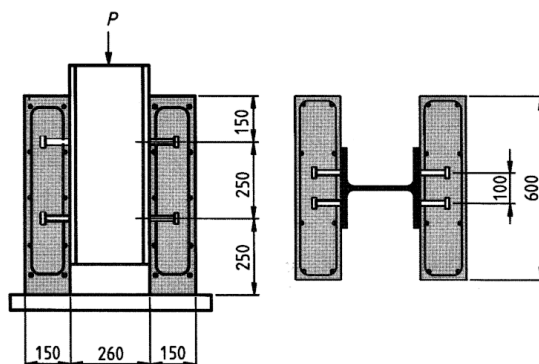
Oprócz wymienionych wyżej modeli, w literaturze przedmiotu można spotkać próby symulacji zachowań konstrukcji zespolonych przy wykorzystaniu metody elementów skończonych (MES). Obecnie, nawet w sytuacji braku dostępu do laboratorium, można przeprowadzić dość miarodajne badania zachowania się konstrukcji przy wykorzystaniu zaawansowanego oprogramowania komputerowego. Zastosowanie tego typu podejścia, nazywanego również „laboratorium numerycznym”,

można znaleźć w licznych opracowaniach, w tym m.in. autora niniejszej rozprawy [105, 107]. Wykorzystanie jednak tego narzędzia w przypadku połączeń drewna i betonu nie jest częste. Autorzy zazwyczaj ograniczają swój model do małych próbek. Do takich opracowań należą artykuły Diasa i zespołu [28, 31], gdzie przeprowadzono symulację czystego ścinania (próba „push-out”) na próbce o wymiarach $460 \times 300 \times 140 \text{ mm}$, przy wykorzystaniu izotropowego modelu stali i betonu oraz ortotropowego drewna, przy jednoczesnym zachowaniu nieliniowości materiałowej i geometrycznej. Wyniki porównano z eksperymentem przeprowadzonym w ramach odrębnego opracowania (Dias [26]), udowadniając tym samym spójność obu podejść.

Na podstawie przeglądu literatury w tym zakresie autor uznał za zasadne zaproponowanie własnego opisu matematycznego dwuwarstwowej belki z uwzględnieniem przemieszczeń mogących wystąpić w wyniku ścinania, a także ściskania/rozciągania złącza w kierunku prostopadłym do płaszczyzny kontaktu, które równocześnie stanowi podstawę do dalszych rozważań – w tym uwzględnienia lepkosprężystych modeli materiałów.

1.1.2. Badania krótkotrwałe

Badania eksperymentalne i wynikające z nich analizy, zwłaszcza te prowadzone na elementach konstrukcyjnych w skali naturalnej, są jednymi z najchętniej publikowanych zagadnień w czasopismach o zasięgu międzynarodowym w zakresie budownictwa. Nie inaczej jest również w przypadku konstrukcji drewniano-betonowych, gdzie można znaleźć liczne artykuły dotyczące badania małych, jak i pełnoskalowych elementów. Z uwagi na brak uwarunkowań normatywnych dotyczących prowadzenia badań zespołów drewna i betonu, procedury czerpane są z norm dotyczących najpowszechniej stosowanych zespołów stali i betonu, w tym przypadku głównie z PN-EN 1994-1-1 [N4], gdzie szczegółowo opisano procedurę badania nośności i sztywności styku międzywarstwowego wraz z rzutem i przekrojem próbki (rys. 1.3).

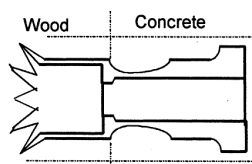


Rys. 1.3. Próбка do standardowych badań na ścinanie [mm] („push-out test”) wg PN-EN 1994-1-1 zał. B [N4]

W konstrukcjach zespolonych nośność i sztywność połączenia są jednymi z najważniejszych parametrów, które wpływają ostatecznie na wykorzystanie materiałów składowych konstrukcji, a co za tym idzie – również stanu granicznego nośności i użyteczności. Podatność zespolenia jest w pierwszej kolejności zależna od rodzaju zastosowanego połączenia. Analizy różnych rozwiązań można znaleźć np. w rozprawie doktorskiej Pawlicy [101], jednego z pionierów tej technologii w Polsce. Zazwyczaj sztywność połączenia jest szacowana na podstawie relacji siła-poślizg, odzwierciedlając tym samym opór stawiany przez złącze sile ścinającej styk konstrukcji. Jedną z przykładowych publikacji zagranicznych, które skupiają się na badaniach typu „push-out”, jest praca Carvalho i Carrasco (Brazylia) [11], gdzie poddano analizie złącza w postaci wklejanych prętów zbrojeniowych w elemencie drewnianym, a następnie zalewanych mieszanką betonową.

Kolejnym z opracowań, w którym można znaleźć przegląd rozwiązań połączeń na wkręty do drewna, jest publikacja Khorsandni i zespołu (Australia) [65]. Autorzy porównali połączenie na standardowe wkręty do drewna, jakie z łatwością można znaleźć w handlu detalicznym (dedykowane dla tego typu konstrukcji wkręty SFS oraz wkręty z sześciokątnym łbem w standardzie DIN). Najwyższą wartość sztywności złącza osiągnięto, wykorzystując wkręty SFS, przy czym stopień plastycznego zachowania konstrukcji autorzy zakwalifikowali jako kruchy, w odróżnieniu od wkrętów DIN, których sztywność była na podobnym poziomie, natomiast zachowanie zakwalifikowano jako plastyczne. Połączenia na wkręty były badane i analizowane również m.in. przez zespół z Wielkiej Brytanii [127], który przedstawił podstawowe wyniki z eksperymentu.

Inne połączenie, przeznaczone specjalnie do konstrukcji drewniano-żelbetowych, wraz z jego badaniami zaproponował kameruńsko-francuski zespół Mungawy [92]. Zastosowano specjalne wstrzeliwane połączenia firmy HILTI (rys. 1.4) mające zapewnić elastyczny styk obu warstw. Niestety w Polsce jest to rozwiązanie praktycznie niespotykane. Wśród nowatorskich rozwiązań połączenia należy wyróżnić opisany przez Fernandez-Cabo [36] wbijany sworzeń HSB, który składa się z masywnego elementu w kształcie grzybka oraz wbijanego pręta.



Rys. 1.4. Łącznik INSA-HILTI 1997 [92]

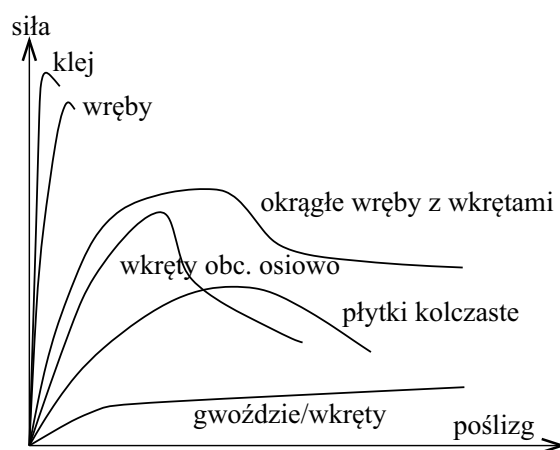
Gutkowski z zespołem [52, 76] przeprowadził pełnoskalowe doświadczenie zespolonej belki drewniano-betonowej z połączeniem w postaci gwintowanego pręta oraz wrębów w belce drewnianej. Wadą rozwiązania na wręby z całą pewnością jest pracochłonność przy jego wykonywaniu oraz mechanizm zniszczenia. Przy takim

połączeniu zniszczenie następuje nagle, podobnie jak przy złączu klejowym. Stąd zazwyczaj dodatkowo wzmacnia się styk elementami ze stali, w konsekwencji pozwalając na plastyczną pracę układu w sytuacji osiągnięcia jej granicy nośności. Niestety, według Gutkowskiego nawet takie połączenie nie zapewnia pełnego zespolenia, czyli równoległej sytuacji, w której we wzorze (1.1) na sztywność giętą całego elementu współczynnik $\gamma \rightarrow 1$. Podobne wnioski można wyciągnąć na podstawie opracowania Miotto i Diasa (Brazylia) [85]. Co prawda w tym przypadku element dodatkowo wzmocniony został pasem z włókna szklanego, ale jego globalna sztywność była w dalszym ciągu znacznie poniżej wartości odpowiadającej pełnemu zszytciu warstw.

Kolejnym przykładem kompleksowych badań pełnoskalowych belek zespolonych drewniano-betonowych wraz z modelem wykorzystywanym w analizie MES jest praca van Lindena (Holandia) [139], gdzie porównano trzy typy połączeń (śruby, płytki kolczaste i pręty z wrębami).

W żadnym z powyższych badań autorzy nie prowadzili pomiarów krzywizn osi oddzielnie płyty betonowej i belki drewnianej. Takie dane mogą pozwolić na zbadanie jeszcze jednego niezwykle istotnego zagadnienia w przypadku konstrukcji drewniano-żelbetowych, a mianowicie wpływ podatności złącza w kierunku prostopadłym do osi elementu i możliwości rozwarstwienia styku. Rzecz jasna, np. w przypadku czteropunktowego zginania taka siła może wystąpić w środku rozpiętości belki.

W tym miejscu nie sposób pominąć przytaczany wielokrotnie przez licznych autorów wykres opracowany przez Diasa (Portugalia) [29, 30] (rys. 1.5), który w przejrzysty sposób przedstawia podstawowe różnice w pracy połączeń. Na dodatek ten sam autor wraz z zespołem w roku 2015 zebrali w jednym opracowaniu ponad tysiąc wyników badań, poddając je analizie statystycznej [27]. Jak można zauważyć, połączenia klejowe i na wręby dają możliwość przenoszenia największej siły ścinającej, przy czym jednocześnie nie zapewniają przewidywalności i sygnalizacji wyczerpywania nośności styku. Wręby wraz z wkrętami pozwalają przenosić stosunkowo duże siły ścinające przy jednocześnie niedużym poślizgu. Wadą takiego połączenia jest jego pracochłonność. Wkręty obciążone osiowo (wkręcane pod kątem 45°) początkowo zachowują sztywność porównywalną z poprzednim typem połączenia, przy czym charakter i zakres pracy w stanie uplastycznienia jest zgoła odmienny. Płytki kolczaste pozwalają z kolei na sygnalizację wyczerpania nośności z uplastycznieniem styku, lecz wykazują mniejszą sztywność od wcześniej wymienionych typów połączeń. Najmniejszą sztywność oraz zdolność do przenoszenia obciążeń mają złącza gwoździowe/wkrętowe, przy czym pozwalają one na znaczny poślizg w stanach pokrytycznych, jednocześnie, z uwagi na łatwość jego wykonania, jest to najczęściej spotykane w praktyce połączenie.



Rys. 1.5. Typowy dla danego rodzaju połączenia wykres siła-poślizg (na podstawie [30])

Naukowcy bez wątplenia nie skupiają swojej uwagi wyłącznie na sposobie zespalania obu materiałów. Równie interesujące mogą być analizy wpływu zastosowania różnych rodzajów betonów, jak np. lekkie [130], samozagęszczalne [90], wysokowartościowe [124], czy też z proszków reaktywnych. Przeprowadzenie badań i analiz ostatnich spośród wymienionych prawdopodobnie będzie w przyszłości stanowiło rozszerzenie prac prowadzonych przez autora rozprawy.

Element po stronie rozciąganej belki w razie potrzeby osiągnięcia większych rozpiętości (zazwyczaj ponad 8 m) można zastąpić z powodzeniem żebrami z drewna klejonego, np. [65, 147]. Z kolei w przypadku stosowania konstrukcji drewnianych na wzór skandynawski, gdzie powszechnie zamiast litego czy klejonego drewna stosuje się prefabrykowane dwuteowe belki drewniane ze środkiem z płyt OSB [112, 148], można znacznie poprawić walory użytkowe stropów, zespalając je z płytą betonową. Badania tego typu konstrukcji zespolonej można znaleźć np. w artykule Gurksnysa [51], gdzie do badań wykorzystano między innymi dwuteowe belki drewniane.

Z punktu widzenia autora rozprawy istotny jest fakt, że nie udało się znaleźć artykułów traktujących kompleksowo wyznaczanie stałych materiałowych zarówno w przypadku złącza, jak i materiałów składowych na podstawie pomiarów przemieszczeń (ugięć) belki zespolonej i poślizgów warstw podczas zginania, a także badań ultradźwiękowych. Oczywiście potrzebne cechy materiałowe, takie jak moduły Younga betonu i drewna oraz sztywność na ścinanie złącza międzywarstwowego można odpowiednio zmierzyć w próbach czystego ścinania, zginania i testach typu „push-out” w warunkach laboratoryjnych. Wyniki tych pomiarów będą jednak z reguły odbiegały od stanów naprężeń i odkształceń, jakie można spotkać w rzeczywistej belce zespolonej, w temperaturze i wilgotności otoczenia, a także z powodu „efektu skali”. Ponadto badania nieniszczące dają możliwość szacowania efektywnych parametrów materiałowych belki bez uciekania się do pobierania z niej próbek do badań wytrzymałościowych. Może to znaleźć cenne zastosowa-

nie w diagnostyce tego typu elementów, w ocenie ich stanu technicznego oraz być uzupełnieniem badań nieniszczących, np. z zastosowaniem młotka Schmidta czy fal ultradźwiękowych. Jak wiadomo, w istniejącej konstrukcji problematyczne jest określenie wytrzymałości betonu, a co za tym idzie – jego sztywności, bez pobierania próbek. W przypadku drewna, szczególnie w warunkach budów w naszym kraju, często wykorzystuje się w trakcie montażu materiał silnie zawilgocony, a jego klasę ustala się wizualnie. Taki stan rzeczy utrudnia określenie efektywnych parametrów wykorzystywanych materiałów potrzebnych do miarodajnego określenia stanów granicznych nośności i użytkowości. Stąd w tym zakresie jednym z celów niniejszej rozprawy będzie budowa procedur pomiarowych i obliczeniowych dających takie możliwości.

1.1.3. Badania długotrwałe

Materiały składowe zespolonych konstrukcji drewniano-betonowych, takie jak drewno, beton czy też ich połączenie (traktowane jako łącznik ze strefą kontaktową), wykazują silne właściwości reologiczne – w szczególności w przypadku ich dużego zawilgocenia. *Reologia* jest działem nauki zajmującym się w mechanice m.in. wpływem czasu na zależność pomiędzy naprężeniem a odkształceniem materiałów. Nazwa pochodzi z greki, gdzie *rheo* oznacza przepływ, stąd *reologia* oznacza „naukę o płynięciu” [7].

Drewno, na co wskazuje dostępna literatura przedmiotu, jak i badania w tym zakresie, jest materiałem podlegającym intensywnemu procesowi pełzania w warunkach długotrwałego obciążenia. Przykład takich badań zawiera rozprawa doktorska Pawlika [102] i jego publikacje [103, 104], gdzie podjęto się m.in. próby szacowania parametrów funkcji relaksacji wzdłuż oraz w poprzek włókien. Inne przykłady opisu zjawisk płynięcia w drewnie można znaleźć np. w pracach Morliera [89] czy Hoffmeyera [55]. Co więcej, intensywność i wielkość odkształceń pogłębiana jest przez wahania wilgotności, na co wskazują autorzy licznych opracowań, jak np. Kim [67] i Toratti [136]. Efekt wahań poziomu zawilgocenia może w niektórych przypadkach odgrywać większą rolę w stosunku do tego wynikającego z prostego mechanizmu pełzania [6].

Beton wykazuje również właściwości lepkosprężyste. Przy czym również w tym przypadku im większa wilgotność, tym wyraźniejsze efekty. Oczywiście istotny wpływ na proces ma także wiek obciążanej konstrukcji, wymiary elementu, temperatura i wilgotność otoczenia oraz receptura betonu. PN-EN 1992-1-1 [N2] wskazuje, że uwzględnienie pełzania w betonie jest konieczne wyłącznie w sytuacji sprawdzania stanu granicznego użytkowości lub gdy w stanie granicznym stateczności efekty drugiego rzędu są istotne. Natomiast z PE-EN 1994-1-1 [N4] wynika, że

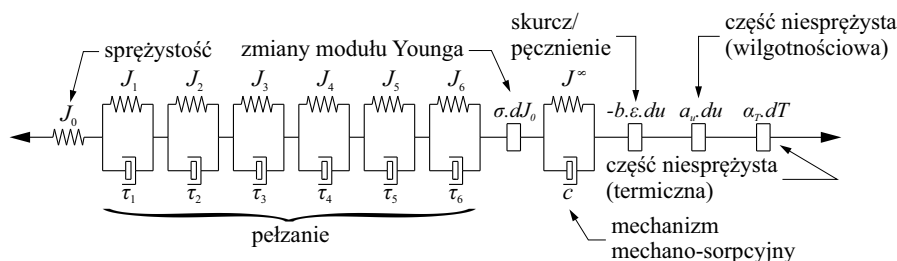
z uwagi na brak właściwości reologicznych stali (w konstrukcjach niesprężonych) efekt ten należy uwzględnić dla przekrojów niesymetrycznych, poprzez zastosowanie skorygowanej wartości modułów sprężystości stali i betonu.

Długotrwałe badania konstrukcji drewniano-betonowych wymagają szczegółowych przemyśleń dotyczących pomiarów, w tym przede wszystkim lokalizacji czujników, dokładności (rozdzielczości pomiaru), częstotliwości oraz wielkości mierzonych zmian, mając jednocześnie na uwadze identyfikację parametrów reologicznych konstrukcji drewniano-betonowych w warunkach nałożenia się procesów pełzania drewna i betonu w różnych przebiegach ich intensywności. Sprawę utrudnia też fakt, że zmieniające się odkształcenia wilgotnościowe drewna i betonu, wynikające z wymiany wilgotności otoczenia, powinny zostać uwzględnione w pomiarach przemieszczeń i poślizgów belek zespolonych. Podobnie rzecz ma się z temperaturą: jeżeli zmienia się ona istotnie, to następuje wymiana ciepła pomiędzy układem a otaczającym go powietrzem. Niestety tego typu badania doświadczalne, na co zwracają uwagę autorzy powyżej przytoczonych artykułów, zazwyczaj są drogie, pracochłonne i co najistotniejsze – czasochłonne. Brak jest gotowych procedur badawczych i uwarunkowań normatywnych, przez co konieczne jest opracowanie własnych technik pomiarowych.

Jedne z pierwszych badań, na które wskazują autorzy innych prac, np. Fragiaco [39], wykonali Bonamini, Uzielli i Ceccotti [8] (1990 r.). Przeprowadzili oni długotrwałe (trwające 347 dni) obciążanie belki zespolonej drewniano-betonowej o długości 2,5 m siłą skupioną o wartości 16 kN, otrzymując tym samym wyniki wskazujące na konieczność opisu matematycznego zaobserwowanych zjawisk i uwzględnienia wpływu zmian wilgotności na mechanizm pełzania. Kolejna praca o dużym znaczeniu badawczym, autorstwa niemieckiego zespołu Kenel i Meierhofer [61], pochodzi z 1998 r. Zaprezentowano w niej wyniki dla 4-metrowej belki obciążanej przez okres 4 lat. W 2004 r. Said wraz z francusko-włoskim zespołem wykonali podobne doświadczenie na 8-metrowym elemencie, w którego skład wchodziły dwie belki drewniane i płyta betonowa o grubości 70 mm, szerokości 1500 mm i długości 8000 mm [9]. Ci sami autorzy na podstawie swoich poprzednich prac [1, 122] wyprowadzili równania opisujące zachowanie konstrukcji pod wpływem stałego obciążania i zmian wilgotności wykorzystując je następnie w trójwymiarowej analizie MES.

Podobne wyniki badań, również na 8-metrowych belkach, opublikowane zostały w 2013 r. w Nowej Zelandii przez Yeoha z zespołem [145]. Trwały one 4 lata, a obciążenie realizowano za pomocą wiader wypełnionych wodą. Poza raportem z badań, autorzy nie wyznaczali stałych materiałowych ani nie zaproponowali modeli obliczeniowych. Analogiczne wyniki publikowali jeszcze np. Ceccotti [14], Fragiaco z Łukaszewską [41] i Khorsandnia [63].

Kolejną ważną część tego typu badań, z naukowego i aplikacyjnego punktu widzenia, stanowią sformułowania modeli matematycznych, których głównym zadaniem jest jak najlepsze odwzorowanie pracy rzeczywistej konstrukcji. Jedną z prac dotyczących tej problematyki stanowi artykuł z Międzynarodowego Konsylium Badań i Innowacji w Budownictwie autorstwa Fragiacomu i Coccottiego [40]. W opracowaniu zaprezentowano równania modyfikujące moduły sprężystości betonu, drewna i złącza przy wykorzystaniu funkcji pełzania. Uwzględniono również mechanizmy sorpcyjne w drewnie i betonie. Rok później Fragiacomu z zespołem [38] przeprowadzili kolejne badania na próbkach „push-out” z łącznikiem typu „Tecnaria” (sworzeń Nelsona przyspawany do płaskownika z otworami przykręcany wkrętami do belki drewnianej). Tym razem, porównując model matematyczny z wynikami empirycznymi, wyznaczono niektóre stałe związane z mechanizmem pełzania. Zbliżone podejście opublikowali również Konócz z Bajzecerová (Słowacja) [60]. Jednym z ciekawszych, a zarazem bardziej kompleksowych opisów zachowania zespolonego ustroju drewniano-betonowego przedstawili Khorsandnia z australijsko-niemieckim zespołem [64]. Przy czym ich założenia przewidują wykorzystanie modelu pełzania drewna Trottiego (rys. 1.6), który ujmuje wiele różnych rodzajów odkształceń, poczynając od liniowej sprężystości, poprzez pełzanie opisane przez połączone szeregowo modele ciał Kelvina odpowiedzialnych za pełzanie różnych części składowych komórek drewna, efekt mechano-sorpcyjny, następnie możliwe zmiany modułu Younga w czasie oraz części niemechaniczne odkształceń, jak skurcz/pęcznienie wilgotnościowe czy też rozszerzalność termiczną.



Rys. 1.6. Model pełzania Trottiego uwzględniający skurcz i mechanizmy sorpcyjne w drewnie (na podstawie [136])

Z publikacji związanych z opisem i badaniami zespolonych konstrukcji drewniano-betonowych wraz z modelowaniem przy wykorzystaniu MES warto jeszcze wyróżnić artykuł Kuilena i Diasa [138] oraz Saída z zespołem [9]. Autorzy prezentują bowiem zachowanie się elementów składowych belek zespolonych oraz ich złącza międzywarstwowego w aspekcie długotrwałego obciążenia.

Wstępne analizy naprężeń lepkosprężystego materiału w układzie zespolonym drewniano-betonowym przeprowadzone zostały także przez autora niniejszej rozprawy w 2012 r. [21]. Pomimo zastosowania prostego modelu wykazano, że ana-

lizowanie naprężeń konstrukcji jedynie przed procesem pełzania i po nim może prowadzić do nieuwzględnienia nakładających się w trakcie tego procesu różnic w lepkosprężystym zachowaniu się obu warstw.

W literaturze można znaleźć również dużą liczbę metod wykorzystywanych do opisu zjawisk pełzania. Jedną z najprostszych jest dopasowywanie funkcji najlepiej wpisującej się w wyniki eksperymentalne – np. stosując metodę najmniejszych kwadratów (MNK). W tabeli poniżej zestawiono kilka z najczęściej używanych funkcji oraz wyszczególniono stałe w nich występujące.

Tabela 1.1. Wybrane empiryczne funkcje pełzania w jednoosiowym stanie naprężenia[7]

Nazwa	Równanie	Stałe
Paraboliczna	$\varepsilon = \varepsilon_0 + at^m$	a, m
Prawo 1/3 Andrade	$l = l_0(1 + at^{1/3})e^{mt}$	a, m
Logarytmiczna	$\varepsilon = a + b \log t$	a, b
Sinus hiperboliczna	$\varepsilon = a + b \sinh(ct^m)$	a, b, c, m
deLacombea	$\varepsilon = \varepsilon_0 + at^m + bt^n$	a, b, m, n
McVettya	$\frac{d\varepsilon}{dt} - \frac{d\varepsilon_0}{dt} = ae^{-bt}$	a, b
Marin-Paoa	$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + a\sigma^m(1 - be^{-nt}) + c\sigma^p t$	a, b, c, m, n, p, E
Garofaloo	$\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_1(1 - e^{-mt}) + \frac{d\varepsilon_2}{dt}$	m
Wielomianowa	$\varepsilon = a + bt^{1/n} + ct^{2/n} + dt^{3/n}$	a, b, c, d, n

gdzie: ε_0 – odkształcenie sprężyste, $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ – odkształcenie opóźnione, l_0 – wydłużenie sprężyste

Można zauważyć, że wśród wymienionych powyżej publikacji, podobnie jak w przypadku badań krótkotrwałych, brakuje kompleksowego sformułowania współzmiennikowego zadania odwrotnego, które byłoby nakierowane na wyznaczenie efektywnych parametrów reologicznych w założonym modelu pełzania warstw belki i złącza międzywarstwowego na podstawie pomiarów przemieszczeń kompozytu w skali naturalnej. Stąd w dalszej części rozprawy zagadnienie to zostanie rozwiązane szerzej.

1.1.4. Diagnostyka konstrukcji i badania dynamiczne

Nieniszczące metody diagnostyczne, dzięki coraz większej dostępności sprzętu pomiarowego, przeżywają w ostatnich latach intensywny rozwój. Metody te oferują współczesnym konstruktorom i zarządcóm obiektów budowlanych efektywne i szybkie techniki testowania oraz monitorowania starzejących i zużywających się konstrukcji [16]. Metody te mogą również zapobiec niespodziewanym i przedwczesnym uszkodzeniom, czy wręcz zawaleniom się budowli, co w dużym stopniu przyczynia się do poprawy bezpieczeństwa. Z uwagi na duże zainteresowanie tematyką diagnostyki konstrukcji, wielu naukowców i badaczy publikuje procedury oraz za-

stosowania tych narzędzi w ocenie konstrukcji, jak np. McCann [82], Rehman [120], Mori [88] czy też zespoły z Polski: Hoła i Schabowicz [56], Gołaski i Gębski [50], Janowski z zespołem [59]. Z powodu bardzo dużej liczby prac poświęconych tym zagadnieniom nie sposób zidentyfikować i wymienić wszystkich najistotniejszych pozycji.

Według opracowania ACI [N17] istnieją cztery główne powody, dla których zazwyczaj wykorzystuje się nieniszczące metody diagnostyki konstrukcji:

- kontrola jakości nowo wznoszonych obiektów budowlanych,
- rozwiązywanie problemów i sporów,
- ocena stanu istniejących konstrukcji,
- kontrola jakości wykonanych robót remontowych.

Analiza modalna i charakterystyki dynamiczne stalowo-betonowych konstrukcji zespolonych, w szczególności dotyczących obiektów mostowych, są silnie rozwijanymi gałęziami nauki. Podstawowe analizy i modele można znaleźć np. w pracach Wróblewskiego i zespołu [143], Hicksa [54] czy zespołu Perkowskiego, w którego skład wchodził autor niniejszej rozprawy [106, 110]. Niestety sztywność złączy, całej konstrukcji, a przede wszystkim strefy przypodporowej znacznie utrudnia zastosowanie wprost modeli opisywanych przez wspomnianych autorów.

Pracą, w której można znaleźć kompleksowy opis zagadnień dynamiki stropów drewniano-żelbetowych, jest rozprawa doktorska Ghafara (Nowa Zelandia) [46] z 2015 r. Autor skupił się głównie na charakterystyce tego typu stropów, rozważając różne sposoby podparcia, połączeń, gabarytów i schematów statycznych. Nie poruszono natomiast kwestii potencjalnego wykorzystania tej wiedzy w diagnostyce tego typu ustrojów, a w szczególności identyfikacji stałych materiałowych charakterystycznych dla stropów drewniano-betonowych (podatność złączy, moduł sprężystości drewna oraz moduł sprężystości betonu).

Jeszcze jednym zagadnieniem, na które należy zwrócić uwagę, jest fakt, że zwiększanie sztywności i podnoszenie masy układu może pozytywnie wpływać na walory dynamiczne, w tym również akustyczne (Martins [81]) stropów, podnosząc wartość pierwszej i kolejnych częstotliwości drgań własnych. Dowodem postawionej tezy może być praca zespołu z Wielkiej Brytanii i propagatora konstrukcji zespolonych drewniano-betonowych Diasa [128]. Jak autorzy sami tłumaczą, ich wyniki analityczne oparte na „metodzie γ ” przy określaniu globalnej sztywności belki zespolonej nie są zgodne z badaniami eksperymentalnymi, a powodem takiego stanu rzeczy może być dobór nieodpowiedniego modelu do niskiego stanu naprężeń konstrukcji, w wyniku zainicjowanych drgań swobodnych.

Jednym z niewielu opracowań związanych ściśle z diagnostyką konstrukcji, a w szczególności belek drewniano-żelbetowych, jest artykuł Deckermanna i zespo-

łu [23], w którym na podstawie drgań własnych przeanalizowano wpływ zmniejszenia liczby łączników w styku na częstotliwości drgań własnych, oraz wstępne badania opisane w rozprawie doktorskiej Łukaszewskiej [77], gdzie autorka przedstawiła przebiegi przyspieszeń oraz ich widma amplitudowe, na podstawie których wyznaczono dwie pierwsze giętne częstotliwości drgań swobodnych z odpowiadającymi im współczynnikami tłumienia. Jednakże nie wyczerpuje to potencjału drzewiastego w możliwościach szacowania stanu konstrukcji na podstawie pomiarów jej drgań swobodnych i analizy modalnej. W ramach analizowanej tematyki autor zdecydował się na badania własne, w których dokonano pomiarów drgań swobodnych belki drewniano-betonowej w przerwach pomiędzy zadawanymi jej cyklicznie obciążeniami-odciążeniami przy narastającym stopniu wykorzystania jej nośności na zginanie. Na tej podstawie uzyskano zmniejszające się z cyklu na cykl wartości częstotliwości drgań swobodnych.

1.2. Cele pracy

W kontekście przedstawionego przeglądu literatury sformułowano pięć następujących zasadniczych celów pracy, które jednocześnie stanowią poszerzenie istniejącego stanu wiedzy:

1. Sformułowanie układu równań całkowo-różniczkowych opisującego przemieszczenia dwuwarstwowych belek zespolonych, z uwzględnieniem skończonej sztywności złącza międzywarstwowego w kierunku stycznym i normalnym, cech reologicznych materiałów i oddziaływań cieplno-wilgotnościowych.
2. Przeprowadzenie badań w skali naturalnej drewniano-betonowej belki zespolonej przy cyklicznej procedurze obciążania narastającego z cyklu na cykl, w celu analizy zmian parametrów materiałowych pod wpływem mikro- i makrouszkodzeń konstrukcji, na podstawie rozwiązania postawionego współczynnиковego zadania odwrotnego, pozwalającego na identyfikację sztywności złącza oraz modułu sprężystości drewna i betonu przy wykorzystaniu pomiarów ugięć i krzywizn osi warstw belki, poślizgów międzywarstwowych i badań ultradźwiękowych.
3. Przeprowadzenie jakościowej analizy uszkodzeń belki zespolonej na podstawie zmian częstotliwości drgań swobodnych mierzonych pomiędzy kolejnymi cyklami opisanymi w poprzednim punkcie.
4. Przeprowadzenie badań pełzania w zakresie liniowym belek drewniano-betonowych w skali naturalnej w celu identyfikacji parametrów reologicznych konstrukcji na podstawie rozwiązania postawionego współczynnиковego zadania odwrotnego, wykorzystującego długookresowe pomiary ugięć, poślizgów międzywarstwowych oraz wilgotności względnej i temperatury powietrza w otoczeniu.
5. Przeprowadzenie analizy teoretycznej wpływu cech reologicznych drewna i betonu i związanej z tym redystrybucji sił wewnętrznych na wyężenie prętowych elementów drewniano-betonowych, przy uwzględnieniu poślizgu złącza, w ramach teorii lepkosprężystych prętów warstwowych. Analiza ta ma dostarczyć algorytmów obliczeniowych pozwalających w przyszłości na efektywne i użyteczne projektowo oprogramowanie zagadnienia w środowisku programu Matlab.

Wymienione powyżej zadania odwrotne, wykorzystywane do identyfikacji parametrów materiałowych polegać będą na „dopasowaniu” odpowiednich rozwiązań sformułowanego modelu analitycznego belki zespolonej (zwanymi dalej w skrócie

wyjściami) do przeprowadzonych pomiarów przemieszczeń belek eksperymentalnych. Od strony matematycznej oznacza to minimalizację funkcji celu, będącej sumą kwadratów względnych błędów pomiędzy pomiarem a odpowiadającym mu wyjściem z modelu.

Podsumowując niniejszy punkt, można stwierdzić, że rozprawa ma służyć pogłębieniu wiedzy dotyczącej zespalandia materiałów o różnych parametrach mechanicznych, w szczególności drewna i betonu, poprzez przeprowadzenie badań eksperymentalnych metodą statyczną, dynamiczną i z obciążaniem długotrwałym, a także sformułowanie sposobu określania licznych parametrów sprężystych i reologicznych belek zespolonych na podstawie badań nieniszczących.

1.3. Zawartość pracy

Według autora rozprawy niniejszą pracę można określić jako teoretyczno-eksperymentalną, gdzie z przeprowadzonych badań w skali naturalnej i wyprowadzonych równań analitycznych wyznaczane są parametry materiałowe rozpatrywanych w danym momencie modeli materiałowych. Z ogólnego punktu widzenia podejście to pozwala na stworzenie pewnej zamkniętej całości, w której to „świat” opisany przez matematykę w ramach swoich możliwości odpowiada „światu” rzeczywistości, co w ramach rozpatrywanego zagadnienia pozwala na dostosowanie efektywnych narzędzi obliczeniowych do projektowania lub diagnostyki drewniano-betonowych belek zespolonych.

Praca została podzielona na pięć głównych rozdziałów i podsumowanie. W pierwszym, już przedstawionym rozdziale wprowadzono czytelnika w poruszaną tematykę, dokonano jej uzasadnienia i sformułowano cele naukowe dysertacji.

Kolejny rozdział: „Opis materiałów i modeli odkształcalności” ma za zadanie przedstawić skrótowo najważniejsze, zdaniem autora, cechy fizyczne i zjawiska zachodzące w materiałach wykorzystywanych do wytwarzania belek drewniano-betonowych, które decydują o ich cechach użytkowych z punktu widzenia mechaniki. Stąd w ramach tej części rozprawy opisane zostały:

- drewno i beton wraz z ich budową strukturalną, właściwościami mechanicznymi i fizycznymi oraz wybranymi sposobami ich badania;
- złącza międzywarstwowe belek, gdzie głównie skupiono się na rozwiązaniach połączenia drewna i betonu.

Z kolei rozdział 3 „Modele obliczeniowe”, będący z naukowego punktu widzenia niejako sercem rozprawy, zawiera:

- najbardziej popularne z inżynierskiego punktu widzenia metody i modele, jakie można znaleźć w literaturze przedmiotu do opisu zachowania się belek drewniano-betonowych, będące rozszerzeniem przeglądu literatury;
- autorski opis zagadnienia w postaci wyprowadzeń i finalnych wersji układów równań całkowo-różniczkowych względem przemieszczeń występujących w tego typu układach belkowych, uwzględniający cechy sprężyste i reologiczne zgodnie z modelem standardowym liniowej lepkosprężystości oraz niemechaniczne oddziaływanie cieplno-wilgotnościowe. Są to modele, w przypadku których w dalszej części rozprawy sformułowano współczynnikowe zadania odwrotne.

„Badania eksperymentalne” zawarte w rozdziale 4 stanowią drugi istotny element rozprawy, gdyż to na ich podstawie prowadzone są dalsze analizy i rozważania i to one stanowią drugą z podstaw do wyznaczenia stałych materiałowych. W ramach tego rozdziału szczegółowo opisano:

- badania wpływu cyklicznego przyrostu obciążeń prowadzone na belce zespolonej drewniano-betonowej o długości 3,5 m, pozwalającej na przeprowadzenie wstępnych analiz, w tym wpływu przyrostu obciążenia na obniżanie sztywności każdego z elementów, a ostatecznie na oszacowanie nośności dołącznej belki, będącej punktem odniesienia przy określaniu poziomu obciążeń w badaniach długotrwałych;
- badania długotrwałe, gdzie w ramach eksperymentu przebadano cztery belki zespolone, każda o długości 4 m, obciążone stałą siłą przez okres około 2 lat; w przypadku tego doświadczenia otrzymane wyniki zostały ostatecznie szczegółowo opracowane, co pozwoliło dalej na oszacowanie wybranych parametrów reologicznych (m.in. współczynników pełzania warstw i złącza) z uwzględnieniem wpływów dystorsji skurczowych wynikających ze zmiany wilgotności względnej (RH) powietrza w pomieszczeniu laboratorium.

W rozdziale 5 formułuje się odpowiednie procedury obliczeniowe (zadania odwrotne) pozwalające na wyznaczenie najistotniejszych parametrów warstw belki zespolonej i złącza międzywarstwowego. W efekcie umożliwiające zostało oszacowanie stopnia redystrybucji naprężeń i sił wewnętrznych w warstwach oraz obciążeń w styku wywołane pełzaniem układu. W 5 rozdziale zawarte zostały m.in:

- analiza wrażliwości: określano, jak zmiana danych parametrów materiałowych odzwierciedlana jest w przemieszczeniach występujących w konstrukcji;

- oszacowanie parametrów materiałowych belek zespolonych, w tym sztywności złącza na ścinanie i działanie obciążeń normalnych do styku, modułów Younga warstw, ich współczynników rozszerzalności wilgotnościowej oraz współczynników pełzania warstw i złącza.

Oszacowanie uzyskano z minimalizacji funkcji celu będącej sumą kwadratów względnych błędów pomiędzy zmierzonymi wielkościami przedstawionymi w rozdziale 4 a odpowiadającymi im wynikami uzyskanymi z rozwiązania modelu belki przedstawionego w rozdziale 3 (funkcja celu w tym ujęciu jest zależna od poszczególnych parametrów materiałowych).

Ostatni, 6 rozdział stanowi „Podsumowanie”, gdzie wypunktowane zostały najważniejsze osiągnięcia w ramach poruszanej problematyki i przedstawiono dalsze plany pracy badawczej autora w analizowanym zakresie.

Należy nadmienić, że badania powstałe na potrzeby realizacji niniejszej rozprawy doktorskiej zostały już częściowo przedstawione w pracach autora, które zostały wyszczególnione w rozdziale „Lista publikacji autora”.

Rozdział 2

Opis materiałów i modeli odkształcalności

Obok właściwości fizycznych materiałów budowlanych, takich jak gęstość, porowatość, wilgotność, rozszerzalność czy ciepło właściwe, materiały charakteryzują się również właściwościami mechanicznymi. Pierwsze z wymienionych, z definicji, nie mogą wpływać na skład chemiczny, wygląd czy naruszać materiału jako całości. Natomiast drugie odpowiadają za zdolność do przeciwstawiania się działaniu sił zewnętrznych, stąd zaliczamy do nich m.in. wytrzymałość, sztywność i podatność. Z uwagi na zasadniczą tematykę pracy zawartość rozdziału stanowią informacje o podstawowych parametrach fizycznych i mechanicznych materiałów składowych zespolonych stropów/belek drewniano-betonowych, a także wybrane metody badawcze pozwalające na określenie ich wartości liczbowych.

2.1. Drewno

Drewnem nazywa się materiał pozyskany ze ściętych drzew, które na ogół są okorowane i pozbawione gałęzi (tarcica). W budownictwie wykorzystuje się pnie głównie wybranych gatunków drzew iglastych, a rzadziej – ze względów ekonomicznych – liściastych.

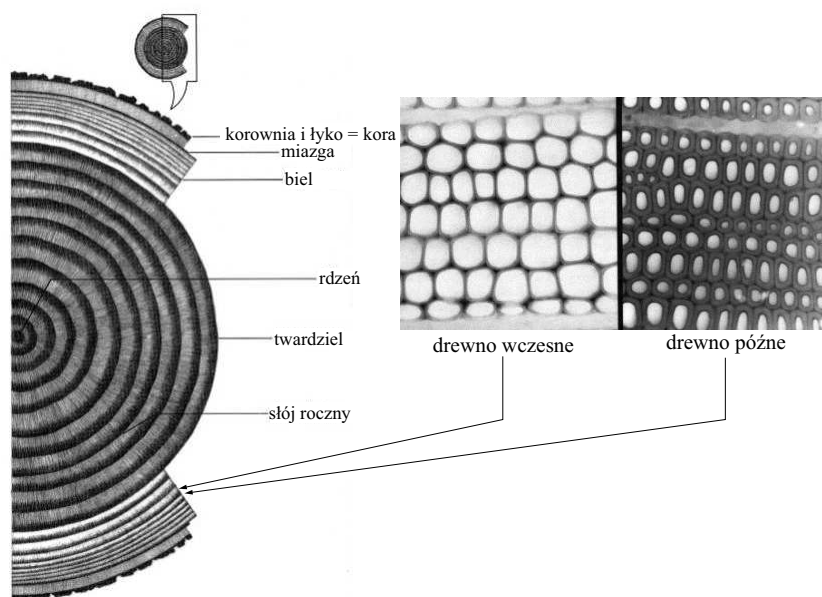
Obecnie coraz więcej remontowanych obiektów zabudowy miejskiej (i nie tylko) to te, które zostały wzniesione na przełomie XIX i XX w., ze stropami wykonanymi na belkach drewnianych. Z kolei proponowane rozwiązanie zespalania belek drewnianych z betonem jest konkurencyjne w stosunku do wymiany całej konstrukcji nośnej stropu. Należy wziąć pod uwagę aspekt proekologiczny: jak powszechnie wiadomo, drzewa podczas wzrostu pochłaniają i przetwarzają znaczne ilości dwutlenku węgla, który ludzie głównie za sprawą przemysłu i masowej hodowli zwierząt intensywnie wytwarzają [66]. W krajach o rozwiniętej świadomości

dotyczącej wpływu człowieka na ekosystem liczba drzew i lasów stale rośnie, a dodatkowo jest ona zwiększana uprawami przeznaczonymi dla potrzeb przemysłu (w tym budowlanego).

2.1.1. Budowa drewna

W przekroju pnia drzewa można makroskopowo wyróżnić kilka podstawowych elementów widocznych na rys. 2.1 [95]:

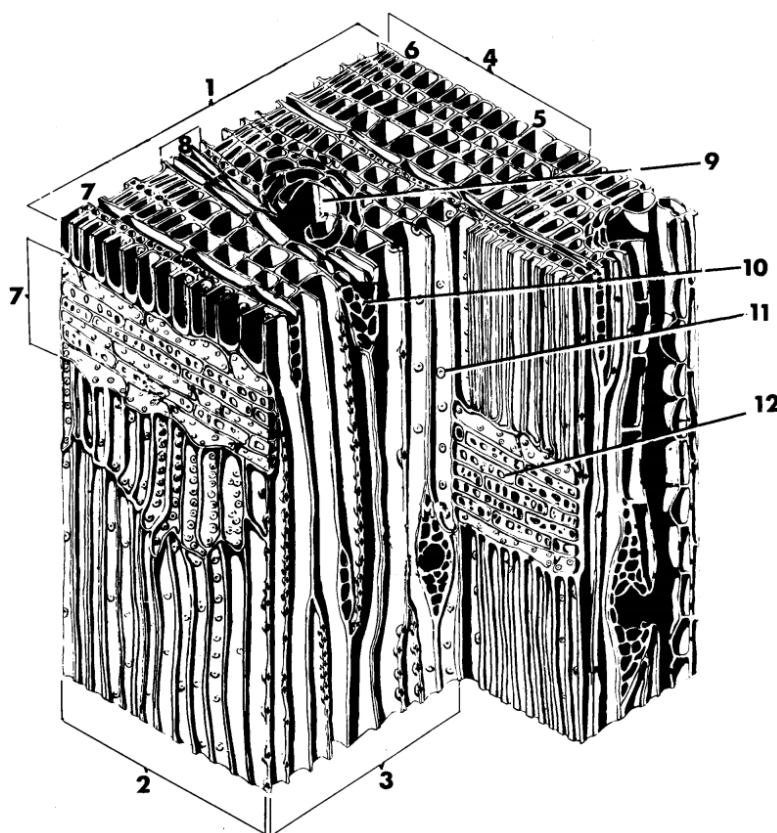
- korę – tworzona przez korowinę (część zewnętrzna, obumarła) oraz łyko (część wewnętrzna);
- miazgę – cienka warstwa odpowiedzialna za wzrost drzewa;
- biel – zewnętrzna warstwa, w której odbywa się transport substancji odżywczych.
- rdzeń – cienka wewnętrzna rurka zlokalizowana w okolicach środka przekroju pnia;
- twardele – część wewnętrzna przekroju pnia, w której nie odbywa się już transport substancji lub jest on bardzo ograniczony; jest bardziej wytrzymała, sztywniejsza i twardsza od bieli;
- słoje roczne – są to przyrosty drzewna wczesnego i późnego;
- drewno wczesne – przyrost słoja drzewa, w którym odbywa się intensywny transport substancji, powstały od początku okresu wzrostu drzewa w danym roku;
- drewno późne – przyrost słoja drzewa, służący jego utwardzeniu, powstały pod koniec okresu wzrostu drzewa w danym roku.



Rys. 2.1. Przekrój pnia drzewa (fot. R. Bruce Hoadley) (na podstawie [33])

W przemyśle budowlanym, w zastosowaniach konstrukcyjnych, wykorzystuje się drzewo od rdzenia po biel. Przy czym, z uwagi na sztywność i wytrzymałość, poszukuje się sztuk o dużej jednorodności, gęstości i odpowiednio dużym udziale twardzieli w stosunku do bieli.

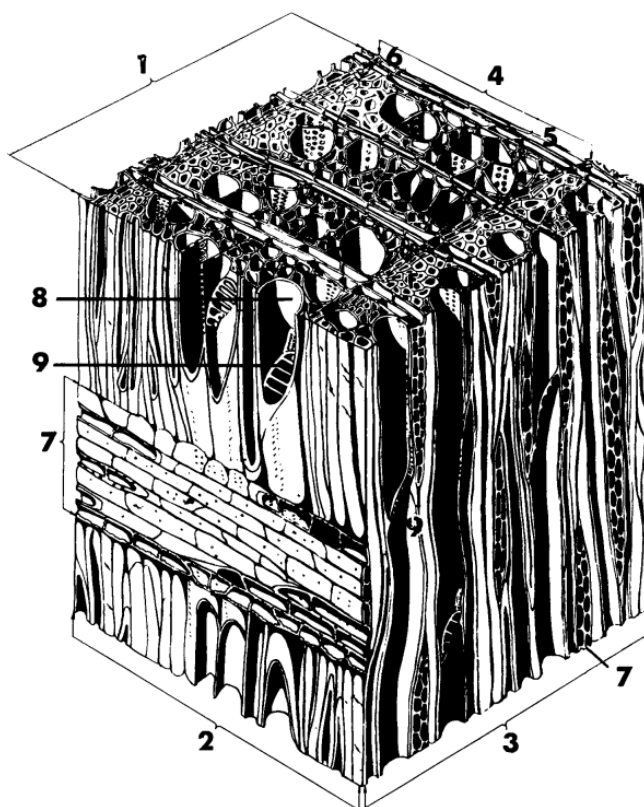
Drewno, podobnie jak inne materiały pochodzenia biologicznego, ma budowę komórkową, która w sposób istotny wpływa na jego parametry mechaniczne, a w szczególności determinuje anizotropię. W zależności od tego, czy mamy do czynienia z drewnem iglastym czy liściastym, ich budowa jest różna. Starsze pod względem występowania drzewa iglaste mają budowę prostą i regularną (rys. 2.2), natomiast liściaste – bardziej złożoną (rys. 2.3) [95].



Rys. 2.2. Struktura komórkowa drewna iglastego [37]

- (1) przekrój poprzeczny, (2) przekrój promieniowy, (3) przekrój styczny, (4) słój roczny,
 (5) drewno wczesne, (6) drewno późne, (7) miękisz promieniowy, (8) promień wrzecionowy,
 (9) pionowy przewód żywiczny, (10) poziomy przewód żywiczny, (11) kanał graniczny,
 (12) kanał prosty

Drewno iglaste charakteryzuje się przeważnie dużą szybkością wzrostu, która przekłada się na niską gęstość (ścięcie odbywa się już po ok. 30 latach), względnie niskimi parametrami mechanicznymi, jak: twardość, wytrzymałość, sztywność. Dodatkowo z uwagi na czas wzrostu i ścinki jest łatwo dostępne i tańsze od drewna liściastego.

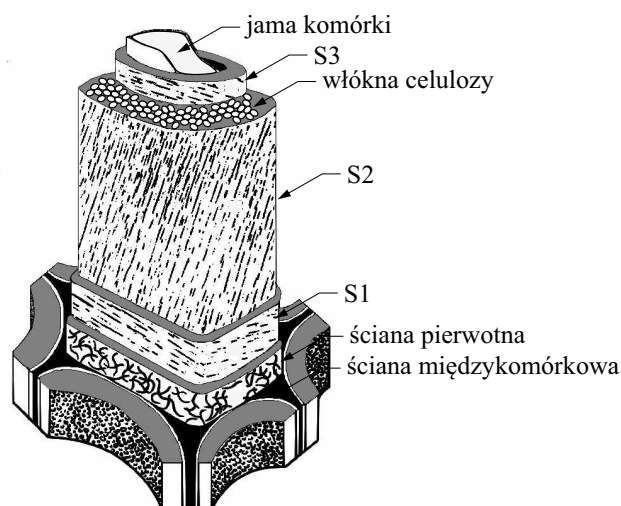


Rys. 2.3. Struktura komórkowa drewna liściastego [37]

(1) przekrój poprzeczny, (2) przekrój promieniowy, (3) przekrój styczny, (4) słoń roczny, (5) drewno wczesne, (6) drewno późne, (7) miękisz promieniowy, (8) naczynko, (9) perforacja

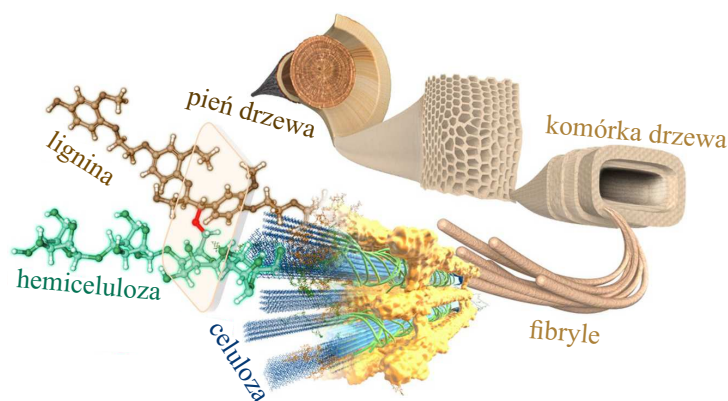
Drewno liściaste w porównaniu z iglastym rozwija się znacznie wolniej, zwiększając tym samym gęstość i poprawiając pozostałe parametry mechaniczne, przekładając się to również na zmniejszone wymagania konserwacyjne. Przy czym jest znacznie droższe od drewna iglastego, głównie ze względu na czas wzrostu.

Wgłębiając się natomiast w budowę komórkową drzewa, przewody (rys. 2.4) (widoczne również na rys. 2.2 i 2.3) odpowiedzialne za transport substancji odżywczych, a następnie za wytrzymałość i sztywność drzewa mają budowę warstwową, tworzoną przez układ połączonych, w większości równoległych włókien (S2 na rys. 2.4). Nierównoległy/zaburzony układ włókien celulozy można dostrzec na ścianie pierwotnej oraz S1 i S3 (na rys. 2.4). Ponadto ścianki budowane są również przez ligninę, hemicelulozę i inne substancje pomocnicze. Dzięki takiemu „zbrojeniu”, m.in. z celulozy, drewno otrzymuje charakterystyczne parametry mechaniczne, które dokładniej zostaną opisane w dalszej części rozprawy.



Rys. 2.4. Warstwowy przekrój komórki drzewa (na podstawie [37])

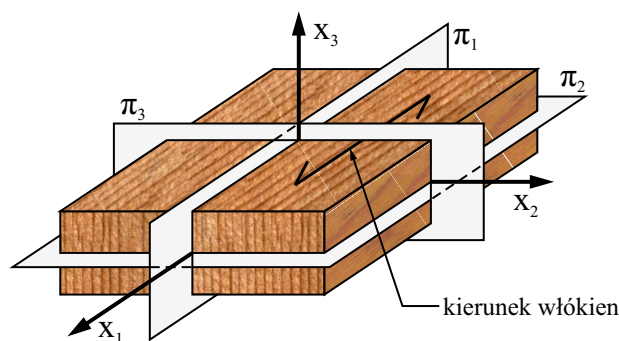
Zagłębiając się z kolei w „hierarchiczną” w budowę drzewa (rys. 2.5), można zauważyć, wydzielając z pnia drzewa strukturę komórkową, a następnie samą komórkę (rys. 2.4), że materiał ten w głównej mierze składa się z włókienek (fibryli), których wzajemny układ determinuje wspomnianą wcześniej anizotropię, a co za tym idzie – odpowiada za podstawowe w przypadku wykorzystania technicznego parametry, jak wytrzymałość czy sprężystość. Idąc dalej w submikroskopową budowę drewna, można stwierdzić, że włókienka zbudowane są z celulozy (odpowiedzialnej za wytrzymałość na rozciąganie), hemicelulozy i ligniny (odpowiedzialnych za wytrzymałość na ściskanie) [7].



Rys. 2.5. Budowa hierarchiczna drzewa (na podstawie [98])

2.1.2. Wybrane właściwości mechaniczne i fizyczne drewna

Budowa drewna – ze ściśle powiązanych i głównie równoległych do pnia włókien celulozy oraz występowanie słoików z drewnem „wczesnym” i „późnym” – sprawia, że jest to materiał o cechach wyraźnie anizotropowych – w tym szczególnym przypadku ortotropowym, z trzema wzajemnie prostopadłymi płaszczyznami symetrii.



Rys. 2.6. Ortotropowy model symetrii sześcienniej próbki drewna (na podstawie [24])

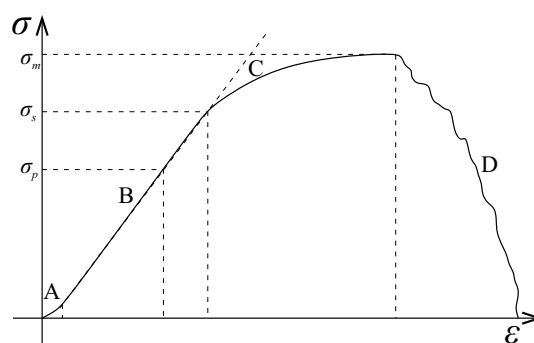
(π_1 , π_2 , π_3 – płaszczyzny symetrii)

Naturalny wzrost przekłada się na niejednorodność struktury tego materiału. Spowodowane jest to m.in. zmiennymi warunkami atmosferycznymi (nawodnienie, parowanie, procesy fotosyntezy), klimatem, rozgałęzieniami (sęki) oraz siedliskiem (bonitacja, warunki gruntowo-wodne, najbliższe sąsiedztwo innych drzew, nachylenie terenu itp.). Do podstawowych właściwości mechanicznych materiałów można przede wszystkim zakwalifikować: wytrzymałość, sprężystość, pełzanie, twardość, ściśliwość, a do fizycznych – gęstość, barwę, połysk, wilgotność, dyfuzyjność wilgoci, rozszerzalność i przewodność termiczną, kurczliwość pod wpływem zmian wilgotności, przewodność elektryczną. W kolejnych podpunktach przedstawiono podstawowe wiadomości na temat wytrzymałości, sprężystości, pełzania i skurczu wilgotnościowego, uznając ich największą istotność z uwagi na poruszane dalej w pracy zagadnienia [95].

2.1.2.1. Wytrzymałość

Wytrzymałość drewna zależy przede wszystkim od: gatunku drzewa, gęstości, rozmiaru i kształtu elementu, zawartości wilgoci, niejednorodności budowy anatomicznej, czasu trwania i sposobu obciążania – w tym kąta nachylenia względem włókien. Na potrzeby inżynierskie Eurokod 5 [N5] wyróżnia 12 klas wytrzymałości drewna iglastego oznaczonych literą C oraz 6 klas drewna liściastego D, gdzie wartość liczbową za literą oznacza wytrzymałość charakterystyczną w MPa drewna na zginanie ($f_{m,k}$). Podstawowe zależności opisywane przez normę przedstawiają się następująco: wytrzymałość na rozciąganie wzdłuż włókien ($f_{t,0,k} = 0,6f_{m,k}$), wytrzymałość na ściskanie wzdłuż włókien ($f_{c,0,k} = 5(f_{m,k})^{0,45}$), wytrzymałość na ścinanie ($f_{v,k} = \min[3,8 \text{ i } 0,2(f_{m,k})^{0,8}]$), wytrzymałość na rozciąganie w poprzek włókien ($f_{t,90,k} = \min[0,6 \text{ i } 0,0015\rho_k]$), wytrzymałość na ściskanie w poprzek włókien drewna iglastego ($f_{c,90,k} = 0,007\rho_k$) i liściastego ($f_{c,90,k} = 0,015\rho_k$).

Na rys. 2.7 zaprezentowano typową zależność naprężenia i odkształcenia pochodzących z badania ściskania drewnianej próbki.

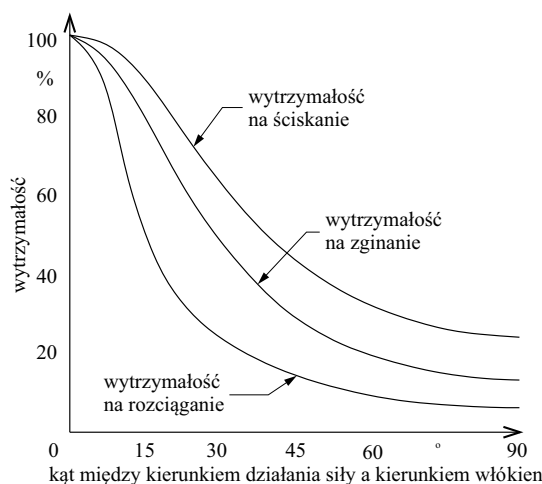


Rys. 2.7. Typowy wykres zależności naprężenie-odkształcenie ($\sigma - \varepsilon$) ściskanej próbki drewna (na podstawie [7])

A – wstępne ułożenie się próbki, B – w przybliżeniu prosta liniowo-sprężysta, C – krzywa sprężysto-plastyczna, D – część po zniszczeniu, σ_p – granica proporcjonalności, σ_s – granica sprężystości, σ_m – granica wytrzymałości

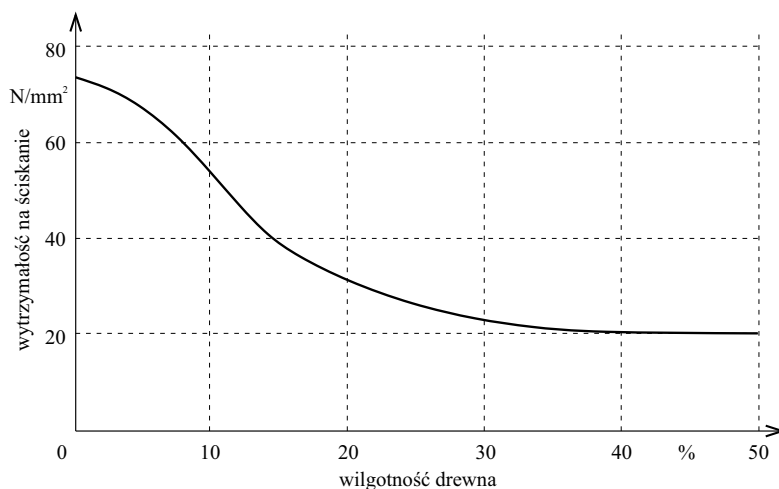
Do obliczeń inżynierskich wyniki otrzymane z badań doraźnych poddaje się obróbce statystycznej, gdzie w zależności od przyjętego współczynnika bezpieczeństwa z przedziału $[0,5; 4,0]$ prawdopodobieństwo wystąpienia materiału o niższej wytrzymałości od założonej zawiera się odpowiednio w przedziale $[0,3085; 0,0000]$ [7]. Ze względów bezpieczeństwa, przy projektowaniu jest to bardzo rozsądne podejście, gdyż wytrzymałość drewna podlega silnym rozkładom losowym, z uwagi na wspomniane na wstępie podpunktu uwarunkowania.

Ortotropowy charakter drewna implikuje konieczność przeprowadzenia licznych pomiarów w celu wyznaczenia wytrzymałości w każdym z trzech kierunków, a dodatkowo – z uwagi na brak symetrii przy ściskaniu i rozciąganiu – ich liczbę podwaja. Jak można zauważyć na rys. 2.8, najlepsze parametry wytrzymałościowe drewno wykazuje wzdłuż swoich włókien; już przy niewielkim kącie pomiędzy siłą a włóknami (ok. 15°) spadek ten jest wyraźnie zauważalny [95]. Stąd w praktyce projektowej elementy drewniane najczęściej obciąża się w kierunku równoległym do włókien drewna.



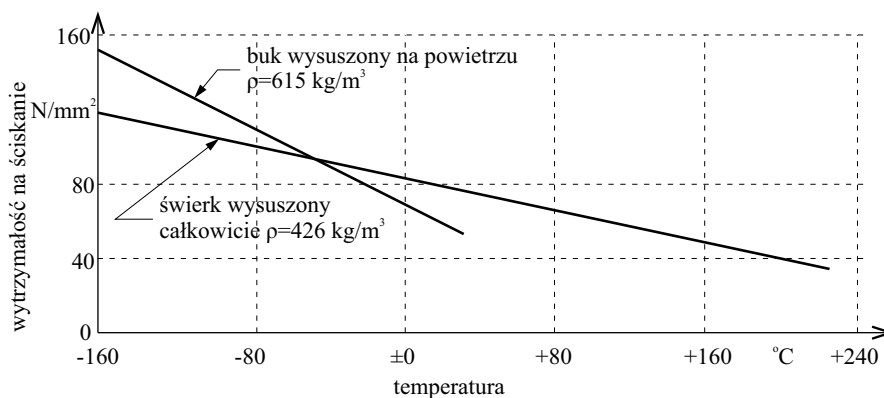
Rys. 2.8. Wytrzymałość drewna w zależności od kąta pomiędzy kierunkiem działania siły a kierunkiem włókien (na podstawie [95])

Powszechnie wiadomo, że wraz ze wzrostem wilgotności (w zakresie higroskopowym) spada wytrzymałość drewna (rys. 2.9). Konsekwencją tego zjawiska jest także zwiększanie się kruchości drewna w kierunku minimalnych wilgotności i właściwości lepkich w kierunku silnego zawilgocenia [70].



