

## Od Redakcji.

W dniu 16 b. m. Międzynarodowa Federacja Prasy Technicznej i Zawodowej, Instytucja posiadająca wielkie zasługi na polu międzynarodowego zbliżenia kulturalnego, będzie odbywać swój VIII Kongres, tym razem w Warszawie.

Kongresy Federacji, odbywające się kolejno w rozmaitych krajach, są zdarzeniami ważnymi; obok załatwienia oficjalnego programu obrad, dają one sposobność przedstawicielom prasy technicznej wielu krajów do nawiązania osobistego kontaktu oraz do wymiany informacji o tendencjach i kierunkach technicznego postępu w krajach reprezentowanych w Federacji. Obecny Kongres będzie miał do rozważenia szereg ważkich zagadnień, gdyż powszechnie przeżywana epoka trudności gospodarczych ostatnio znacznie przeszkadzała prowadzeniu prac, dla których Międzynarodowa Federacja Prasy Technicznej i Zawodowej do życia powołaną została.

W nadziei, że w toku obrad wyłonią się sposoby przełamania piętrzących się trudności i że Kongres ten stanie się epokowym dla ożywienia działalności tej tak ze wszech miar ważnej Instytucji, Redakcja „Czasopisma Technicznego“ serdecznie wita VIII Kongres Federacji Międzynarodowej Prasy Technicznej i Zawodowej w murach Stolicy Rzeczypospolitej, życzeniem „Owocnych obrad“.

Prof. EDWIN HAUSWALD

## Dynamika kosztów i rentowności.

W każdej nauce objawia się z czasem dążenie do ujęcia głównych zjawisk i przebiegów w danej dziedzinie w formę ogólnych twierdzeń i praw. Nowoczesna nauka Organizacji i Kierownictwa może się także wykazać poważnymi postępami na tem polu.

Kilka praw dynamiki kosztów wytwarzania przedstawiłem już z początkiem roku 1934 w *Przeglądzie Organizacji* (skrót: PO 1934, str. 149 etc.). Wykazałem tam, że trzeba przytem starannie odróżniać koszty okresowe, odniesione do stosownie dobranych okresów czasowych, jak np. dnia, miesiąca lub roku, od kosztów jednostkowych, odnoszących się do wykonania jednej sztuki danego wyrobu.

Koszty okresowe wytwarzania zmieniają się w zależności od ilości jednostek wykonanych w danym okresie w taki sposób, że począwszy od pewnej dolnej granicy oznaczonej literą  $A$  rosną razem z liczbą jednostek  $x$ . Na tem spostrzeżeniu oparto dogodny podział kosztów okresowych na dwa składniki:

1. składnik podstawowy  $A$ , zwany często „stałym“, właściwie zaś niezależny od zmian w ilości jednostek  $x$ ;

2. składnik zmienny, wyrażony iloczynem ( $Bx$ ) a rosnący proporcjonalnie do liczby  $x$  aż do pewnej górnej granicy, zwanej „zdolnością wytwórcą“ albo „mocą wzorcową“ (Adamiecki) danego oddziału.

Uproszczona dla przejrzystości wyników teoria ruchu kosztów wytwarzania przy zmieniających się wydajnościach ilościowych opiera się oczywiście na wstępnym założeniu o niezmierności innych warunków produkcji danego oddziału lub posterunku. Prawo zmiany kosztów okresowych, oznaczonych tu literą  $S$ , która oznacza sumę kosztów dziennych, przedstawić można albo wykreślić, albo też wzorem:

$$S = A + Bx. \quad \dots \quad (1)$$

Znaczenie czynnika  $B$  podam później.

Sumy  $S$  są dla każdej ilości jednostek  $x$  inne. Dzielać każdorazową wartość sumaryczną  $S$  przez przynależną ilość  $x$  otrzymamy odpowiedni koszt jednostkowy:

$$k = S/x = B + \frac{A}{x}. \quad \dots \quad (2)$$

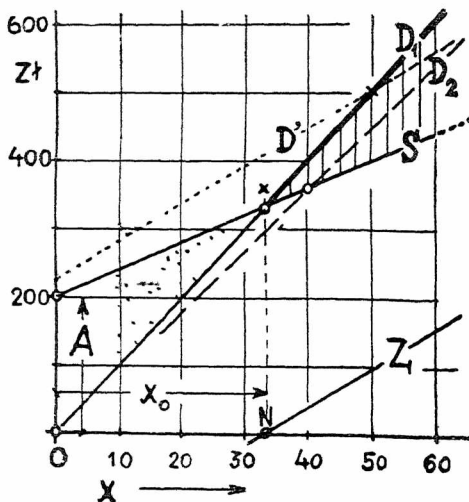
Przy pomocy wzoru (2) można znowu wyrysować wykres ruchu kosztów jednostko-

wych, odniesionych do zmian w ilości  $x$ . Charakterystyką ruchu kosztów ( $k$ ) jest hiperbola równoboczna, przesunięta na wykresie ku górze o stałą wielkość  $B$ . Wykres taki podany jest w mym referacie w PO 1934, 150.

Porównanie obu wzorów pokazuje od razu, że składnik stały pierwszego wzoru staje się w drugim wzorze składnikiem zmiennym  $y = \left(\frac{A}{x}\right)$ ; natomiast składnik zmienny ( $Bx$ ) przeobraził się przytem na stałą liczbę  $B$ . Te przemiany wyjaśniają doniosłe pod względem gospodarczym a przeciwnie skierowane tendencje zmienności kosztów I i II typu.

Gdy bowiem przy wzrastaniu liczby  $x$  koszty okresowe  $S$  rosną, to równocześnie maleją koszty jednostkowe  $k$  według krzywej hiperbolicznej. Dzięki temu można mimo zwiększania się kosztów dziennych produkować wyroby taniej, gdy możliwym jest zwiększanie wydajności ilościowej  $x$  i zbywanie tej ilości wyrobów.

Do wyjaśnienia sprawy podaję następujący wykres.



Ryc. 1.

Ruch kosztów dziennych  $S$  i dochodów  $D$  w zależności od prod.  $x$ . Pole zysków dziennych kreskowane, pole niedoborów kropkowane.

Wykres 1 wykonano dla następujących danych. Na osi  $X$  odcina się ilości jednostek wyrobionych w ciągu normalnego, 8-godzinnego dnia; na osi  $Y$  odcina się rozchody i dochody w złotych.

W obranym przykładzie koszty dzienne wytwarzania zmieniają się według związku  $S = A + Bx$ , gdzie np. koszt podstawowy  $A$  wynosi 200 zł. dziennie, ( $Bx$ ) zaś przedstawia składnik zmieniający się proporcjonalnie do  $x$ . Z obliczeń okazało się, że czynnik  $B = 4$  zł./jedn. Jest to, jak poprzednio udowodniłem, teoretyczne minimum kosztu wytworzenia 1 sztuki, dla  $x = \infty$ . Poszczególne wartości kosztu  $S$  można obliczyć z równania:

$$S = 200 + Bx.$$

Linia kosztów jest prostą łączącą punkty  $A = 200$  i  $S = 400$  przy wartości  $x = 50$  jedn. Przy

tej produkcji dzienny koszt 1 sztuki wypadnie  $k = S/x = 400/50 = 8$  zł.

Cenę czystą sprzedaży przyjmijmy o 25% wyższą  $C_1 = 10$  zł. W razie gładkiej sprzedaży danej ilości wyrobów powstanie wtedy dochód  $D_1 = x C_1 = 500$ .

Charakterystyką dochodu będzie wtedy linja ( $D$ ) wychodząca z punktu  $O$  a przecinająca prostą kosztów dziennych w punkcie krytycznym, w którym suma dochodów i rozchodów byłaby równą. Położenie tego punktu odpowiada krytycznej ilości jednostek  $x_0$ . Po prawej stronie punktu  $N$  powstają zyski  $Z$ , wynikające z różnicy ( $D - S$ ), po lewej zaś niedobory, ponieważ przy ilościach mniejszych od krytycznej, sumy kosztów są większe niż przynależne sumy dochodów.

Pole kreskowane pionowo między linjami  $D$  i  $S$  jest polem zysków, pole kropkowane polem strat. Dla ceny  $C_1 = 10$  zł. podano na rysunku przynależną linję dochodów  $D_1$ , dla ceny niższej  $C_2 = 9$  zł./jedn. linję dochodów  $D_2$ .

Pole zysków dla pierwszej ceny przeniesiono do osi  $X$  a prosta  $Z$  ogranicza wartości zysków, jakie w danych warunkach osiągnąć można. Widocznym jest, że zyski powstają dopiero przy ilościach większych od  $x_0$ , poczem rosną jednostajnie. Analogicznie straty zwiększają się też jednostajnie po drugiej stronie ilości krytycznej.

Przez odpowiednie zwiększanie ilościowych rozmiarów zbytu i produkcji a utrzymywanie stałej ceny czystej (netto) możnaby więc zapewnić zakładowi coraz to większą zyskowość, gdyby nie dwa ograniczenia, o których teraz pomówić trzeba. Pierwsze z nich pochodzi stąd, że dane urządzenie posiada pewną graniczną zdolność wytwórczą (ang. capacity), którą w przykładzie naszym niech będzie ilość  $X = 60$  jedn. dziennie. Drugie ograniczenie pochodzi od ruchu cen targowych i pojawia się dopiero w dłuższych okresach czasu, gdy skutkiem zwiększania produkcji prawie wszystkich zakładów danej gałęzi przemysłu ceny targowe ulegać zaczęły naciskowi wielkiej podaży, obniżając się z czasem aż do granic, dostosowanych do poziomu średnich kosztów wytwarzania.

Ważne to zjawisko dotyczy przeważnej ilości zakładów przemysłowych, narażonych na działanie wolnej konkurencji. Istnieją jednak zakłady przemysłowe, zwłaszcza posiadające monopol sprzedaży albo też „chronione” przez władze publiczne, jak np. elektrownie, gazownie, zakłady wodociągowe, koleje państwowe, poczta i telegrafy itd., które utrzymują nieraz wysoki poziom taryf przez szereg lat i skutkiem tego korzystają faktycznie z ruchu zysków, pokazanego na wykresie.

Uwaga. Gdyby jednak ceny sprzedaży regulowano od górnej granicy  $C_1$  w dół i to w stałym stosunku do rzeczywistych kosztów jednostkowych, to ogólny przebieg linii dochodów wskazywałaby kropkowana prosta

$D'$  na ryc. 1, zmniejszająca rzędne zysków na prawo od linii  $D_1$ .

Obliczanie cen czystych (netto) według kosztów  $k$  odbywa się zwykle na podstawie stałego zysku  $p$ , odniesionego do ceny a nie do kosztu jednostki, a więc tak:

$$C = k + pC \dots \dots \dots (3)$$

stąd:  $C = \frac{k}{1-p} = \frac{k}{\eta}$  albo  $C = ak \dots \dots (4)$

Przykład. Gdy  $p = 0,2$ ;  $\eta = 1 - p = 0,8$ ;  $a = 1,25$ .

Zmienność dziennych lub ogólniej mówiąc okresowych zysków  $Z$  przy różnych ilościach  $x$  oblicza się z różnic między dochodem  $D$  a przy należnym kosztem  $S$ :

$$Z = D - S = (C - B)x - A \dots \dots (5)$$

Interpretację tego wzoru podał dyr. Landauer (Bruksela) w referacie p. tyt.: "Une loi de la production industrielle" (Bulletin du Comité Belge de l'Organ. scientifique. R. 1928).

Zysk jednostkowy otrzymamy dzieląc  $Z/x$ :

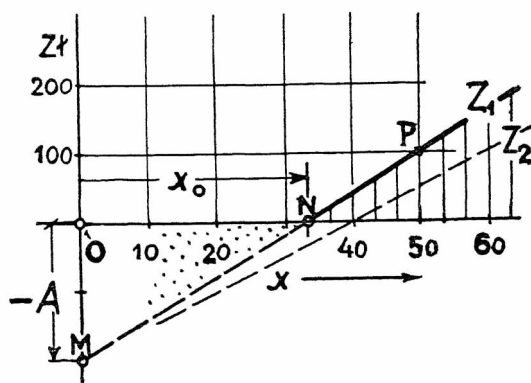
$$z = (C - B) - \frac{A}{x} \dots \dots \dots (6)$$

Ten rodzaj zysku rośnie zatem w miarę, gdy ilość  $x$  się zwiększa i osiągnąłby maximum równe  $(C - B)$  przy  $x = \infty$ .

