

Anna Król, Marta Targaszewska

Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu
e-mails: anna.krol@ue.wroc.pl; marta.targaszewska@ue.wroc.pl

ZASTOSOWANIE ZMIENNYCH ZASTĘPCZYCH W MODELACH HEDONICZNYCH¹

THE APPLICATION OF PROXY VARIABLES IN HEDONIC MODELS

DOI: 10.15611/pn.2018.507.10
JEL Classification: C31

Streszczenie: Model hedoniczny, który opisuje cenę dobra za pomocą jego istotnych charakterystyk, ma liczne zastosowania praktyczne. Jednakże jednym z warunków uzyskania wiarygodnych wyników jest wykorzystanie do estymacji modelu adekwatnego zestawu zmiennych objaśniających cenę dobra. W praktycznym zastosowaniu metod hedonicznych mogą pojawić się sytuacje, w których ważna zmienna niezależna nie może zostać ujęta w modelu, gdyż jest nieobserwowalna bądź bezpośrednio niemierzalna. Zdarza się również, że wykorzystanie zmiennej mierzonej na skali nominalnej jest problematyczne ze względu na występowanie obszernego zbioru jej wartości. W takich przypadkach należy rozważyć ujęcie w modelu tzw. zmiennej zastępczej. Celem prac było zbadanie zastosowania zmiennych zastępczych w procesie estymacji modeli hedonicznych i przetestowanie ich wpływu na otrzymane wyniki. Badania przeprowadzono z wykorzystaniem danych dotyczących wybranych dóbr – komputerów przenośnych i samochodów używanych – na rynkach polskich.

Słowa kluczowe: model hedoniczny, zmienna zastępcza, specyfikacja modelu.

Summary: A hedonic model that allows to describe the price of good by its significant characteristics has numerous practical applications. However, in order to obtain reliable results an adequate set of independent variables explaining the price of the good must be used in the process of model estimation. In practice, situations in which an important independent variable cannot be included in the model because it is unobservable or directly unmeasurable can arise. It also happens that the introduction of a variable measured on a nominal scale is problematic because of a large set of its values. In such cases, the application of proxy variables in the model should be considered. The aim of the study was to investigate the application of proxy variables in hedonic modelling and to test their effect on the obtained results. The study was conducted using data from selected Polish heterogeneous goods: laptops and used cars.

Keywords: hedonic model, proxy variable, model specification.

¹ Badanie zostało przeprowadzone w ramach projektu „Zastosowanie metod hedonicznych do uwzględniania różnic jakości dóbr we wskaźnikach dynamiki cen” (The Application of Hedonic Methods in Quality-Adjusted Price Indices). Projekt został sfinansowany ze środków Narodowego Centrum Nauki przyznanych na podstawie decyzji numer DEC-2013/09/N/HS4/03645.

1. Wstęp

Model hedoniczny jest modelem ekonometrycznym, który opisuje cenę dobra za pomocą kombinacji jego istotnych charakterystyk i ich indywidualnych wycen (tzw. cen hedonicznych). Zakłada się jednocześnie, że analizowane dobra są względnie homogeniczne, co oznacza, że zależność między ceną a charakterystykami może być adekwatnie opisana przez tę samą regresję hedoniczną ogólnej postaci (zob. [Brachinger 2002; Triplett 2006]):

$$\text{cena} = f(X, \beta, \varepsilon),$$

gdzie: X – wektor istotnych atrybutów dobra, β – wektor nieznanych parametrów, ε – składnik losowy modelu.

