BADANIA OPERACYJNE I DECYZJE

Nr 3–4 2007

Bogusław GUZIK*

IZOKWANTY EFEKTYWNOŚCI CZĄSTKOWEJ ZE ZMIENNĄ WYDAJNOŚCIĄ ORAZ ZMIENNĄ NAKŁADOCHŁONNOŚCIĄ

W artykule zaproponowano inną, niż klasyczna, interpretację izokwanty. Zamiast klasycznego traktowania izokwanty jako funkcji wielkości nakładów (lub wyników) przyjęto, że jest ona funkcją współczynników odpowiednio: wydajności czynników, nakładochłoności efektów. Wskazano niektóre zastosowania tak określonych izokwant (nazwano je izokwantami efektu cząstkowego, ICE), m.in. dotyczące badania efektywności technicznej czy zmian technologicznych.

Słowa kluczowe: *izokwanta ze zmienną wydajnością, izokwanta ze zmienną nakładochłonnością, efektywność technologiczna, technologie*

1. Wstęp

Rozważania na temat izokwant są standardem w analizie mikro- i makroekonomicznej, szczególnie w zagadnieniach optymalizacji czy zagadnieniach badania efektywności. Pojęcie to należy do kanonu słownika ekonomicznego i w zasadzie nie ma potrzeby wskazywania używających go autorów, gdyż byłby to swoisty katalog wszystkich ekonomistów.

Klasyczna interpretacja izokwanty jest powszechnie znana: np. izokwanta wyniku wskazuje, jakie muszą być poczynione nakłady czynników, aby przy danej technologii uzyskać założony wynik. W artykule podjęto próbę sformułowania alternatywnej interpretacji izokwanty.

* Katedra Ekonometrii, Akademia Ekonomiczna, al. Niepodległości 10, 60-967 Poznań, e-mail: b.guzik@ae.poznan.pl

Rozpatrzono dwa przypadki:

a) skalarną **izokwantę wyniku**, która – jak wiadomo – dotyczy sytuacji, gdy jeden wynik działalności, powiedzmy Y, uzyskiwany jest w rezultacie ponoszenia kilku nakładów, powiedzmy $X_1, X_2, ..., X_R$;

b) skalarną **izokwantę nakładu**, dotyczącą sytuacji, gdy jeden nakład, X, służy do wytwarzania kilku wyników: $Y_1, Y_2, ..., Y_S$.

Mowa będzie o izokwantach **liniowych**, ale – co oczywiste – uogólnienie na przypadek izokwant nieliniowych jest bezpośrednie.

W ilustracjach będziemy się odwoływać do wykresów dwuwymiarowych. Wielkości nakładu (lub wyniku), czyli liczby, oznaczane będą małymi literami, zmienne natomiast dużymi.

(Liniowa) *izokwanta wyniku* ma postać:

$$W_1^* X_1 + ... + W_R^* X_R = Y, \tag{1}$$

natomiast (liniowa) *izokwanta nakładu*, to

$$N_1^* Y_1 + ... + N_S^* Y_S = X. \tag{2}$$

Przyjmujemy, że wszystkie współczynniki W_r^* oraz wszystkie współczynniki N_s^* są dodatnie, a także wszystkie wartości nakładów oraz efektów są nieujemne, a tam gdzie występują dzielenia – są one dodatnie.

Zakładamy, że czynniki $X_1, ..., X_R$ występujące w izokwancie wyniku są **substytucyjne**. Substytucyjne też są wyniki $Y_1, ..., Y_S$ występujące w izokwancie nakładu. Można to założenie zawęzić, np. że substytucja ma miejsce tylko w pewnym stopniu. Tego jednak – przynajmniej dla wyjaśnienia idei podejścia – nie musimy przesądzać.

Dalej przyjmujemy, że izokwanty podano w postaci *jednostkowej.* W przypadku izokwanty wyniku podano więc takie wielkości $W_1, ..., W_R$, że przy nakładach $X_1, ..., X_R$ wynik wynosi 1

$$W_1 X_1 + ... + W_R X_R = 1 . \tag{3}$$

W przypadku izokwanty nakładu podano natomiast takie współczynniki $N_1, ..., N_S$, że przy wynikach $Y_1, ..., Y_S$ całkowity nakład wynosi 1

$$N_1 Y_1 + ... + N_S Y_S = 1. \tag{4}$$

Oczywiście:

$$W_r = \frac{W_r^*}{Y} \qquad (r = 1, ..., R), \tag{5}$$

$$N_s = \frac{N_s^*}{X} \qquad (s = 1, ..., S). \tag{6}$$

Badanie izokwant jednostkowych nie powoduje utraty ogólności[1], a jest wygodniejsze.