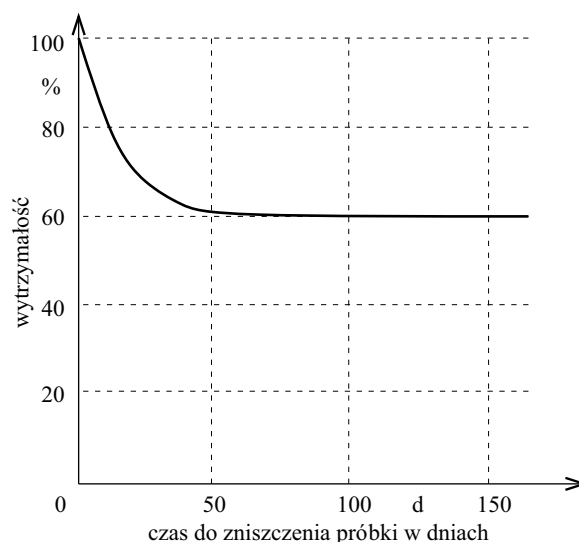
Rys. 2.9. Przykładowa zależność wytrzymałości na ściskanie drewna w zależności od jego wilgotności (na podstawie [70])

Podobnie jak przy wpływie wilgoci na wytrzymałość, tak i temperatura badanego materiału wpływa na otrzymane wyniki (rys. 2.10). Jednak w przypadku rozważania pracy konstrukcji w klimacie umiarkowanym w pełnym zakresie występujących temperatur od -30°C do $+35^{\circ}\text{C}$ różnice w wytrzymałości są znacznie mniejsze niż w przypadku zachodzenia procesów sorpcyjnych i desorpcyjnych.



Rys. 2.10. Przykładowa wytrzymałość na ściskanie drewna świerkowego i bukowego w zależności od temperatury drewna (na podstawie [70])

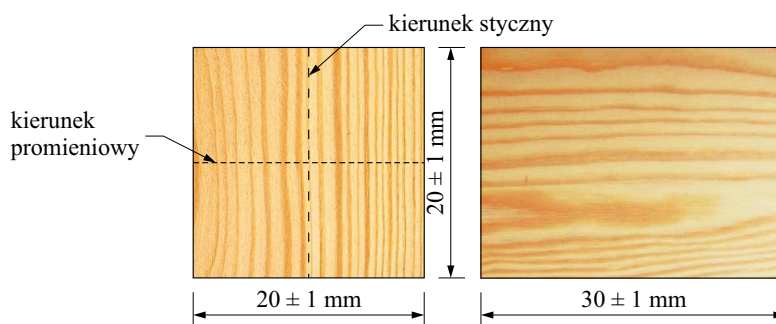
Kolejną znaną właściwością drewna jest jego obniżona wytrzymałość przy obciążeniu długotrwałym (rys. 2.11). Porównując wytrzymałość doraźną z wytrzymałością długotrwałą, można zauważyć, że dla idealnej próbki drewna iglastego wyniki, np. z próby doraźnego obciążania na maszynie wytrzymałościowej, w rzeczywistości na potrzeby projektowe należałoby obniżyć co najmniej o 40%.



Rys. 2.11. Wpływ czasu na wartość statycznej wytrzymałości trwałej na zginanie drewna odniesionego do wytrzymałości doraźnej (na podstawie [87])

Jak można zauważyć na podstawie przedstawionych powyżej informacji, oszacowanie wytrzymałości stosowanego w budownictwie drewna może przysporzyć wielu problemów. Implikuje to konieczność zaniżania realnej charakterystycznej wytrzymałości drewna w tartakach oraz stosowania zawyżonych współczynników bezpieczeństwa na etapie projektowania. Stąd poniżej w skrócie opisano wybrane przyjęte procedury badawcze wytrzymałości drewna.

Wytrzymałość na ściskanie wzdłuż włókien jest to maksymalna wartość naprężeń, jaką jest w stanie przenieść materiał zaraz przed naruszeniem jego stanu równowagi. Próbka do badań powinna mieć kształt sześciangu o wymiarach $20 \times 20 \times 30$ mm (rys. 2.12) oraz zostać poddana kondycjonowaniu w warunkach $20 \pm 2^\circ C$ i RH $65 \pm 5\%$ aż do osiągnięcia stałej masy.



Rys. 2.12. Próbka do badań wytrzymałości drewna na ściskanie wzdłuż włókien (na podstawie [69])

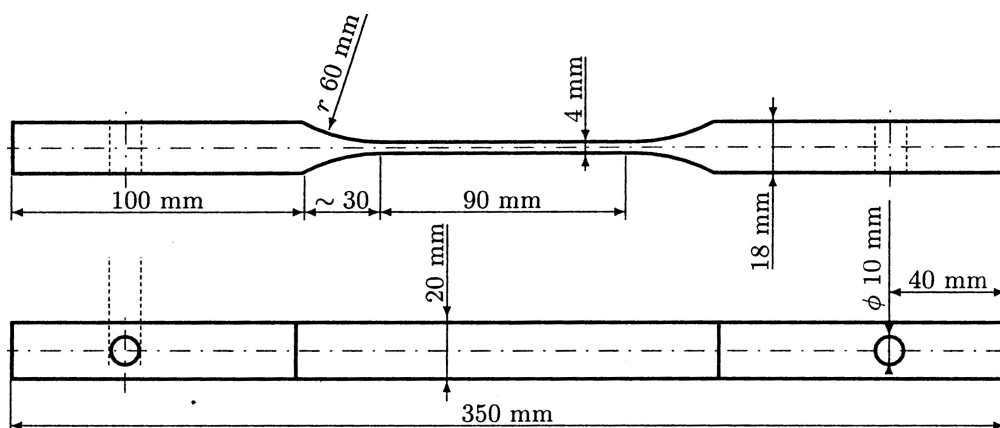
Następnie próbka w maszynie wytrzymałościowej poddawana jest ścisnaniu wzdłuż włókien aż do zniszczenia, w czasie zawierającym się w przedziale od 30 do 90 s.

Wtedy nośność wyznacza się z równania:

$$R = \frac{P_{MAX}}{A_c}, \quad (2.1)$$

gdzie: A_c – jest zmierzonym polem przekroju poprzecznego próbki, a P_{MAX} – maksymalną wartością siły P .

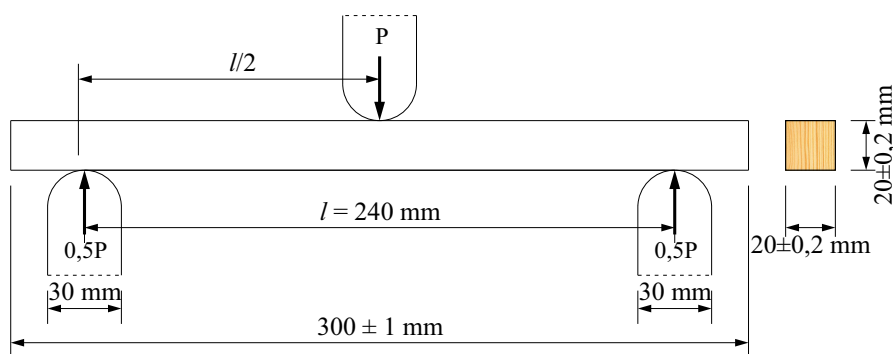
Wytrzymałość na rozciąganie wzdłuż włókien, podobnie jak w przypadku próby ściskania, wyznaczana jest z równania (2.1), a próbka kondycjonowana jest w tych samych warunkach. Podstawową różnicą jest kształt próbki, przedstawiony na rys. 2.13.



Rys. 2.13. Próбка do badań wytrzymałości drewna na rozciąganie wzdłuż włókien [69]

Pomiaru pola powierzchni A przekroju poprzecznego dokonuje się w środku próbki. Zniszczenie powinno nastąpić w przedziale czasu od 90 do 120 s.

Wytrzymałość na zginanie przeprowadza się na beleczkach drewnianych o długości 300 mm i przekroju poprzecznym 20×20 mm (rys. 2.14). Element do badań powinien mieć wilgotność $12 \pm 3\%$. Próbę przeprowadza się na maszynie wytrzymałościowej, a siłę przyłożoną w środku rozpiętości beleczki zwiększa się z szybkością umożliwiającą zniszczenie w przedziale od 60 do 120 s.



Rys. 2.14. Schemat statyczny do badań wytrzymałości drewna na zginanie (na podstawie [69])

Wartość wytrzymałości na zginanie oblicza się z równania:

$$R = \frac{3P_{MAX}l}{2bh^2}, \quad (2.2)$$

gdzie: b jest szerokością przekroju poprzecznego próbki, natomiast h – jego wysokością.

2.1.2.2. Sprężystość

W przypadku drewna do opisu jego odkształcalności najczęściej wykorzystuje się prawo Hooke'a. Przy czym występujące w nim stałe sprężyste są wówczas efektywnymi (najczęściej siecznymi) modułami sprężystości w danym zakresie naprężeń i czasie trwania obciążenia. Przez to zależność pomiędzy składowymi tensora naprężenia i odkształcenia zapisuje się w ujęciu liniowej sprężystości jak w materiale anizotropowym [100], tj.:

$$\sigma_{ij} = E_{ijkl}\varepsilon_{kl} \text{ lub } \varepsilon_{ij} = F_{ijkl}\sigma_{kl}. \quad (2.3)$$

Z kolei w wygodniejszej w stosowaniu notacji Voigta (tzw. zapis zawężony [45]) równania te zapisać można:

$$\sigma_i = E_{ij}\varepsilon_j \text{ lub } \varepsilon_i = F_{ij}\sigma_j, \quad (2.4)$$

gdzie wskaźniki składowych wielkości występujących w (2.3) i (2.4) wiąże się relacjami wg tab. 2.1:

Tabela 2.1. Związki między naprężeniami i odkształceniami w zapisie tensorowym i zawężonym (na podstawie [45])

Naprężenie		Odkształcenie	
zapis tensorowy	zapis Voigta	zapis tensorowy	zapis Voigta
σ_{11}	σ_1	ε_{11}	ε_1
σ_{22}	σ_2	ε_{22}	ε_2
σ_{33}	σ_3	ε_{33}	ε_3
$\sigma_{12} = \sigma_{21}$	σ_4	$2\varepsilon_{12} = 2\varepsilon_{21}$	ε_4
$\sigma_{13} = \sigma_{31}$	σ_5	$2\varepsilon_{13} = 2\varepsilon_{31}$	ε_5
$\sigma_{23} = \sigma_{32}$	σ_6	$2\varepsilon_{23} = 2\varepsilon_{32}$	ε_6

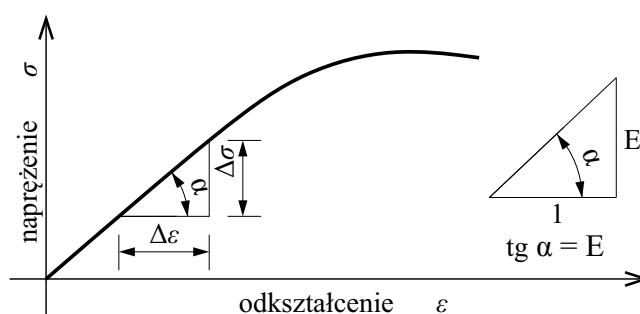
W przypadku drewna prawo Hooke'a przedstawia się, wykorzystując drugą z relacji (2.4) w ujęciu ortotropowym, wprowadzając do opisu odpowiednie moduły Younga, ścinania i współczynniki Poissona. Wówczas zależność ta przyjmuje postać:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{13}}{E_1} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix}, \quad (2.5)$$

gdzie E_i ($i = 1, 2, 3$) – moduł Younga mierzony wzdłuż osi x_i w próbie czystego ściskania/rozciągania, ν_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) – współczynnik Poissona mierzony dla odkształceń liniowych w kierunku x_j przy jednoosiowym ściskaniu/rozciąganiu wzdłuż osi $x_{(i \neq j)}$, G_{ij} – moduł ścinania mierzony przy próbie czystego ścinania w płaszczyźnie równoległej do osi x_i i x_j (osie wg rys. 2.6).

Jeśli przyjąć, że oś x_1 pokrywa się z kierunkiem włókien drewna, oś x_2 – z kierunkiem stycznym do słoików, a x_3 – z kierunkiem prostopadłym do powierzchni słoików (tzw. radialnym), to często w oznaczeniach E_i , G_{ij} i ν_{ij} za indeksy i, j przyjmuje się oznaczenia literowe L , T i R (odpowiednio w miejsce 1, 2 i 3) od angielskich słów *longitudinal* – podłużny, *tangential* – styczny i *radial* – radialny (np. [7]). Można także spotkać oznaczenia, w których przyjmuje się sposób zapisu modułu Younga wzdłuż włókien $E_{||}$ i w poprzek włókien E_{\perp} bez rozróżniania na kierunki radialny i styczny, z uwagi na małe różnice wartości w tym drugim przypadku. Z kolei wg normy PN-EN 338 [N3] moduły te oznaczane są jako $E_{0,mean}$ i $E_{90,mean}$ w przedziale wartości dla drewna iglastego odpowiednio: od 7 kN/mm^2 do 16 kN/mm^2 i od $0,23 \text{ kN/mm}^2$ do 1 kN/mm^2 .

Drewno w porównaniu z innymi powszechnie stosowanymi w budownictwie materiałami budowlanymi, takimi jak stal czy beton, ma relatywnie niski moduł sprężystości. Wartość tej stałej, niezależnie od materiału, wyznacza się na podstawie relacji naprężenie-odkształcenie (rys. 2.15), gdzie tangens kąta nachylenia siecznej przechodzącej przez krzywą w przybliżeniu odpowiada modułowi sprężystości. Jednym ze sposobów oznaczenia wartości modułu sprężystości jest próba zginania czteropunktowego lub trzypunktowego na próbce i schemacie identycznych jak rys. 2.14.



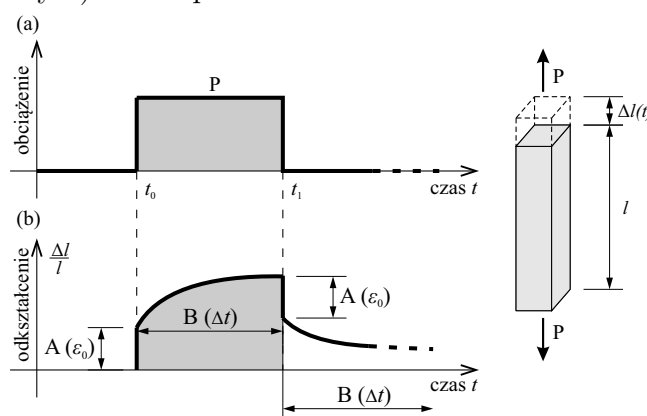
Rys. 2.15. Przykładowy wykres zależności między naprężeniem a odkształceniem

W badaniach laboratoryjnych w przypadku pomiaru modułu sprężystości drewna próbka docelowo nie ulega zniszczeniu. Schemat stanowiska pomiarowego przedstawiono na rys. 2.14. Procedura zakłada wstępne przyłożenie siły $P_1 = 100 \text{ N}$ i utrzymaniu tej wartości przez okres min. 30 s, po czym następuje pomiar przemieszczeń pod siłą f_1 . Obciążenie jest zwiększane kolejno co 100 N z zachowaniem odstępu czasu, od ustania zwiększania obciążenia do pomiaru f_i . Procedura przebiega aż do osiągnięcia wartości siły na poziomie $P_i = 500 \text{ N}$. Wartość modułu sprężystości można wyznaczyć z zależności [69]:

$$E = \frac{(P_i - P_1)l^3}{4(f_i - f_1)bh^3}. \quad (2.6)$$

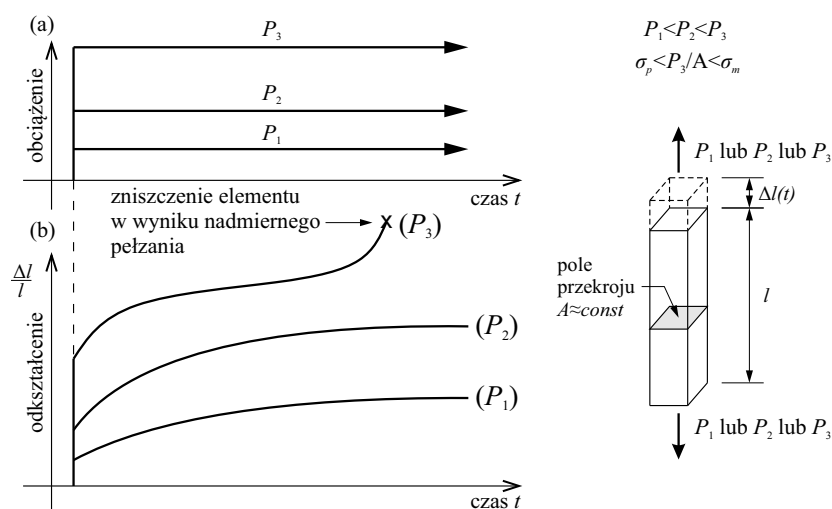
2.1.2.3. Pełzanie

W poprzednim podpunkcie pracy mechanika drewna opisywana była w obrębie zachowań sprężystych, gdzie w efekcie działania naprężeń natychmiast pojawiały się towarzyszące im odkształcenia, których wartość była stała w czasie. Jednakże w drewnie, które jest materiałem przejawiającym szczególne właściwości reologiczne, należy uwzględnić jego pełzanie pod wpływem obciążeń długotrwałych. Zmiany odkształceń w czasie zależą od wielu czynników, a przede wszystkim od: kierunku ortotropii, wielkości i rodzaju obciążenia, częstotliwości i/lub czasu trwania obciążenia, wilgotności i temperatury. Przebieg pełzania przy relatywnie niewielkich i ustalonych obciążeniach o charakterze statycznym można zobrazować wykresem (rys. 2.16). Zaraz po przyłożeniu obciążenia występuje natychmiastowe odkształcenie (A), często kojarzone z odkształceniem sprężystym. Następnie uruchamiane są mechanizmy pełzania, gdzie odkształcenie przyrasta w czasie do pewnej wartości granicznej (odcinek B na rys. 2.16). Z kolei po odciążeniu w tej samej kolejności następuje spadek wielkości odkształceń. W ten sposób, licząc wartość odkształceń całkowitych, sumuje się efekty pracy materiału w zakresie sprężystym (lub sprężysto-plastycznym) oraz lepkiem.



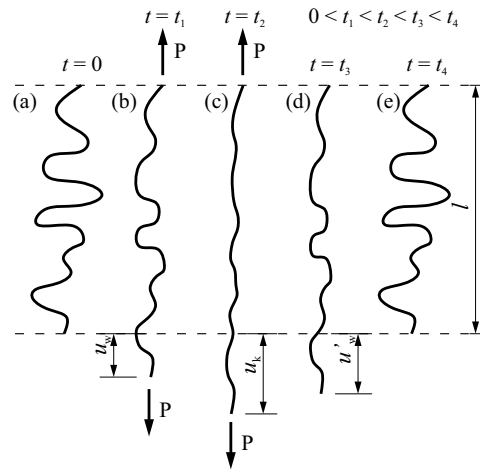
Rys. 2.16. Przykładowe wykresy przebiegu obciążania (a) i towarzyszącego mu odkształcenia (b) elementu drewnianego

Gdy obciążenia elementów drewnianych są znaczne i utrzymywane długotrwałe, mogą one po pewnym czasie spowodować zniszczenie przed osiągnięciem stanu granicznego nośności określonego na podstawie wytrzymałości doraźnej drewna, co można zobrazować za pomocą rys. 2.17. Przykładając nieduże w stosunku do nośności obciążenie P , otrzymujemy wykres podobny do tego z rys. 2.16. Zwiększając wartość tej siły, obserwuje się również wzrost intensywności procesu, jak i końcowej wartości odkształceń. Radykalne zwiększenie siły, ale bez osiągnięcia wartości doraźnego obciążenia granicznego, powoduje narastanie w układzie nadmiernych odkształceń, co w efekcie końcowym może doprowadzić do wspomnianego wcześniej wyczerpania jego nośności w wyniku utraty spójności materiału.



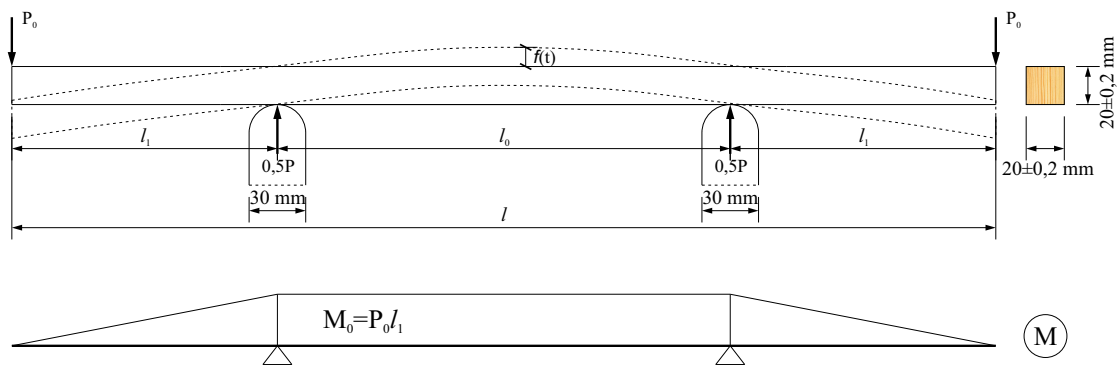
Rys. 2.17. Przykładowe wykresy przebiegów obciążeń (a) i towarzyszących im odkształceń (b) przy różnym stopniu obciążenia elementu drewnianego

Można zatem wprowadzić w przypadku długotrwałego obciążenia pojęcie wytrzymałości na pełzanie, tj. pewnego naprężenia σ_p (rys. 2.17), którego przekroczenie spowoduje zniszczenie elementu w wyniku nadmiernego pełzania. Przyczynę procesu pełzania drewna, którego podstawowym budulcem jest biopolimer w formie celulozy, można w sposób obrazowy przedstawić na przykładzie rozciąganego włókna polimeru (rys. 2.18). Włókno od stanu pierwotnego (rys. 2.18a) po obciążeniu ulega stopniowemu prostowaniu (rys. 2.18b) (przy tym wydłużeniu), aż do osiągnięcia stanu równowagi, czyli jego „wyprostowania” (rys. 2.18c), natomiast po odciążeniu polimeru powraca on po pewnym czasie do stanu pierwotnego w wyniku działania sił międzyatomowych. Proces nie zachodzi natychmiast, lecz z pewnym opóźnieniem, z uwagi na fakt, że w rzeczywistości włókna sąsiadują z innymi włóknami, tracąc w tym samym czasie o siebie. Dodatkowo wpływ na ten proces ma obecność cząstek wody, które jeśli występują pomiędzy łańcuchami polimeru, z uwagi na swoją polarność mogą ułatwić „ślizganie się” włókien polimeru po sobie. Podobny proces zachodzący w kierunku przeciwnym można sobie wyobrazić w trakcie ściskania włókien.



Rys. 2.18. Ideowy schemat przebiegu deformacji włókna polimeru podczas obciążania i odciążania: (a) kształt pierwotny, (b) wczesny kształt po obciążeniu, (c) końcowy kształt po obciążeniu, (d) wczesny kształt po odciążeniu, (e) powrót do stanu pierwotnego

W odróżnieniu do przedstawionych wcześniej przykładowych procedur badawczych, w przypadku pełzania nie ma ustaleń pozwalających na przeprowadzenie pomiarów według standaryzowanego schematu. Przyjmuje się, że podstawowym elementem do badań jest beleczka o przekroju jak na rys. 2.14. Sam proces, o czym wspomniano już wcześniej, silnie zależy od wilgotności elementu oraz jej zmian. Z uwagi na długotrwałość procesu badania dużą trudnością jest utrzymanie stałego mikroklimatu w otoczeniu stanowiska badawczego. Badania procesu pełzania zachodzącego wzdłuż włókien można w prosty sposób przeprowadzić wykorzystując schemat odwróconego czteropunktowego zginania (rys. 2.19). Mierzoną wartością jest strzałka ugięcia w środku rozpiętości beleczki. Wówczas, wykorzystując znane wzory z wytrzymałości materiałów, można oszacować poszukiwane parametry materiałowe związane z procesem pełzania [102].



Rys. 2.19. Schemat stanowiska do badań reologicznych drewna

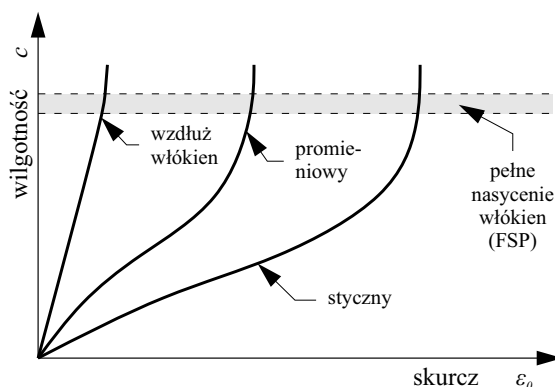
W przypadku określania parametrów reologicznych drewna uwzględniających jego anizotropowy charakter, krępa próbkę (ograniczając do minimum możliwość wyboczenia) poddaje się stałemu obciążeniu pod odpowiednim kątem w stosunku do kierunku włókien.

2.1.2.4. Skurcz, pęcznienie, właściwości higroskopijne i dyfuzyjne

Kolejnym z zagadnień charakterystycznych dla konstrukcji drewnianych są skurcz i pęcznienie wilgotnościowe. Drzewo, jako materiał biologicznie czynny, potrzebuje do wzrostu dużych ilości wody, odgrywającej rolę nośnika substancji odżywczych. W momencie ścięcia w drewnie w dalszym ciągu utrzymuje się duża wilgotność, często przekraczająca punkt nasycenia włókien (wilgotność oznaczana jest często jako FSP, akronim ang. słów *fiber saturation point*). W przypadku drewna sosnowego jest ona rzędu 30–33% [96]. Powszechną praktyką stosowaną obecnie przez tartaki ze względów ekonomicznych, jest niedosuszenie drewna. W konsekwencji wymusza to schnięcie materiału już „na konstrukcji”, po wmontowaniu elementu, gdzie dopiero jego wilgotność spada do docelowo żądanej wartości ok. 15%.

Zjawiskiem **skurczu** nazywamy proces, w którym materiał zmniejsza swoją objętość wskutek ubytku wilgoci, natomiast **pęcznienie** jest zjawiskiem odwrotnym. W drewnie główną rolę w tym procesie odgrywa woda zawarta w ściankach komórek (rys. 2.4). Znacznie mniej istotna jest wolna woda zawarta w ich lumenach. Stąd odkształcenia powstające na skutek zmiany wilgotności zachodzą w zakresie higroskopijnym, czyli poniżej FSP. Powyżej tej wartości nie obserwuje się znacznych zmian w kształcie badanego elementu.

W związku z faktem, że skurcz i pęcznienie związane są głównie ze zmianą koncentracji wody zawartej w ściankach komórek, które w większości ukierunkowane są wzdłuż osi rdzenia, drewno ulega tym procesom w sposób zróżnicowany w zależności od kierunku. Procesy te najintensywniej zachodzą w kierunku stycznym, następnie promieniowym i najslabiej wzdłuż włókien, co poglądowo obrazuje rys. 2.20.



Rys. 2.20. Ortotropia skurczu drewna (na podstawie [99] za [95])

Można przyjąć, że skurcz całkowity dla drewna w przybliżeniu wynosi [96]:

- 0,1–0,8% wzdłuż włókien,
- 3–7% promieniowo,
- 4–15% stycznie do włókien.

Na rys. 2.20 widać, że skurcz nie zmienia się proporcjonalnie (liniowo) w stosunku do wilgotności włókien. Niemniej jednak proces ten zazwyczaj jest linearyzowany i opisany liniowym współczynnikiem rozszerzalności wilgotnościowej α_c w zakresie wilgotności do FSP i wyznaczany z zależności:

$$\alpha_c = \frac{\Delta l}{l_0} \frac{1}{\Delta C}, \quad (2.7)$$

gdzie porównuje się zmianę wymiaru próbki Δl pod wpływem zmiany wilgotności ΔC w stosunku do bazowego wymiaru l_0 . W równaniach fizycznych natomiast na przykładzie ciała Hooke'a w przypadku jednoosiowego stanu naprężeń, niemechaniczne odkształcenia uwzględnia się po ich odjęciu od odkształceń całkowitych:

$$\sigma_{11} = E(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{11}^d) \quad \text{lub} \quad \sigma = E(\varepsilon - \varepsilon_d), \quad (2.8)$$

przy czym:

$$\varepsilon_d = \Delta\varepsilon_c = \alpha_c \Delta C, \quad (2.9)$$

$$\Delta\varepsilon_c = \alpha_c \Delta C \quad \text{dla } C < FSP, \quad (2.10)$$

$$\Delta\varepsilon_c = 0 \quad \text{dla } C \geq FSP, \quad (2.11)$$

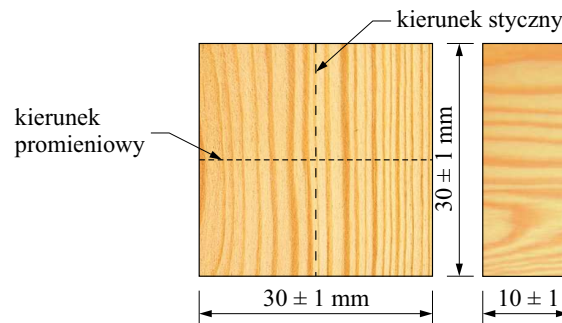
$$\Delta C = C - C_0. \quad (2.12)$$

W podobny sposób można również opisywać wpływ działania temperatury na drewno. Wówczas w (2.8) należy podstawić:

$$\varepsilon_d = \Delta\varepsilon_T = \alpha_T \Delta T, \quad (2.13)$$

$$\Delta T = T - T_0. \quad (2.14)$$

Pomiar kurczliwości prowadzi się na sześciennych próbkach o gładkich powierzchniach o wymiarach jak na rys. 2.21 .



Rys. 2.21. Próбка do badań kurczliwości (na podstawie [69])

Początkowo próbka powinna mieć wilgotność większą od FSP, po czym należy wykonać pomiary we wszystkich kierunkach za pomocą np. mikrometru. Następnie przechodzi się do kondycjonowania w temperaturze $20 \pm 2^\circ C$ i $RH 65 \pm 5\%$ aż

do osiągnięcia przyrostów wymiarów nie większych niż $0,02 \text{ mm/dobę}$. Ostatecznie próbkę się suszy w temp. $103 \pm 2^\circ\text{C}$ do momentu ustalenia wymiarów [69]. Wartość współczynnika oblicza się w każdym z kierunków głównych ortotropii, wykorzystując równanie (2.7).

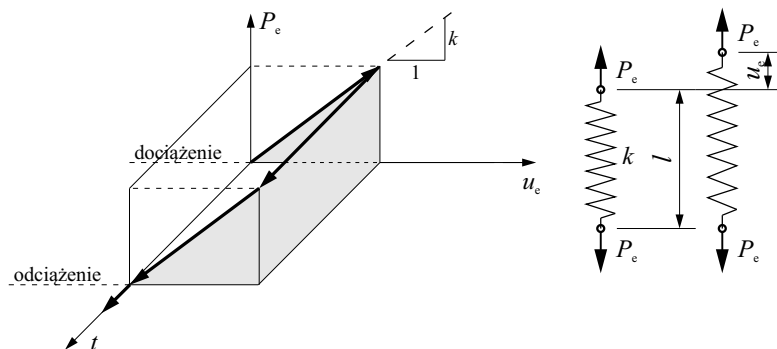
2.1.2.5. Modele reologiczne

Zachowanie materiału pod wpływem oddziaływań zewnętrznych związane jest z jego budową strukturalną zarówno na poziomie atomowym, jak i w skali mezo oraz makro. Nastęrcza to wielu trudności związanych z jego opisem matematycznym, gdyż w zależności od warunków zewnętrznych i skali badanego elementu istotną rolę grać mogą różne zjawiska fizyczne. W przypadku procesów reologicznych, jak wstępnie już zasygnalizowano w p. 2.1.2.3, wpływ na ich przebieg mają zarówno procesy odkształceń sprężystych, jak i lepkich oraz mogą one występować łącznie z nieodwracalnymi zmianami struktury materiału. Z uwagi na jeden z celów pracy, którym jest opis reologii drewniano-żelbetowych belek zespolonych, w niniejszym podpunkcie, posiłkując się opracowaniem Bodiga i Jayne'a [7] przedstawione zostaną podstawowe modele reologiczne pozwalające na opis pełzania konstrukcji.

W celu przedstawienia podstawowych modeli reologicznych należy ponownie przywołać prawo Hooke'a (2.3), przy czym w tym przypadku w pierwszej kolejności wygodnie będzie przedstawić wynikające z niego zależności pomiędzy obciążeniem P_e i wydłużeniem elementu u_e w przypadku jednoosiowego rozciągania:

$$P_e = k u_e. \quad (2.15)$$

Stałą w tym równaniu jest sztywność układu k . Pracę modelu w czasie prezentuje rys. 2.22, gdzie tangens kąta pochylenia prostej w płaszczyźnie (P, u) odzwierciedla sztywność k , natomiast prosta równoległa do osi czasu t uwidacznia niezależność tego prawa od czasu.



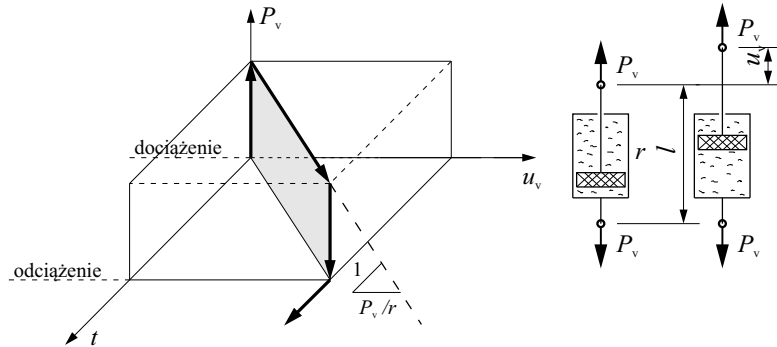
Rys. 2.22. Ilustracja prawa Hooke'a na przykładzie wydłużania sprężyny (na podstawie [7])

Drugim z podstawowych elementów składowych modeli reologicznych jest newtonowski tłumik wypełniony cieczą o znanej lepkości, której zadaniem jest przeci-

skanie się przez perforowany tłok z jednej strony tłumika na drugą. Stąd równanie opisujące jego wydłużanie u_v pod wpływem obciążenia P_v dane jest wzorem:

$$P_v = r(du_v/dt), \quad (2.16)$$

gdzie r odpowiada tłumieniu. Przedstawiony poniżej rys. 2.23 obrazuje opisane wyżej równanie (2.16).



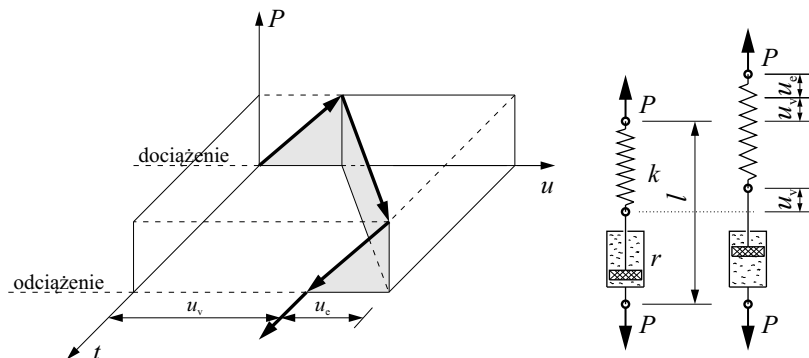
Rys. 2.23. Ilustracja działania tłumika newtonowskiego (na podstawie [7])

Powyższe dwa proste modele uwzględniające sprężyste i lepkie właściwości materiału stanowią podstawę do budowania bardziej złożonych modeli reologicznych, przy łączeniu ich w sposoby równoległy, szeregowy lub mieszany.

Model Maxwella wynika z połączenia szeregowego ciała Hooke'a i tłumika wiśkotycznego, gdzie ostateczna wartość przemieszczenia całkowitego jest wprost sumą przemieszczeń pochodzących od obu elementów wynikających z równań (2.15) i (2.16) $u = u_e + u_v$. Przy stałym obciążeniu P otrzymujemy:

$$u = \frac{P}{k} + \frac{P}{r}t. \quad (2.17)$$

Dodatkowo siła P przyłożona do układu jest równa każdej z sił przyłożonych do elementów składowych modelu $P = P_e = P_v$. Wynika stąd, że po przyłożeniu obciążenia natychmiast pojawia się przemieszczenie sprężyste, a następnie liniowo w czasie przyrasta część przemieszczenia lepkiego, które można już usunąć tylko działając obciążeniem o przeciwnym zwrocie do pierwotnego (rys. 2.24).

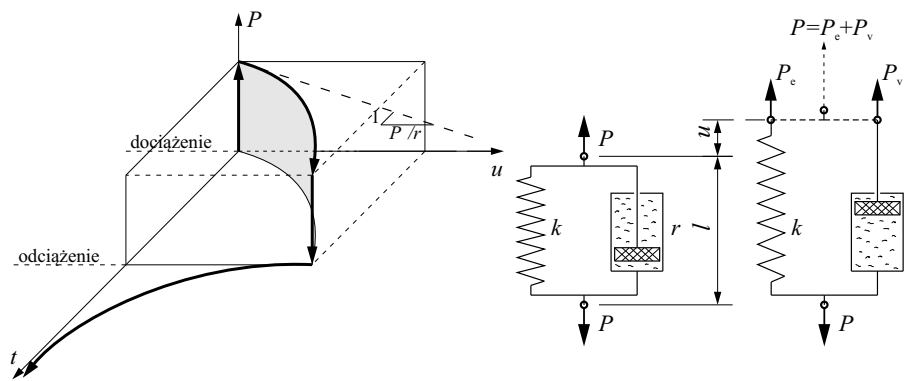


Rys. 2.24. Ilustracja modelu Maxwella (na podstawie [7])

Model Kelvina w przeciwieństwie do Maxwella jest połączeniem równoległym ciała Hooke'a i tłumika wiskotycznego, gdzie po przyłożeniu obciążenia oba wspomniane wyżej elementy pracują wydłużając się jednakowo, tzn. przemieszczenie całkowite wynosi $u = u_e = u_v$, przy czym siła całkowita działająca na układ jest tu sumą sił na każdym z elementów, tj. $P = P_e + P_v$. Stąd z równań (2.15) i (2.16) otrzymujemy:

$$P = ku + r \frac{du}{dt}. \quad (2.18)$$

Równoległa praca sprężyny i tłumika (rys. 2.25) skutkuje nieliniowym przyrostem przemieszczeń w czasie, dodatkowo pozwalając na powrót układu do stanu pierwotnego po jego odciążeniu.



Rys. 2.25. Ilustracja modelu Kelvina (na podstawie [7])

Przykładowo, rozwiązując równanie różniczkowe (2.18) przy stałe działającym obciążeniu P , można otrzymać zależność:

$$u = \frac{P}{k} \left(1 - e^{tk/r}\right). \quad (2.19)$$

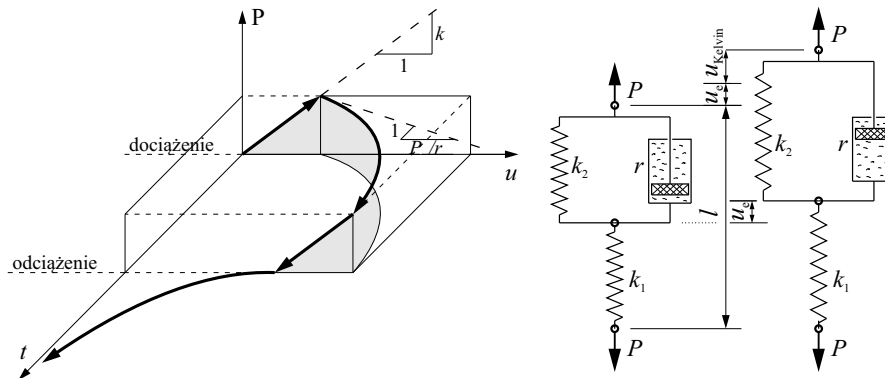
Model standardowy jest połączeniem modelu Kelvina szeregowo z modelem ciała Hooke'a (rys. 2.26). Wówczas z równania równowagi sił otrzymujemy, że $P = P_{Kelvin} = P_e$, natomiast ze zgodności przemieszczeń: $u = u_{Kelvin} + u_e$. Z tej drugiej zależności otrzymujemy po uwzględnieniu (2.15) i (2.19), że:

$$u = P_0 \left[\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} (1 - e^{-tk_2/r}) \right]. \quad (2.20)$$

Przedstawione dotychczas modele na ideowo prostych schematach sprężyn i tłumików można także przez analogię sprowadzić do relacji pomiędzy odkształceniem ε i naprężeniem σ przy jednoosiowym ściskaniu/rozciąganiu. Wówczas w modelu standardowym otrzymalibyśmy relację:

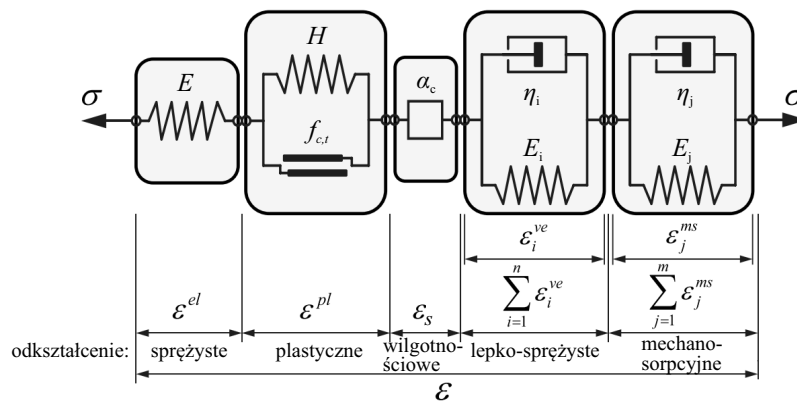
$$\varepsilon = \sigma \left[\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \left(1 - e^{-tE_2/\eta}\right) \right], \quad (2.21)$$

gdzie: E_1 – doraźnie zmierzony moduł Younga materiału, E_2 – moduł, który w relacji $E_1 E_2 / (E_1 + E_2)$ pozwalałby na obliczenie siecznego modułu Younga po stabilizacji pełzania, η – lepkość materiału.



Rys. 2.26. Ilustracja modelu standardowego (na podstawie [7])

Inne modele powszechnie stosowane w zagadnieniach pełzania i relaksacji to m.in. **model Burgersa**, który szeregowo łączy ciała Maxwella i Kelvina czy też jego wieloskładnikowy odpowiednik. W miarę potrzeb kombinacje powyższych modeli mogą być dowolne, a ponadto rozbudowywane o inne człony, uwzględniające np. skurcz, plastyczność czy mechanizmy mechano-sorpcyjne.



Rys. 2.27. Schemat konstytutywnego modelu materiałowego drewna (na podstawie [53])

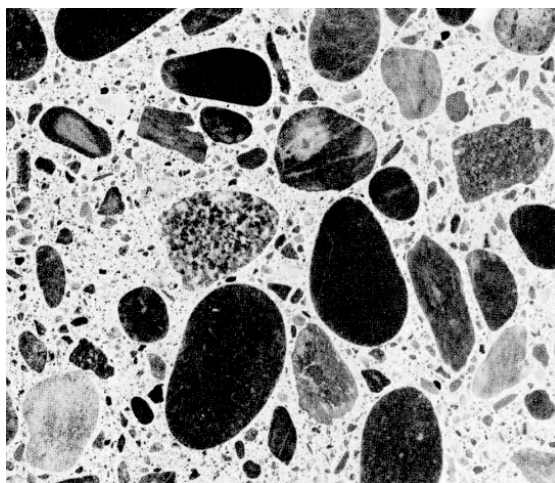
Np. model drewna zaproponowany przez Hassaniego [53] zakłada addytywność odkształceń sprężystych, plastycznych, wilgotnościowych, lepko-sprężystych i mechano-sorpcyjnych, tj.:

$$\varepsilon = \varepsilon^{el} + \varepsilon^{pl} + \varepsilon_s + \sum \varepsilon_i^{ve} + \sum \varepsilon_j^{ms}, \quad (2.22)$$

gdzie oznaczenia poszczególnych odkształceń przedstawiono na rys. 2.27.

2.2. Beton

Podążając za definicją zawartą w normie PN-EN 206-1 [N8], **beton** jest materiałem powstałym z wymieszania cementu, kruszywa grubego i drobnego, wody oraz ewentualnych domieszek i dodatków, a swoje właściwości zawdzięcza procesom hydratacji, w konsekwencji stając się ośrodkiem wieloskładnikowym (rys. 2.28). W tym pojęciu zawiera się zarówno **mieszanka betonowa**, jak i **stwardniały beton**, który jest już w stanie stałym i osiągnął pewien poziom wytrzymałości. W rozprawie pojęcie betonu jest używane w rozumieniu stwardniałego betonu.



Rys. 2.28. Makroskopowy przekrój betonu [83]

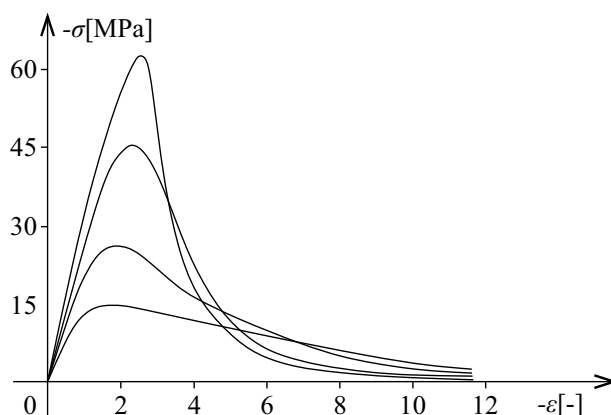
Beton, podobnie jak stal, jest jednym z najlepiej przebadanych i poznanych materiałów budowlanych, dlatego opis zagadnień z nim związanych jest bardzo obszerny i często szczegółowy (np. [96]). W tym podpunkcie rozprawy opisane zostaną jedynie te z nich, które z punktu widzenia autora wymagane są do lepszego zrozumienia poruszanej w dysertacji problematyki.

2.2.1. Właściwości mechaniczne betonu

Z uwagi na budowę i skład chemiczny betonu, który obecnie praktycznie zawsze jest modyfikowany przez dodatki i domieszki, na jego właściwości składa się wiele różnych czynników. Ponadto beton w konstrukcjach rzadko występuje bez zbrojenia, którego podstawowym zadaniem jest niwelowanie jednej z wad betonu – jego niskiej wytrzymałości na rozciąganie. Najważniejsze czynniki mające wpływ na parametry otrzymanego betonu to między innymi: rodzaj zastosowanego spoiwa i kruszywa, stosunek wodno-cementowy, rodzaj zastosowanych dodatków i domieszek chemicznych, a także sposobu pielęgnacji [96].

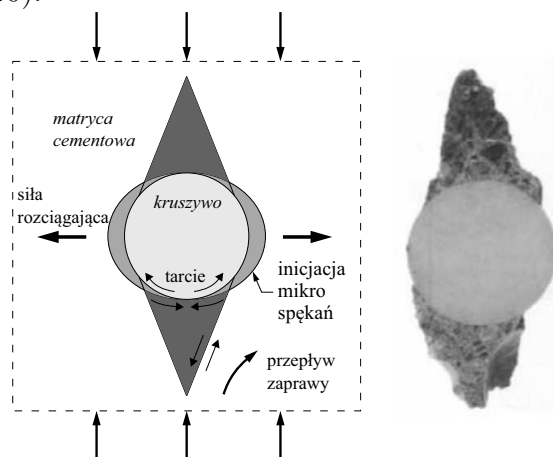
2.2.1.1. Wytrzymałość

Jedną z najbardziej istotnych w sensie technicznym właściwości betonu jest jego wytrzymałość. Najczęściej jest ona skorelowana z innymi cechami tego materiału, np. ze sprężystością (rys. 2.29), trwałością czy przepuszczalnością. Powodem takiego stanu rzeczy jest struktura betonu/matrycy cementowej, której zagęszczenie czy też modyfikacja rozkładu porowatości wpływa wprost na wymienione właściwości. Wraz ze wzrostem wytrzymałości obserwuje się coraz bardziej gwałtowny sposób zniszczenia betonu (rys. 2.29), choć dodanie w tym przypadku włókien stalowych niweluje ten efekt. Liniową zależność pomiędzy odkształceniem a naprężeniem obserwuje się w zakresie około 30% wytrzymałości na ściskanie f_{ck} oraz 60% wytrzymałości na rozciąganie f_{ctm} [80].



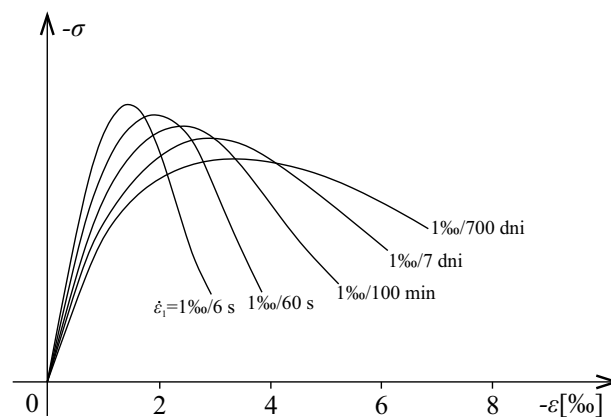
Rys. 2.29. Zależność σ - ε dla betonów o różnej wytrzymałości ([68] za [80])

Budowa struktury betonu przedstawiona na rysunku 2.28 związana jest z jego specyficznym zachowaniem pod obciążeniem. Z uwagi na fakt, że mamy do czynienia z matrycą cementową oraz kruszywem w niej „zatopionym”, w wyniku działania sił zewnętrznych w strefie przejściowej pomiędzy tymi materiałami powstają mikropęknięcia prowadzące w skrajnych przypadkach do degradacji betonu lub jego zniszczenia (rys. 2.30).



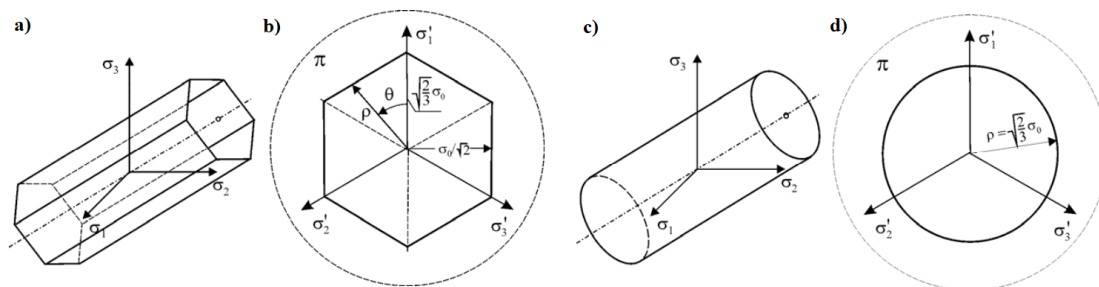
Rys. 2.30. Mechanizm przekazywania naprężeń z matrycy cementowej na kruszywo (na podstawie [43])

Kolejną charakterystyczną dla betonu cechą wytrzymałościową jest dysproporcja pomiędzy wytrzymałością na ściskanie i rozciąganie, najczęściej utrzymująca się w przedziale 1/12 do 1/8. Stąd powszechną praktyką projektową jest pomijanie w obliczeniach części przekroju pracującego w strefie rozciąganej i wzmacnianie jej stałą zbrojeniovą. Ponadto z uwagi na porowatą strukturę betonu oraz związane z tym właściwości reologiczne wartość maksymalnej wytrzymałości, przy tym również sztywności, zależna jest od szybkości przykładania obciążeń. Im większa jest ta szybkość, tym bardziej kruchy jest beton, ale osiąga on większą wytrzymałość. Powolne przykładanie obciążenia skutkuje włączaniem się mechanizmów pełzania, pozwalających na zwiększenie zakresu odkształcalności, ale przekładających się tym samym na doraźną wytrzymałość (rys. 2.31) [68].



Rys. 2.31. Zależność $\sigma - \varepsilon$ dla próby ściskania przy różnych szybkościach przykładania obciążeń (na podstawie [68] za [80])

W złożonych stanach naprężeń często wykorzystuje się kryteria powierzchni plastyczności będące geometrycznym przedstawieniem kryterium uplastycznienia. Jest to powierzchnia zdefiniowana w przestrzeni naprężeń głównych, którą często dla wygody przedstawia się w postaci przekrojów lub rzutów. Na rys. 2.32 pokazano poglądowo dwa podstawowe kryteria uplastycznienia: kryterium Treski i Hubera-Misesa-Hencky'ego. Przy czym nie można ich bez odpowiednich modyfikacji zastosować bezpośrednio w przypadku betonu, z uwagi na brak możliwości uwzględnienia przez nie kruchości tego materiału.



Rys. 2.32. Powierzchnia plastyczności Treski: **a)** w przestrzeni naprężeń, **b)** na płaszczyźnie dewiatorowej; powierzchnia plastyczności Hubera-Misesa-Hencky'ego: **c)** w przestrzeni naprężeń, **d)** na płaszczyźnie dewiatorowej [71]

Przy czym opis powierzchni Treski może zostać sformułowany w postaci:

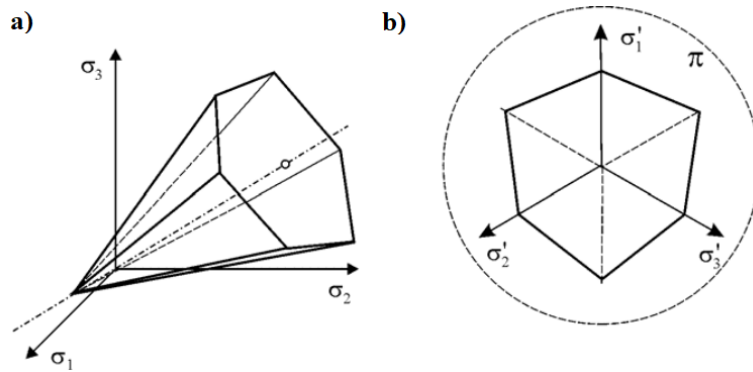
$$F(\sigma_{ij}, \kappa) = F(J_2, \theta, \kappa) = 2\sqrt{J_2} \sin\left(\theta + \frac{1}{3}\pi\right) - \sigma_0(\kappa), \quad (2.23)$$

natomiast H-M-H:

$$F(J_2, \kappa) = J_2 - \frac{1}{3}\sigma_0^2(\kappa) = 0, \quad (2.24)$$

gdzie: $J_2 = \frac{1}{2}S_{ij}S_{ij}$, S_{ij} – składowa dewiatora naprężeń, σ_0 – wytrzymałość materiału, κ – parametr wzmocnienia.

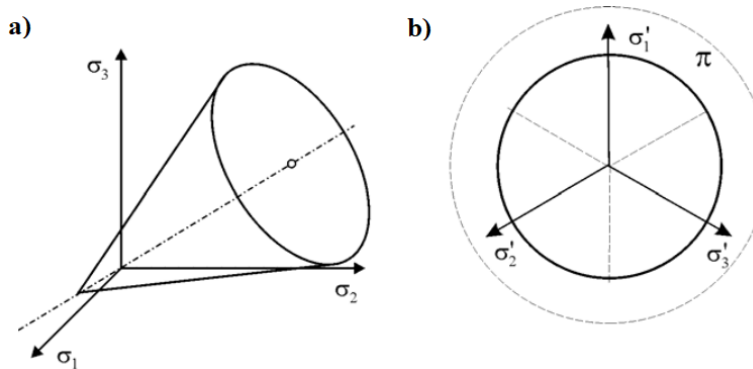
Do podstawowych kryteriów uplastycznienia, które można już zastosować w przypadku betonu, zalicza się modele Coulomba-Mohra (rys. 2.33) oraz Druckera-Pragera (rys. 2.34).



Rys. 2.33. Powierzchnia plastyczności Coulomba-Mohra: **a)** w przestrzeni naprężeń, **b)** na płaszczyźnie dewiatorowej [71]

$$F(I_1, J_2, \theta, \kappa) = \frac{I_1}{3} \sin(\phi(\kappa)) + \sqrt{J_2} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{\frac{J_2}{3}} \sin(\phi(\kappa)) \cos\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) - c(\kappa) \cos(\phi(\kappa)) = 0, \quad (2.25)$$

gdzie: $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{3}$, $I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$, c i π to parametry zależne od κ .



Rys. 2.34. Powierzchnia plastyczności Druckera-Pragera: **a)** w przestrzeni naprężeń, **b)** na płaszczyźnie dewiatorowej [71]

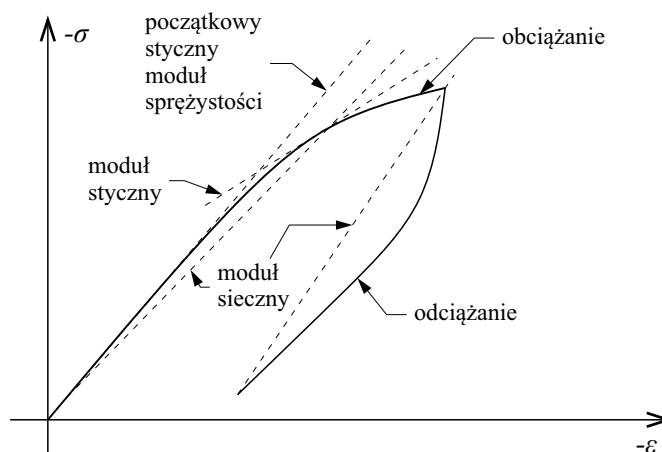
$$F(I_1, J_2, \kappa) = \frac{2\sin(\phi(\kappa))}{\sqrt{3}[3 - \sin(\phi(\kappa))]} I_1 + \sqrt{J_2} - \frac{6c(\kappa)\cos(\phi(\kappa))}{\sqrt{3}[3 - \sin(\phi(\kappa))]} = 0. \quad (2.26)$$

Obecnie można znaleźć wiele innych, bardziej zaawansowanych modeli plastyczności betonu, jak choćby w pracach [35, 84, 142].

W podejściu inżynierskim w wielu typowych przypadkach (np. prętów zginanych) najczęściej problem sprowadza się w uproszczeniu do jednoosiowego stanu naprężeń z uplastycznieniem bez wzmocnienia, gdzie wystarczy znajomość wartości wytrzymałości na ściskanie i rozciąganie, które można odczytać np. z [N8] w zależności od klasy betonu. W normie tej wyróżniono 16 podstawowych klas wytrzymałości betonu, z czego pierwszych dziewięć to betony zwykłe do klasy C50/60, natomiast betony wyższych klas do C100/115 nazywa się betonami wysokiej wytrzymałości. Betony o wyższej wytrzymałości niż 100 MPa nazywa się betonami bardzo wysokiej wytrzymałości.

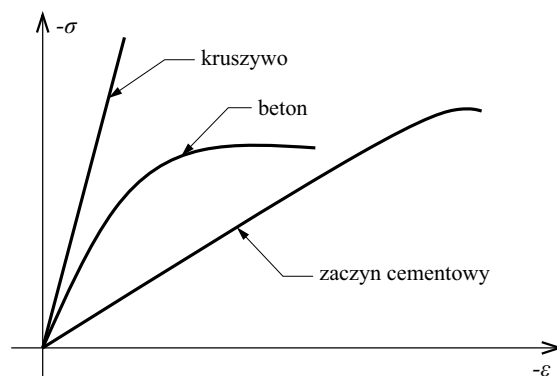
2.2.1.2. Sprężystość

Każdy materiał stosowany w inżynierii poddany naprężeniom podlega odkształceniom, przy czym odkształcenia mogą też powstawać na skutek inny niż naprężenie. Ten związek fizyczny z punktu widzenia projektowania jakiegokolwiek konstrukcji ma zasadnicze znaczenie. Podobnie jak wspomniane wcześniej drewno, beton w pewnym zakresie wytrzymałości zachowuje się zgodnie z prawem Hooke'a. Rysunek 2.35 przedstawia związek pomiędzy naprężeniem a odkształceniem ścisanej próbki betonu do wartości znacznie mniejszej od wytrzymałości granicznej. Czasem na wykresie podczas badania próbki (w początkowym okresie obciążania) można zaobserwować odcinki wklęsłe, związane z zamykaniem się drobnych rys skurczowych [96]. Na rys. 2.35 widać, że pod pojęciem współczynnika sprężystości mogą kryć się różne jego definicje, gdyż jego wartość można wyliczyć jedynie na odcinkach prostych, na podstawie wyznaczonej siecznej lub stycznej do krzywej naprężenie-odkształcenie ($\sigma - \varepsilon$). Ze względów praktycznych zaznaczone styczne moduły sprężystości rzadko są wykorzystywane do obliczeń, gdyż ich zgodność sprowadza się jedynie do bliskiego sąsiedztwa rozpatrywanego punktu [80].



Rys. 2.35. Moduły sprężystości styczne i sieczne betonu na wykresie $\sigma - \varepsilon$ (na podstawie [96])

Warto również zauważyć, że w przypadku oddzielnych badań kruszywa i zaczynu cementowego powyższa zależność jest praktycznie liniowa w bardzo szerokim zakresie odkształceń [96] (rys. 2.36). Natomiast kompozyt powstały z ich połączenia z uwagi na liczne strefy kontaktowe, będące miejscami inicjowania spękań (rys. 2.30), prowadzi do nieliniowości w zakresie wyższych wartości naprężeń.



