

Bogusław GUZIK\*

KRZYWE PRZYCHODÓW  
Z PODATKÓW POŚREDNICH  
W ŚWIETLE MODELI POPYTU KONSUMPCYJNEGO.  
PRZYPADEK SZCZEGÓLNY:  
MODELE Z ASYMPTOTYCZNIE ZEROWYM POPYTEM

W artykule wyprowadzono krzywe przychodów podatkowych przy trzech typach zależności popytu względem ceny potęgowej, wykładniczej oraz logistycznej. Podano wzory dotyczące optymalnych stawek podatkowych dla wyprowadzonych krzywych. Stwierdzono, że tylko w wyjątkowych przypadkach przebieg krzywej przychodów podatkowych jest zbliżony do znanej krzywej Laffera.

Słowa kluczowe: *krzywa przychodów podatkowych, popyt konsumpcyjny, optymalna stawka podatku, krzywa Laffera*

## 1. Krzywe przychodów podatkowych

Krzywa przychodów podatkowych to funkcja, która opisuje kształtowanie się przychodów podatkowych budżetu (państwa, samorządu itp.), oznaczmy je przez  $R$ , względem stawki podatkowej  $t$ ;

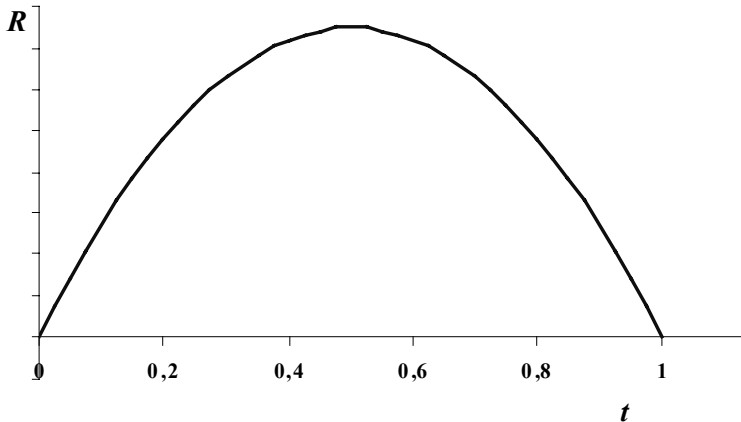
$$R = f(t) . \tag{1}$$

Najsłynniejszą krzywą przychodów podatkowych jest bez wątpienia *krzywa Laffera*. Sformułowano ją w połowie lat siedemdziesiątych (1974) [12], [13], [3], [4], [7], [8], [9]. W literaturze naukowej wydanej w języku polskim nie zajmuje ona zbyt wiele miejsca i przywoływana jest raczej w podręcznikach, szczególnie w tłumaczeniach podręczników zachodnich [11], [2, s. 479–480], [6, s. 83], [1, s. 390], [10, s. 212], [5, s. 194].

---

\* Katedra Ekonometrii, Akademia Ekonomiczna, al. Niepodległości 10, 60-967 Poznań, e-mail: b.guzik@ae.poznan.pl

Klasyczna krzywa Laffera jest to parabola lub funkcja do niej zbliżona (rys. 1), która opisuje kształtowanie się przychodów podatkowych względem stawek podatku.



Rys. 1. Klasyczna krzywa Laffera

Oparta jest na trzech oczywistych spostrzeżeniach:

- 1) jeśli stawka podatku jest zerowa, przychody podatkowe budżetu są zerowe;
- 2) jeśli stawka podatku wynosi 100%, podatnicy zawieszają działalność, w ślad za tym dochody podatkowe budżetu spadają do zera;
- 3) jeśli stawka podatku jest większa od zera, ale mniejsza od 100%, podatnicy prowadzą swoją działalność, a dochody budżetu są dodatnie.

Podstawowym założeniem krzywych przychodów podatkowych jest to, że *rozmiar* opodatkowanej działalności podatnika bezpośrednio (lub pośrednio) zależy od *stawki podatkowej*, przy czym wzrost opodatkowania powoduje *zmniejszanie* rozmiarów działalności.

W artykule wskazano na możliwość wyprowadzenia krzywych przychodów podatkowych, podobnych do krzywej Laffera, z hipotez dotyczących kształtowania się popytu konsumpcyjnego względem cen oraz podano przykłady takiego podejścia. Analizę przeprowadzono przy założeniach *ceteris paribus*, a więc próbowano określić efekty zmian popytu oraz przychodów podatkowych, wynikające tylko z „czystych” zmian stawek podatkowych cen. Ograniczono się do badania przychodów z *podatków pośrednich*.