2. Izokwanta efektywności cząstkowej w przestrzeni wydajności

Tradycyjna (klasyczna) izokwanta wyniku (3) to funkcja względem nakładów X_r, której współczynniki w_r są znane, czyli

$$w_1 X_1 + ... + w_R X_R = 1. \tag{7}$$

Jej argumentami są nakłady X_r i określa ona, jakie powinny być nakłady, żeby – przy danych współczynnikach w_r – osiągnąć wynik jednostkowy. Współczynniki w_r to *wydajności,* czyli *produktywności*, czynników. W równaniu (7) są to wielkości znane.

Z równania (3) – co oczywiste – można jednak wyprowadzić inny „alternatywny" rodzaj izokwanty, w której zmiennymi są **wydajności** czynników a parametrami są **wielkości nakładów**.

$$W_1 x_1 + ... + W_R x_R = 1. \tag{8}$$

Taka izokwanta określa, jakie przy danym poziomie nakładów x_1, ..., x_R powinny być wydajności W_1, ..., W_R poszczególnych czynników, żeby uzyskać wynik jednostkowy. Jej argumentami są więc wydajności W_r (a znanymi współczynnikami są wielkości nakładu x_r) i dlatego będziemy mówić o izokwancie w *przestrzeni wydajności.* Wymiar zmiennej W_r to

[jednostka pomiaru wyniku Y] / [jednostkę pomiaru czynnika r-tego][2].

Wobec substytucji nakładów niezbędnych dla wytworzenia danego wyniku, równanie (8) oznacza, że możliwa (a w innych kontekstach – konieczna) jest substytucja wydajności czynników, a więc że w ślad za zmniejszeniem wydajności jednego czynnika można (trzeba) zwiększyć wydajność drugiego. Nie jest to niczym zaskakującym.

Tak rozumiana wydajność jest swego rodzaju *cząstkową efektywnością* danego w stosunku do danego wyniku[3]. Dlatego izokwantę (8) można nazwać *izokwantą efektu cząstkowego* (*ICE*). W rozpatrywanym obecnie przypadku ów efekt cząstkowy

---

[1] Gdyż każdą izokwantę z wyrazem wolnym $c > 0$ otrzymujemy mnożąc współczynnik izokwanty jednostkowej przez c.

[2] Na przykład jeśli efekt mierzony jest w sztukach, nakład X_1 – w mln zł, a nakład X_2 – w osobach, to W_1 ma wymiar szt./mln zł, a W_2 – wymiar szt./osobę.

[3] Więcej na ten temat powiemy pod koniec rozdziału.

dotyczy wydajności czynnika, co można zaznaczyć pisząc ICE_W. Izokwantę (8) można też nazwać izokwantą ze *zmienną wydajnością.*

Aby się przekonać, że rzeczywiście W_r jest cząstkową wydajnością czynnika r-tego, wystarczy przekształcić równanie (8):

$$W_r = \frac{1 - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq r}}^{R} W_i \, x_i}{x_r}, \tag{9}$$

czyli W_r to iloraz tej *cząstki* wyniku (licznik ułamka), która przypada na x_r jednostek analizowanego nakładu, a więc wydajność nakładu r-tego.

Ponieważ rozpatrywane tu izokwanty są liniowe, wydajność *przeciętna* W_r jest równa wydajności *krańcowej*. Przekonuje o tym proste obliczenie pochodnej cząstkowej lewej strony (3) względem X_r.

Przykład 1

W dwóch przedsiębiorstwach stwierdzono następujące wielkości wyniku Y oraz nakładów X_1, X_2.

Tabela 1. Wyniki i nakłady czynników produkcji w dwóch przedsiębiorstwach

	Wynik	Nakład X_1	Nakład X_2
Przedsiębiorstwo 1	10	4	2
Przedsiębiorstwo 2	20	4	5

Ź r ó d ł o : Dane umowne.