Model hedoniczny ma liczne zastosowania praktyczne, m.in. w oficjalnej statystyce cenowej do korygowania indeksów cenowych (w przypadku pojawienia się różnic w jakości dóbr); przy wycenie dóbr; do szacowania cen poszczególnych charakterystyk dóbr (w szczególności tych, których cena nie jest bezpośrednio obserwowana na rynku) czy też przy projektowaniu polityki cenowej przez producentów dóbr (zob. [Dziechciarz 2004]). Jednakże jednym z warunków uzyskania wiarygodnych wyników jest wykorzystanie do estymacji modelu hedonicznego adekwatnego i kompletnego zestawu zmiennych objaśniających cenę dobra. W praktycznym zastosowaniu metod hedonicznych mogą pojawić się sytuacje, w których ważna zmienna niezależna nie może zostać ujęta w modelu, gdyż jest nieobserwowalna bądź bezpośrednio niemierzalna. Zdarza się również, że wykorzystanie istotnej zmiennej mierzonej na skali nominalnej jest problematyczne ze względu na występowanie bardzo obszernego zbioru jej wartości. W takich przypadkach należy rozważyć ujęcie w modelu zmiennej zastępczej (*proxy variable*), która co prawda nie opisuje bezpośrednio jednego z atrybutów rozważanego dobra, jednakże jest ze zmienną nieobserwowalną powiązana i do pewnego stopnia wyraża wpływ tej zmiennej na cenę dobra. Oczywiście zmienna zastępcza ze względu na swoją naturę z dużym prawdopodobieństwem nie będzie tak dobrym predyktorem zjawiska opisywanego przez model jak zastępowana zmienna nieobserwowalna. W ogólnym przypadku można jednak pokazać, że ujęcie w modelu ekonometrycznym zmiennej zastępczej, nawet takiej, która przybliży naturę zmiennej nieobserwowalnej w niewielkim stopniu, wiąże się z mniejszym błędem niż zupełne pominięcie w tym modelu istotnej zmiennej objaśniającej (zob. [Wickens 1972; Frost 1979]). Praktyczny problem stanowić jednakże może wybór odpowiedniej zmiennej zastępczej, która w konkretnym przypadku w najbardziej adekwatny sposób odzwierciedli w modelu wpływ zmiennej bezpośrednio nieobserwowalnej.

Celem prezentowanej pracy było zbadanie zastosowania różnych zmiennych zastępczych w procesie estymacji modeli regresji hedonicznej i przetestowanie ich wpływu na jakość otrzymanych wyników. Badania przeprowadzono z wykorzystaniem danych dotyczących wybranych dóbr heterogenicznych – komputerów prze-

nośnych i samochodów używanych – na rynkach polskich. Bazy danych zostały utworzone z użyciem autorskiego narzędzia do gromadzenia danych ze stron internetowych. Opis narzędzia można znaleźć w pracy [Dziechciarz-Duda, Król 2014].

2. Zmienne zastępcze w modelu hedonicznym cen komputerów przenośnych marki ACER

Komputery osobiste, w tym komputery przenośne, są częstym obiektem analiz hedonicznych (zob. np. [Berndt, Rappaport 2001; Pakes 2003; Feenstra, Knittel 2009]). Stanowią one niemal idealny przykład zjawiska będącego podstawą teorii modeli hedonicznych, polegającego na tym, że konsumenci czerpią użyteczność nie z dobra jako takiego, a z poszczególnych jego atrybutów. W związku z powyższym cena, jaką konsument jest gotowy zapłacić za dobro, jest ceną określonego zestawu (wiązeki) atrybutów tego dobra. Oferta komputerów przenośnych dostępna na rynku jest bardzo bogata. Poszczególne modele występują w licznych wariantach, często tylko nieznacznie różniących się od siebie, na przykład ilością pamięci RAM czy typem dysku twardego. Konsumenci wybierają poszczególne warianty, kierując się swoimi indywidualnymi preferencjami.

Jedną z charakterystyk komputera osobistego, która bardzo istotnie wpływa na cenę tego dobra, jest wydajność centralnej jednostki obliczeniowej (procesora). Zmienna ta nie jest bezpośrednio obserwowalna, choć częściowo jest określona poprzez mierzalną i obserwowalną częstotliwość taktowania procesora. Każdy model procesora charakteryzuje się inną wydajnością, w związku z czym jedynym sposobem, aby ująć w całości wpływ tej zmiennej na cenę komputera, jest uwzględnienie w modelu hedonicznym szeregu zmiennych binarnych identyfikujących każdy z modeli z osobna. Jednakże jeśli w bazie danych znajdują się obiekty o bardzo zróżnicowanych modelach procesora, podejście takie będzie skutkowało specyfikacją modelu ze znaczną przewagą zmiennych zero-jedynkowych, co negatywnie wpłynie na jakość modelu. Jedną z możliwych zmiennych zastępczych w takim przypadku jest rodzina procesora (np. Intel I3, Intel I5, Intel Celeron, AMD itd.). Liczba potrzebnych do jej wprowadzenia do modelu zmiennych sztucznych będzie już stosunkowo niewielka. Jednakże wiadomo, że procesory należące do jednej rodziny są mocno zróżnicowane pod względem wydajności, co może oznaczać, że zabieg taki nie będzie w sposób wystarczający odzwierciedlał wpływu typu procesora na cenę komputera przenośnego. Inną zmienną zastępczą, jaka może przybliżyć wydajność procesora, jest testowanie wzorcowe (tzw. benchmark). Istnieje wiele programów, które testują wydajność procesorów i w zależności od uzyskanych rezultatów przyznają każdemu typowi procesora określoną liczbę punktów. Benchmark jest więc zmienną mierzoną na mocnej skali, która bezpośrednio jest związana z wydajnością procesora.