## 2. Przychody z podatków pośrednich

Podatki pośrednie są *składnikiem ceny* produktu i są płacone w momencie dokonywania zakupu. Cenę *bez podatku* oznaczamy przez  $c_0$  i nazywamy *ceną początkową*. Symbol  $c$  będzie oznaczał *cenę (bieżącą)*, zawierającą podatek:

cena ( $c$ ) = cena przy zerowej stawce podatku ( $c_0$ ) + kwota podatku ( $p$ ).

$$c = c_0 + p. \quad (2)$$

Stosowane w Polsce schematy uwzględniania podatku pośredniego w cenie produktu<sup>1</sup> można sprowadzić do jednego, w którym cena bieżąca jest związana z ceną początkową oraz relatywną stawką podatku  $t$  następującą zależnością:

$$c = \frac{c_0}{1-t}. \quad (3)$$

Odwrotna zależność ma postać

$$t = 1 - \frac{c_0}{c}. \quad (4)$$

### 3. Procedura określania modelu przychodów podatkowych na podstawie modelu popytu

Sugerowane podejście, pozwalające badać zależności przychodów podatkowych względem stawek podatku pośredniego, jest następujące:

1. Określamy (np. szacujemy) wieloczynnikowy model,  $P_w$ , kształtowania się popytu względem jego czynników (dochód, cena itd.).

2. Ustalamy wynikającą z modelu wieloczynnikowego *częstkową* zależność *popytu względem cen*,  $P(c)$ .

3. Formułujemy model *wydatków względem cen*:

$$W(c) = P(c)c. \quad (5)$$

4. Na podstawie modelu wydatków względem cen określamy model kształtowania się *wydatku względem stawki podatku*:

$$W(t) = W\left(\frac{c_0}{1-t}\right). \quad (6)$$

<sup>1</sup> (a) podatek jest *ustaloną częścią ceny* (np. podatek VAT);

(b) podatek jest *procentowym „narzutem” na cenę nabycia* (np. akcyza od samochodów sprowadzanych z zagranicy);

(c) podatek jest *kwotowym „narzutem” na jednostkę towaru* (np. akcyza na dobra krajowe).

<sup>2</sup> Relacja ta jest oczywista. Jeśli relatywna stawka podatku, czyli udział podatku w cenie bieżącej wynosi  $t$ , to *cena początkowa*, czyli cena bez podatku równa jest *cenie bieżącej*  $\times (1 - \text{stawka podatku})$ .

5. Na koniec określamy zależność *przychodów podatkowych względem stawki podatku*, korzystając z definicji

$$R(t) = W(t)t. \quad (7)$$

Różnym modelom popytu względem cen będą odpowiadać różne modele przychodów podatkowych względem stawki podatkowej. Niektóre z nich przeanalizujemy w następnych częściach artykułu. Aby uniknąć nieporozumień, trzeba wyjaśnić, że pod pojęciem modelu popytu *względem cen* rozumiemy tę część wieloczynnikowego modelu popytu względem czynników go określających, która pokazuje, *jak popyt zależy od cen* w warunkach *ceteris paribus*. Mówiąc o modelu popytu względem cen, nie mamy więc na myśli modelu jednoczynnikowego:

$$\tilde{P} = f(c),$$

lecz tę część modelu wieloczynnikowego

$$P_w = f(c, X_1, X_2, \dots, X_Z),$$

która związana jest z cenami, czyli funkcję

$$P(c) = f(c, X_1, X_2, \dots, X_K | X_1, X_2, \dots, X_K = \text{const}).$$

Przykładowo, jeśli uznano, że czynnikami kształtującymi popyt jest dochód  $D$ , cena  $c$  oraz wielkość miejscowości  $M$  i zależność ta jest potęgowo-wykładnicza:

$$P_w = A D^e c^b \exp(gM),$$

to modelem popytu względem ceny jest funkcja

$$P(c) = b c^a, \quad (8)$$

gdzie wyraz wolny

$$b = A D^e \exp(gM). \quad (9)$$

#### 4. Rozpatrywane modele popytu

Rozpatrzmy trzy szczegółowe zależności popytu względem ceny *ceteris paribus*: potęgową, wykładniczą i logistyczną. Są one przykładami modeli, w których – malejący względem ceny – popyt granicznie dąży do poziomu zerowego. Odpowiada to hipotezie, że podatnicy, niezależnie od poziomu cen i podatków, zawsze coś kupują.