Jednostkowe izokwanty ICE_W mają postać:

$$I_1: \quad 0{,}4W_1 + 0{,}2W_2 = 1,$$

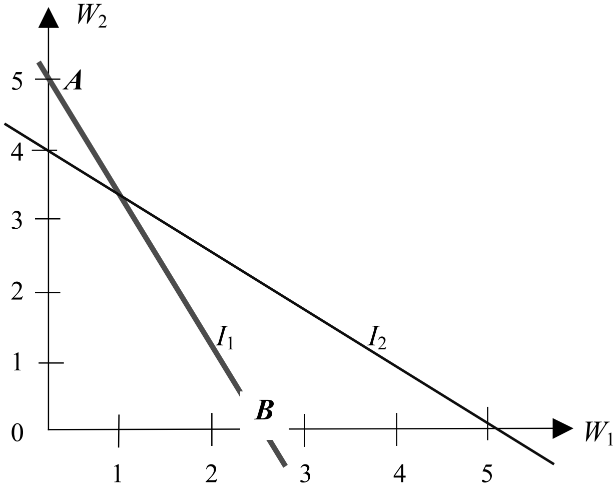
$$I_2: \quad 0{,}2W_1 + 0{,}25W_2 = 1.$$

Ich przebieg w przestrzeni wydajności (W_1, W_2) pokazano na rysunku 1.

Przykładowo, izokwanta I_1 to zbiór takich kombinacji wydajności czynników pierwszego i drugiego (w_1, w_2), że wynik działalności jest równy 1. Gdyby postanowiono zredukować do zera nakład czynnika pierwszego (a zatem i jego wydajność)[4], wówczas utrzymanie dotychczasowego wyniku wymagałoby wzrostu wydajności czynnika drugiego aż do 5; i odwrotnie – gdyby postanowiono zredukować do zera nakład czynnika drugiego, wydajność czynnika pierwszego musiałaby się zwiększyć aż do 2,5. W praktyce występują sytuacje pośrednie: dla uzyskania wyniku niezbędna

[4] Co jest oczywiście niekoniecznie możliwe.

jest jakaś niezerowa wydajność czynnika pierwszego i jakaś niezerowa wydajność czynnika drugiego.



Rys. 1. Izokwanty w przestrzeni wydajności
Źródło: Opracowanie własne.

Izokwanta ICE_W nie określa, który punkt izokwanty odpowiada aktualnie występującym wydajnościom czynników. Wiemy tylko, że ten punkt leży na izokwancie (np. w wypadku przedsiębiorstwa 1 jest to jakiś punkt na odcinku *AB*). Izokwanta jest więc zbiorem *potencjalnych* kombinacji wydajności, przynoszących przy danych nakładach określony efekt. Niemniej izokwanta ICE_W wskazuje, jaka musi być wydajność jednego czynnika, aby uzyskać założony wynik. Na przykład w przypadku przedsiębiorstwa 1 wydajność pierwszego czynnika musi być taka, że

$$W_1 = (1 - 0{,}2W_2)/0{,}4 \quad \text{dla} \quad W_2 \leq 5.$$

Taka „nieokreśloność" wydaje się wadą proponowanej interpretacji na tle interpretacji klasycznej. Chcemy jednak zwrócić uwagę na dwie okoliczności:

1. Klasyczna izokwanta też jest „nieokreślona", podaje bowiem *potencjalne* wielkości przy pozostałych wielkościach ustalonych. Tymi *potencjalnymi* wielkościami są rozmiary nakładów $X_1, ..., X_R$.

2. Klasyczna interpretacja ilorazu

$$\text{wynik/pojedynczy czynnik (czyli ilorazu } Y/X_r)$$

jako wydajności przeciętnej i jako przeciętnej efektywności danego czynnika wydaje się myląca. Iloraz ów ma bowiem znaczenie tylko **czysto statystyczne**, jako pewien wskaźnik, i nawet nie określa wydajności przeciętnej, bo ta – jak pokazuje wzór (9) – wynosi

$$W_r = \frac{1 - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq i}}^{R} W_i x_i}{x_r}.$$

„Klasyczny” iloraz „wydajności przeciętnej”

$$\widetilde{W}_r = \frac{Y}{x_r} \tag{10}$$

jest równy wydajności przeciętnej W_r tylko wtedy, gdy nakłady wszystkich pozostałych czynników x_i ($i \neq r$) są zerowe.

Ponadto – zwróćmy uwagę – nie można, jak to ma miejsce w interpretacji „klasycznej” przyjąć, że *efektem zastosowania jednostki czynnika r-tego jest wynik w wysokości* Y/X_r. W tym ilorazie nakładowi X_r przypisano bowiem *całość* wyniku, podczas gdy – zakładając substytucję czynników – z owym nakładem może być wiązana tylko *cząstka* wyniku. Określa ją licznik wzoru (9)[5].