Tendencja zyskowności pierwszego typu jest znowu stałą i określoną przez pochodną:

$$\frac{dZ}{dx} = C - B \dots \dots \dots (7)$$

Równanie (5) pokazuje nam, od czego zależy zyskowność lub stratność produkcji. Oto



Ryc. 2.  
Charakterystyki zysków dziennych i niedoborów w zależności od ilości  $x$ .

od poziomu cen, wysokości kosztów „podstawowych” kapitału, administracji, podatków itp., od ilości  $x$  i wreszcie od wielkości  $B$ . To  $B$  jest zaś równe sumie wydatków, związanych bezpośrednio z wytworzeniem każdej jednostki wyrobu, obejmujących koszty materiału, robocizny i małej stosunkowo części kosztów ogólnych.

$$B = m + r + q \dots \dots \dots (8)$$

Charakterystykę ruchu zysków okresowych przedstawia rycina, sporządzona według niżej opisanej metody autora.

Wykres 2 wykonano dla tych samych danych co poprzednio. Przy pomocy wzorów:  $S = A + Bx$  i  $D = Cx$  można położenie prostych  $Z$  określić następującą metodą.

Oblicza się koszt produkcji np. dla  $x = 50$ , co daje tu 400 zł., następnie oblicza się dochód dla tego samego  $x$ , co daje  $D = 50 \cdot 10 = 500$ .

Zysk jest wtedy  $Z_1 = 500 - 400 = 100$  zł., czemu na wykresie odpowiada punkt  $P$ . Teraz odcina się na osi  $Y$  w dół wielkość kosztów niezależnych (stałych)  $A = -200$  zł. i łączy ze sobą punkty  $PM$ .

Przecięcie tej prostej z osią  $X$  daje punkt  $N$  i ilość krytyczną  $x_0$ .

Podobnie wykreślono linię  $Z_2$  dla ceny  $C_2 = 9$  zł. O ile wielkości kosztów wytwarzania nie dadzą się obniżyć równocześnie z cenami, to zyskowność zakładu wypadnie oczywiście mniejsza i zacznie się dopiero od  $x' > 40$ .

Wszystkie linie zysków przy różnych cenach wychodzą z punktu  $M$  tego wykresu, ponieważ dla  $x = 0$  wypada zawsze strata  $(-A)$ .

### Rentowność (opłacalność, zyskowność).

Znane od tysięcy lat, naturalne zresztą dążenie do zapewnienia przedsiębiorstwom trwałej rentowności było w ostatnich latach dosyć niepopularne wobec modnej w Europie socjalizacji społeczeństw, w której wielu ludzi pokładało wielkie, jak się okazało nieuzasadnione i zwodnicze nadzieje. Tymczasem postulat rentowności utrzymał się bez istotnych zmian i to nie tylko w dziedzinach gospodarki prywatnej, spółdzielczej i publicznej, ale nawet w życiu społecznym i politycznym typowo socjalistycznych państw.

Rentowność czyli zyskowność danego zakładu lub oddziału wyraża się „stosunkiem rocznego zysku do związanego w przedsiębiorstwie kapitału zakładowego i obrotowego”, przyczem kwoty te trzeba wstawiać w jednostkach tego samego rodzaju, np. w złotych lub w innych walutach o ustalonej wartości nabywczej.

Obliczenie to można też oprzeć na zestawieniu innych jednostek, jak np. kwintali żyta, kilowatogodzin, ilości pracogodzin, osobogodzin i t. d.

Rentowność:

$$R = \frac{\text{roczny zysk czysty}}{\text{kapitał związany}} = \frac{Z}{K} \dots \dots (9)$$

Wzór ten daje zwykle jakiś ułamek, np. dla  $K = 100.000$  zł. a  $Z = 8000$  zł.,  $R = 0,08$ . Mnożąc tę liczbę przez 100 otrzymamy wynik w odsetkach.

$$R\% = 100 \frac{Z}{K} \dots \dots \dots (10)$$

Rentowność jest doskonałym środkiem do oceny finansowej żywotności a nawet realnej wartości danego zakładu. (Por. Hauswald: PO 1930, str. 329). Brak dostatecz-

nej renty jest oznaką poważnej choroby gospodarczej przedsiębiorstwa lub jego przeżycia się i zbieżności.

Rentowność zakładów przemysłowych powinna być ze względu na swą zmienność i nieuniknione ryzyka średnio o 25 do 30% wyższą od stopy procentowej, udzielanej w danym okresie za wkłady w Kasach oszczędności.

Z równania (9) widocznym jest, że „renta“ zmieniać się będzie podobnie jak zysk roczny  $Z$  zakładu, chociaż odniesiona jest do innej podstawy porównawczej, mianowicie do kapitału  $K$ . Na wykresie 2 możnaby więc wrysować także proste dla rentowności, ułożone podobnie do linii ( $Z$ ).

Z rozwinięcia wzoru (9) otrzymujemy nadto:

$$R = \frac{(C-B)X - A}{K}, \quad \dots \quad (11)$$

co dowodzi, że  $R$  zależy od składników  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $K$  i od rocznej ilości wyrobów  $X$ . Koszty podstawowe  $A$  trzeba w powyższym wzorze wstawić także dla okresu rocznego.

Przykład. Ilość dni produkcji  $i=200$ , średnia cena w roku  $C=10$  zł.

Teoretyczne minimum kosztu jednostki  $B=4$  zł. Roczna ilość jednostek  $X=10.000$  sztuk. Kapitał zakładu  $K=250.000$  zł. Koszty ogólne lub wspólne zakładu w roku  $A=40.000$  zł.

$$R = \frac{(10-4)10.000 - 40.000}{250.000} = 0,08,$$

czyli 8%.

### Prawa dynamiki produkcji.

Ponieważ przebiegi gospodarcze wytwarzania i zbytu odbywają się regularnie, prawidłowo i są już dostatecznie zbadane, więc można je ująć w formę praw zarządzania i to słownie, wykresami albo też wzorami matematycznymi. Kilka takich praw sformułowałem już w wymienionej publikacji w PO 1934, str. 149 itd. Przytaczam z nich następujące:

I. „Okresowe koszty wytwarzania ( $S$ ) rosną razem z ilością  $x$  wykonanych w danym okresie jednostek i to jednostajnie, począwszy od określonego dla każdego zakładu minimum, jakie stanowi tak zwany podstawowy składnik kosztów  $A$ “.

(Przebieg kosztów przedstawia wykres 1).

II. „Jednostkowe koszty wytwarzania ( $k$ ) obniżają się w miarę wzrastania ilości  $x$ , od nieskończoności aż do teoretycznego minimum  $B$ , obejmującego tylko koszty materiału, robocizny bezpośredniej i części kosztów ogólnych, przypadających bezpośrednio na każdą jednostkę wyrobu“.

III. „Zysk okresowy ( $Z$ ), powstający przy stałej cenie czystej  $C$ , równy jest różnicy między wartością sprzedażną ( $Cx$ ) produkcji a teoretycznym minimum kosztów wy-

twarzania ( $Bx$ ), zmniejszonej nadto o koszty podstawowe  $A$  zakładu, przypadające na dany okres czasowy“.

IV. „Rentowność czyli zyskowność wyraża się stosunkiem określonego pod III zysku okresowego, zwykle rocznego, do wartości kapitału zakładowego i obrotowego, związanego w danym zakładzie.“

Najkrótsze ujęcie praw dynamiki kosztów, cen i rentowności dają nam wzory matematyczne, podane w końcowym zestawieniu.

### Wzory dynamiki produkcji.

- $x$  ilość wytworzonych jednostek,
- $S$  koszt wytwarzania  $x$  jednostek w danym okresie czasu,
- $A$  składnik podstawowy kosztu, niezależny od  $x$ .  $A$  jest zarazem minimum kosztu okresowego dla  $x=0$ ,
- ( $Bx$ ) wyraz zależny od  $x$  i do tej ilości proporcjonalny,
- $B=m+r+q$ ; jest to teoretyczne minimum kosztu jednostkowego dla  $x=\infty$ ,
- $k$  rzeczywisty koszt jednostki,
- $C$  cena czysta (netto) 1 sztuki,
- $D$  dochód surowy przy danej cenie i sprzedaży pewnej ilości sztuk,
- $Z$  zysk okresowy, np. dzienny, roczny itp.,
- $z$  zysk jednostkowy, t. zn. przypadający na 1 sztukę;
- $R$  rentowność czyli zyskowność, t. j. stosunek zysku rocznego do kapitału.

$$\text{Koszt okresowy } S = A + Bx \quad \dots \quad 1$$

Minimum  $S$  równe jest składnikowi  $A$ .

$$\text{Koszt jednostki } k = \frac{S}{x} = B + \frac{A}{x} \quad \dots \quad 2$$

Minimum kosztu jedn. dla  $x = \infty$  jest:

$$B = m + r + q \quad \dots \quad 3$$

$$\text{Dochód: } D = Cx \quad \dots \quad 4$$

$$\text{Zysk okresowy } Z = D - S = (C - B)x - A \quad \dots \quad 5$$

$$\text{Zysk na jednostce } z = Z/x = C - B - \frac{A}{x} \quad \dots \quad 6$$

$$\text{Tendencja zyskowności: } \frac{dZ}{dx} = C - B \quad \dots \quad 7$$

$$\text{Rentowność } R = \frac{Z}{K} = \frac{(C - B)X - A}{K} \quad \dots \quad 9$$

$$\text{Renta w odsetkach } R\% = 100 \frac{Z}{K} \quad \dots \quad 10$$

W razie obliczania cen podług kosztów wytwarzania ze stałym czynnikiem zysku  $p$ :

$$\text{Cena } C' = \frac{k}{1-p} = \frac{k}{\eta} \quad \dots \quad 8$$

Dochód dla cen regulowanych według (8):

$$D' = C'x = \frac{S}{1-p} \quad \dots \quad 11$$

Zysk przy cenach regulowanych j. w.:

$$Z' = \frac{p}{1-p} \cdot S \quad \dots \quad 12$$

Inż. Dr. ALEKSANDER PAREŃSKI

## Nowe sposoby badań wzorów empirycznych.

## I.

Badaniem przyrody, a mianowicie tych jej dziedzin, w których występują siły mechaniczne, zajmują się nauki ścisłe i empiryka, a badanie zużytkowania i zaprzęgnięcia tych sił do pracy — dla dobra ludzkości — należy do wiedzy technicznej.

W naukach ścisłych przyjmuje się przy badaniu — bardzo często — absolutną doskonałość badanych elementów, przyczem statystyka spostrzeżeń może, ale nie musi odgrywać tu pewnej roli (szczególniej w naukach klasycznych). Pozatem zaznacza się, że w przyrodzie nie istnieje absolutna t. j. stuprocentowa doskonałość. Nie posiadamy ciał doskonale lekkich (t. j. bez ciężaru), sprężystych, gładkich, nieściśliwych i t. p. Z tego powodu wyniki badań, niektórych nauk ścisłych a szczególnie nauk klasycznych streszczają się we formach, których wyniki są także ważnymi poza obszarami doświadczeń, ale wartość ich — tak na obszarach doświadczeń jak i poza nimi — może być tylko przybliżoną do rzeczywistości i przedstawiać obraz idealny, który jest mniej lub więcej wiernym odbiciem lub odwzorowaniem obrazu rzeczywistego.

Zdarza się często — podczas rozważań ścisłych — wtrącanie albo w toku, albo też przyjęcie u podstaw tych rozważań — wyników rozważań empirycznych z zasadniczymi uproszczeniami, co jest niedopuszczalnym, ponieważ nietylko łamie całą linię rozważań ścisłych, lecz powoduje także niedomagania niedające się następnie usunąć.

Inaczej przedstawia się sprawa w dziedzinie wiedzy empirycznej. Tu oparto badania o statystykę spostrzeżeń, przyczem przyjęcie u podstaw lub wtrącenie w toku badania wyników rozważań ścisłych jest dopuszczalnym o ile to tylko będzie możliwym.

Pozatem dopuszczalnymi są tu także zasadnicze uproszczenia, przy stosowaniu których należy uważać, aby z tego powodu wynikłe cyfrowe różnice — między wartościami pomierzonymi, a obliczonymi wzorami empirycznymi — nie przekraczały co do swojej wartości absolutnej (t. j. mieściły się w granicach) różnic i błędów występujących między wartościami spostrzeżeń.

Wyniki rozważań tak ścisłych jak i empirycznych streszczają się zwykle we wzorach matematycznych, dających możliwość wyznaczenia — w pierwszym przypadku na obszarze doświadczeń i poza nim a w drugim tylko na obszarze doświadczeń — wartości nie pomierzonych, odpowiadających tym samym względnie przybliżonym warunkom, w których spostrzeżenia dokonano i zebrano, oraz materiałowi statystycznemu, na podstawie którego wzór zbudowano.

Oczywista rzecz, że opisane metody badań należy odpowiednio zmienić, przy zmianie czy to badanych warunków (n. p. przez użycie liczby

Reynolds'a przy badaniach laboratoryjnych, której wartość jest tymi warunkami ograniczoną) czy to materiału (n. p. przyjmując przy badaniu mechaniki kształtu ichtjoidalnego tak wodę jak i powietrze za ciecz lepka), ponieważ analogja wniosków w podobnych przypadkach jest ściśle ograniczoną.