- *Potęgowa zależność popytu względem cen*

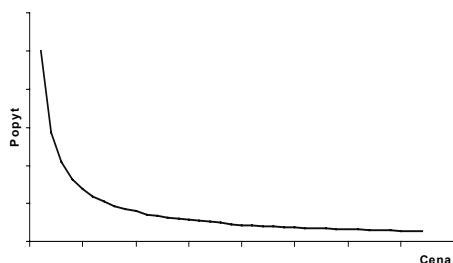
Modele potęgowe w analizie popytu stosowane są chyba najczęściej i najchętniej, przede wszystkim ze względu na wygodne i jednocześnie proste własności. Jak wiado-

mo charakteryzują się one stałymi elastycznościami popytu względem uwzględnionych w modelu czynników popytu, w szczególności *stałą elastycznością cenową*.

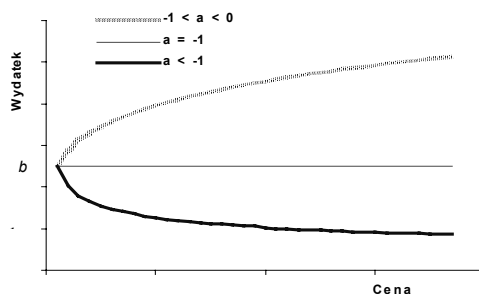
Powiedzmy, że z wieloczynnikowego modelu popytu wynika, iż – *ceteris paribus* – popyt zależy od cen w sposób wskazywany przez funkcję potęgową:

$$P = bc^a, \quad (b > 0, a < 0), \quad c - \text{cena}. \quad (10)$$

Na rysunku 2 scharakteryzowano przebieg popytu, a na rysunku 3 – przebieg wydatków (względem cen).



Rys. 2. Potęgowy przebieg popytu względem cen



Rys. 3. Przebieg wydatków względem cen

Parametr  $a$  jest tu, jak wiadomo, elastycznością popytu względem ceny, a zatem określa relatywny wzrost popytu, gdy relatywny wzrost ceny wynosi 1 (np. 1%). Popyt zależy negatywnie od ceny ( $a < 0$ ), gdyż jest to oczywiste: w „normalnej” gospodarce i na „normalnym” rynku, o ile wszystkie inne czynniki – a zwłaszcza dochód – nie zmieniają się, to popyt spada, gdy ceny rosną.

Parametr  $b$  zawiera tę „część” wieloczynnikowego modelu popytu, która dotyczy pozostałych czynników, w sytuacji gdy są one ustalone. Jest on swego rodzaju współczynnikiem skali, gdyż dla ustalonych wartości czynników popytu wyraża wielkość popytu przy cenie równej 1, por. (8), (9).

Granicznie popyt, przy dowolnie wysokich cenach, dąży do 0.

Wydatki, w zależności od elastyczności cenowej popytu, mogą być: (a) rosnące coraz wolniej – gdy  $0 > a > -1$ ; (b) stałe – gdy elastyczność cenowa  $a = -1$ ; (c) malejące coraz wolniej do zera – gdy  $a < -1$ .

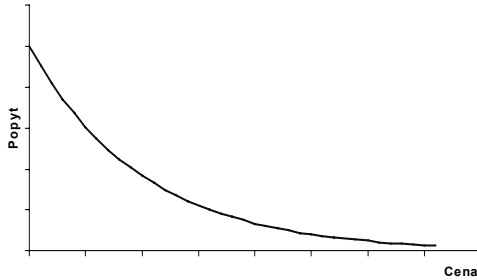
- *Wykładnicza zależność popytu względem cen*

Model popytu względem ceny ma postać:

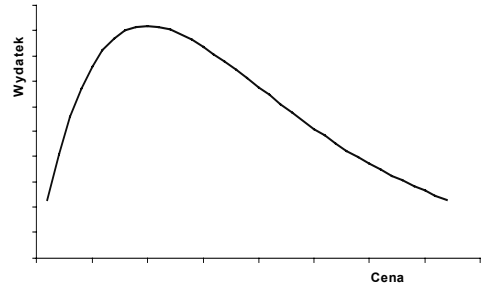
$$P = be^{ac}, \quad (b > 0, a < 0). \quad (11)$$

Współczynnik kierunkowy  $a$  – jak wiadomo – jest tu stopą wzrostu popytu względem cen i określa, o ile relatywnie ( $a \times 100\%$ ) zmieni się popyt, gdy cena wzrośnie o jednostkę. Parametr  $a$  jest ujemny. Parametr  $b$  to wyraz wolny i, jak już wspomniano, określa tę

kwotę popytu, która wynika z oddziaływania innych czynników na popyt, poza ceną. Kształtowanie się popytu i wydatków względem cen przy wykładniczym modelu popytu przedstawiają krzywe na rysunkach 4 i 5.