2.1. Zbiór danych

Dane wykorzystane w badaniu obejmują 199 modeli komputerów przenośnych marki ACER sprzedawanych w Polsce w I kwartale 2016 r. Źródłem danych była strona internetowa oferująca usługę porównywania cen produktów w różnych sklepach internetowych. Zebrane dane opisują cenę komputera² (CENA [zł]), częstotliwość taktowania procesora (CZESTOT [MHz]), rozdzielczość poziomą ekranu (ROZDZIEL [piksele]), pamięć RAM (RAM [GB]), pojemność dysku twardego (DYSK [GB]), przekątną ekranu (PRZEKATNA [cale]), typ dysku twardego (trzy warianty: HDD, SSD oraz HDD_SSD), ekran dotykowy (DOTYK) oraz system operacyjny (SYSTEM). Jako zmienne zastępcze dla wydajności procesora wykorzystane zostały: rodzina procesora (pięć wariantów: Intel Core I3, Intel Core I5, Intel Core I7, Intel Celeron i Intel Pentium) oraz punkty uzyskane przez procesor w teście Pass-Mark (<https://www.cpubenchmark.net>). Uzyskana w ten sposób zmienna zastępcza BENCHMARK okazała się silnie dodatnio skorelowana z ceną komputera (wsp. kor(lnCENA, BENCHMARK)=0,8249; *p*-value<0,0001).

2.2. Wyniki estymacji

W celu przetestowania wpływu zmiennych zastępczych na wyniki estymacji oszacowano cztery różne specyfikacje modelu hedonicznego cen komputerów przenośnych. Porównanie wyników prezentuje tabela 1.

Tabela 1. Porównanie wyników estymacji modeli hedonicznych cen komputerów przenośnych marki ACER (zmienna zależna: ln(CENA))

Nazwa zmiennej	Model (1)	Model (2)	Model (3)	Model (4)
1	2	3	4	5
stała	5,819 ^{***(a)}	6,310 ^{***}	6,134 ^{***}	6,309 ^{***}
CZESTOT	0,00038 ^{***}	0,00024 ^{***}	0,00019 ^{***}	0,00012 ^{***}
ROZDZIEL	0,00017 ^{***}	0,00012 ^{***}	0,00012 ^{***}	0,00010 ^{***}
RAM	0,0339 ^{***}	0,0136 ^{***}	0,0178 ^{***}	0,0104 ^{**}
DOTYK	0,3753 ^{***}	0,2932 ^{***}	0,2053 ^{**}	0,1895 [*]
HDD_SSD ^(b)	0,2594 ^{***}	0,1072 ^{**}	0,2083 ^{***}	0,1575 ^{***}
SSD	0,0850 ^{***}	0,1250 ^{***}	0,1505 ^{***}	0,1317 ^{***}
SYSTEM	0,00037 ^{***}	0,1355 ^{***}	0,1056 ^{***}	0,1463 ^{***}
DYSK	0,0230 ^{***}	0,00015 ^{***}	0,00019 ^{***}	0,00013 ^{**}
PRZEKATNA	0,0230 [*]	0,0103 [*]	0,0255 ^{***}	0,0199 ^{***}

² Jest to przeciętna cena wyznaczona na podstawie ofert z różnych sklepów internetowych z pomięciem 10% najniższych i najwyższych ofert.

Tabela 1, cd.

1	2	3	4	5
INTEL_I3 ^(c)			0,2953***	0,1934***
INTEL_I5			0,4254***	0,2614***
INTEL_I7			0,6377***	0,3166***
BENCHMARK		0,00011***		0,00010***
Skor. R ²	0,7359	0,7762	0,8850	0,9118
AIC	905,79	811,74	866,31	862,93
SC	938,73	847,97	909,13	914,04
MAE	0,1541	0,1206	0,1134	0,1034

(a) *** poziom istotności 0,01; ** poziom istotności 0,05; * poziom istotności 0,01; (b) Referencyjny typ dysku to HDD; (c) Referencyjne procesory to Intel Celeron i Intel Pentium

Źródło: opracowanie własne.