Z tego wynika, że odpowiednie zbudowanie i dobór wzorów tak *teoretycznych* jak i *empirycznych* nie jest rzeczą łatwą, przyczem te ostatnie opracowywane bywają dość powierzchownie (szczególnie w statyce budowli) a ich wartość przyjmowana bezkrytycznie przez ogół praktykujących inżynierów wprowadza ich niejednokrotnie w błąd.

Należy tu zaznaczyć, że w naukach technicznych występuje jeszcze trzeci rodzaj formuł, mianowicie tylko technicznych (n. p. niektóre formuły ze statyki budowli, żelbetu, konstrukcji ustrojów tak budowlanych jak i maszynowych), które nie są ani formułami otrzymanymi drogą badań ścisłych, ani też z naukami empirycznymi nie mają nic wspólnego.

Formuły te nazywane także empirycznymi, ustawiane są na podstawie doświadczeń konstrukcyjnych, a będziemy je nazywali *wzorami budowlanymi*.

W naukach rozróżniamy trzy rodzaje wartości zjawisk, mianowicie wartości: 1. *rzeczywiste* t. j. istniejące, 2. *pomierzone* i 3. *obliczone*. Różnice między temi są bardzo znaczne, przekraczają bowiem czasem 100%.

Jakie są wartości rzeczywiste tego nie wiemy, staramy się je zbadać zapomocą pomiaru. Przy każdym pomiarze popełniamy jednak błędy, których suma stwarza różnice między wartością rzeczywistą i pomierzoną. Oczywiście rzecz, że błędy te zależne są od rodzaju pomiaru, np. mierząc opór przewodnika prądu elektrycznego otrzymamy inne błędy, jeżeli mierzymy przewodnik o danej długości i przekroju jednym i tym samym przyrządem pomiarowym, a inne jeżeli do pomiaru użyjemy różnych przyrządów pomiarowych, a jeszcze inne, jeżeli wymiary lub gęstość przewodnika będziemy zmieniali, lub mierząc prędkość sekundową przepływu wody w jednym przekroju łożyska przyrodzonego przy tych samych wodostanach otrzymamy również pewne błędy — inne, przy różnych wodostanach — a jeszcze inne w różnych przekrojach tej samej rzeki i t. p. Błędy te mogą być jednokierunkowe (o tym samym znaku) lub różnokierunkowe, takie, które można wyrównać względnie wyeliminować i takie, których wyrównanie usuwa się z pod naszej wiedzy. Z tego powodu powstają różnice nietylko między wartościami rzeczywistymi a pomierzonymi lecz także między wartościami wyników samych pomiarów. Różnice te są czasem bardzo znaczne, zależnie od rodzaju pomiarów, dochodzą one — podobnie jak wyżej wspomniane — także do 100%.

Na podstawie tak zdobytego materiału statystycznego budujemy formuły empiryczne,

które są — jak wspomniano — formułami wyłączone interpolacyjnymi, a celem ich jest ułatwienie technikowi orientacji, szczególnie tam, gdzie zbadanie sprawy pomiarem byłoby zupełnie niemożliwe w danej chwili, albo zbyt kosztowne. Wartości otrzymane temi formułami są wartościami obliczeniowymi, a dokładność ich jest wówczas wystarczającą, jeżeli różnice między nimi a wartościami otrzymanymi z pomiaru nie przekraczają wartości błędów samego pomiaru.

Wzorami takimi posługujemy się w inżynierji lądowej i wodnej, budowie maszyn i elektrotechnice, wreszcie w naukach pomocniczych i granicznych.

## II.

Wyrazem każdego wzoru empirycznego jest funkcja matematyczna a jej obrazem w układzie płaskim lub przestrzennym (bo tylko o takich układach będzie w przyszłości mowa) krzywa lub powierzchnia względnie zbiór krzywych lub powierzchni (oczywista rzecz, że krzywe w układzie przestrzennym mogą być płaskie lub przestrzenne a powierzchnie prosto lub krzywokreślnie). Jeżeli wyniki spostrzeżeń z powodu niedostatecznej ilości i wielkiej dyspersji lub jakiegokolwiek innego powodu, nie dadzą się ująć w kształt funkcji matematycznej, wówczas ułożenie jakiegokolwiek formuły jest niemożliwym.

Funkcja matematyczna może być nieciągłą lub ciągłą, w drugim przypadku może być ciągłą albo w całym przebiegu lub też w pewnym n. p. badanym interwale wreszcie może przebiegać bez zakłóceń lub posiadać punkty osobliwe, punkty istotnie osobliwe lub inne zakłócenia. Również trzeba sobie zdać dokładnie sprawę czy się ma do czynienia z funkcją prostą czy też uwikłaną.

Ponieważ celowo ułożony wzór empiryczny musi być jasny i jaknajprostszy, przeto przyjmuje się — przy jego układaniu — funkcje jaknajprostsze i w miarę możności elementarne.

### A) Funkcje o obrazach jednowymiarowych.

Do tych funkcji należą funkcje algebraiczne wymierne całkowite i ułamkowe, następnie funkcje wykładnicze i logarytmiczne. Przyjmowanie innych funkcji — dla omawianego celu jak np. funkcji geometrycznych, cyklometrycznych, hiperbolicznych i hiperbolometrycznych względnie ich odwróceń może być również matematycznie poprawnem, lecz mniej wskazanem ze względu na trudniejsze operowanie nimi w praktyce inżynierskiej, oraz na ich trudniejsze badanie matematyczne.

#### 1. Funkcja algebraiczna wymierna, całkowita $n$ -tego stopnia kształtu:

$$y = f(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \dots + a_{n-1} x + a_n$$

jest całkowalną, a jej całka:

$$\int f(x) dx = \frac{a_0}{n+1} x^{n+1} + \frac{a_1}{n} x^n + \frac{a_2}{n-1} x^{n-1} + \dots + \frac{a_{n-1}}{2} x^2 + a_n x + C$$

1 a

jest funkcją algebraiczną wymierną całkowitą  $(n+1)$ -go stopnia, a zatem funkcje algebraiczne wymierne, całkowite są zawsze całkowalne a ich funkcje pierwotne są również funkcjami wymiernymi, całkowitemi, stopnia o jeden wyższego.

#### 2. Funkcja algebraiczna wymierna ułamkowa, przedstawiająca się w postaci ilorazu dwóch funkcji wymiernych całkowitych

$$y = f(x) = \frac{a_0 x^m + a_1 x^{m-1} + \dots + a_{m-1} x + a_m}{b_0 x^n + b_1 x^{n-1} + \dots + b_{n-1} x + b_n} = \frac{\varphi_m(x)}{\varphi_n(x)} \quad 1 b$$

może być albo niewłaściwą, gdy  $m \geq n$ , albo właściwą, gdy  $m < n$ . W pierwszym przypadku otrzymujemy całkę z funkcji wymiernej całkowitej, oraz całkę funkcji ułamka właściwego, mianowicie:

$$\int f(x) dx = \int \varphi(x) dx + \int \frac{\varphi_{n-1}(x)}{\varphi_n(x)} dx, \quad 1 c$$

a w drugim ogólnie:

$$\int \frac{A dx}{(ax+b)^r}, \dots \dots \dots 1 d$$

przyczem należy także dopuścić współczynniki urojone przy oparciu się na twierdzeniu, że wszelka funkcja całkowita  $n$ -tego stopnia da się rozłożyć na wyrazy stopnia pierwszego względnie ich potęgi. W odniesieniu do funkcji ułamkowej otrzymamy zatem dwa rodzaje ułamków prostych dla  $r$  = liczbie całkowitej, kształtu:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{A}{x-a} \text{ oraz } \frac{A}{(x-a)^r} \text{ względnie } \frac{A_1}{ax+b} \\ \text{oraz } \frac{A_r}{(ax+b)^r} \end{array} \right\} 1 e$$

z czego wynika, że funkcje algebraiczne, wymierne, ułamkowe są zawsze całkowalne a ich całki składają się z funkcji algebraicznych wymiernych i z funkcji logarytmicznych.

#### 3. Funkcje wykładnicze należy tylko wówczas używać przy układaniu wzorów empirycznych, gdy dana całka z funkcji złożonej z funkcji wykładniczych, da się zapomocą odpowiednich podstawień, sprowadzić do całki funkcji algebraicznej wymiernej, nowej zmiennej, czy też zapomocą częściowego całkowania można ją sprowadzić ostatecznie do całek znanych n. p. całka:

$$\int f(e^{ax}) dx \dots \dots \dots 2 a$$

da się zapomocą podstawienia:

$$e^{ax} = z$$

sprowadzić do kształtu:

$$\int f(e^{ax}) dx = \frac{1}{a} \int \frac{f(z)}{z} dz \dots \dots \dots 2 b$$

funkcji algebraicznej wymiernej, lub w przypadku drugim mając całkę kształtu:

$$\int f(x) e^{ax} dx, \dots \dots \dots 2 c$$

w której  $f(x)$  jest funkcją całkowitą wymierną o pochodnych  $f'(x), f''(x) \dots$ , wówczas stosując całkowanie częściowe otrzymujemy redukcję:

$$\left. \begin{aligned} \int f(x) \cdot e^{ax} dx &= \frac{1}{a} f(x) e^{ax} - \frac{1}{a} \int f'(x) e^{ax} dx, \\ \int f'(x) e^{ax} dx &= \frac{1}{a} f'(x) e^{ax} - \frac{1}{a} \int f''(x) e^{ax} dx, \\ \dots \\ \int f^{(n-1)}(x) e^{ax} dx &= \frac{1}{a} f^{(n-1)}(x) e^{ax} - \frac{1}{a} \int f^{(n)}(x) e^{ax} dx, \end{aligned} \right\} 2d$$

a więc temsamem sprowadzamy naszą całkę do całek znanych.

4. *Funkcje logarytmiczne* należy wówczas stosować, gdy ich całki dadzą się sprowadzić do logarytmu całkowego:

$$Li(x) = \int \frac{dx}{\log x}, \dots 3a$$

lub do całek funkcji algebraicznych wymiernych.

W pierwszym przypadku są to funkcje typu:

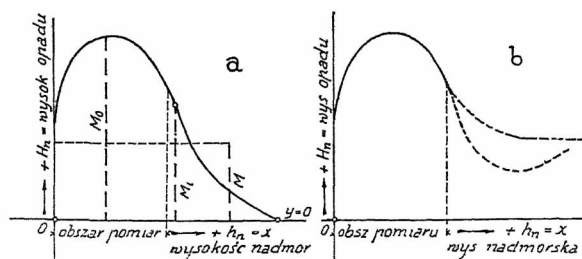
$$y = (\log x)^n \text{ i } y = f(x, \log x) \dots 3b$$

a w drugim:

$$y = f(x) \cdot \log x, \text{ oraz } y = f(x) \cdot \log \varphi(x). \dots 3c$$

Zaznacza się tu, że logarytm całkowity  $Li(x)$  jest funkcją przestępną, nie dającą się wyrazić przez znane funkcje.

Przy badaniu obranej funkcji należy zwrócić baczność uwagę na jej przebieg. Zdarzyć się bowiem może, że pomimo zgodnego z wynikami pomiarów jej przebiegu w badanym interwale, występują poza nim odchyłki, które dochodzą często do nonsensów i wykazują tem samym niewłaściwość obranego kształtu. N. p. krzywa objętości rocznego opadu w zależności od wysokości nadmorskiej dla pewnego obszaru powierzchni ziemi (ryc. 1 a i b), nie może poza interwałem pomiaru wykazywać tendencji rosnących lub stałych wartości rzędnych (ryc. 1 b), lecz jej rzędne muszą maleć aż do wartości zerowej (ryc. 1 a). Oczywiście rzecz, że wartość odciętej dla zerowej wartości rzędnej możemy w tym przypadku wyznaczyć tylko metodą dedukcji, ponieważ o jakimkolwiek pomiarze z powodu trudności technicznych, niema tu mowy.



Ryc. 1.

Może się również zdarzyć, że związek matematyczny dwóch zmiennych opisujący pewne zjawisko przyrodnicze, na podstawie dedukcji powinien być monotoniczny t. zn. powinien zawierać wartości rzędnych dodatnich tylko rosnących od zera do  $\infty$  w sposób ciągły w zależności od rosnących wartości odciętych, przyczem obszary pomiarów w okolicy zerowej i pewnej granicznej wartości odciętej, nie są

dostępne, czyli interwał doświadczeń — zresztą jak zwykle — jest tu ściśle ograniczony.

W takim przypadku należy skrupulatnie badać obraną funkcję nie tylko w interwale doświadczeń, ale i poza nim. Może się bowiem zdarzyć, że pomimo właściwego przebiegu funkcji w obszarze doświadczeń, funkcja ta poza tym obszarem, może wykazać przebieg zakłócony względnie niewłaściwy t. j. punkty osobliwe, brak ciągłości, maxima i minima niezgodne z właściwym przebiegiem zjawiska w badanym interwale i t. p. niespodzianki, które wskazują na niewłaściwość obranego kształtu funkcji.