Rys. 2.36. Zależność $\sigma - \varepsilon$ dla kruszywa, zaczynu cementowego i betonu (na podstawie [96])

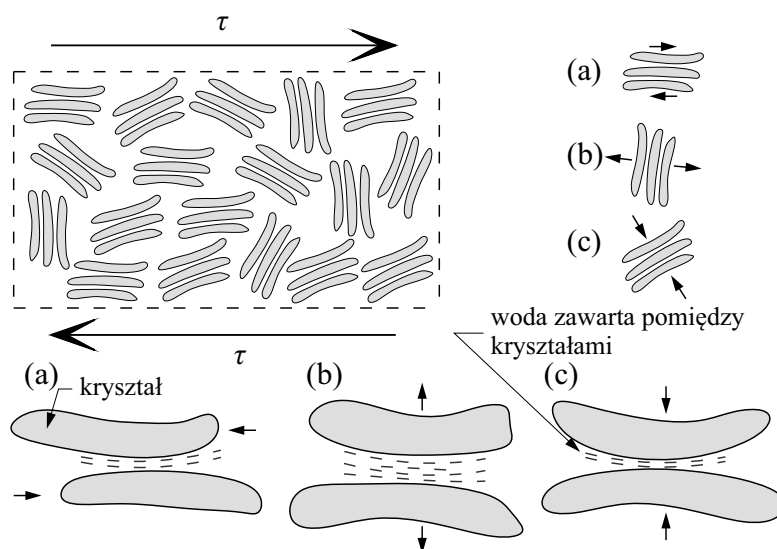
W trakcie poddawania materiału naprężeniom magazynowana jest w nim energia wewnętrzna (odkształceń), której część przekształca się w energię powierzchniową powstających rys, które stopniowo rozwijają się w strefie kontaktu kruszywa z matrycą cementową. W konsekwencji prowadzi to do redukcji pola powierzchni przenoszenia obciążenia. Lokalne naprężenia stają się większe od nominalnych, przez co przyrost odkształceń jest większy od przyrostu przykładanej siły. Po przekroczeniu pewnej wartości wytrzymałości – mikrorysy łączą się, tworząc makrorysy i powodując pękanie matrycy cementowej i intensyfikując zakrzywienie krzywej $\sigma - \varepsilon$. Co więcej, jak wspomiano wcześniej, relacja $\sigma - \varepsilon$ zależy również od szybkości przykładania obciążenia (rys. 2.31). Dlatego np. przyjmuje się w celu standaryzacji zagadnienia, że przy badaniu wytrzymałości na ściskanie próbki kostkowej lub walcowej czas potrzebny do zniszczenia powinien się zawierać w zakresie od 2 do 10 min. Jeśli moduł sprężystości jest otrzymywany na podstawie pomiaru deformacji od obciążeń dynamicznych, wtedy nazywany jest on **modułem dynamicznym**. Jest on np. określany na podstawie analizy modalnej odpowiednio wywołanych drgań swobodnych w elemencie lub badań ultradźwiękowych. W odróżnieniu od statycznego modułu sprężystości wartości uzyskiwanych zmian naprężeń są bardzo małe, nie powodując tym samym powstawania mikrospękań i włączania się mechanizmów pełzania. Wartość otrzymanego modułu powinna w przybliżeniu odpowiadać początkowemu modułowi sprężystości z badań statycznych. W związku z powyższym jego wartość będzie wyższa niż w przypadku siecznego modułu Younga. Np. przy upraszczającym założeniu istnienia liniowej zależności między tymi modułami można wykorzystać równanie zaczerpnięte z [79]:

$$E = 0,83E_d. \quad (2.27)$$

Inne, bardziej złożone zależności między E i E_d można znaleźć np. w pracach [93, 114].

2.2.1.3. Pełzanie

Podobnie jak w przypadku drewna, beton również wykazuje właściwości reologiczne. Większość z przedstawionych założeń i modeli z podpunktów 2.1.2.3 i 2.1.2.5 ma tu również zastosowanie. Ponadto, tak samo jak w przypadku drewna, zawartość wilgoci w materiale odgrywa kluczową rolę w procesie pełzania, z tą różnicą, że w przypadku drewna cząsteczki wody pokrywały powierzchnie włókien celulozy, pozwalając na ich wzajemny poślizg, natomiast w przypadku betonu na poziomie mikroskopowym matrycę cementową można zobrazować jako zbiór anizotropowych, losowo zorientowanych klastrów kryształów zhydratyzowanych składników cementu. Woda zawarta jest pomiędzy nimi (rys. 2.37). Jeżeli do prezentowanego układu przyłożone zostanie naprężenie styczne τ , spowoduje to zmiany objętości warstewek wilgoci w klastrach pomiędzy kryształami. W konsekwencji, z uwagi na chaotyczne rozmieszczenie, część z nich poddawana będzie ścinaniu (rys. 2.37a), część rozciąganiu (rys. 2.37b), a część ściskaniu (rys. 2.37c). Woda w tym przypadku pełni rolę smaru, tworząc film cieczy pokrywający kryształy podobnie jak olej części silników spalinowych. Co logiczne, ograniczenie liczby cząstek wody w kontakcie radykalnie zwiększa tarcie, zmniejszając efekt pełzania w skrajnych przypadkach do zera [125].



Rys. 2.37. Model krystalicznej budowy matrycy betonu z trzema podstawowymi mechanizmami wpływającymi na pełzanie (na podstawie [125])

Mając na uwadze rolę wilgoci w procesie pełzania, gdzie zmusza się wodę do przeciskania pomiędzy kolejnymi klastrami, można znaleźć analogię do newto-

nowskiego tłumika z rys. 2.23, gdzie parametr lepkości odpowiada oporowi, jaki stawia tłok w czasie przeciskania się przez niego cieczy. Nie można również zapomnieć w tym momencie o skurczu i pęcznieniu wilgotnościowym, które są w skali nano również nierozzerwalnie związane ze zmianami grubości filmów wilgoci pomiędzy kryształami i cząstkami żeluz C-S-H w trakcie odpowiednio wysychania/nawilgacania betonu. Zjawiska te wpływają na siebie. Np. pełzanie jest tym większe, im większy jest skurcz, czyli im większa jest różnica wilgotności materiału i otaczającego go powietrza. Innymi słowy wymuszony przez wysychanie lub nawilżanie ruch wilgoci ułatwia jej przeciskanie się pomiędzy cząsteczkami matrycy cementowej. Temperatura otoczenia i samej próbki również ma wpływ na wielkość pełzania, przy czym w zakresie temperatur pokojowych jest on niewielki. Użyteczne zależności współczynnika pełzania betonu od wytrzymałości oraz wilgotności można znaleźć w Załączniku B normy [N2], gdzie dla danej wilgotności względnej powietrza w otoczeniu RH %, wieku betonu w momencie obciążania t_0 dni oraz wieku betonu w rozważanej chwili t dni współczynnik ten można obliczyć z równania:

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_0 \beta_c(t, t_0), \quad (2.28)$$

przy czym podstawowy współczynnik pełzania wyznacza się z zależności:

$$\varphi_0 = \varphi_{RH} \beta(f_{cm}) \beta(t_0), \quad (2.29)$$

natomiast współczynniki zależne od poziomu wilgotności otoczenia przyjmują postać:

$$\begin{cases} \varphi_{RH} = 1 + \frac{1 - \frac{RH}{100}}{0,1 \sqrt[3]{h_0}}, \\ \beta_H = 1,5[1 + (0,012RH)^{18}]h_0 + 250 \leq 1500 \quad \text{dla } f_{cm} \leq 35 \text{ MPa}, \\ \varphi_{RH} = \left(1 + \frac{1 - \frac{RH}{100}}{0,1 \sqrt[3]{h_0}} \alpha_1\right) \alpha_2, \\ \beta_H = 1,5[1 + (0,012RH)^{18}]h_0 + 250 \alpha_3 \leq 1500 \alpha_3 \quad \text{dla } f_{cm} > 35 \text{ MPa}. \end{cases} \quad (2.30)$$

Do wyznaczenia pozostają współczynniki zależne od wytrzymałości betonu:

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16,8}{\sqrt{f_{cm}}}, \quad \beta(t_0) = \frac{1}{0,1 + t_0^{0,20}}, \quad \beta_c(t, t_0) = \left[\frac{t - t_0}{\beta_H + t - t_0} \right]^{0,3}, \quad (2.31)$$

$$\alpha_1 = \left(\frac{35}{f_{cm}} \right)^{0,7}, \quad \alpha_2 = \left(\frac{35}{f_{cm}} \right)^{0,2}, \quad \alpha_3 = \left(\frac{35}{f_{cm}} \right)^{0,5}, \quad (2.32)$$

oraz miarodajny wymiar elementu zależny od pola przekroju A i obwodu u mającego kontakt bezpośrednio z powietrzem:

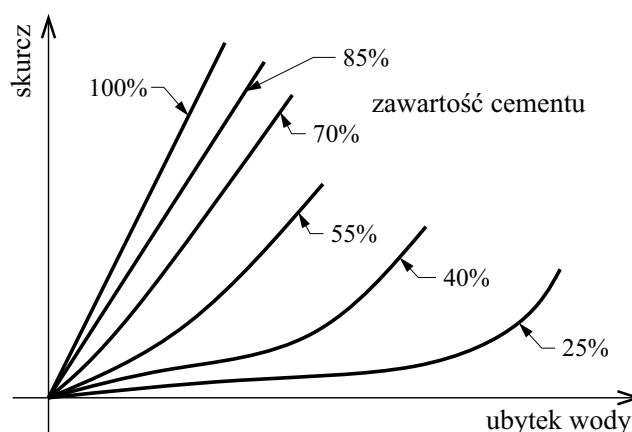
$$h_0 = \frac{2A}{u}. \quad (2.33)$$

Niemniej jednak beton to nie tylko zhydratyzowany cement, ale również kruszywo, które pełni rolę ograniczającą deformacje, gdyż zazwyczaj nie jest podatne na pełzanie. Z tego powodu zwartość, rodzaj, kształt i wielkość kruszywa w sposób oczywisty wpływa globalnie na cały proces. Podobnie pełzanie betonu może ograniczyć zbrojenie rozproszone, np. w postaci stalowych włókien.

Pełzanie w betonie można zaobserwować nawet przy bardzo niskim stanie naprężeń, stąd w jego przypadku nie ma dolnej granicy proporcjonalności, górna granica natomiast osiągana jest w sytuacji pojawienia się licznych mikropęknięć, zazwyczaj w okolicy 40 ÷ 60% wytrzymałości. Powyżej tej granicy nie można już mówić o proporcjonalności pomiędzy pełzaniem i naprężeniem. Co więcej, podobnie jak w drewnie, istnieje wartość naprężenia poniżej wytrzymałości doraźnej, przy której po upływie pewnego czasu dojdzie do utraty spójności materiału.

2.2.1.4. Skurcz i pęcznienie

Z uwagi na technologię wytwarzania mieszanki betonowej, jak i jej późniejsze układanie w deskowaniu, zawartość wody (stosunek W/C) jest znacznie wyższa niż byłoby to wymagane do zapewnienia samego procesu hydratacji cementu. Związane jest to z koniecznością otrzymania wymaganej konsystencji, obecnie powszechnie modyfikowanej przez dodatki mineralne i domieszki chemiczne (np.: plastyfikatory i superplastyfikatory). Stąd nieodzowne jest wysychanie betonu po jego rozformowaniu, przy czym ubytek wilgoci ściśle powiązany jest ze skurczem, a jego wielkość tym większa, im większe W/C [115]. Co więcej, w trakcie hydratacji wilgoć „wyciągana” jest z porów kapilarnych do żelowych, przyczyniając się do skurczu samoczynnego [96]. Odnosząc się do podpunktu 2.2.1.3, odkształcenia w wyniku pełzania, jak i skurczu są addytywne. Z uwagi na fakt, że ubytek wody z porów żelowych matrycy cementowej ma największy wpływ na skurcz, kruszywo zawarte w betonie, podobnie jak przy pełzaniu, ogranicza go (w szczególności granit, wapień i kwarcyt), co dobrze ilustruje rys. 2.38.



Rys. 2.38. Wpływ zawartości cementu w mieszaninie na skurcz w trakcie wysychania (na podstawie [115] za [96])

Podobnie jak w przypadku pełzania miarodajną wartość odkształceń skurczowych można wyznaczyć w oparciu o Eurokod 2 [N2]:

$$\varepsilon_{cd,0} = 0,85(220 + 110\alpha_{ds1}) \exp\left(-\alpha_{ds2} \frac{f_{cm}}{f_{cm0}}\right) 1,55 \left[1 - \left(\frac{RH}{100}\right)^3\right] \cdot 10^{-6}, \quad (2.34)$$

przy czym: $f_{cm0} = 10 \text{ MPa}$, a pozostałe parametry zależą od klas cementu i α_{ds1} oraz α_{ds2} odpowiednio wynoszą 3 i 0,13 dla klasy *S*, 4 i 0,12 dla klasy *N* oraz 6 i 0,11 dla klasy *R*.

Po osiągnięciu przez element betonowy wilgotności w przybliżeniu równowagowej jest on w naturalnych warunkach zazwyczaj dalej poddawany wahaniom wilgotności z powodu zmian *RH* (dobowymi i sezonowymi) otaczającego go powietrza. Prowadzi to naprzemiennie do skurczu i pęcznienia będących procesami w części odwracalnymi. Do pęcznienia z kolei dochodzi w przypadku wiązania betonu całkowicie zanurzonego w wodzie [43]. Dla elementów konstrukcyjnych najgroźniejszą sytuacją jest dopuszczenie do znacznych gradientów wilgotności w przekroju elementu, czego wynikiem jest nierównomierny skurcz, mogący doprowadzić do przekroczenia wytrzymałości na rozciąganie przez wywołane w ten sposób samorównoważne naprężenia. Wówczas należy się liczyć z wystąpieniem dodatkowych mikro- i makropęknięć, mogących w przyszłości niekorzystnie wpływać na użyteczność i trwałość konstrukcji. Przy czym w ograniczonym zakresie zmian wilgotności (już po zakończeniu procesu hydratacji i usunięciu wilgoci technologicznej) zmiany odkształceń wilgotnościowych betonu można szacować zakładając liniową zależność pomiędzy nimi.

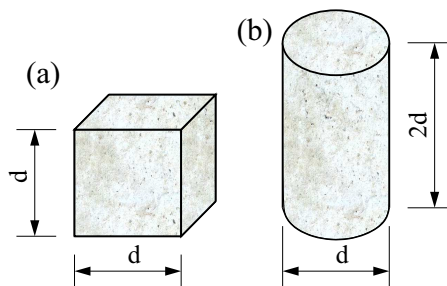
2.2.2. Przykładowe badania stwardniałego betonu

Beton jest jednym z tych materiałów budowlanych, który poddawany jest licznym i szczegółowym badaniom w trakcie wytwarzania, układania a także eksploatacji ważniejszych obiektów inżynierskich. Wachlarz możliwych do zbadania cech mieszanki betonowej czy betonu stwardniałego jest bardzo szeroki. Poniżej opisane zostaną jedynie wybrane i najbardziej podstawowe z nich, służące określeniu właściwości materiału niezbędnych w kontekście prowadzonych w pracy badań elementów zespolonych.

2.2.2.1. Wytrzymałość

Spośród wszystkich badań wykonywanych na próbkach betonu badania wytrzymałości na ściskanie są jednymi z najistotniejszych. Przyczyną jest silny związek wytrzymałości na ściskanie z innymi właściwościami betonu. Tym samym uzyskuje się możliwość zastosowania zależności empirycznych pozwalających na zgrubne

przeliczenie wytrzymałości, np. na moduł sprężystości. Obecnie podstawą do badań próbek betonowych jest PN-EN 12390 [N9] – część 1, dotycząca kształtu i wymiaru próbek, oraz część 3, zawierająca procedurę przygotowania i pomiaru. Pomiar prowadzi się na próbkach sześciennych (rys. 2.39a) lub walcowych (rys. 2.39b) wykonanych w laboratorium lub miejscu wbudowywania. Próbka może zostać również pobrana ze stwardniałego betonu, w postaci rdzenia zgodnie z [N11].



Rys. 2.39. Wymiary próbek: (a) sześciennych, (b) walcowych (na podstawie [N9])

Tabela 2.2. Dopuszczalne przez [N9] wymiary próbek betonu

d [mm]	100	150	200	250	300
--------	-----	-----	-----	-----	-----

Procedura przewiduje przygotowanie próbek zgodnie z rys. 2.39 o wymiarach z tab. 2.2 przechowywanych w wodzie lub w warunkach podobnych do istniejących w analizowanej konstrukcji przez okres minimum 28 dni. Następnie przeprowadza się badanie na maszynie wytrzymałościowej, przykładając obciążenie ze stałą szybkością w zakresie $0,6 \pm 0,2 \text{ MPa/s}$ do momentu wyczerpania nośności, w którym odczytuje się wartość siły F_{MAX} , którą przelicza się na wytrzymałość, korzystając z zależności:

$$f_{ck} = \frac{F_{MAX}}{A}, \quad (2.35)$$

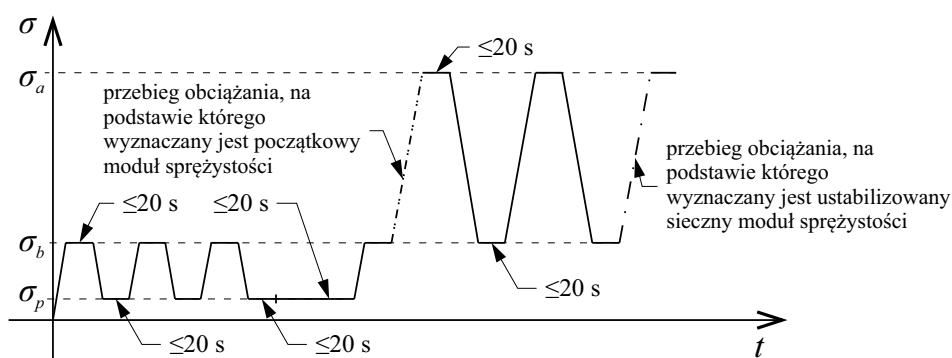
gdzie: A – pole przekroju próbki [mm^2].

2.2.2.2. Sprężystość

Kolejnym bardzo istotnym z punktu widzenia projektowania konstrukcji parametrem materiału jest jego moduł sprężystości. W przypadku betonu, jak już wspomniano wielokrotnie wcześniej, jest on silnie związany z wytrzymałością. Zakres modułów sprężystości betonu waha się od około 27 GPa dla betonu klasy C12/15 do ponad 60 GPa dla betonów RPC (ang. *Reactive Powder Concrete*). Obecnie w Polsce tego typu badania najczęściej prowadzi się na podstawie PN-EN 12390-13 [N12], gdzie obliczany jest początkowy oraz ustabilizowany sieczny moduł sprężystości wyznaczony z badań statycznych. Jednakże wyznaczana tą

metodą sprężystość materiału jest czasochłonna, stąd alternatywną metodą może być metoda dynamiczna, bazująca na analizie drgań swobodnych lub pomiarze prędkości fal ultradźwiękowych.

Metoda statyczna. W pierwszej kolejności w przypadku badania siecznego modułu sprężystości betonu należy ustalić jego wytrzymałość wg procedury skrótowo opisanej w podpunkcie 2.2.2.1. Próbkę powinna mieć wymiary zgodne z rysunkiem 2.39, przy czym próbki mogą również zostać pobrane bezpośrednio z konstrukcji. Dopuszcza się również inne wymiary próbek, lecz stosunek wysokości do średnicy powinien się zawierać w przedziale $< 2 \text{ do } 4 >$. Pomiar odkształceń przeprowadza się na podstawie globalnych przemieszczeń tłoka maszyny wytrzymałościowej lub stosując ekstensometry, przy założeniu, że pomiarem objęte zostanie od $2/3$ średnicy (lub szerokości przekroju) do $1/2$ wysokości próbki i prowadzony będzie jednocześnie minimum na dwóch przeciwległych ściankach. Norma przewiduje pomiar ustabilizowanego (metoda A i B) oraz początkowego (przed wstępnym zagęszczeniem struktury betonu) modułu sprężystości (metoda A rys. 2.40).



Rys. 2.40. Przebieg obciążania próbki betonu do wyznaczenia początkowego i ustabilizowanego modułu sprężystości (na podstawie [N12])

Pokazane na rys. 2.40 naprężenia σ_a , σ_b i σ_p muszą spełniać relację:

$$\sigma_a = f_{ck}/3, \quad 0,1f_{ck} \leq \sigma_b \leq 0,15f_{ck}, \quad 0,5 \text{ MPa} \leq \sigma_p \leq \sigma_b. \quad (2.36)$$

Wynikiem są zależności naprężenie-odkształcenie dla dwóch lub jednego cyklu obciążenia wskazanych na rys. 2.40 (por. rys. 2.35), przy czym sieczny moduł sprężystości wyznacza się z zależności:

$$E = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} = \frac{\sigma_a - \sigma_b}{\varepsilon_a - \varepsilon_b}. \quad (2.37)$$

Metoda dynamiczna. W Polsce brak jest obowiązujących norm obejmujących procedurę badania modułu sprężystości na podstawie nieniszczących badań dynamicznych. Najbardziej oczywistym rozwiązaniem jest postawienie współzmiennikowego zadania odwrotnego, gdzie wyjścia z modelu matematycznego dostosowuje

się przez zmianę parametrów materiałowych do pomiarów z badań eksperymentalnych. W ramach badania betonu można skorzystać z opracowania ASTM international [N16], czyli amerykańskiej normy dotyczącej badania dynamicznych modułów sprężystości betonu. W przytoczonym opracowaniu autorzy proponują uproszczone równania pozwalające na oszacowanie modułu Younga oraz Kirchhoffa na podstawie pierwszej giętnej częstotliwości drgań swobodnych f krępej belczki żelbetowej (rys. 2.41) o wymiarach przekroju $b \times t$ i długości L :

$$E_d = 0,9464 \frac{L^3 T}{bt^3} m f^2, \quad (2.38)$$

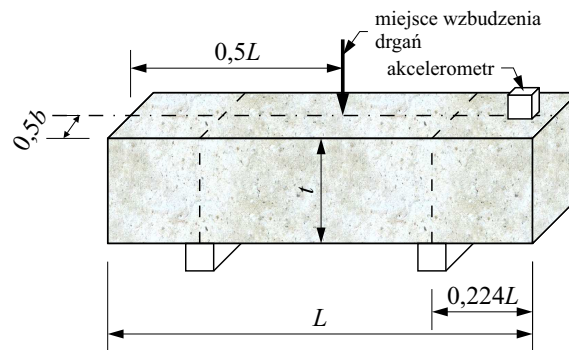
przy czym T jest współczynnikiem korekcyjnym zależnym od promienia bezwładności, długości oraz współczynnika Poissona badanego betonu:

$$T = T^0 \left[\frac{1 + (0,26\nu + 3,22\nu^2) \frac{tL}{3,464}}{1 + 0,1328 \frac{tL}{3,464}} \right]. \quad (2.39)$$

T^0 jest współczynnikiem korekcyjnym dla współczynnika Poissona $\nu = 0,17$, którego wartość można odczytać z tab. 2.3:

Tabela 2.3. Wartość współczynnika korekcyjnego T^0 dla współczynnika Poissona równego 0,17 [N16]

$\frac{tL}{3,464}$	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,10	0,12
T^0	1,00	1,01	1,03	1,07	1,13	1,20	1,28	1,38	1,48	1,60	1,73	2,03
$\frac{tL}{3,464}$	0,14	0,16	0,18	0,20	0,25	0,30						
T^0	2,36	2,73	3,14	3,58	4,78	6,07						



Rys. 2.41. Przykładowe stanowisko do pomiaru dynamicznego modułu sprężystości (na podstawie [N16])

Do wzbudzenia w środku rozpiętości belki można wykorzystać dowolne narzędzie pozwalające w bardzo krótkim czasie przekazać impulsowo energię – np. młotek.

Metodą dynamiczną jest również pomiar modułu sprężystości na podstawie **ba-dań ultradźwiękowych**. Wykorzystuje się tu np. metodę przepuszczania, w której sygnał jest nadawany z jednej strony elementu, a następnie odbierany z drugiej. Znając odległość pomiędzy nadajnikiem i odbiornikiem (gabaryty badanego elementu) oraz czas, jaki był potrzebny fali, aby ten dystans pokonać, można obliczyć

prędkość fali podłużnej c_p (która spośród wszystkich występujących jest najszybsza i nie ulega dyspersji). Następnie, wykorzystując podstawowe równanie na prędkość płaskiej fali podłużnej w ciele izotropowym [22]:

$$c_p = \sqrt{\frac{\frac{E_d \nu}{(1-2\nu)(1+\nu)} + \frac{E_d}{1+\nu}}{\rho}}, \quad (2.40)$$

można wyprowadzić równanie na dynamiczny moduł sprężystości:

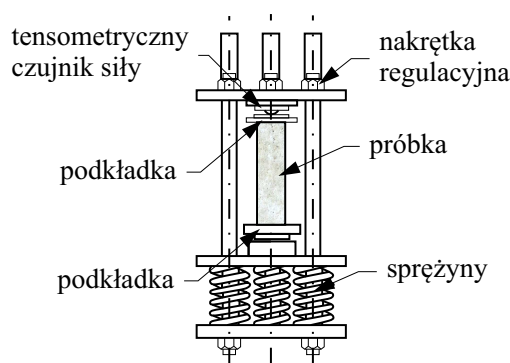
$$E_d = \rho c_p^2 \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{(1-\nu)}, \quad (2.41)$$

gdzie: ρ – gęstość betonu, ν – współczynnik Poissona.

Ostatecznie – z uwagi na dostępność betonoskopu – w ramach badań prowadzonych na potrzeby niniejszej rozprawy do wstępnego szacowania modułu sprężystości wykorzystano właśnie ultradźwiękową metodę przepuszczania, która pozwala również na pomiar bezpośrednio na elemencie w skali naturalnej.

2.2.2.3. Pełzanie

Na ogół parametry opisujące pełzanie betonu wyznacza się z badań na tzw. pełzarkach, gdzie stosuje się próbki walcowe (rys. 2.39) identyczne jak w przypadku badań wytrzymałościowych i modułu sprężystości lub dłuższe, pozwalające na dokładniejszy pomiar odkształceń. Idea pracy takiego urządzenia jest bardzo prosta i polega na przyłożeniu do próbki stałej siły przez wymagany okres czasu przy jednoczesnym pomiarze skrócenia się elementu. Przykładem rozwiązania problemu stałej siły w czasie może być zastosowanie sprężyn o dużej sztywności, a następnie ich ściśnięcie przy wykorzystaniu prętów gwintowanych i nakrętek (rys. 2.42). Stałość siły w czasie można też zapewnić poprzez przeciwwagi ewentualnie tłoki olejowe stabilizowane gazem (np. azotem).



Rys. 2.42. Przykładowy schemat konstrukcji pełzarki do próbek betonowych

Wartość współczynnika pełzania określa się z prostej zależności:

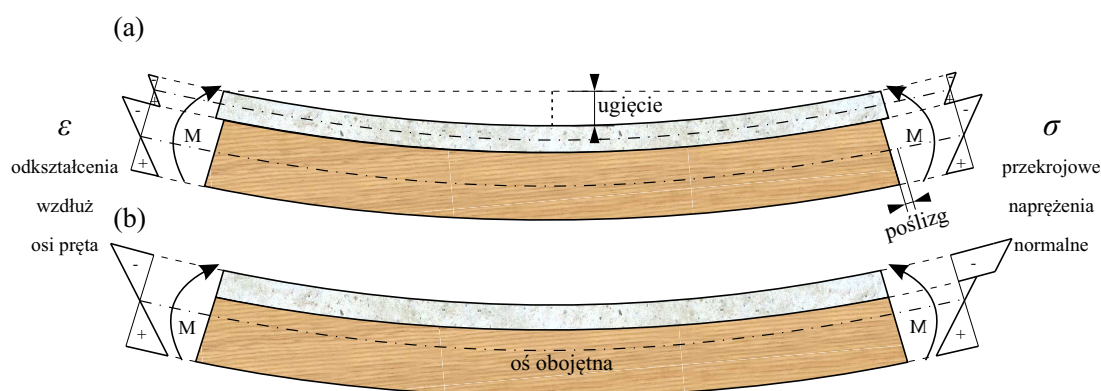
$$\varphi(t, t_0) = \varepsilon_{cc}(t, t_0) \cdot \frac{E}{\sigma}, \quad (2.42)$$

gdzie: $\varepsilon_{cc}(t, t_0)$ – odkształcenie wywołane pełzaniem betonu, będące różnicą odkształcenia całkowitego i sprężystego (natychmiastowego), σ – naprężenie, E – moduł sprężystości betonu zbadany w wieku 28 dni.

W przypadku badań normowych należy również zwrócić uwagę na stabilne warunki termiczno-wilgotnościowe, najczęściej zapewniane poprzez zaizolowanie próbki – np. folią. Wartość naprężeń, przy których prowadzi się badania, zazwyczaj zawiera się w przedziale od 0,4 do 0,8 wytrzymałości doraźnej na ściskanie.

2.3. Złącza

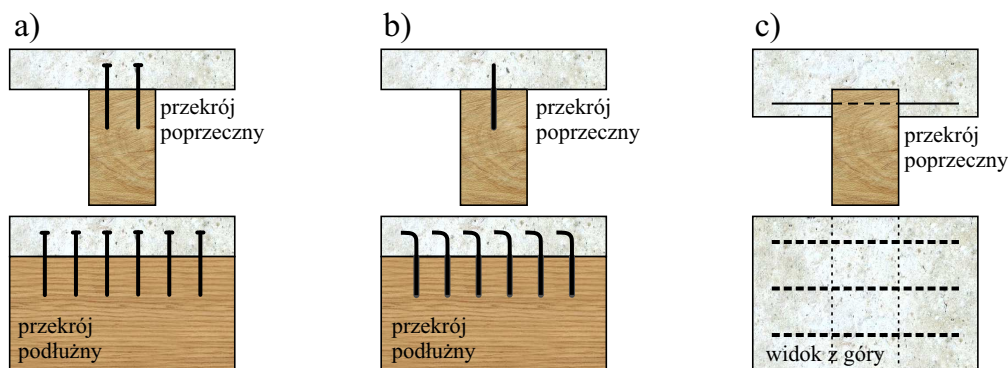
Połączenie materiałów tak różnych pod względem parametrów fizycznych i mechanicznych jak drewno i beton zawsze rodzi pewne wątpliwości, tym bardziej że brakuje unormowań pozwalających na standaryzowane projektowanie w tym zakresie. Z drugiej jednak strony otwiera to m.in. furtkę do ciekawych badań nad różnymi rodzajami łączników, których wykorzystanie podyktowane może być zarówno względami ekonomicznymi, wykonawczymi, jak i wytrzymałościowymi. Przy zespalaniu drewna z betonem (ale także stali z betonem) kluczowe jest ułożenie osi obojętnej w płaszczyźnie zespolonym (warstwowym) jak najbliżej złącza (rys. 2.43) (pogranicza obu warstw), przy czym złącze poddawane jest ścinaniu i jest to zasadnicze obciążenie, które musi przenieść styk międzywarstwowy. Z uwagi na tematykę rozprawy poniżej przedstawione zostaną różne rodzaje stosowanych połączeń w drewniano-betonowych belkach zespolonych.



Rys. 2.43. Schemat rozkładu odkształceń i naprężeń po wysokości przekroju zginanej belki zespolonej: (a) przy braku zespolenia, (b) przy pełnym zszyciu

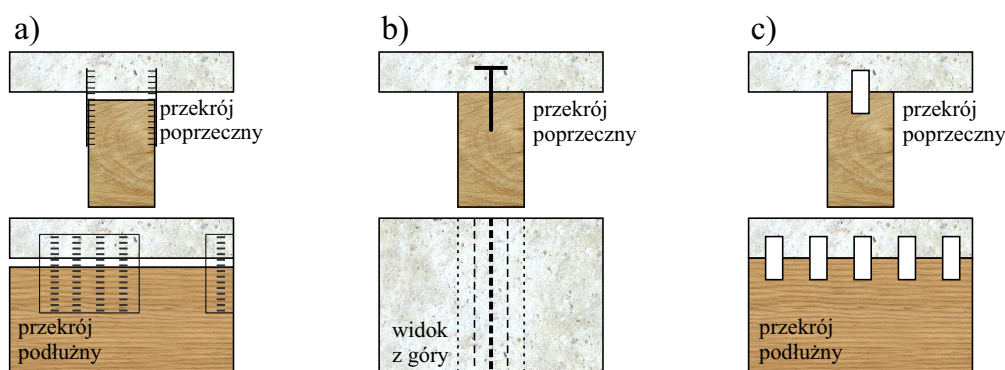
Do najbardziej znanych sposobów łączenia warstw belki można zaliczyć złącze gwoździowane lub wykonane przy użyciu wkrętów (rys. 2.44a), przy czym z powodu łatwego wykonawstwa to drugie jest w Polsce coraz chętniej stosowane. Obecnie na rynku można znaleźć wkręty do drewna, których wkręcenie bezpośrednio w element jest możliwe bez wstępnego nawiercania. Kolejnym przykładem są wklejane stalowe pręty zbrojeniowe (rys. 2.44b), przy czym ich montaż wymaga znacznie większego

nakładu pracy. Płytę betonową można również zespolić z belką drewnianą poprzez poziome stalowe pręty zbrojeniowe przechodzące przez otwory w poprzek belki (rys. 2.44c). Jednak w ostatnim przypadku wymagane jest zastosowanie grubszej warstwy betonu, przez co zwiększany jest ciężar elementu [30].



Rys. 2.44. Złącza: a) na gwoździe/wkręty, b) na wklejane stalowe haki, c) na poziome stalowe pręty

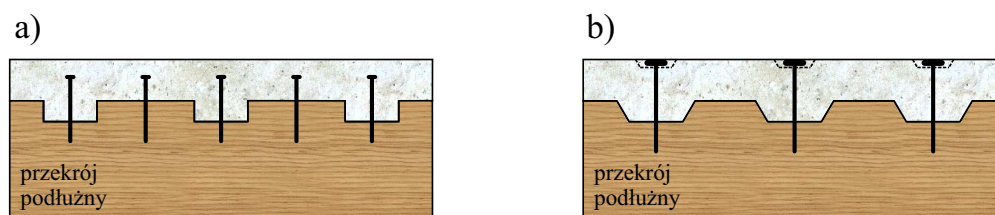
Coraz częściej w rozwiązaniach konstrukcyjnych budownictwa drewnianego spotyka się płytki kolczaste [7]. Ich montaż jest stosunkowo prosty, a nośność potwierdzona w praktyce, stąd również przy zespalaniu warstw możliwe jest ich racjonalne zastosowanie (rys. 2.45a). Można spotkać również wykorzystanie profili stalowych, np. teowników wklejanych w wydrążony rowek (rys. 2.45b) lub odcinków rur okrągłych bądź kwadratowych zaostrzonych i wbijanych od góry w belkę (rys. 2.45c). Są to rozwiązania kosztowne, ale zapewniające wysoką sztywność styku.



Rys. 2.45. Złącza: a) na płytki kolczaste, b) na stalowy profil teowy, c) na stalowe wbijane rury

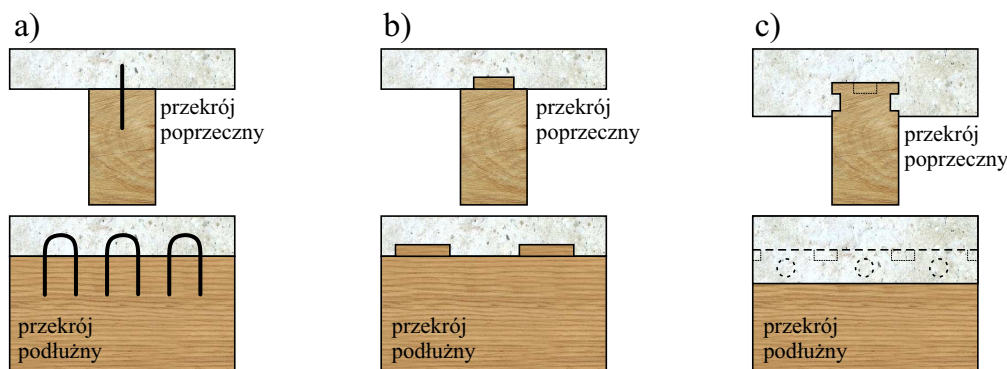
Jednymi z najsztynniejszych, a zarazem najbardziej pracochłonnych są połączenia na wręby wraz z wkrętami lub gwoźdźmi (por. rys. 1.5) [30]. Wyróżnić można w tym zakresie dwie drogi montażu łączników. W pierwszej wręby oraz wkręty lub gwoździe zalewane są mieszanką betonową, a po związaniu otrzymuje się gotowy

do eksploatacji strop (rys. 2.46a). W drugim sposobie montaż wkrętów następuje po związaniu betonu, przez co zapewnia się dodatkowo sprężenie połączenia i włączenie do współpracy sił tarcia pomiędzy drewnem a betonem (rys. 2.46b).



Rys. 2.46. Złącza: **a)** na wręby i łączniki stalowe, **b)** na wręby i łączniki stalowe montowane po związaniu betonu

Podobnym rozwiązaniem do wklejanych prętów zbrojeniowych jest ich wbijanie, w postaci prostych odcinków (podobnie jak gwoździe) lub jako wygiętych w formie litery U (rys. 2.47a). Zamiast stosować wręby, których wykonanie jest bardzo kłopotliwe, można ich układ odwrócić i na górnej powierzchni belki drewnianej zamocować sześciennie wycinki drewna przez klejenie (niezalecane) lub za pomocą cienkich wkrętów (rys. 2.47b). W celu całkowitego uniknięcia wprowadzania trzeciego materiału (stali) na styku obu warstw można zastosować wręby na bocznych i górnej płaszczyźnie belki drewnianej (rys. 2.47c).



Rys. 2.47. Złącza: **a)** na wbijane pręty stalowe w kształcie litery U, **b)** na drewniane bloki, **c)** na poziome i pionowe wręby

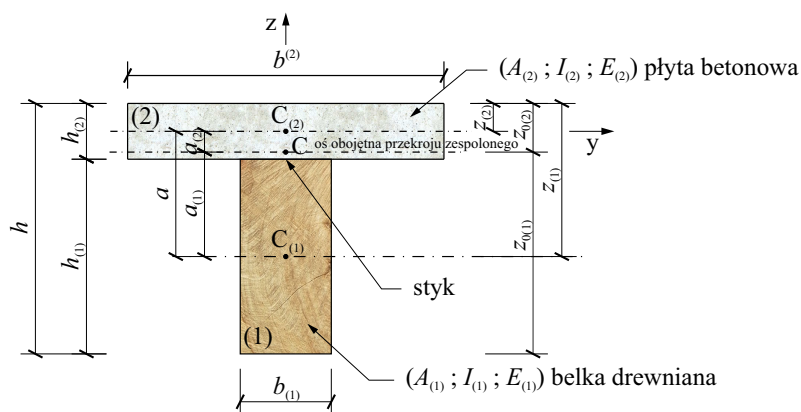
Przedstawione powyżej przykłady nie wyczerpują w całości metod stosowanych przy łączeniu drewna z betonem, natomiast obrazują mnogość możliwości. W badaniach i analizach zawartych w rozprawie wykorzystane zostały połączenia na wkręty (rys. 2.44a). Zdaniem autora rozprawy jest to obecnie rozwiązanie najtańsze, dlatego coraz częściej spotykane w praktyce (przynajmniej na terenie Polski) oraz nadające się do wzmocnienia istniejących stropów drewnianych.

Rozdział 3

Modele obliczeniowe

3.1. Metoda uproszczona

Jedną z powszechniej stosowanych w Polsce procedur obliczeniowych jest metoda opracowana przez zespół Godyckiego-Ćwirkę [48], na podstawie schematu zgodnego z rys. 3.1. Jest to metoda uproszczona, prowadząca do pominięcia wpływu zjawisk reologicznych drewna, betonu i samego styku na redystrybucję sił wewnętrznych. W przypadku takiego modelu moduł Younga betonu przyjmuje się jako średni sieczny ($E_{(2)} = E_{cm}$) natomiast drewna – w kierunku równoległym do włókien ($E_{(1)} = E_{||}$).



Rys. 3.1. Schemat przekroju belki drewniano-betonowej

3.1.1. Sztywność efektywna na zginanie i naprężenia ścinające styk międzywarstwowy

Obliczając sztywność na zginanie przekroju belki zespolonej rozpatruje się dwa przypadki – pełnego zespolenia i jego braku. Przyjmując pełne zespolenie warstw przekroju, położenie osi obojętnej można wyznaczyć na podstawie wartości momentów statycznych przekrojów warstw belki z uwzględnieniem faktu, że ich moduły Younga się różnią:

$$z_{0(2)} = \frac{A_{(1)}z_{(1)}E_{(1)} + A_{(2)}z_{(2)}E_{(2)}}{E_{(1)}A_{(1)} + E_{(2)}A_{(2)}}. \quad (3.1)$$

Z kolei wartość efektywnego momentu bezwładności całego przekroju oblicza się w zależności od przypadku:

- gdy oś obojętna znajduje się poniżej płyty betonowej:

$$I_{eff} = I_{(1)} + A_{(1)}(z_{0(2)} - z_{(1)})^2 + I_{(2)}\frac{E_{(2)}}{E_{(1)}} + A_{(2)}(z_{0(2)} - z_{(2)})^2\frac{E_{(2)}}{E_{(1)}}, \quad (3.2)$$

- gdy oś obojętna znajduje się w polu przekroju płyty betonowej:

$$I_{eff} = I_{(1)} + A_{(1)}(z_{(1)} - z_{0(2)})^2 + \frac{b_{(2)}(z_{0(2)})^3}{3}\frac{E_{(2)}}{E_{(1)}}. \quad (3.3)$$

Sztywność efektywną zespolonego przekroju dwuwarstwowego wyznaczyć można z zależności:

$$(EI)_{eff} = E_{(1)}I_{(1)} + E_{(2)}I_{(2)} + \frac{E_{(1)}A_{(1)}E_{(2)}A_{(2)}}{E_{(1)}A_{(1)} + E_{(2)}A_{(2)}}a^2. \quad (3.4)$$

Natomiast sztywność efektywna całego przekroju przy zupełnym braku zespolenia warstw będzie wynosić: $\sum EI = E_{(1)}I_{(1)} + E_{(2)}I_{(2)}$.

Wartość siły ścinającej styk można wyznaczyć ze zmodyfikowanego wzoru Żurawskiego, który opisuje rozkład naprężeń stycznych τ_{xy} po wysokości przekroju pręta poddanego zginaniu i ścinaniu:

$$\tau_{xy}(z) = \frac{V}{(EI)_{eff}b(z)} \int_{A^*(z)} E(z)z \, dA, \quad (3.5)$$

gdzie: $b(z)$ – szerokość przekroju w rzędnej z , $E_{(z)}$ – moduł Younga w rzędnej z .

W celu maksymalnego uproszczenia obliczeń autorzy algorytmu przyjmują przypadek najbardziej niekorzystnego obciążenia, zbierając wszystkie obciążenia do jednej siły skupionej w środku rozpiętości elementu, co pozwala na przybliżenie $V = \frac{M}{l/2}$. Maksymalna siła ścinająca styk przypadająca na połowę rozpiętości belki zebrana do pojedynczej siły skupionej może zostać wyrażona jako $\frac{1}{2}\tau_{xy}(z = z_{0(2)} - h_2)bl$. Stąd ostatecznie maksymalną siłę, jaką muszą przenieść łączniki na połowie rozpiętości belki, można opisać wzorem:

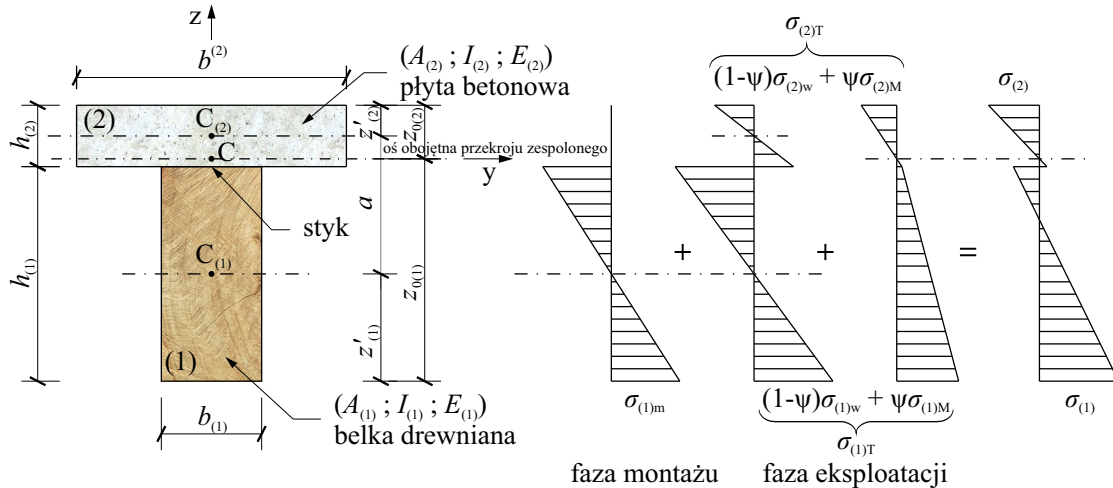
$$\frac{\tau_{xy}bl}{2} = \frac{M}{(EI)_{eff}}E_{(1)}S_{(1)}^*, \quad (3.6)$$

gdzie: $S_{(1)}^* = \int_{A_{(2)}^*} E_{(2)}z \, dA$.

Stosowanie takiego sposobu projektowania złącza bez wątpienia prowadzi do jego znacznego przewymiarowania, gdyż przyjmuje się ekstremalną sytuację obliczeniową, która w rzeczywistości najczęściej nie będzie mieć miejsca. Poza tym równanie (3.6) nie uwzględnia zjawisk związanych z reologicznym charakterem użytych materiałów.

3.1.2. Naprężenia normalne

Na ostateczną wartość naprężeń normalnych w zespolonym przekroju składają się dwie fazy: montażowa i eksploatacyjna, przy czym znaczenie pierwszej z nich można zniwelować, stosując tymczasowe podparcie konstrukcji w czasie wykonywania płyty betonowej. Uwzględniając podatność złącza, ostateczne wartości naprężeń znajdują się pomiędzy dwiema skrajnymi sytuacjami: pierwszą – mającą miejsce w sytuacji braku zespolenia, drugą – w przypadku idealnego zszycia obu warstw (rys. 3.2).



Rys. 3.2. Rozkład naprężeń dwuwarstwowej belki zespolonej

Wartości naprężeń krawędziowych belki można wyznaczyć z równania uwzględniającego w uproszczony sposób wpływ sztywności styku na rozkład naprężeń w zespolonym elemencie:

$$\sigma_{(i)T} = \sigma_{(i)w}(1 - \psi) + \sigma_{(i)M}\psi, \quad (3.7)$$

przy czym wartości naprężeń elementu warstwowego niezespolonego $\sigma_{(i)w}$ i monolitycznego w pełni zespolonego $\sigma_{(i)M}$ wyznacza się z równań:

$$\sigma_{(i)w} = \frac{Mz'_{(i)}E_{(i)}}{E_{(1)}I_{(1)} + E_{(2)}I_{(2)}}, \quad (3.8)$$

$$\sigma_{(i)z} = \frac{Mz_{0(i)}E_{(i)}}{(EI)_{eff}}, \quad (3.9)$$

natomiast wartość współczynnika ψ umożliwiającą uwzględnienie podatności złącza:

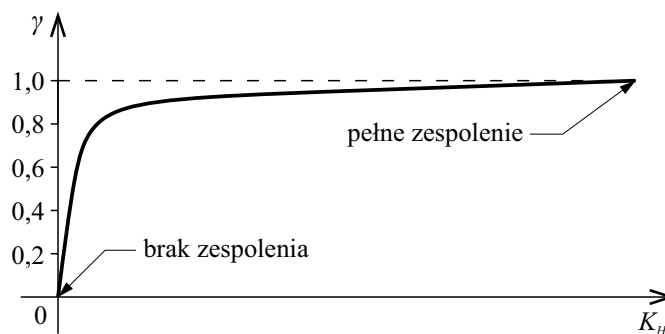
$$\psi = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2}{K_H l^2} \frac{\sum EI}{a^2} \frac{\beta}{1+\beta}}, \quad (3.10)$$

$$\text{przy czym } \beta = \frac{(EI)_{eff}}{E_{(1)}I_{(1)} + E_{(2)}I_{(2)}} - 1. \quad (3.11)$$

Wartość sztywności złącza K_H zazwyczaj przyjmuje się na podstawie badań „push-out” przeprowadzonych na próbkach odpowiadających swoimi wymiarami i ilością łączników w styku projektowanej belki.

3.2. Metoda γ

Metodę γ odróżnia od tej przedstawionej w poprzednim podpunkcie jej zgodność z obecnie funkcjonującymi normami. Co prawda nie ma normatywnie usankcjonowanego algorytmu obliczeniowego w przypadku belek drewniano-betonowych, ale posiłkując się PN-EN 1995-1-1 [N5], można w przybliżeniu określić sztywność efektywną, uwzględniającą skończoną sztywność złącza na ścinanie oraz naprężenia w warstwach przekroju. Dla przypadku elementu dwuwarstwowego, gdzie $i = 1, 2$, w równaniu (1.1) $\gamma_{(1)} = 1$, natomiast $\gamma_{(2)}$ obliczana jest zgodnie z zależnością (1.2), przy czym wartość tego współczynnika może przyjmować wartości od 0 dla całkowitego braku zespolenia do 1 przy pełnym zespoleniu (rys. 3.3).



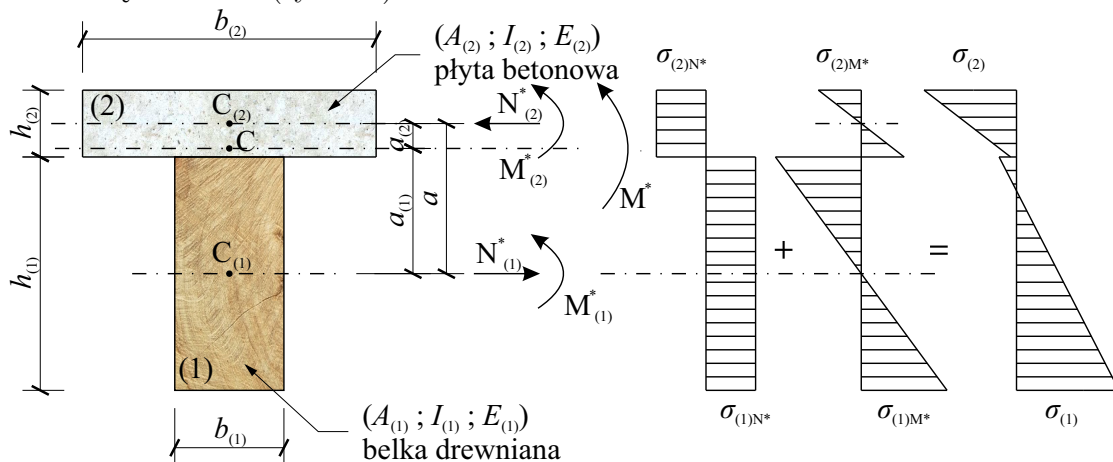
Rys. 3.3. Charakter zmienności współczynnika γ

Położenie osi obojętnej względem środka ciężkości poszczególnych warstw wyznacza się na podstawie zależności:

$$a_{(1)} = \frac{\gamma_{(2)} E_{(2)} A_{(2)} a}{E_{(1)} A_{(1)} + \gamma_{(2)} E_{(2)} A_{(2)}}, \quad (3.12)$$

$$a_{(2)} = \frac{E_{(1)} A_{(1)} a}{E_{(1)} A_{(1)} + \gamma_{(2)} E_{(2)} A_{(2)}}. \quad (3.13)$$

Naprężenia normalne występujące w przekroju dzielimy na te wywołane działaniem wewnętrznych sił normalnych oraz momentów zginających przypadających na każdą z warstw (rys. 3.4):



Rys. 3.4. Rozkład naprężeń normalnych w przekroju dwuwarstwowej belki zespolonej wg metody γ

$$\sigma_{(i)N^*}(x) = \frac{\gamma_{(i)}E_{(i)}a_{(i)}M^*(x)}{(EI)_{eff}}, \quad (3.14)$$

$$\sigma_{(i)M^*}(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{E_{(i)}a_{(i)}M^*(x)}{(EI)_{eff}}. \quad (3.15)$$

Powyższe równania pozwalają ponadto na proste obliczenie wartości sił wewnętrznych przypadających osobno na każdą z warstw:

$$N_{(i)}^* = \int_{A_{(i)}} \sigma_{(i)N^*} dA, \quad (3.16)$$

$$M_{(i)}^* = \int_{A_{(i)}} \sigma_{(i)M^*} z dA. \quad (3.17)$$

Ponownie korzystając z modyfikacji wzoru Żurawskiego, wyznacza się wartość siły ścinającej styk:

$$F^* = \frac{\gamma_{(2)}E_{(2)}A_{(2)}a_{(2)}s}{(EI)_{eff}} V^*, \quad (3.18)$$

gdzie: s – odległość pomiędzy łącznikami, V^* – siła tnąca w przekroju.

Efekty obciążenia długotrwałego można obliczyć, wykorzystując efektywne moduły sprężystości warstw i styku w danej chwili.

$$E_{(1)eff} = \frac{E_{(1)}}{1 + \varphi_{(1)}(t, t_0)}, \quad (3.19)$$

$$E_{(2)eff} = \frac{E_{(2)}}{1 + \varphi_{(2)}(t - t_0)}, \quad (3.20)$$

$$K_{(H)eff} = \frac{K_H}{1 + \varphi_H(t - t_0)}. \quad (3.21)$$

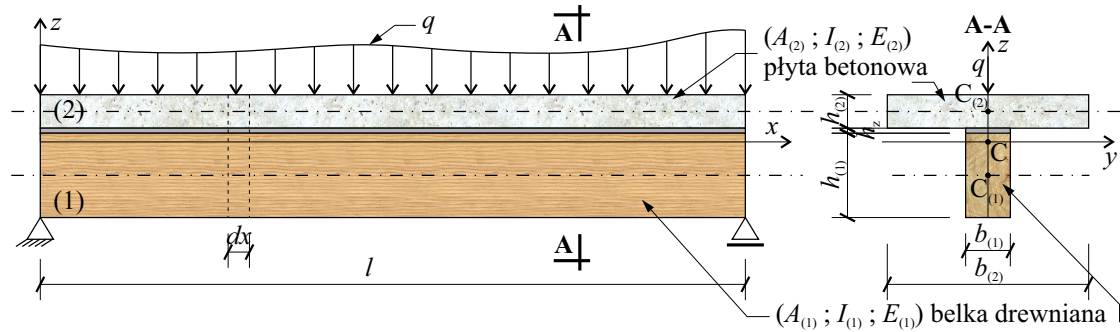
3.3. Modele dwuwarstwowej belki zespolonej

Kompleksowe spojrzenie na zachowanie zespolonych konstrukcji drewniano-betonowych wymusza uwzględnienie funkcji opisujących poszukiwane wartości przemieszczeń osi warstw zarówno w kierunku poziomym, jak i pionowym. Przedstawiona w p. 3.1 i 3.2 metodyka prowadzenia obliczeń ostatecznie pozwala na oszacowanie z przemieszczeń układu jedynie ugięć konstrukcji belkowej.

Punktem wyjścia do sformułowania autorskiego opisu zagadnienia będzie przedstawienie w p. 3.3.1 i 3.3.2 znanych modeli uwzględniających odpowiednio: skończoną sztywność na ścinanie (zjawisko poślizgu) [75, 97, 131] i skończoną sztywność styku zarówno na ścinanie, jak i przenoszenie obciążeń w kierunku prostopadłym do płaszczyzny styku (poślizg i rozrywanie styku) [73, 105] w przypadku liniowo-sprężystej belki dwuwarstwowej.

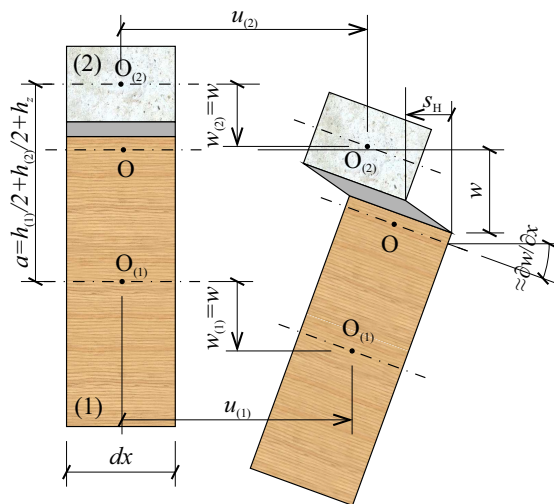
3.3.1. Liniowo-sprężysty model dwuwarstwowej belki uwzględniający zjawisko poślizgu warstw

Podstawowe założenia sprowadzają problem do poszukiwania trzech funkcji przemieszczeń, $u_{(1)}$, $u_{(2)}$ i w (rys. 3.5).



Rys. 3.5. Widok z boku i przekrój zespolonej belki drewniano-betonowej

Od strony **geometrycznej**, przy zachowaniu hipotezy płaskich przekrojów oraz występowaniu małych ugięć i odkształceń, poszukiwane przemieszczenia belki można zobrazować rys. 3.6. W omawianym przypadku wartości ugięć osi obu warstw traktuje się jako identyczne $w_{(1)} = w_{(2)} = w$. W konsekwencji podobnego stwierdzenia możemy użyć w odniesieniu do kątów obrotów $\frac{\partial w_{(1)}}{\partial x} = \frac{\partial w_{(2)}}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial x}$ i krzywizn $\frac{\partial^2 w_{(1)}}{\partial x^2} = \kappa_{(1)} = \frac{\partial^2 w_{(2)}}{\partial x^2} = \kappa_{(2)} = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \kappa$.



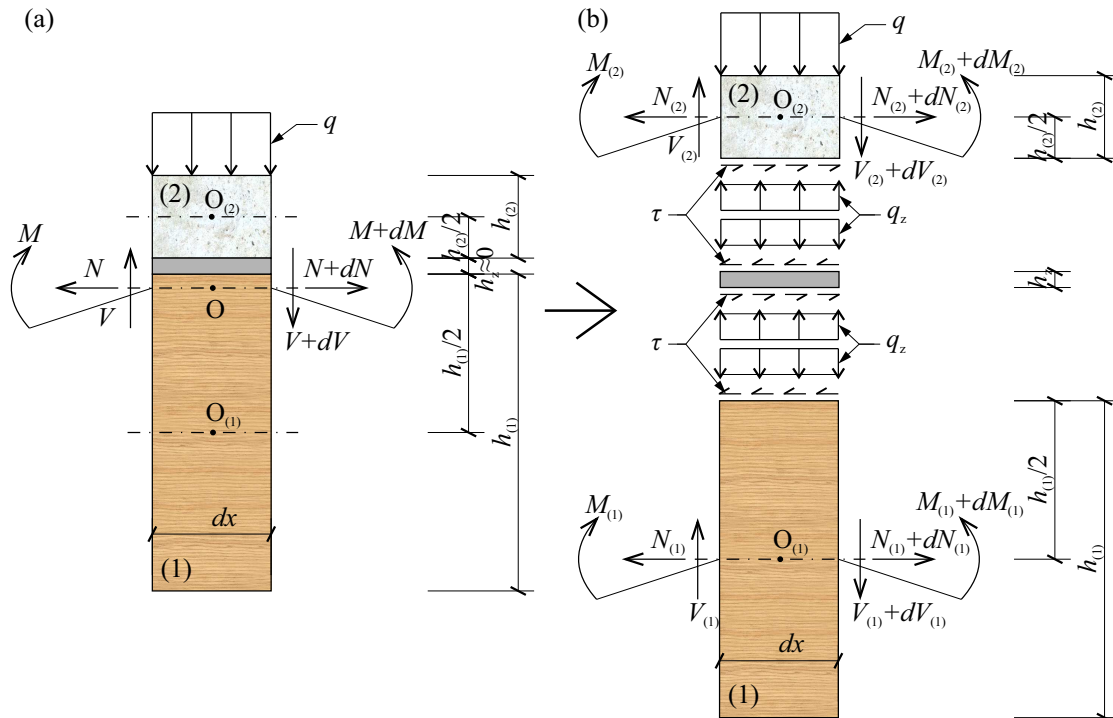
Rys. 3.6. Przesunięcia warstw w belce drewniano-betonowej z poślizgiem (złącze sprężyste)

Na podstawie rys. 3.6 można również opisać poślizg względny obu warstw S_H w ich styku jako różnicę przemieszczeń poziomych oraz drogi przebytej przez punkty krawędzi stykowej warstw w wyniku ich obrotu:

$$S_H = - \left(u_{(1)} - u_{(2)} - a \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right). \quad (3.22)$$

Odształcenia liniowe warstw wzdłuż osi przy zachowaniu hipotezy płaskich przekrojów można obliczyć z zależności:

$$\varepsilon_{(i)} = \kappa z + \varepsilon_{0(i)}. \quad (3.23)$$



Rys. 3.7. Wycinek różniczkowy belki zespolonej z zaznaczeniem działających na nią obciążeń i sił wewnętrznych

W ujęciu liniowo-sprężystym wyprowadzić można następujące **równania fizyczne**, w tym równanie opisujące wartość obciążenia ścinającego styku jako rozłożonego po długości belki i zebranego z szerokości styku (przy uwzględnieniu równania (3.22)):

$$\sigma_{(i)} = E_{(i)}\varepsilon_{(i)}, \quad (3.24)$$

$$\tau = -K_H S_H = K_H \left(u_{(1)} - u_{(2)} - a \frac{\partial w}{\partial x} \right). \quad (3.25)$$

Na wycinek różniczkowy dx , widoczny na rys. 3.5, działają przekrojowe siły wewnętrzne i odpowiadające im przyrosty (rys 3.7). Co więcej, element możemy rozbić na części składowe wraz z siłami przypadającymi na przekrój każdej z warstw, co pozwala na wypisanie równań równowagi elementarnego wycinka belki.