3. Przykłady zastosowań izokwanty ICE_W

3.1. Ustalanie intensywności wykorzystania czynników (krańcowa stopa substytucji)

Warto zauważyć rzecz podstawową, że izokwanta ICE_W określa *intensywność* wykorzystania czynników. Jeśli na przykład weźmiemy pod uwagę izokwantę I_1, to w przedsiębiorstwie 1 przy zaobserwowanym zasobie czynników $x_1 = 4$ oraz $x_2 = 2$, wynik $y = 10$ (zob. tab. 1) uzyskuje się przy wydajnościach czynników spełniających równanie izokwanty:

$$4W_1 + 2\,W_2 = 10,$$

np. mogą to być warianty:

a) $w_1 = 2{,}0$ i $w_2 = 1{,}0$,

czy też

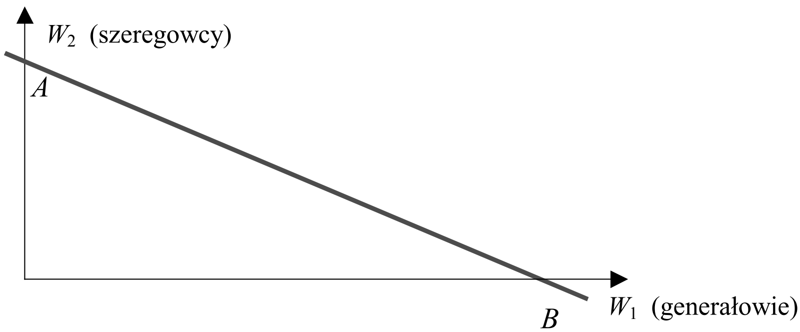
b) $w_1 = 1{,}5$ i $w_2 = 2{,}0$.

[5] Dodatkowo, gdybyśmy uwierzyli w „klasyczną” interpretację wydajności przeciętnej, wartość lewej strony wzoru (8), czyli $W_1x_1 + \ldots + W_R x_R$ będzie równa R-krotności efektu.

Zmniejszenie intensywności wykorzystania czynnika pierwszego o 25%, z poziomu 2,0 do poziomu 1,5, wymaga 100% zwiększenia intensywności wykorzystania zasobu czynnika drugiego (z poziomu 1,0 do poziomu 2,0)[6].

Przykład 2 (*Kto wykonał robotę – generałowie i szeregowcy?*)

Powiedzmy, że wojsko składa się z generałów (szefów) – w liczbie x_1 oraz szeregowców (wykonawców) – w liczbie x_2. Nakazano zdobycie wzgórza 762. Kombinacje wysiłku szeregowców i generałów przy zdobywaniu wzgórza ilustruje izokwanta, podana na rysunku 2.



Rys. 2. Izokwanta *ICE*
Ź r ó d ł o: Opracowanie własne.

Jeśli generałowie są coraz bardziej asertywni, szeregowcy muszą walczyć bardziej intensywnie. Odpowiada to przemieszczaniu się w górę po izokwancie w stronę punktu *A*. W granicznym wypadku, gdy generałowie uciekną (ich wydajność spadnie do zera), szeregowcy muszą całą robotę wykonać sami. Jeśli jednak w armii nastąpi rozprzężenie, generałowie, by uchronić się przed sądem wojennym, muszą zwiększyć intensywność swojej pracy i oprócz pełnienia obowiązków dowódczych stać się zwykłymi żołnierzami. W granicznym wypadku, jeśli w wojsku wybuchnie bunt, generałowie muszą zdobyć wzgórze sami[7], czemu odpowiada przemieszczenie się do punktu *B*. Czytelnik zauważy, że zwykle generałów jest mniej niż szeregowców i wobec tego wzrost intensywności wysiłku pojedynczego generała musi być wielokrotnie większy od spadku intensywności wysiłku pojedynczego szeregowca.

3.2. Zagadnienie partycypacji

Za pomocą izokwanty efektu cząstkowego określa się, jaką część przedsięwzięcia można przypisać poszczególnym czynnikom. W przykładzie 2 mieliśmy dwie skrajne

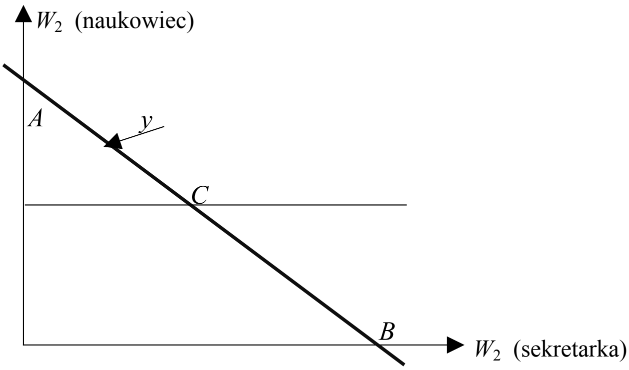
[6] Jest to badanie krańcowej stopy substytucji *wydajności czynników.*