W podręcznikach inżynierskich spotyka się takie niewłaściwe wzory empiryczne, które tylko w pewnych szczupłych granicach dają dobre wyniki i są pożytecznymi; zastosowane jednak bezkrytycznie wprowadzają w błąd rachującego nimi i stają się niebezpieczne, szczególnie tam, gdzie służą za podstawę do obliczeń projektów.

### B) Funkcje o obrazach dwuwymiarowych.

Określenie kształtów tych funkcji przy stosowaniu ich do wzorów empirycznych natrafia na znaczne trudności, ponieważ nie mamy możliwości — zapomocą matematyki — ich kształt wyraźnie i jednoznacznie określić.

Tylko w szczegółowym przypadku, jeżeli we funkcji:

$$f(x, y) = 0 \dots 4a$$

zachodzi związek:

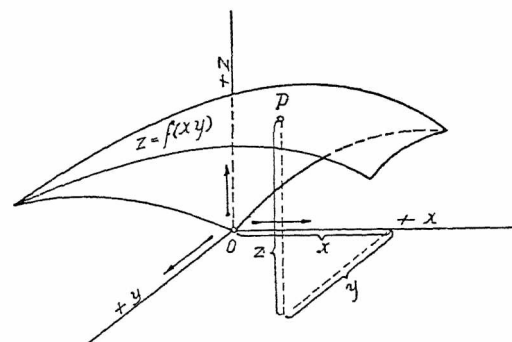
$$y = \varphi(x) \text{ oraz } x = \psi(y)$$

rozwiązanie tego zagadnienia nie natrafia na większe trudności.

Inaczej przedstawi się rozwiązanie funkcji dwu zmiennych niezależnych kształtu:

$$z = f(x, y), \dots 4b$$

której obraz przedstawia powierzchnię (ryc. 2).



Ryc. 2.

Kształt tej powierzchni łatwo zbadać zapomocą przekrojów otrzymanych płaszczyznami współrzędnymi, jakoteż płaszczyznami do nich równoległymi.

Następnie należy zbadać wartości pochodnych cząstkowych:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = m \text{ i } \frac{\partial z}{\partial y} = n$$

w danym punkcie powierzchni  $z = f(x, y)$ , które są tangensami kątów, jakie styczne w tym

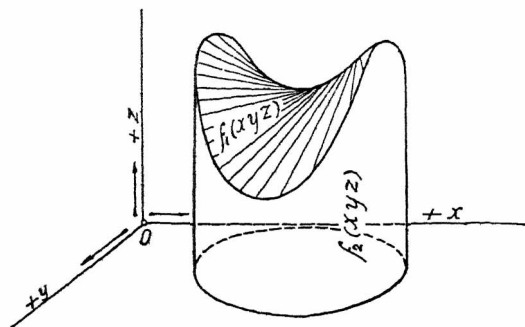
punkcie poprowadzone do przekrojów powierzchni (płaszczyznami równoległymi do obydwóch pionowych płaszczyzn współrzędnych), tworzą z osiami poziomymi  $x$  i  $y$ . Badanie to ma na celu orientację co do rosnących względnie malejących wartości rzędnych powierzchni  $z=f(x, y)$ , w dowolnie obranym na niej punkcie.

Przy dokładniejszym rachunku można również zbadać płaszczyznę styczną w danym punkcie powierzchni, oraz kąty nachylenia tej płaszczyzny do płaszczyzn rzędnych, wreszcie przebieg krzywizn tej powierzchni, jej ciągłość i ewentualnie, gdy to potrzebne, jej monotonię.

Sprawa komplikuje się, jeżeli wzór empiryczny powstaje z dwóch równań funkcji uwikłanych ogólnego kształtu:

$$f_1(x, y, z) = 0, \quad f_2(x, y, z) = 0, \quad \dots \quad 4e$$

określających pewną krzywą przestrzenną jako przekrój dwóch powierzchni (ryc. 3).



Ryc. 3.

Zapomocą tych dwóch równań możemy przeprowadzić szereg innych powierzchni przez tę krzywą przestrzenną przechodzących, ponieważ każda funkcja kształtu:

$$f_1(x, y, z) + \lambda f_2(x, y, z) = 0, \quad \dots \quad 4d$$

gdzie  $\lambda$  jest dowolnym współczynnikiem, przedstawia powierzchnię przechodzącą przez krzywą przestrzenną określoną równaniem 4d, a tem samem szczegółowy kształt szukanych funkcji empirycznych nie da się jednoznacznie określić

Równanie 4d możemy zastąpić — przy pomocy dowolnego parametru  $\lambda$ , dwoma innymi funkcjami kształtu:

$$\left. \begin{aligned} F_1(x, y) &= 0 \\ F_2(x, z) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 4e$$

przedstawiające dwie powierzchnie walcowe prostopadłe do odnośnych płaszczyzn współrzędnych  $XOY$  i  $XOZ$ .

Równania 4e wyraźniej otrzymają kształt:

$$y = \varphi(x), \quad z = \psi(x), \quad \dots \dots \dots 4f$$

a funkcje te można również zastąpić trzema funkcjami o dowolnym parametrze  $u$ , mianowicie:

$$x = f_1(u), \quad y = f_2(u), \quad z = f_3(u). \quad \dots \dots \dots 4g$$

Widzimy więc, że sprawa zastosowania takiego związku matematycznego do oznaczania kształtu funkcji empirycznych natrafia tu — z powodu zupełnej dowolności w przyjęciu współczynnika  $\lambda$  — na niepokonane dotychczas trudności matematyczne. Przez krzywą przestrzenną możemy bowiem nieskończenie wiele po-

wierzchni prostokreślnych przesunąć, z których każda przedstawia obraz funkcji trzech zmiennych, przeto takie zagadnienie jest matematycznie nierozwiązalne w sensie jednoznacznego określenia kształtu funkcji trzech zmiennych.

Jednak w praktyce inżynierskiej spotyka się wzory empiryczne i budowlane ułożone z funkcji wyżej opisanych i podobnych typów, których szczegółowy kształt jest rozmaity n. p.

$$z = \alpha \cdot f_1(x) f_2(y)$$

$$z = \alpha \cdot \frac{f_1(x)}{f_2(y)}$$

$$z = \alpha \cdot f_1(x) y^{f_2(y)}$$

$$z = \alpha f(y)^{f(x)}$$

i t. p. Jednoznaczne określenie kształtu poszczególnych takich funkcji nie da się ściśle drogą matematyczną przeprowadzić a to z powodu — jak wyżej wykazano — nieokreślonej ilości warunków, których może być nieskończenie wiele.

Celem rozwiązania tego zawilego zagadnienia radzimy sobie w rozmaity sposób. Oczywiście rzecz, że sposoby te nie mogą mieć pretensji do ścisłości, a wyniki niemi otrzymane należy przyjmować z pewną rezerwą jako wartości mniej lub więcej prawdopodobne t. j. mniej lub więcej zbliżone do rzeczywistości.

Jeden z tych sposobów polega na tem, że w dowolnej surowej funkcji statycznej  $z=f(x, y)$  przyjmujemy jej dokładniejszy kształt zupełnie dowolnie n. p.  $z=f_1(x) f_2(y) \cdot \alpha$ , gdzie  $\alpha$  = stałej. Następnie przyjmujemy wartość cyfrową jednej z funkcji składowych n. p.  $f_2(y) = R$  na podstawie wyników pomiarowych i szukamy wartości i kształtu drugiej funkcji składowej  $f_1(x)$  wówczas:

$$z = \alpha f_1(x) R,$$

$$\text{z czego: } f_1(x) = \frac{z}{\alpha R} \dots \dots \dots 5)$$

pod warunkiem, że wartości  $z$ ,  $x$  i  $y$  dadzą się pomierzyć, przyczem  $y$  jest zupełnie niezależne od  $x$ . Końcowy wynik t. j. obliczona wartość  $z$  może tu być nawet zupełnie zgodną z wynikiem pomiarowym lub spostrzeżeniowym, natomiast nie otrzymamy dokładnego obrazu współdziałania obydwóch czynników składowych na wartość  $z$  a to z powodu zupełnej swobodnego przyjęcia kształtu funkcji  $z$ , jakoteż wartości jednej z funkcji składowych.

Wzór taki może jednak w praktyce oddać dobre usługi, lecz tylko wówczas, jeżeli obliczona nim wartość  $z$  zgodną jest z wynikami pomiarowymi a znajomość wpływu wartości składowych  $x$  i  $y$  na wynik  $z$ , nie jest nam potrzebna.

Jeżeli nam chodzi także o wpływ, jaki poszczególne składowe  $x$  i  $y$  wywierają na wynik  $z$  obliczony wzorem empirycznym, wówczas stosujemy drugą metodę (podaną przez autora) nieco dokładniejszą, polegającą na tem, że wyniki spostrzeżeń układamy grupami dla różnych wartości jednego z czynników, a stałych wartości drugiego (n. p. przy pomiarze średniej prędkości wody w łożyskach przyrodzonych, która jest zależną od dwóch czynników od siebie



TABLICA XIX.

Zdjęcia mikroskopowe do artykułu Inż. S. Pelczarskiego p. t. „Badanie żeliwa“.

Nietraw. × 100



Nietraw. × 100



Nietraw. × 100



Kw. azot. × 500

Ryc. 4 i 5.

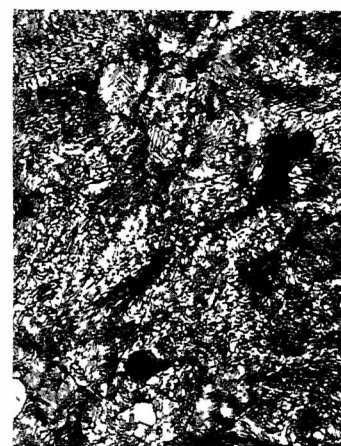
Żeliwo maszynowe. Grafit grubopłatkowy. Perlit, Ferryt. Twardość 173 HB,  $R_r = 16.3 \text{ kg/mm}^2$ .



Kw. azot. × 500

Ryc. 6 i 7.

Żeliwo Lanza. Grafit drobnopłatkowy. Czysty perlit pasemkowy. Twardość 234 HB,  $R_r = 41 \text{ kg/mm}^2$ .



Kw. azot. × 500

Ryc. 8 i 9.

Żeliwo Krupp (Sternguss). Grafit punktowy. Perlit nadzwyczaj drobny. Twardość 254 HB,  $R_r = 30.7 \text{ kg/mm}^2$ .



Kw. azot. × 300

Ryc. 10.

Eutektyka fosforowa w żelwie wysokowartościowym.  $R_r = 24.3 \text{ kg/mm}^2$ .



Kw. azot. × 500

Ryc. 11.

Siarczek manganu i azotek tytanu w żelwie Emmela.  $R_r = 36 \text{ kg/mm}^2$ .



Odcz. Kunkela. × 100

Ryc. 12.

Wtrącenia siarkowe w żelwie maszynowym.  $R_r = 17.7 \text{ kg/mm}^2$ .

niezależnych t. j. od spadku zwierciadła wody i od głębokości średniej przekroju, układamy grupy wyników uzyskanych z pomiarów dla różnych wartości spadów i stałych wartości głębokości średniej względnie dla stałych wartości spadów i różnych wartości głębokości średnich), tworząc  $k$  grup o  $n$  równaniach, z których przy obranym kształcie funkcji czynnika zmiennego możemy wartość jej obliczyć. Zatem mając układ równań, tworzymy:

$$\left. \begin{array}{l} z_{a_1} = f(x_{a_1}, C_1) \\ z_{b_1} = f(x_{b_1}, C_1) \\ \dots \\ z_{n_1} = f(x_{n_1}, C_1) \end{array} \right\} \text{grupę 1-szą}$$

$$\left. \begin{array}{l} z_{a_2} = f(x_{a_2}, C_2) \\ z_{b_2} = f(x_{b_2}, C_2) \\ \dots \\ z_{n_2} = f(x_{n_2}, C_2) \end{array} \right\} \text{grupę 2-gą} \quad \dots \quad 6$$

$$\left. \begin{array}{l} z_{a_k} = f(x_{a_k}, C_k) \\ z_{b_k} = f(x_{b_k}, C_k) \\ \dots \\ z_{n_k} = f(x_{n_k}, C_k) \end{array} \right\} \text{grupę } k \text{ tą}$$

oraz obieramy i badamy szczegółowy kształt funkcji

$$z = f(x, C)$$

według równań 1 lub 2, które rozwiązujemy w myśl wskazówek podanych w ustępie A.

Mając — tym sposobem — określony kształt i wartość jednej z funkcji (w powyższym przypadku funkcji  $x$ ) z równania 4c można łatwo znaleźć kształt i wartość drugiej według metody podanej pod 1). Oczywiście rzecz, że podane powyżej rozwiązania matematyczne funkcji dwu zmiennych niezależnych nie są ściśle a tylko przybliżone.