Równania równowagi rzutów sił oraz sumy momentów dla każdej z warstw z uwzględnieniem zależności (3.25) pozwalają na uzyskanie następujących relacji:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_{(1)}}{\partial x} &= \tau = K_H \left(u_{(1)} - u_{(2)} - a \frac{\partial w}{\partial x} \right), \\ \frac{\partial N_{(2)}}{\partial x} &= -\tau = -K_H \left(u_{(1)} - u_{(2)} - a \frac{\partial w}{\partial x} \right), \end{aligned} \quad (3.26)$$

$$\frac{\partial V_{(1)}}{\partial x} = -q_z, \quad \frac{\partial V_{(2)}}{\partial x} = -q + q_z, \quad (3.27)$$

$$\frac{\partial M_{(i)}}{\partial x} = V_{(i)} - \tau \frac{h_{(i)}}{2} = V_{(i)} - K_H \left(u_{(1)} - u_{(2)} - a \frac{\partial w}{\partial x} \right) \frac{h_{(i)}}{2}. \quad (3.28)$$

Z warunków równowagi wycinków poszczególnych warstw, równań fizycznych i geometrycznych oraz związków pomiędzy siłami przekrojowymi a naprężeniami wynikają równania:

$$\begin{aligned} N_{(i)} &= \int_{A_{(i)}} \sigma_{(i)} dA = \int_{A_{(i)}} E_{(i)} \varepsilon_{(i)} dA = E_{(i)} \int_{A_{(i)}} (\kappa z + \varepsilon_{0(i)}) dA \\ &= E_{(i)} \int_{-\frac{h_{(i)}}{2}}^{\frac{h_{(i)}}{2}} (\kappa z + \varepsilon_{0(i)}) b_{(i)} dz = E_{(i)} A_{(i)} \varepsilon_{0(i)} = E_{(i)} A_{(i)} \frac{\partial u_{(i)}}{\partial x}, \end{aligned} \quad (3.29)$$

$$\begin{aligned} M_{(i)} &= \int_{A_{(i)}} \sigma_{(i)} z dA = \int_{A_{(i)}} E_{(i)} \varepsilon_{(i)} z dA = E_{(i)} \int_{A_{(i)}} (\kappa z^2 + \varepsilon_{0(i)} z) dA \\ &= E_{(i)} \int_{-\frac{h_{(i)}}{2}}^{\frac{h_{(i)}}{2}} (\kappa z^2 + \varepsilon_{0(i)} z) b_{(i)} dz = E_{(i)} I_{(i)} \kappa = E_{(i)} I_{(i)} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}. \end{aligned} \quad (3.30)$$

Założenie o identycznej krzywiznie obu warstw pozwala sumę relacji (3.28), określających momenty zginające w obu warstwach, przekształcić w:

$$M_{(1)} + M_{(2)} = (E_{(1)} I_{(1)} + E_{(2)} I_{(2)}) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}. \quad (3.31)$$

Przy wykorzystaniu zależności (3.25), (3.27) i (3.28) równanie (3.31) może przyjąć postać:

$$\begin{aligned} V_{(1)} - \tau \frac{h_{(1)}}{2} + V_{(2)} - \tau \frac{h_{(2)}}{2} &= (E_{(1)} I_{(1)} + E_{(2)} I_{(2)}) \frac{\partial^3 w}{\partial x^3}, \\ -q_z - \frac{\partial \tau}{\partial x} a - q + q_z &= (E_{(1)} I_{(1)} + E_{(2)} I_{(2)}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^4}, \\ -K_H \left(\frac{\partial u_{(1)}}{\partial x} a - \frac{\partial u_{(2)}}{\partial x} a - a^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) - q &= (E_{(1)} I_{(1)} + E_{(2)} I_{(2)}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^4}, \\ -q &= (E_{(1)} I_{(1)} + E_{(2)} I_{(2)}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \\ &+ K_H \frac{\partial u_{(1)}}{\partial x} a - K_H \frac{\partial u_{(2)}}{\partial x} a - K_H a^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}. \end{aligned} \quad (3.32)$$

Dalej, po uwzględnieniu zależności (3.29) rozpisanej w przypadku każdej z warstw z warunkami równowagi (3.26) i przekształceniu równania (3.32), wyprowadzić można ostatecznie układ trzech równań różniczkowych, w którym poszukiwanymi funkcjami są $u_{(1)}$, $u_{(2)}$ i w :

$$\begin{cases} (E_{(1)} I_{(1)} + E_{(2)} I_{(2)}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - K_H a^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + K_H a \frac{\partial u_{(1)}}{\partial x} - K_H a \frac{\partial u_{(2)}}{\partial x} = -q \\ K_H a \frac{\partial w}{\partial x} + E_{(1)} A_{(1)} \frac{\partial^2 u_{(1)}}{\partial x^2} - K_H u_{(1)} + K_H u_{(2)} = 0 \\ -K_H a \frac{\partial w}{\partial x} + K_H u_{(1)} + E_{(2)} A_{(2)} \frac{\partial^2 u_{(2)}}{\partial x^2} - K_H u_{(2)} = 0 \end{cases} \quad (3.33)$$

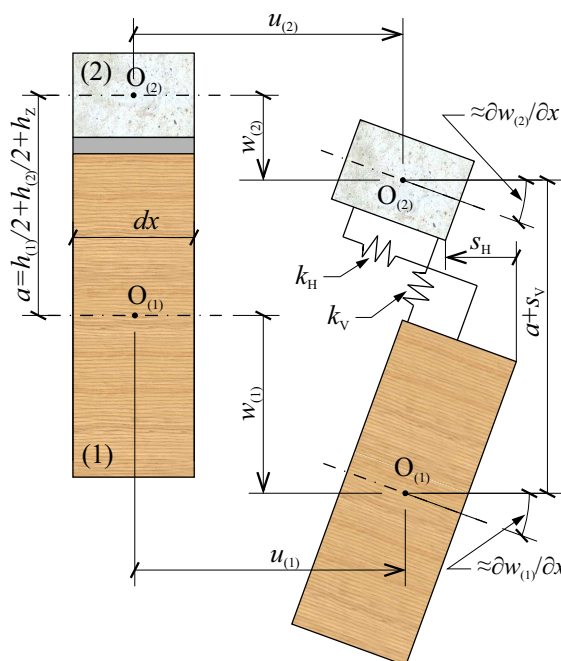
Do rozwiązania powyższego układu równań (3.33) można wykorzystać np. metodę różnic skończonych (MRS) lub metodę elementów skończonych (MES). Warunki brzegowe dla belki wolnopodpartej o długości l , widocznej na rys. 3.5, będą w tym przypadku następujące:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_{(1)}}{\partial x}(x=0) = \frac{\partial u_{(1)}}{\partial x}(x=l) = \frac{\partial u_{(2)}}{\partial x}(x=0) = \frac{\partial u_{(2)}}{\partial x}(x=l) = 0, \\ w(x=0) = w(x=l) = 0, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(x=0) = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(x=l) = 0. \end{aligned} \quad (3.34)$$

3.3.2. Liniowo-sprężysty model dwuwarstwowej belki uwzględniający zjawisko poślizgu i rozrywania warstw

Nieuwzględnienie sztywności pionowej w styku warstw belki na potrzeby projektowania inżynierskiego nie doprowadza do znacznych zmian w zakresie oceny nośności [73]. Sytuacja wygląda inaczej w przypadku prowadzenia dokładniejszych badań laboratoryjnych, gdzie pomiar krzywizn osi poszczególnych warstw (patrz rozdział 4) ewidentnie uwidacznia różnice pomiędzy ugięciem $w_{(1)}$ i $w_{(2)}$. W niniejszym podpunkcie rozważania przedstawione w p. 3.3.1 zostaną uogólnione na przypadek, gdy $w_{(1)} \neq w_{(2)}$.

Rozważając różniczkowy fragment belki zespolonej z rys. 3.5, przy założeniu skończonej sztywności styku w kierunku pionowym, można przedstawić następującą geometrię zagadnienia (rys. 3.8):



Rys. 3.8. Przemieszczenia warstw w belce drewniano-betonowej z poślizgiem i rozrywaniem (złącze sprężyste)

Od strony **geometrycznej** równanie (3.23) pozostaje bez zmian, natomiast opis poślizgu z (3.22) zgodnie z rys. 3.8 przyjmuje postać:

$$S_H = - \left(u_{(1)} - u_{(2)} - \frac{\partial w_{(1)}}{\partial x} \frac{h_{(1)} + h_z}{2} - \frac{\partial w_{(2)}}{\partial x} \frac{h_{(2)} + h_z}{2} \right), \quad (3.35)$$

przy tym dodatkowego opisu wymaga zmiana odległości pomiędzy warstwami w kierunku pionowym:

$$S_V = w_{(2)} - w_{(1)}. \quad (3.36)$$

W **równaniach fizycznych** relacje na naprężenia (3.24) nie ulegają zmianie. Z kolei wartości obciążeń przypadających na styk w kierunku poziomym muszą zostać poddane korekcie wynikającej ze zmiany opisu poślizgu (3.35) oraz należy wprowadzić wyrażenie na obciążenie styku w kierunku pionowym:

$$\tau = -K_H S_H = K_H \left(u_{(1)} - u_{(2)} - \frac{\partial w_{(1)}}{\partial x} \frac{h_{(1)} + h_z}{2} - \frac{\partial w_{(2)}}{\partial x} \frac{h_{(2)} + h_z}{2} \right), \quad (3.37)$$

$$q_z = -K_V S_V = -K_V (w_{(2)} - w_{(1)}). \quad (3.38)$$

Budowanie układu równań różniczkowych zagadnienia na podstawie (3.26–3.30) i (3.35–3.38) będzie w tym przypadku następujące:

- Równanie (3.30) na $M_{(1)}$ z uwzględnieniem (3.27) i (3.28):

$$\begin{aligned} M_{(1)} &= E_{(1)} I_{(1)} \kappa_{(1)} = E_{(1)} I_{(1)} \frac{\partial^2 w_{(1)}}{\partial x^2}, \\ \frac{\partial M_{(1)}}{\partial x} &= E_{(1)} I_{(1)} \frac{\partial^3 w_{(1)}}{\partial x^3} = V_{(1)} - \tau \frac{h_{(1)}}{2}, \\ E_{(1)} I_{(1)} \frac{\partial^4 w_{(1)}}{\partial x^4} - \frac{\partial V_{(1)}}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial x} \frac{h_{(1)}}{2} &= 0, \\ E_{(1)} I_{(1)} \frac{\partial^4 w_{(1)}}{\partial x^4} + q_z + \frac{\partial \tau}{\partial x} \frac{h_{(1)}}{2} &= 0, \\ E_{(1)} I_{(1)} \frac{\partial^4 w_{(1)}}{\partial x^4} - K_V w_{(2)} + K_V w_{(1)} + K_H \frac{\partial u_{(1)}}{\partial x} \frac{h_{(1)}}{2} + \\ &- K_H \frac{\partial u_{(2)}}{\partial x} \frac{h_{(1)}}{2} - K_H \frac{\partial^2 w_{(1)}}{\partial x^2} \frac{h_{(1)} + h_z}{2} \frac{h_{(1)}}{2} + \\ &- K_H \frac{\partial^2 w_{(2)}}{\partial x^2} \frac{h_{(2)} + h_z}{2} \frac{h_{(1)}}{2} = 0. \end{aligned} \quad (3.39)$$

- Równanie (3.30) na $M_{(2)}$ z uwzględnieniem (3.27) i (3.28):

$$\begin{aligned}
M_{(2)} &= E_{(2)}I_{(2)}\kappa_{(2)} = E_{(2)}I_{(2)}\frac{\partial^2 w_{(2)}}{\partial x^2}, \\
\frac{\partial M_{(2)}}{\partial x} &= E_{(2)}I_{(2)}\frac{\partial^3 w_{(2)}}{\partial x^3} = V_{(2)} - \tau\frac{h_{(2)}}{2}, \\
E_{(2)}I_{(2)}\frac{\partial^4 w_{(2)}}{\partial x^4} - \frac{\partial V_{(2)}}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial x}\frac{h_{(2)}}{2} &= 0, \\
E_{(2)}I_{(2)}\frac{\partial^4 w_{(2)}}{\partial x^4} - q_z + q + \frac{\partial \tau}{\partial x}\frac{h_{(1)}}{2} &= 0, \\
E_{(2)}I_{(2)}\frac{\partial^4 w_{(2)}}{\partial x^4} + K_V w_{(2)} - K_V w_{(1)} + K_H\frac{\partial u_{(1)}}{\partial x}\frac{h_{(2)}}{2} + \\
&\quad - K_H\frac{\partial u_{(2)}}{\partial x}\frac{h_{(2)}}{2} - K_H\frac{\partial^2 w_{(1)}}{\partial x^2}\frac{h_{(1)}}{2} + h_z\frac{h_{(2)}}{2} + \\
&\quad - K_H\frac{\partial^2 w_{(2)}}{\partial x^2}\frac{h_{(2)}}{2} + h_z\frac{h_{(2)}}{2} = -q.
\end{aligned} \tag{3.40}$$

- Równanie (3.29) na $N_{(1)}$ z uwzględnieniem (3.26):

$$\begin{aligned}
N_{(1)} &= E_{(1)}A_{(1)}\frac{\partial u_{(1)}}{\partial x}, \\
\frac{\partial N_{(1)}}{\partial x} &= E_{(1)}A_{(1)}\frac{\partial^2 u_{(1)}}{\partial x^2} = \tau, \\
E_{(1)}A_{(1)}\frac{\partial^2 u_{(1)}}{\partial x^2} - K_H u_{(1)} + K_H u_{(2)} + K_H\frac{\partial w_{(1)}}{\partial x}\frac{h_{(1)}}{2} + h_z + \\
&\quad + K_H\frac{\partial w_{(2)}}{\partial x}\frac{h_{(2)}}{2} + h_z = 0.
\end{aligned} \tag{3.41}$$

- Równanie (3.29) na $N_{(2)}$ z uwzględnieniem (3.26):

$$\begin{aligned}
N_{(2)} &= E_{(2)}A_{(2)}\frac{\partial u_{(2)}}{\partial x}, \\
\frac{\partial N_{(2)}}{\partial x} &= E_{(2)}A_{(2)}\frac{\partial^2 u_{(2)}}{\partial x^2} = -\tau, \\
E_{(2)}A_{(2)}\frac{\partial^2 u_{(2)}}{\partial x^2} + K_H u_{(1)} - K_H u_{(2)} - K_H\frac{\partial w_{(1)}}{\partial x}\frac{h_{(1)}}{2} + h_z - \\
&\quad - K_H\frac{\partial w_{(2)}}{\partial x}\frac{h_{(2)}}{2} + h_z = 0.
\end{aligned} \tag{3.42}$$

Równania (3.39–3.42) można przepisać jako układ czterech równań różniczkowych względem funkcji $w_{(1)}$, $w_{(2)}$, $u_{(1)}$ i $w_{(2)}$:

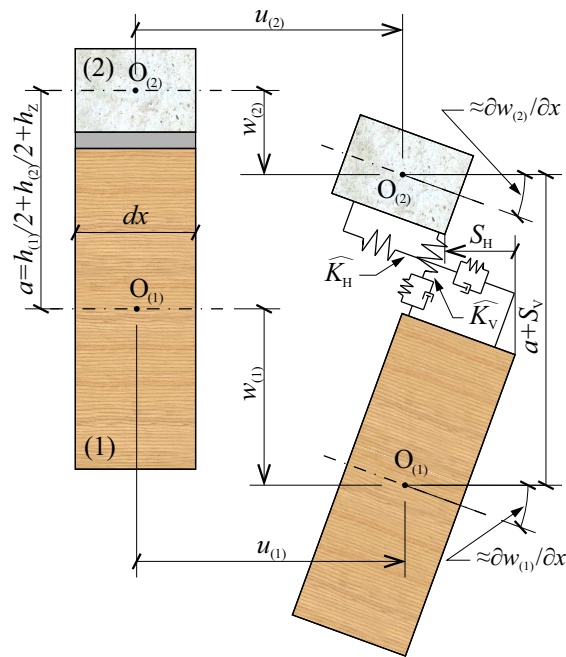
$$\left\{ \begin{array}{l} E_{(1)}I_{(1)} \frac{\partial^4 w_{(1)}}{\partial x^4} - K_H \frac{\partial^2 w_{(1)}}{\partial x^2} \frac{h_{(1)} + h_z}{2} \frac{h_{(2)}}{2} + K_V w_{(1)} - K_H \frac{\partial^2 w_{(2)}}{\partial x^2} \frac{h_{(2)} + h_z}{2} \frac{h_{(1)}}{2} + \\ \quad - K_V w_{(2)} + K_H \frac{\partial u_{(1)}}{\partial x} \frac{h_{(1)}}{2} - K_H \frac{\partial u_{(2)}}{\partial x} \frac{h_{(1)}}{2} = 0 \\ - K_H \frac{\partial^2 w_{(1)}}{\partial x^2} \frac{h_{(1)} + h_z}{2} \frac{h_{(2)}}{2} - K_V w_{(1)} + E_{(2)}I_{(2)} \frac{\partial^4 w_{(2)}}{\partial x^4} - K_H \frac{\partial^2 w_{(2)}}{\partial x^2} \frac{h_{(2)} + h_z}{2} \frac{h_{(2)}}{2} + \\ \quad + K_V w_{(2)} + K_H \frac{\partial u_{(1)}}{\partial x} \frac{h_{(2)}}{2} - K_H \frac{\partial u_{(2)}}{\partial x} \frac{h_{(2)}}{2} = -q \\ K_H \frac{\partial w_{(1)}}{\partial x} \frac{h_{(1)} + h_z}{2} + K_H \frac{\partial w_{(2)}}{\partial x} \frac{h_{(2)} + h_z}{2} + E_{(1)}A_{(1)} \frac{\partial^2 u_{(1)}}{\partial x^2} - K_H u_{(1)} + \\ \quad + K_H u_{(2)} = 0 \\ - K_H \frac{\partial w_{(1)}}{\partial x} \frac{h_{(1)} + h_z}{2} - K_H \frac{\partial w_{(2)}}{\partial x} \frac{h_{(2)} + h_z}{2} + K_H u_{(1)} + E_{(2)}A_{(2)} \frac{\partial^2 u_{(2)}}{\partial x^2} + \\ \quad - K_H u_{(2)} = 0 \end{array} \right. \quad (3.43)$$

Warunki brzegowe dla belki wolnopodpartej jak na rys. 3.5 przyjmują w tym przypadku postać:

$$\begin{aligned} w_{(1)}(x=0) = w_{(1)}(x=l) = 0, \quad V_{(2)}(x=0) = V_{(2)}(x=l) = 0, \\ \frac{\partial u_{(1)}}{\partial x}(x=0) = \frac{\partial u_{(1)}}{\partial x}(x=l) = \frac{\partial u_{(2)}}{\partial x}(x=0) = \frac{\partial u_{(2)}}{\partial x}(x=l) = 0, \\ \frac{\partial^2 w_{(1)}}{\partial x^2}(x=0) = \frac{\partial^2 w_{(1)}}{\partial x^2}(x=l) = \frac{\partial^2 w_{(2)}}{\partial x^2}(x=0) = \frac{\partial^2 w_{(2)}}{\partial x^2}(x=l) = 0. \end{aligned} \quad (3.44)$$

3.3.3. Liniowo lepkosprężysty model belki uwzględniający zjawisko poślizgu i rozrywania warstw

Przedstawiony w tym podpunkcie model stanowi własne uogólnienie podejścia prezentowanego w p. 3.3.2 na przypadek belki o właściwościach reologicznych. Przy czym przyjmuje się możliwie najprostszy przypadek opisu materiału, w tym liniowej lepkosprężystości. Zagadnienie stanie się więc zależne od czasu, ale z uwagi na powolny przebieg realnie spotykanych procesów pełzania w układach belkowych w budownictwie nie wymaga uwzględnienia sił bezwładności w równaniach równowagi.



Rys. 3.9. Przemieszczenia belki i sztywność złącza uwzględnione w modelu belki lepkosprężystej

Równania fizyczne przyjmują w tym przypadku postać:

$$\sigma_{(1)} = \widehat{E}_{(1)} * d\varepsilon_{(1)}, \quad (3.45)$$

$$\sigma_{(2)} = \widehat{E}_{(2)} * d\varepsilon_{(2)}, \quad (3.46)$$

$$q_z = -\widehat{K}_V * dS_V, \quad (3.47)$$

$$\tau = -\widehat{K}_H * dS_H, \quad (3.48)$$

gdzie: * – symbol mnożenia splotowego (splot funkcji) oznaczające działanie $f_1(t) * df_2(t) = \int_0^t f_1(t - \tau) f_2 d\tau$ dla funkcji f_1 i f_2 przyjmujących wartości zero- we dla $t \leq 0$.

Funkcje relaksacji w modelu standardowym można wyrazić zależnościami:

$$\widehat{E}_{(1)} = \frac{E_{(1)}}{1 + \varphi_{(1)}} \left(1 + \varphi_{(1)} e^{-\gamma_{(1)}(1 + \varphi_{(1)})t} \right), \quad (3.49)$$

$$\widehat{E}_{(2)} = \frac{E_{(2)}}{1 + \varphi_{(2)}} \left(1 + \varphi_{(2)} e^{-\gamma_{(2)}(1 + \varphi_{(2)})t} \right), \quad (3.50)$$

$$\widehat{K}_V = \frac{K_V}{1 + \varphi_V} \left(1 + \varphi_V e^{-\gamma_V(1 + \varphi_V)t} \right), \quad (3.51)$$

$$\widehat{K}_H = \frac{K_H}{1 + \varphi_H} \left(1 + \varphi_H e^{-\gamma_H(1 + \varphi_H)t} \right). \quad (3.52)$$

Związki między siłami przekrojowymi i naprężeniami są wówczas następujące:

$$N_{(i)} = \int_{A_{(i)}} \sigma_{(i)} dA = E_{(i)} A_{(i)} * d \frac{\partial u_{(i)}}{\partial x}, \quad (3.53)$$

$$M_{(i)} = - \int_{A_{(i)}} \sigma_{(i)} z_{(i)} dA = E_{(i)} I_{(i)} * d \frac{\partial^2 u_{(i)}}{\partial x^2}. \quad (3.54)$$

Układ równań różniczkowych cząstkowych względem funkcji przemieszczeń przy wykorzystaniu analogicznych przekształceń jak w p. 3.3.2 przyjmuje ostatecznie formę:

$$\left\{ \begin{array}{l} \widehat{E}_{(1)} I_{(1)} * d \frac{\partial^4 w_{(1)}}{\partial x^4} - \widehat{K}_H * d \frac{\partial^2 w_{(1)}}{\partial x^2} \frac{h_{(1)} + h_z}{2} \frac{h_{(2)}}{2} + \widehat{K}_V * dw_{(1)} + \\ \quad - \widehat{K}_H * d \frac{\partial^2 w_{(2)}}{\partial x^2} \frac{h_{(2)} + h_z}{2} \frac{h_{(1)}}{2} - \widehat{K}_V * dw_{(2)} + \\ \quad + \widehat{K}_H * d \frac{\partial u_{(1)}}{\partial x} \frac{h_{(1)}}{2} - \widehat{K}_H * d \frac{\partial u_{(2)}}{\partial x} \frac{h_{(1)}}{2} = 0 \\ - \widehat{K}_H * d \frac{\partial^2 w_{(1)}}{\partial x^2} \frac{h_{(1)} + h_z}{2} \frac{h_{(2)}}{2} - \widehat{K}_V * dw_{(1)} + \widehat{E}_{(2)} I_{(2)} * d \frac{\partial^4 w_{(2)}}{\partial x^4} + \\ \quad - \widehat{K}_H * d \frac{\partial^2 w_{(2)}}{\partial x^2} \frac{h_{(2)} + h_z}{2} \frac{h_{(2)}}{2} + \widehat{K}_V * dw_{(2)} + \\ \quad + \widehat{K}_H * d \frac{\partial u_{(1)}}{\partial x} \frac{h_{(2)}}{2} - \widehat{K}_H * d \frac{\partial u_{(2)}}{\partial x} \frac{h_{(2)}}{2} = -q \\ \widehat{K}_H * d \frac{\partial u_{(1)}}{\partial x} \frac{h_{(1)} + h_z}{2} + \widehat{K}_H * d \frac{\partial u_{(2)}}{\partial x} \frac{h_{(2)} + h_z}{2} + \\ \quad + \widehat{E}_{(1)} A_{(1)} * d \frac{\partial^2 w_{(1)}}{\partial x^2} - \widehat{K}_H * du_{(1)} + \widehat{K}_H * du_{(2)} = 0 \\ - \widehat{K}_H * d \frac{\partial u_{(1)}}{\partial x} \frac{h_{(1)} + h_z}{2} - \widehat{K}_H * d \frac{\partial u_{(2)}}{\partial x} \frac{h_{(2)} + h_z}{2} + \\ \quad + \widehat{K}_H * du_{(1)} + \widehat{E}_{(2)} A_{(2)} * d \frac{\partial^2 w_{(2)}}{\partial x^2} - \widehat{K}_H * du_{(2)} = 0 \end{array} \right. \quad (3.55)$$

Warunki początkowo-brzegowe w przypadku belki swobodnie podpartej jak na rys. 3.5 będą tożsame z (3.44), tj.:

$$\begin{aligned} w_{(1)}(x=0, t) = w_{(1)}(x=l, t) = 0, \quad V_{(2)}(x=0, t) = V_{(2)}(x=l, t) = 0, \\ \frac{\partial u_{(1)}}{\partial x}(x=0, t) = \frac{\partial u_{(1)}}{\partial x}(x=l, t) = \frac{\partial u_{(2)}}{\partial x}(x=0, t) = \frac{\partial u_{(2)}}{\partial x}(x=l, t) = 0, \\ \frac{\partial^2 w_{(1)}}{\partial x^2}(x=0, t) = \frac{\partial^2 w_{(1)}}{\partial x^2}(x=l, t) = \frac{\partial^2 w_{(2)}}{\partial x^2}(x=0, t) = \frac{\partial^2 w_{(2)}}{\partial x^2}(x=l, t) = 0. \end{aligned} \quad (3.56)$$

3.3.4. Liniowo lepkosprężysty model belki uwzględniający zjawisko poślizgu i rozrywania warstw oraz odkształcenia ciepno-wilgotnościowe

Z uwagi na fakt, że belki drewniano-betonowe są szczególnie podatne na oddziaływania ciepno-wilgotnościowe, model sformułowany w poprzednim punkcie zostanie uzupełniony w **równaniach fizycznych** o człon uwzględniający odkształcenia niemechaniczne.

Odkształcenie dystorsyjne przy linearyzacji wpływu zmian temperatury i wil-

gotności materiału będzie dane relacją:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{d(i)} &= \varepsilon_{T(i)} + \varepsilon_{C(i)} = \alpha_{T(i)}\Delta T_{(i)} + \alpha_{C(i)}\Delta C_{w(i)}, \\ \Delta T &= T - T_0, \quad \Delta C = C - C_0.\end{aligned}\tag{3.57}$$

Wtedy równania (3.45, 3.46) przyjmują postać:

$$\sigma_{(1)} = E_{(1)} * d(\varepsilon_{(1)} - \varepsilon_{d(1)}),\tag{3.58}$$

$$\sigma_{(2)} = E_{(2)} * d(\varepsilon_{(2)} - \varepsilon_{d(2)}).\tag{3.59}$$

W dalszej kolejności, z uwagi na geometrię belki, przyjmuje się założenie upraszczające:

$$\begin{aligned}T_{(i)}(t = 0, x, y, z) &= T_0 = const, \\ C_{(i)}(t = 0, x, y, z) &= C_0 = const, \\ T_{(i)}(t > 0) &= T_{(i)}(y, z, t), \\ C_{(i)}(t > 0) &= C_{(i)}(y, z, t),\end{aligned}\tag{3.60}$$

tnz. pola temperatury i wilgotności są zmienne po przestrzeni tylko w płaszczyznach przekroju belki.

Związki pomiędzy siłami przekrojowymi a naprężeniami (3.30, 3.29) przyjmują więc odpowiednio postacie:

- $$\begin{aligned}M_{(i)} &= - \int_{A_{(i)}} \sigma_{(i)} z_{(i)} dA = - \int_{A_{(i)}} E_{(i)} * d(\varepsilon_{(i)} - \varepsilon_{d(i)}) z_{(i)} dA, \\ &= - \int_{A_{(i)}} E_{(i)} * d(-\kappa_{(i)} z_{(i)}^2 + \varepsilon_{(i)0} z_{(i)} - \varepsilon_{d(i)} z_{(i)}) dA = \\ &= \int_{A_{(i)}} z_{(i)}^2 dA E_{(i)} * d\kappa_{(i)} - \int_{A_{(i)}} z_{(i)} dA E_{(i)} * d\varepsilon_{(i)0} + E_{(i)} * d\Psi_{(i)},\end{aligned}\tag{3.61}$$

gdzie $\Psi_{(i)} = \int_{A_{(i)}} \varepsilon_{d(i)} z_{(i)} dA = \int_{A_{(i)}} (\varepsilon_{T(i)} + \varepsilon_{C(i)}) z_{(i)} dA$, przy czym $\int_{A_{(i)}} z_{(i)} dA = 0$.
Stąd:

$$M_{(i)} = E_{(i)} * d(I_{(i)}\kappa_{(i)} + \Psi_{(i)}),\tag{3.62}$$

w konsekwencji pierwsza pochodna $M_{(i)}$ po x przyjmuje postać:

$$\frac{\partial M_{(i)}}{\partial x} = E_{(i)} I_{(i)} * d \frac{\partial^3 w_{(i)}}{\partial x^3}.\tag{3.63}$$

- $$\begin{aligned}N_{(i)} &= \int_{A_{(i)}} \sigma_{(i)} dA = \int_{A_{(i)}} E_{(i)} * d(\varepsilon_{(i)} - \varepsilon_{d(i)}) dA, \\ &= \int_{A_{(i)}} E_{(i)} * d(-\kappa_{(i)} z_{(i)} + \varepsilon_{(i)0} - \varepsilon_{d(i)}) dA = \\ &= - \int_{A_{(i)}} z_{(i)} dA E_{(i)} * d\kappa_{(i)} + \int_{A_{(i)}} dA E_{(i)} * d\varepsilon_{(i)0} - E_{(i)} * d\Phi_{(i)},\end{aligned}\tag{3.64}$$

gdzie $\Phi_{(i)} = \int_{A_{(i)}} \varepsilon_{d(i)} dA = \int_{A_{(i)}} (\varepsilon_{T(i)} + \varepsilon_{C(i)}) dA$, przy czym ponownie $\int_{A_{(i)}} z_{(i)} dA = 0$.
Stąd:

$$N_{(i)} = E_{(i)} * d(A_{(i)}\varepsilon_{(i)0} - \Phi_{(i)}),\tag{3.65}$$

w konsekwencji pierwsza pochodna $N_{(i)}$ po x będzie dane zależnością:

$$\frac{\partial N_{(i)}}{\partial x} = E_{(i)} A_{(i)} * d \frac{\partial^2 u_{(i)}}{\partial x^2}. \quad (3.66)$$

Z powyższego wynika, że układ równań różniczkowych (3.55) pozostaje bez zmian, natomiast odkształcenia dystorsyjne uwzględnione zostaną przez warunki brzegowe, które w przypadku belki swobodnie podpartej będą w ogólnych zapisach tożsame z relacjami (3.56).

Funkcje temperatury $T_{(i)}$ i koncentracji masowej wilgoci $C_{(i)}$ wyznacza się w analizowanym przypadku z osobnych zagadnień początkowo-brzegowych – w uproszczeniu transport rozpatrywany jest dwuwymiarowo (w płaszczyźnie przekroju belki). Stąd równanie przewodnictwa cieplnego z uwagi na założenia (3.60) można opisać równaniem:

$$\rho_{(i)} c_{(i)} \frac{\partial T_{(i)}}{\partial t} = \lambda_{(i)} \left(\frac{\partial^2 T_{(i)}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_{(i)}}{\partial z^2} \right) \quad (3.67)$$

i analogicznie równanie dyfuzji:

$$\frac{\partial C_{(i)}}{\partial t} = D_{(i)} \left(\frac{\partial^2 C_{(i)}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C_{(i)}}{\partial z^2} \right). \quad (3.68)$$

W równaniach (3.67) i (3.68) dla $i = 1$ (drewno) założono w uproszczeniu ten sam współczynnik przewodnictwa cieplnego $\lambda_{(1)}$ i dyfuzji $D_{(1)}$ w kierunku osi y i z z uwagi na niewielkie różnice tych wielkości mierzone zarówno w kierunku stycznym do słoików drewna, jak i w kierunku radialnym.

Warunki początkowo-brzegowe będą w przypadku równań (3.67) i (3.68) odpowiednio określone jako:

$$C(t = 0) = C_0, \quad (3.69)$$

$$\mathbf{j}_{(i)} \left(S_{1C(i)}, t \right) \cdot \mathbf{n} = \rho_{(i)} \alpha_{c(i)} \left(C_{(i)} \left(S_{1C(i)}, t \right) - C_{e(i)} (RH(t)) \right), \quad (3.70)$$

$$\mathbf{j}_{(i)} \left(S_{2C(i)}, t \right) = 0, \quad (3.71)$$

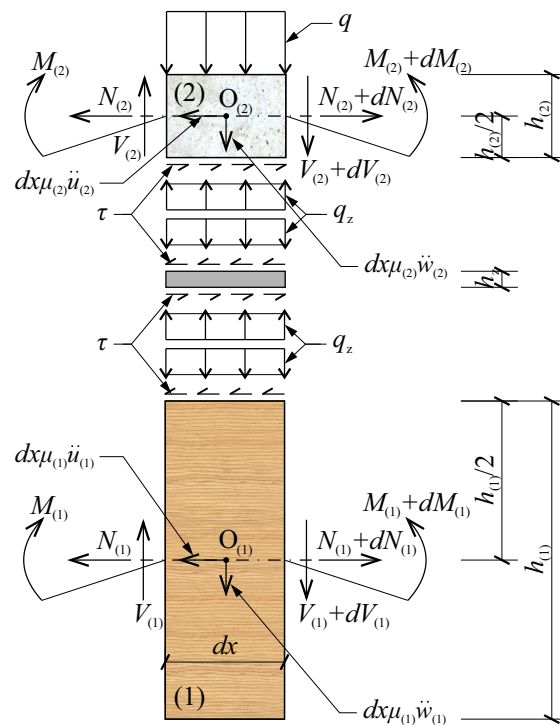
$$T(t = 0) = T_0, \quad (3.72)$$

$$\mathbf{q}_{(i)} \left(S_{1T(i)}, t \right) \cdot \mathbf{n} = \alpha_{T(i)} \left(T_{(i)} \left(S_{1T(i)}, t \right) - T_e \right), \quad (3.73)$$

$$\mathbf{q}_{(1)} \left(S_{2T(i)}, t \right) = \mathbf{q}_{(2)} \left(S_{2T(i)}, t \right) \text{ i } T_{(1)} \left(S_{2T(i)}, t \right) = T_{(2)} \left(S_{2T(i)}, t \right). \quad (3.74)$$

3.3.5. Liniowo-sprężysty model dwuwarstwowej belki uwzględniający zjawisko poślizgu i rozrywania warstw oraz siły bezwładności przy obciążeniu dynamicznym

W niniejszym podpunkcie model liniowo-sprężysty z p. 3.3.2 zostanie poszerzony o uwzględnienie sił bezwładności w przypadku możliwości wystąpienia obciążeń o charakterze dynamicznym. Ujęcie takie pozwoli wyprowadzić układ równań różniczkowych względem funkcji $u_{(1)}$, $u_{(2)}$, $w_{(1)}$ i $w_{(2)}$, który w przypadku zagadnienia własnego umożliwi wyznaczenie częstotliwości drgań własnych układu i postaci drgań własnych.



Rys. 3.10. Wycinek różniczkowy belki zespolonej z zaznaczeniem działających na nią obciążeń, sił wewnętrznych i sił bezwładności

Równania równowagi (3.26–3.28) muszą zostać uzupełnione w tym przypadku o siły bezwładności, tj.:

$$\frac{\partial N_{(1)}}{\partial x} - \mu_{(1)} \ddot{u}_{(1)} - \tau = 0, \quad \frac{\partial N_{(2)}}{\partial x} - \mu_{(2)} \ddot{u}_{(2)} + \tau = 0, \quad (3.75)$$

$$\frac{\partial T_{(1)}}{\partial x} - \mu_{(1)} \ddot{w}_{(1)} = -q_z, \quad \frac{\partial T_{(2)}}{\partial x} - \mu_{(2)} \ddot{w}_{(2)} = -q + q_z, \quad (3.76)$$

$$\frac{\partial M_{(1)}}{\partial x} - T_{(1)} + q_z \frac{h_{(1)}}{2} = 0, \quad \frac{\partial M_{(2)}}{\partial x} - T_{(2)} + q_z \frac{h_{(2)}}{2} = 0, \quad (3.77)$$

$$\mu_{(i)} = \rho_{(i)} A_{(i)}. \quad (3.78)$$

Układ równań różniczkowych cząstkowych z niewiadomymi funkcjami $w_{(1)}$, $w_{(2)}$, $u_{(1)}$ i $u_{(2)}$ będzie wówczas następujący:

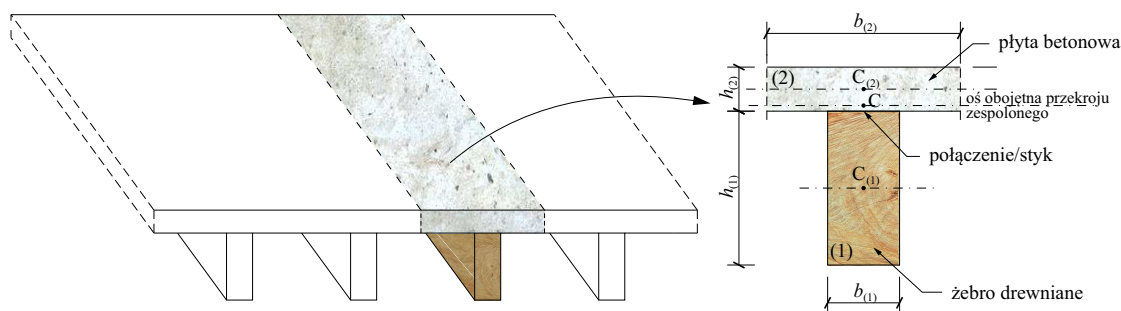
$$\left\{ \begin{array}{l} E_{(1)}I_{(1)}\frac{\partial^4 w_{(1)}}{\partial x^4} - K_H\frac{\partial^2 w_{(1)}}{\partial x^2}\frac{h_{(1)} + h_z}{2}\frac{h_{(2)}}{2} + K_V w_{(1)} - K_H\frac{\partial^2 w_{(2)}}{\partial x^2}\frac{h_{(2)} + h_z}{2}\frac{h_{(1)}}{2} + \\ \quad - K_V w_{(2)} + K_H\frac{\partial u_{(1)}}{\partial x}\frac{h_{(1)}}{2} - K_H\frac{\partial u_{(2)}}{\partial x}\frac{h_{(1)}}{2} = -\mu_{(1)}\ddot{w}_{(1)} \\ - K_H\frac{\partial^2 w_{(1)}}{\partial x^2}\frac{h_{(1)} + h_z}{2}\frac{h_{(2)}}{2} - K_V w_{(1)} + E_{(2)}I_{(2)}\frac{\partial^4 w_{(2)}}{\partial x^4} - K_H\frac{\partial^2 w_{(2)}}{\partial x^2}\frac{h_{(2)} + h_z}{2}\frac{h_{(2)}}{2} + \\ \quad + K_V w_{(2)} + K_H\frac{\partial u_{(1)}}{\partial x}\frac{h_{(2)}}{2} - K_H\frac{\partial u_{(2)}}{\partial x}\frac{h_{(2)}}{2} = -\mu_{(2)}\ddot{w}_{(2)} - q \\ K_H\frac{\partial w_{(1)}}{\partial x}\frac{h_{(1)} + h_z}{2} + K_H\frac{\partial w_{(2)}}{\partial x}\frac{h_{(2)} + h_z}{2} + E_{(1)}A_{(1)}\frac{\partial^2 u_{(1)}}{\partial x^2} - K_H u_{(1)} + \\ \quad + K_H u_{(2)} = -\mu_{(1)}\dot{u}_{(1)} \\ - K_H\frac{\partial w_{(1)}}{\partial x}\frac{h_{(1)} + h_z}{2} - K_H\frac{\partial w_{(2)}}{\partial x}\frac{h_{(2)} + h_z}{2} + K_H u_{(1)} + E_{(2)}A_{(2)}\frac{\partial^2 u_{(2)}}{\partial x^2} + \\ \quad - K_H u_{(2)} = -\mu_{(2)}\dot{u}_{(2)} \end{array} \right. \quad (3.79)$$

Rozdział 4

Badania eksperymentalne

W ramach rozprawy autor przeprowadził szereg badań na elementach belkowych odpowiadających swymi wymiarami skali naturalnej spotykanej już w istniejących i projektowanych obiektach inżynierskich. Prowadzone doświadczenia można podzielić na trzy odrębne zagadnienia, mieszczące się w ramach analiz konstrukcji zespolonych. Pierwszym z nich są badania dynamiczne, gdzie oddziaływania na badany element są relatywnie bardzo krótkie, a wynikami otrzymanymi z doświadczeń są przyspieszenia powstałe w wyniku zadanego wymuszenia. Drugie z zagadnień to badania statyczne, gdzie wywoływane siłami zewnętrznymi odkształcenia przyrastają w czasie znacznie dłuższym, niż ma to miejsce w badaniach dynamicznych, a zarazem na tyle krótkim, aby efekty reologiczne odgrywały rolę drugorzędą. Jako ostatnie przeprowadzono badania długotrwałe, gdzie obciążenie przykładane do konstrukcji jest w stosunku do jej nośności niewielkie (na poziomie ok. 10% wykorzystania nośności określonej doraźnie), natomiast z uwagi na efekty pełzania/relaksacji istotne stają się: czas trwania eksperymentu oraz – co wykazały przeprowadzone badania, jak i dostępna literatura i normy (np. [7] i [N2]) – zmiany wilgotności powietrza w otoczeniu.

W ostatnim czasie w literaturze przedmiotu i nie tylko można zaobserwować stale rosnące zainteresowanie badaniami w skali naturalnej. Najistotniejszą ich zaletą jest brak konieczności uwzględniania efektu skali, który przy stosowaniu takich materiałów jak drewno czy beton może w istotny sposób wpłynąć na otrzymane wyniki. Stąd jednym z podstawowych celów badawczych niniejszej pracy było przeprowadzenie doświadczeń na elementach, jakie można powszechnie spotkać w budownictwie kubaturowym. Przy czym z uwagi na podejmowane sposoby opisu zagadnienia wykonano odrębne badania statyczne wzbogacone o wstępne nieniszczące badania dynamiczne, jak i badania długotrwałe. Elementy do badań zostały zaprojektowane tak, aby wyniki można było ostatecznie odnieść do rzeczywistego wycinka stropu zespolonego drewniano-betonowego (rys. 4.1).



Rys. 4.1. Wycinek stropu zespolonego drewniano-betonowego

W następnych podpunktach szczegółowo opisano przygotowanie elementów do badań, przebieg eksperymentów oraz ich wyniki.

4.1. Badania wpływu cyklicznego przyrostu obciążenia statycznego na zmianę sztywności belki drewniano-betonowej

4.1.1. Przygotowanie elementu do badań

Eksperyment przeprowadzony został na pojedynczej belce zespolonej drewniano-betonowej. Jak wspomniano na wstępie rozdziału, jej przekrój i długość miały odpowiadać geometrii, jaką można spotkać np. we wzmacnianych stropach drewnianych historycznych kamienic. Stąd przekrój żebra drewnianego miał mieć wysokość 20 cm i szerokość 10 cm. Natomiast z uwagi na utrudnioną w Polsce dostępność drewna sezonowanego, po kupnie, ostatecznie zmierzony przekrój w dniu badań miał w wyniku wysychania, a co za tym idzie – skurczu, wysokość około 19,4 cm i szerokość 9,4 cm przy wilgotności około 15%. Długość belki natomiast wynosiła 3,8 m, tak aby pomiędzy podporami uzyskać odległość 3,5 m.

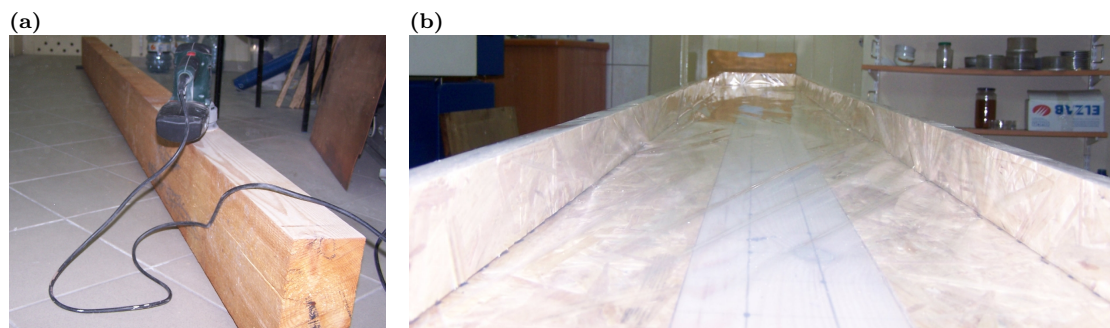
Zespolenie warstw belki drewnianej z płytą betonową wykonano przy zastosowaniu nowoczesnych wkrętów do drewna wg aprobaty technicznej [34], których budowa w części niegwintowanej przypomina powszechnie stosowane w konstrukcjach stalowo-betonowych trzpienie (rys. 4.2). Zastosowany wkręt opisywany jest symbolem SK 8,0×100/60/10, gdzie: SK – oznaczenie kształtu łba wkręta, 8,0 – średnica wkręta z uwzględnieniem gwintu, 100 – długość całkowita w mm, 60 – długość gwintu w mm, 10 – długość odcinka środkowego pomiędzy gwintem a wolną częścią trzpienia w mm. Założeniem było, aby przy projektowanej grubości płyty betonowej wynoszącej 50 mm długość części pozostawionej w betonie wynosiła 40 mm, a zastosowanie powyższego wkręta wymagało, by jego minimalne zagłębienie w drewnie wynosiło 60 mm. Obliczenia przeprowadzone zgodnie z [N5], przy

założeniu połączenia typu drewno-drewno, szacują nośność charakterystyczną na ścinanie takiego łącznika przy zagłębieniu do 60 mm na około 3 kN [34].



Rys. 4.2. Wkręt do drewna SK 8,0×100/60/10 zastosowany do zespolenia żebra drewnianego z płytą betonową

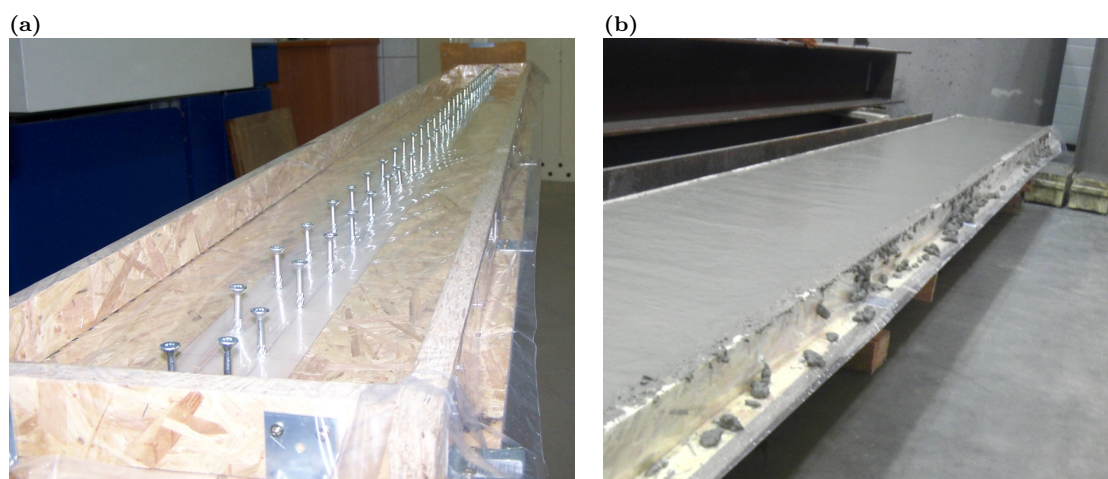
W ramach badań dążono do tego, aby siła ścinająca styk była – na tyle, na ile to jest możliwe – przenoszona wyłącznie przez wkręty. W celu ograniczenia efektu tarcia wywołanego adhezją betonu do drewna i chropowatością powierzchni górne lico żebra wyszlifowano (rys. 4.3a), a następnie przed mocowaniem wkrętów wyłożono dwiema warstwami folii pozwalającej na wzajemny poślizg (rys. 4.3b). W praktyce zaleca się również zastosowanie folii budowlanej pod warstwę betonu, m.in. z uwagi na ograniczenie wpływu wymiany wilgoci pomiędzy układaną mieszanką betonową i drewnem. Kolejnym z uproszczeń konstrukcyjnych, jakie wykonano, jest równomierne rozłożenie wkrętów po długości belki, przy czym w praktyce w obrębie 1/2 rozpiętości na odcinku środkowym belki ich ilość można by ograniczyć o połowę [48] (jeśli nie przewiduje się dominujących obciążeń skupionych).



Rys. 4.3. Przygotowywanie warstwy przejściowej pomiędzy belką drewnianą i płytą betonową:
(a) zeszlifowanie górnego lica żebra, (b) ułożenie dwóch warstw folii

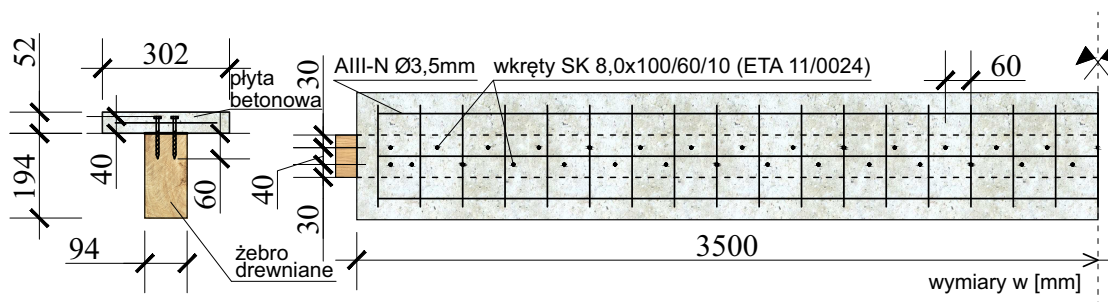
Płyta betonowa powstała poprzez wypełnienie mieszanką betonową przygotowanego deskowania (rys. 4.4a) z wkręconymi do poziomu 60 mm wkrętami w układzie jak na rys. 4.5. Z uwagi na typowy rozkład naprężeń normalnych na całej wysokości przekroju zespolonego można zauważyć, że przy dobranej geometrii przekroju wyczerpanie nośności elementu w wyniku przekroczenia wytrzymałości betonu na ściskanie jest trudno osiągalne, nawet przy zastosowaniu jego niskiej klasy. Jest to o tyle istotne, że np. w przypadku najmniej agresywnego środowiska klasy XC0 wg [N8] (budownictwo mieszkalne wewnątrz pomieszczeń) wystarczy zastosować beton klasy C12/15.

Beton na potrzeby badań dostarczony został bezpośrednio z placu budowy (jego docelowym przeznaczeniem były elementy żelbetowe znajdujące się we wnętrzu obiektu). Zgodnie z listem przewozowym dostarczony został beton klasy C25/30. Natomiast przeprowadzone badania trzech próbek kostkowych ($10 \times 10 \times 10 \text{ cm}$) pielęgnowanych zgodnie z [N10] wykazały średnią wytrzymałość około 60 MPa . Potwierdza to często spotykaną dziś sytuację, że dostarczany na budowy beton zazwyczaj projektowany jest o jedną lub dwie klasy powyżej wymaganej, a osiągnięte przez niego wytrzymałości bywają w rzeczywistości jeszcze wyższe. W warstwie nadbetonu umieszczono również przeciwskurczowo siatkę zbrojeniową z prętów o średnicy $\phi = 3,5 \text{ mm}$ i oczku $20 \times 20 \text{ cm}$. Należy jednak pamiętać, że w rzeczywistej konstrukcji należałoby zaprojektować zbrojenie w taki sposób, aby możliwe było przenoszenie momentów zginających w kierunku poprzecznym do osi żeber drewnianych.



Rys. 4.4. Przygotowane deskowanie wraz z wkrętami (a), deskowanie wypełnione mieszanką betonową (b)

W rezultacie, po ponad 28-dniowej pielęgnacji płyty betonowej, przy jej zakryciu od góry folią budowlaną i bieżącym zwilżaniu wodą oraz po kolejnym 2-miesięcznym okresie, uzyskano element o średnich wymiarach przekroju, jak pokazano to na rys. 4.5.

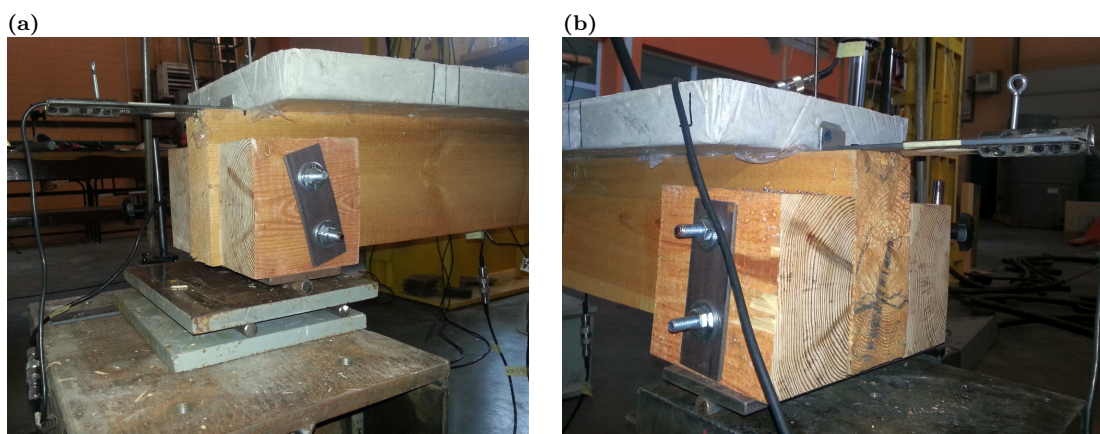


Rys. 4.5. Przekrój poprzeczny i widok z góry badanej belki wraz z układem wkrętów zespalających

4.1.2. Stanowisko badawcze

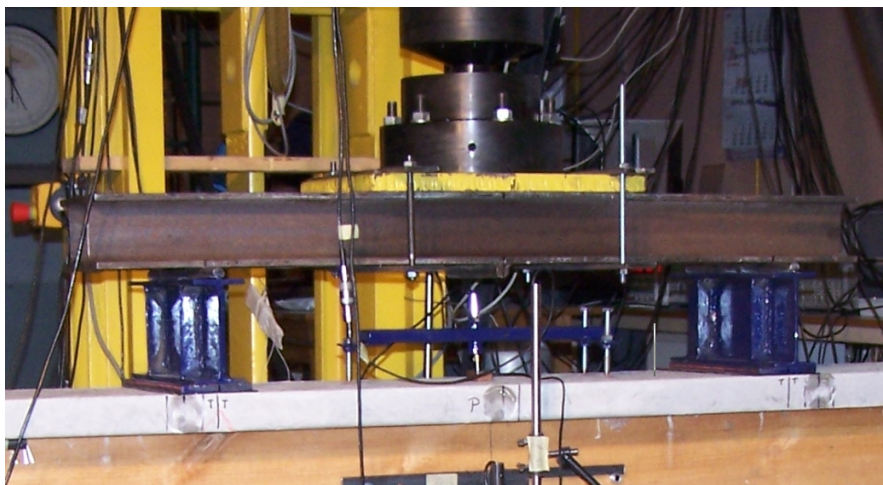
W badaniach belek zginanych, zarówno zespolonych, jak i o jednorodnym przekroju, najczęściej spotyka się schematy trójpunktowego oraz czteropunktowego zginania. Zaletą tego drugiego jest obecność w badanym elemencie takiego odcinka, w którym występuje stały moment zginający, a co za tym idzie – również krzywizna osi pręta. Stąd do badań przyjęty został schemat czteropunktowego zginania.

Pierwszym z istotnych punktów realizacji takiego schematu jest zapewnienie odpowiedniego podparcia. Strefę przypodporową wzmocniono poprzez jej poszerzenie oraz podbicie płaskownikami stalowymi o grubości 10 mm (rys. 4.6), tak aby przeguby z prętów stalowych nie „wgryzały” się w drewno. Jak można dostrzec na rys. 4.6a, wykonany został tzw. wózek pozwalający zminimalizować tarcie poziome, natomiast po stronie przeciwnej pręt umożliwiający obrót przyspawano do blachy pod belką drewnianą (rys. 4.6b), wykorzystując fakt, że opór cierny jest znacznie większy od oporu przy toczeniu.



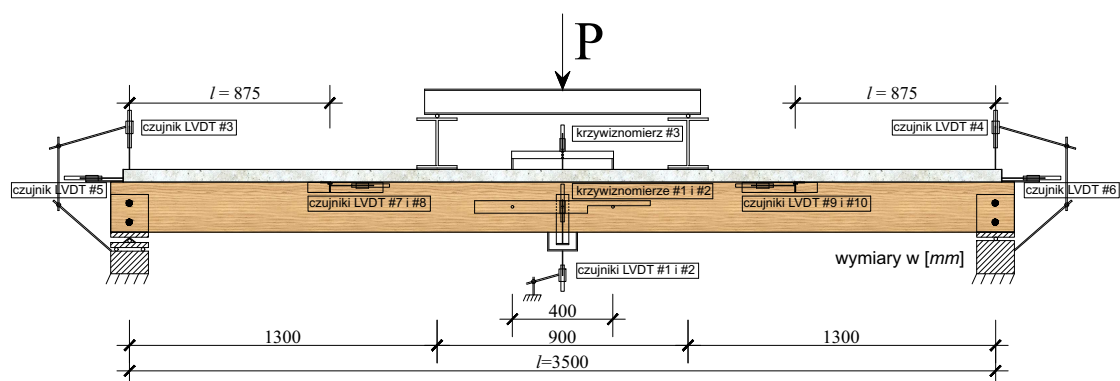
Rys. 4.6. Podpora przegubowo przesuwna (a), podpora przegubowo nieprzesuwna (b)

Nie mniej istotny jest sposób przekazywania obciążenia. Warunki laboratoryjne pozwalały na przekazanie maksymalnej siły na poziomie 250 kN, dlatego na podstawie wstępnie i szacunkowo określonej nośności belki (około 60 kNm) zdecydowano się na zastosowanie stalowego trawersu rozkładającego siłę na dwa punkty wg schematu statycznego, a w rzeczywistości – za pomocą odpowiednio ułożonych przekładek stalowych na dwie powierzchnie o wymiarach 10,6 × 30 cm na górnej powierzchni płyty betonowej, przebiegające przez całą jej szerokość (rys. 4.7). Dodatkowo, w celu eliminacji koncentracji naprężeń na nieidealnie równej powierzchni betonu, w miejscach przyłożenia obciążeń zastosowano gumowe przekładki.



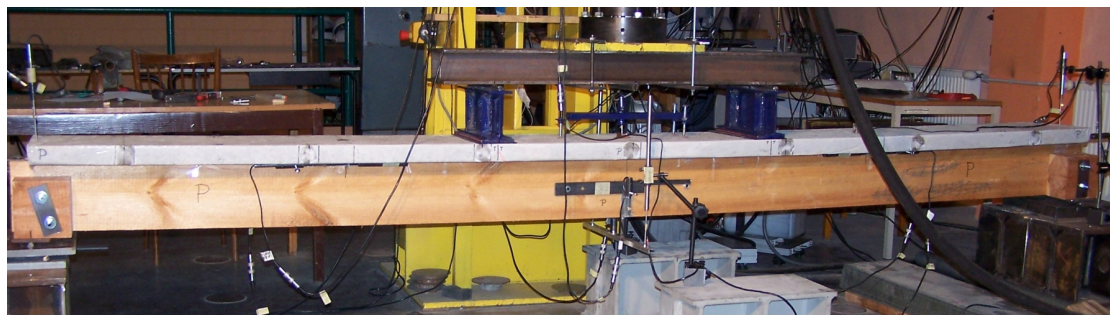
Rys. 4.7. Trawers i konstrukcja służąca przekazaniu obciążenia na górną powierzchnię płyty betonowej

Kolejnym z elementów wyposażenia stanowiska badawczego były czujniki pomiarowe, których układ zaprezentowano na rys. 4.8. Pomiary oparto na odrębnie skalibrowanych dla każdego toru pomiarowego indukcyjnych czujnikach drogi, tzw. LVDT (ang. *linear variable differential transformer*). W skład instrumentów pomiarowych wchodziły: krzywiznomierze, zlokalizowane w środku rozpiętości, jeden na górnej powierzchni płyty betonowej i dwa kolejne w osi żebra drewnianego; czujniki drogi mierzące ugięcie dolnej krawędzi żebra drewnianego w środku rozpiętości i usytuowane po obu stronach przekroju w celu kontroli i kompensacji ewentualnego skręcania; czujniki drogi nad podporami w celu oceny i eliminacji ewentualnego zgniotu żebra i luzów elementów podpierających przy pomiarze ugięć; czujniki poślizgów względnych warstw, zlokalizowane symetrycznie w 1/4 rozpiętości oraz w strefie przypodporowej. W sumie zbierano dane z 15 czujników, wliczając w to siłę i przemieszczenie tłoka z interwałem co 0,05 s.



Rys. 4.8. Schemat stanowiska z lokalizacją czujników pomiarowych

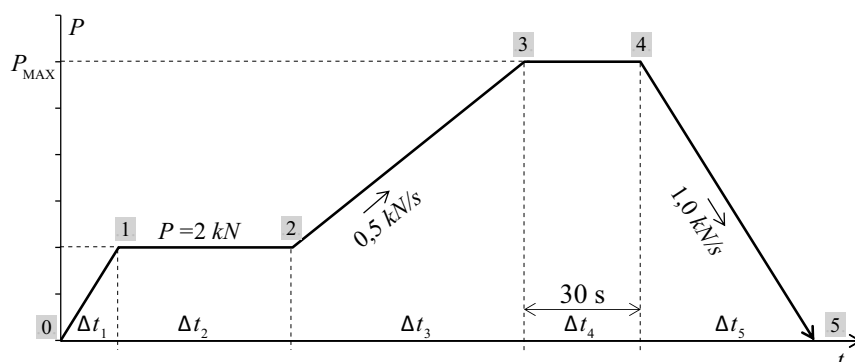
Na rys. 4.9 pokazano skompletowane i gotowe do badań stanowisko pomiarowe.



