Optica Applicata, Vol. XV, No. 4, 1985

Letter to the Editor

Zum Auflösungsvermögen aberrationsfreier, optischer Systeme mit verändlicher Austrittspupille

Eugeniusz Wnuczak

Technische Hochschule Wrocław, Wybrzeże Wyspiańskiego 27, 58-370 Wrocław, Poland

In den Arbeiten [1, 2] wurden vom Autor Probleme des Auflösungsvermögens (AV) optischer Systeme mit zeitlich veränderlicher Austrittspupille (AP), wie sie z.B. in fotografischen Objektiven mit Zentralblende vorkommt erwägt, besonders in Bezug auf Hochfrequenzkinokameras mit Lichtkommutation bzw. optischer Filmtransportkompensation. Es wurde bewiesen, daß in solchen Fällen zur Bestimmung des AV nicht die durch Beugung bedingte Intensitätsverteilung, (Bestrahlungsstärkeverteilung) sondern die gesammte Bestrahlungsverteilung in der Gaußschen Bildebene, die während der Zeitperiode, in der das Licht durch das System durchgelassen wird, entsteht, herangezogen werden muß. Es hat sich herausgestellt, daß das AV eines aberrationsfreien optischen Systems mit einer varänderlicher Kreisblende im Grenzfall um ca. 15% (und um ca. 20% mit einer rechteckförmigen) kleiner ist als mit einer zeitlich konstanten, vom größten Durchmesser (Breite) der veränderlichen.

In den zitt. Arbeiten wurde das „Zwei-Punkt"-Auflösungsvermögen berechnet, d.h. das AV unter Berücksichtigung von zwei nichtkohärenten Lichtpunkten. In vielen Fällen ist das berechtigt und ausreichend. In anderen jedoch, nicht minder oft vorkommenden ist das Berechnen des bekannten „Mehr-Punkt"-Auflösungsvermögen, d.h. des AV unter Berücksichtigung vieler, periodisch angeordneten Lichtqellen besser am Platz, so wie es z.B. bei der Bestimmung des AV des Mikroskops der Fall ist. Es erweist sich dabei, daß das AV bei vielen Lichtpunkten etwas kleiner als bei zweien ist.

In Abbildung 1 sind die Bestrahlungsverteilunsgkurven in der Gaußschen Bildebene eines aberrationsfreien optischen Systems mit einer rechteckförmigen AP, die von zwei identischen, nichtkohärenten Lichtpunkten stammen, sowie ihre resultierende Bestrahlungsverteilungskurve H_2 dargestellt. Die AP hat dabei eine konstante Höhe und zetlich linear veränderliche Breite: nachdem sie sich mit Null beginnend zu einer Höchstbreite geöffnet hat, beginnt sie sofort sich wieder mit derselben Geschwindigkeit zu schließen. Die Lichtpunkte liegen auf einer zur Bewegungsrichtung der Pupillenränder senkrechten, zur Bildebene parallelen Geraden, einer von ihnen – auf der optische Achse des

Systems. Die u-Achse in der Bildebene, deren Punkte die Bestrahlungsverteilung betrifft, geht durch die geometrischen Bildpunkte der beiden Lichtquellen. Der Abstand dieser voneinander ist so bemessen, daß die resultierende H_2-Kurve dem Auflösungskriterium von Rayleigh entspricht, d.h. daß das Verhältnis $P = H_{2,\min}/H_{2,\max}$, des Wertes im Minimum zum Wert in den Maxima der H_2-Kurve gleich $8/\pi^2 \approx 0{,}811$ ist. Die Kurven entsprechen der Hochfrequenzkinokamera W-1 des Autors [3] (ohne Berücksichtigung der kinematischen Aberration, d.h. der Restbewegung des Bildes relativ zum Fotofilm). Die Einheit der u-Achsenskala beträgt 0,03 mm. Die Auflösung dieser Kamera, berechnet als der Abstand der beiden Maxima der H_2-Kurve beträgt in dieser Skala $d_2 = 2{,}756$.