Rozwiązań ścisłych — tego rodzaju zagadnień — nie udało się dotychczas przeprowadzić.

### C) Funkcje trzech zmiennych

w postaci:

$$u = f(x, y, z) \text{ lub } u = F[f_1(x), f_2(y), f_3(z)] \quad 7$$

trzeba w pierwszym rzędzie zbadać co do wzajemnej zależności poszczególnych zmiennych, mogą tu zajść trzy przypadki, z których trzeba dokładnie zdać sobie sprawę.

1. Wszystkie trzy ilości zmienne są od siebie zależne t. zn.:

$$\begin{array}{l} y = \varphi(x) \text{ oraz } z = \psi_0(x, y) = \psi_0[x, \varphi(x)] = \psi(x) \\ \text{lub } y = \varphi(z) \quad \text{„} \quad x = \psi_0(z, y) = \psi_0[z, \varphi(z)] = \psi(z) \\ \quad \quad \quad \text{„} \quad x = \varphi(y) \quad \text{„} \quad z = \psi_0(x, y) = \psi_0[y, \varphi(y)] = \psi(y) \end{array}$$

a podstawivszy te wartości we funkcjach zasadniczych (7) otrzymamy:

$$\left. \begin{array}{l} u = F[f_1(x), \varphi(x), \psi(x)] \text{ czyli } u = f(x) \\ \text{lub przy innych wyrażeniach } u = f(y) \\ \quad \quad \quad \text{oraz } u = f(z) \end{array} \right\} \quad 8$$

a zagadnienie to redukuje się do badania funkcji jednej zmiennej niezależnej.

2. Jedna ze zmiennych jest zależną od  $a$ ) jednej lub  $b$ ) obydwóch pozostałych zmiennych niezależnych.

$a)$  Jeżeli  $y = \varphi(x)$ ,  $x = \varphi(z)$  lub  $z = \varphi(y)$ ,  
to  $u = F_a[f_1(x), f_2[\varphi(x)], f_3(z)]$ ; jeżeli uczynimy  
 $g_0[f_1(x), f_2[\varphi(x)]] = g(x)$ ,

to:  $u = F_a[g(x), f_3(z)] \quad \dots \quad 9$

otrzymamy funkcję dwóch zmiennych niezależnych, podobnie w przypadku:

$b)$ , jeżeli n. p.  $f_2(y) = f_2[\psi_1(x), \psi_2(z)]$ , ponieważ  $y = \psi(x, z)$ , wówczas funkcja zasadnicza przyjmie kształt:

$$u = F_b[f_1(x), \psi_1(x), f_3(z), \psi_2(z)],$$

a położivwszy:

$$g_1[f_1(x), \psi_1(x)] = g_1(x)$$

oraz  $g_2[f_3(z), \psi_2(z)] = g_2(z)$

otrzymamy znów funkcję dwóch zmiennych niezależnych:

$$u = F_b[g_1(x), g_2(z)], \quad \dots \quad 10$$

którą badamy sposobem podanym w ustępie B.

3. W przypadku, jeżeli we funkcji  $u = f(x, y, z)$  wszystkie trzy zmienne są od siebie niezależne, to wówczas zagadnienie to rozwiązać się — w zastosowaniu do wzorów empirycznych — żadanymi sposobami nie da, ponieważ zawiera  $\infty^3$  ilość rozwiązań.

### D) Wykresy.

Przy omawianiu układania wzorów empirycznych należy zwrócić uwagę na to, że w naukach inżynierskich spotyka się często nawet bardzo zawile wzory analityczne dla rozwiązywania zagadnień, które można prędzej, łatwiej a nawet często dokładniej rozwiązać wykresem geometrycznym. Należy zatem po zbadaniu analitycznym, dane zagadnienie zbadać wykreślnie przy pomocy geometrii płaskiej, przestrzennej, wielowymiarowej lub syntetycznej i jeżeli się okaże, że wyniki otrzymane wykresem są wystarczająco dokładne, łatwiejsze do przeprowadzenia i wymagają mniejszego wysiłku, natenczas należy — te sposoby wykreślnie — wprowadzić do podręczników w miejsce analitycznych wzorów empirycznych i budowlanych.

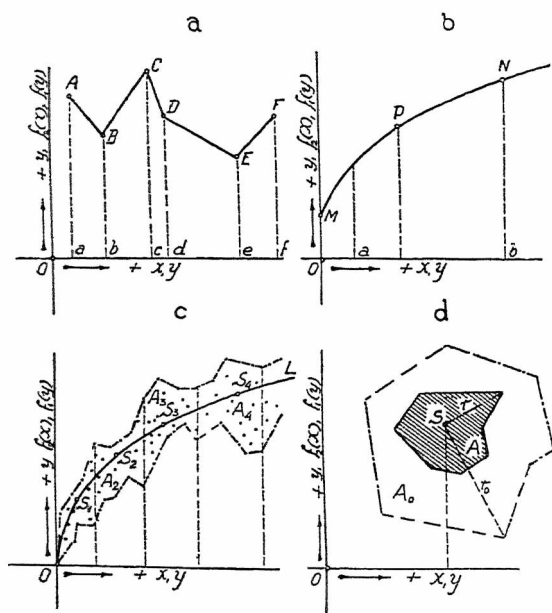
Szczególnie geometria syntetyczna nadaje się do takich rozwiązań (np. w statyce budowli i teorii mostów, budowlach ziemnych i t. p.). Omawia ona cechy stosunku pojedynczego i podwójnego podziału, oraz perspektywiczność i jednokreślność zbiorów elementów jednorodnych, wreszcie związki harmoniczne, inwolucyjne i kolineacyjne występujące tak często w przyrodzie.

Pozatem analityczne wzory empiryczne należy tak układać, aby je łatwo można było rozwiązywać sposobami elementarnymi lub nomogramami lub wreszcie podziałkami logarytmicznymi.

### III.

Jeżeli w układzie płaskim prostokątnym, (dla funkcji pojedynczej  $y = f(x)$  obierzemy osie  $y$  i  $x$ , a dla funkcji trzech zmiennych, złożonej z dwóch funkcji pojedynczych osie  $y$  i  $f_1(y)$  oraz  $x$  i  $f_2(x)$ , naniesiemy wyniki spostrzeżeń,

to możemy otrzymać albo *a*) linię łamaną matematycznie jednym wyrazem niewyraźną, lub *b*) krzywą ciągłą, wreszcie *c*) i *d*) powierzchnie płaskie utworzone ze zbioru punktów, przy czym powierzchnia taka będzie *c*) posiadać kształt podłużny, t. zn. że jeden z wymiarów będzie dominował, albo *d*) kształt jej będzie zbliżony do kołowego, t. zn. wymiary jego we wszystkich kierunkach będą co do wielkości do siebie zbliżone (ryc. 4 *a*, *b*, *c* i *d*).



Ryc. 4.

Dla poszczególnych przypadków otrzymamy:

*a*) wzór *n*-członowy względnie *n* wzorów t. j. dla każdego odcinka i jego interwału osobno;

*b*) funkcję ciągłą  $f(x)=y$ , która będzie wtedy odpowiednią, jeżeli każdy jej punkt *P* będzie się pokrywał z odpowiednim punktem krzywej powstałej z połączenia punktów naniesionych spostrzeżeń w badanym interwale *a*—*b*;

*c*) powierzchnię *A*, którą zastępujemy osią ciężkości *L* przechodzącą przez środki ciężkości poszczególnych dowolnie obranych pasków powierzchni  $A=A_1+A_2=A_3+\dots+A_n$ , przy czym poszczególne punkty  $S_1, S_2, \dots, S_n$  wyznaczamy analitycznie z uwzględnieniem układu naniesionych wyników spostrzeżeń;

*d*) powierzchnię *A*, którą możemy zastąpić jej środkiem ciężkości *S*, jeżeli wartość cyfrowa odległości *r* najdalej odległego punktu leżącego na jej obwodzie od środka ciężkości *S* nie jest większą od błędów pomiaru t. zn. od jednokierunkowej największej dyspersji funkcji statystycznej.

Dokładność ułożonej formuły empirycznej możemy sprawdzić różnymi metodami, które podamy poniżej, przy czym badając funkcje o obrazach dwuwymiarowych będziemy nazywali wyniki spostrzeżeń literą *y*, a wyniki obliczeń formułą empiryczną literą  $y_0$ , analogicznie przy funkcjach uwikłanych *x*, *y*, *z* i *u* względnie  $x_0$ ,  $y_0$ ,  $z_0$  i  $u_0$ .

**A) Badanie przy pomocy różnic.**

Jeżeli nazwiemy różnicę między wartością pomierzoną (sposprzeżoną) a obliczoną wzorem empirycznym, przez  $\Delta$ , to:

$$y_0 - y = \Delta \text{ lub } u_0 - u = \Delta$$

a średni błąd przy *n* spostrzeżeniach i obliczeniach, wykonanych temi samymi metodami będzie wówczas równy:

$$\sqrt{\frac{\sum[\Delta^2]}{n}},$$

czyli błąd jednostkowy w procentach  $(100 \Delta : y)\%$ , a dla *n* spostrzeżeń (obliczeń) otrzymamy błąd:

$$\frac{\sum \left[ \frac{100 \Delta}{y} \right]}{n} \% \dots \dots \dots 11$$

wreszcie po uporządkowaniu według znaków otrzymamy:

$$\sum(+\Delta) - \sum(-\Delta) < \sigma\%, \dots \dots 12$$

gdzie  $\sigma\%$  leży w granicy błędu popełnionego przy spostrzeżeniach.

To samo możemy zastosować do wyników funkcji złożonej:

$$z = F[f_1(x), f_2(y)],$$

wówczas pojedynczy błąd dla *n* spostrzeżeń będzie dla wyniku:

$$\frac{\sum \left[ \frac{100 \Delta}{z} \right]}{n} \%$$

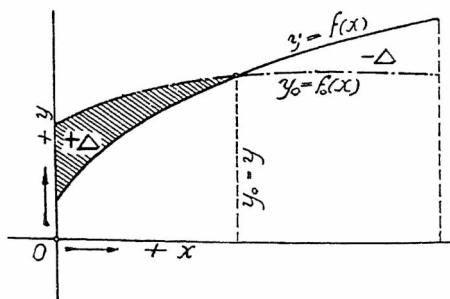
a przy dostępnym pomiarze jednego lub obydwóch czynników, dla poszczególnych czynników

$$\frac{\sum \left[ \frac{100 \Delta_x}{f_{1_0}(x)} \right]}{n} \% \text{ oraz } \frac{\sum \left[ \frac{100 \Delta_y}{f_{2_0}(y)} \right]}{n} \%$$

przy czym:

$$\Delta_x = f_{1_0}(x) - f_1(x) \text{ a } \Delta_y = f_{2_0}(y) - f_2(y) \dots 13$$

Metoda <sup>1)</sup> ta nie jest jednak sprawdzianem dokładnym. Może się bowiem zdarzyć, że dla pewnej wartości  $y=y_n$  otrzymamy  $\Delta=0$ , zaś dla wszystkich innych wartości  $y < y_n$  różnice tylko dodatnie lub ujemne, a dla wartości  $y > y_n$  również różnice jednokierunkowe o znaku



Ryc. 5.

<sup>1)</sup> Metodę tę opracował Blomquist, tytułu pracy oraz wydania nie pamiętam i nie zdołałem jej odszukać w bibliotekach.

przeciwnym, aniżeli wykazują różnice w interwale, w którym  $y < y_n$ , wówczas różnica  $\Sigma(+\Delta) - \Sigma(-\Delta)$  może być bardzo małą lub nawet równą zeru, pomimo niewłaściwie ułożonego wzoru empirycznego (ryc. 5).

Inż. STANISŁAW PELCZARSKI

asystent Politechniki Lwowskiej

## Badanie żeliwa z punktu widzenia materiałoznawcy i konstruktora.

Wśród materiałów używanych w konstrukcji maszyn wyodrębnia się wybitnie żelazo lane, ponieważ:

1. jest materiałem kruchym, nie mającym praktycznie wydłużenia, granicy sprężystości i płynności, oraz

2. zmienia w szerokich granicach swe własności wytrzymałościowe zależnie od postaci wydzieleń grafitu, na co duży wpływ wywiera grubość ścianki odlewu.

Dzięki powyższym właściwościom badanie żeliwa nie może być prowadzone według szablonu ustalonego dla materiałów ciągliwych, a wyniki prób wytrzymałościowych muszą być rozpatrywane pod różnymi kątami widzenia przez materiałoznawcę z jednej, a konstruktora z drugiej strony. Pierwszy stara się określić własności danego materiału liczbami, niezależnymi od wpływów ubocznych, do czego potrzeba ścisłego ustalenia warunków pobrania próbek, drugi zaś potrzebuje wiedzieć, jaką wytrzymałość będzie miało żelazo w gotowym odlewie. O rozbieżności tych dążeń świadczy najlepiej fakt, iż dla jednego i tego samego gatunku żeliwa można uzyskać własności wytrzymałościowe zmienne w bardzo szerokich granicach, zależnie od średnicy odlanej próbki lub grubości ścianki odlewu, z którego próbę pobrano. Wobec takiego stanu rzeczy badanie żeliwa winno doprowadzać do oznaczania własności wytrzymałościowych w pewnych normalnych warunkach, oraz dać konstruktorowi podstawy do każdorazowego obliczenia wytrzymałości materiału w odlewie. Pod tym właśnie kątem widzenia przeprowadzono poniżej przedstawione badania.