Rys. 4.9. Ukończone stanowisko badawcze

4.1.3. Przebieg obciążania elementu

W eksperymentach związanych ze zginaniem elementów konstrukcyjnych zazwyczaj najistotniejszą wartością jest nośność, stąd często badania prowadzi się w jednym cyklu obciążania, kontrolując siłę bądź też przemieszczenie. Natomiast w przypadku opisywanej belki zespolonej zdecydowano się na wieloetapową procedurę obciążania, tj. z cyklami dociążania i odciążania. Przebieg jednego cyklu w czasie zaprezentowano schematycznie na rys. 4.10. Takie działanie pozwoliło na analizę zmian sztywności elementu ze względu na stopień jego wyczerpania. Jak już wspomniano wcześniej, wstępnie szacowana nośność na zginanie belki wynosi 60 kNm , co w przełożeniu na siłę, jaką musi wygenerować siłownik, daje wartość około 90 kN . Przy czym z uwagi na rzeczywiście osiąganą wytrzymałość krótkotrwałą drewna, która jest zazwyczaj znacznie większa od normatywnej [95], jest to wartość szacunkowa. Ostatecznie zaplanowano 9 cykli obciążania, począwszy od $P_{MAX} = 10 \text{ kN}$ do P_{MAX} równego wyczerpaniu nośności z krokiem co 10 kN . Przed przystąpieniem do obciążania (Δt_3 rys. 4.10) układ był dociążany siłą $\approx 2 \text{ kN}$ w celu weryfikacji pracy systemów pomiarowych. Po tym etapie następowało dociążanie z prędkością $0,5 \text{ kN/s}$ do osiągnięcia zakładanej w danym cyklu siły maksymalnej P_{MAX} . Następnie siłę tę utrzymywano przez $\Delta t_4 = 30 \text{ s}$, po czym następowało odciążanie z prędkością 1 kN/s do momentu wyzerowania obciążenia z siłownika.

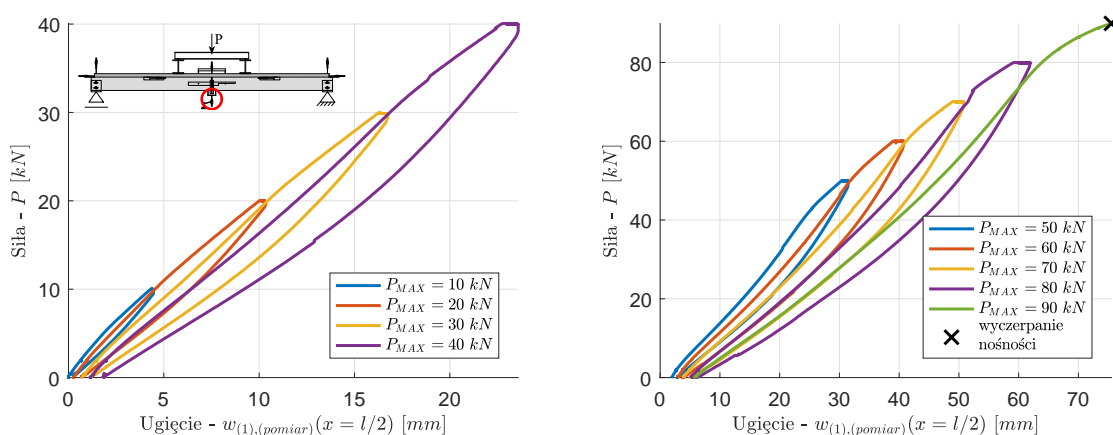


Rys. 4.10. Przebieg procedury obciążania i odciążania w czasie

4.1.4. Pomiary ugięć, poślizgów i krzywizn

W niniejszym podpunkcie przedstawione zostaną pomiary uzyskane z cykli obciążeń oraz ich wstępne analizy i spostrzeżenia. Z uwagi na liczbę czujników oraz wieloetapowy charakter eksperymentu, wykresy w większości podzielono na dwie części, tak aby możliwe było przejrzyste przedstawienie zebranych danych.

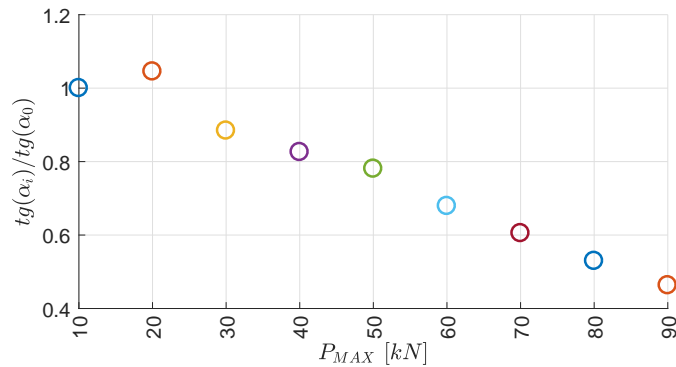
Pierwszym, a zarazem najbardziej podstawowym z wyników są ugięcia w środku rozpiętości elementu. Aby obliczyć całkowite ugięcie badanej belki, wykorzystano dane z czterech przetworników drogi. W pierwszej kolejności porównano wyniki bezpośrednio pochodzące z czujników LVDT #1 i #2 (rys. 4.8), stwierdzając, że w całym przebiegu eksperymentu nie doszło do skręcenia elementu. Następnie uśredniono ich wyniki i skompensowano przemieszczenia z czujników LVDT #3 i #4 (rys. 4.8) (po ich uprzednim uśrednieniu), uzyskując pętle histerezy z rys. 4.11 dla każdego z cykli eksperymentu. Można tu zauważyć, że już nawet przy początkowych cyklach odkształcenia układu są częściowo nieodwracalne (plastyczne), a widoczne pola histerezy powiększające się wraz ze wzrostem obciążenia maksymalnego świadczą o dysypacji energii przekształconej w uplastycznienie (w szczególności w najbliższym sąsiedztwie łączników), kruche pęknięcia drewna i betonu, ciepło, możliwe minimalne tarcie w styku (pomimo jego konstrukcyjnego ograniczenia) itp. Co więcej, pomimo tak krótkiego okresu utrzymywania stałej wartości P_{MAX} dobrze uwidaczniają się tu początkowe efekty pełzania, co było bezpośrednim powodem, że w ramach dalszych badań autor przeprowadził eksperyment na belkach obciążanych w sposób długotrwały.



Rys. 4.11. Wykresy siły P w funkcji przemieszczeń w środku rozpiętości belki w kolejnych cyklach obciążenia

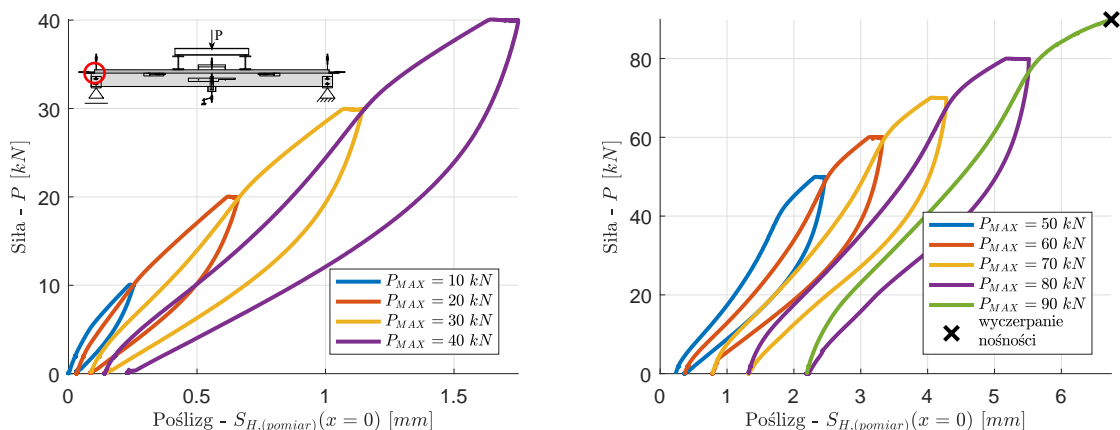
Co ciekawe, sprawdzając nachylenie stycznych do krzywych na rys. 4.11 w początkowych okresach cyklu, uzyskano informację o globalnym spadku sztywności układu z etapu na etap w wyniku narastających w nim uszkodzeń. Uzyskane w ten sposób wyniki przedstawiono na rys. 4.12, jako odniesienie do rezultatu z cyklu pierwszego. Z wyjątkiem drugiego etapu ($P_{MAX} = 20 \text{ kN}$), gdy dochodziło jeszcze

do dopasowywania się elementów konstrukcji, można zauważyć sukcesywny spadek tangensa kąta nachylenia krzywych na ich początkowym odcinku. Co warto podkreślić, przy ostatnim cyklu, doprowadzającym element do zniszczenia, spadek nachylenia był już ponaddwukrotny, co pozwala na postawienie wniosku, że przeciążenie tego typu konstrukcji może być skutecznie ocenione na podstawie informacji o znacznej utracie sztywności globalnej.



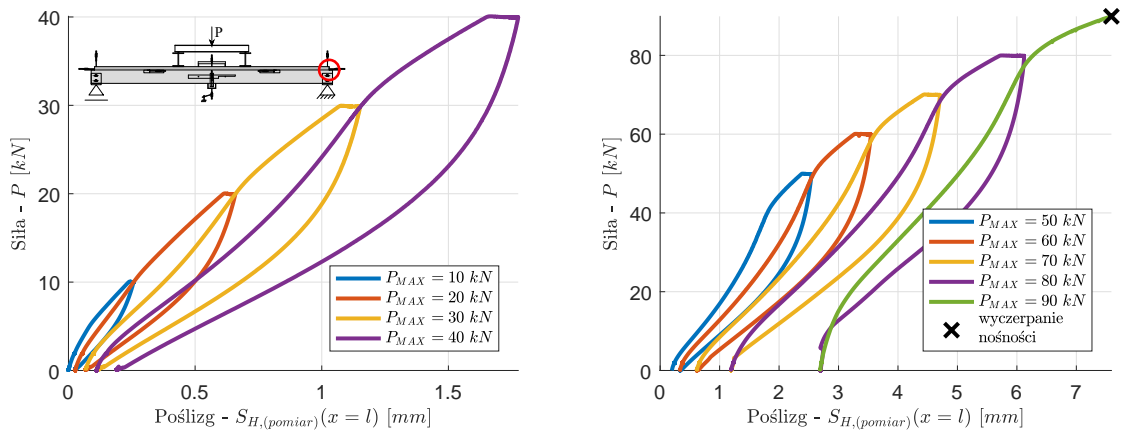
Rys. 4.12. Zmiany tangensa kąta nachylenia stycznych do krzywych z rys. 4.11 na początku cyklu obciążenia znormalizowane względem wartości z cyklu pierwszego

Na poniższych wykresach (rys. 4.13 i 4.14) wykreślono przebiegi zmian poślizgów międzywarstwowych nad podporami. Da się tu zauważyć wyraźniejsze od poprzednich (rys. 4.11) odkształcenia plastyczne oraz większe pola pętli histerezy. Biorąc pod uwagę przebieg zmienności obciążenia ścinającego po długości elementu zespolonego, koniec belki doznaje największych poślizgów, a co za tym idzie – również naprężeń oddziałujących na połączenie i jego otoczenie.



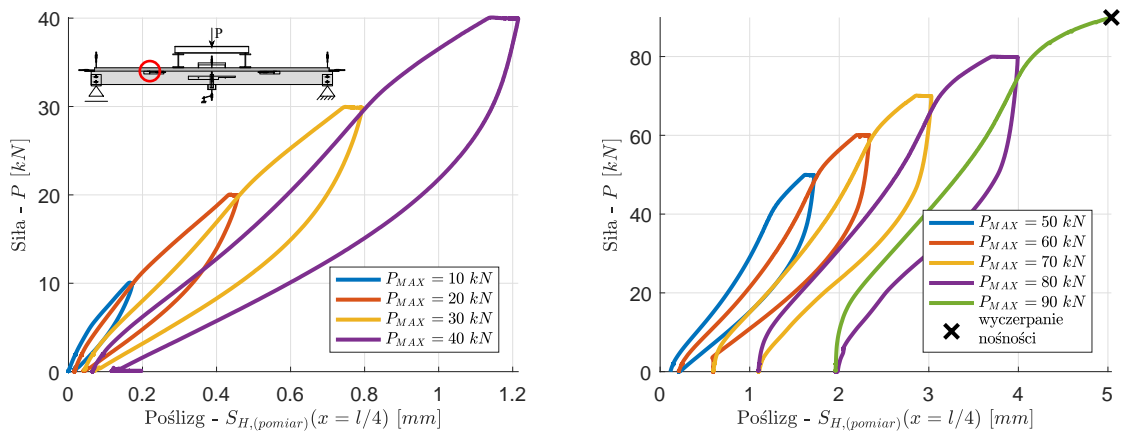
Rys. 4.13. Wykresy siły P w funkcji poślizgu międzywarstwowego nad podporą przegubowo-przesuwną w kolejnych cyklach obciążenia

Porównując wykresy poślizgów na końcach belki z rys. 4.13 i rys. 4.14 można stwierdzić, że belka wykazywała symetrię swoich przemieszczeń, wynikającą z założonego schematu statycznego, jedynie do cyklu $P_{MAX} = 60$ kN, po którym gołym okiem można było zauważyć pęknięcie u spodu płyty betonowej pod punktem przyłożenia siły od strony podpory przegubowo-przesuwnej.

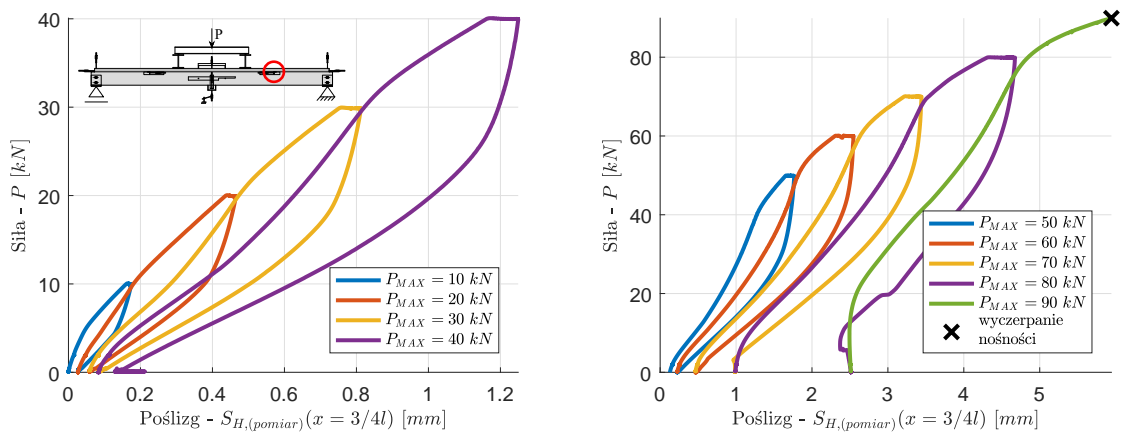


Rys. 4.14. Wykresy siły P w funkcji poślizgu międzywarstwowego nad podporą przegubowo nieprzesuwczą w kolejnych cyklach obciążenia

Do identycznych spostrzeżeń można było dojść na podstawie przebiegu zarejestrowanych poślizgów w $1/4$ rozpiętości (rys. 4.15 i 4.16), przy czym ich wartości są mniejsze od tych widocznych na rys. 4.13 i 4.14, co oczywiście wynika z geometrii samego zagadnienia.



Rys. 4.15. Wykresy siły P w funkcji poślizgu międzywarstwowego w $1/4$ rozpiętości od strony podpory przegubowo przesuwnej w kolejnych cyklach obciążenia



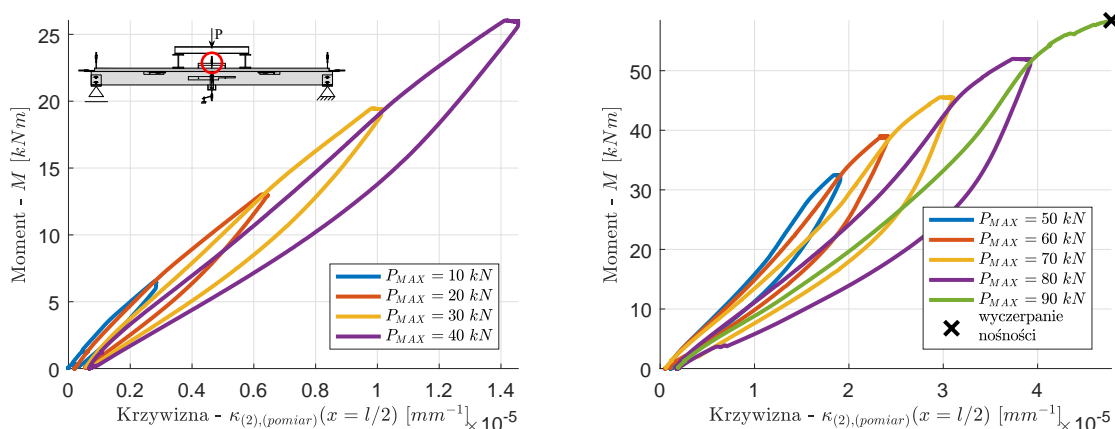
Rys. 4.16. Wykresy siły P w funkcji poślizgu międzywarstwowego w $1/4$ rozpiętości od strony podpory przegubowej nieprzesuwnej w kolejnych cyklach obciążenia

Wykorzystanie trzech krzywiznomierzy (rys. 4.8) w strefie stałego momentu zginającego miało na celu oszacowanie stopnia rozwarstwienia układu w styku z uwagi na występującą w rzeczywistości skończoną wartość sztywności połączenia ze względu na działanie obciążeń prostopadłych do powierzchni styku. Poniżej prezentowane są zmiany krzywizny górnej powierzchni płyty betonowej (rys. 4.17) oraz osi belki drewnianej (rys. 4.18) wyznaczone z równania:

$$\kappa_{(i)} = \frac{1}{r_i} = \frac{2u_{(i)}}{u_{(i)}^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2}, \quad (4.1)$$

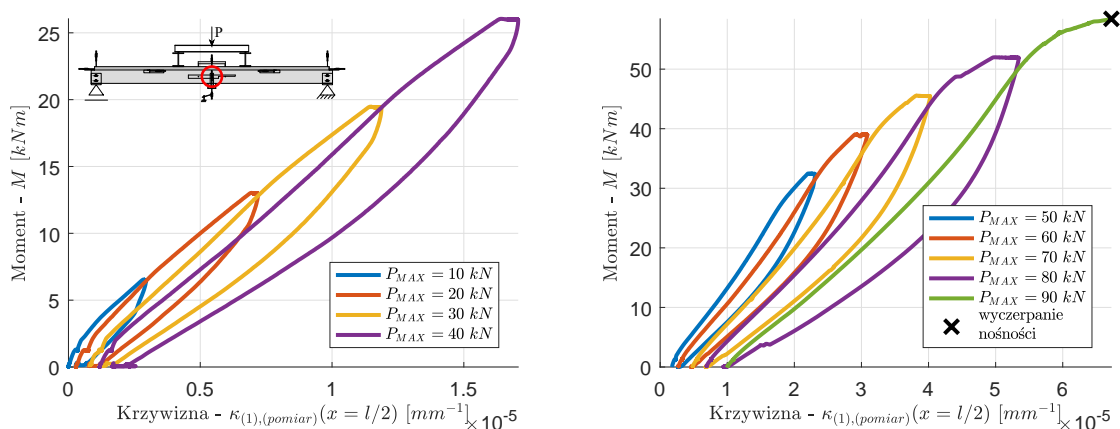
gdzie: $L = 400 \text{ mm}$, a $u_{(i)}$ – wartość ugięcia z krzywiznomierza względem jego punktów bazowych.

Analizując przebiegi zmian krzywizn, można zauważyć, że praktycznie od samego początku się one różnią, a różnica jest coraz większa wraz z kolejnymi etapami.



Rys. 4.17. Wykresy momentu zginającego M w środku rozpiętości w funkcji krzywizny płyty betonowej w kolejnych cyklach obciążenia

Świadczy to w przypadku schematu czteropunktowego zginania o istnieniu siły rozwarstwiającej „uruchamiającej” niepomijalne zmiany odległości między osiami warstw, z uwagi na skończoną sztywność styku przy przenoszeniu obciążeń pionowych. W skrajnie niekorzystnej sytuacji może to powodować wyrwanie wkrętów z drewna poprzez jego miażdżenie w strefach kontaktowych. Przy obliczeniach inżynierskich efekt ten jest pomijany, jednak pomimo braku konieczności stosowania zagęszczonego rozstawu łączników w środkowej strefie belki z uwagi na znikomą siłę ścinającą zaleca się ich pozostawienie ze względów konstrukcyjnych. Oczywisty jest także fakt, że przy równomiernym obciążeniu na całej długości elementu efekt ten byłby znacznie mniejszy.



Rys. 4.18. Wykresy momentu zginającego M w środku rozpiętości w funkcji średniej krzywizny żebra drewnianego w kolejnych cyklach obciążenia

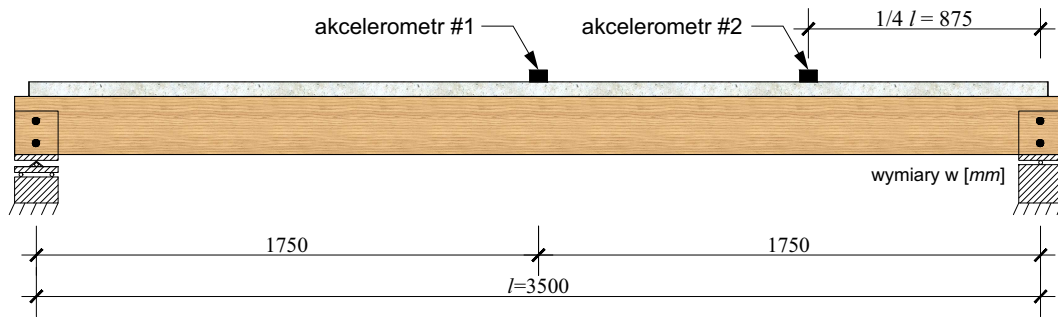
Przedstawione powyżej przebiegi krzywizn w dalszej części rozprawy wykorzystane zostaną do wyznaczenia stałych materiałowych na podstawie autorskich procedur obliczeniowych. Wartości mierzonych wielkości w poszczególnych cyklach w chwili osiągnięcia maksymalnej wartości obciążenia $P = P_{MAX}$ zestawiono w tab. 4.1 (co odpowiada pkt. 3 cyklu z rys. 4.10).

Tabela 4.1. Wartości maksymalnych przemieszczeń, poślizgów i krzywizn od maksymalnej siły i momentu zginającego

Wartość obc. maksymalnego P_{MAX} [kN]	Ugięcie $w_{(1)}$ [mm]	Poślizg nad podporą #1 S_H [mm]	Poślizg nad podporą #2 S_H [mm]	Poślizg w 1/4 rozpiętości #1 S_H [mm]	Poślizg w 1/4 rozpiętości #2 S_H [mm]	Moment w środku rozpiętości od P_{MAX} [kNm]	Krzywizna płyty betonowej $\kappa_{(2)}$ [mm^{-1}] · 10^{-6}	Krzywizna żebra drewnianego $\kappa_{(1)}$ [mm^{-1}] · 10^{-6}
≈ 10	4,34	0,237	0,24	0,16	0,16	6,53	2,82	2,83
≈ 20	10,03	0,619	0,61	0,43	0,44	13,01	6,24	6,91
≈ 30	16,35	1,07	1,07	0,75	0,76	19,46	9,81	11,42
≈ 40	22,80	1,64	1,66	1,14	1,17	26,03	14,15	16,40
≈ 50	30,35	2,32	2,39	1,62	1,66	32,47	18,41	22,03
≈ 60	39,29	3,13	3,28	2,20	2,32	39,04	23,31	29,05
≈ 70	48,96	4,05	4,44	2,86	3,23	45,53	45,55	38,12
≈ 80	59,13	5,17	5,72	3,7	4,32	51,97	51,97	49,66
≈ 90	75,48	6,75	7,58	5,04	5,94	58,44	47,82	67,25

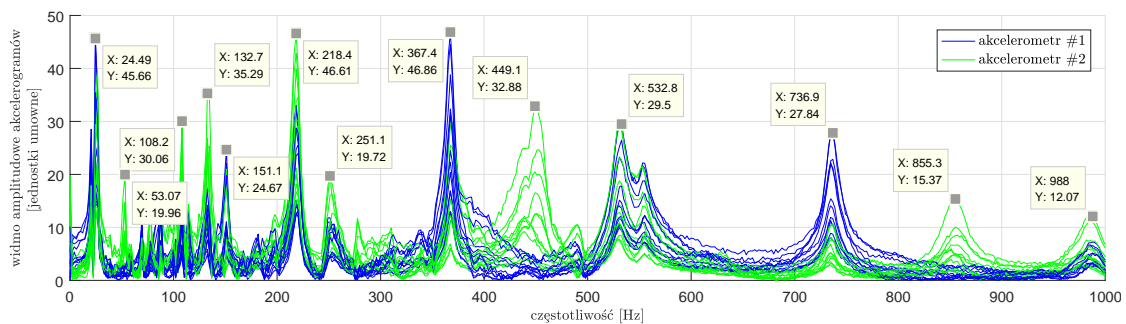
4.1.5. Pomiary drgań swobodnych

Pomiędzy każdym z przedstawionych powyżej cykli dodatkowo prowadzono nieniszczące badania dynamiczne w celu pomiaru drgań swobodnych wywołanych impulsowym wymuszeniem. Widoczna na rys. 4.7 konstrukcja przekazująca obciążenie z siłownika była na czas tych badań zdejmowana. Poniżej przedstawiono lokalizację akcelerometrów analogowych (rys. 4.19), z których dane zbierano przy wykorzystaniu oscyloskopu.

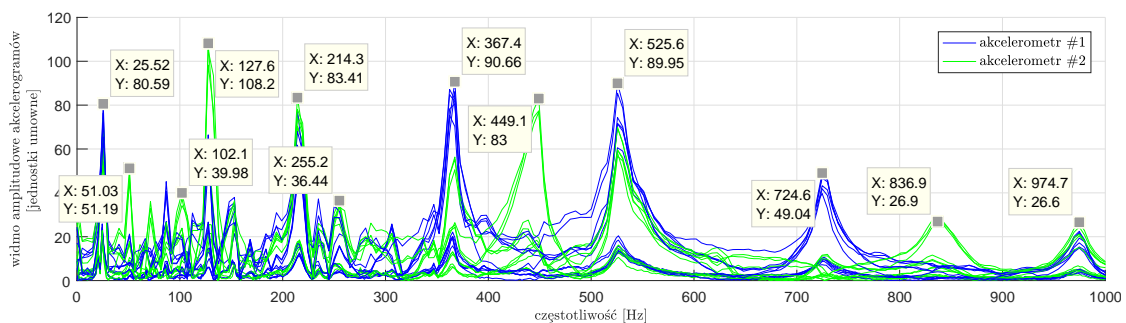


Rys. 4.19. Schemat stanowiska z lokalizacją akcelerometrów

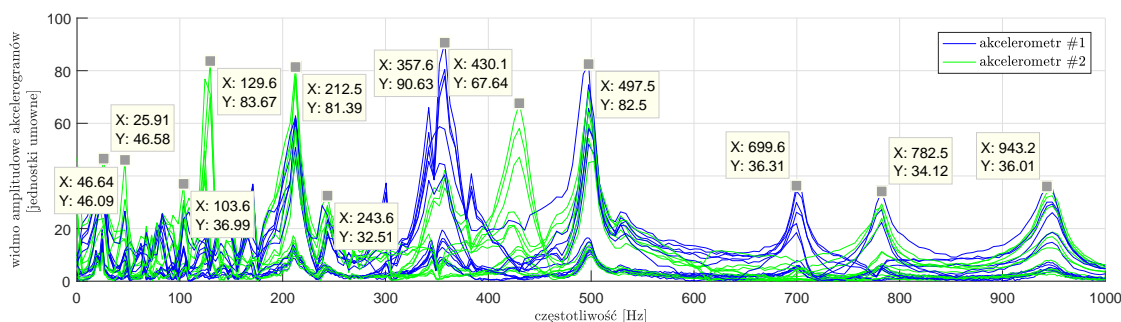
W czasie każdego z etapów pomiarów dynamicznych uderzano po sześć razy młotkiem w okolicach lokalizacji akcelerometrów #1 i #2. Po każdym wymuszeniu zbierano dane z dwóch wspomnianych wcześniej czujników, stosując wyzwalacz, tak aby oprogramowanie oscyloskopu odnalazło moment wzbudzenia. Częstotliwość próbkowania ustawiono na 20 kHz . Następnie każdy z otrzymanych tą drogą akcelerogramów poddano szybkiej transformacji Fouriera, korzystając z autorskiego oprogramowania napisanego w języku Matlab. Prezentację oraz analizę wyników ograniczono do 1 kHz , aby mieć pewność wystarczająco dobrego opisu przebiegu zmian przyspieszeń. Na rysunkach 4.20, 4.21 i 4.22 przedstawiono przykładowe zestawienia widm amplitudowych akcelerogramów po obciążeniu kolejno siłą $P_{MAX} = 20\text{ kN}$, $P_{MAX} = 40\text{ kN}$ i $P_{MAX} = 60\text{ kN}$.



Rys. 4.20. Przykładowe zestawienie widm amplitudowych akcelerogramów po cyklu obciążenia z siłą $P_{MAX} = 20\text{ kN}$

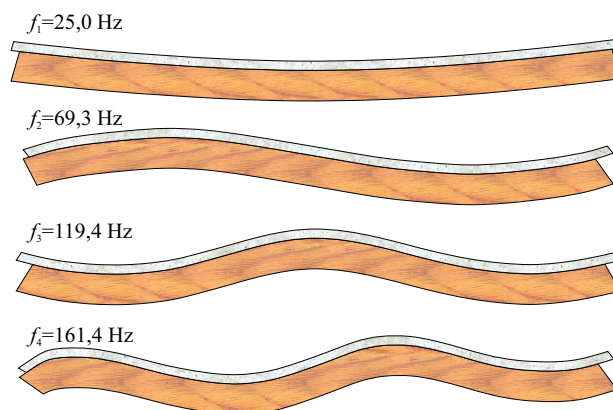


Rys. 4.21. Przykładowe zestawienie widm amplitudowych akcelerogramów po cyklu obciążenia z siłą $P_{MAX} = 40\text{ kN}$



Rys. 4.22. Przykładowe zestawienie widm amplitudowych akceleroqramów po cyklu obciążenia z siłą $P_{MAX} = 60 \text{ kN}$

Do odnajdywania częstotliwości giętnych drgań swobodnych wykorzystano metodę „zbierania szczytów” (ang. *peak picking*). Złożenie wszystkich wyników z jednego cyklu i zobrazowanie ich na jednym wykresie pozwala na łatwiejszą identyfikację maksimum, które, z uwagi na względnie małe tłumienie układu, w rzeczywistości odpowiadają w przybliżeniu częstotliwości drgań własnych. Ujawnianie się na widmie akceleroqramów poszczególnych częstotliwości drgań swobodnych w zróżnicowany sposób w zależności od miejsca ich wzbudzenia wynika z postaci tych drgań (charakteryzujących się miejscami maksimum i miejsc zerowych – tzw. węzłów drgań). Uderzenie elementu w okolicach węzłów danej postaci drgań oczywiście nie powoduje jej wywołania. Istotne jest również widmo przebiegu czasowego samego wzbudzenia. Wykorzystując autorskie oprogramowanie napisane w środowisku Matlab rozwiązano za pomocą MRS zagadnienie własne opisane układem równań różniczkowych z punktu 3.3.5. Wyznaczono częstotliwości postaci drgań giętnych przy wykorzystaniu parametrów sprężystych belki zespolonej określonych po pierwszym cyklu obciążania wg procedury opisanej w p. 5.3.1 przy sztywności podpór równej $1,02 \cdot 10^7 \text{ [N/m]}$ [18]. Otrzymane wyniki zwizualizowano na rys. 4.23 w przypadku pierwszych 4 postaci drgań. Jak można zauważyć pierwsze 3 częstotliwości drgań własnych dość dobrze zgadzają się z tymi zmierzonymi po pierwszym cyklu obciążania.

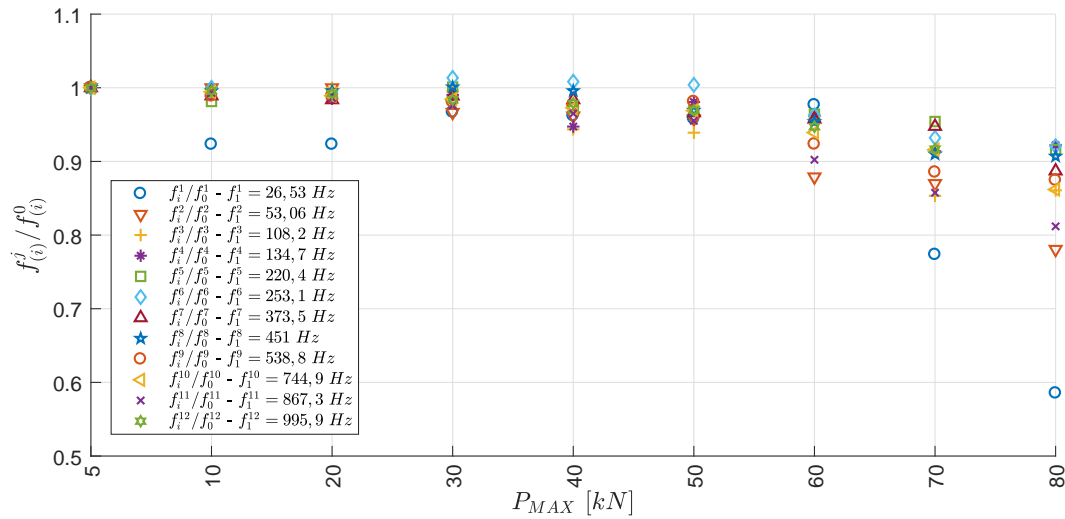


Rys. 4.23. Postacie i częstotliwości drgań własnych belki zespolonej drewniano-betonowej wyznaczone na podstawie rozwiązania zagadnienia własnego

Tabela 4.2. Zestawienie zmierzonych częstotliwości swobodnych drgań giętnych dla każdego z etapów obciążeń

Często- tliwość	P_{MAX} [kN]									
	Model	5	10	20	30	40	50	60	70	80
$f_{(1)}$ [Hz]	25,0	26,53	24,49	24,49	25,65	25,52	25,41	25,91	20,52	15,53
$f_{(2)}$ [Hz]	69,3	53,06	53,06	53,07	51,29	51,03	50,82	46,64	46,16	41,42
$f_{(3)}$ [Hz]	119,4	108,2	108,2	108,2	107,7	102,1	101,6	103,6	92,33	93,13
$f_{(4)}$ [Hz]	161,4	134,7	134,7	132,7	133,4	127,6	132,1	129,6	123,1	124,2
$f_{(5)}$ [Hz]	–	220,4	216,3	218,4	220,6	214,3	213,5	212,5	210,3	201,9
$f_{(6)}$ [Hz]	–	253,1	253,1	251,1	256,5	255,2	254,1	243,6	235,9	233,0
$f_{(7)}$ [Hz]	–	373,5	369,4	367,4	369,3	367,4	360,8	357,6	353,9	331,3
$f_{(8)}$ [Hz]	–	451,0	449,0	449,1	451,4	449,1	437,1	430,1	410,3	409,0
$f_{(9)}$ [Hz]	–	538,8	532,7	532,8	528,3	525,6	528,6	497,5	477,0	471,1
$f_{(10)}$ [Hz]	–	744,9	740,8	736,9	733,5	724,6	721,7	699,6	682,2	642,0
$f_{(11)}$ [Hz]	–	867,3	861,2	855,3	846,3	836,9	828,4	782,5	743,7	704,1
$f_{(12)}$ [Hz]	–	995,9	991,8	988	979,7	974,7	965,6	943,2	913,0	–

W tab. 4.2 zestawiono zidentyfikowane kolejne częstotliwości giętnych drgań swobodnych po każdym cyklu obciążania. Pojawia się tu etap $P_{MAX} = 5$ kN nieuwzględniony wcześniej – przyjęto, że odpowiada on elementowi w stanie „nie-naruszonym”. Obciążenie wstępne miało na celu wyeliminowanie wszelkich luzów, które mogły się pojawić w momencie ustawiania belki na podporach. Na rys. 4.24, podobnie jak na rys. 4.12, zestawiono porównawczo zmiany kolejnych częstotliwości giętnych drgań swobodnych po kolejnych cyklach obciążania odniesione do ich wartości sprzed pierwszego cyklu. Pozwala to zauważyć, że podobnie jak tangens kąta nachylenia początkowych stycznych do krzywych z rys. 4.11, tak i tu, wraz z ogólną degradacją sprężystą materiałów belki częstotliwości drgań swobodnych mają tendencję do zmniejszania się. Jak można zauważyć, wrażliwość zmian częstotliwości jest silnie zależna od tego, którą postać rozpatrujemy, oraz od stopnia i miejsca uszkodzenia układu w danym cyklu. Szczególne znaczenie ma tu parametr zmian częstotliwości $f_{(1)}$: wyraźna zmiana nastąpiła już po pierwszym cyklu obciążania, kiedy uszkodzenia belki nie były jeszcze widoczne gołym okiem.



Rys. 4.24. Zmiana częstotliwości giętych drgań swobodnych w kolejnych cyklach obciążania w stosunku do ich wartości sprzed pierwszego cyklu

(i – indeks częstotliwości kolejnych postaci drgań, j – indeks odnoszący się do numeru kolejnego cyklu badań)

4.1.6. Pomiary ultradźwiękowe i szacowanie siecznego modułu Younga płyty betonowej

W ramach kolejnego etapu badań przystąpiono do pośredniego wyznaczania modułu Younga betonu w płycie za pomocą pomiaru prędkości podłużnych fal ultradźwiękowych. Prędkość propagacji fal określono jako średnią z 7 ścieżek ustalonych w poprzek płyty [20], pomiędzy równo odległymi punktami nadawczo-odbiorczymi, przed każdym z cykli obciążania. W badaniach wykorzystano przetworniki o częstotliwości podstawowej 54 kHz , a dynamiczny moduł sprężystości betonu oszacowano na podstawie przekształconej zależności na prędkość fal podłużnych w ciele stałym (2.41), przy czym gęstość betonu $\rho = 2275 \text{ kg/m}^3$ – na podstawie pomiarów prowadzonych na próbkach kostkowych; natomiast współczynnik Poissona betonu $\nu = 0,17$ – przyjęto za [96]. Wyznaczony dynamiczny moduł sprężystości nie pozwala na jego zastosowanie wprost do oceny zachowania się konstrukcji obciążonej w sposób statyczny ze względu na procesy fizyczne opisane szerzej w p. 2.2.1.2. Stąd otrzymane wartości przeliczono na wartości siecznego modułu statycznego, przy wykorzystaniu równania (2.27).

W tabeli 4.3 zestawiono średnie prędkości fali ultradźwiękowej w płycie betonowej dla każdego z etapów eksperymentu i obliczone na podstawie (2.27) statyczne moduły sprężystości.

Tabela 4.3. Zestawienie wyników badań ultradźwiękowych płyty betonowej po każdym z etapów eksperymentu i przeliczone statyczne moduły sprężystości [22].

Etap	1	2	3	4	5	6	7	8	9
P_{MAX} [kN]	10	20	30	40	50	60	70	80	90
c_p [m/s]	3955	3900	3877	3847	3792	3749	3597	3267	3170
$E'_c = E_{(2)}$ [GPa]	27,47	26,72	26,41	26,00	25,27	24,69	22,73	18,75	17,65

Powyższe dane potwierdzają pośrednio wstępne analizy prezentowane w podpunkcie 4.1.4, gdzie na wykresie z rys. 4.12 zilustrowano spadek sztywności układu na podstawie zmian tangensów kąta nachylenia stycznych do początkowych odcinków obciążenie-ugięcie.

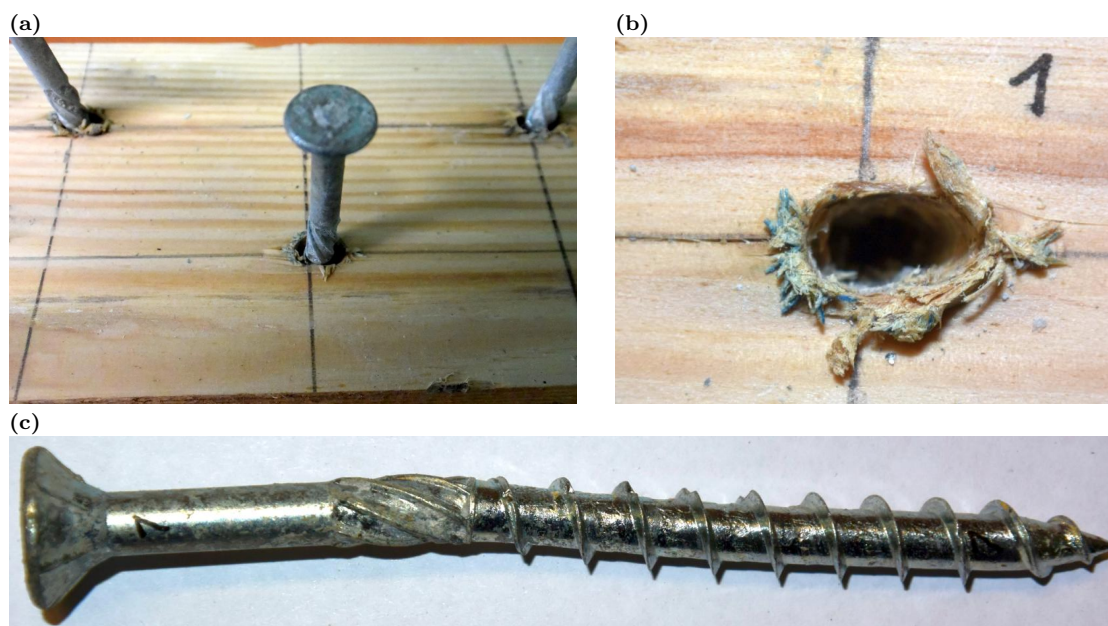
4.1.7. Mechanizm zniszczenia

Pierwsze widoczne gołym okiem objawy degradacji elementu można było dostrzec po etapie obciążania z $P_{MAX} = 60 \text{ kN}$, kiedy to na płycie betonowej pod miejscem przyłożenia siły od strony podpory przegubowo przesuwnej pojawiły się poprzeczne pęknięcia propagujące od spodu płyty. Identyczne i symetryczne pęknięcie od strony podpory przegubowo nieprzesuwnej pojawiło się po kolejnym cyklu. Jak można było zauważyć na prezentowanych wcześniej wykresach, wyczerpanie nośności belki nastąpiło przy sile $P \approx 90 \text{ kN}$ (co odpowiada momentowi w środku przęsła $58,5 \text{ kNm}$). Analizując rys. 4.25a, można w pierwszej kolejności stwierdzić, że zniszczenie nastąpiło w wyniku osiągnięcia przez naprężenia w drewnie granicy wytrzymałości na rozciąganie. Z kolei wnikliwa analiza zarejestrowanego podczas badania materiału filmowego jednoznacznie wskazała na ścięcie warstwy drewna zaraz poniżej poziomu ostrza wkrętów. W konsekwencji doprowadziło to do powstania dwóch niespolonych belek, przy których wysokości z łatwością osiągnięto chwilę później wyczerpanie nośności na zginanie.



Rys. 4.25. Belka po zniszczeniu (a), miejsca wyczerpania nośności przez ścięcie warstw belki drewnianej zaraz poniżej poziomu ostrza wkrętów (b), (c)

Po skuciu płyty betonowej przeprowadzono inspekcję samego złącza. Wykazała ona, że wystająca część wkrętów pozostawała w dalszym ciągu prostopadła do powierzchni belki drewnianej (rys. 4.26a). Świadczy to o niedoprowadzeniu na tym odcinku do uplastycznienia wkrętów ani betonu. Inaczej natomiast wygląda kwestia części łączników w zębrze drewnianym. Obserwując drewno w sąsiedztwie wkrętów (rys. 4.26a) i otwory przy płaszczyźnie styku po ich usunięciu (rys. 4.26b), gdzie obciążenia ścinające styk są największe, można zauważyć odkształcenia plastyczne i zmiżdżenie drewna. Również wkręty w drewnie na odległości około 3 cm od płaszczyzny styku uległy uplastycznieniu (powstały dwa przeguby plastyczne po długości łącznika widoczne na rys. 4.26c). Można to pośrednio zaobserwować również na wykresach poślizgów warstw z badań statycznych (rys. 4.13–4.16), gdzie po każdym z kolejnych etapów widoczny jest coraz intensywniej zachodzący proces „dopasowywania” się krawędzi uplastycznionego otworu do brzegu wkręta. Wynika stąd także, że miażdżenie drewna następowało najsilniej na odcinku około 3 cm, mierząc od płaszczyzny styku, gdzie łącznik, tracąc na tym odcinku oparcie, podlegał zginaniu.



Rys. 4.26. Wkręt w otworze (a), elipsoidalny otwór po wkręcie (b), odkształcony wkręt z odcinka belki nad podporą (c)

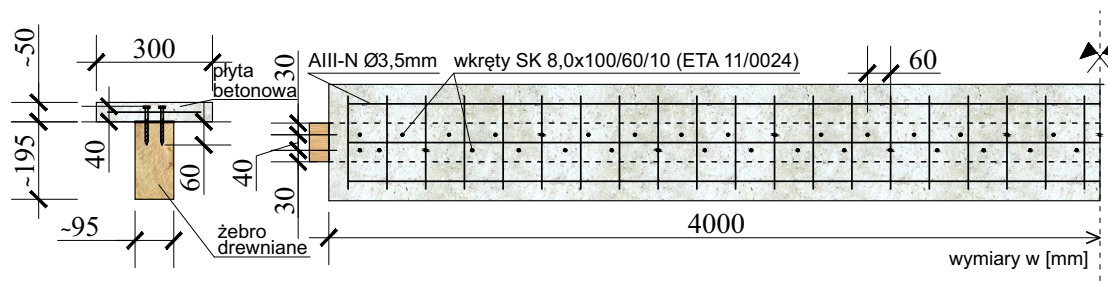
4.2. Badania wpływu długotrwałego obciążenia na zmianę sztywności belek drewniano-betonowych

Przedstawione w tym podpunkcie badania stanowią kontynuację opisywanego wcześniej eksperymentu, który już po wstępnej analizie wymagał poszerzenia o badania wpływu obciążeń długotrwałych na belki drewniano-betonowe. Przeprowadzenie tych badań było również konieczne z tego powodu, że – jak wskazuje PN-EN 1995-1-1 [N5] – końcowe ugięcie konstrukcji drewnianych może w skrajnych przypadkach stanowić ponadtrzykrotną wartość ugięcia chwilowego. Z kolei wg PN-EN 1992-1-1 [N2] beton w skrajnie niekorzystnych warunkach może również wykazywać znaczne pełzanie.

4.2.1. Przygotowanie elementów do badań

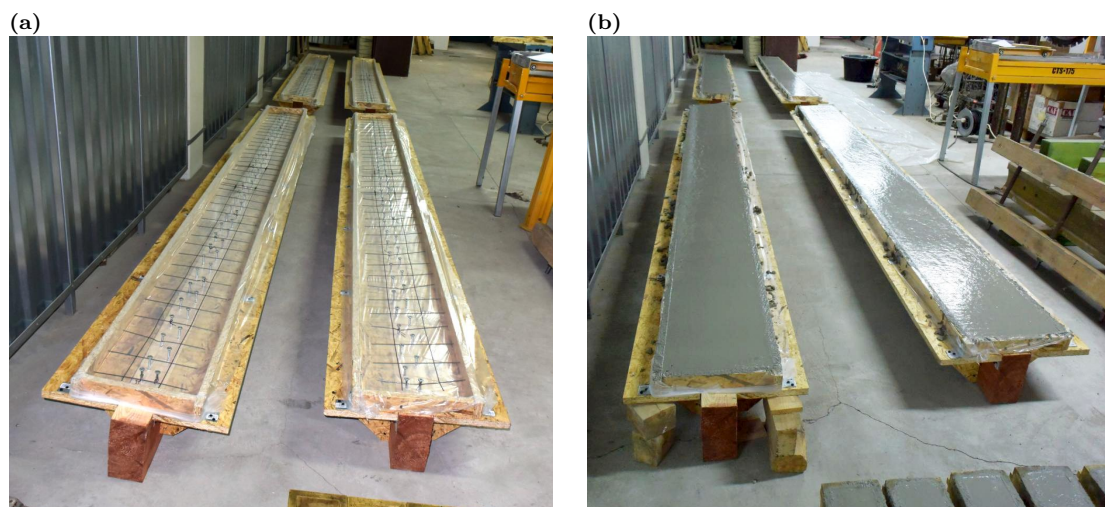
Z uwagi na możliwości laboratoryjne, w odróżnieniu od poprzedniego badania, tu zdecydowano się na wykonanie czterech identycznych belek zespolonych drewniano-betonowych. Zarówno ich przekrój, jak i układ wkrętów w przybliżeniu (z uwagi na skurcz i zmienność geometryczną żeber drewnianych podczas wstępnego sezonowania – nie można było uzyskać identycznych wymiarów ich przekro-

ju) odpowiada belce, którą przygotowano do badań statycznych. Przy czym, aby wydłużyć odcinek ze stałym momentem przy zginaniu czteropunktowym, belki zaprojektowano o $0,5\text{ m}$ dłuższe. Dlatego ich rozpiętość przęśła pomiędzy podporami wynosiła ostatecznie 4 m . Wymiary tych elementów przedstawiono szczegółowo na rys. 4.27.



Rys. 4.27. Przekrój poprzeczny i widok z góry badanych belek wraz z układem wkrętów zespalających

Samo przygotowanie elementów do eksperymentu było identyczne jak do badań krótkotrwałych z punktu 4.1 niniejszej pracy. Górne powierzchnie belek zostały zeszlifowane, pomiędzy żebrami i płytami ułożono dwie warstwy folii oraz wykorzystano te same wkręty do drewna (rys. 4.2) i w identycznym rozstawie w styku. Tak przygotowane elementy (rys. 4.28a) zalano następnie mieszanką betonową pozyskaną z placu budowy, gdzie zgodnie z listem przewozowym beton miał spełniać warunki postawione klasie C25/30. Badanie próbek kostkowych widocznych na rys. 4.28b wykazało, że średnia wytrzymałość na ściskanie wynosi $\sim 42\text{ MPa}$, co potwierdza także spostrzeżenia z badań statycznych odnoszące się do zawyżania przez wytwórnictwo tego parametru.



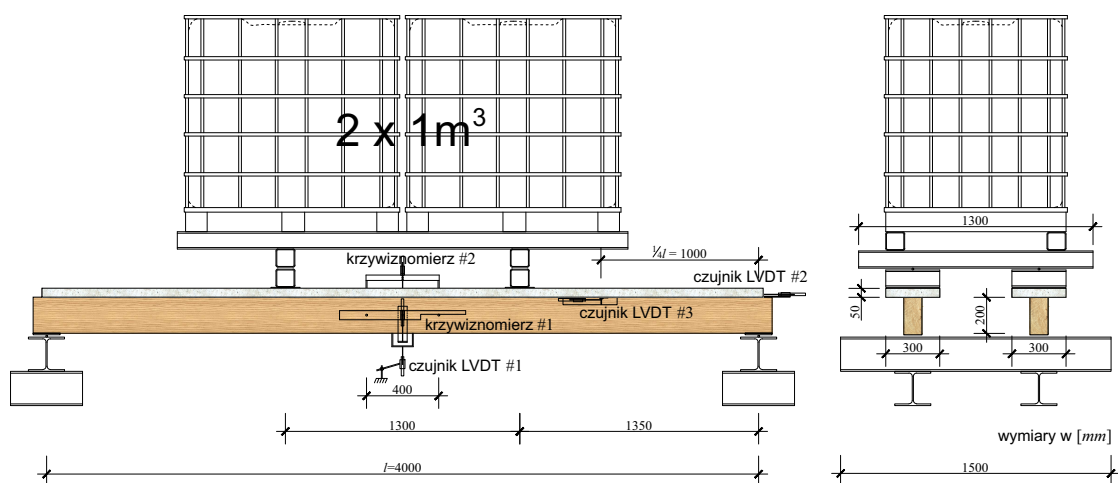
Rys. 4.28. Belki z widocznym połączeniem, zbrojeniem i deskowaniem płyt (a), belki po wypełnieniu deskowania mieszanką betonową (b)

4.2.2. Stanowisko badawcze

Największym wyzwaniem w ramach budowy stanowiska do badań długotrwałych było opracowanie sposobu stałego i relatywnie dużego obciążenia badanych elementów oraz sposobu ciągłego zbierania danych pomiarowych. Wymagało to praktycznie całkowitego przeprojektowania dotychczas sprawdzonego stanowiska widocznego na rys. 4.8.

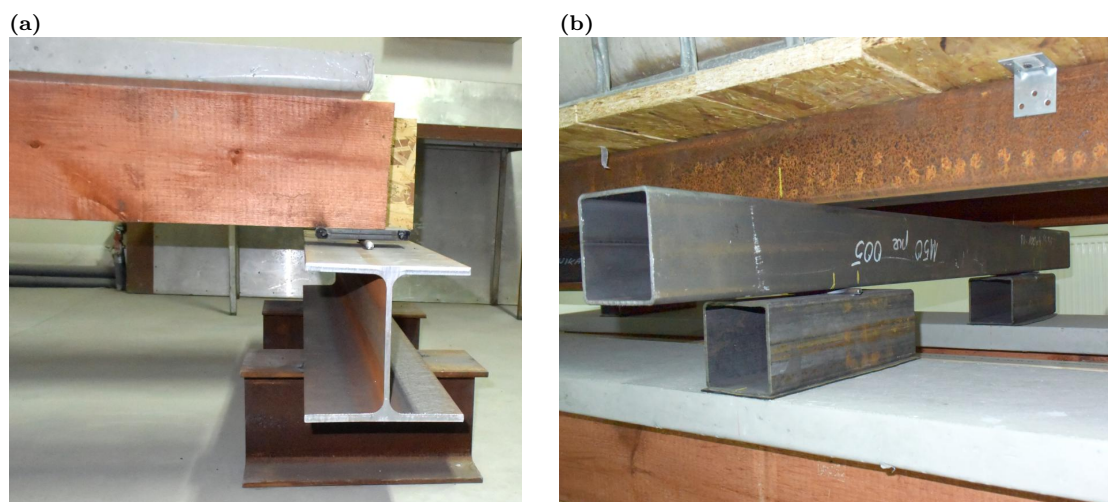
W literaturze przedmiotu spotyka się różne sposoby realizacji stałego obciążania tego typu elementów; do najprostszych, a zarazem najskuteczniejszych należą elementy stalowe [9, 41] czy też wiadra z wodą [145]. W założonym schemacie statycznego czteropunktowego zginania wadą tych rozwiązań jest utrudniony montaż na trawersach i co ważniejsze – praktycznie brak możliwości jednostajnego przyrostu obciążeń w pierwszym etapie badań.

Na podstawie przeprowadzonych do tej pory badań można wnioskować, że nośność doraźna belek na zginanie wynosi $\sim 60 \text{ kNm}$. Przy założeniu, że obciążenie ma stanowić około 10% tej wartości, a odległość punktu przyłożenia obciążenia do podpory wynosi $1,35 \text{ m}$, siła rozkładana przez trawers na dwa punkty powinna wynosić około 9 kN . Przy gęstości wody 997 kg/m^3 i przyspieszeniu ziemskim $9,81 \text{ m/s}^2$ wymagane jest $\sim 0,9 \text{ m}^3$ wody do osiągnięcia pożądanego obciążenia – stąd autorski pomysł na wykorzystanie plastikowych, przemysłowych zbiorników o pojemności 1000 dm^3 . Aby zapewnić stabilne oparcie zbiornika, którego wymiary wynoszą wraz z obudową $1 \times 1,2 \times 1 \text{ m}$, postanowiono w ramach pojedynczego stanowiska obciążać dwie belki z wykorzystaniem dwóch zbiorników. Takie podejście zapewnia całemu układowi wystarczającą stateczność i ogranicza miejsce zajmowane przez stanowisko badawcze. Na rys. 4.29 przedstawiono schemat stanowiska wraz z podstawowymi wymiarami oraz lokalizacją czujników pomiarowych. Jak można zauważyć, projekt zakładał schemat statyczny czteropunktowego zginania belki wolnopodpartej, obciążonej w dwóch miejscach przy wykorzystaniu konstrukcji stalowej oraz wspomnianych zbiorników (ciężar własny konstrukcji i zbiorników wynosi $\sim 150 \text{ kg}$). Z uwagi na przekazywanie siły z dwóch zbiorników na dwa elementy jednocześnie, pojedyncza belka obciążona została ostatecznie siłą 10 kN , co stanowi po 5 kN na każdy z punktów i $\sim 6,26 \text{ kNm}$ w strefie stałego momentu.



Rys. 4.29. Schemat stanowiska do badań reologicznych z lokalizacją czujników

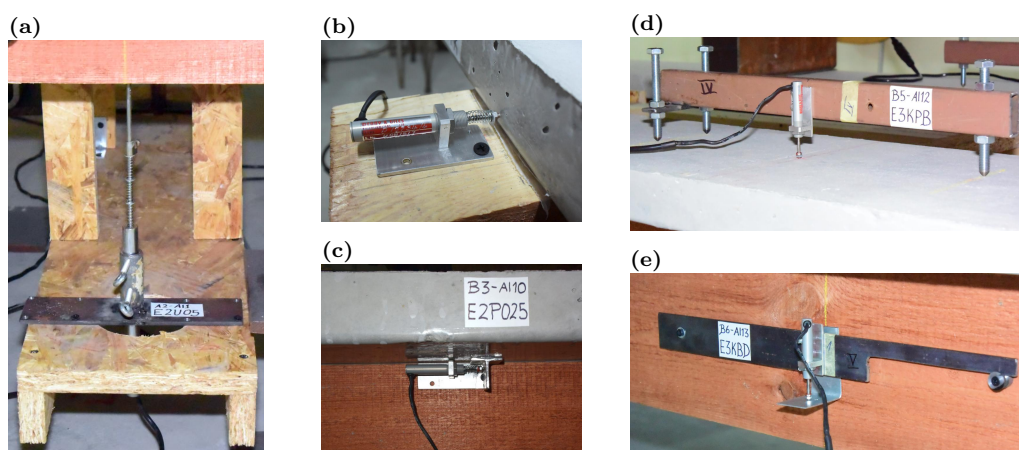
Podparcie belek wykonano przy wykorzystaniu płaskownika, rozkładającego siłę z reakcji podporowej na powierzchnię min. 100 cm^2 oraz okrągłego pręta stalowego (rys. 4.30a), gdzie na jednym z końców został on przyspawany do dwuteownika stanowiącego podwyższenie podparcia, natomiast na drugim pozostał wolny, spełniając w ten sposób wymagania schematu belki wolnopodpartej. Konstrukcja przekazująca obciążenia została zaprojektowana również tak, aby charakteryzowała się schematem statycznie wyznaczalnym, a w bezpośrednim kontakcie z betonem obciążenie zostało przekazane pośrednio przez warstwę z twardej gumy (rys. 4.30b) w celu eliminacji koncentracji naprężeń i zapewnienia w miarę równomiernego jego rozkładu.



Rys. 4.30. Konstrukcja stalowa stanowiąca podparcie belek (a), konstrukcja stalowa zapewniająca przekazywanie obciążeń ze zbiorników na płytę betonową (b)

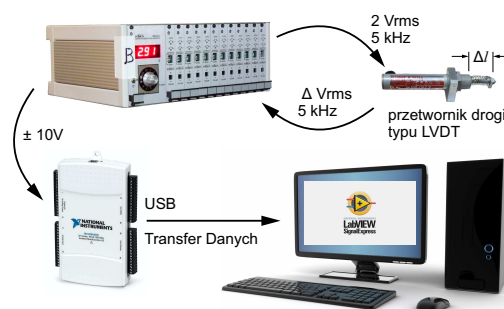
Do pomiarów zmian geometrii badanych belek wykorzystano zestaw indukcyjnych czujników (LVDT), których mocowania i tory pomiarowe zostały zaprojektowane specjalnie na potrzeby prowadzonych badań. Z uwagi na pływającą i dy-

latowaną podłogę pomieszczenia, w którym odbywał się pomiar, zdecydowano się na wykonanie osobnej konstrukcji wsporczej opartej na tych samych podporach co belki, tak aby w rzeczywistości czujnik #1 (rys. 4.31a) mierzył jedynie przemieszczenia w środku rozpiętości belek. Do pomiarów poślizgów i krzywizn wykorzystano system opracowany na potrzeby badań krótkotrwałych. Poślizgi mierzono na końcu (rys. 4.31b) oraz w 1/4 rozpiętości (rys. 4.31c). Pomiar krzywizn odbywał się na powierzchni płyty betonowej (rys. 4.31d) oraz na bocznej płaszczyźnie żebra drewnianego w poziomie jego osi (rys. 4.31e). Każdy z badanych elementów wyposażony został w zestaw 5 czujników, co ostatecznie dało liczbę 20 czujników do pomiarów przemieszczeń i krzywizn. Dodatkowo w trakcie całego eksperymentu zbierano dane z termohigrometru, mierzącego temperaturę i względną wilgotność powietrza w otoczeniu belek.



Rys. 4.31. Czujnik przemieszczeń pionowych w środku rozpiętości elementu (a), czujnik poślizgu płyty betonowej względem żebra drewnianego w strefie przypodporowej (b), czujnik poślizgu płyty betonowej względem żebra drewnianego w 1/4 rozpiętości (c), krzywiznomierz górnej powierzchni płyty betonowej (d), krzywiznomierz osi żebra drewnianego (e)

Wykorzystanie przedstawionych powyżej czujników przemieszczeń implikuje konieczność zaprojektowania i wykonania indywidualnych torów pomiarowych każdej z belek, których schemat przedstawiony został na rys. 4.32. Do zasilenia czujników wykorzystano kondycjonery firmy Peltron (modele MPL512 i MPL508). Uzyskany sygnał analogowy w postaci napięcia był przetwarzany na sygnał cyfrowy za pomocą karty pomiarowej NI USB-6218 i autorskiego algorytmu wprowadzonego do programu NI SignalExpress. W ramach wspomnianego oprogramowania indywidualnie skalibrowano każdy czujnik toru pomiarowego z dokładnością do 0,001 mm. Dane z czujników odczytywano co 1 s, a następnie po zebraniu wektora o długości 60 elementów uśredniano i zapisywano, co w konsekwencji daje rejestrację danych odbywających się co 1 min.