Rys. 4. Wykładniczy przebieg popytu względem cen

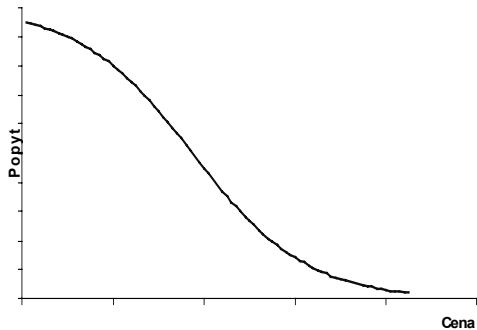


Rys. 5. Przebieg wydatków względem cen

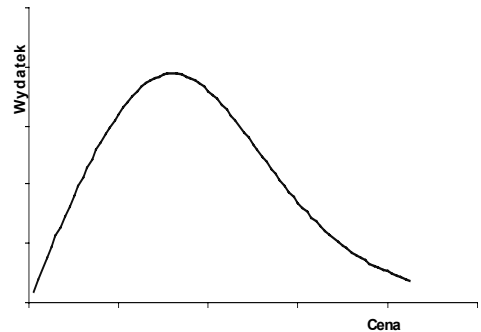
W przypadku wykładniczego względem ceny modelu popytu wydatki opisywane są funkcją liniowo-wykładniczą, początkowo rosnącą, a potem malejącą.

- *Logistyczna zależność popytu względem cen*

$$P = \frac{b}{1 + de^{ac}}, \quad (a, b, d > 0). \quad (12)$$



Rys. 6. Logistyczny przebieg popytu względem cen



Rys. 7. Przebieg wydatków względem cen

Przy uczynionym założeniu, że współczynnik kierunkowy  $d$  jest dodatni, funkcja logistyczna (12) przy  $b, d > 0$  jest malejąca. Parametr  $b$  jest górną asymptotą poziomą (określa wartość, do której dąży funkcja, gdy argument dąży do  $-\infty$ ). Prawostronną granicą, a więc granicą popytu przy dowolnie wysokich cenach, jak w przypadku modelu potęgowego i wykładniczego, jest wartość zero. Przebieg logistycznej zależności popytu względem cen charakteryzuje rysunek 6, a odpowiadający mu przebieg wydatków względem cen rysunek – 7.

*Wnioski*

1. Potęgowy i wykładniczy model popytu względem cen mają podobne przebiegi, ale kształty odpowiadających im modeli wydatków są inne. Wydatki dotyczące potęgowego modelu popytu z elastycznością cenową mniejszą od  $-1$  są cały czas malejące (do zera), natomiast odpowiadające modelowi wykładniczemu – początkowo są rosnące i dopiero dla wyższych cen są malejące do zera.

2. Modele wydatków związane z wykładniczą oraz logistyczną zależnością popytu od cen mają podobny kształt, choć same kształty modeli popytu są wyraźnie inne.

## 5. Krzywe przychodów podatkowych

Jak już powiedziano, model przychodów podatkowych,  $R$ , to model wydatków względem ceny  $c$ , mnożony przez stawkę podatku  $t$ , przy tym  $c = c_0/(1-t)$ , zatem

$$R = t W(c) = t W\left(\frac{c_0}{1-t}\right). \quad (13)$$

• *Przychody podatkowe generowane przez potęgową zależność popytu od cen*

Ze wzoru (7), po uwzględnieniu wzoru (3) definiującego cenę  $c$  względem stawki podatku  $t$ , wynika, iż – w przypadku potęgowej zależności popytu względem cen – model przychodów podatkowych ma postać:

$$R = b c_0^{a+1} \frac{t}{(1-t)^{a+1}}, \quad (c_0, b > 0; \quad a < 0; \quad 0 \leq t \leq 1). \quad (14)$$

Przychody podatkowe generowane przez potęgowy model popytu względem cen zmieniają się w następujący sposób wraz z wzrostem stawki podatku  $t$ :

- rosną coraz szybciej, gdy elastyczność  $a$  jest liczbą ujemną z przedziału  $(-1, 0)$ ;
- rosną liniowo, gdy elastyczność  $a$  jest równa  $-1$ ;
- mają przebieg zbliżony do krzywej Laffera (początkowo wzrost, potem spadek), gdy elastyczność popytu względem cen jest mniejsza od  $-1$ <sup>3</sup>.