Ze względu na heteroskedastyczność składnika losowego wszystkie modele zostały oszacowane za pomocą ważonej metody najmniejszych kwadratów zaproponowanej w pracy [White 1980]. Dopasowanie modelu do danych oceniono za pomocą skorygowanego współczynnika determinacji R². Dodatkowo w celu porównania różnych specyfikacji wyznaczono kryteria informacyjne Akaike (AIC) i Schwarza (SC). Dokładność predykcji modelu oceniono za pomocą średniego błędu absolutnego (MAE).

Wszystkie uzyskane oceny parametrów okazały się istotnie statystycznie na poziomie istotności co najmniej 0,01. Znaki i wartości ocen parametrów są zgodne z oczekiwaniami. Model (1), który pomija wydajność procesora, jest dopasowany na poziomie ok. 74% i charakteryzuje się średnim błędem w wysokości ok. 0,15. Dołączenie benchmarku (model (2)) i rodziny procesora (model (3)) poprawia zarówno jakość modelu (R² równe odpowiednio ok. 77% i 88%), jak i błędy predykcji (odpowiednio ok. 1,12 i 0,11). Ostatnia specyfikacja (model (4)), która ujmuje obie zmienne zastępcze, ma najwyższe dopasowanie (ok. 91%) oraz najniższy średni błąd absolutny (ok. 0,1).

3. Zmienne zastępcze w modelu hedonicznym cen samochodów używanych typu sedan

Samochody osobowe to bardzo szeroka i różnorodna grupa, którą trudno byłoby opisać jednym modelem hedonicznym. Dlatego też w niniejszym badaniu ograniczono się do analizy jedynie samochodów typu sedan. Na cenę samochodu wpływają bardzo liczne jego charakterystyki, takie jak np. pojemność silnika czy typ paliwa (zob. np. [Reis, Santos Silva 2006; Matas, Raymond 2009]). Klasa samochodu (segment)

to umowny zbiór, do którego przyporządkowane są poszczególne modele samochodów. Określa ona wielkość samochodu, a pośrednio także jego komfortowość, luksusowość i przeznaczenie. Wyróżnia się sześć podstawowych segmentów:

1. segment A – samochody klasy mini – samochody przeznaczone wyłącznie do jazdy miejskiej, ekonomiczne, posiadające uboższe wyposażenie wnętrza i zazwyczaj niewielki bagażnik;

2. segment B – samochody małe – oferują więcej miejsca niż samochody klasy A, przeznaczone głównie na trasy miejskie i podmiejskie;

3. segment C – samochody kompaktowe (klasa niższa-średnia) – samochody uniwersalne średnich wymiarów przeznaczone do jazdy po mieście oraz na dłuższych trasach;

4. segment D – samochody rodzinne (klasa średnia) – samochody zapewniające komfortowe warunki podróżowania na dłuższych dystansach, bezpieczniejsze i bardziej luksusowe niż niższe klasy;

5. segment E – samochody klasy wyższej – samochody duże, komfortowe, bogato wyposażone, przeznaczone do podróżowania na dalekich trasach;

6. segment F – samochody luksusowe – limuzyny o najwyższym poziomie wyposażenia, komfortu i bezpieczeństwa.

Segment samochodu może stanowić przydatną zmienną zastępczą dla modelu samochodu, którą to zmienną ze względu na bardzo dużą liczbę wariantów trudno jest ująć w specyfikacji modelu hedonicznego.

3.1. Zbiór danych

Zbiór wykorzystanych w badaniu danych obejmuje 6052 oferty sprzedaży samochodów używanych typu sedan złożone przez osoby indywidualne w IV kwartale 2015 r. Źródłem danych była strona internetowa oferująca usługę dodawania ogłoszeń sprzedaży samochodów używanych. Każda oferta składa się z oferowanej ceny samochodu (CENA2 [zł]) oraz następujących podstawowych atrybutów samochodów: wiek (WIEK [lata]), pojemność silnika (POJEMNOSC [cm²]), przebieg (PRZEBIEG [tys. km]) oraz typ paliwa (dwie kategorie: BENZYNA, OLEJ). Dodatkowo samochody opisane są zmiennymi sztucznymi wskazującymi na historię ich użytkowania (trzy zmienne: zarejestrowany w Polsce (REJESTR), sprzedawany przez pierwszego właściciela (PIERWSZY) oraz serwisowany w autoryzowanym serwisie (SERWIS)). Jako zmienne zastępcze dla zmiennej model samochodu wykorzystano markę samochodu (27 marek) oraz segment.