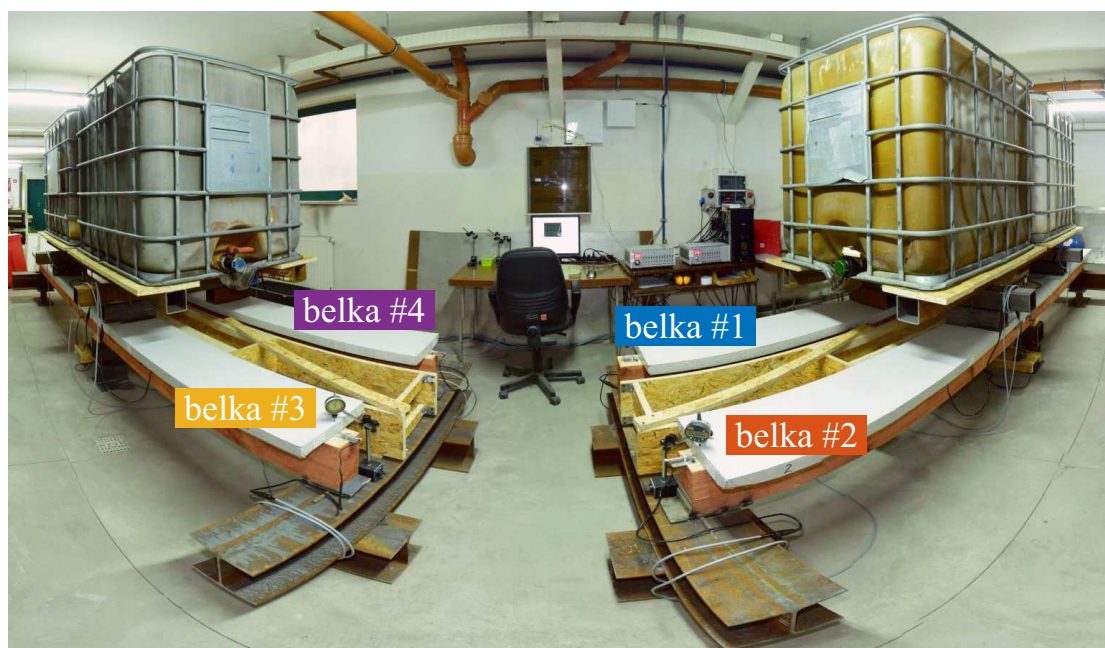


Rys. 4.32. Schemat toru pomiarowego przetworników drogi [20]

Uruchomienie w pełni wyposażonego stanowiska badawczego (rys. 4.33) nastąpiło 26.08.2015 r., kiedy to przeprowadzono napełnianie zbiorników wodą do objętości 1000 l każdy. Wypełnianie obu zbiorników następowało równocześnie w ramach pojedynczego stanowiska z prędkością około 20 l/min . Na potrzeby niniejszej rozprawy dane ze stanowiska (w ilości ponad 24 milionów) zebrano po okresie około 2 lat (29.09.2017 r.). Po wskazanej dacie pomiar jest kontynuowany (koniec/odciążenie planuje się po 4–5 latach ciągłej pracy stanowiska).

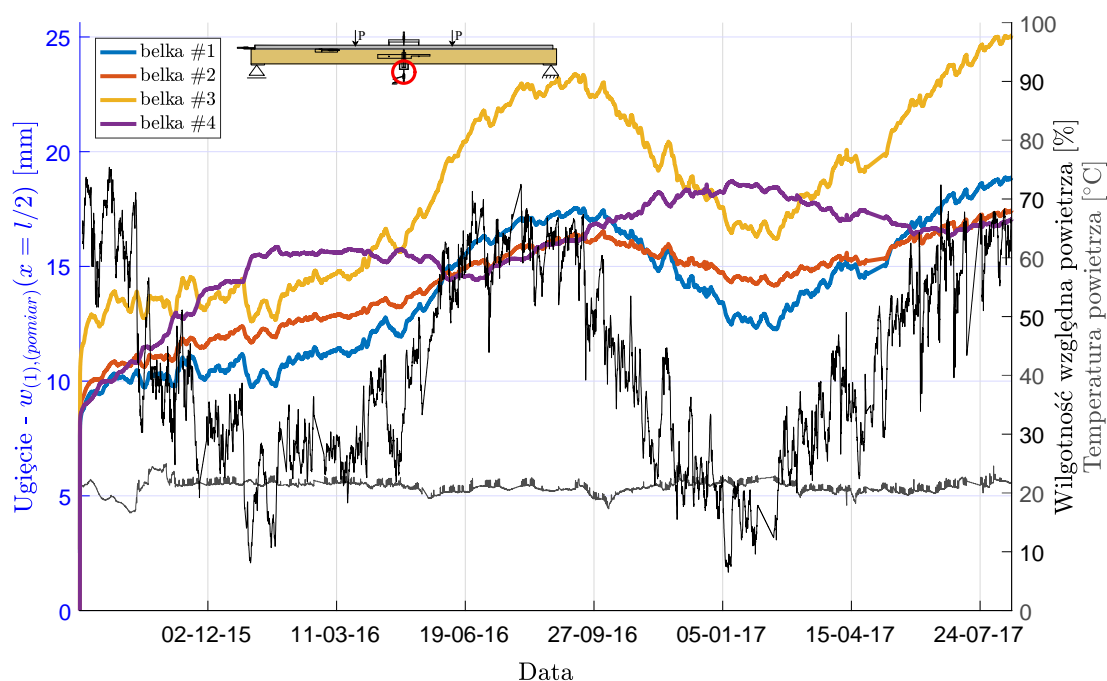
4.2.3. Pomiary ugięć, poślizgów i krzywizn

W niniejszym podrozdziale przedstawiono pomiary uzyskane z czujników przemieszczeń i krzywizn. Na rys. 4.33 pokazano zdjęcie stanowisk oraz ich numerację wraz z kolorystyką wykorzystywaną dalej w prezentacji przebiegów zmian przemieszczeń i krzywizn poszczególnych belek. Dodatkowo na każdym z wykresów wykreślono przebieg zmian wilgotności względnej (kolor czarny) i temperatury (kolor szary) powietrza w otoczeniu.



Rys. 4.33. Stanowisko do badań długotrwałego obciążania belek drewniano-betonowych wraz z numeracją elementów

Na wykresie z rys. 4.34 przedstawione zostały przebiegi zmian ugięć belek w czasie. Jak można zauważyć, zmiany wilgotności powietrza mają istotny wpływ na wynik, a ich wielkości są zbliżone do tych, jakie panują w pomieszczeniach przeznaczonych na stały pobyt ludzi, podobnie jak prawie stała temperatura ok. 22°C . Ze względu na panujący w Polsce klimat widać tu charakterystyczny spadek wilgotności w okresie od jesieni do wiosny (sezon grzewczy), kiedy to procesy pełzania są hamowane i następuje skurcz materiałów, oraz wzrost w okresie od wiosny do jesieni, gdy mechanizmy oddziaływań niemechanicznych dodatkowo „napędzają” procesy reologiczne.



Rys. 4.34. Przebieg zmierzonych ugięć w środku rozpiętości belki wraz ze zmianami wilgotności względnej i temperatury powietrza

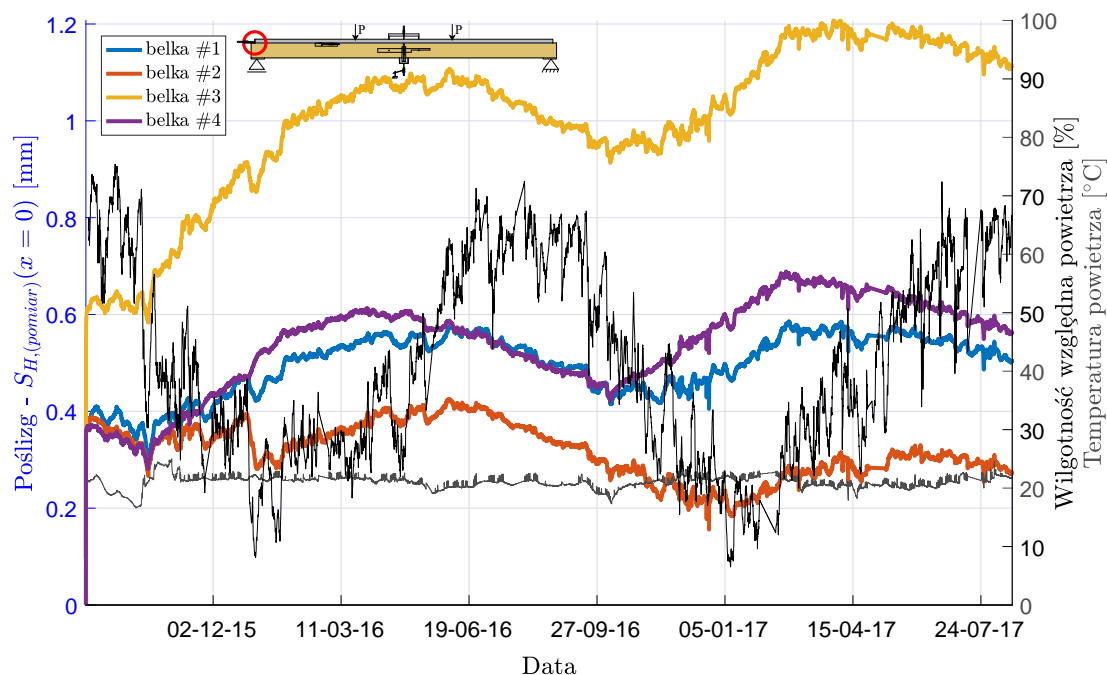
Jak można zauważyć na powyższym wykresie, jedynie belka #4 uwidacznia odmienne zachowanie z uwagi na specyficzną strukturę wewnętrzną żebra drewnianego w porównaniu z innymi belkami. Na rys. 4.35 można zauważyć, że rdzeń żebra #4 usytuowany jest nieco niżej niż w pozostałych przypadkach. Może to wpływać na współczynnik skurczu wilgotnościowego, który będzie w rzeczywistości zróżnicowany po wysokości przekroju. Jak podano w pracy [72], rdzeń ma mniejszą kurczliwość niż drewno z pozostałej części pnia. Wykluczono zróżnicowanie obciążenia wynikające z różnic ugięcia belek #3 i #4, gdyż zarejestrowane poprzeczne przechylenie zbiornika nie może wygenerować większej zmiany obciążenia niż $\sim 1\%$. Ponadto belka #3, co wyraźnie widać, wykazała znacznie większe ugięcie początkowe i procesy pełzania są w jej przypadku intensywniejsze w porównaniu z pozostałymi. Przyczyną może być różnica klas zastosowanego drewna w poszczególnych belkach i/lub jego niejednorodność. Tak jak można było się

spodziewać, w stosunku do wartości ugięć wynikających wyłącznie z właściwości sprężystych (zarejestrowanych zaraz po napełnieniu zbiorników wodą), przebieg ugięć wykazuje sukcesywny wzrost rok do roku, a do momentu zebrania danych pomiarowych stosunek ugięć długotrwałych do początkowych wyniósł ok. 2 (przy porównaniu ze sobą wartości z końca sierpnia w poszczególnych latach).



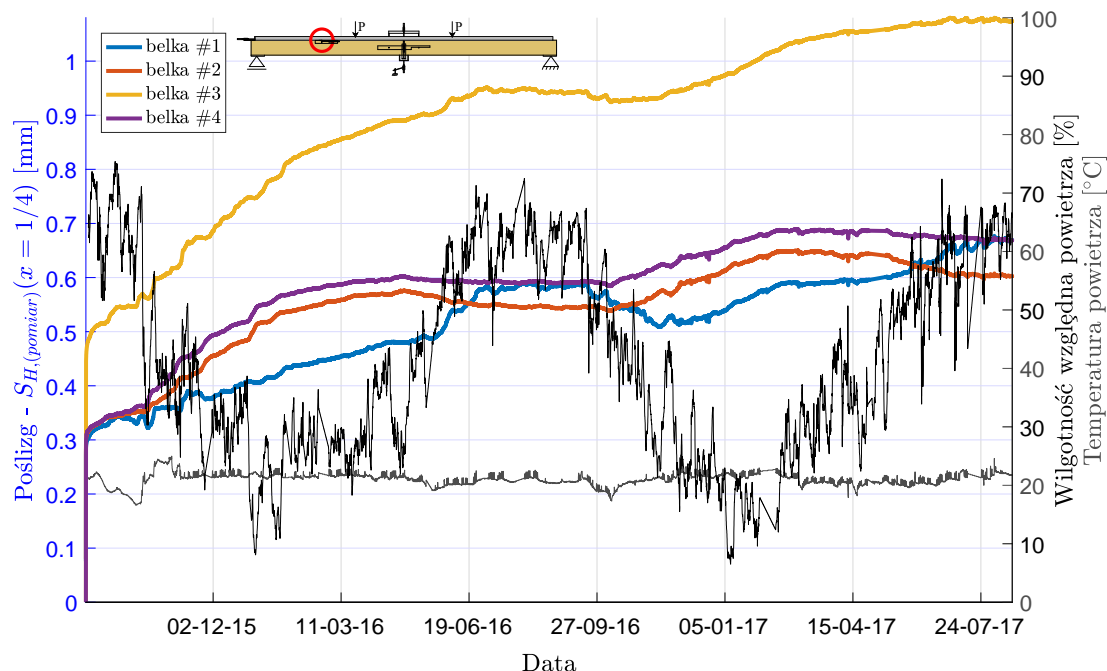
Rys. 4.35. Czola kolejnych belek z widoczną lokalizacją rdzenia pnia drzewa

Na rys. 4.36 przedstawiono wykresy przebiegów zmian poślizgów międzywarstwowych na końcach belek, gdzie podobnie jak w przypadku ugięć widać silny związek pomiędzy zmianami wilgotności a „płynięciem” styku. Przy czym z porównania poślizgów z końca (rys 4.36) i z 1/4 rozpiętości (rys. 4.37) wynika, że w chwili dociążania różnice są zgodne z oczekiwanymi (wyższe na końcu belki), sytuacja się zmienia wraz z uruchomieniem się mechanizmów sorpcyjnych i pełzania, kiedy to relacja ta się odwraca. Wynika to z braku zastosowania izolacji na czołowych powierzchniach żeber drewnianych, gdzie – jak wiadomo – procesy sorpcyjne i desorpcyjne wzdłuż włókien zachodzą kilkakrotnie szybciej niż w poprzek włókien przy powierzchniach równoległych do nich. Ponadto część czujników na skutek nadmiernych deformacji wilgotnościowych podłoża drewnianego mogła nie wskazywać poprawnych wyników. Dlatego też, stosując model transportu wilgoci opisany w rozdziale 3, gdzie założono $C = C(y, z)$, nie zdecydowano się w dalszej części pracy, przy określaniu parametrów pełzania badanych belek, na korzystanie z danych z czujników poślizgu na ich końcach, a jedynie z tych umieszczonych w 1/4 rozpiętości (rozdział 5). Natomiast do analizy sztywności w zakresie sprężystym można wykorzystać wskazania poślizgów zarówno z końca belki, jak i w 1/4 rozpiętości (w chwili $t = 0$).



Rys. 4.36. Przebieg zmierzonych poślizgów międzywarstwowych na końcu belki wraz ze zmianami wilgotności względnej i temperatury powietrza

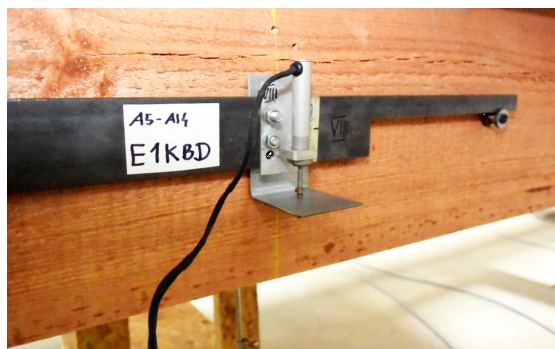
Co ciekawe, podobnie jak w przypadku pomiarów ugięć, tak i tu belka #3 wykazuje znacznie większy poślizg, co może sugerować mniejszą gęstość zastosowanego w niej drewna, a co za tym idzie – mniejszą sztywność, zwłaszcza w strefie kontaktowej warstw.



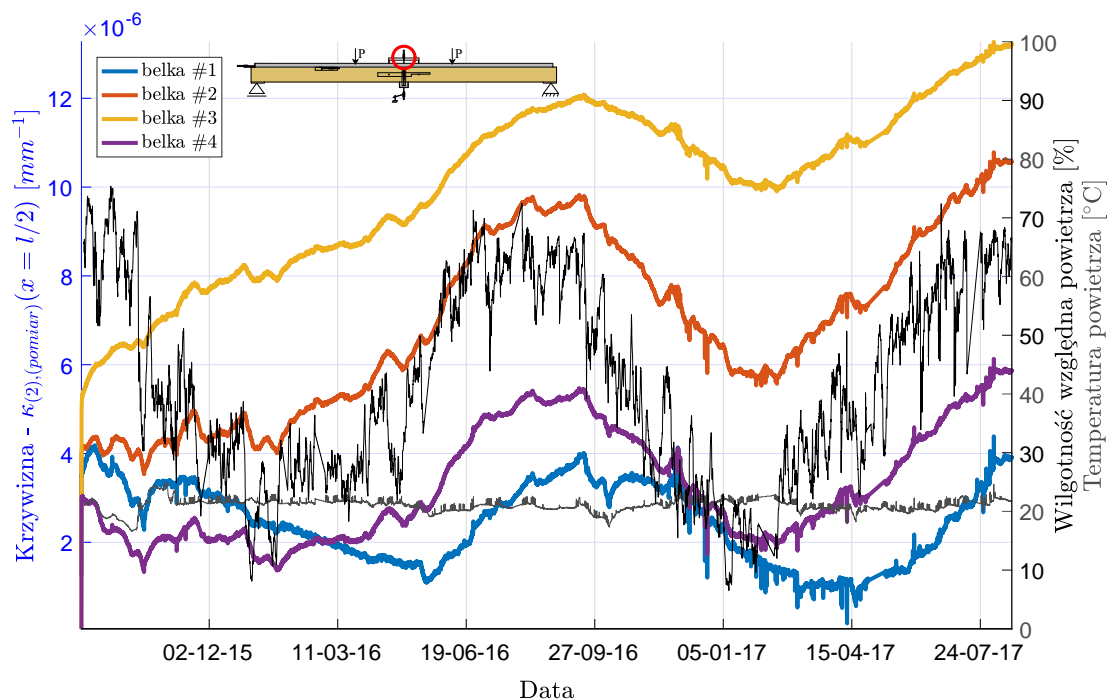
Rys. 4.37. Przebieg zmierzonych poślizgów międzywarstwowych w 1/4 rozpiętości belki wraz ze zmianami wilgotności względnej i temperatury powietrza

Pomiar krzywizny płyt betonowych i żeber drewnianych w strefie stałego momentu podyktowany został przede wszystkim potrzebą dogodnego zbadania i opisanie procesów reologicznych zachodzących w połączeniu warstw ze względu na

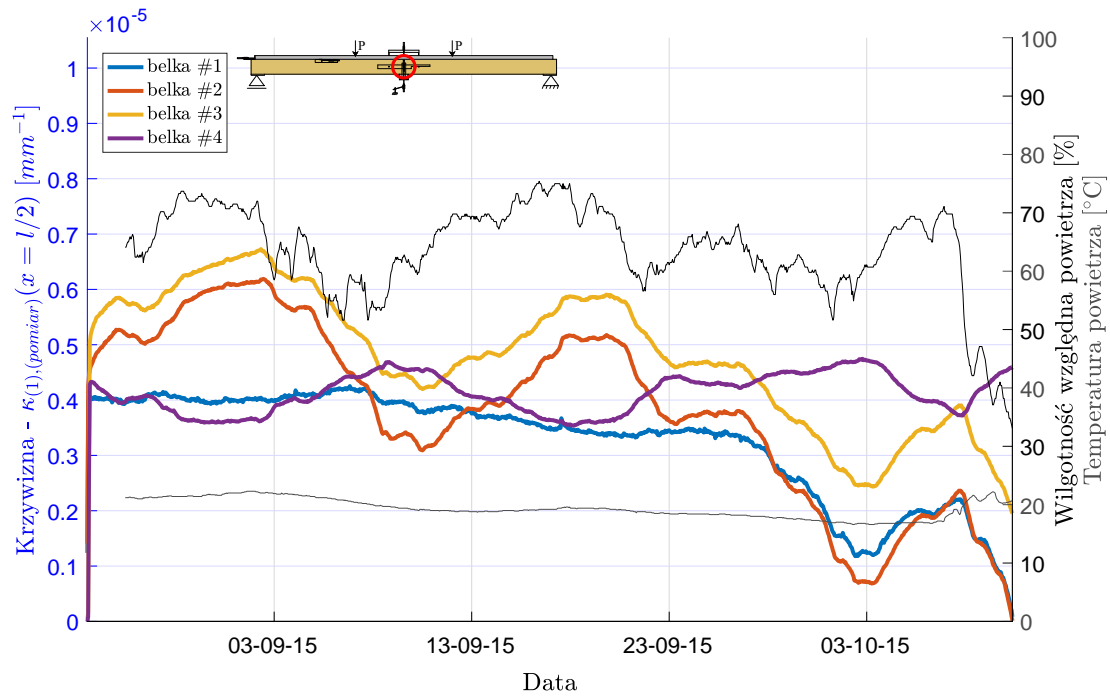
przenoszenie przez wkręty obciążenia pionowego z uwagi na doświadczenia autora zdobyte podczas badań krótkotrwałych. Analizując wykres z rys. 4.39, można zauważyć, że krzywizna belek #1 i #4 w okresie zimowym była mniejsza, niż miało to miejsce w momencie dociążania. Wynik ten spowodowany był niestety częściowym rozwarstwieniem żeber drewnianych w wyniku wysychania na środkowym ich odcinku i związanym z tym uniesieniem górnej części żeber i płyt w tym miejscu. W przypadku belek #2 i #3 rozwarstwienie to było mniejsze, a po umieszczeniu prostej aluminiowej łąty zauważalna była szczelina pod jej środkową częścią. W związku z tym pomiary z krzywiznomierzy płyt betonowych (rys. 4.39) i żeber drewnianych (rys. 4.40) okazały się nieprzydatne w trakcie prowadzonych dalej analiz (zgodnie z teorią pręta dwuwarstwowego – rozdział 5), mających na celu określenie parametrów pełzania złącza. Przy pomiarach krzywizn osi żeber uwaga ta była niestety tym bardziej zasadna, że rozwarstwienie, które pojawiło się jesienią 2015 r. (rys. 4.38), obluźowało mocowanie baz czujników do powierzchni układu. Natomiast w celu określenia właściwości sprężystych belek początkowe wskazania krzywiznomierzy mogły zostać użyte we wszystkich przypadkach, z uwagi na nierozpoczęte jeszcze procesy desorpcyjne.



Rys. 4.38. Pęknięcie żebra drewnianego w okolicy krzywiznomierza



Rys. 4.39. Przebieg zmierzonych krzywizn górnej powierzchni płyt betonowych wraz ze zmianami wilgotności względnej i temperatury powietrza



Rys. 4.40. Przebieg zmierzonych krzywizn osi żeber drewnianych wraz ze zmianami wilgotności względnej i temperatury powietrza

4.2.4. Pomiary ultradźwiękowe i oszacowanie siecznego modułu Younga płyt betonowych

Podobnie jak w przypadku belki, której badania opisano w p. 4.1, tu również zdecydowano się na oszacowanie siecznego modułu Younga betonu w płytach górnych za pomocą pomiarów prędkości podłużnych fal ultradźwiękowych. Metodologia pomiarowa była identyczna, a otrzymane średnie prędkości fal przedstawiono już w pracy [20]. Z uwagi na dostępność nowych głowic w stosunku do badań z p. 4.1 wykorzystano fale o częstotliwości 125 kHz. W efekcie średnie uzyskane prędkości w płytach belek z rys. 4.33 wyniosły: $c_{p(2)\#1} = 4167 \text{ m/s}$, $c_{p(2)\#2} = 3960 \text{ m/s}$, $c_{p(2)\#3} = 3940 \text{ m/s}$, $c_{p(2)\#4} = 3940 \text{ m/s}$. Wykorzystując relację pomiędzy dynamicznym modułem sprężystości i prędkością fali podłużnej (2.41), gdzie: $\rho_{(2)} = 2285 \text{ kg/m}^3$ – gęstość betonu, a współczynnik Poissona przyjęto $\nu = 0,2$, otrzymuje się odpowiednio: $E_{d(2)\#1} = 35,71 \text{ GPa}$, $E_{d(2)\#2} = 32,25 \text{ GPa}$, $E_{d(2)\#3} = 32,02 \text{ GPa}$, $E_{d(2)\#4} = 31,92 \text{ GPa}$. Przy czym wartość dynamicznego modułu sprężystości betonu jest wyższa niż siecznego, a można go wyznaczyć z relacji empirycznych. Dla opisywanych tu belek zastosowano, prócz relacji z pracy [79] (4.2), także dwie inne, podane w [114], w celu przeprowadzenia bardziej kompleksowej oceny możliwości zastosowania tego typu zależności w prowadzonych przez autora badaniach, tj.:

$$E'_{(2)} = 0,83E_{d(2)}, \quad (4.2)$$

$$E''_{(2)} = 1,25E_{d(2)} - 19, \quad (4.3)$$

$$E''_{(2)} = E_{d(2)} - 5,864. \quad (4.4)$$

gdzie w (4.3) i (4.4) $E_{d(2)}$ należy podstawić w GPa . Dodatkowo otrzymane wartości można skonfrontować ze znaną relacją modułu Younga z wytrzymałością na ściskanie betonu [96]:

$$E_{(2)} = 4,73(f_{ck})^{0,5}. \quad (4.5)$$

Tabela 4.4. Zestawienie dynamicznych i statycznych modułów sprężystości betonu z płyt betonowych belek

Nr belki	c_p [m/s]	$E_{d(2)}$ [GPa]	$E'_{(2)}$ [GPa]	$E''_{(2)}$ [GPa]	$E'''_{(2)}$ [GPa]	f_{ck} [MPa]	$E_{(2)}$ [GPa]
#1	4167	35,71	29,64	25,64	29,85		
#2	3960	32,25	26,77	21,31	26,39	~42	30,65
#3	3946	32,02	26,58	21,03	26,16		
#4	3940	31,92	26,49	20,90	26,06		

Zestawiając w tab. 4.4 wyniki otrzymane na podstawie przytoczonych równań (4.2–4.5), można wstępnie wywnioskować, że szacowanie modułu sprężystości uśrednionego dla płyty betonowej za pomocą pomiarów prędkości podłużnych fal ultradźwiękowych według opisanego sposobu jest poprawne. Ze względu na największe podobieństwo wyników uzyskanych z relacji (4.2) i (4.5), do dalszych analiz, przedstawionych w rozdziale 5, wykorzystano wartości $E'_{(2)}$.

Rozdział 5

Wyznaczanie parametrów określających sztywność belek drewniano-betonowych

W niniejszym rozdziale sformułowane zostaną współczynnikowe zadania odwrotne mające na celu wyznaczenie parametrów sztywnościowych dwuwarstwowych belek zespolonych występujących w równaniach modeli zaprezentowanych już w rozdziale 3. Sformułowane zostaną odpowiednie funkcje celu jako sumy kwadratów różnic pomiędzy wielkościami zmierzonymi i odpowiadającymi im danymi wyjściowymi ze wspomnianych modeli. Funkcje te będą zależne od poszukiwanych parametrów, skąd w wyniku przeprowadzenia ich minimalizacji zachodzi zależność:

$$\operatorname{argmin} F(\mathbf{x}) = (p_1, p_2, \dots, p_n), \quad (5.1)$$

gdzie: F – funkcja celu, p_i – poszukiwany parametr materiałowy ($i = 1, 2, \dots, n$) lub

$$\operatorname{argmin} F(\mathbf{x}_\alpha)|_{\alpha=\alpha_{opt}} = (p_{1\alpha}, p_{2\alpha}, \dots, p_{n\alpha}), \quad (5.2)$$

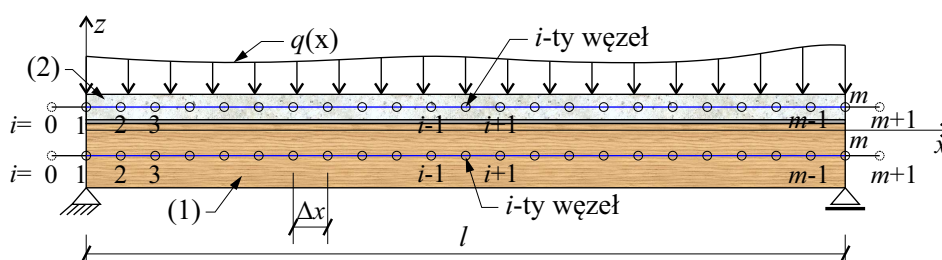
w przypadku regularyzacji zadania, gdzie α to parametr regularyzacyjny.

Poszukiwanie minimum F z uwagi na brak możliwości znalezienia go w sposób analityczny zrealizowano za pomocą obliczeń przybliżonych nieliniową metodą najmniejszych kwadratów (MNK). W tym celu potrzebne było obliczenie kilkuset zadań prostych również w sposób przybliżony, gdzie wykorzystano metodę różnic skończonych (MRS), natomiast prowadząc regularyzację postawionych zadań, skorzystano z metody Tichonowa. W tym zakresie pracy punktem wyjściowym do sformułowania własnych procedur obliczeniowych były kody komputerowe opracowane w języku środowiska Matlab na potrzeby artykułów [22, 105, 108, 110].

5.1. Sposób rozwiązania zadania prostego w ujęciu MRS

Z uwagi na to, że autorowi rozprawy nie udało się rozwiązać analitycznie wyprowadzonych w rozdziale 3 układów równań różniczkowych, zdecydowano się na wykorzystanie w tym zakresie MRS. Biorąc pod uwagę charakter równań sprządzających zagadnienie do analizy jednowymiarowej belki, takie podejście okazało się optymalne pod względem kontroli, czasochłonności oraz kosztów obliczeń.

W pierwszej kolejności należy obszar (belkę) zastąpić zbiorem równo odległych węzłów MRS (rys. 5.1 i 5.2). Tym sposobem z układu funkcji ciągłych można otrzymać zbiory wartości tych funkcji w poszczególnych węzłach.

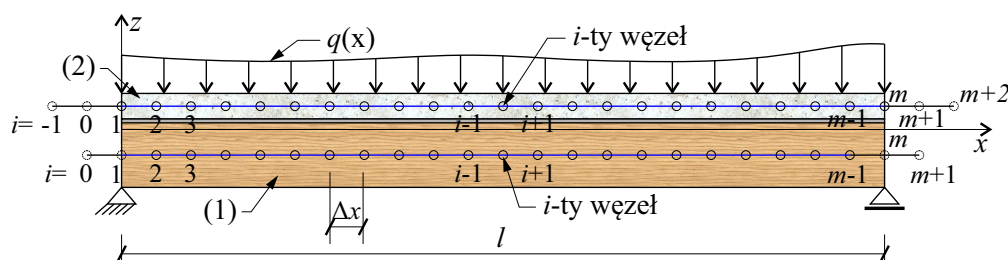


Rys. 5.1. Dyskretyzacja belki wg MRS z widokiem węzłów z przemieszczeniami poziomymi warstw $u_{(1)}$ i $u_{(2)}$

Przybliżając wartości pochodnych funkcji przemieszczeń poziomych $u_{(1)}$ i $u_{(2)}$ po x występujących w układach równań, które przedstawiono w rozdziale 3 można w węzłach otrzymać następujące centralne wzory różnicowe:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_{(i)}}{\partial x}(x = a) &\approx \frac{1}{2\Delta x} \left(u_{(i)}(x = a + \Delta x) - u_{(i)}(x = a - \Delta x) \right), \\ \frac{\partial^2 u_{(i)}}{\partial x^2}(x = a) &\approx \frac{1}{2\Delta x^2} \left(u_{(i)}(x = a + \Delta x) - 2u_{(i)}(x = a) + u_{(i)}(x = a - \Delta x) \right), \end{aligned} \quad (5.3)$$

a w przypadku ugięć $w_{(1)}$ i $w_{(2)}$:



Rys. 5.2. Dyskretyzacja belki wg MRS z widokiem węzłów z ugięciami warstw $w_{(1)}$ i $w_{(2)}$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial w_{(1)}}{\partial x}(x=a) &\approx \frac{1}{2\Delta x} \left(w_{(1)}(x=a+\Delta x) - w_{(1)}(x=a-\Delta x) \right), \\
\frac{\partial^2 w_{(1)}}{\partial x^2}(x=a) &\approx \frac{1}{2\Delta x^2} \left(w_{(1)}(x=a+\Delta x) - 2w_{(1)}(x=a) + w_{(1)}(x=a-\Delta x) \right), \\
\frac{\partial^3 w_{(1)}}{\partial x^3}(x=a) &\approx \frac{1}{2\Delta x^3} \left(w_{(1)}(x=a+2\Delta x) - 2w_{(1)}(x=a+\Delta x) + \right. \\
&\quad \left. + 2w_{(1)}(x=a-\Delta x) - w_{(1)}(x=a-\Delta x) \right), \\
\frac{\partial^4 w_{(1)}}{\partial x^4}(x=a) &\approx \frac{1}{2\Delta x^4} \left(w_{(1)}(x=a+2\Delta x) - 4w_{(1)}(x=a+\Delta x) + \right. \\
&\quad \left. + 6w_{(1)}(x=a) - 4w_{(1)}(x=a-\Delta x) - w_{(1)}(x=a-\Delta x) \right).
\end{aligned} \tag{5.4}$$

Otrzymuje się w ten sposób w przypadku sprężystym układ równań algebraicznych, które można ogólnie przedstawić w formie macierzowej:

$$\mathbf{A}\mathbf{w} = \mathbf{q} \quad \rightarrow \quad \mathbf{w} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{q}, \tag{5.5}$$

Z kolei w przypadku lepkosprężystym otrzyma się układ równań całkowych:

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}(t) * d\mathbf{w}(t) &= \mathbf{q}(t), \\
\text{czyli } \int_0^t \mathbf{A}(t-\tau) \frac{\partial \mathbf{w}(\tau)}{\partial \tau} d\tau &= \mathbf{q}(t).
\end{aligned} \tag{5.6}$$

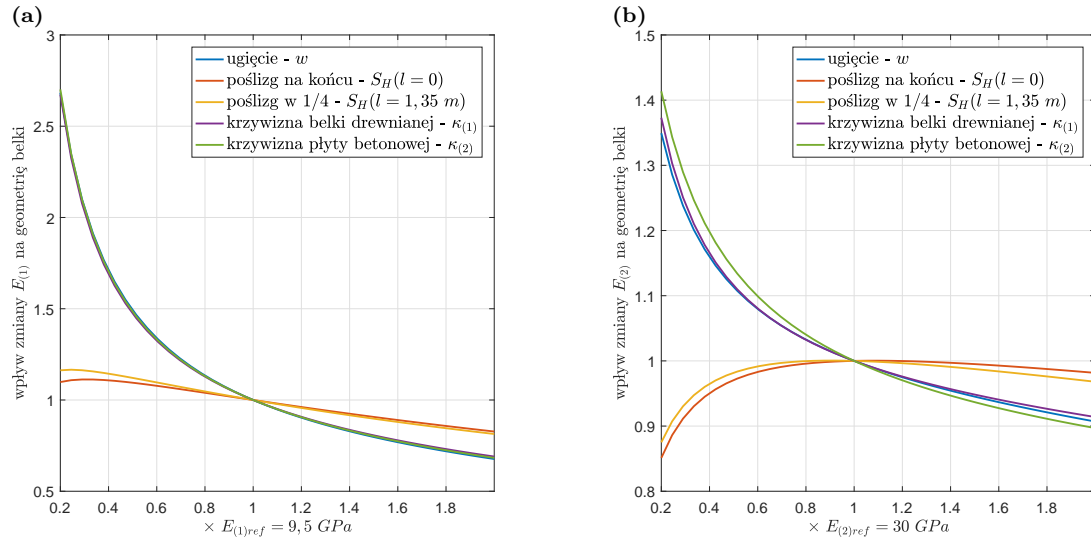
Aby rozwiązać układ równań całkowych (5.6), w dalszej części rozdziału zostanie zaprezentowany sposób oparty na jego całkowaniu numerycznym.

5.2. Analiza wrażliwości

Przed przystąpieniem do sformułowania toku postępowania przy wyznaczaniu parametrów sztywności warstw i złącza międzywarstwowego badanych belek ustalono ich orientacyjne wartości na podstawie dostępnej literatury zagadnienia. Z norm [N3, N2] przyjęto wstępnie odpowiednio dla klasy drewna C20 $E_{(1)ref} = E_{0,mean} = 9,5 \text{ GPa}$ i klasy betonu C20/25 $E_{(2)ref} = E_{cm} = 30 \text{ GPa}$. Sztywność styku na obciążenia ścinające i te działające w kierunku pionowym autor wyznaczył i przedstawił m.in. w pracy [22]. Korzystając z pracy doktorskiej Chuana [17], przyjęto wstępnie sztywność na ścinanie $K_{Href} = 770 \text{ kN/m}^2$ oraz sztywność na obciążenie pionowe $K_{Vref} = 3,266 \text{ MN/m}^2$. Wówczas przystąpiono do przeprowadzenia uproszczonej analizy wrażliwości modelu sprężystego belki zespolonej (rozdział 3) ze względu na zmiany $E_{(1)}$, $E_{(2)}$, K_H i $K_{(V)}$ w sposób opisany poniżej. Geometrię zadania przyjęto identyczną jak w badaniach doświadczalnych prezentowanych w punkcie 4.2 i na rysunku 4.27 niniejszej pracy.

Następnie każdy z zaprezentowanych parametrów zmieniano osobno w zakresie od 0,2 do 2 jego wstępnej wartości, pozostałe pozostawiając niezmiennie, i wy-

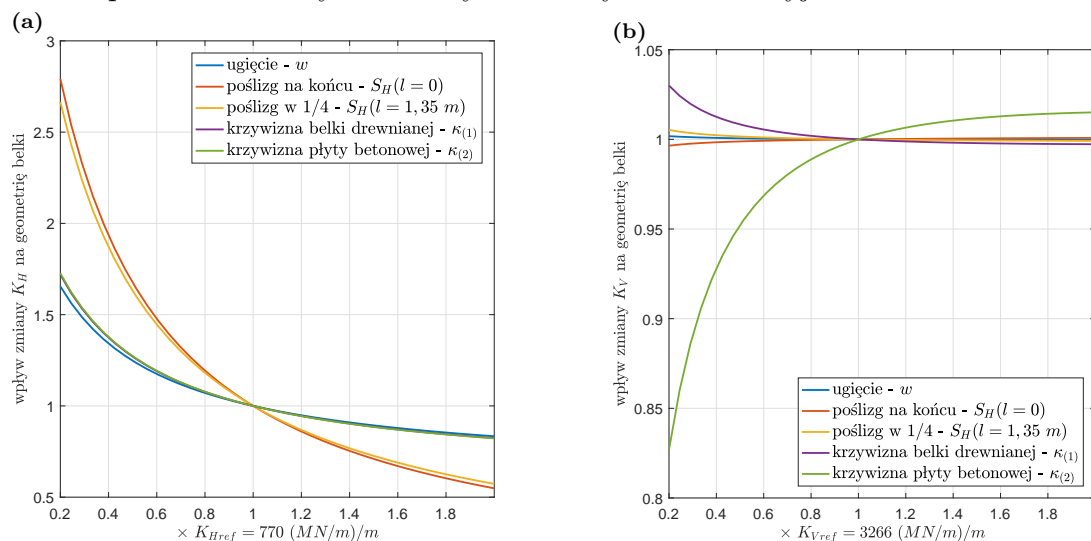
znaczano ugięcie warstw, krzywizny w środku rozpiętości oraz poślizgi w 1/4 rozpiętości i na końcu belki. Na tej podstawie można stwierdzić, że zmiana modułu sprężystości drewna (rys. 5.3a), jak i betonu (rys. 5.3b) w sposób zauważalny wpływa na ugięcie oraz krzywizny, a w znacznie mniejszym stopniu na poślizgi, czego można było się spodziewać. W przypadku zmian $E_{(2)}$ (rys. 5.3b) wpływ ten jest jednak mniejszy.



Rys. 5.3. Wpływ zmiany modułu sprężystości (a) drewna $E_{(1)}$, (b) betonu $E_{(2)}$ na ugięcia, poślizgi międzywarstwowe i krzywizny w belce

Zupełnie inaczej prezentuje się wpływ zmian sztywności złącza na ścinanie (rys. 5.4a) w przypadku analogicznych wielkości geometrycznych. Mają one wyraźnie większy wpływ na poślizgi niż na ugięcia i krzywizny, przy czym w obu sytuacjach nie jest on pomijalny. Natomiast analizując wykres z rys. 5.4b, można dostrzec, że zmiany sztywności złącza na obciążenia działające w kierunku pionowym nie mają istotnego wpływu na otrzymywane wyniki.

Wykresy z rys. 5.3a i 5.3b zdeterminowały „strategię działania” przy wyznaczaniu parametrów sztywnościowych badanych laboratoryjnie belek.



Rys. 5.4. Wpływ zmiany sztywności złącza (a) K_H , (b) K_V na ugięcia, poślizgi międzywarstwowe i krzywizny w belce

5.3. Wyznaczanie parametrów określających sztywność belek drewniano-betonowych w zakresie sprężystym

5.3.1. Analiza pomiarów z badań krótkotrwałych

Oszacowanie wartości siecznych statycznych modułów sprężystości żeber drewnianych $E_{(1)}$ oraz sprężystych sztywności złącza na ścinanie K_H i na obciążenia przenoszone przez nie w kierunku pionowym K_V przeprowadzono, minimalizując następującą funkcję celu:

$$\begin{aligned}
 F(p_1, p_2, p_3) = & \left(\frac{w_{(1),(pomiar)} - w_{(1)}(x = 1,75 \text{ m}, p_1, p_2, p_3)}{w_{(1),(pomiar)}} \right)^2 + \\
 & + \left(\frac{S_{H,(pomiar)}(x = 0) - S_H(x = 0, p_1, p_2, p_3)}{S_{H,(pomiar)}(x = 0)} \right)^2 + \\
 & + \left(\frac{\kappa_{(1),(pomiar)}(x = 1,75 \text{ m}) - \kappa_{(1)}(x = 1,75 \text{ m}, p_1, p_2, p_3)}{\kappa_{(1),(pomiar)}(x = 1,75 \text{ m})} \right)^2 + \\
 & + \left(\frac{\kappa_{(2),(pomiar)}(x = 1,75 \text{ m}) - \kappa_{(2)}(x = 1,75 \text{ m}, p_1, p_2, p_3)}{\kappa_{(2),(pomiar)}(x = 1,75 \text{ m})} \right)^2, \quad (5.7)
 \end{aligned}$$

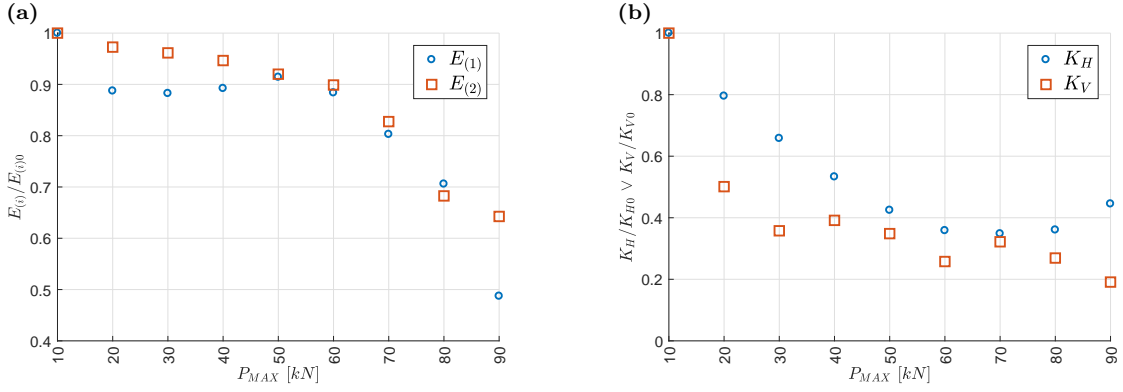
gdzie: $\text{argmin}F(p_1, p_2, p_3) = (E_{(1)}, K_H, K_V)$, a p_1 , p_2 i p_3 oznaczają zmienne podstawione w miejsca $E_{(1)}$, K_H i K_V w układzie równań (3.43). Statyczny moduł Younga betonu płyty górnej $E_{(2)}$ w równaniach przyjęto jako stały w danym zadaniu i równy wartościom przedstawionym w tabeli 4.3. Z kolei wartości $w_{(1),(pomiar)}$, $S_{H,(pomiar)}$, $\kappa_{(1),(pomiar)}$ i $\kappa_{(2),(pomiar)}$ przyjęto równe wartościom z końca obciążania elementu w poszczególnych cyklach przy $P = P_{MAX}$ (tab. 4.1).

W rezultacie minimalizacji funkcji (5.7) przeprowadzonej za pomocą nieliniowej MNK i MRS, dla każdego z etapów eksperymentu wyznaczone zostały sprężyste sieczne parametry $E_{(1)}$, K_H i K_V , które zestawiono w tab. 5.1.

Tabela 5.1. Oszacowane sieczne parametry $E_{(1)}$, K_H i K_V po każdym z cykli obciążania belki [22]

Etap	1	2	3	4	5	6	7	8	9
P_{MAX} [kN]	10	20	30	40	50	60	70	80	89,91
$E_{(1)}$ [GPa]	16,42	14,57	14,49	14,65	15,01	14,51	13,18	11,59	8,00
K_H [(MN/m)/m]	96,8	77,0	63,7	51,6	41,1	34,7	33,7	34,9	43,1
K_V [(MN/m)/m]	651,8	326,6	233,1	255,2	227,1	168,0	209,8	175,4	124,5
F	0,021	0,014	0,015	0,009	0,008	0,005	0,004	0,0002	0,0001

Analizując wyniki zawarte w tab. 4.3 i 5.1, można zauważyć, że zgodnie z oczekiwaniami sztywność każdego z analizowanych elementów spada po każdym cyklu obciążania (rys. 5.5). W przypadku płyty betonowej, jak i belki drewnianej (rys. 5.5a) wyznaczony sieczny moduł sprężystości początkowo wykazał nieznaczny spadek do szóstego etapu badań, gdy wywołany stan naprężeń i towarzyszących im odkształceń prowadził do powstania mikrospekkań struktury (niewidocznych gołym okiem). Po lokalnym przekroczeniu wytrzymałości badanych materiałów (po szóstym etapie) i wywołaniu odkształceń plastycznych i kruchych zniszczeń struktury w skali makro (widocznych gołym okiem, w szczególności w miejscu koncentracji siły), uwidocznia się ten fakt w otrzymanych wynikach, gdy następuje nagły spadek ich sztywności. W przypadku zmian sztywności złącza (rys. 5.5b), szczególnie w kierunku poziomym, na działanie obciążeń ścinających, efekt spadku również jest zauważalny, przy czym charakter tych zmian jest odmienny, gdyż początkowo (do szóstego etapu) obserwuje się istotną utratę sztywności wywołaną koncentracją naprężeń w obszarze kontaktu wkręta z drewnem, a co za tym idzie – miażdżeniem struktury drewna i powstaniem odkształceń plastycznych. Po etapie piątym zmiany są już mniejsze, co wynika z „dogęszczenia” struktury materiału i zwiększenia obszaru wokół wkrętów, na którym koncentrowane są naprężenia.



Rys. 5.5. Zmiana sztywności: (a) drewna i betonu, (b) styku w kierunku poziomym i pionowym w stosunku do wartości z pierwszego etapu badań

Przedstawione powyżej wyniki obliczeń, dotyczące wyznaczania parametrów sztywnościowych cyklicznie obciążanej belki drewniano-betonowej, stanowią wstęp do dalszej analizy parametrów z badań długotrwałych zaprezentowanych w p. 4.2. Wstępnie pokazują możliwości sformułowanego zadania odwrotnego, pozwalającego na szacowanie stałych występujących w równaniach modeli belek dwuwarstwowych.

5.3.2. Analiza pomiarów z badań długotrwałych

Oszacowanie siecznych, statycznych modułów sprężystości żeber drewnianych $E_{(1)}$ i sprężystych sztywności złącza na ścinanie K_H i działanie obciążeń w kierunku pionowym K_V zdecydowano się przeprowadzić w dwóch etapach, wykorzystując fakt, że zmiany K_V nie wpływają istotnie na zmiany ugięć $w_{(1)}$ i poślizgów międzywarstwowych S_H (rys. 5.4b). Stąd, w celu poprawy uwarunkowania zadania odwrotnego, w pierwszej kolejności wyznaczono moduł Younga żeber drewnianych $E_{(2)}$ i sztywności na ścinanie złącza K_H , minimalizując funkcję celu:

$$\begin{aligned}
 F(p_1, p_2) = & \left(\frac{w_{(1),(pomiar)} - w_{(1)}(x = 2 \text{ m}, p_1, p_2)}{w_{(1),(pomiar)}} \right)^2 + \\
 & + \left(\frac{S_{H,(pomiar)}(x = 0) - S_H(x = 0, p_1, p_2)}{S_{H,(pomiar)}(x = 0)} \right)^2 + \\
 & + \left(\frac{S_{H,(pomiar)}(x = 1 \text{ m}) - S_H(x = 1 \text{ m}, p_1, p_2)}{S_{H,(pomiar)}(x = 1 \text{ m})} \right)^2,
 \end{aligned} \tag{5.8}$$

gdzie $\operatorname{argmin} F(p_1, p_2) = (E_{(1)}, K_H)$, a p_1 i p_2 oznaczają zmienne podstawione w miejsca $E_{(1)}$, K_H odpowiednio w układzie równań (3.43), przy czym w tym przypadku przyjęto, że $K_V \rightarrow \infty$ i pierwsze dwa równania w (3.43) dodano stronami.

Za wartości $w_{(1),(pomiar)}$ i $S_{H,(pomiar)}$ w (5.8) podstawiono wyniki pomiarów ugięć i poślizgów z końca etapu napełniania zbiorników obciążających belki, które zestawiono w tab. 5.2.

Tabela 5.2. Zestawienie wartości ugięć, poślizgów w 1/4 rozpiętości i nad podporą belek w chwili po zakończeniu napełniania zbiorników z wodą

Nr belki	$w_{(1),(pomiar)}(x = 2 \text{ m})$ [mm]	$S_{H,(pomiar)}(x = 1 \text{ m})$ [mm]	$S_{H,(pomiar)}(x = 0)$ [mm]
#1	7,89	0,28	0,36
#2	8,34	0,29	0,37
#3	10,08	0,43	0,56
#4	8,10	0,29	0,35

Minimalizację funkcji celu przeprowadzono MNK i MRS, a otrzymane wyniki zestawiono w tab. 5.3.

Tabela 5.3. Oszacowane parametry $E_{(1)}$ i K_H belek

Nr belki	$E_{(1)}$ [GPa]	K_H [(MN/m)/m]	$\min F(p_1, p_2)$
#1	8,22	73,28	0,0008
#2	7,64	71,20	0,0009
#3	7,42	42,21	0,0003
#4	8,03	73,30	0,0045

Jak można zauważyć, jedynie sztywność złącza w kierunku poziomym K_H dla belki #3 odbiega wyraźnie od pozostałych. Widoczne jest to również na wykresach zmian poślizgów z badań (np. rys. 4.37), co może świadczyć o dużej niejednorodności tej pojedynczej belki, gdzie najprawdopodobniej drewno od strony łączników wykazuje znacznie mniejszą sztywność niż w innych przypadkach.

W drugiej kolejności przystąpiono do oszacowania sztywności złącza na działanie obciążeń w kierunku pionowym K_V . W tym celu poddano minimalizacji następującą funkcję celu:

$$F(p_3) = \left(\frac{\kappa_{(1),(pomiar)} - \kappa_{(1)}(x = 2 \text{ m}, p_3)}{\kappa_{(1),(pomiar)}} \right)^2 + \left(\frac{\kappa_{(2),(pomiar)} - \kappa_{(2)}(x = 2 \text{ m}, p_3)}{\kappa_{(2),(pomiar)}} \right)^2, \quad (5.9)$$

gdzie: $\operatorname{argmin} F(p_3) = K_V$, a p_3 to zmienna podstawiana w miejsce K_V w układzie równań (3.43). Za $E_{(1)}$, $E_{(2)}$, $K_{(H)}$ w (3.43) w tym zagadnieniu podstawiono już uprzednio wyznaczone wartości (tab. 4.4 i 5.3), a za $\kappa_{(1),(pomiar)}$ i $\kappa_{(2),(pomiar)}$ – wartości krzywizn warstw zmierzone na końcu etapu napełniania obciążających belki zbiorników wodą (tab. 5.4).

Tabela 5.4. Zestawienie wartości krzywizn żeber drewnianych i płyt betonowych z końca obciążania belek w chwili po zakończeniu napełniania zbiorników z wodą

Nr belki	$\kappa_{(1),(pomiar)}$ $\times 10^{-6} [mm^{-1}]$	$\kappa_{(2),(pomiar)}$ $\times 10^{-6} [mm^{-1}]$
#1	4,04	3,50
#2	4,45	3,95
#3	5,04	4,90
#4	4,28	2,98

Minimum funkcji 5.9 znaleziono przy wykorzystaniu nieliniowej MNK i MRS, a otrzymane wyniki zestawiono w tab. 5.5.

Tabela 5.5. Oszacowane K_V belek

Nr belki	K_V $[(MN/m)/m]$	$minF(p_3)$
#1	55,10	0,0158
#2	68,41	0,0060
#3	73,29	0,0219
#4	79,23	0,0112

5.4. Wyznaczanie parametrów określających sztywność belek drewniano-betonowych pod obciążeniem długotrwałym

Kolejny etap analiz sprowadza się do wykorzystania danych pomiarowych zebranych w okresie od momentu obciążenia konstrukcji do chwili zakończenia pomiarów (721 dni). Z uwagi na wykorzystanie standardowego modelu liniowej lepkość-prężności, do wyznaczenia pozostają stałe φ i γ występujące w równaniach (3.49–3.52).

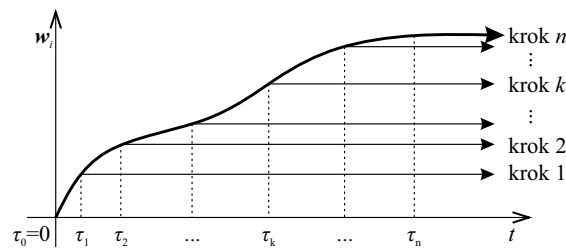
5.4.1. Parametry termiczno-wilgotnościowe

Zważywszy na naturalne warunki termiczno-wilgotnościowe panujące w pomieszczeniu laboratorium, odpowiadające warunkom pomieszczeń mieszkalnych, gdzie temperatura wynosi przeciętnie $19 - 23^\circ C$, natomiast wilgotność względna powietrza w okresie wiosenno-letnim 0,65, a w jesienno-zimowym 0,25, konieczne okazuje się uwzględnienie oddziaływań niemechanicznych opisanych w podpunkcie

3.3.4. Wpływ tych zmian bardzo dobrze obrazują przedstawione uprzednio wyniki badań (rys. 4.34–4.39). Mając na uwadze sformułowany w rozdziale 3 układ równań różniczkowych (3.55), po dyskretyzacji zagadnienia zgodnie z regułami MRS przyjmuje on postać układu równań całkowych względem poszczególnych ugięć węzłowych w funkcji czasu, tj.:

$$\begin{aligned} \mathbf{A} * d\mathbf{w} = \mathbf{q} &\rightarrow \int_0^t \mathbf{A}(t - \tau) \dot{\mathbf{w}}(\tau) d\tau = \mathbf{q}(t) \rightarrow \\ &\rightarrow \int_0^t \mathbf{A}(t - \tau) d\mathbf{w}(\tau) = \mathbf{q}(t), \end{aligned} \quad (5.10)$$

gdzie: \mathbf{A} – macierz współczynników MRS, której składowe uwzględniają sztywności opisane modelem standardowym liniowej lepkości, \mathbf{w} – wektor przemieszczeń węzłowych, a \mathbf{q} – wektor obciążeń węzłowych uwzględniający zarówno obciążenia natury mechanicznej, jak i wynikające z oddziaływań ciepłno-wilgotnościowych. Z uwagi na specyfikę zagadnienia rozwiązanie przybliżone należy prowadzić także w dziedzinie czasu w kolejnych krokach obliczeniowych k . W tym celu funkcje przemieszczeń węzłowych \mathbf{w} należy przybliżyć sumą przyrostów, jak pokazano to na rys. 5.6.



Rys. 5.6. Przedstawienie przebiegu funkcji przemieszczeń węzłowych jako sumy przyrostów

Związane jest to z koniecznością numerycznego wyznaczenia wartości splotów funkcji \mathbf{A} i \mathbf{w} (5.10). Wówczas równanie (5.10) może zostać sprowadzone do formy:

$$\sum_{k=1}^n \mathbf{A}(t - \tau_k) \cdot \Delta \mathbf{w}(\tau_k) = \mathbf{q}(t), \quad \text{gdzie: } t = \tau_n, \quad (5.11)$$

przy czym:

$$w_{(i)}(t = \tau_k) = \sum_{j=1}^k \Delta w_{(i)}(t = \tau_j), \quad (5.12)$$

$$u_{(i)}(t = \tau_k) = \sum_{j=1}^k \Delta u_{(i)}(t = \tau_j), \quad (5.13)$$

gdzie: $\Delta w_{(i)}(\tau_j) = w_{(i)}(t = \tau_j) - w_{(i)}(t = \tau_j - \Delta t)$,

$\Delta u_{(i)}(\tau_j) = u_{(i)}(t = \tau_j) - u_{(i)}(t = \tau_j - \Delta t)$

dla $i = 1, 2$; $\mathbf{w}(\tau_0 = 0) = \mathbf{0}$; $\mathbf{q}(\tau_0 = 0) = \mathbf{0}$; $\tau_k = k \cdot \Delta t$.

W konsekwencji implikuje to konieczność rozwiązywania zadania w sposób iteracyjny, gdzie kolejne przyrosty przemieszczeń węzłowych można obliczyć z zależności:

- pierwszy krok ($k = 1$):

$$\mathbf{A}(\tau_1 - \tau_1)\Delta\mathbf{w}(\tau_1) = \mathbf{q}(\tau_1)(\tau_1) \rightarrow \Delta\mathbf{w}(\tau_1) = \mathbf{A}^{-1}(0)\mathbf{q}(\tau_1). \quad (5.14)$$

- drugi krok ($k = 2$):

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(\tau_2 - \tau_1)\Delta\mathbf{w}(\tau_1) + \mathbf{A}(\tau_2 - \tau_2)\Delta\mathbf{w}(\tau_2) &= \mathbf{q}(\tau_2) \rightarrow \\ \rightarrow \Delta\mathbf{w}(\tau_2) &= \mathbf{A}^{-1}(0) [\mathbf{q}(\tau_2) - \mathbf{A}(\tau_2 - \tau_1)\Delta\mathbf{w}(\tau_1)]. \end{aligned} \quad (5.15)$$

- kolejne kroki ($k > 2$):

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^k \mathbf{A}(\tau_k - \tau_j)\Delta\mathbf{w}(\tau_j) &= \mathbf{q}(\tau_k) \rightarrow \\ \rightarrow \Delta\mathbf{w}(\tau_k) &= \mathbf{A}^{-1}(0) \left[\mathbf{q}(\tau_k) - \sum_{j=1}^{k-1} \mathbf{A}(\tau_k - \tau_j)\Delta\mathbf{w}(\tau_j) \right]. \end{aligned} \quad (5.16)$$

Dane materiałowe

Uwzględnienie w zadaniu pól ciepno-wilgotnościowych niesie za sobą konieczność przyjęcia bądź wyznaczenia parametrów materiałowych, przy których zastosowaniu można te pola wyznaczyć. Ponieważ wyznaczenie tej grupy parametrów nie jest celem niniejszej pracy, dane te zaczerpnięto z norm i literatury – z wyjątkiem gęstości materiałów, które zostały wyznaczone na podstawie pomiarów prowadzonych na próbach pobranych z tej samej partii materiałów, z których wykonano belki. Współczynniki dyfuzji i przejmowania wilgoci dla żeber drewnianych przyjęto jako uśrednione z kierunku radialnego i stycznego [109]; współczynnik dyfuzji i przejmowania wilgoci płyt betonowych ustalono na podstawie [132]. Zlinearyzowane izotermy sorpcji wyznaczono na podstawie wyników eksperymentów zawartych w [4, 25], gdzie korzystając z MNK dokonano ich aproksymacji w zakresie RH od ok. 0,1 do 0,8 (wartości występujące w skrajnych warunkach w pomieszczeniu laboratorium), uzyskując odpowiednio dwie funkcje sorpcji i desorpcji, które następnie uśredniono do jednej. Z kolei współczynniki skurczu/pęcznienia obliczono odpowiednio dla drewna z [140], gdzie parametr wyznaczono z iloczynu całkowitego skurczu wzdłuż włókien i masowej koncentracji wilgoci w punkcie nasycenia włókien, natomiast dla betonu – aproksymując liniowo zależność skurczu przy wysychaniu od wilgotności wg danych zawartych w [4]. Pozostałe stałe zaczerpnięto wprost z przytoczonych norm i literatury.