Jako materiał badawczy posłużyły gatunki żeliwa produkowane bądź w kraju, bądź zagranicą, nadesłane Katedrze Technologji Metali Politechniki Lwowskiej przez odlewnie: Stow. Mechaników Polskich z Ameryki (Poręba)<sup>1)</sup>, Starachowickie Zakłady Hutn. - Górn., Zieleniewski - Fitzner i Gamper (Kraków), Deutsche Eisenwerke (Gelsenkirchen)<sup>2)</sup>, Fried. Krupp (Essen), H. Lanz (Mannheim). Wobec wielkiej uprzejmości ze strony wymienionych przedsiębiorstw należy się im podziękowanie w imieniu prof. W. Mozera, pod którego kierownictwem praca niniejsza została wykonana.

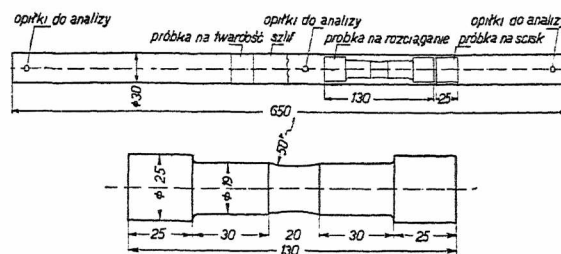
Badania przeprowadzono na prętach o średnicy około 30 mm, lanych stojąco w suchych formach. Próbkę pobierano według schematu przedstawionego na ryc. 1.

Sprawdzianu tego można zatem wówczas użyć, jeżeli tak ujemne jak i dodatnie różnice  $\Delta$  są równomiernie rozłożone na całym obszarze spsstrzeżeń.

(C. d. n.).

Wykonane zostały:

- analizy chemiczne,
- badania metalograficzne,
- próba na rozciąganie,
- próba na zginanie,
- próba na ściskanie,
- próba twardości met. Brinella.

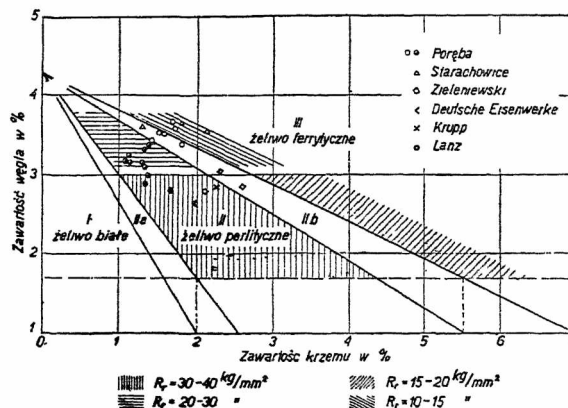


Ryc. 1.

Schemat pobrania próbek oraz wymiary próbki na rozciąganie.

### 1. Analizy chemiczne.

Jako główne składniki żeliwa występują poza żelazem: węgiel, krzem i mangan, a jako przymieszki: fosfor i siarka. W badanych gatunkach znaleziono: 2,66—3,65% C, 1,12—2,59% Si, 0,39—1,105% Mn, 0,086—0,567% P i 0,025—0,125% S. Wpływ węgla i krzemu na strukturę i własności żeliwa ilustruje wykres Maurera - Kleibera (ryc. 2), na którym zazna-



Ryc. 2.

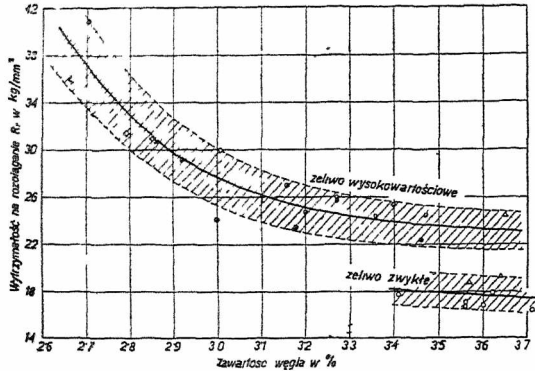
Wykres Maurera-Kleibera. Wykreślone punkty odpowiadają gatunkom badanego żeliwa.

czono punktami badane gatunki. Przy omawianiu dalszych wyników będzie można stwierdzić, że żelwo o strukturze perlitycznej jest istotnie wysokowartościowe i wyodrębnia się własnościami od żeliwa zwykłego („ferrytycznego“).

<sup>1)</sup> Żelwo „Poręby“ pochodziło z lat 1932 i 1933. Obecnie, jak autorowi wiadomo, odlewnia ta produkuje bardziej wysokowartościowe gatunki.

<sup>2)</sup> Żelwo Emmela.

Naogół zauważyć należy, że z malejącą zawartością węgla rośnie wytrzymałość żeliwa na rozciąganie. To samo odnosi się także do zawartości krzemu. Powód tego zjawiska leży w tem, że z ubytkiem obu składników maleje zdolność do grafityzacji. Odwrotnie niż krzem działa mangan. Ryc. 3 ujmuje graficznie za-



Ryc. 3.

Zależność doraźnej wytrzymałości na rozciąganie od zawartości węgla.

leżność wytrzymałości na rozciąganie ( $R_r$ ) od procentowej ilości całkowitego węgla. Z wykresu widać, że pojawienie się ferrytu w zwykłym żelwie (por. wykres ryc. 2) obniża ostrym skokiem  $R_r$ . Budując wykres dla  $R_r = f(\% \text{grafitu})$  uzyskujemy podobny wynik. Natomiast zależność  $R_r$  od  $\% C_{\text{związ}}$ , a więc od struktury podłoża, daje zupełnie rozstrzelone wyniki. Potwierdza to dalej przytoczony pogląd na zależność  $R_r$  od budowy wewnętrznej żeliwa.

Z analizy chemicznej można więc wyciągnąć ważne wnioski co do gatunku żeliwa, jednakże nie da się na jej podstawie ostatecznie rozstrzygnąć o własnościach wytrzymałościowych.

## 2. Badanie metalograficzne.

Badania mikroskopowe pozwalają na rozpoznanie kształtu i wielkości wydzielen grafitu, oraz postaci struktury metalicznego podłoża. Czynniki te decydują o własnościach żeliwa<sup>3)</sup>. Przedstawione na ryc. 4—9 (p. tablica) mikro-fotografie w zestawieniu z podaną wytrzymałością na rozciąganie ( $R_r$ ) nie wymagają szerszych objaśnień.

Postać zanieczyszczeń siarką i fosforem, a także połączeń tytanu, przedstawiają ryc.: 10, 11 i 12. Szkodliwy wpływ fosforu na wytrzymałość zaznacza się wyraźnie wtedy, gdy eutektyka fosforowa tworzy nie oderwane wysepki, lecz łączące się ze sobą pasma. Można to jednak wykryć tylko zapomocą mikroskopu.

Przy badaniu żeliwa obserwacje mikroskopowe nie mogą być pominięte. Dzięki nim od razu na pierwszy rzut oka da się odróżnić żelwo wysokowartościowe od zwykłego, a także wytłumaczyć dostatecznie powody takich czy innych własności mechanicznych różnych gatunków żelaza lanego.

## 3. Badania wytrzymałościowe.

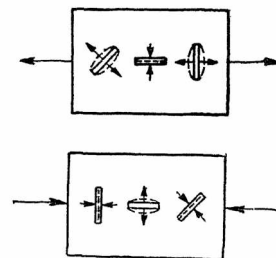
### a) Ogólny przegląd prób żeliwa. Rozciąganie czy zginanie?

Wśród badań wytrzymałościowych żeliwa na pierwszy plan wysuwa się próba na rozciąganie i zginanie. Obok nich, jako łatwy i tani, bywa często stosowany pomiar twardości metodą Brinnella. Próby udarnościowej nie używa się. Próby na zmęczenie (zmiennie obciążenie) nie stosuje się ze względu na brak elastyczności w żelwie, chociaż próba taka nie jest pozbawiona słuszności w odniesieniu do żeliwa wysokowartościowego<sup>4)</sup>. Niekiedy stosuje się próbę na ściskanie. W niniejszych badaniach wykonano tę ostatnią raczej ze względów teoretycznych, niż dla korzyści praktycznych.

Należy sobie postawić obecnie pytanie, którą z prób przyjąć za podstawową i miarodajną dla określania gatunkowości żeliwa: na rozciąganie czy na zginanie. Przeważnie uważa się za właściwszą próbę na zginanie, ponieważ ze strzałki ugięcia można wnioskować o elastyczności żeliwa. Z poglądem tym, utartym w praktyce odlewniczej, należy jednak bezwzględnie zerwać, i głównym dążeniem autora jest wykazanie wad próby na zginanie w przeciwieństwie do pomiaru doraźnej wytrzymałości na rozciąganie.

Przedewszystkiem należy stwierdzić, że próba żeliwa na zginanie w porównaniu z próbą na rozciąganie ma bardzo skomplikowany przebieg. Zginanie jest procesem złożonym z rozciągania włókien dolnych i ściskania warstw górnych próbowanego pręta. Chociaż żelwo praktycznie nie ma wydłużenia, to jednak ugięcie występuje dzięki ścisnaniu warstw górnych, w których poddają się sprężyscie płatki grafitu. Złamanie pręta następuje z chwilą przekroczenia doraźnej wytrzymałości skrajnych włókien w warstwie ciągnionej, przeto zginanie sprowadza się w istocie do próby na rozciąganie, ale w specjalnie niedogodnych warunkach.

Następnie trzeba stwierdzić, że dla żeliwa nie jest ważne prawo Hooke'a:  $\epsilon = \alpha \cdot \sigma$ , lecz słuszna jest zależność:  $\epsilon = \alpha \cdot \sigma^m$ , t. j. nie zachodzi linijowy rozkład naprężeń. Dalej żelwo posiada znacznie większą wytrzymałość na ściskanie, niż



Ryc. 13.

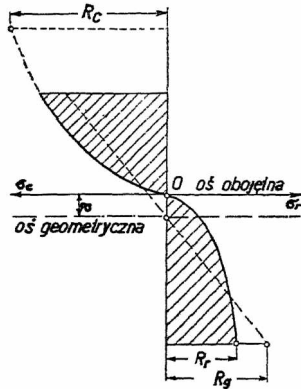
Schematyczne przedstawienie działania płatków grafitu przy rozciąganiu i ścisnaniu.

na rozciąganie, co spowodowane jest obecnością grafitu. Płatki grafitu bardziej osłabiają ma-

<sup>3)</sup> Czasopismo Techniczne, 1935, str. 155 i nast.

<sup>4)</sup> Prace O. Bauera: Mitteilungen aus dem Materialprüfungsamt zu Berlin — Dahlen, 1922, zes. 6.

terjał przy rozciąganiu, niż przy ściskaniu (ryc. 13). Skutkiem tej nierówności naprężeń oś obojętna przy zginaniu nie przechodzi przez geometryczny środek przekroju, lecz jest przesunięta w kierunku warstw ściskanych (ryc. 14). Co więcej, współczynnik  $\alpha$  nie jest wielkością stałą, lecz zależy od obciążenia, wobec czego w czasie zginania oś obojętna zmienia swe położenie. W chwili złamania przesunięcie jest największe. Przesunięcie to należałoby uwzględnić



Ryc. 14.

Rozkład naprężeń w zginanym przecie żeliwnym.

przy obliczaniu momentu bezwładności przekroju wg wzoru:  $J = J_0 + F \cdot a^2$ , co jednak nie da się praktycznie przeprowadzić. Przy wyznaczaniu więc doraźnej wytrzymałości na zginanie ze wzoru:  $R_g = \frac{M_g}{N} = \frac{M_g}{J} \cdot e$  popełniamy duży błąd.

Jego wielkość jest różna dla różnych gatunków żeliwa, ponieważ, jak z ryc. 16 widzimy,  $\frac{R_r}{R_g}$

maleje z polepszaniem żeliwa, a od tego stosunku zależy rozkład naprężeń w zginanym przekroju. Im szlachetniejsze żeliwo, tem niedokładność wzoru będzie mniejsza.

Wadliwość obliczeń wytrzymałości na zginanie dla żeliwa wychodzi na jaw, gdy próbę przeprowadzamy na prętach o różnych kształtach przekrojów. Ilustruje to tabela I. Większą wytrzymałość w wypadku zastosowania przekroju okrągłego, niż prostokątnego, tłumaczy nieliniowy rozkład naprężeń. Materiał zgrupowany w pobliżu osi obojętnej jest wykorzystany lepiej, niż wynika to z liniowej zależności, która posłużyła za podstawę wyprowadzenia wzoru.