3.2. Wyniki estymacji

W ramach przeprowadzonego badania na podstawie zebranych danych oszacowane zostały trzy różne modele hedoniczne cen samochodów używanych typu sedan: model, w którym zupełnie pominięto zmienną określającą model samochodu (model (5)), model, w którym zastosowano jedynie zmienną zastępczą określającą markę

samochodu, oraz model, w którym ujęto zarówno markę, jak i segment. Wyniki estymacji przedstawione są w tab. 2 i 3.

Tabela 2. Model hedoniczny cen samochodów używanych typu sedan bez zmiennych zastępczych (zmienna zależna: $\ln(\text{CENA2})$)

Nazwa zmiennej	Model (5)	Ocena jakości modelu	
stała	9,147 ^{***(a)}	Skor. R ²	0,6451
OLEJ ^(b)	0,3349 ^{***}	AIC	25285,28
POJEMNOSC	0,00051 ^{***}	SC	25332,23
WIEK*PRZEBIEG	-0,00036 ^{***}	MAE	0,4260
REJESTR	0,1503 ^{***}		
PIERWSZY	0,0412 ^{***}		
SERWIS	0,2008 ^{***}		

(a) ^{***} poziom istotności 0,01; ^{**} poziom istotności 0,05; ^{*} poziom istotności 0,01; (b) referencyjny typ paliwa to BENZYNA.

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 3. Porównanie wyników estymacji modeli hedonicznych cen samochodów używanych typu sedan (zmienna zależna: $\ln(\text{CENA2})$)

Nazwa zmiennej	Model (6)	Model (7)	Nazwa zmiennej	Model (6)	Model (7)
1	2	3	4	5	6
stała	8,510 ^{***(a)}	9,552 ^{***}	LEXUS	1,3970 ^{***}	1,1220 ^{***}
OLEJ ^(b)	0,2652 ^{***}	0,2318 ^{***}	MAZDA	0,8405 ^{***}	0,5801 ^{***}
POJEMNOSC	0,00035 ^{***}	0,00020 ^{***}	MERCEDES	1,3590 ^{***}	0,9774 ^{***}
WIEK*PRZEBIEG	-0,00041 ^{***}	0,00042 ^{***}	MITSUBISHI	0,6067 ^{***}	0,3474 ^{***}
REJESTR	0,1809 ^{***}	0,1800 ^{***}	NISSAN	0,5946 ^{***}	0,2973 ^{***}
PIERWSZY	0,0427 ^{***}	0,0407 ^{**}	OPEL	0,6578 ^{***}	0,3453 ^{***}
SERWIS	0,1471 ^{***}	0,1320 ^{***}	RENAULT	0,4746 ^{***}	0,3226 ^{***}
ALFA-ROMEO ^(c)	0,5918 ^{***}	0,2665 ^{***}	PEUGEOT	0,7339 ^{***}	0,3866 ^{***}
AUDI	1,2290 ^{***}	0,9648 ^{***}	SEAT	0,7619 ^{***}	0,7180 ^{***}
BMW	1,3570 ^{***}	0,9875 ^{***}	SKODA	1,004 ^{***}	0,8118 ^{***}
CHEVROLET	0,7693 ^{***}	0,6213 ^{***}	SUBARU	1,433 ^{***}	1,264 ^{***}
CHRYSLER	0,7271 ^{***}	0,3552 ^{***}	TOYOTA	1,1110 ^{***}	0,8197 ^{***}
CITROEN	0,8883 ^{***}	0,5741 ^{***}	VOLKSWAGEN	1,1320 ^{***}	0,8552 ^{***}
FIAT	0,3645 ^{***}	0,2139 [*]	VOLVO	1,1580 ^{***}	0,8850 ^{***}
FORD	0,6319 ^{***}	0,3882 ^{***}	SEGMENT_B ^(d)		-0,9222 ^{***}

1	2	3	4	5	6
HONDA	1,158***	1,060***	SEGMENT_C		-0,5538***
HYUNDAI	0,5352***	0,3347**	SEGMENT_D		-0,3916***
JAGUAR	1,0640***	0,7054***	SEGMENT_E		-0,1652***
KIA	0,5977***	0,3813***			
Skor. R ²	0,7359	0,7762			
AIC	905,79	811,74			
SC	938,73	847,97			
MAE	0,1541	0,1206			

(a) *** poziom istotności 0,01; ** poziom istotności 0,05; (b) referencyjny typ paliwa to BENZYNA; (c) referencyjna marka to DEAWOO; (d) referencyjny segment to segment F (w analizowanej bazie danych brak samochodów z segmentu A).