[7] Osoby, które kiedykolwiek piastowały stanowisko kierownicze, znają to zjawisko.

sytuacje: gdy całą robotę wykonują szeregowcy (ich partycypacja wynosi 1, a generałów 0) albo gdy całą robotę wykonują generałowie (teraz ich udział wynosi 1, a szeregowców 0). Punkty między *A* oraz *B* to punkty pośrednie. A oto przykład podobnej natury.

Przykład 3. (*Kto napisał książkę – naukowiec czy sekretarka?*)

Wynikiem pracy naukowej jest napisanie książki. Autorem jest naukowiec, ale do pomocy ma sekretarkę, która przepisuje rękopis, wykonuje rysunki i obliczenia, a niekiedy nawet korekty. Te same prace techniczne może jednak wykonać i naukowiec. Izokwanta przedsięwzięcia dotyczącego napisania książki może być taka, jak na rysunku 3.



Rys. 3. Izokwanta ICE_W dla opracowywania książki
Ź r ó d ł o: Opracowanie własne.

Choć nie można wykluczyć, że książkę napisze wyłącznie sekretarka (co odpowiada przemieszczeniu do punktu *B*), przyjmijmy jednak, że jest ona dziełem naukowca. Odpowiada temu ucięcie izokwanty od pewnego stosownie wysokiego poziomu na osi „naukowiec". Izokwantą jest odcinek *AC*.

Jako stopień partycypacji naukowca w przedsięwzięciu, oznaczmy ów stopień przez λ ($0 \le \lambda \le 1$), można, na przykład, uznać rozwiązanie liniowej wypukłej kombinacji punktów skrajnych:

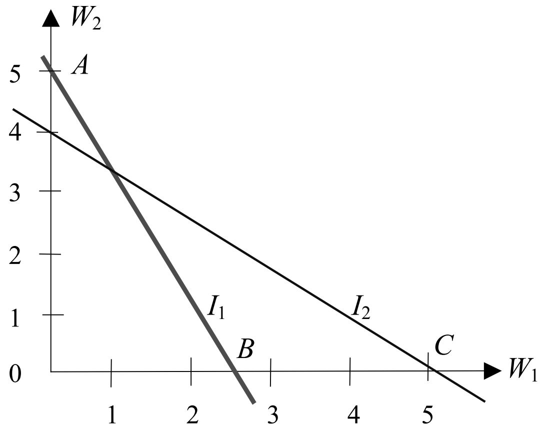
$$A + (1 - \lambda)\, B = y\,, \tag{11}$$

względem λ, gdzie y – punkt z izokwanty.

3.3. Badanie efektywności obiektów gospodarczych

Przykład 4 (*Które przedsiębiorstwo jest efektywniejsze?*)

Poniżej przytoczono rysunek 1 dotyczący dwóch przedsiębiorstw z przykładu 1. Punkt *B* na rysunku 4 jest miejscem przecięcia się obu izokwant, a jego współrzędne to (0,833; 3,333). Jeśli wydajność $0 \le W_1 < 0{,}833$, to efektywniejsze jest przedsiębiorstwo pierwsze, bo – przy tej samej wydajności pierwszego czynnika (a zatem identycznym nakładzie czynnika pierwszego) – jednostkowy wynik uzyskiwany jest w nim przy większych wartościach wydajności W_2 (a zatem przy mniejszych nakładach czynnika drugiego) niż w przedsiębiorstwie pierwszym.



Rys. 4. Izokwanty dla przedsiębiorstw
Ź r ó d ł o: Opracowanie własne.

Z kolei dla $3 \geq W_1 > 0{,}833$ efektywniejsze jest przedsiębiorstwo drugie, bo jego jednostkowa izokwanta I_2 w przestrzeni wydajności góruje nad izokwantą I_1 (co znaczy, że dla tej samej wydajności W_1 w przedsiębiorstwie 2 krańcowa wydajność W_2 jest większa).

3.4. Intensywność wykorzystania generacji czynników

Powiedzmy, że jako kolejne nakłady traktuje się kolejne generacje czynnika (lub czynników), np. bada się kolejne generacje majątku trwałego. Analiza na podstawie izokwant ICE_W mogłaby pomóc w ustaleniu, z jaką intensywnością należy wykorzystywać poszczególne generacje czynnika.