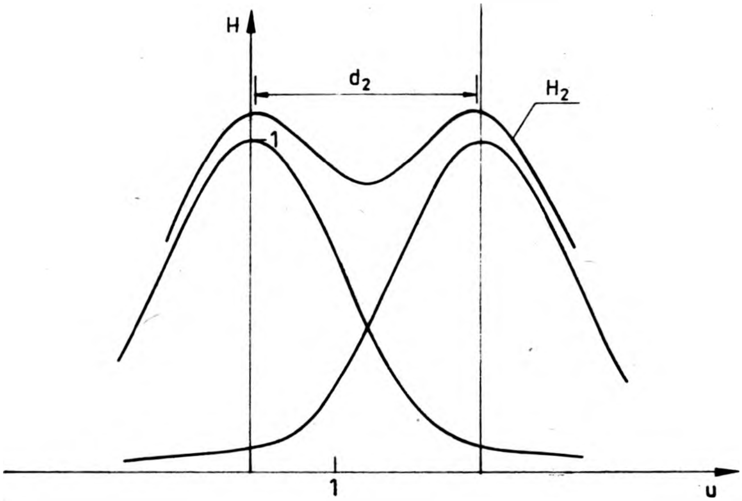

Abb. 1

In Abbildung 2 sind die resultierende, von 16 Lichtpunkten stammende Bestrahlungsverteilungskurve H_{16}, einige den einzelnen Lichtpunkten entsprechenden Verteilungskurven sowie – gestrichelt – die H_2-Kurve von der Abbildung 1 dargestellt. Die Lichtpunkte sind ähnlich wie oben beschrieben angeordnet, in einer solchen gegenseitigen Entfernung, daß die H_{16}-Kurve auch dem Kriterium von Rayleigh entspricht.

Bedeutet $H(u)$ die Bestrahlungsverteilungsfunktion, die von einem auf der optischen Achse gelegenen Lichtpunkt stammt, so stellt die Gleichung

$$H_r(u) = \sum_{n=1}^{m} H\big(u+(n-1)d\big) + \sum_{n=1}^{m} H(u-nd) \tag{1}$$

die resultierende Bestrahlungsverteilungsfunktion, die von $N = 2m$ inkohärenten Lichtpunkten, von denen m-1 in der oben beschriebenen Weise auf der einen und m auf der anderen Seite der optischen Achse gelegen sind, dar. d bedeutet den Abstand der (Haupt)-Maxima der den einzelnen Lichtpunkten entsprechenden Kurven. (Gegenseitiger Abstand der Lichtquellen: d/β, β–Vergrößerung.)

Ist $N = 2m \to \infty$, so liegen die Maxima der H_r-Kurve genau über den Maxima der von den einzelnen Lichtpunkten stammenden Verteilungskurven. Die Auflösung, d.h. die kleinste, dem Kriterium von Rayleigh entsprechende, aufgelöste Strecke d kann in einem solchen Fall aus der folgenden Gleichung:

$$P H_r(0) - H_r\left(\frac{d}{2}\right) = 0 \tag{2}$$

als ihre kleinste, positive Wurzel ermittelt werden.

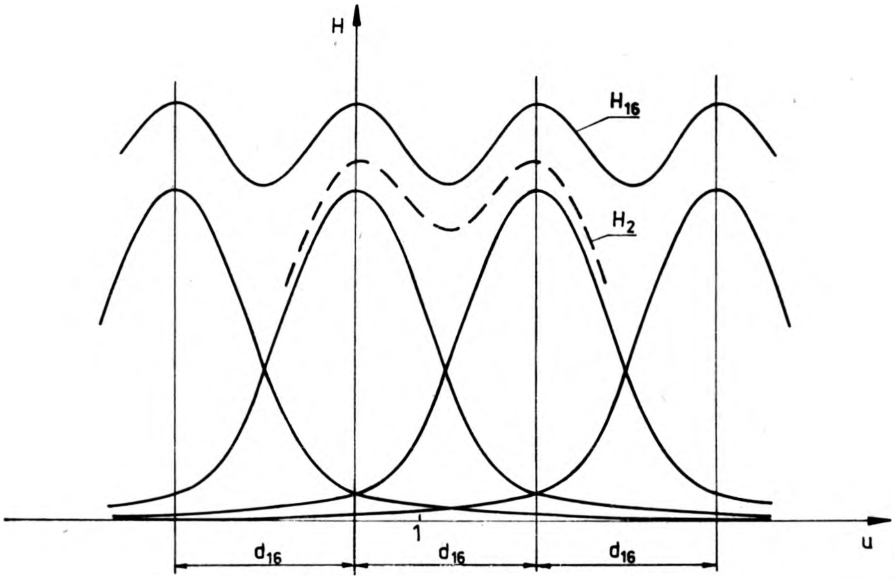

Abb. 2

Nimmt man für N einen endlichen, jedoch genügend großen Wert an, so darf die dann auftretende Unstimmigkeit der Lagen der Maxima vernachlässigt werden und man kann weiterhin (2) zur Bestimmung von d benutzen.