Tabela I. Zależność wytrzymałości na zginanie  $R_g$  od kształtu przekroju<sup>5)</sup>.

L. p.	Przekrój	$R_g$ $kg/mm^2$	Uwaga
1	okrągły $\phi 15 mm$ . .	$R_{g1} = 62,7$	$\frac{R_{g2}}{R_{g1}} \cdot 100 = 95,2\%$ 6)
2	kwadrat. $15 \times 15 mm$	$R_{g2} = 59,7$	
3	prostokątny wys. $\times$ szer. = $20 \times 15 mm$	$R_{g3} = 50,7$	$\frac{R_{g3}}{R_{g1}} \cdot 100 = 80,8\%$

<sup>5)</sup> Próbki pobrano z żeliwa perlitycznego Lanza i badano je w stanie obrobionym. Dla żeliwa zwykłego należy spodziewać się większych różnic.

<sup>6)</sup> Bach znalazł spadek  $R_g$  dla przekroju dwuteowego w porównaniu z okrągłym o około 50%, (Rötscher, Die Maschinenelemente, t. I, str. 101).

Streszczamy powyżej przytoczone wywody: 1. Próba na zginanie sprowadza się ostatecznie do rozerwania skrajnych włókien; 2. zginanie żeliwa jest procesem skomplikowanym, a obliczenie  $R_g$  jest niedokładne; 3. kształt przekroju ma duży wpływ na wynik próby gięcia. Do tego można dodać, że przy małym stosunku odległości podpór do wysokości pręta popełnia się jeszcze dodatkowy błąd, pomijając działanie naprężeń ścinających.

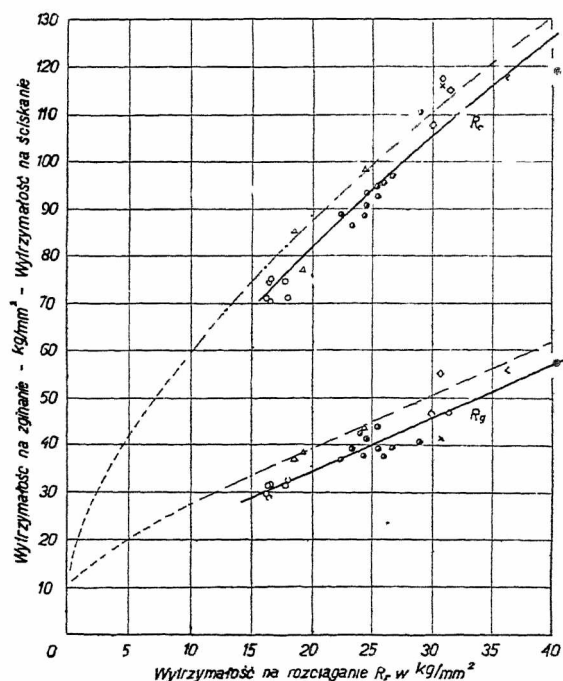
Wszystkie powyższe powody przemawiają przeciwko próbie zginania. Ponieważ nadto w różnych krajach używa się próbek różnego kształtu, przeto wyniki takich prób nie mogą być porównywane. Znacznie prościej przyjąć za podstawową próbę na rozciąganie, przy której kształt przekroju praktycznie nie odgrywa roli. Pewną wadę stanowi tu tylko większy koszt wykonania.

Obok próby na rozciąganie należy stosować zginanie jedynie dla porównawczego charakteryzowania elastyczności materiału na podstawie strzałki ugięcia.

b) Zależność  $R_g$  i  $R_c$  od  $R_r$ .

Przyjąwszy za podstawową wytrzymałość do-razną na rozciąganie, możemy wyznaczać na jej podstawie inne własności wytrzymałościowe żeliwa.

Mimo tego, co powiedziano o próbie na zginanie, należy się spodziewać ściślejszej zależności  $R_g$  od  $R_r$ . Na podstawie przeprowadzonych badań ujęto tę zależność wykreślić (ryc. 15). Na



Ryc. 15.

Zależność wytrzymałości na zginanie ( $R_g$ ) i ściskanie ( $R_c$ ) od wytrzymałości na rozciąganie.

rozciąganie otrzymano wartości  $R_r = 16,3$ — $41,0 kg/mm^2$ , a na zginanie  $R_g = 29,2$ — $59,0 kg/mm^2$ . Próbki na zginanie miały kształt, jak na ryc. 1; zginanie wykonywano na prętach

z naskórkim <sup>7)</sup>:  $\phi=30 \text{ mm}$ ,  $l=600 \text{ mm}$ ,  $\frac{l}{d}=20$ .

Zależność  $R_g = f(R_r)$  na wykresie można w przybliżeniu zastąpić równaniem prostej:

$$R_g = 1,1 R_r + 12, \quad \dots \quad (1)$$

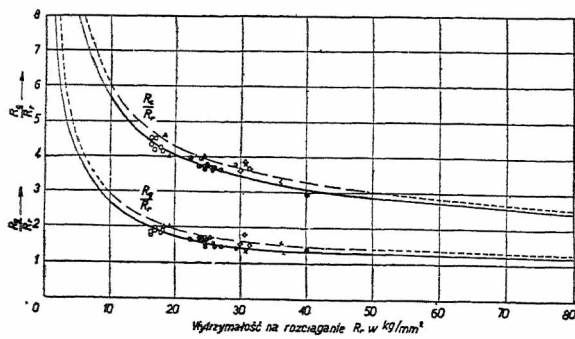
przyczem  $R_g$  i  $R_r$  w  $\text{kg/mm}^2$

Jeszcze lepiej da się przedstawić funkcja

$$\frac{R_g}{R_r} = f(R_r).$$

Punkty z pomiarów połączono krzywą (ryc. 16), którą można matematycznie wyrazić równaniem hyperboli:

$$\left(\frac{R_g}{R_r} - 1\right) \cdot R_r^{0,87} = 9,38 \quad \dots \quad (2)$$



Ryc. 16.

Zmienność stosunku  $\frac{R_g}{R_r}$  i  $\frac{R_c}{R_r}$  w zależności od gatunku żeliwa (od  $R_r$ )

Krzywe przedstawione na ryc. 15 i 16 linjami przerywanymi podał E. Dübi <sup>8)</sup>. Jak widać, nie pokrywają się one ściśle z wynikami autora. Z przebiegu krzywej na ryc. 16 możemy wysnuć bardzo ciekawy wniosek. Okazuje się mianowicie, że im bardziej wysokowartościowe jest żeliwo,

tem stosunek  $\frac{R_g}{R_r}$  jest bliższy jedności, czyli żeliwo pod tym względem zbliża się do odlewu stalowego.

Dla wytrzymałości na ściskanie uzyskano wielkości  $R_c = 70,6 - 121,2 \text{ kg/mm}^2$ , t. j. 4,3—3 razy wyższe od  $R_r$ . Zależność  $R_c = f(R_r)$  przedstawiono wykreślnie (ryc. 15), przyczem proporcjonalność linjowa nie zachodzi. Stosunek  $\frac{R_c}{R_r} = f(R_r)$  daje, podobnie jak dla  $R_g$ , gałąź hyperboli (ryc. 16) o równaniu:

$$\left(\frac{R_c}{R_r} - 1\right) \cdot R_r^{0,57} = 16,9 \quad \dots \quad (3)$$

i na podstawie tego wzoru można wyliczyć

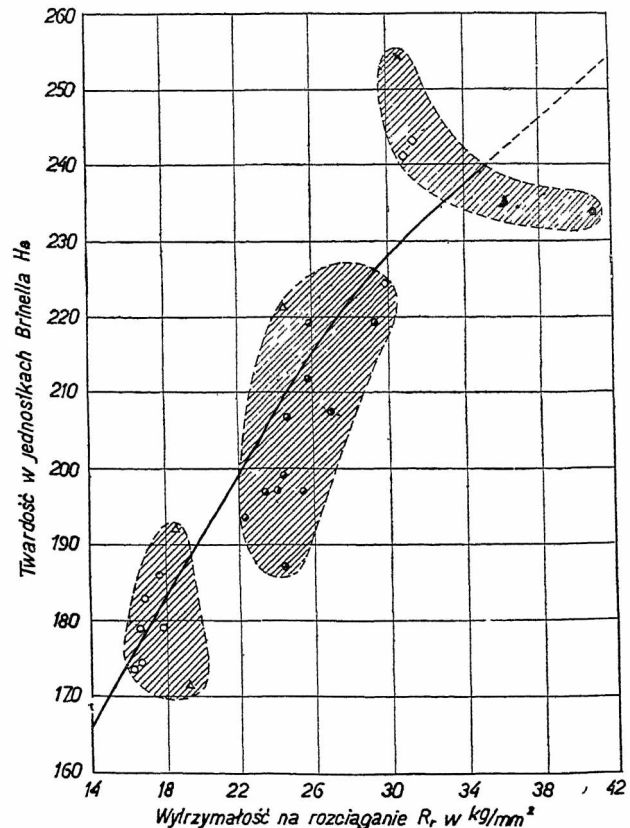
$$R_c = 16,9 \cdot R_r^{0,43} + R_r \quad \dots \quad (4)$$

<sup>7)</sup> Obrabiane próbki za zginanie dają ok. 15% wyższe wyniki (źródło, jak 4).

<sup>8)</sup> Das Gusseisen, Diskussionsbericht Nr. 37. Eidgenössische Materialprüfungsanstalt an der E. T. H. in Zürich, 1928.

### c) Badanie twardości ( $H_B$ ) i stosunek twardości do $R_r$ .

Badanie twardości metodą Brinella jest bardzo łatwe do przeprowadzania, dlatego praktycy często chcą sobie upraszczać zadanie i z twardości wnioskować o wytrzymałości na rozciąganie. Sposób ten może być dobry dla stali, ale zawodzi przy żeliwie. Należy sobie zdać sprawę z tego, że o ile na  $R$ , żeliwa wpływa w pierwszym rzędzie ilość i jakość wydzielen grafitu, to twardość zależy głównie od struktury metalicznego podłoża. Wobec tego obie te wielkości nie mogą być ściśle od siebie zależne. Potwierdza to ryc. 17, gdzie przedstawiono wykreślnie odnośne wyniki własnych badań, oraz część krzywej podanej przez Klingensteina dla żeliwa. Z wykresu jest widoczne, że im szlachetniejsze żeliwo, tem bardziej wykres Klingensteina nie nadaje się do użytku.



Ryc. 17.

Krzywa Klingensteina i wyniki doświadczeń autora nad stosunkiem twardości do wytrzymałości na rozciąganie w żeliwie.

### Wnioski.

1. Sfery miarodajne winny przystąpić do znormalizowania gatunków żeliwa, biorąc za podstawę wytrzymałość doraźną na rozciąganie; powinna być przytem określona minimalna strzałka ugięcia przy zginaniu. Należy ostatecznie zerwać z nieładem, panującym u nas w dziedzinie oznaczeń żeliwa.

2. Biorąc za podstawę wytrzymałość na rozciąganie można wyznaczyć inne własności mechaniczne żeliwa, korzystając z podanych wyżej

równań i wykresów. Z twardości nie można wnioskować o  $R_r$ .

3. Należy pamiętać o tem, że wytrzymałość żeliwa zmienia się w szerokich granicach zależnie od grubości ścian odlewu; im odlew grubszy, tem wytrzymałość mniejsza. Można ją każdorazowo wyliczyć<sup>9)</sup>.

4. Przy obliczeniach części żeliwnych na zgnanie należy uwzględnić wpływ kształtu przekroju.

<sup>9)</sup> Patrz prace Ossana: *Die Giesserei*, 1931, zesz. 19, oraz 1935, zesz. 8.

## Wiadomości z literatury technicznej

### Budownictwo wodne

**Wyzyskanie rzeki Murray w Australji.** W roku 1917 utworzono z delegatów rządu związkowego, Nowej Walji, Victorji i Południowej Australji osobny wydział w celu opracowania programu wyzyskania tej rzeki do celów nawodnienia, żeglugi i wyzyskania sił wodnych. Rzeka Murray ma wraz z swym dopływem Darling 2900 km długości; roboty rozpoczęto w r. 1919, a obecnie ukończono pierwszy ich etap.

Pod Alburg, gdzie uchodzi dopływ Mitta-Mitta wybudowano zbiornik o pojemności 1,5 *mia. m*<sup>3</sup>, która może być zwiększona do 2,5 *mia. m*<sup>3</sup>. Grobla największa w Australji, ma długości 1600 m i wykonana jest z betonu, a częściowo z ziemi, z jądrem betonowym. W rzece wykonano dotychczas 11 stopni ze słuzami, czyniąc ją przez to żeglowną na długości 1000 km. (*Wkr. u. Ww.* Nr. 10/1935).