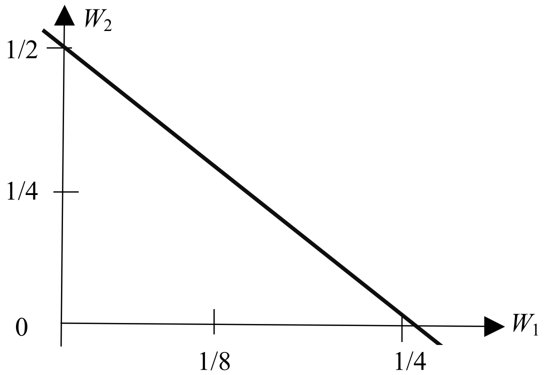
Przykład 5 (*Z jaką intensywnością wykorzystać generacje majątku?*)

W firmie występują dwie generacje majątku. Wartość netto pierwszej z nich (starszej) wynosi 20, a drugiej (nowszej) 10 jednostek. Oba rodzaje majątku są jednocześnie wykorzystywane przy produkcji. Wynik działalności jest równy 5.

Izokwantę jednostkową

$$4W_1 + 2W_2 = 1,$$

dotycząca obu generacji majątku, ilustruje rysunek 5.



Rys. 5. Izokwanta ICE_W dla dwóch generacji majątku
Źródło: Dane umowne.

Planuje się ograniczenie czasu pracy starych urządzeń do połowy, czyli do $w_1 = 1/4$. W takim wypadku intensywność wykorzystania nowych maszyn musi być zwiększona do $w_2 = 1/4$.

3.5. Analiza zmian technologicznych w długim okresie

Z praktycznego punktu widzenia różnica między izokwantą klasyczną a izokwantą *ICE* jest taka, że izokwanta klasyczna podaje **propozycje wielkości nakładów**, jakie trzeba ponieść, by uzyskać założony wynik przy założonych wydajnościach czynników (ustalonych jednostkowych „normach” nakładu), a więc ustalonej technologii. Izokwanta ICE_W podaje zaś **propozycje takich technologii** (czyli takich wydajności), które przy zastosowanych wielkościach nakładu pozwolą uzyskać założony efekt. Pierwsza (klasyczna) jest więc bardziej ukierunkowana na działanie **doraźne** – plan produkcji można zmienić z dnia na dzień, druga – raczej na działanie **długofalowe** – na ewentualne dochodzenie do „docelowej” wydajności czynników, czyli „docelowej” technologii.

W każdym razie izokwanta ICE_W wskazuje na ścieżkę przemieszczania się technologii. Oczywiście niekoniecznie możliwe są wszystkie przemieszczenia po całym zakresie izokwanty (np. w przypadku izokwanty I_1 na rysunku 1 – na całym odcinku *AB*), ale, być może, po jakiejś jej części, wokół technologii stosowanej obecnie. Izokwanta ICE_W może być wykorzystywana do badań nad restrukturyzacją firmy, branży czy nawet gospodarki.

Przykład 6 (*Jak zmienić technologię?*)

W dwóch krajach zaobserwowano następujące wielkości produktu krajowego brutto *Y* oraz nakładów pracy *L* i majątku *K* (tab. 2).

Tabela 2. PKB oraz majątek i nakład pracy w dwóch krajach

	PKB (*Y*)	Praca (*L*)	Kapitał (*K*)
Kraj 1	10	5	8
Kraj 2	20	8	20

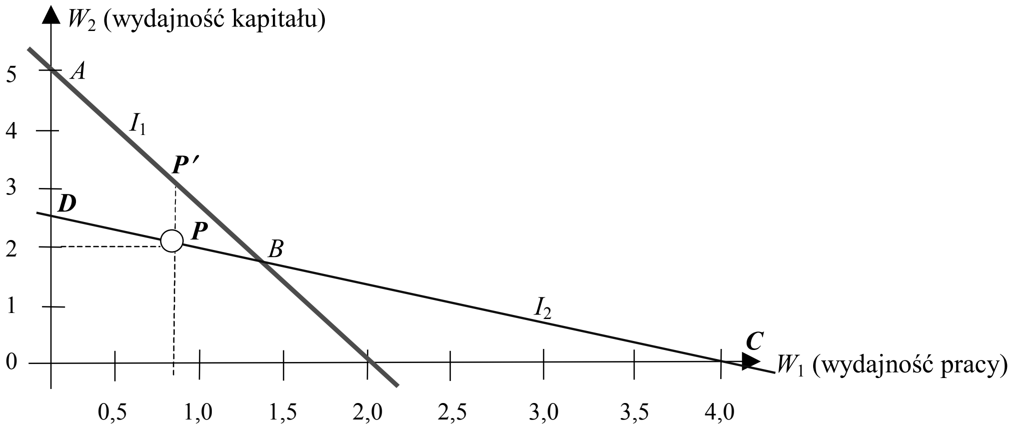
Ź r ó d ł o: Dane umowne.