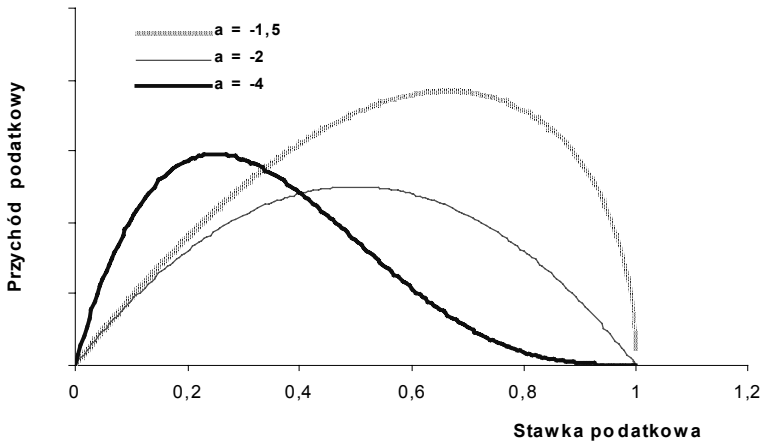
<sup>3</sup> Znak pochodnej funkcji  $R$  względem  $t$  jest wyznaczany przez znak czynnika  $[1 + at]$ . Dlatego dla  $a \geq -1$  funkcja  $R$  jest rosnąca względem  $t$ , dla  $t < -1$  pochodna może być dodatnia lub ujemna. Dwie pierwsze własności można wyprowadzić w prosty sposób, bez badania pochodnych:

a) jeśli elastyczność  $a \in (-1, 0)$ , to wydatek w miarę wzrostu ceny (a więc i stawki  $t$ ) wzrasta (zob. rys. 3); w rezultacie iloczyn wzrastających wydatków przez wzrastającą stawkę będzie dawał wartości rosnące coraz szybciej;

b) jeżeli zaś elastyczność jest równa  $-1$ , to wydatek względem ceny (i stawki) jest stały i równy  $b$  (bo wykładnik  $a + 1 = 0$ ); w rezultacie przychody podatkowe jako iloczyn stałego wydatku przez wzrastającą stawkę, będą wrosły liniowo.

Dalej zajmujemy się wyłącznie krzywymi przychodów podatkowych dotyczącymi sytuacji trzeciej, gdy elastyczność cenowa popytu jest *mniejsza od*  $-1$ . Dwie pierwsze sytuacje, z punktu widzenia reakcji przychodów na zmiany stawki podatkowej, są bowiem banalne.

Na rysunku 8 przedstawiono niektóre przebiegi krzywych podatkowych, generowanych przez potęgowe modele popytu z elastycznością cenową mniejszą od  $-1$ .



Rys. 8. Krzywe przychodów podatkowych przy potęgowym modelu popytu. Elastyczność  $< -1$

Przy elastyczności cenowej niewiele odbiegającej od  $-1$ , ale mniejszej od  $-1$ , przychody podatkowe rosną dla dość długiego zakresu stawki podatku, nawet aż do stawki od 0,8 do 0,9 i dopiero potem spadają, przy czym spadek jest gwałtowny (rys. 8 – linia kropkowana). Jest to „model” *cierpliwego podatnika*, który jest w stanie wiele wytrzymać. W przypadku elastyczności cenowej od  $-3$  do  $-2$  (rys. 8, cienka linia) kształt krzywej przychodów podatkowych jest bardzo zbliżony do standardowej krzywej Laffera. To z kolei byłby model *umiarkowanie cierpliwego podatnika*, który traci cierpliwość dopiero w połowie zakresu stawek podatkowych. Jeśli natomiast elastyczność cenowa popytu jest co do skali bardzo wysoka, np. rzędu  $-4$  (rys. 8 – linia pogrubiona), to krzywa przychodów, po krótkim przedziale wzrostu, początkowo spada bardzo szybko, a potem coraz wolniej. Spadek przychodów następuje już przy małych stawkach podatkowych, rzędu 20–30%. Taka krzywa przychodów podatkowych byłaby charakterystyczna dla podatnika *bardzo niecierpliwego*.