**Kanalizacja średniej Wezery od Minden do Bremy,** Jakkolwiek Wezera jest starannie uregulowana na małą wodę, a żegluga odbywa się tu dużymi statkami (nawet 600—800 ton ładowności), to jednak w okresach posuchy głębokości spadają znacznie, a żegluga bywa zahamowana. Z uwagi na ważność Wezery w tak silnie rozbudowanej sieci dróg wodnych, łączących zachodni obszar węglowy Niemiec z portem wypadowym, jakim jest Brema, podnoszono od dawna konieczność skanalizowania Wezery w partji od Minden (skrzyżowanie i połączenie z kanałem Śródlądowym) do Bremy. Początek już zrobiono dawniej, przez wybudowanie dwu stopni, a to pod Hemalingen i pod Dörverden, (gdzie wykonuje się już drugą służę) obecnie rozpoczyna się kanalizację całej tej przestrzeni, a środki na rozpoczęcie budowy, w wysokości 4,5 milj. RM zostały już przyznane. Wykonanych będzie pięć nowych stopni, a przez to droga wodna Wezery stanie się pełnowartościową, prócz tego zaś umożliwi się rozwiązanie ostateczne zasilania kanału Śródlądowego, czerpiącego wodę z Wezery pod Minden, poprzez kulturę rolną, przez wykonanie nawodnień i odwodnień, podniesie zwierciadło wody gruntowej w obszarach przesuszonych, etc.

Należy stwierdzić, że przeprowadzenie kanalizacji Wezery jest niejako ostatnim i to bardzo ważnym atutem w rozbudowie sieci dróg wodnych północno-zachodnich w Niemczech, a przytem, że akcja budowy dróg wodnych w okresie powojennym w Niemczech była tak intensywną, jak w żadnym innym kraju na świecie. Jest to polityka mądra, przewidująca, gdyż podnosi w sposób realny potęgę państwa. Dziś zaś podnieść należy, że technika budowy dróg wodnych stanęła w Niemczech również niezmiernie wysoko; wykonano i wykonuje się w tym dziale dzieła, które stanowić będą przez

długie wieki pomniki wysokiego stanu sztuki inżynierskiej. Zawdzięczają to Niemcy dobrej i celowej organizacji służby technicznej, systematycznemu wyrabianiu jej w praktyce, a przede wszystkim przez danie możności takiej praktyki, skutkiem przedsięwzięcia rozległych i ważnych robót publicznych.

Dr. M. M.

### Bibliografia

#### Książki nadesłane do Redakcji.

„Gospodarka Wodna“ Nr. 2. Warszawa, kwiecień-czerwiec 1937. Zeszyt ten został prawie całkowicie poświęcony pracom Konferencji Powodziowej, która odbyła się w Warszawie, w lutym b. r. z inicjatywy Stowarzyszenia Członków Kongresów Gospodarki Wodnej.

### Kronika techniczna

**Katastrofa zbiornikowa we Włoszech północnych.** W dniu 14 sierpnia br. doniosły dzienniki o katastrofie przerwania przegrody dolinowej Zerbino na potoku Orba w Apeninach Liguryjskich, we Włoszech północnych. Wedle sprawozdań prasowych katastrofa nastąpiła niespodzianie, a poprzedziła ją gwałtowna burza połączona z silną ulewą. Skutkiem gwałtownego naporu wód w ilości około 18 milionów metrów sześciennych zostały zupełnie prawie zniszczone miejscowości Molare i Capriata położone nad potokiem Orba, a w mieście Ovada, leżącym w widłach rzecznych u ujścia pot. Stura do pot. Orba, uległ zniszczeniu szereg domów. Na terenie dotkniętym skutkami katastrofy liczba ofiar w ludziach, według listy urzędowej, wynosi 256 osób zabitych, oraz 116 osób zaginionych. Straty materialne, określone urzędowo, wynoszą około 60 milionów lirów<sup>1)</sup> przyczem zupełnej ruinie uległo 200 domów mieszkalnych, 6 kościołów, 4 wielkie mosty, 2 elektrownie etc.

Zanim fachowa prasa zagraniczna przyniesie wiadomości o przyczynach i dokładnym przebiegu wypadków, warto zapoznać się, ogólnie bodaj, z terenem i charakterem technicznym budowli, której zawałenie się katastrofę spowodowało<sup>2)</sup>.

Potok Orba wypływa na północnych stokach Apeninów Liguryjskich, jest prawobrzeżnym dopływem rzeki Bormida i należy do zlewiska rzeki Po. Na potoku tym, przed około 10-ciu laty, wybudowano w miejscowości Zerbina<sup>3)</sup> przegrodę typu cięż-

<sup>1)</sup> Ok. 24 milj. złotych.

<sup>2)</sup> Na podstawie: R. San Nicolo: „Installations hydroelectriques en Italie“. Medjolan 1926, oraz F. Marzolo: „Utilizzazioni di forze idrauliche. Impianti idroelectrici“. Padwa 1926.

<sup>3)</sup> Około 35 km na północny zachód od Genui.



kiego, celem utworzenia zbiornika wyrównawczego dla Zakładu hydroelektrycznego Molare, należącego do Towarzystwa Officine Elettriche Genovesi. Zlewnia potoku w profilu przegrody wynosi około  $144 \text{ km}^2$ . Przegroda o wysokości  $44 \text{ m}$ , była wykonana z betonu, w którym osadzono bloki twardej skały. U podstawy przegrody pozostawiono w murze przestrzenie puste, które wypełniono następnie kamieniem łamanym. Przestrzenie te, wraz z systemem studzienek pionowych po stronie odwodnej i systemem kanałków poziomych — tworzyły odwodnienie muru przegrody. Urządzenie spustowe zbiornika stanowiła rura o średnicy  $1,80 \text{ m}$ , zamknięta zasuwą klapową. Zbiornik posiadał dwojakiego rodzaju urządzenia odciażające: górne, wykonane jako baterja 12-tu samoczynnych syfonów o wydatku całkowitym  $500 \text{ m}^3/\text{sek}$ , oraz wgłębne, zapomocą sztolni przepuszczającej  $150 \text{ m}^3/\text{sek}$ , której wlot wyposażony był w specjalne, łatwe do manewrowania, zamknięcie dzwonowe o średnicy  $5,04 \text{ m}$ . Powstały za przegrodą zbiornik nosił nazwę jeziora Ortiglieto i mierzył  $5 \text{ km}$  długości przy maksymalnej szerokości  $400 \text{ m}$ . Pojemność użyteczna zbiornika wynosiła  $17 \text{ milj. m}^3$ .

Ujęcie wody wykonano zdala od samej przegrody, na stoku góry. Wlot do sztolni zaopatrzony w kratę zamykano zasuwą, uruchomioną przez szyb pionowy. Wodę roboczą dla siłowni Molare w ilości do  $24 \text{ m}^3/\text{sek}$  prowadziła sztolnia pod ciśnieniem o przekroju kołowym  $d = 6 \text{ m}$ . Sztolnia ta ma długość  $2722 \text{ m}$  i jest zakończona wybitą w skałę komorą wyrównawczą cylindryczną, o średnicy  $10 \text{ m}$ , wysokości ponad  $40 \text{ m}$ , oraz zagłębieniu pod osią sztolni  $7 \text{ m}$ . Rurociąg turbinowy długości  $423 \text{ m}$  wykonano jako ciąg pojedynczy, z rur stalowych nitowanych, o średnicy zmiennej od  $3$  do  $2,5 \text{ m}$ .

Siłownia Molare była wyposażona w dwa agregaty turbogeneratorowe i użytkowała spad wahający się między  $90$  a  $110 \text{ m}$ .

Kanał odpływowy długości  $150 \text{ m}$  odprowadzał wodę do małego zbiornika wyrównawczego o pojemności  $160 \text{ tys. m}^3$ , utworzonego przez zamknięcie doliny potoku zaporą nieco poniżej siłowni. Zadaniem tego zbiornika było regulowanie przepływu wody w dalszym biegu potoku.

Zakład hydroelektryczny Molare był — jak wynika z powyższego opisu — zakładem szczytowym o średnim spadzie, reprezentującym, przy  $Q = 24 \text{ m}^3/\text{sek}$  i  $H = 110 \text{ m}$ , moc całkowitą na wale turbiny:  $N = \sim 23,000 \text{ kW}$ .

Należy oczekiwać, że w włoskich publikacjach technicznych pojawi się fachowe przedstawienie przy-

czyn, przebiegu i rozmiarów katastrofy. Hydrotechników zainteresuje przede wszystkim analiza przyczyn katastrofy, która zdarzyła się w kraju, gdzie tego rodzaju budowle wodne nie należą do rzadkości i gdzie konstruktorzy rozporządzają olbrzymim doświadczeniem praktycznym.

J. Pr.

**Program VIII Kongresu Międzynarodowej Federacji Prasy Technicznej i Zawodowej w Warszawie, 16—21 września 1935.** Wydział Wykonawczy Kongresu nadsyła tymczasowy program, z którego najważniejsze punkty podajemy poniżej:

W niedzielę 15 września, godz. 21, Stowarzyszenie Techników w Warszawie będzie gościł Członków Kongresu na towarzyskim zebraniu w lokalu Stowarzyszenia (ul. Czackiego 3/5). Uroczyste otwarcie Kongresu nastąpi w poniedziałek 16 bm. o godz. 10·30 w sali Rady miejskiej, poczem odbędzie się przyjęcie u P. Prezydenta Miasta Warszawy. Po złożeniu wieńca na grobie Nieznanego Żołnierza uczestnicy Kongresu udadzą się o godz. 13·45 na otwarcie Międzynarodowej Wystawy Prasy Technicznej w gmachu Politechniki Warszawskiej. Popołudniu o g. 16·30 pierwsze posiedzenie plenarne Kongresu. Posiedzenia poszczególnych Sekcyj Kongresu będą się odbywać we wtorek 17-go od godz. 10 do 13, oraz we środę 18-go od godz. 9·30 do 11-tej. We środę o godz. 11·30 zbiorą się uczestnicy na drugie posiedzenie plenarne, które zakończy obrady Kongresu. Tegoż dnia o godz. 21-szej Polska Sekcja Federacji będzie podejmowała uczestników Kongresu bankietem. W dniach 19—21 b. m. uczestnicy Kongresu udadzą się do Krakowa, Wieliczki, Katowic i Poznania, gdzie wezmą udział w bogatym programie wycieczkowym.

Biurowisko Kongresu znajduje się w Gmachu Stow. Techników w Warszawie, ul. Czackiego 3/5.

**Wystawa Drogowa.** W dniu 7 b. m. została na terenie Politechniki Warszawskiej otwarta, urządzona staraniem Ligi Drogowej, Wystawa Drogowa. Celem wystawy jest wykazanie, że aczkolwiek Polska w dziedzinie dróg, motoryzacji i turystyki pozostała poza innymi krajami, to jednak posiada wszelkie surowce oraz środki techniczne i inne dane, aby zagadnienia te rozwiązać własnymi siłami.

Wystawa dzieli się na siedm działów, a mianowicie: 1. Dział drogowy; 2. Dział motoryzacyjny; 3. Dział Wojskowy; 4. Dział pracy; 5. Dział turystyczny; 6. Szlak Marszałka Piłsudskiego; 7. Dział atrakcyjny. Wystawa Drogowa będzie otwarta do 22 września; dostarczy ona niezawodnie wiele materiału do interesujących sprawozdań fachowych.

TREŚĆ: Od Redakcji. — Prof. E. Hauswald: Dynamika kosztów rentowności. — Inż. Dr. A. Pareński: Nowe sposoby badań wzorów empirycznych. — Inż. St. Pelczarski: Badanie żeliwa z punktu widzenia materiałoznawcy i konstruktora. — Wiadomości z literatury technicznej. — Bibliografia. Kronika techniczna.

Adres Redakcji i Administracji:	Ogłoszenie jednorazowo na $\frac{1}{1}$ str. . . . .	Zł. 240
<b>Lwów, ul. Zimorowicza 1. 9.</b>	" " " $\frac{1}{2}$ " . . . . .	" 140
Konto P. K. O. 151.857.	" " " $\frac{1}{4}$ " . . . . .	" 80
Telefon Nr. 226-60.	" " " $\frac{1}{8}$ " . . . . .	" 50
Prenumerata kwartalna wynosi z przesyłką poczt. w kraju <b>8 zł.</b>	" " " $\frac{1}{16}$ " . . . . .	" 30
Numer pojedynczy kosztuje: <b>1 zł. 60 gr.</b>	Ogłoszenia na miejscach uprzywilejowanych, specjalnie rezerwowanych: o 25% drożej. Przy ogłoszeniach powtarzanych lub stałych, odpowiednie opusty.	

Redaktor naczelny i odpowiedzialny Inż. Dr. W. Aulich.

Nakładem Polskiego Tow. Politechnicznego we Lwowie.