Jednostkowe izokwanty PKB w przestrzeni wydajności czynników (pracy i kapitału) wyrażają się wzorami:

$$I_1: \quad 0{,}5\ W_1 + 0{,}2\ W_2 = 1,$$

$$I_2: \quad 0{,}25\ W_1 + 0{,}4\ W_2 = 1.$$

Izokwanty ICE_W dla PKB obu krajów podano na rysunku 6.



Rys. 6. Izokwanty PKB
Ź r ó d ł o: Opracowanie własne.

W kraju drugim zamierza się zwiększyć kapitalizację gospodarki, tak iż 80% PKB będzie skutkiem nakładów majątku, a 20% skutkiem nakładów pracy. Czy to jest racjonalne, gdyby przyjąć, że po zmianie technologii kraj ten będzie się „poruszał" po dotychczasowej izokwancie?

Założenie, że za wynik w 80% będzie „odpowiadał" majątek oznacza znalezienie takiego punktu *P* na izokwancie I_2, że

$$P = \lambda\, D + (1 - \lambda)\, C, \quad \text{gdzie } \lambda = 0{,}8, \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ 2{,}5 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 4{,}0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Punktowi *D* odpowiada 100% partycypacja majątku w wyniku, dlatego mnożymy go przez λ. Punktowi *C* natomiast odpowiada 0% partycypacja majątku oraz 100% partycypacja zatrudnienia (pracy). Otrzymujemy

$$P = 0{,}8 \begin{bmatrix} 0 \\ 2{,}5 \end{bmatrix} + 0{,}2 \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}8 \\ 2{,}0 \end{bmatrix}.$$

Ten punkt leży poniżej izokwanty ICE_W dla kraju pierwszego i dlatego trzeba uznać, że stosowanie w kraju pierwszym technologii odpowiadającej punktowi P nie będzie efektywne. Lepszą technologią, przy wydajności pracy W_1 = 0,8 byłaby technologia wzięta z izokwanty I_1, czyli punkt P' [8].

4. Izokwanty *ICE* w przestrzeni nakładochłonnosci

Powyżej omawiano izokwanty efektywności cząstkowej *ICE* ukierunkowane na wyniki (czyli w przestrzeni wydajności, ICE_W). Inny rodzaj izokwant *ICE* to izokwanty ukierunkowane na nakłady (w przestrzenie nakładochłonności). Będziemy je oznaczać przez ICE_N. Rozpatrujemy przypadek, gdy kilka efektów uzyskiwanych jest za pomocą jednego nakładu.

Jednostkowa izokwanta ICE_N ma postać:

$$N_1 y_1 + ... + N_S y_S = 1. \tag{12}$$

Określa ona, jakie – przy danym poziomie wyników $y_1, ..., y_S$ muszą być współczynniki *nakładochłonności* $N_1, ..., N_S$, ażeby możliwe było uzyskanie tych wyników przy jednostkowym nakładzie czynnika.

Argumentami izokwanty ICE_N są *nakładochłonności* czynnika X względem poszczególnych wyników $Y_1, ..., Y_S$. Parametrami są natomiast zanotowane wielkości wyników $y_1, ..., y_S$. Izokwanta (12) dotyczy więc przestrzeni nakładochłonności. Współczynnik nakładochłonności ma wymiar:

[jednostka pomiaru nakładu/jednostka pomiaru wyniku Y_S].

Z tego, że N_s jest pochodną cząstkową lewej strony (12) względem y_s wynika, iż – w przypadku izokwanty liniowej – jest to *nakładochłonność krańcowa*.

W przedstawionym sformułowaniu zakłada się, że wyniki $Y_1, ..., Y_S$ są względem siebie substytucyjne (konkurencyjne). Równanie (12) oznacza więc, że możliwa jest *substytucja nakładochłonności* działalności przynoszącej wynik Y_s względem nakładochłonności działalności przynoszącej wynik Y_m ($m \neq s$). Czyli że zwiększenie nakladochłonności przy wytwarzaniu jednego wyniku może być zrekompensowane spadkiem nakładochłonności przy wytwarzaniu innego wyniku.