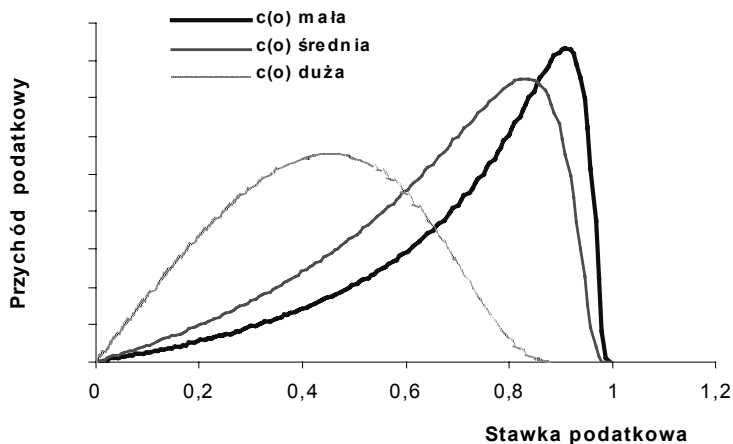
- *Przychody podatkowe generowane przez wykładniczą zależność popytu od cen*  
W tym przypadku:

$$R = bt \frac{c_0}{1-t} \exp\left(a \frac{c_0}{1-t}\right), \quad (a < 0, \quad b > 0, \quad 0 \leq t < 1). \quad (15)$$



Funkcja ta nie jest monotoniczna względem stawki  $t^4$ .

Przykładowe przebiegi przychodów podatkowych przy wykładniczym modelu popytu względem cen przedstawiono na rysunku 9.



Rys. 9. Krzywe przychodów podatkowych przy wykładniczym modelu popytu

Otrzymywane teraz krzywe przychodów podatkowych dość często są bardzo przesunięte w stronę wysokich stawek podatkowych. Dotyczą więc niezwykle cierpliwych podatników.

• *Przychody podatkowe generowane przez logistyczną zależność popytu od cen*

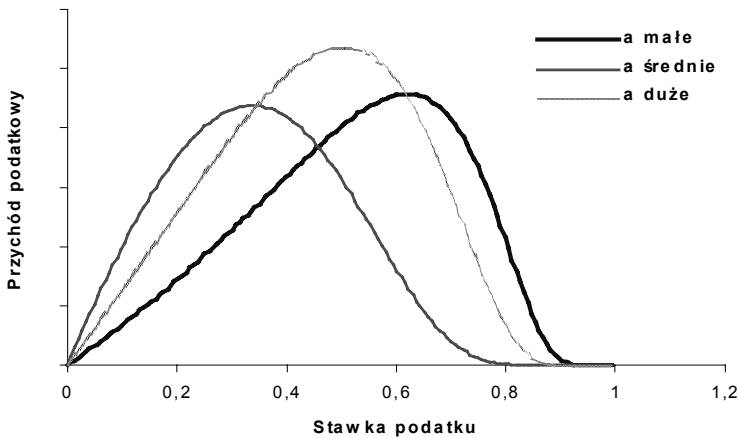
Jeśli model popytu jest logistyczny, to odpowiadający mu model przychodów podatkowych ma postać

$$R = \frac{tb \frac{c_0}{1-t}}{1 + d \exp\left[a \frac{c_0}{1-t}\right]}, \quad (b, a, d > 0). \quad (16)$$

Niektóre krzywe przychodów podatkowych wyprowadzonych przy założeniu, że popyt zależy logistycznie od cen ilustruje rysunek 10.

---

<sup>4</sup> Znak jej pochodnej względem  $t$  zależy od znaku czynnika  $\left[1 + ac_0 \frac{t}{1-t}\right]$ , który może być dodatni dla małych  $t$  i ujemny dla dużych  $t$ .



Rys. 10. Krzywe przychodów podatkowych przy logistycznej zależności popytu od cen

Jak widać, tego typu krzywe przychodów podatkowych są niemonotoniczne<sup>5</sup> i mogą mieć bardzo różne przebiegi: lewostronnie asymetryczne, prawostronnie asymetryczne i prawie symetryczne.

#### Wnioski

1. Prezentowane krzywe przychodów podatkowych, choć wyznaczone przy podobnych założeniach co do przebiegu popytu względem cen, wyraźnie różnią się kształtami.

2. Dla każdego rodzaju rozpatrywanych tu modeli popytu względem cen istnieją asymetryczne krzywe przychodów przesunięte ku wysokim poziomom stawki procentowej, jak też przesunięte ku niższym poziomom stawki, oraz istnieją krzywe prawie symetryczne, podobne do standardowej krzywej Laffera.

3. Krzywe przychodów podatkowych z maksimum przesuniętymi ku wysokim poziomom stawki podatkowej (czyli krzywe przychodów dla *bardzo cierpliwych* podatników), co w konsekwencji daje bardzo długą fazę wzrostu przychodów podatkowych, a następnie ich gwałtowny spadek, stosunkowo łatwo uzyskać, gdy zależność popytu od cen jest opisywana modelem wykładniczym.