W efekcie do dalszych rozważań przyjęto następujące wartości parametrów materiałowych:

- gęstość w stanie suchym:

$$\rho_{(1)} = 444 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_{(2)} = 2285 \text{ kg/m}^3;$$

- efektywne współczynniki dyfuzji i przejmowania wilgoci sumarycznej [109, 108, 132]:

$$D_{(1)} = 1,89 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2/\text{s}, \quad a_{C(1)} = 8,83 \cdot 10^{-7} \text{ m/s};$$

$$D_{(2)} = 7,60 \cdot 10^{-11} \text{ m}^2/\text{s}, \quad a_{C(2)} = 9,68 \cdot 10^{-9} \text{ m/s};$$

- zlinearyzowane izotermy sorpcji w zakresie rozważanych wilgotności względnych powietrza (na podstawie [4, 25]):

$$C_{e(1)} = 7,70 \cdot 10^{-4} + 2,23 \cdot 10^{-1} RH, \quad C_{e(2)} = 1,44 \cdot 10^{-4} + 2,69 \cdot 10^{-2} RH;$$

- współczynniki przewodności cieplnej [N13, N14]:

$$\lambda_{(1)} = 0,16 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K}), \quad \lambda_{(2)} = 1,70 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K});$$

- współczynniki przejmowania ciepła (na podstawie [N15]):

$$a_{T(i)} = 10 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) - \text{w kierunku pionowym w górę},$$

$$a_{T(i)} = 5,88 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) - \text{w kierunku pionowym w dół},$$

$$a_{T(i)} = 7,69 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) - \text{w kierunku poziomym};$$

- ciepło właściwe [N13, N14]:

$$c_{(1)} = 2510 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K}), \quad c_{(2)} = 1000 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K});$$

- współczynniki skurczu/pęcznienia (na podstawie [4, 140]):

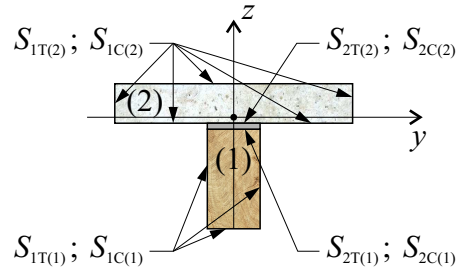
$$\alpha_{C(1)} = 0,005, \quad \alpha_{C(2)} = 0,080;$$

- współczynniki rozszerzalności termicznej [N1, N2]:

$$\alpha_{T(1)} = 0,3 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}, \quad \alpha_{T(2)} = 1 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}.$$

Na podstawie powyższych danych oraz równań dotyczących strony niemechanicznej zagadnienia (3.67–3.74), p. 3.3.4, wyznaczono przy wykorzystaniu MRS, rozkłady temperatur i wilgotności w płaszczyźnie przekroju belek w chwili τ_k (rys. 5.6). Pozwoliło to na obliczenie całek $\Psi_{(i)}$ z równania (3.61) i $\Phi_{(i)}$ z (3.64) po przekroju z odkształceń dystorsyjnych potrzebnych do rozwiązania strony mechanicznej zagadnienia. Do analizy brane są zmienne warunki wilgotnościowe otoczenia określone z pomiaru. Przyjmując postać warunków brzegowych (równanie (5.17) i rys. 5.7) założono, że przy wyznaczaniu pól wilgotności na nieoświetlonych stronach belki występują warunki trzeciego rodzaju, natomiast na styku części drewnianej i betonowej (z powodu założenia izolacji z folii PCV) warunki drugiego rodzaju z zerowym strumieniem wilgoci. Wyznaczając pola termiczne warstw, założono na odsłoniętych stronach belki także warunki trzeciego rodzaju, a na styku części drewnianej i betonowej – styk idealny.

$$\begin{aligned}
\lambda_{(1)} \frac{\partial T_{(1)}}{\partial z_{(1)}} \Big|_{S_{2T(1)}} &= \lambda_{(2)} \frac{\partial T_{(2)}}{\partial z_{(2)}} \Big|_{S_{2T(2)}}, \\
T_{(1)} \Big|_{S_{2T(1)}} &= T_{(2)} \Big|_{S_{2T(2)}}, \\
\mathbf{q}_{(i)} \cdot \mathbf{n}_{(i)} \Big|_{S_{1T(i)}} &= a_{T(i)} (T_{(i)} - T_e) \Big|_{S_{1T(i)}}, \\
\mathbf{j}_{(i)} \cdot \mathbf{n}_{(i)} \Big|_{S_{2C(i)}} &= 0, \\
\mathbf{j}_{(i)} \cdot \mathbf{n}_{(i)} \Big|_{S_{1C(i)}} &= \rho_{(i)} a_{C(i)} (C_{(i)} - C_{e(i)}) \Big|_{S_{1C(i)}}.
\end{aligned} \tag{5.17}$$



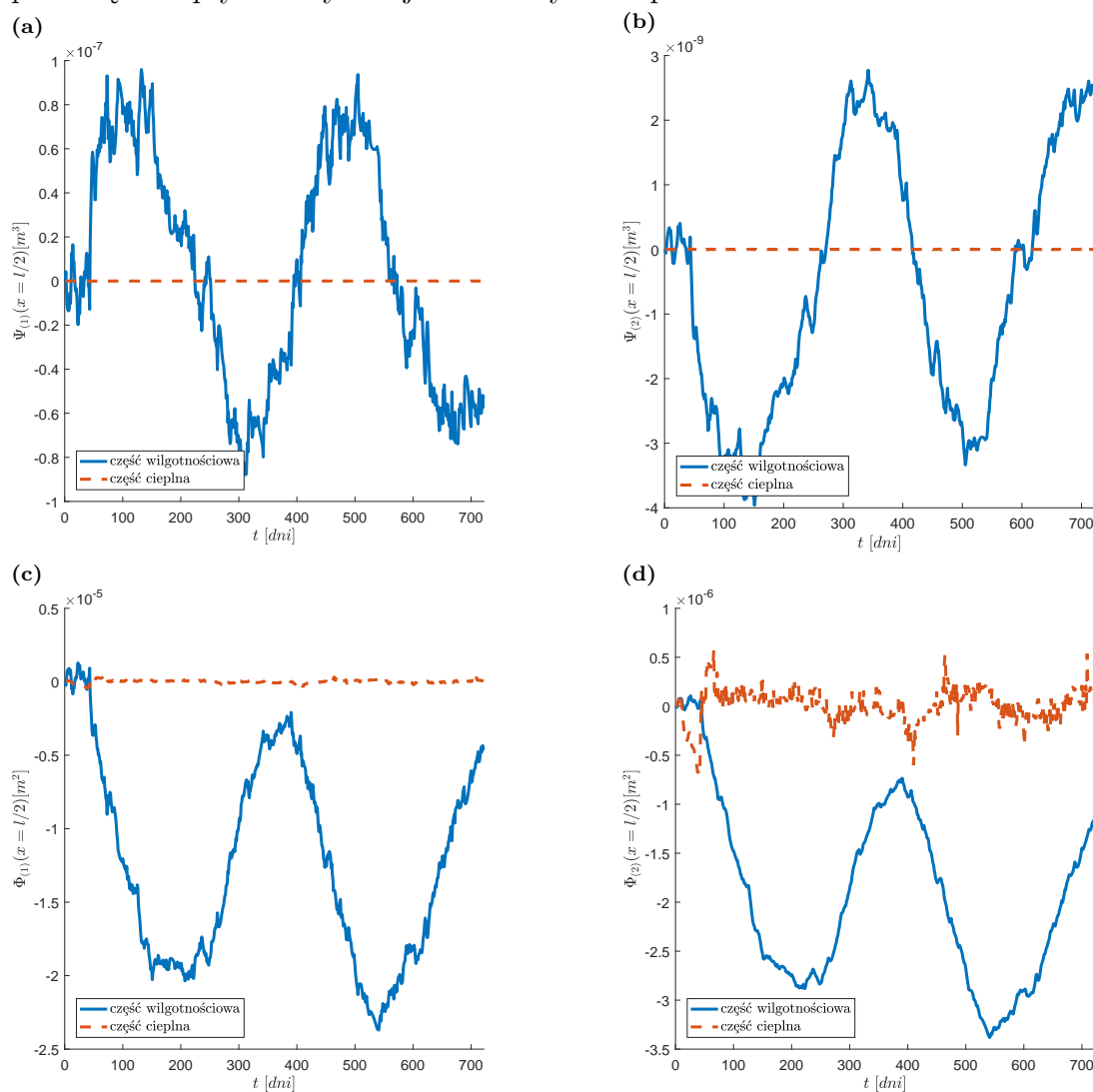
Rys. 5.7. Oznaczenia powierzchni wyróżnionych w warunkach brzegowych (5.17)

5.4.2. Parametry modelu standardowego liniowej lepkości

Jak zauważono w punkcie 4.2.3 pracy, z przeprowadzonych badań własnych można uznać za pewne i wykorzystać jedynie pomiary ugięcia belki w środku rozpiętości $w_{(1),(pomiar)}(x = 2 \text{ m})$ i poślizgi międzywarstwowe w 1/4 jej rozpiętości $S_{H,(pomiar)}(x = 1 \text{ m})$. Co więcej, analizując wpływ zmiany sztywności początkowej złącza w kierunku pionowym K_V z rys. 5.4b na wymienione wyżej przemieszczenia, można zauważyć, że jest on marginalny. Pozwala to także na stwierdzenie, że podobny efekt będzie miał miejsce przy szacowaniu właściwości reologicznych złącza w kierunku pionowym. W związku z powyższym wymusiło to zastosowanie w obliczeniach uproszczenia, gdzie zakłada się wartość odpowiednich parametrów reologicznych złącza na działanie obciążeń pionowych i ścinających jako wspólne – tym samym poszukując ich jedynie w kierunku poziomym i przyjmując identyczne w pionowym. Formułując to uproszczenie, kierowano się faktem, że szacowane wartości sztywności K_V i K_H w zakresie sprężystym były na zbliżonym poziomie (tab. 5.3 i 5.5).

Z uwagi na widoczny i wyraźny wpływ zmian termiczno-wilgotnościowych na wartości mierzonych przemieszczeń, przeprowadzona została wstępna analiza ich wpływu na wyniki, które można otrzymać z modelu matematycznego. W tym celu wyznaczono numerycznie całki $\Psi_{(i)}$ (3.61) i $\Phi_{(i)}$ (3.64) oddzielnie w przypadku każdej z warstw w części od odkształceń termicznych $\varepsilon_{T(i)}$ i wilgotnościowych $\varepsilon_{C(i)}$

przy uwzględnieniu zarejestrowanych przebiegów zmienności wilgotności i temperatury powietrza w otoczeniu, jak na rys. 4.34, oraz wstępnie przyjętych parametrów ciepłno-wilgotnościowych. Wynikiem obliczeń są prezentowane na rys. 5.8 wykresy, gdzie można zauważyć, że o ile zmiany wilgotności mają istotny wpływ na odkształcenia, o tyle oddziaływanie niewielkich wahań temperatury uwidoczni się jedynie w siłach normalnych w płycie betonowej, przy czym wielkości te można dalej uznać za nie mające istotnego znaczenia. Pozwala to na wprowadzenie kolejnego uproszczenia do prowadzonych w dalszym ciągu rozważań, polegającego na pominięciu wpływów dystorsji termicznych na przemieszczenia układu.



Rys. 5.8. Przebieg w czasie funkcji $\Psi_{(i)}$ i $\Phi_{(i)}$ zdefiniowanych w środku rozpiętości belek przy zmianach temperatury i wilgotności w otoczeniu wg przebiegów z rys. 4.34: (a) $\Psi_{(1)}$, (b) $\Psi_{(2)}$, (c) $\Phi_{(1)}$, (d) $\Phi_{(2)}$.

Złożoność rozpatrywanego zagadnienia, a co za tym idzie – złe uwarunkowanie postawionego nieliniowego zadania odwrotnego, prowadzi do konieczności zastosowania odpowiednich metod pozwalających na jego rozwiązanie. Zastosowanie podejścia identycznego jak w podrozdziale 5.3 nie pozwoliło na otrzymanie satysfakcjonujących wyników. Stąd wykorzystano podejście z zastosowaniem regulary-

zacji analogicznie do metody Tichonowa [135], którą sformułowano w celu poprawy uwarunkowania zadań z zakresu liniowej MNK. W tym względzie wzorowano się na pracy [108], gdzie zastosowano tego typu podejście przy wyznaczaniu parametrów wilgotnościowych drewna w zadaniu nieliniowym. Na tej podstawie funkcję celu przyjęto w postaci:

$$F(\mathbf{x}_\alpha) = \frac{1}{2}F_{res}(\mathbf{x}_\alpha) + \frac{1}{2}F_{reg}(\mathbf{x}_\alpha), \quad (5.18)$$

gdzie odpowiednio sumowane są części rezydualna:

$$F_{res} = \sum_{k=1}^n \left(\frac{w_{(1)}(x = 2 \text{ m}, t = \tau_k, \mathbf{x}_\alpha) - w_{(1),(pomiar)}(t = \tau_k)}{w_{(1),(pomiar)}(t = \tau_k)} \right)^2 + \sum_{k=1}^n \left(\frac{S_H(x = 1 \text{ m}, t = \tau_k, \mathbf{x}_\alpha) - S_{H,(pomiar)}(x = 1 \text{ m}, t = \tau_k)}{S_{H,(pomiar)}(x = 1 \text{ m}, t = \tau_k)} \right)^2, \quad (5.19)$$

i regularyzacyjna:

$$F_{reg} = (\mathbf{R}(\mathbf{x}_\alpha - \mathbf{x}_0))^T \mathbf{R}(\mathbf{x}_\alpha - \mathbf{x}_0), \quad (5.20)$$

gdzie: $w_{(1)}(x = 2 \text{ m}, t, \mathbf{x}_\alpha)$ i $S_H(x = 1 \text{ m}, t, \mathbf{x}_\alpha)$ – ugięcie i poślizg w 1/4 rozpiętości z rozwiązania układu równań (3.55) w danej chwili czasu t dla zadanych składowych wektora \mathbf{x}_α odpowiadających parametrom $[\varphi_{(1)}, \varphi_{(2)}, \varphi_H, \gamma_{(1)}, \gamma_{(2)}, \gamma_H, \alpha_{C(1)}, \alpha_{C(2)}]$ z równań (3.49–3.52 i 3.57); $w_{(1),(pomiar)}(t)$, i $S_{H,(pomiar)}(t)$ – odpowiednio wartości zmierzonych przemieszczeń z rys. 4.34 i poślizgów z rys. 4.37 w danej chwili t ; α – parametr regularyzacji otrzymywany z metody *L-curve* (wyjaśnienie dalej); \mathbf{R} , \mathbf{x}_0 – odpowiednio macierz regularyzacyjna:

$$\mathbf{R} = \text{diag} \left(\varphi_{ref(1)}^{-1}, \varphi_{ref(2)}^{-1}, 0, \gamma_{ref(1)}^{-1}, 0, 0, \alpha_{refC(1)}^{-1}, \alpha_{refC(2)}^{-1} \right) \quad (5.21)$$

i wektor określający punkty w otoczeniu, którego poszukiwane jest rozwiązanie zregularyzowane:

$$\mathbf{x}_0 = \left[\varphi_{ref(1)}, \varphi_{ref(2)}, 0, \gamma_{ref(1)}, 0, 0, \alpha_{refC(1)}, \alpha_{refC(2)} \right]^T. \quad (5.22)$$

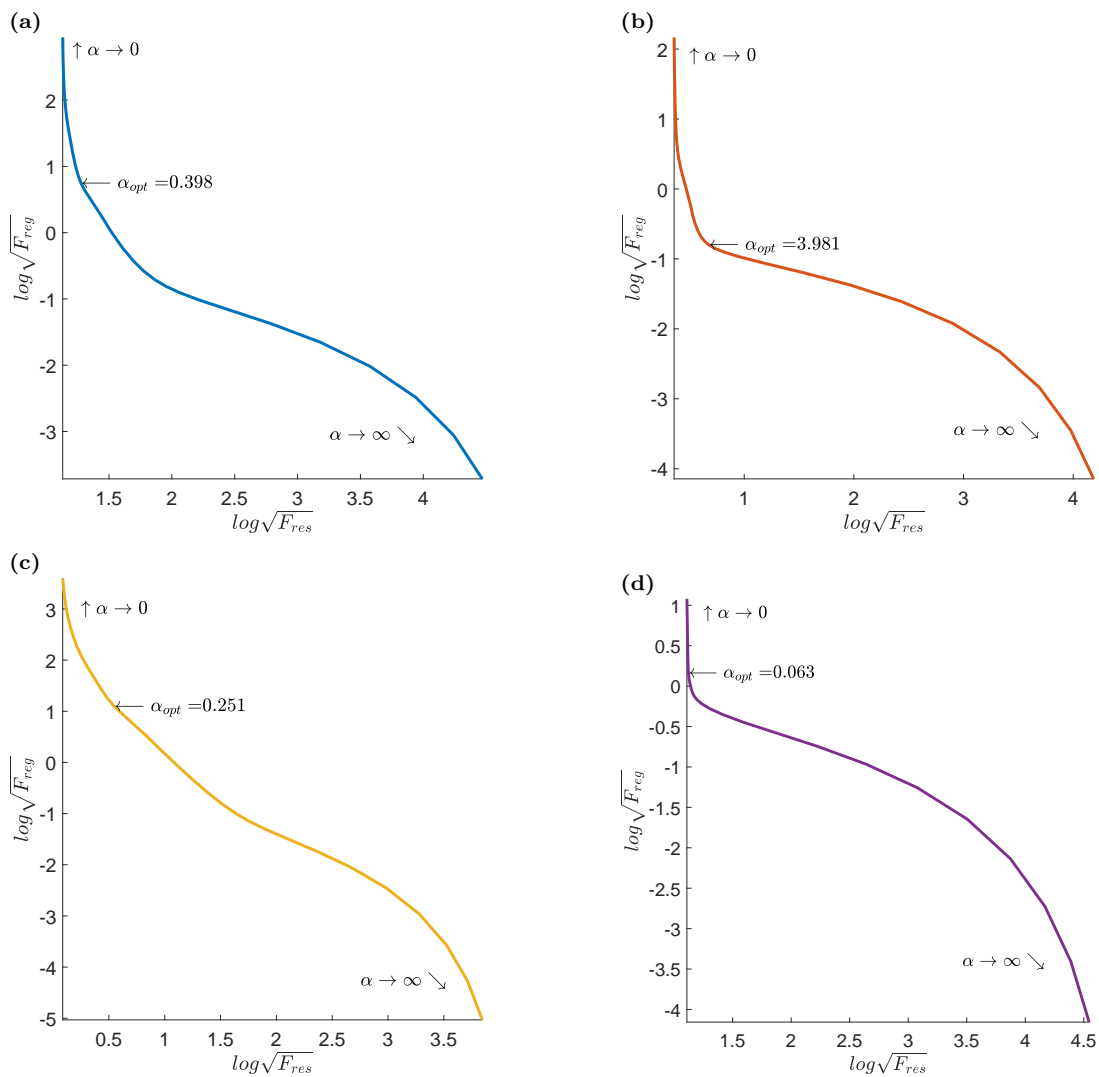
Ponadto, jak można zauważyć w wektorze (5.22), zdecydowano się wprowadzić wartości referencyjne niektórych stałych materiałowych modelu lepkosprężystego przyjętych na podstawie norm i dostępnej literatury:

- $\varphi_{ref(1)} = 0,6$ na podstawie EC5 [N5], gdzie odpowiada wartości k_{def} dla drewna litego i $T = 20^\circ C$ oraz $RH < 0,85$ przez kilka tygodni w roku;
- $\varphi_{ref(2)} = 2,3$ na podstawie EC2 [N2] obliczone dla wytrzymałości średniej betonu na poziomie 42 MPa , geometrii zgodnej z rys. 4.5, średniego $RH = 0,41$ i czasu $t_0 = 100 \text{ dni}$;
- $\gamma_{ref(1)} = 1,08 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ z pracy [102] dla drewna sosnowego przy koncentracji wilgoci na poziomie $0,095$, temperaturze $T = 20^\circ C$ i naprężeniach nie przekraczających 30% wytrzymałości doraźnej.

Ze względu na duże zróżnicowanie współczynników skurczów materiałów składowych konieczne jest również wyznaczenie ich wartości z zadania odwrotnego, tak aby ostateczny wynik w sposób akceptowalny odpowiadał zachowaniu elementu w warunkach rzeczywistych. Stąd w wektorze \mathbf{x}_0 wskazano także wartości referencyjne współczynników skurczu/pęcznienia wilgotnościowego warstw, a w zadaniu potraktowano je jako nieznanne. Stąd:

- $\alpha_{refC(1)} = 1,33 \cdot 10^{-2}$ na podstawie [140];
- $\alpha_{refC(2)} = 2,24 \cdot 10^{-2}$ na podstawie [4].

Rozwiązanie źle uwarunkowanego zadania proponowaną metodą regularyzacyjną wymaga wykreślenia tzw. krzywej logarytmiczno-logarytmicznej *L-curve*, gdzie na osi odciętych znajduje się $\log\sqrt{F_{res}}$, natomiast na osi rzędnych $\log\sqrt{F_{reg}}$ (rys. 5.9). Na tej podstawie określa się wartość parametru regularyzacyjnego $\alpha = \alpha_{opt}$ odpowiadającą największej krzywiznie krzywej $\log\sqrt{F_{res}}(\log\sqrt{F_{reg}})$ w skali logarytmicznej (rys. 5.9).



Rys. 5.9. Krzywe *L-curve* z optymalnymi parametrami regularyzacji α_{opt} kolejno dla (a) belki #1, (b) belki #2, (c) belki #3, (d) belki #4

Przeprowadzając minimalizację funkcji $F(\mathbf{x}_\alpha)$, można wyznaczyć pozostałe stałe modelu liniowo lepkosprężystego, odpowiednio w przypadku drewna, betonu, złącza, a ponadto współczynniki skurczu obu warstw dla wskazanych na rys. 5.9 wartości optymalnych parametru regularyzacji. W tab. 5.6 zestawione zostały wyniki rozwiązania zregulowanego zadania odwrotnego przy nieliniowej MNK.

Tabela 5.6. Zestawienie wyników rozwiązania współczynnikowego zadania odwrotnego dla parametrów modelu standardowego liniowej lepkosprężystości belek

Nr belki	$\varphi_{(1)}$	$\varphi_{(2)}$	φ_H	$\gamma_{(1)}$	$\gamma_{(2)}$	γ_H	$\alpha_{C(1)}$	$\alpha_{C(2)}$	e
	[–]	[–]	[–]	$[s^{-1}]$ $\times 10^{-7}$	$[s^{-1}]$ $\times 10^{-8}$	$[s^{-1}]$ $\times 10^{-8}$	[–] $\times 10^{-3}$	[–] $\times 10^{-2}$	[%]
#1	0,94	4,46	2,26	3,08	6,88	1,47	7,99	3,31	4,99
#2	0,65	2,66	1,38	10,1	4,62	5,18	4,91	2,55	3,69
#3	1,09	5,15	1,83	3,69	6,07	2,67	10,6	3,51	3,46
#4	0,53	2,87	2,23	11,5	3,89	5,00	→ 0	1,54	4,62
wartości referencyjne	0,60	2,30	–	10,8	–	–	13,3	2,24	–

Wartość średniego błędu dopasowania obliczonego wg:

$$e = 100\% \sqrt{\frac{\min(F)|_{\alpha=\alpha_{opt}}}{n}}, \quad (5.23)$$

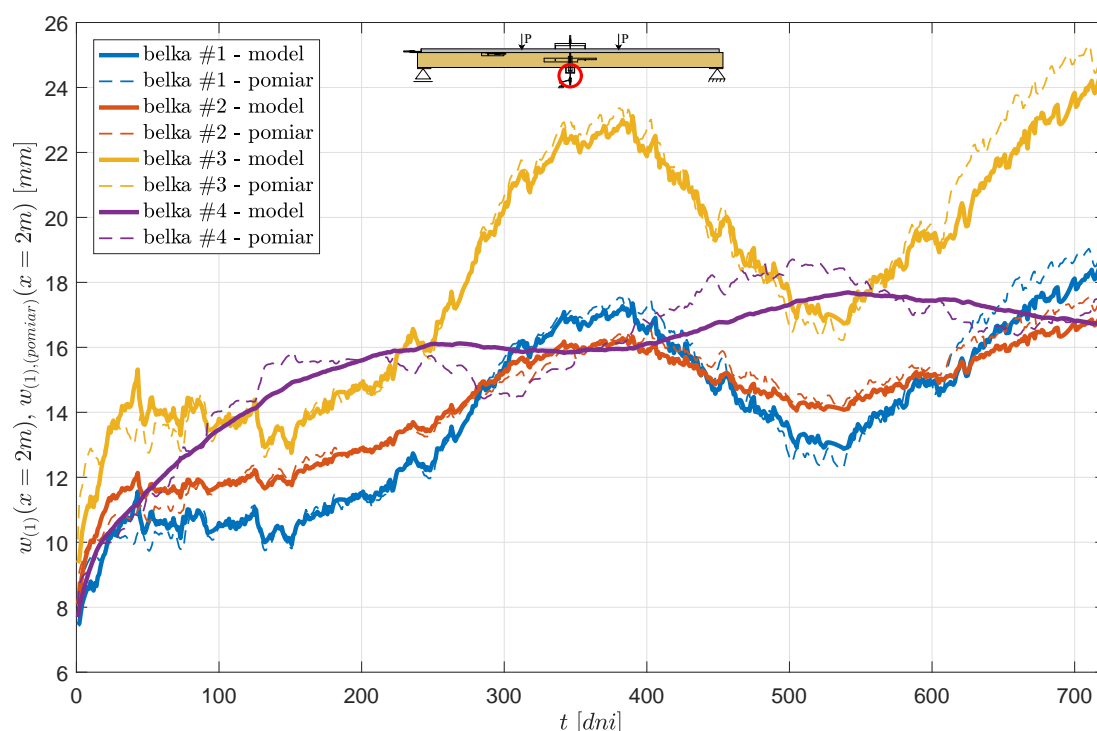
gdzie n – liczba danych eksperymentalnych. W rozpatrywanym zadaniu $n = 1442$, co odpowiada użytym 721 punktom pomiarowym przypadającym na każdy 1 dzień trwania eksperymentu.

Komentarza wymaga również oszacowana wartość współczynnika skurczu żebra drewnianego belki #4. Wartość obliczona jest bliska zeru. Przyczyną takiego stanu rzeczy może być lokalizacja rdzenia żebra drewnianego przedstawionego na rys. 4.35 oraz, co ważniejsze, duże zróżnicowanie tego współczynnika po wysokości żebra. Należy więc podkreślić, że oszacowana wartość jest efektywnym współczynnikiem w sensie modelu matematycznego belki danego układem równań (3.55), gdzie nie uwzględnia się ewentualnej niejednorodności warstw. Pozostałe stałe wykazują przybliżoną zgodność z wartościami referencyjnymi, a ich różnice można wytłumaczyć przede wszystkim zróżnicowaniem i niejednorodnością drewna, a w przypadku płyt betonowych – wpływem składu mieszanki betonowej i warunkami dojrzewania betonu.

5.4.3. Porównanie i analiza wyników

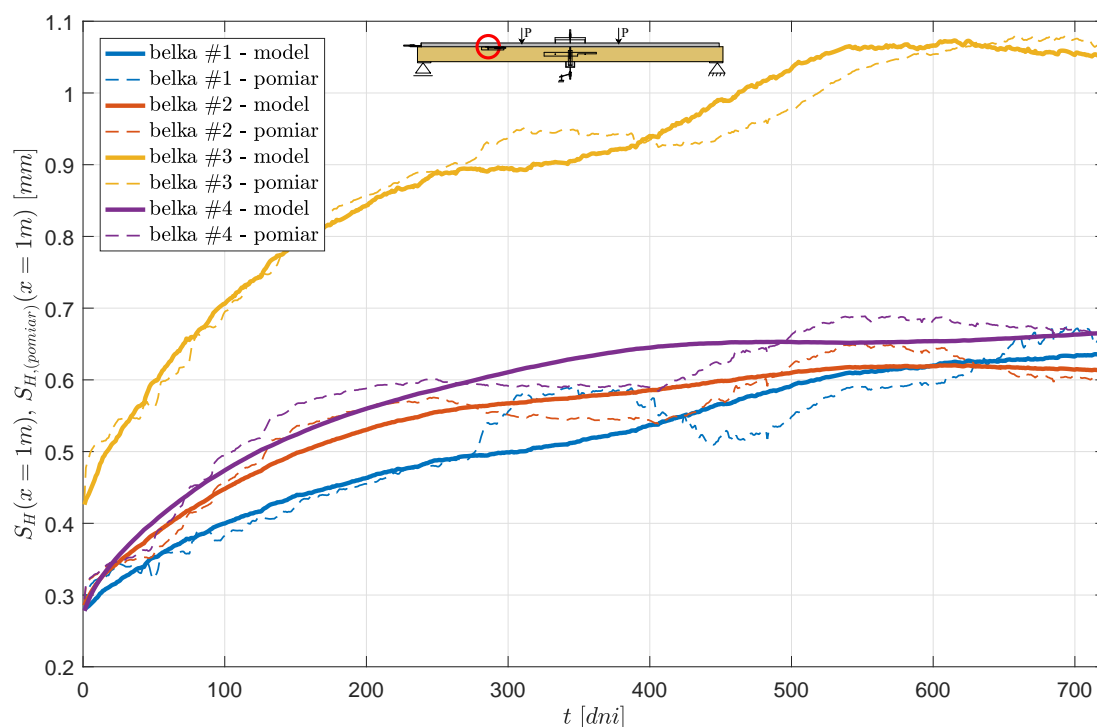
Najskuteczniejszym sposobem na potwierdzenie zgodności wyznaczonych stałych materiałowych jest przeprowadzenie porównania wyników pochodzących z za-

stosowanego modelu matematycznego z wynikami eksperymentalnymi. Na rys. 5.10 przedstawiono wykresy porównujące wykorzystane dane eksperymentalne (rys. 4.34) z odpowiadającymi im wynikami z modelu matematycznego. Mając na uwadze obliczone wartości średnich błędów dopasowania na poziomie wskazanym w tab. 5.6 oraz podobny charakter przebiegu krzywych teoretycznych $w_{(1)}(x = 2 m, t)$ i eksperymentalnych $w_{(1),(pomiar)}(x = 2 m, t)$ prezentowanych na rys. 5.10, można stwierdzić, że przeprowadzony tok postępowania przy wyznaczaniu $\varphi_{(i)}$, $\gamma_{(i)}$ i $\alpha_{C(i)}$ okazał się skuteczny. Jedynie krzywe dla belki #4 odbiegają bardziej od siebie, przy czym należy zauważyć, że jej przebieg również jest odmienny od pozostałych z uwagi na nietypową strukturę drewna w zębrze.



Rys. 5.10. Porównanie krzywych eksperymentalnych ugięć w środku rozpiętości belek $w_{(1),(pomiar)}(x = 2 m, t)$ z odpowiadającymi im wyjściami modelu $w_{(1)}(x = 2 m, t)$ obliczonymi dla parametrów podanych w tabelach 4.4, 5.3, 5.5 i 5.6

Podobną sytuację uwidacznia wykres z rys. 5.11, gdzie poślizgi otrzymane na podstawie modelu $S_H(x = 1 m, t)$ z niewielkim błędem wpisują się w krzywe eksperymentalne $S_{H,(pomiar)}(x = 1 m, t)$. Przy czym przebieg wartości modelowych jest mniej wrażliwy na zmiany wilgotności, co może wynikać z przyjętych parametrów $\alpha_{C(i)}$ jako stałych efektywnych w całej objętości warstw.



Rys. 5.11. Porównanie krzywych eksperymentalnych poślizgów w $1/4$ rozpiętości belek $S_{H,(pomiar)}(x = 1\text{ m})$ z odpowiadającymi im wyjściami modelu $S_H(x = 1\text{ m})$ obliczonymi dla parametrów podanych w tabelach 4.4, 5.3, 5.5 i 5.6

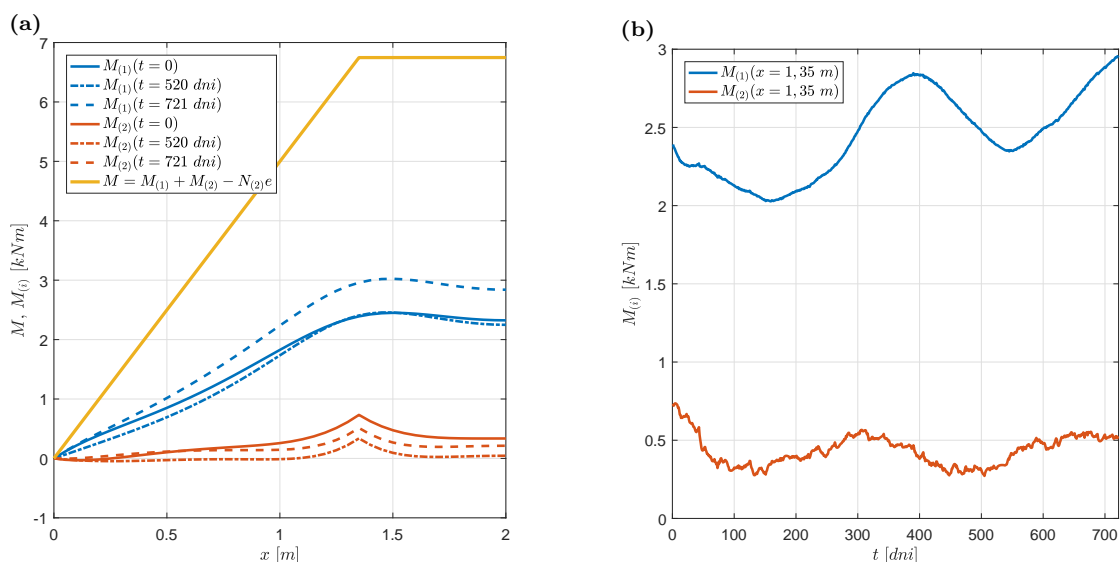
5.5. Siły wewnętrzne i naprężenia przekrojowe

Jednym z najważniejszych efektów natury praktycznej, jakie można uzyskać dzięki zaproponowanemu przez autora pracy modelowi belek, jest możliwość wyznaczenia sił wewnętrznych i naprężeń po wysokości ich przekroju z uwzględnieniem właściwości reologicznych zarówno materiałów warstw, jak i samego złącza oraz oddziaływań cieplno-wilgotnościowych. W takich okolicznościach wymagana jest znajomość wszystkich parametrów modelu i jego warunków brzegowych.

Przedstawione poniżej wyniki uzyskane na podstawie zaproponowanego modelu reologicznego zostały sporządzone dla belki #1 wg geometrii zgodnej z rys. 4.27 i 4.29 oraz wyznaczonych i przyjętych stałych opisanych w niniejszym rozdziale.

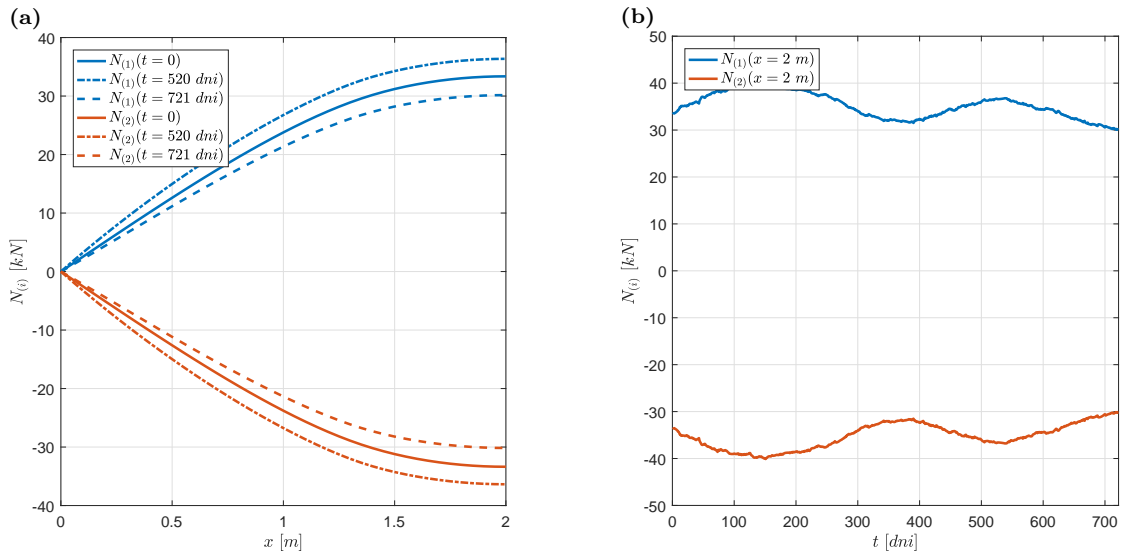
W pierwszej kolejności na rys. 5.12a wykreślone zostały wartości momentów zginających w przypadku każdej z warstw i całkowitego momentu przekrojowego (założono symetrię układu, także rozpatrywana długość odpowiada połowie rozpiętości analizowanego elementu). Momenty zginające przedstawiono w trzech charakterystycznych chwilach: początkowej $t = 0$, pośredniej (drugi okres zimowy) $t = 520\text{ dni}$ i końcowej $t = 721\text{ dni}$. Z kolei na rys. 5.12b pokazano przebiegi $M_{(1)}$ i $M_{(2)}$ pod siłą skupioną ($x = 1,35\text{ m}$) w trakcie eksperymentu. Z porównania wartości momentów zginających w płycie betonowej i żebrze drewnianym w chwili początkowej i końcowej wynika, że ulegają one redystrybucji – w płycie betonowej maleją, natomiast w żebrze drewnianym rosną.

Można tu dostrzec, co oczywiste, że na wielkości te mają duży wpływ przede wszystkim zmiany wilgotności układu. Różnice pomiędzy wartościami maksymalnymi i minimalnymi w okresie dwóch lat sięgają w warstwie (1) (żebra drewnianego) ok. 30% (odpowiednio $M_{(1),min} = 2,03 \text{ kNm}$, $M_{(1),max} = 2,96 \text{ kNm}$), a w warstwie (2) (płyty betonowej) różnice te sięgają nawet ok. 60% (odpowiednio $M_{(2),min} = 0,28 \text{ kNm}$, $M_{(2),max} = 0,74 \text{ kNm}$).



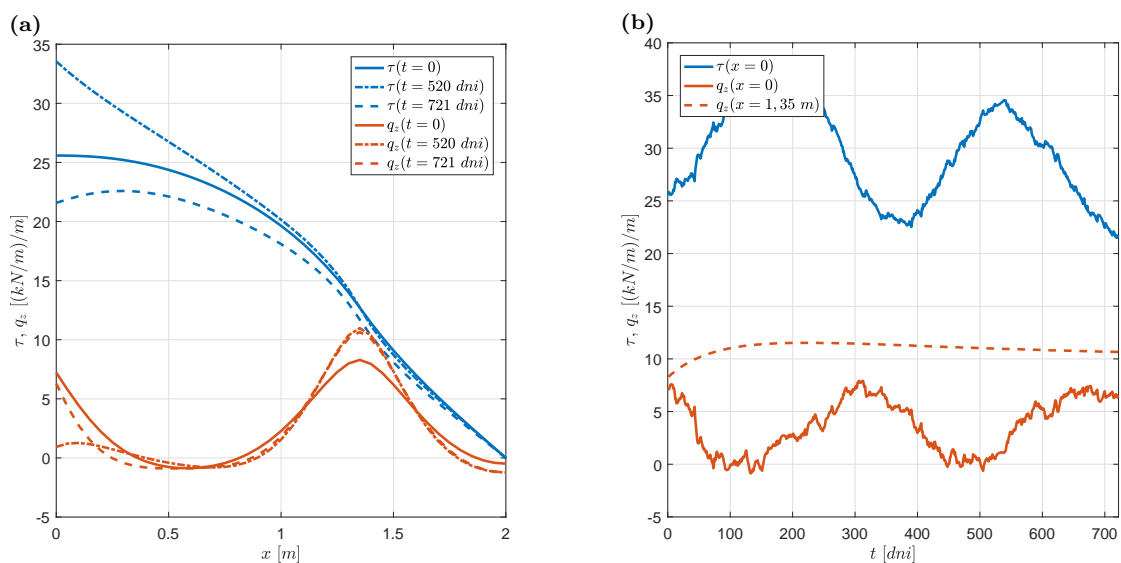
Rys. 5.12. Momenty zginające po długości belki dla i -tych warstw w chwili początkowej $t = 0$, pośredniej (drugi okres zimowy) $t = 520$ dni i końcowej $t = 721$ dni (a) i przebieg w czasie momentów zginających w i -tych warstwach pod siłą (b)

Analizując rozkłady sił normalnych w każdej z warstw (rys. 5.13), nie zauważa się wpływu koncentracji naprężeń pod siłą skupioną, a przebieg i charakter krzywych po długości (rys. 5.13a) jest bardziej łagodny i zgodny z oczekiwaniami; maksymalną wartość przyjmują w środku rozpiętości belki ($x = 2 \text{ m}$), a zerową na jej początku ($x = 0 \text{ m}$). Ponadto wartości $N_{(1)}$ i $N_{(2)}$ w danej chwili są identyczne, co wynika z warunku równowagi przekroju $N = 0$. Natomiast różnice pomiędzy wartościami minimalnymi i maksymalnymi w przebiegach czasowych $N_{(1)}$ i $N_{(2)}$ wynoszą ok. 25% (rys. 5.13b). Ponadto charakter ich zmian (w zależności od okresu lato/zima) jest odwrotny niż w przypadku obserwowanych w momentach warstwowych.



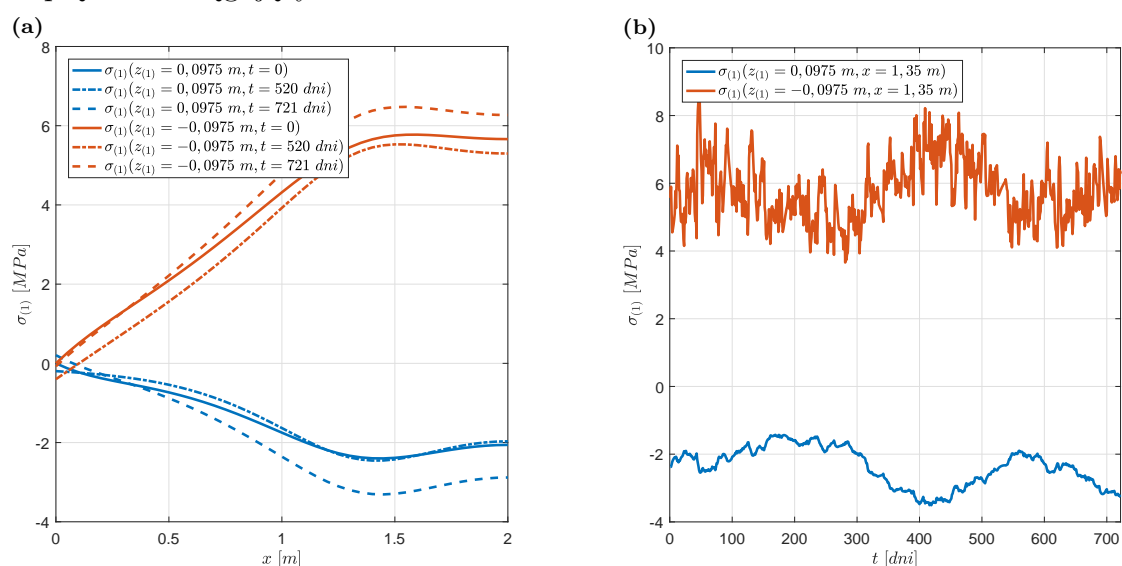
Rys. 5.13. Siły normalne po długości belki dla i -tych warstw w chwili początkowej $t = 0$, pośredniej (drugi okres zimowy) $t = 520$ dni i końcowej $t = 721$ dni (a) i przebieg w czasie sił normalnych i -tych warstw w środku rozpiętości belki (b)

Analizując obciążenie ścinające τ i pionowe q_z w styku (rys. 5.14a), można stwierdzić, że – co oczywiste – ścinanie złącza po długości elementu rośnie wraz ze zbliżaniem się do strefy podporowej, a obciążenie pionowe osiąga wartości maksymalne pod siłą skupioną i nad podporą. Co ciekawe, wartości $\tau(x = 0\text{ m})$ i $q_z(x = 0\text{ m})$ silnie zależą od sezonowych zmian wilgotności w elemencie (rys. 5.14b). W praktyce inżynierskiej, gdzie przy szacowaniu sztywności długotrwałej układu zazwyczaj przyjmuje się efektywne końcowe wartości współczynników pełzania, mogłoby to doprowadzić w analizowanym przypadku do aż 40-procentowego niedoszacowania obciążenia ścinającego styk.



Rys. 5.14. Obciążenie poziome τ i pionowe q_z w styku po długości belki w chwili początkowej $t = 0$, pośredniej (drugi okres zimowy) $t = 520$ dni i końcowej $t = 721$ dni (a) i przebieg w czasie obciążeń styku nad podporą ($x = 0$ m) i pod siłą ($x = 1,35$ m) (b)

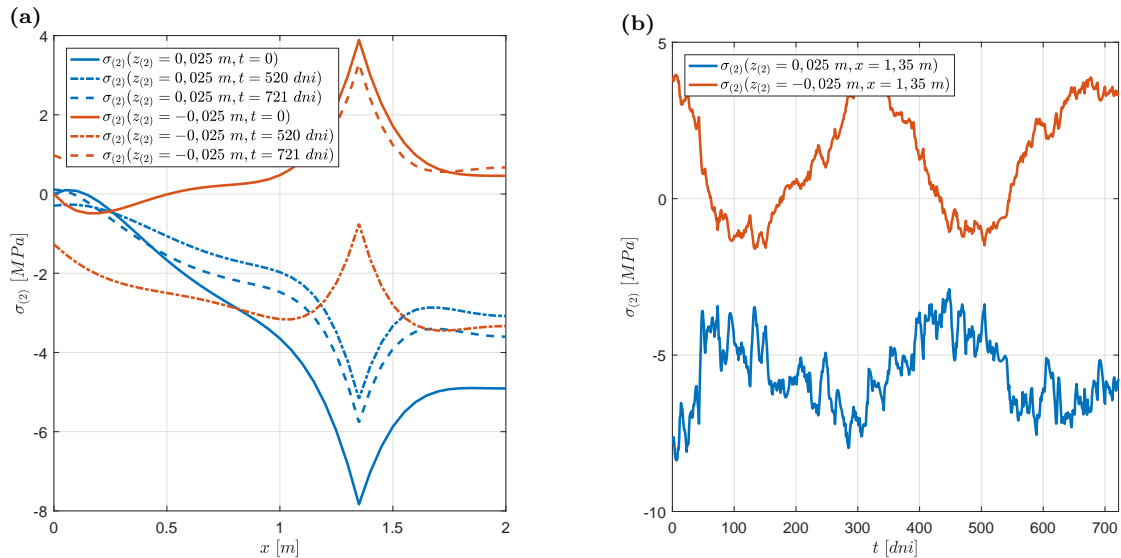
Naprężenia normalne na krawędzi żebra drewnianego (rys. 5.15) charakteryzują się dużą zmiennością, wynikającą z intensywnie zachodzących procesów wymiany wilgoci układu z otoczeniem. Z tego powodu zmiany te są szczególnie widoczne, nawet we względnie krótkich okresach czasu, na dolnej, odsłoniętej krawędzi żebra drewnianego. Wartość maksymalna naprężeń normalnych na poziomie ok. 8 MPa w stosunku do wizualnie oszacowanej klasy drewna ($C24$) stanowi już ok. 30% wytrzymałości charakterystycznej, przy obciążeniu generującym wykorzystanie nośności doraźnej w ok. 10%. Z uwagi na fakt, że wartości naprężeń w obrębie żebra drewnianego przyjmują wartości dodatnie (rozciąganie) i ujemne (ściskanie), mamy do czynienia z przypadkiem, kiedy oś obojętna znajduje się w obrębie przekroju żebra. Nie istnieje też chwila, w której przekrój poddany byłby jedynie działaniu naprężeń rozciągających.



Rys. 5.15. Krawędziowe naprężenia normalne w żebrze drewnianym $\sigma_{(1)}$ w chwili początkowej $t = 0$, pośredniej (drugi okres zimowy) $t = 520$ dni i końcowej $t = 721$ dni (a) i przebieg w czasie naprężeń krawędziowych pod siłą ($x = 1,35 \text{ m}$) (b)

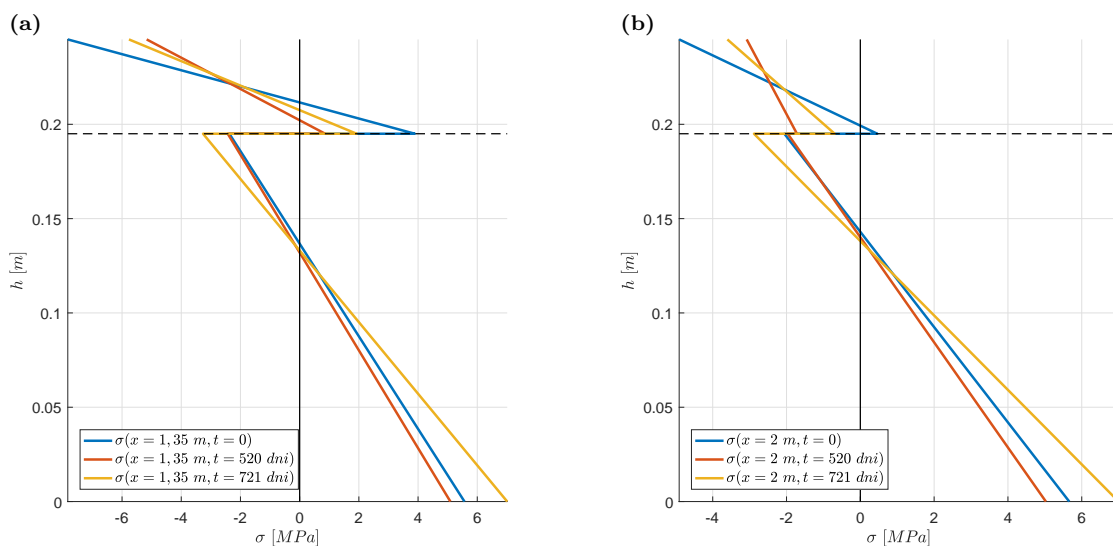
Przebieg zmienności naprężeń krawędziowych w płycie betonowej (rys. 5.16b) również silnie zależy od odkształceń wilgotnościowych, przy czym na powierzchni górnej (całkowicie odsłoniętej) wpływy te są intensywniejsze w porównaniu z dolną, która częściowo przylega do belki drewnianej i jest od tej strony zaizolowana. Przewidywalny również był fakt, że w miejscu, w którym przyłożono siłę, wartości tych naprężeń będą największe (rys. 5.16a). Podobnie jak w żebrze drewnianym, tak i tu naprężenia krawędziowe mają różne znaki (co świadczy o pojawieniu się drugiej osi obojętnej), z wyjątkiem okresów jesienno-zimowych, gdzie cały przekrój płyty jest ściskany (rys. 5.16b). Wartości naprężeń ściskających odczytane z wykresów nie przekraczają 5 MPa , co w przypadku betonu stanowi niewielki procent jego wytrzymałości na ściskanie. Pozwala to stwierdzić, że przy projektowaniu tego typu układów belkowych z powodzeniem można stosować betony o stosunkowo ni-

skiej wytrzymałości (pamiętając jednak o wymaganiach związanych z klasą ekspozycji betonu i zabezpieczeniu płyty betonowej od spodu odpowiednim zbrojeniem na odcinkach pod siłą skupioną).



Rys. 5.16. Krawędziowe naprężenia normalne w płycie betonowej $\sigma_{(2)}$ w chwili początkowej $t = 0$, pośredniej (drugi okres zimowy) $t = 520$ dni i końcowej $t = 721$ dni (a) i przebieg w czasie naprężeń krawędziowych i pod siłą ($x = 1,35 \text{ m}$) (b)

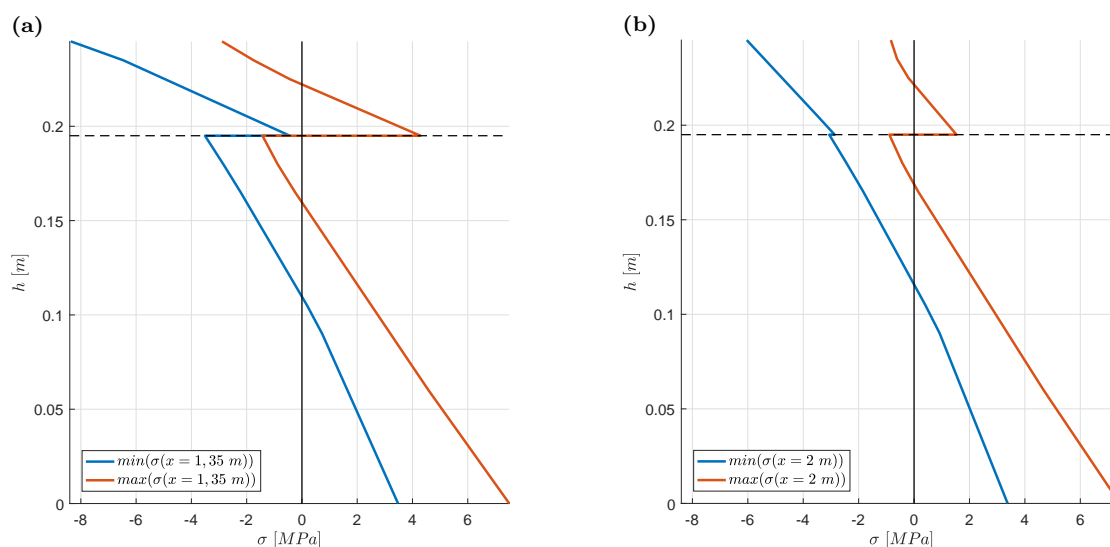
Na rys. 5.17 wykreślono rozkłady naprężeń normalnych po wysokości przekroju w miejscu przyłożenia siły (rys. 5.17a) i środku rozpiętości belki zespolonej (rys. 5.17b) w wybranych chwilach czasowych, potwierdzając tym samym spostrzeżenia opisane wcześniej.



Rys. 5.17. Naprężenia normalne po wysokości przekroju pod siłą ($x = 1,35 \text{ m}$) (a) i w środku rozpiętości ($x = 2 \text{ m}$) (b) w chwili początkowej $t = 0$, pośredniej (drugi okres zimowy) $t = 520$ dni i końcowej $t = 721$ dni

Dodatkowo, ze względu na dużą zmienność naprężeń krawędziowych w analizowanych warstwach, aby efektywnie określić ich ekstremalne wartości, wyznaczono

ich wartości maksymalne i minimalne dla wszystkich rozpatrywanych chwil w przekroju pod siłą i w środku rozpiętości (rys. 5.18). Na tej podstawie można jednoznacznie stwierdzić, że maksymalne naprężenia rozciągające w żebrze drewnianym osiągają 8 MPa , nie przekraczając dopuszczalnych wartości dla oszacowanej klasy drewna, natomiast w betonie naprężenia te sięgają $4,3 \text{ MPa}$. Ponieważ zastosowany beton miał średnią wytrzymałość na ściskanie 42 MPa , oznacza to, że przekroczono jego szacowaną wytrzymałość na rozciąganie równą $10\% \cdot 42 = 4,2 \text{ MPa}$. Z drugiej strony naprężenia ściskające w każdej z warstw są na bezpiecznym poziomie, pozostawiając duży zapas wytrzymałości.



Rys. 5.18. Obwiednia naprężeń normalnych po wysokości przekroju pod siłą ($x = 1,35 \text{ m}$) (a) i w środku rozpiętości ($x = 2 \text{ m}$) (b) wyznaczone dla całego okresu eksperymentu

Przedstawione powyżej wyniki i analizy należy traktować jako miarodajne (o dużym stopniu dokładności) jedynie dla przebadanych elementów, gdyż – jak można było zauważyć przede wszystkim na przykładzie belki #4 – konstrukcje tego typu mogą się charakteryzować znaczną zmiennością kluczowych w ich opisie parametrów. Wynika stąd pośrednio, że konstrukcje drewniano-betonowe, szczególnie przy użyciu drewna litego, powinny być projektowane z zastosowaniem większych współczynników bezpieczeństwa, z uwagi na zmienność parametrów, a także ich odbieganie od wartości, które można ustalić na podstawie np. [N2], [N3].

Rozdział 6

Podsumowanie

W ramach rozprawy doktorskiej przeprowadzono obszerne studia literaturowe, które skupione były wokół zagadnień związanych z modelami matematycznymi i badaniami eksperymentalnymi zespolonych konstrukcji, w szczególności drewniano-betonowych. Pozwoliły one na sformułowanie pięciu celów rozprawy wynikających z luk w literaturze przedmiotu. Praca własna autora umożliwiła osiągnięcie stawianych na początku pracy celów (zob. p. 1.2), tj.:

1. Na podstawie rozważań analitycznych w p. 3.3.3 i 3.3.4 wyprowadzony został układ równań całkowo-różniczkowych w zakresie liniowej lepkosprężystości. Uwzględnia on m.in. skończoną podatność złącza na działanie obciążeń ścinających i prostopadłych do płaszczyzny styku, a także – co ważne – wpływ oddziaływań cieplno-wilgotnościowych. Z uwagi na złożoność zagadnienia nie udało się rozwiązać proponowanego układu równań metodami analitycznymi, co w konsekwencji doprowadziło do wykorzystania oprogramowania w środowisku Matlab w celu uzyskania rozwiązań numerycznych metodą różnic skończonych.
2. W ramach pierwszego eksperymentu w skali naturalnej przeprowadzone zostały badania belki drewniano-betonowej przy cyklicznej procedurze obciążania (zob. p. 4.1). Pozwoliło to na dokonanie analizy zmian parametrów materiałowych zachodzących w wyniku degradacji konstrukcji. W tym celu rozwiązano postawione współczynnikowe zadanie odwrotne pozwalające na identyfikację sztywności złącza i modułu sprężystości drewna w belce zespolonej (zob. p. 5.3.1), w tym wykorzystując oszacowany moduł sprężystości jej płyty betonowej na podstawie badań ultradźwiękowych (zob. p. 4.1.6).
3. Na badanej belce przeprowadzone zostały również badania dynamiczne pozwalające na jakościową analizę uszkodzeń na podstawie zmian częstotliwości drgań swobodnych (zob. p. 4.1.5).

4. Przedstawione wcześniej osiągnięte cele stanowiły podstawę do przeprowadzenia badań wpływu długotrwałego obciążania na belki drewniano-betonowe. W tym celu przebadane zostały cztery belki w skali naturalnej. W efekcie uzyskano pomiary ugięć i poślizgów międzywarstwowych belek oraz wilgotności względnej powietrza w otoczeniu (zob. p. 4.2). Ostatecznie postawiono kolejne współczynnikowe zadanie odwrotne, które m.in. umożliwiło identyfikację wartości parametrów reologicznych zarówno warstw, jak i złącza międzywarstwowego belek zespolonych (zob. p. 5.4).
5. W konsekwencji przeprowadzonych porównań badań eksperymentalnych z rozwiązaniem zaproponowanego modelu matematycznego (zob. p. 5.4.3) oraz analiz sił wewnętrznych i naprężeń normalnych (zob. p. 5.5) można wnioskować, że zastosowane procedury obliczeniowe w programie napisanym w środowisku Matlab mogą w przyszłości stanowić podstawę do efektywnego i użytecznego w projektowaniu oprogramowania.

Oryginalne rozwiązania problemu naukowego

Przegląd literatury pozwala na wyróżnienie przedstawionych w niniejszej pracy oryginalnych zdaniem autora osiągnięć:

- Przeprowadzono unikalne badania cyklicznego obciążenia belki drewniano-betonowej.
- Wykorzystując sformułowane współczynnikowe zadanie odwrotne, wyznaczono moduły sprężystości warstw i sztywności złącza belek drewniano-betonowych, dysponując od strony pomiarowej jedynie danymi na temat przemieszczeń belki (ugięć i krzywizn osi warstw oraz poślizgów międzywarstwowych) i prędkościami fal ultradźwiękowych w płycie betonowej. W przypadku badań belki obciążanej w sposób cykliczny umożliwiło to ocenę jej degradacji z cyklu na cykl za pomocą analizy zmian siecznych modułów sprężystości warstw i sztywności złącza.
- Wyprowadzono układ równań całkowo-różniczkowych uwzględniający skończoną podatność styku warstw na ścinanie i działanie obciążeń w kierunku normalnym do styku w zakresie liniowej lepkosprężystości oraz wpływu niemechaniczne zmian wilgotności względnej i temperatury powietrza.
- Przeprowadzono unikalne pod względem sposobu obciążania i liczby zastosowanych czujników przemieszczeń, dwuletnie badania długotrwałego obciążania czterech belek drewniano-betonowych.

- Wykorzystując sformułowane współczynnikowe zadanie odwrotne, wyznaczono parametry reologiczne warstw i złącza wg modelu liniowej lepkości i efektywne współczynniki rozszerzalności wilgotnościowej warstw belek drewniano-betonowych, dysponując od strony pomiarowej jedynie danymi na temat ugięć i poślizgów międzywarstwowych w warunkach pełzania (przy znanych już parametrach sprężystych belek).
- Zaprezentowane zostały również nieznanne do tej pory przez autora pracy w literaturze przedmiotu przykładowe przebiegi zmian sił wewnętrznych i naprężeń normalnych zespolonych belek drewniano-betonowych poddanych wpływom długotrwałego obciążania i zmian wilgotności względnej powietrza.

Wnioski końcowe

- Przedstawione w p. 3.3 układy równań różniczkowych w sposób w pełni akceptowalny opisują przemieszczenia drewniano-betonowych belek zespolonych przy uwzględnieniu poślizgu i rozwarstwienia, oddziaływań cieplno-wilgotnościowych oraz cech reologicznych materiałów. Pozwala to na sformułowanie współczynnikowych zadań odwrotnych, prowadzących do oszacowania modułów sprężystości warstw i sztywności złącza na ścinanie i rozrywanie, a także współczynników opisujących deformacje wilgotnościowe i parametry reologiczne (warstw i złącza w modelu standardowym liniowej lepkości). Uzyskano przy tym jednocześnie satysfakcjonujące dopasowanie przemieszczeń wyliczonych na podstawie zaproponowanego modelu do odpowiadających im wyników pomiarów z badanych w pracy belek. Funkcje celu w sformułowanych zadaniach odwrotnych w zakresie sprężystym stanowiły sumy kwadratów względnych różnic pomiędzy zmierzonymi ugięciami, poślizgami warstw i krzywiznami ich osi w wybranych punktach belek oraz odpowiadającymi im wynikami z modelu matematycznego. Wykorzystano także badania ultradźwiękowe płyt betonowych belek w celu uzyskania dodatkowych informacji o wartościach ich dynamicznego modułu sprężystości. W badaniach długotrwałych, z uwagi na niedające się przewidzieć trudności pomiarowe (obluzowanie mocowań niektórych czujników), funkcja celu stanowiła już tylko sumę kwadratów względnych różnic pomiędzy zmierzonymi w okresie dwóch lat ugięciami warstw w środku rozpiętości i poślizgami w 1/4 rozpiętości belek oraz wynikami uzyskanymi z zaproponowanego modelu. Wymusiło to od strony matematycznej potrzebę regularyzacji zadania odwrotnego metodą Tichonowa. Niemniej w obu wymienionych przypadkach uzyskano skuteczne narzędzie teoretyczne do badania cech materiałowych złożonych prętowych układów zespolonych.