[8] Naturalnie, badanie izokwant dla innych krajów mogłoby dostarczyć sugestii, że jest jeszcze lepsza izokwanta.

Przykład 7

Przy użyciu danego czynnika X wytwarzane są dwa efekty: Y_1 oraz Y_2. Wielkości nakładu oraz efektów w poszczególnych obiektach podano w tabeli 3.

Tabela 3. Wyniki oraz nakład w dwóch przedsiębiorstwach

	Nakład	Wynik Y_1	Wynik Y_2
Przedsiębiorstwo 1	5	4	5
Przedsiębiorstwo 2	20	8	15

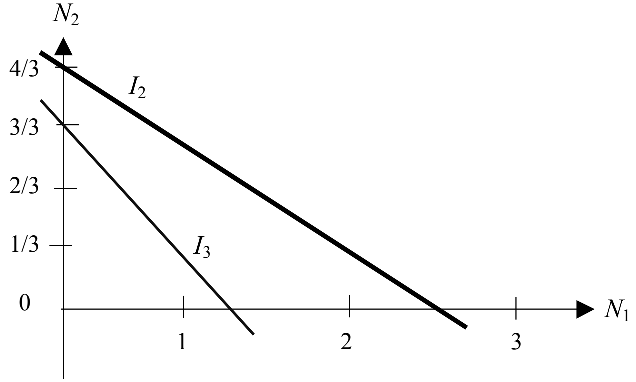
Ź r ó d ł o: Dane umowne.

Dotyczące poszczególnych przedsiębiorstw jednostkowe izokwanty ICE_N wyrażają się jako:

$$I_1 : 0{,}8N_1 + 1{,}0N_2 = 1,$$

$$I_2 : 0{,}4N_1 + 0{,}75N_2 = 1.$$

Określają one, jakie muszą być nakładochłonności, aby za pomocą jednostkowego nakładu czynnika można było zrealizować wyniki y_1 oraz y_2 podane jako współczynniki izokwanty. Przebieg podanych izokwant w przestrzeni nakładochłonności (N_1, N_2) przedstawiono na rysunku 7.



Rys. 7. Izokwanta ICE w przestrzeni nakładochłonności
Ź r ó d ł o: Opracowanie własne.

Izokwanta I_2 jest zbiorem tych kombinacji (n_1, n_2) nakładochłonności czynnika przy wytwarzaniu wyniku Y_1 oraz Y_2, które przy jednostkowym nakładzie pozwolą uzyskać odpowiednio 0,8 jednostek wyniku pierwszego oraz 1,0 jednostkę wyniku drugiego.

Zastosowania izokwanty ICE_N są takie, jak izokwanty ICE_W. W szczególności może ona służyć do oceny efektywności obiektów gospodarczych. W omawianym przykładzie przedsiębiorstwo pierwsze jest bezwzględnie bardziej efektywne od przedsiębiorstwa drugiego, gdyż rozpatrujemy nakładochłonności (jest tym lepiej, im jest ona mniejsza), a izokwanta I_1 dla wszystkich $N_1 \geq 0$ ogranicza izokwantę N_2 **od dołu**. Oznacza to, że dla $N_1 \geq 0$ nakładochłonność w przedsiębiorstwie drugim w zakresie obu wyników jest większa (gorsza) niż w przedsiębiorstwie 1.

Efficiency isoquants as a function of input productivities or input – absorption of outputs

Classic interpretation of the isoquant is well-known, e.g., the output isoquant informs us about the quantities of inputs that are needed to produce a given amount of output, assuming that the production technology is given. The article is an attempt to formulate an alternative interpretation of the isoquant.

The author considers two situations: (a) a scalar output isoquant (one output is produced with more than one input), (b) a scalar input isoquant (one input is used to produce more than one output). In the article, instead of using classic isoquant interpretation (that isoquant is a function of input or output quantities), it is assumed that the isoquant is a function of input productivities or input-absorption of outputs. The quantities of inputs and outputs are constant. This kind of isoquant is called a dual isoquant.

The article also points out some applications of these isoquants (which are called the *isoquants of partial effect*, IPE) to various types of analysis: technical efficiency analysis, studies of technology changes, problem of participation, structural change problem.

Keywords: *isoquant with changing productivity, isoquant with changing input-absorption, technical efficiency*