4. Krzywe przychodów z maksimum przesuniętym ku niższym wartościom stawek podatkowych relatywnie dość często pojawiają się w przypadku, gdy model popytu względem cen jest potęgowy.

5. Symetryczne (i to „dzwonowate”) przebiegi przychodów podatkowych są charakterystyczne dla logistycznej zależności popytu od cen. Asymetria spadku przycho-

<sup>5</sup> Znak pochodnej funkcji (16) względem  $t$  jest wyznaczany przez znak wyrażenia  $1 - \frac{t}{1-t}ac_0$ , które może być dodatnie, jak i ujemne (parametry  $a$ ,  $d$ ,  $c_0$  są dodatnie).

dów podatkowych jest znacznie łagodniejsza niż w przypadku modelu przychodów generowanych przez wykładniczą lub potęgową zależność popytu względem cen.

6. Generalnie najbardziej zbliżone do standardowej krzywej Laffera są krzywe przychodów podatkowych, wyprowadzone przy założeniu, że zależność popytu względem cen jest logistyczna.

## 6. Optymalne stawki podatkowe

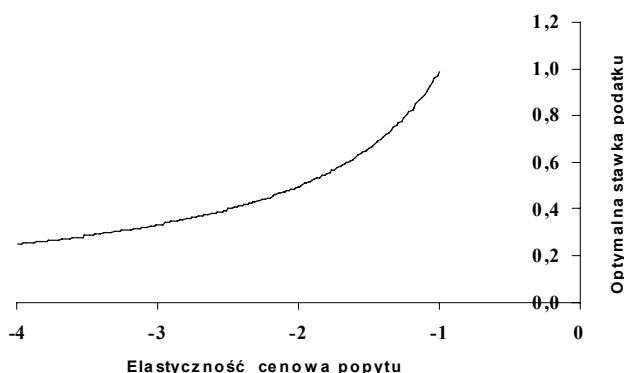
- *Stawka optymalna przy potęgowej zależności popytu od cen*  
Przyrównując do zera pochodną

$$\frac{\partial R}{\partial t} = \frac{b c_0^{a+1}}{(1-t)^{a+2}} (at+1),$$

określonej przez wzór (14) funkcji przychodów względem  $t$ , przekonujemy się, że maksimum przychodów podatkowych jest osiągnięte dla stawki

$$t_{\text{opt}} = \frac{-1}{a}. \quad (17)$$

Jest to *minus* odwrotności cenowej elastyczności popytu  $a$ . Elastyczność ta jest ujemna, mniejsza od  $-1$  i dlatego określona przez wzór (17) stawka optymalna jest dodatnia i nie przekracza 1<sup>6</sup>.



**Rys. 11.** Potęgowy model popytu. Optymalna stawka podatkowa względem elastyczności cenowej

<sup>6</sup> Dodajmy, co widać, ze wzoru (17), że dla elastyczności cenowej  $a \geq -1$ , optymalna stawka jest równa 1.

Interesujące jest to, że wskazana stawka nie zależy od ceny początkowej  $c_0$  oraz współczynnika skali  $b$ , lecz tylko od cenowej elastyczności popytu. W przypadku potęgowej zależności popytu od ceny stawkę optymalną cechuje więc „brak pamięci” co do ceny początkowej oraz współczynnika skali.

- *Przychody podatkowe przy wykładniczej zależności popytu od cen*

W tym przypadku pochodna

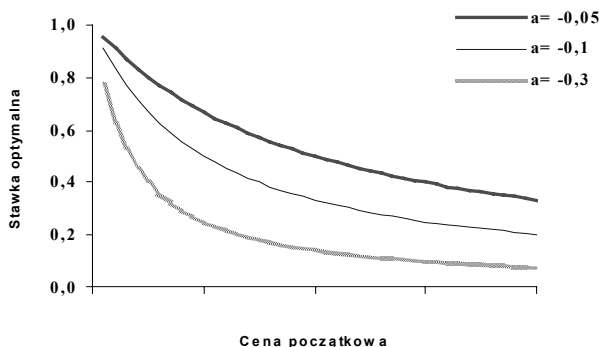
$$\frac{\partial R}{\partial t} = \frac{bc_0 \exp\left(\frac{ac_0}{1-t}\right)}{(1-t)^2} \left[1 + ac_0 \frac{t}{1-t}\right].$$

Przychody podatkowe generowane przez wykładniczą zależność popytu od ceny osiągają maksimum dla

$$t_{\text{opt}} = \frac{1}{1 - ac_0}. \quad (18)$$

Oznaczona tu przez  $a$  stopa wzrostu popytu względem ceny jest ujemna, a cena początkowa  $c_0$  jest dodatnia. Mianownik wzoru (18) jest zatem większy od 1, a wyznaczona ze wzoru (18) optymalna stawka podatkowa jest liczbą z przedziału (0, 1).