Źródło: opracowanie własne.

W celu korekty występującej heteroskedastyczności składnika losowego do oszacowania modeli zastosowano ważoną metodę najmniejszych kwadratów. Dopasowanie modelu do danych oceniono za pomocą skorygowanego współczynnika determinacji R², natomiast predykcję modelu za pomocą średniego błędu absolutnego (MAE).

Wszystkie oceny parametrów w modelach (5), (6) i (7) okazały się istotnie statystycznie na poziomie istotności co najmniej 0,05. Znaki i wartości ocen parametrów są zgodne z oczekiwaniami. Dopasowanie modelu (5) wynosi ok. 64%, a średni błąd absolutny ok. 0,43. Statystyki te poprawiają się dramatycznie po włączeniu do specyfikacji zmiennej określającej markę samochodu: R² wzrasta do ok. 74%, a MAE spada do ok. 0,15. Najlepsze wyniki daje model (7), który ujmuje również zmienną zastępczą określającą segment.

4. Zakończenie

Rezultaty przeprowadzonych badań pokazują, że ujęcie w modelach hedonicznych zmiennych zastępczych może poprawić zarówno jakość modelu, jak i uzyskiwane prognozy. Modele ze zmiennymi zastępczymi okazały się być lepiej dopasowane w porównaniu ze specyfikacjami, w których pominięto ważną zmienną objaśniającą, oraz charakteryzowały się mniejszymi przeciętnymi błędami predykcji. Ponadto modele, które bardziej kompleksowo obejmowały problem włączenia zmiennej zastępczej (model (4) dla komputerów przenośnych oraz model (7) dla samochodów osobowych), okazały się lepsze od pozostałych zaproponowanych specyfikacji. Ujęcie zmiennych zastępczych w modelach hedonicznych powinno być rozważone również w takich przypadkach, gdy uzyskana ocena parametru nie ma klasycznej interpretacji ceny hedonicznej (ze względu na naturę zmiennej zastępczej).

Literatura

- Berndt E., Rappaport N., 2001, *Price and quality of desktop and mobile personal computers: a quarter-century historical overview*, The American Economic Review, vol. 91(2), s. 268–273.
- Brachinger H.W., 2002, *Statistical Theory of Hedonic Price Indices*, DQE Working Papers, no. 1, Department of Quantitative Economics, University of Freiburg/Fribourg, Switzerland.
- Dziechciarz J., 2004, *Regresja hedoniczna. Próba wskazania obszarów stosowalności*, [w:] *Przestrzenno-czasowe modelowanie i prognozowanie zjawisk gospodarczych*, red. A. Zeliaś, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej, Kraków, s. 163–175.
- Dziechciarz-Duda M., Król A., 2014, *Regresja hedoniczna i Conjoint analysis w badaniu cen rynkowych i preferencji konsumentów*, Studia Ekonomiczne, Metody ilościowe w badaniach marketingowych, nr 195/14, red. E. Gatnar, G. Maciejewski, s. 33–43.
- Feenstra R., Knittel C., 2009, *Re-assessing the U.S. Quality Adjustment to computer prices: the role of durability and changing software*, [w:] *Price Index Concepts and Measurements*, eds. W.E. Diewert, J. Greenlees, C. Hulten, University of Chicago Press, Chicago.
- Frost P.A., 1979, *Proxy variables and specification bias*, The Review of Economics and Statistics, vol. 61(2), s. 323–325.
- Matas A., Raymond J., 2009, *Hedonic prices for cars: an application to the Spanish car market, 1981–2005*, Applied Economics, vol. 41(22), s. 2887–2904.
- Pakes A., 2003, *A reconsideration of hedonic indices with an application to PC's*, The American Economic Review, vol. 93(5), s. 1578–1596.
- Reis H., Santos Silva J., 2006, *Hedonic prices indexes for new passenger cars in Portugal (1997–2001)*, Economic Modelling, vol. 23(6), s. 890–908.
- Triplet J., 2006, *Handbook on Hedonic Indexes and Quality Adjustments in Price Indexes*, OECD Directorate for Science, Technology and Industry, OECD Publishing, Paris.
- Wickens M.R., 1972, *A note on the use of proxy variables*, Econometrica, vol. 40(4), s. 759–761.
- White H., 1980, *A heteroskedasticity-consistent covariance matrix estimator and a direct test for heteroskedasticity*, Econometrica, vol. 48, no. 4, s. 817–838.