- Po przeprowadzeniu pierwszych badań cyklicznego przyrostu obciążeń belki drewniano-betonowej oraz identyfikacji zmian sztywności doraźnej warstw i złącza (przy zwiększaniu obciążenia maksymalnego z cyklu na cykl) zauważono, że intensywniejszy spadek modułów sprężystości warstw (drewna i betonu) następuje dopiero w momencie pojawienia się widocznych gołym okiem uszkodzeń, natomiast spadek sztywności złącza na wkręty najintensywniej zachodzi w pierwszych etapach obciążania (już przy wykorzystaniu doraźnej nośności belki w ok. 20%). Prowadzi to do konkluzji, że nadmierne przeciążenie tego typu konstrukcji (nawet w zakresie zachowania SGN), pomimo braku widocznych oznak degradacji materiałów, w sposób istotny wpływa na ogólną sztywność całego układu, która w znacznej mierze zależy od stopnia zespolenia obu warstw.
- W ramach tego samego eksperymentu przeprowadzono również badania dynamiczne (analiza drgań swobodnych belki po każdym cyklu obciążania) w celu stwierdzenia, czy dane zebrane w ten sposób mogą w praktyce posłużyć do prowadzenia nieinwazyjnej oceny stanu technicznego tego typu układów. Niestety wstępne analizy zmusiły autora do porzucenia sformułowania współczynnika zadania odwrotnego w tym zakresie, tj. szacowania zmian sztywności układu na podstawie znajomości częstotliwości drgań swobodnych, ze względu na źle uwarunkowane położenie minimum funkcji celu. Przy czym w tym przypadku funkcja celu stanowiła sumę kwadratów różnic pomiędzy zmierzonymi a obliczonymi z modelu częstotliwościami giętnych drgań własnych przy założeniu tłumienia na tyle małego, że drgania własne i swobodne charakteryzują się bardzo zbliżonymi wartościami. Wykazano jednocześnie w przypadku badanej belki, że istotne zmiany częstotliwości drgań swobodnych następowały dopiero po cyklu obciążania wykorzystującego nośność doraźną belki w ok. 70%. Podsumowując tę część badań, można wstępnie stwierdzić, że identyfikacja dynamiczna zmian sztywności belek drewniano-betonowych może być jedynie narzędziem pomocniczym i uzupełniającym w stosunku do badań opartych na kontroli przemieszczeń tego typu belek pod obciążeniem statycznym. Badanie to pokazało więc jedynie sposób identyfikacji postaci i częstotliwości drgań swobodnych wraz z oceną spadków tych częstotliwości w kolejnych cyklach obciążania, świadczących o zachodzeniu procesów degradacyjnych w strukturze materiałów i złącza belki.
- W celu realizacji zaplanowanych w niniejszej pracy zadań zbudowano i przetestowano specjalistyczne stanowiska pomiarowe do badań sztywności drewniano-betonowych belek w zakresie sprężystym i długotrwałym przy cztero-

punktowym zginaniu. Autor w ramach tej części badań zdobył szereg cennych doświadczeń natury praktycznej i technicznej związanych z opracowywaniem sposobów mocowania czujników przemieszczeń do układów belkowych, zapewniających ich prawidłowe działanie, pewność odczytu i ciągłą archiwizację danych pomiarowych w okresie wieloletnim. Autorski jest też pomysł przyłożenia obciążenia długotrwałego do belek za pomocą zbiorników z wodą.

- Eksperyment przeprowadzony w celu badania długotrwałego zachowania się belek zrealizowano na gabarytowo identycznych elementach zespolonych. Już na takiej grupie elementów wykazano duże zróżnicowanie pod względem ich zachowania. W opinii autora zróżnicowanie to wynika przede wszystkim z zastosowania drewna litego. Materiał ten wykazuje na tyle dużą zmienność cech mechanicznych i wilgotnościowych (w zależności od pochodzenia drzewa, z którego je pozyskano, oraz cech części jego pnia), że może to poważnie wpłynąć na zupełnie odmienny charakter przebiegu przemieszczeń w czasie belek zespolonych wykonanych przy jego użyciu. Wskazuje to na konieczność prowadzenia dalszych badań w celu zgromadzenia na tyle obszernej bazy danych pomiarowych, która pozwoli na satysfakcjonujące uwzględnienie losowości rozkładu cech materiałowych w tego typu układach konstrukcyjnych.
- Długotrwałe badania belek wykazały, że naturalne zmiany wilgotności powietrza w budynku w znacznym stopniu wpływają na przemieszczenia belek w cyklu rocznym; na ogół w okresie letnim ugięcia przyrastają, natomiast zimą maleją. Zakres zmian przemieszczeń w tym zakresie może sięgać nawet 50%.
- Zaproponowane w niniejszej rozprawie modele matematyczne do opisu długotrwałego zachowania się dwuwarstwowych belek zespolonych rozwiązano wykorzystując MRS. Wykorzystano w tym celu kody komputerowe napisane w języku programu Matlab, które w razie ewentualnej komercjalizacji w sposób przystępny dla inżyniera umożliwią dość dokładną ocenę SGN i SGU tego typu belek, z uwzględnieniem szeregu efektów, takich jak: poślizg, rozrywanie warstw, pełzanie, relaksacja naprężeń (i związana z tym redystrybucja sił wewnętrznych), a także oddziaływania termiczno-wilgotnościowe.

Kierunki dalszych badań

Mając na uwadze przeprowadzone do tej pory analizy i badania oraz istniejący stan wiedzy, w kolejnych latach autor rozprawy planuje poszerzenie poruszanych w pracy zagadnień, m.in. wyszczególnionych poniżej.

- Odnosząc się do przeprowadzonych badań długotrwałych, planuje się ich kontynuację przez okres min. 4 lat (lub dłużej) w celu porównania zachodzących zmian na przestrzeni tego czasu – w szczególności ich zgodności z zaproponowanym modelem belki przy użyciu parametrów reologicznych otrzymanych na drodze rozwiązania współczynnika zadania odwrotnego.
- Poszukiwanie analitycznego rozwiązania przedstawionego układu czterech równań całkowo-różniczkowych liniowo-lepkosprężystego modelu belkowego.
- Przeprowadzenie badań w skali naturalnej fragmentu stropu zespolonego drewniano-betonowego w celu analizy porównawczej w odniesieniu do modelu belkowego.
- Sporządzenie trójwymiarowego modelu MES (z uwzględnieniem rzeczywistego rozmieszczenia łączników stalowych, z wykorzystaniem nieliniowych i anizotropowych modeli materiałów) pozwalającego na analizę zjawisk zachodzących w strefach bezpośredniego kontaktu łącznika z materiałem warstwy. Poza oczywistym aspektem wachlarza możliwych korzyści pozwoli to także wprost porównać czasochłonność i dokładność tego typu obliczeń z tymi, które można otrzymać za pomocą zaproponowanego w pracy modelu belkowego.
- Sporządzenie na podstawie przeprowadzonych w pracy rozwiązań oprogramowania zgodnego z obowiązującymi normatywami wspomagającego projektowanie zespolonych stropów drewniano-betonowych.

Realizacja omówionych w pracy badań może się przyczynić do upowszechnienia stosowania w praktyce zespolonych belek i stropów drewniano-betonowych i dalszego rozwoju wiedzy w tym zakresie.

Bibliografia

- [1] Amadio C., Ceccotti A., Di Marco R., Fragiaco M., *Numerical evaluation of long-term behaviour of timber-concrete composite beams*, World Conference on Timber Engineering, 2000.
- [2] Auclair S.C., Sorelli L., Salenikovich A., *A new composite connector for timber-concrete composite structures*, Construction and Building Materials, 112, 84–92, 2016.
- [3] Auclair S.C., Sorelli L., Salenikovich A., *Simplified nonlinear model for timber-concrete composite beams*, International Journal of Mechanical Sciences, 117, 30–42, 2016.
- [4] Baroghel-Bouny V., Mainguy M., Lassabatere T., Coussy O., *Characterization and identification of equilibrium and transfer moisture properties for ordinary and high-performance cementitious materials*, Cement and concrete research, 29(8), 1225–1238, 1999.
- [5] Bathon L., Graf M., *A continuous wood-concrete-composite system*, Proc., World Conference of Timber Engineering, Whistler, BC, 2000.
- [6] Blaß H.J., Sandhaas C., *Timber Engineering-Principles for Design*, KIT Scientific Publishing, 2017.
- [7] Bodig J., Jayne B., *Mechanics of Wood and Wood Composites*, Krieger Pub Co, Florida, 1993.
- [8] Bonamini G., Ceccotti A., Uzielli L., *Short-and long-term experimental tests on antique larch and oak wood-concrete composite elements*, Proc., CTE Conference, 241–251, 1990.
- [9] Bou Said E., Jullien J., Ceccotti A., *Long term modelling of timber-concrete composite structures in variable climates*, Proceedings of the 8th World Conference on Timber Engineering, Lahti, Finland, 143–148, 2004.

- [10] Campi F., Monetto I., *Analytical solutions of two-layer beams with interlayer slip and bi-linear interface law*, International Journal of Solids and Structures, 50(5), 687–698, 2013.
- [11] Carvalho E.P., Carrasco E.V.M., *Influence of test specimen on experimental characterization of timber–concrete composite joints*, Construction and Building Materials, 24(8), 1313–1322, 2010.
- [12] Ceccotti A., *Timber-concrete composite structures*, Timber engineering, step, 2, E13, 1995.
- [13] Ceccotti A., *Composite concrete-timber structures*, Progress in Structural Engineering and Materials, 4(3), 264–275, 2002.
- [14] Ceccotti A., Fragiaco M., Giordano S., *Long-term and collapse tests on a timber-concrete composite beam with glued-in connection*, Materials and structures, 40(1), 15–25, 2007.
- [15] Challamel N., Girhammar U.A., *Lateral-torsional buckling of vertically layered composite beams with interlayer slip under uniform moment*, Engineering structures, 34, 505–513, 2012.
- [16] Chang P.C., Flatau A., Liu S., *Review paper: health monitoring of civil infrastructure*, Structural health monitoring, 2(3), 257–267, 2003.
- [17] Chuan D.Y.E., *Behaviour and design of timber-concrete composite floor system*, Rozprawa doktorska, University of Canterbury, Department of Civil and Natural Resources Engineering, 2010.
- [18] Czabak M., Perkowski Z., *Analiza eksperymentalna sztywności złączy w drewniano-żelbetowych belkach zespolonych na podstawie drgań własnych*, Roczniki Inżynierii Budowlanej, 13, 71–74, 2013.
- [19] Czabak M., Perkowski Z., *Określanie podatności na ścinanie złączy w stropach zespolonych drewniano-betonowych przy wykorzystaniu pomiarów drgań*, Wybrane zagadnienia inżynierii środowiska w budownictwie, 291–302, 2014.
- [20] Czabak M., Perkowski Z., *Experimental investigations of wooden and concrete composite beams subject to long-term load*, MATEC Web of Conferences 174, ECCE, 2018.
- [21] Czabak M., Perkowski Z., *Analiza wpływów reologicznych w zespolonym stropie drewniano-żelbetowym*, Roczniki Inżynierii Budowlanej – Zeszyt 12/2012, 93–98, Opole, 2012.

- [22] Czabak M., Perkowski Z., Gozarska K., Jędraszak B., *Badania zmian sztywności belki zespolonej drewniano-betonowej*, Inżynieria i budownictwo, 11/2016, 604–608, Warszawa, 2016.
- [23] Dackermann U., Li J., Rijal R., Crews K., *A dynamic-based method for the assessment of connection systems of timber composite structures*, Construction and Building Materials, 102, 999–1008, 2016.
- [24] Dahl K.B., *Mechanical properties of clear wood from Norway spruce*, Rozprawa doktorska, Norwegian University of Science and Technology, 2009.
- [25] Derkowski A., Mirski R., Majka J., *Determination of sorption isotherms of scots pine (Pinus Sylvestris L.) wood strands loaded with melamine-urea-phenol-formaldehyde (MUPF) resin*, Wood Res, 60(2), 201–210, 2015.
- [26] Dias A., Cruz H., Lopes S., Van de Kuilen J., *Experimental shear-friction tests on dowel-type fastener timber-concrete joints*, Proceedings of 8th WCTE Finland, 2004.
- [27] Dias A., Martins A., Simões L., Providência P., Andrade A., *Statistical analysis of timber – concrete connections – Mechanical properties*, Computers & Structures, 155, 67–84, 2015.
- [28] Dias A., Van de Kuilen J., Lopes S., Cruz H., *A non-linear 3D FEM model to simulate timber-concrete joints*, Advances in Engineering Software, 38(8), 522–530, 2007.
- [29] Dias A.M., Jorge L.F., *The effect of ductile connectors on the behaviour of timber-concrete composite beams*, Engineering structures, 33(11), 3033–3042, 2011.
- [30] Dias A.M.P.G., *Mechanical behaviour of timber-concrete joints*, Rozprawa doktorska, Department of Civil Engineering, University of Coimbra, Portugal, 2005.
- [31] Dias A.M.P.G., Van de Kuilen J.W., Pires Cruz H.M., Rodrigues Lopes S.M., *Numerical modeling of the load-deformation behavior of doweled softwood and hardwood joints*, Wood and Fiber Science, 42(4), 480, 2010.
- [32] Ecsedi I., Baksa A., *Analytical solution for layered composite beams with partial shear interaction based on Timoshenko beam theory*, Engineering Structures, 115, 107–117, 2016.
- [33] Ellis S., *WOOD 280 Wood Anatomy and Identification*.

- [34] EOTA Members, European Technical Approval ETA-11/0024, ETA Denmark, 2011.
- [35] Etse G., Willam K., *Fracture energy formulation for inelastic behavior of plain concrete*, Journal of engineering mechanics, 120(9), 1983–2011, 1994.
- [36] Fernandez-Cabo J.L., Arriaga F., Majano-Majano A., Iñiguez-González G., *Short-term performance of the HSB® shear plate-type connector for timber-concrete composite beams*, Construction and Building Materials, 30, 455–462, 2012.
- [37] Foulger A.N., *Classroom demonstrations of wood properties*, Washington, U.S. Govt. Print. Off., Washington, 1969.
- [38] Fragiacomò M., Amadio C., Macorini L., *Short-and long-term performance of the “Tecnaria” stud connector for timber-concrete composite beams*, Materials and Structures, 40(10), 1013–1026, 2007.
- [39] Fragiacomò M., Ceccotti A., *Long-term behavior of timber – concrete composite beams. I: finite element modeling and validation*, Journal of structural engineering, 132(1), 13–22, 2006.
- [40] Fragiacomò M., Ceccotti A., *Simplified approach for the long-term behaviour of timber-concrete composite beams according to the Eurocode 5 provisions*, International Council For Research And Innovation In Building And Construction, CIB-W18/39-9-1, 1–12, 2006.
- [41] Fragiacomò M., Lukaszewska E., *Time-dependent behaviour of timber-concrete composite floors with prefabricated concrete slabs*, Engineering Structures, 52, 687–696, 2013.
- [42] Fragiacomò M., Yeoh D., *Design of timber-concrete composite beams with notched connections*, Meeting forty-three of the Working Commission W18-Timber Structures, 2010.
- [43] Gambhir M.L., Concrete technology: theory and practice, Tata McGraw-Hill Education, 2013.
- [44] Gelfi P., Giuriani E., Marini A., *Stud shear connection design for composite concrete slab and wood beams*, Journal of Structural Engineering, 128(12), 1544–1550, 2002.
- [45] German J., Podstawy mechaniki kompozytów włóknistych: skrypt dla studentów wyższych szkół technicznych, Wydaw. Politechniki Krakowskiej im. T. Kościuszki, Kraków 1996.

- [46] Ghafar N.H., *Dynamic behaviour of lvl-concrete composite flooring systems*, Rozprawa doktorska, University of Canterbury, Nowa Zelandia, 2015.
- [47] Godycki-Ćwirko T., Kleszczewski J., Pawlica J., *Zespolony strop drewniano-żelbetowy*, Inżynieria i Budownictwo, 8-9, 193–197, 1982.
- [48] Godycki-Ćwirko T., Pawlica J., Romanowska A., *Poradnik Remontowca*, rozdz. *Tymczasowe wytyczne projektowania i wykonywania wzmacniania stropów drewnianych przez zespolenie belek z płytą żelbetową*, Centrum Techniki Budownictwa Komunalnego.
- [49] Godycki-Ćwirko T., Pawlica J., Romanowska A., *Wzmacnianie stropów na belkach drewnianych przez ich zespolenie z płytą betonową*, Rada Programowa ds. Remontów i Modernizacji Budynków, ok. 1980.
- [50] Golaski L., Gebski P., Ono K., *Diagnostics of reinforced concrete bridges by acoustic emission*, Journal of acoustic emission, 20(2002), 83–89, 2002.
- [51] Gurkšnyš K., Kvedaras A., Kavaliauskas S., *Behaviour evaluation of “sleeved” connectors in composite timber-concrete floors*, Journal of Civil Engineering and Management, 11(4), 277–282, 2005.
- [52] Gutkowski R., Brown K., Shigidi A., Natterer J., *Laboratory tests of composite wood-concrete beams*, Construction and Building Materials, 22(6), 1059–1066, 2008.
- [53] Hassani M.M., Wittel F.K., Hering S., Herrmann H.J., *Rheological model for wood*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 283, 1032–1060, 2015.
- [54] Hicks S., *Vibration characteristics of steel – concrete composite floor systems*, Progress in Structural Engineering and Materials, 6(1), 21–38, 2004.
- [55] Hoffmeyer P., Davidson R., *Mechano-sorptive creep mechanism of wood in compression and bending*, Wood Science and Technology, 23(3), 215–227, 1989.
- [56] Hoła J., Schabowicz K., *State of the art non-destructive methods for diagnostic testing of building structures – anticipated development trends*, Archives of Civil and Mechanical Engineering, 10(3), 5–18, 2010.
- [57] Holschemacher K., Klotz S., Weibe D., *Application of steel fibre reinforced concrete for timber-concrete composite constructions*, Lacer, 7, 161–170, 2002.

- [58] Jamróży Z., *Beton i jego technologie*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Kraków, 2000.
- [59] Janowski A., Nagrodzka-Godycka K., Szulwic J., Ziolkowski P., *Remote sensing and photogrammetry techniques in diagnostics of concrete structures*, *Comput. Concr.*, 18(3), 405–420, 2016.
- [60] Kanócz J., Bajzecerová V., *Influence of rheological behaviour on load-carrying capacity of timber-concrete composite beams under long term loading*, *Procedia Engineering*, 40, 20–25, 2012.
- [61] Kenel A., Meierhofer U., *Long-term performance of timber-concrete composite structural elements*, Rep. No. 115 (EMPA Abteilung Holz, Dubendorf), 39, 1998.
- [62] Keo P., Nguyen Q.H., Somja H., Hjiat M., *Derivation of the exact stiffness matrix of shear-deformable multi-layered beam element in partial interaction*, *Finite Elements in Analysis and Design*, 112, 40–49, 2016.
- [63] Khorsandnia N., Schänzlin J., Valipour H., Crews K., *Time-dependent behaviour of timber-concrete composite members: Numerical verification, sensitivity and influence of material properties*, *Construction and Building Materials*, 66, 192–208, 2014.
- [64] Khorsandnia N., Schänzlin J., Valipour H., Crews K., *Coupled finite element-finite difference formulation for long-term analysis of timber-concrete composite structures*, *Engineering Structures*, 96, 139–152, 2015.
- [65] Khorsandnia N., Valipour H.R., Crews K., *Experimental and analytical investigation of short-term behaviour of LVL-concrete composite connections and beams*, *Construction and Building Materials*, 37, 229–238, 2012.
- [66] Kielczewski B., Wiśniewski J., *Las w środowisku życia człowieka*, Państwowe Wydawnictwo Rolnicze i Leśne, Warszawa, 1982.
- [67] Kim Y.J., Harries K.A., *Modeling of timber beams strengthened with various CFRP composites*, *Engineering Structures*, 32(10), 3225–3234, 2010.
- [68] Klisiński M., Mróz Z., *Opis niesprężystych deformacji i uszkodzenia betonu*, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, 1988.
- [69] Kokociński W., *Drewno pomiary właściwości fizycznych i mechanicznych*, Prodruk, Poznań, 2004.

- [70] Kollmann F., *Technologie des Holzes und der Holzwerkstoffe. I. Bd. Berlin/Göttingen/Heidelberg 1951*, Springer-Verlag, S, 442, 444.
- [71] Konderla P., Skończonych M.E., *Teoria i zastosowania, kurs na studiach doktoranckich politechniki wrocławskiej*, 2007.
- [72] Kotwica J., *Konstrukcje drewniane w budownictwie tradycyjnym*, Arkady, 2011.
- [73] Kroflic A., Planinc I., Saje M., Cas B., *Analytical solution of two-layer beam including interlayer slip and uplift*, Struct. Eng. Mech, 34(6), 667–683, 2010.
- [74] Kubik J., *Mechanika konstrukcji warstwowych*, Wydawnictwo TiT, Opole, 2003.
- [75] Kuczma B., Kuczma M., *Badania doświadczalne i modelowanie klejonych stalowo-betonowych belek zespolonych*, Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej. Budownictwo i Inżynieria Środowiska, 381–388, 2012.
- [76] LeBorgne M., Gutkowski R., *Effects of various admixtures and shear keys in wood–concrete composite beams*, Construction and Building Materials, 24(9), 1730–1738, 2010.
- [77] Lukaszewska E., *Development of prefabricated timber-concrete composite floors*, Rozprawa doktorska, Luleå tekniska universitet, 2009.
- [78] Lukaszewska E., Johnsson H., Fragiacomio M., *Performance of connections for prefabricated timber–concrete composite floors*, Materials and structures, 41(9), 1533–1550, 2008.
- [79] Lydon F., Balendran R., *Some observations on elastic properties of plain concrete*, Cement and Concrete Research, 16(3), 314–324, 1986.
- [80] Marecz I., *Zastosowanie modelu sprężysto-plastycznego betonu z degradacją sztywności i nielokalnym osłabieniem do modelowania elementów betonowych cyklicznie obciążonych*, Rozprawa doktorska, Politechnika Gdańska, Wydział Inżynierii Lądowej i Środowiska, Gdańsk, 2008.
- [81] Martins C., Santos P., Almeida P., Godinho L., Dias A., *Acoustic performance of timber and timber-concrete floors*, Construction and Building Materials, 101, 684–691, 2015.
- [82] McCann D., Forde M., *Review of NDT methods in the assessment of concrete and masonry structures*, NDT & E International, 34(2), 71–84, 2001.

- [83] Mehta K., Monteiro P., *Concrete: Microstructure, Properties, and Materials*, McGraw-Hill Professional Publishing, 2013.
- [84] Menetrey P., Willam K., *Triaxial failure criterion for concrete and its generalization*, *Structural Journal*, 92(3), 311–318, 1995.
- [85] Miotto J.L., Dias A.A., *Structural efficiency of full-scale timber – concrete composite beams strengthened with fiberglass reinforced polymer*, *Composite Structures*, 128, 145–154, 2015.
- [86] Möhler K., *On the load carrying behavior of beams and columns of compound sections with flexible connections*, Habilitation, Technical Univ. of Karlsruhe, Germany (in German), 1956.
- [87] Möhler K., *Grundlagen der Holzhochbaukonstruktionen*, Götz, K.-HJ.; Hoor, D et al.: Holzbauatlas. Munich, Germany, 1978.
- [88] Mori K., Spagnoli A., Murakami Y., Kondo G., Torigoe I., *A new non-contacting non-destructive testing method for defect detection in concrete*, *NDT & E International*, 35(6), 399–406, 2002.
- [89] Morlier P., *Creep in timber structures*, CRC Press, 2014.
- [90] Moshiri F., Shrestha R., Crews K., *The effect of interlayer on the structural behavior of timber concrete composite utilizing self-compacting and conventional concretes*, *International Journal of Engineering and Technology*, 7(2), 103, 2015.
- [91] Muller P., *Decke aus hochkantig stehenden Holzbohlen oder Holzbrettern und Betondeckschicht*, Patentschau aus dem Betonbau und den damit verwandten Gebieten. Auszüge aus den Patentschriften. Beton und Eisen, H. XVII, S, 244, 1922.
- [92] Mungwa M.S., Jullien J.F., Foudjet A., Hentges G., *Experimental study of a composite wood–concrete beam with the INSA–Hilti new flexible shear connector*, *Construction and Building Materials*, 13(7), 371–382, 1999.
- [93] Nagy A., *Determination of E-modulus of young concrete with nondestructive method*, *Journal of materials in civil engineering*, 9(1), 15–20, 1997.
- [94] Natterer J., Hamm J., Favre P., *Composite wood-concrete floors for multi-story buildings*, *Proceedings of the international wood engineering conference*, tom 3, 3431–3435, 1996.

- [95] Neuhaus H., *Budownictwo drewniane*, Polskie Wydawnictwo Techniczne, 2004.
- [96] Neville A.M., *Właściwości betonu*, Polski Cement, Kraków, 2000.
- [97] Newmark N.M., *Test and analysis of composite beams with incomplete interaction*, Proceedings of society for experimental stress analysis, 9(1), 75–92, 1951.
- [98] Nishimura H., Kamiya A., Nagata T., Katahira M., Watanabe T., *Direct evidence for α ether linkage between lignin and carbohydrates in wood cell walls*, Scientific reports, 8, 2018.
- [99] Noack D., Schwab E., *Holz als Baustoff*, Holzbau-Taschenbuch Bd, 1, 7–27, 1986.
- [100] Nowacki W., *Teoria sprężystości*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, 1970.
- [101] Pawlica J., *Wpływ rodzaju złączy na ugięcie zginanych belek drewniano-żelbetowych*, Rozprawa doktorska, Politechnika Łódzka, 1983.
- [102] Pawlik K., *Reologiczne właściwości drewna budowlanego*, Rozprawa doktorska, Politechnika Opolska, Opole, 2011.
- [103] Pawlik K., *Termomechaniczny opis procesu pelzania drewna*, Roczniki Inżynierii Budowlanej – Zeszyt 8/2008, 61–66, Opole, 2008.
- [104] Pawlik K., *Szacowanie funkcji relaksacji drewna wzdłuż i w poprzek włókien*, Roczniki Inżynierii Budowlanej – Zeszyt 12/2012, 99–102, Opole, 2012.
- [105] Perkowski Z., Czabak M., *Współczesna mechanika konstrukcji w projektowaniu inżynierskim, rozdz. Diagnostyka złącza międzywarstwowego belek zespolonych na podstawie analizy częstotliwości drgań własnych*, 281–298, PAN KILiW, Warszawa, 2015.
- [106] Perkowski Z., Czabak M., Gozarska K., *Estimation of shear stiffness of interlayer connection in two-layer composite beams based on an analysis of natural frequencies*, Communications – Scientific Letters of the University of Żylinia, 18–20, 2013.
- [107] Perkowski Z., Czabak M., Gozarska K., *Experimental and numerical study of composite steel-concrete truss element under cyclic and static load*, Procedia Engineering, 156, 340–347, 2016.

- [108] Perkowski Z., Jeż K., Grygorowicz M., *Przykłady regularyzacji zadań wyznaczania współczynnika dyfuzji wilgoci i przejmowania masy w drewnie*, Fizyka Budowli w Teorii i Praktyce, 9, 2017.
- [109] Perkowski Z., Świrska-Perkowska J., Gajda M., *Comparison of moisture diffusion coefficients for pine, oak and linden wood*, Journal of Building Physics, 41(2), 135–161, 2017.
- [110] Perkowski Z., Tatara K., Czabak M., *Imaging elastic degradation in reinforced concrete slab using methodology of ultrasonic tomography and Tikhonov regularization*, Shell Structures: Theory and Applications Volume 4: Proceedings of the 11th International Conference” Shell Structures: Theory and Applications,(SSTA 2017), October 11-13, 2017, Gdansk, Poland, 445, CRC Press, 2017.
- [111] Pilch Z., *Beton — pełna ochrona przeciwpożarowa i bezpieczeństwo*, Stowarzyszenie Producentów Cementu, Kraków, 2007.
- [112] Plenzler R., Ludwiczak-Niewiadomska L., Latusek D., *Behaviour of OSB-webbed I-beams subjected to short-term loading*, Fol. For. Pol. Ser. B, 36, 27–37, 2005.
- [113] Popek M., Wapińska B., *Podstawy budownictwa*, WSiP, 2013.
- [114] Popovics J., Zemajtis J., Shkolnik I., *A study of static and dynamic modulus of elasticity of concrete*, ACI-CRC Final Report, 2008.
- [115] Powers T.C., *Causes and control of volume change*, J. Protl. Cem. Assoc. Research and Development Laboratories, 1(1), 29–39, 1959.
- [116] Premrov M., Dobrila P., *Experimental analysis of timber–concrete composite beam strengthened with carbon fibres*, Construction and Building Materials, 37, 499–506, 2012.
- [117] Raczkiewicz W., *Beton–material budowlany znany od wieków*, Przegląd Budowlany, 83, 13–18, 2012.
- [118] Rantakokko T., Salokangas L., *Design of the Vihantasalmi bridge, Finland*, Structural engineering international, 10(3), 150–152, 2000.
- [119] Rautenstrauch K., Mueller J., Simon A., *The first timber-concrete composite road bridge in Germany*, Proceedings of 11th World Conference on Timber Engineering, Trentino, 2010.

- [120] Rehman S.K.U., Ibrahim Z., Memon S.A., Jameel M., *Nondestructive test methods for concrete bridges: A review*, Construction and Building Materials, 107, 58–86, 2016.
- [121] Rudziński L., *Naprawy i wzmocnienia konstrukcji drewnianych*, Wydawnictwo PŚ w Kielcach, Kielce, 2000.
- [122] Said B.E., *Contribution to long term modelling of timber and concrete under variable climates, Application on timber-concrete composite structures*, Rozprawa doktorska, INSA de Lyon, 2003.
- [123] Sattler K., *Composite construction in theory and practice*, The structural engineer, 39(4), 163, 1961.
- [124] Schäfers M., Seim W., *Investigation on bonding between timber and ultra-high performance concrete (UHPC)*, Construction and Building Materials, 25(7), 3078–3088, 2011.
- [125] Shetty M., *Concrete technology theory and practice*, S. Chand & Company Ltd.
- [126] Simon A., *Analyse zum Trag- und Verformungsverhalten von Straßenbrücken in HolzBeton-Verbundbauweise*, Rozprawa doktorska, Universität Weimar, Weimar, 2008.
- [127] Skinner J., Bregulla J., Harris R., Paine K., Walker P., *Screw connectors for thin topping, timber – concrete composites*, Materials and Structures, 47(11), 1891–1899, 2014.
- [128] Skinner J., Martins C., Bregula J., Harris R., Paine K., Walker P., Dias A., *Concrete upgrade to improve the vibration response of timber floors*, Proceedings of the Institution of Civil Engineers: Structures and Buildings, 167(SB9), 559–568, 2014.
- [129] Stefańczyk B., (praca zbiorowa) *Budownictwo ogólne, Tom 1, Materiały i wyroby budowlane*, Arkady, Warszawa, 2005, 2006, 2007.
- [130] Steinberg E., Selle R., Faust T., *Connectors for timber-lightweight concrete composite structures*, Journal of structural engineering, 129(11), 1538–1545, 2003.
- [131] Stüssi F., Zusammengesetzte V., *Composed Beams*, International Association for Bridge and Structural Engineering (IABSE), 8, 249–269, 1947.

- [132] Świrska-Perkowska J., Adsorpcja i ruch wilgoci w porowatych materiałach budowlanych w warunkach izotermicznych, Komitet Inżynierii Lądowej i Wodnej PAN, 2012.
- [133] Taazount M., Amziane S., Molard D., *Tangential behavior of nailed composite timber – concrete floor structures*, Construction and Building Materials, 40, 506–513, 2013.
- [134] Tajnik M., Premrov M., Dobrila P., Bedenik B., *Parametric study of composite T-beam*, Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Structures and Buildings, 164(5), 345–353, 2011.
- [135] Tikhonov A., *Solution of incorrectly formulated problems and the regularization method*, Soviet Math., 4, 1035–1038, 1963.
- [136] Toratti T., *Creep of timber beams in a variable environment*, Rozprawa doktorska, Helsinki University of Technology, 1992.
- [137] Tran T., Thi V., Khelifa M., Oudjene M., Rogaume Y., *A constitutive numerical modelling of hybrid-based timber beams with partial composite action*, Construction and Building Materials, 178, 462–472, 2018.
- [138] Van de Kuilen J.W.G., Dias A.M., *Long-term load – deformation behaviour of timber – concrete joints*, Proceedings of the ICE-Structures and Buildings, 164 (2), 143–154, 2011.
- [139] Van der Linden M., *Timber-concrete composite beams*, Heron, 44 (3), 1999, 1999.
- [140] Wadsö L., *Studies of water vapor transport and sorption in wood*, Rozprawa doktorska, Inst. of Technol., Division of Building Materials, 1993.
- [141] Wanninger F., Frangi A., Steiger R., *Bearing stiffness in wood-to-wood compression joints*, Engineering Structures, 101, 631–640, 2015.
- [142] Willam K.J., *Constitutive model for the triaxial behaviour of concrete*, Proc. Intl. Assoc. Bridge Structl. Engrs, 19, 1–30, 1975.
- [143] Wróblewski T., Pełka-Sawenko A., Abramowicz M., Berczyński S., *Modeling and analysis of free vibration of steel-concrete composite beams by finite element method*, Advances in manufacturing science and technology, 36(4), 85–96, 2012.

- [144] Xing Y., Han Q., Xu J., Guo Q., Wang Y., *Experimental and numerical study on static behavior of elastic concrete-steel composite beams*, Journal of Constructional Steel Research, 123, 79–92, 2016.
- [145] Yeoh D., Boon K.H., Loon L.Y., *Timber-concrete composite floor beams under 4 years long-term load*, International Journal of Integrated Engineering, 5(2), 1–7, 2013.
- [146] Yeoh D., Fragiacomio M., Buchanan A., Gerber C., *Preliminary research towards a semi-prefabricated LVL-concrete composite floor system for the Australasian market*, Australian Journal of Structural Engineering, 9(3), 225–240, 2009.
- [147] Yeoh D., Fragiacomio M., Deam B., *Experimental behaviour of LVL-concrete composite floor beams at strength limit state*, Engineering Structures, 33(9), 2697–2707, 2011.
- [148] Zhu E., Guan Z., Rodd P., Pope D., *Finite element modelling of OSB webbed timber I-beams with interactions between openings*, Advances in Engineering Software, 36(11), 797–805, 2005.
- [149] Zhu L., Su R., *Analytical solutions for composite beams with slip, shear-lag and time-dependent effects*, Engineering Structures, 152, 559–578, 2017.

Normy

- [N1] PN-EN 1991-1-5:2005 *Oddziaływania na konstrukcje – Część 1-5: Oddziaływania ogólne – Oddziaływania termiczne*
- [N2] PN-EN 1992-1-1:2008 *Projektowanie konstrukcji z betonu – Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków*
- [N3] PN-EN 338:2011 *Drewno konstrukcyjne – Klasy wytrzymałości*
- [N4] PN-EN 1994-1-1:2008: *Projektowanie zespolonych konstrukcji stalowo-betonowych – Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków*
- [N5] PN-EN 1995-1-1:2010: *Projektowanie konstrukcji drewnianych – Część 1-1: Postanowienia ogólne – Reguły ogólne i reguły dotyczące budynków*
- [N6] PN-EN 13271:2002: *Łączniki do drewna – Nośności charakterystyczne i moduł podatności złączy*
- [N7] PN-EN 14081-1:2007: *Konstrukcje drewniane – Drewno konstrukcyjne o przekroju prostokątnym sortowane wytrzymałościowo – Część 1: Wymagania ogólne*
- [N8] PN-EN 206:2014-04: *Beton – Wymagania, właściwości, produkcja i zgodność*
- [N9] PN-EN 12390-1 *Badania betonu – Część 1: Kształt, wymiary i inne wymagania dotyczące próbek do badania i form*
- [N10] PN-EN 12390-3 *Badania betonu – Część 3: Wytrzymałość na ściskanie próbek do badań*
- [N11] PN-EN 12504-1 *Badania betonu w konstrukcjach – Część 1: Próbkowanie rdzeniowe – Pobieranie, ocena i badanie wytrzymałości na ściskanie*
- [N12] PN-EN 12390-13 *Badania betonu – Część 13: Wyznaczanie siecznego modułu sprężystości przy ścisaniu*
- [N13] PN-B-02020:1991 *Ochrona cieplna budynków – Wymagania i obliczenia*

- [N14] PN-EN 12524:2003 *Materiały i wyroby budowlane – Właściwości cieplno-wilgotnościowe – Tabelaryczne wartości obliczeniowe*
- [N15] PN-EN ISO 6946:2008 *Komponenty budowlane i elementy budynku – Opór cieplny i współczynnik przenikania ciepła – Metoda obliczania*
- [N16] ASTM C215 - 02 *Standard Test Method for Fundamental Transverse, Longitudinal, and Torsional Frequencies of Concrete Specimens*
- [N17] ACI 228.2R-98: *Nondestructive Test Methods for Evaluation of Concrete in Structures ACI*, American Concrete Institute Report, Farmington Hills, Michigan, (1998), s. 62

Lista publikacji autora

- [A1] Perkowski Z., **Czabak M.**: *Description of behaviour of timber-concrete composite beams including interlayer slip, uplift, and long-term effects: Formulation of the model and coefficient inverse problem*, Engineering Structures, 2019 – Under Review
- [A2] Perkowski Z., **Czabak M.**: *Wyznaczanie parametrów określających sztywność belek drewniano-betonowych w zakresie sprężystym*, Ujęcie aktualnych problemów budownictwa, Monografia Wyd. Pol. Śl., Gliwice 2019 – w recenzji
- [A3] **Czabak M.**, Perkowski Z.: *Experimental investigations of wooden and concrete composite beams subject to long-term load*, MATEC Web of Conferences 174, 01016, 2018
- [A4] **Czabak M.**: *Model matematyczny zespolonej belki drewniano-betonowej w ujęciu liniowej lepkosprężystości*, s. 129-134, Ujęcie aktualnych problemów budownictwa, Monografia Wyd. Pol. Śl., Gliwice 2018
- [A5] Perkowski Z., Tataro K., **Czabak M.**: *Imaging elastic degradation in reinforced concrete slab based on ultrasonic tomography methodology with the use of Tikhonov regularization*, s. 445-448, Shell Structures: Theory and Applications Volume 4: Proceedings of the 11th International Conference” Shell Structures: Theory and Applications,(SSTA 2017), Gdańsk 2017
- [A6] **Czabak M.**, Perkowski Z., Gozarska T., Jędraszak B.: *Badania zmian sztywności belki zespolonej drewniano-betonowej*, Inżynieria i budownictwo 11/2016, s. 604-608, Warszawa 11.2016
- [A7] Perkowski Z., Bujnak J., **Czabak M.**, Gozarska K., Idunk R.: *Badania statyczne, dynamiczne i ultradźwiękowe zespolonej kratownicy stalowo-betonowej*, Zagadnienia inżynierii środowiska w budownictwie, s. 261-274, PZiTb o/Opole, 2016

- [A8] **Czabak M.:** *Wstępne wyniki długotrwałego obciążania belek zespolonych drewniano-betonowych*, Zeszyty naukowe PO „Mechanika z.107”, s. 23-24, Opole-Pokrzywna 15-17.06.2016
- [A9] **Czabak M.:** *Analiza spadku sztywności eksperymentalnej belki zespolonej na podstawie wieloetapowych badań statycznych i dynamicznych*, Zeszyty naukowe PO „Mechanika z.105”, s. 33-36, Opole-Pokrzywna 13-15.05.2015
- [A10] Perkowski Z., **Czabak M.:** *Diagnostyka złącza międzywarstwowego belek zespolonych na podstawie analizy częstotliwości drgań własnych*, PAN KILiW „Współczesna mechanika konstrukcji w projektowaniu inżynierskim”, s. 281-298, Warszawa 2015
- [A11] **Czabak M.:** *Wyznaczanie Poślizgów W Próbkach Typu Push-Out Technika Wizyjną*, Zeszyty naukowe PO „Mechanika z.104”, s. 31-34, Opole-Pokrzywna 4-6.06.2014
- [A12] **Czabak M.**, Perkowski Z.: *Określanie podatności na ścinanie złącza w stropach zespolonych drewniano-betonowych przy wykorzystaniu pomiarów drgań*, Wybrane zagadnienia inżynierii środowiska w budownictwie, s.291-302, Opole 2014
- [A13] **Czabak M.**, Perkowski Z.: *Wieloetapowy eksperyment czteropunktowego zginania drewniano-betonowej belki zespolonej*, „Roczniki Inżynierii Budowlanej – Zeszyt 14/2014”, s. 35-40, Opole 2014
- [A14] Perkowski Z., **Czabak M.:** *Estimation of shear compliance of connectors in composite two-layer beams based on the analysis of free vibrations*, The Book of Conference Proceeding „PROGRESS 2013”, s. 31-36, Ostrawa 11.04.2013
- [A15] **Czabak M.:** *Szacowanie sztywności podatnego złącza w dwuwarstwowej belce zespolonej oparte na analizie drgań własnych*, Zeszyty naukowe PO „Mechanika z.102”, s. 29-30, Opole-Pokrzywna 12-14.06.2013
- [A16] Perkowski Z., **Czabak M.**, Gozarska K.: *Estimation of shear stiffness of interlayer connection in two-layer composite beams based on an analysis of natural frequencies*, 10th European Conference of Young Researchers and Scientists „TRANSCOM 2013”, s. 243-248, 24-26.06.2013 Żylna
- [A17] Perkowski Z., **Czabak M.**, Gozarska K.: *Estimation of shear stiffness of interlayer connection in two-layer composite beams based on an analysis of natural frequencies*, 18-21, „Communications – Scientific Letters of the University of Żylna”, s.18-20, Żylna 2013

- [A18] **Czabak M.**, Perkowski Z.: *Analiza eksperymentalna sztywności złącz w drewniano-żelbetowych belkach zespolonych na podstawie drgań własnych*, „Roczniki Inżynierii Budowlanej – Zeszyt 13/2013”, s. 71-74, Opole 2013
- [A19] **Czabak M.**, Perkowski Z.: *Analiza wpływów reologicznych w zespolonym stropie drewniano-żelbetowym*, 93-98, Zeszyt naukowy „Roczniki Inżynierii Budowlanej – Zeszyt 12/2012”, s. 93-98, Opole 2012
- [A20] **Czabak M.**, Cholewa A.: *Computer aiding as in indispensable tool of modern engineer*, The Book of Conference Proceeding „STRUCTURA 2011”, s. 136-141, Ostrawa 8-9.12.2011

Spis rysunków

1.1	Wykonanie stropu zespolonego drewniano-betonowego. (a) Usuwanie ciężkiej polepy z istniejącego stropu. (b) Oczyszczenie belek drewnianych, ułożenie lekkiej izolacji termicznej i dźwiękochłonnej oraz desek lub płyt OSB w poziomie górnego lica belek. (c) (d) Wprowadzenie stalowych łączników w górne lico belek, wykonanie izolacji przeciwwilgociowej oraz ułożenie zbrojenia. (e) Betonowanie płyty górnej stropu	18
1.2	Model połączenia wg [44]	22
1.3	Próbka do standardowych badań na ścinanie [mm] („push-out test”) wg PN-EN 1994-1-1 zał. B [N4]	23
1.4	Łącznik INSA-HILTI 1997 [92]	24
1.5	Typowy dla danego rodzaju połączenia wykres siła-poślizg (na podstawie [30])	26
1.6	Model pełzania Trottiego uwzględniający skurcz i mechanizmy sorpcyjne w drewnie (na podstawie [136])	29
2.1	Przekrój pnia drzewa (fot. R. Bruce Hoadley) (na podstawie [33])	38
2.2	Struktura komórkowa drewna iglastego [37]	39
2.3	Struktura komórkowa drewna liściastego [37]	40
2.4	Warstwowy przekrój komórki drzewa (na podstawie [37])	41
2.5	Budowa hierarchiczna drzewa (na podstawie [98])	41
2.6	Ortotropowy model symetrii sześcienniej próbki drewna (na podstawie [24])	42
2.7	Typowy wykres zależności naprężenie-odkształcenie ($\sigma-\varepsilon$) ściskanej próbki drewna (na podstawie [7])	43
2.8	Wytrzymałość drewna w zależności od kąta pomiędzy kierunkiem działania siły a kierunkiem włókien (na podstawie [95])	43
2.9	Przykładowa zależność wytrzymałości na ściskanie drewna w zależności od jego wilgotności (na podstawie [70])	44
2.10	Przykładowa wytrzymałość na ściskanie drewna świerkowego i bukowego w zależności od temperatury drewna (na podstawie [70])	44

2.11	Wpływ czasu na wartość statycznej wytrzymałości trwałej na zginanie drewna odniesione do wytrzymałości doraźnej (na podstawie [87])	45
2.12	Próbka do badań wytrzymałości drewna na ściskanie wzdłuż włókien (na podstawie [69])	45
2.13	Próbka do badań wytrzymałości drewna na rozciąganie wzdłuż włókien [69]	46
2.14	Schemat statyczny do badań wytrzymałości drewna na zginanie (na podstawie [69])	46
2.15	Przykładowy wykres zależności między naprężeniem a odkształceniem	48
2.16	Przykładowe wykresy przebiegu obciążania (a) i towarzyszącego mu odkształcenia (b) elementu drewnianego	49
2.17	Przykładowe wykresy przebiegów obciążeń (a) i towarzyszących im odkształceń (b) przy różnym stopniu obciążenia elementu drewnianego	50
2.18	Ideowy schemat przebiegu deformacji włókna polimeru podczas obciążania i odciążania: (a) kształt pierwotny, (b) wczesny kształt po obciążeniu, (c) końcowy kształt po obciążeniu, (d) wczesny kształt po odciążeniu, (e) powrót do stanu pierwotnego	51
2.19	Schemat stanowiska do badań reologicznych drewna	51
2.20	Ortotropia skurczu drewna (na podstawie [99] za [95])	52
2.21	Próbka do badań kurczliwości (na podstawie [69])	53
2.22	Ilustracja prawa Hooke'a na przykładzie wydłużania sprężyny (na podstawie [7])	54
2.23	Ilustracja działania tłumika newtonowskiego (na podstawie [7]) . . .	55
2.24	Ilustracja modelu Maxwella (na podstawie [7])	55
2.25	Ilustracja modelu Kelvina (na podstawie [7])	56
2.26	Ilustracja modelu standardowego (na podstawie [7])	57
2.27	Schemat konstytutywnego modelu materiałowego drewna (na podstawie [53])	57
2.28	Makroskopowy przekrój betonu [83]	58
2.29	Zależność σ - ε dla betonów o różnej wytrzymałości ([68] za [80]) . .	59
2.30	Mechanizm przekazywania naprężeń z matrycy cementowej na kru-szywo (na podstawie [43])	59
2.31	Zależność σ - ε dla próby ściskania przy różnych szybkościach przy-kładania obciążeń (na podstawie [68] za [80])	60

2.32	Powierzchnia plastyczności Treski: a) w przestrzeni naprężeń, b) na płaszczyźnie dewiatorowej; powierzchnia plastyczności Hubera-Misesa-Hencky'ego: c) w przestrzeni naprężeń, d) na płaszczyźnie dewiatorowej [71]	60
2.33	Powierzchnia plastyczności Coulomba-Mohra: a) w przestrzeni naprężeń, b) na płaszczyźnie dewiatorowej [71]	61
2.34	Powierzchnia plastyczności Druckera-Pragera: a) w przestrzeni naprężeń, b) na płaszczyźnie dewiatorowej [71]	61
2.35	Moduły sprężystości styczne i sieczne betonu na wykresie $\sigma - \varepsilon$ (na podstawie [96])	62
2.36	Zależność $\sigma - \varepsilon$ dla kruszywa, zaczynu cementowego i betonu (na podstawie [96])	63
2.37	Model krystalicznej budowy matrycy betonu z trzema podstawowymi mechanizmami wpływającymi na pełzanie (na podstawie [125])	64
2.38	Wpływ zawartości cementu w mieszaninie na skurcz w trakcie wysychania (na podstawie [115] za [96])	66
2.39	Wymiary próbek: (a) sześciennych, (b) walcowych (na podstawie [N9])	68
2.40	Przebieg obciążania próbki betonu do wyznaczenia początkowego i ustabilizowanego modułu sprężystości (na podstawie [N12])	69
2.41	Przykładowe stanowisko do pomiaru dynamicznego modułu sprężystości (na podstawie [N16])	70
2.42	Przykładowy schemat konstrukcji pełzarki do próbek betonowych	71
2.43	Schemat rozkładu odkształceń i naprężeń po wysokości przekroju zginanego belki zespolonej: (a) przy braku zespolenia, (b) przy pełnym zszyciu	72
2.44	Złącza: a) na gwoździe/wkręty, b) na wklejane stalowe haki, c) na poziome stalowe pręty	73
2.45	Złącza: a) na płytki kołczaste, b) na stalowy profil teowy, c) na stalowe wbijane rury	73
2.46	Złącza: a) na wręby i łączniki stalowe, b) na wręby i łączniki stalowe montowane po związaniu betonu	74
2.47	Złącza: a) na wbijane pręty stalowe w kształcie litery U, b) na drewniane bloki, c) na poziome i pionowe wręby	74
3.1	Schemat przekroju belki drewniano-betonowej	75
3.2	Rozkład naprężeń dwuwarstwowej belki zespolonej	77
3.3	Charakter zmienności współczynnika γ	78

3.4	Rozkład naprężeń normalnych w przekroju dwuwarstwowej belki zespolonej wg metody γ	78
3.5	Widok z boku i przekrój zespolonej belki drewniano-betonowej	80
3.6	Przemieszczenia warstw w belce drewniano-betonowej z poślizgiem (złącze sprężyste)	80
3.7	Wycinek różniczkowy belki zespolonej z zaznaczeniem działających na nią obciążeń i sił wewnętrznych	81
3.8	Przemieszczenia warstw w belce drewniano-betonowej z poślizgiem i rozrywaniem (złącze sprężyste)	83
3.9	Przemieszczenia belki i sztywność złącza uwzględnione w modelu belki lepkosprężystej	87
3.10	Wycinek różniczkowy belki zespolonej z zaznaczeniem działających na nią obciążeń, sił wewnętrznych i sił bezwładności	91
4.1	Wycinek stropu zespolonego drewniano-betonowego	94
4.2	Wkręt do drewna SK 8,0×100/60/10 zastosowany do zespolenia żebra drewnianego z płytą betonową	95
4.3	Przygotowywanie warstwy przejściowej pomiędzy belką drewnianą i płytą betonową: (a) zeszlifowanie górnego lica żebra, (b) ułożenie dwóch warstw folii	95
4.4	Przygotowane deskowanie wraz z wkrętami (a) , deskowanie wypełnione mieszanką betonową (b)	96
4.5	Przekrój poprzeczny i widok z góry badanej belki wraz z układem wkrętów zespalających	96
4.6	Podpora przegubowo przesuwna (a) , podpora przegubowo nieprzesuwna (b)	97
4.7	Trawers i konstrukcja służąca przekazaniu obciążenia na górną powierzchnię płyty betonowej	98
4.8	Schemat stanowiska z lokalizacją czujników pomiarowych	98
4.9	Ukończone stanowisko badawcze	99
4.10	Przebieg procedury obciążania i odciążania w czasie	99
4.11	Wykresy siły P w funkcji przemieszczeń w środku rozpiętości belki w kolejnych cyklach obciążenia	100
4.12	Zmiany tangensa kąta nachylenia stycznych do krzywych z rys. 4.11 na początku cykli obciążenia znormalizowane względem wartości z cyklu pierwszego	101
4.13	Wykresy siły P w funkcji poślizgu międzywarstwowego nad podporą przegubowo-przesuwną w kolejnych cyklach obciążenia	101

4.14	Wykresy siły P w funkcji poślizgu międzywarstwowego nad podporą przegubowo nieprzesuwczą w kolejnych cyklach obciążenia	102
4.15	Wykresy siły P w funkcji poślizgu międzywarstwowego w 1/4 rozpiętości od strony podpory przegubowo przesuwnej w kolejnych cyklach obciążenia	102
4.16	Wykresy siły P w funkcji poślizgu międzywarstwowego w 1/4 rozpiętości od strony podpory przegubowej nieprzesuwnej w kolejnych cyklach obciążenia	102
4.17	Wykresy momentu zginającego M w środku rozpiętości w funkcji krzywizny płyty betonowej w kolejnych cyklach obciążenia	103
4.18	Wykresy momentu zginającego M w środku rozpiętości w funkcji średniej krzywizny żebra drewnianego w kolejnych cyklach obciążenia	104
4.19	Schemat stanowiska z lokalizacją akcelerometrów	105
4.20	Przykładowe zestawienie widm amplitudowych akcelerogramów po cyklu obciążenia z siłą $P_{MAX} = 20 \text{ kN}$	105
4.21	Przykładowe zestawienie widm amplitudowych akcelerogramów po cyklu obciążenia z siłą $P_{MAX} = 40 \text{ kN}$	105
4.22	Przykładowe zestawienie widm amplitudowych akcelerogramów po cyklu obciążenia z siłą $P_{MAX} = 60 \text{ kN}$	106
4.23	Postacie i częstotliwości drgań własnych belki zespolonej drewniano-betonowej wyznaczone na podstawie rozwiązania zagadnienia własnego	106
4.24	Zmiana częstotliwości giętych drgań swobodnych w kolejnych cyklach obciążania w stosunku do ich wartości sprzed pierwszego cyklu	108
4.25	Belka po zniszczeniu (a) , miejsca wyczerpania nośności przez ścięcie warstw belki drewnianej zaraz poniżej poziomu ostrza wkrętów (b) , (c)	110
4.26	Wkręt w otworze (a) , elipsoidalny otwór po wkręcie (b) , odkształcony wkręt z odcinka belki nad podporą (c)	111
4.27	Przekrój poprzeczny i widok z góry badanych belek wraz z układem wkrętów zespalających	112
4.28	Belki z widocznym połączeniem, zbrojeniem i deskowaniem płyt (a) , belki po wypełnieniu deskowania mieszanką betonową (b) . . .	112
4.29	Schemat stanowiska do badań reologicznych z lokalizacją czujników	114
4.30	Konstrukcja stalowa stanowiąca podparcie belek (a) , konstrukcja stalowa zapewniająca przekazywanie obciążeń ze zbiorników na płytę betonową (b)	114

4.31	Czujnik przemieszczeń pionowych w środku rozpiętości elementu (a), czujnik poślizgu płyty betonowej względem żebra drewnianego w strefie przypodporowej (b), czujnik poślizgu płyty betonowej względem żebra drewnianego w 1/4 rozpiętości (c), krzywiznomierz górnej powierzchni płyty betonowej (d), krzywiznomierz osi żebra drewnianego (e)	115
4.32	Schemat toru pomiarowego przetworników drogi [20]	116
4.33	Stanowisko do badań długotrwałego obciążania belek drewniano-betonowych wraz z numeracją elementów	116
4.34	Przebieg zmierzonych ugięć w środku rozpiętości belki wraz ze zmianami wilgotności względnej i temperatury powietrza	117
4.35	Czoła kolejnych belek z widoczną lokalizacją rdzenia pnia drzewa	118
4.36	Przebieg zmierzonych poślizgów międzywarstwowych na końcu belki wraz ze zmianami wilgotności względnej i temperatury powietrza	119
4.37	Przebieg zmierzonych poślizgów międzywarstwowych w 1/4 rozpiętości belki wraz ze zmianami wilgotności względnej i temperatury powietrza	119
4.38	Pęknięcie żebra drewnianego w okolicy krzywiznomierza	120
4.39	Przebieg zmierzonych krzywizn górnej powierzchni płyt betonowych wraz ze zmianami wilgotności względnej i temperatury powietrza	120
4.40	Przebieg zmierzonych krzywizn osi żeber drewnianych wraz ze zmianami wilgotności względnej i temperatury powietrza	121
5.1	Dyskretyzacja belki wg MRS z widokiem węzłów z przemieszczeniami poziomymi warstw $u_{(1)}$ i $u_{(2)}$	124
5.2	Dyskretyzacja belki wg MRS z widokiem węzłów z ugięciami warstw $w_{(1)}$ i $w_{(2)}$	124
5.3	Wpływ zmiany modułu sprężystości (a) drewna $E_{(1)}$, (b) betonu $E_{(2)}$ na ugięcia, poślizgi międzywarstwowe i krzywizny w belce	126
5.4	Wpływ zmiany sztywności złącza (a) K_H , (b) K_V na ugięcia, poślizgi międzywarstwowe i krzywizny w belce	126
5.5	Zmiana sztywności: (a) drewna i betonu, (b) styku w kierunku poziomym i pionowym w stosunku do wartości z pierwszego etapu badań	129
5.6	Przedstawienie przebiegu funkcji przemieszczeń węzłowych jako sumy przyrostów	132
5.7	Oznaczenia powierzchni wyróżnionych w warunkach brzegowych (5.17)	135

5.8	Przebieg w czasie funkcji $\Psi_{(i)}$ i $\Phi_{(i)}$ zdefiniowanych w środku rozpiętości belek przy zmianach temperatury i wilgotności w otoczeniu wg przebiegów z rys. 4.34: (a) $\Psi_{(1)}$, (b) $\Psi_{(2)}$, (c) $\Phi_{(1)}$, (d) $\Phi_{(2)}$. . .	136
5.9	Krzywe L-curve z optymalnymi parametrami regularyzacji α_{opt} kolejno dla (a) belki #1, (b) belki #2, (c) belki #3, (d) belki #4 . . .	138
5.10	Porównanie krzywych eksperymentalnych ugięć w środku rozpiętości belek $w_{(1),(pomiar)}(x = 2 m, t)$ z odpowiadającymi im wyjściami modelu $w_{(1)}(x = 2 m, t)$ obliczonymi dla parametrów podanych w tabelach 4.4, 5.3, 5.5 i 5.6	140
5.11	Porównanie krzywych eksperymentalnych poślizgów w 1/4 rozpiętości belek $S_{H,(pomiar)}(x = 1 m)$ z odpowiadającymi im wyjściami modelu $S_H(x = 1 m)$ obliczonymi dla parametrów podanych w tabelach 4.4, 5.3, 5.5 i 5.6	141
5.12	Momenty zginające po długości belki dla i -tych warstw w chwili początkowej $t = 0$, pośredniej (drugi okres zimowy) $t = 520 dni$ i końcowej $t = 721 dni$ (a) i przebieg w czasie momentów zginających w i -tych warstwach pod siłą (b)	142
5.13	Siły normalne po długości belki dla i -tych warstw w chwili początkowej $t = 0$, pośredniej (drugi okres zimowy) $t = 520 dni$ i końcowej $t = 721 dni$ (a) i przebieg w czasie sił normalnych i -tych warstw w środku rozpiętości belki (b)	143
5.14	Obciążenie poziome τ i pionowe q_z w styku po długości belki w chwili początkowej $t = 0$, pośredniej (drugi okres zimowy) $t = 520 dni$ i końcowej $t = 721 dni$ (a) i przebieg w czasie obciążeń styku nad podporą ($x = 0 m$) i pod siłą ($x = 1,35 m$) (b)	143
5.15	Krawędziowe naprężenia normalne w żebrze drewnianym $\sigma_{(1)}$ w chwili początkowej $t = 0$, pośredniej (drugi okres zimowy) $t = 520 dni$ i końcowej $t = 721 dni$ (a) i przebieg w czasie naprężeń krawędziowych pod siłą ($x = 1,35 m$) (b)	144
5.16	Krawędziowe naprężenia normalne w płycie betonowej $\sigma_{(2)}$ w chwili początkowej $t = 0$, pośredniej (drugi okres zimowy) $t = 520 dni$ i końcowej $t = 721 dni$ (a) i przebieg w czasie naprężeń krawędziowych i pod siłą ($x = 1,35 m$) (b)	145
5.17	Naprężenia normalne po wysokości przekroju pod siłą ($x = 1,35 m$) (a) i w środku rozpiętości ($x = 2 m$) (b) w chwili początkowej $t = 0$, pośredniej (drugi okres zimowy) $t = 520 dni$ i końcowej $t = 721 dni$	145
5.18	Obwiednia naprężeń normalnych po wysokości przekroju pod siłą ($x = 1,35 m$) (a) i w środku rozpiętości ($x = 2 m$) (b) wyznaczone dla całego okresu eksperymentu	146

Spis tabel

1.1	Wybrane empiryczne funkcje pełzania w jednoosiowym stanie naprężenia[7]	30
2.1	Związki między naprężeniami i odkształceniami w zapisie tensorowym i zawężonym (na podstawie [45])	47
2.2	Dopuszczalne przez [N9] wymiary próbek betonu	68
2.3	Wartość współczynnika korekcyjnego T^0 dla współczynnika Poissona równego 0,17 [N16]	70
4.1	Wartości maksymalnych przemieszczeń, poślizgów i krzywizn od maksymalnej siły i momentu zginającego	104
4.2	Zestawienie zmierzonych częstotliwości swobodnych drgań giętnych dla każdego z etapów obciążeń	107
4.3	Zestawienie wyników badań ultradźwiękowych płyty betonowej po każdym z etapów eksperymentu i przeliczone statyczne moduły sprężystości [22].	109
4.4	Zestawienie dynamicznych i statycznych modułów sprężystości betonu z płyt betonowych belek	122
5.1	Oszacowane sieczne parametry $E_{(1)}$, K_H i K_V po każdym z cykli obciążania belki [22]	128
5.2	Zestawienie wartości ugięć, poślizgów w 1/4 rozpiętości i nad podporą belek w chwili po zakończeniu napełniania zbiorników z wodą .	130
5.3	Oszacowane parametry $E_{(1)}$ i K_H belek	130
5.4	Zestawienie wartości krzywizn żeber drewnianych i płyt betonowych z końca obciążania belek w chwili po zakończeniu napełniania zbiorników z wodą	131
5.5	Oszacowane K_V belek	131
5.6	Zestawienie wyników rozwiązania współczynnikowego zadania odwrotnego dla parametrów modelu standardowego liniowej lepkosprężystości belek	139

Autor składa **podziękowania** za przekazanie materiałów
do budowy stanowisk i na elementy do badań
firmom:



a w szczególności ich właścicielom:
Panu **Rajmundowi Adamtowski** (Adamietz Sp. z o.o.)
i Panu **Waldemarowi Cieplikowi** (Fałkopol)