Für gerade Verteilungsfunktionen, $H(u) = H(-u)$ folgt aus (1):

$$H_r(0) = H(0) + 2\sum_{n=1}^{m-1} H(nd) + H(md), \tag{3}$$

$$H_r\left(\frac{d}{2}\right) = 2\sum_{n=1}^{m} H\left((2n-1)\frac{d}{2}\right) \tag{4}$$

was in (2) einzusetzen ist. Nimmt man weiterhin an, daß die $H(u)$-Funktion genormt ist, $H(0) = 1$ und vernachlässigt man das letzte Glied in (3), $H(md)$, welches für große Werte von m nahezu gleich Null ist, so nimmt die Gleichung (2) zur Bestimmung der Auflösung d mit (3) und (4) die folgende Gestalt an

$$P\left[\frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{m-1} H(nd)\right] - \sum_{n=1}^{m} H\left((2n-1)\frac{d}{2}\right) = 0 \tag{5}$$

Numerische Beispielsberechnungen wurden für die erwähnte W–1 Kamera mit der oben beschriebenen Pupillenveränderlichkeit durchgeführt. Der Einfluß der kinematischen Aberration wurde dabei nicht berücksichtigt, da er, wie in [2] bewiesen wurde, im Vergleich mit dem Einfluß der Diffraktion in dieser Kamera verschwindend klein ist. $H(u)$ hat in diesem Fall die Gestalt, [1] mit $k = 0$

$$H(u) = \frac{6[1-(1-k)\operatorname{sinc}(2au)-k\cos(2au)]}{(2k+1)(2au)^2}$$

$$= \frac{6[au-\sin(2au)]}{(2au)^3}, \quad a = 1{,}9792. \tag{6}$$

Es wurden $N = 16$ Lichtquellen berücksichtigt. Für diese Anzahl ist der kleinste Anteil in jeder der beiden Summen in (5) wesentlich kleiner als 0,5% von $H(0)$, was als eine genügende Näherung angesehen wurde. Die Lösung von (5) mit (6) ergiebt $d_{16} = 2{,}830$. Das bedeutet, daß das AV $r = 1/d$ bei sechzehn Lichtquellen von dem bei zwei – um 2,61% kleiner ist.

Die Berechnung des AV nach dem Mehrpunkt-Verfahren ist im Vergleich mit dem Zweipunkt-Verfahren insofern einfacher und schneller (abgesehen davon, daß es in vielen Fällen richtiger ist) indem es einer Lösung von nur einer Gleichung, (2) bzw. (5) bedarf (obwohl meistens mit numerischen Methoden). Das in [1] und [2] angewendete Zweipunkt-Verfahren dagegen bedarf stufenweiser Näherungen in der Annahme des d-Wertes, numerischer Ermittlung der Maxima und Minimum der H_2-Kurve, Prüfung ob $H_{2,\min}/H_{2,\max} = P = 0{,}811$ ist und – wenn ja – der Berechnung von d_2 als Abstand der beiden Maxima der H_2-Kurve auf der u-Achse. Diese Prozedur ist um so zeit-und arbeitsaufwendiger, je höhere Genauigkeit verlangt wird, insbesondere dann, wenn zur Berechnung der $H(u)$-Werte numerische Methoden (z.B. zum Berechnen von bestimmter Integrale) angewendet werden müssen.

Literatur

[1] Wnuczak E., Optica Applicata **15** (1985), 97.
[2] Wnuczak E., Optica Applicata **15** (1985), 287.
[3] Wnuczak E., *Kinematische Aberration in Hochfrequenz-Kinokameras*, Scientific Papers of the Institute of Physics of Wrocław Technical University No. 17, Ser. Monographs No. 8, Wrocław 1983.

Received June 26, 1985