Na rysunku 12 podano kilka przebiegów optymalnej stawki podatkowej w przypadku przychodów podatkowych generowanych przez wykładniczy model popytu względem ceny.



**Rys. 12.** Wykładniczy model popytu. Optymalna stawka podatkowa względem ceny początkowej

Optymalna stawka podatkowa jest większa, gdy:

- większa jest stopa wzrostu względem ceny (mniejsza jest stopa spadku popytu względem ceny  $(-a)$ <sup>7</sup>;

<sup>7</sup> Mniejsza stopa spadku oznacza przechodzenie na coraz wyżej położone krzywe na rysunku 12.

- mniejsza jest cena początkowa<sup>8</sup>.

- *Przychody podatkowe przy logistycznej zależności popytu od cen*

Pochodna przychodu  $R$  względem stawki  $t$  nie wyraża się tu tak prostymi wzorem jako poprzednio:

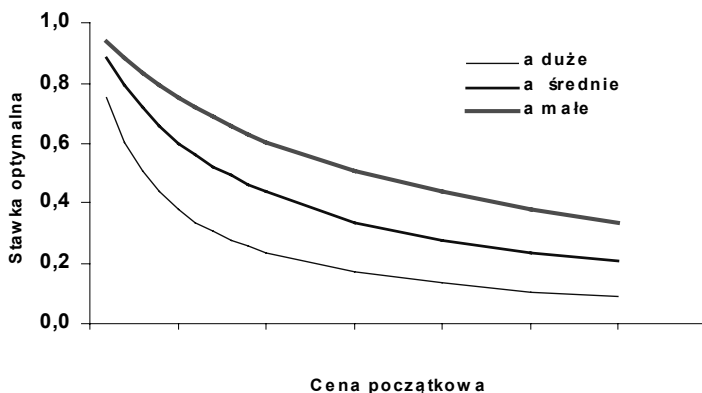
$$\frac{\partial R}{\partial t} = \frac{bc_0}{(1-t)^2} \left[ d \exp\left(\frac{ac_0}{1-t}\right) \left[ 1 - \frac{t}{1-t} ac_0 \right] + 1 \right]. \quad (19)$$

Optymalna stawka podatkowa jest rozwiązaniem równania

$$d \exp\left(\frac{ac_0}{1-t}\right) \left[ 1 - \frac{t}{1-t} ac_0 \right] = -1 \quad (20)$$

względem  $t$ .

Na rysunku 13 podano kilka przykładowych przebiegów optymalnej stopy podatku względem współczynnika  $a$  oraz ceny początkowej  $c_0$ .



Rys. 13. Logistyczny model popytu. Optymalna stawka podatkowa względem ceny początkowej

### Wnioski

1. Dla badanych tu trzech modeli przychodów podatkowych stawka podatku maksymalizująca wielkość przychodów podatkowych zależy przede wszystkim od intensywności cenowych zmian popytu, wywołanych zmianami podatku. Zwiększenie skali współczynników kierunkowych (elastyczności cenowej – w przypadku potęgowego modelu popytu, stopy wzrostu – w przypadku wykładniczego modelu popytu, współczynnika  $a$  – w przypadku logistycznego modelu popytu) powoduje *ceteris paribus*

<sup>8</sup> Obie własności widać na podstawie bezpośredniej analizy wzoru (18). Dodajmy, że pochodna stawki optymalnej względem stopy wzrostu wynosi  $c_0/w$  ( $c_0$  jest dodatnie), gdzie  $w = (1 - ac_0)^2$ ; a względem ceny początkowej wynosi  $a/w$ , co jest ujemne, bo  $a$  jest ujemne.

zmniejszenie się optymalnej stopy podatkowej. Wynika to z oczywistej okoliczności – im podatnicy silniej reagują spadkiem popytu na indukowany wzrostem podatków wzrost cen, tym silniej zmniejszają się wydatki, i w konsekwencji – silniej zmniejszają się wpływy podatkowe<sup>9</sup>.

2. Oznacza to, że budżet może liczyć na efektywne przyrosty przychodów podatkowych w zakresie opodatkowania tylko takich dóbr, których intensywność spadku względem cen jest bardzo niska.

3. Model przychodów podatkowych generowany przez potęgowy model popytu względem cen jest swego rodzaju osobliwością, gdyż optymalna stawka podatkowa nie zależy od poziomu ceny początkowej (ceny bez podatku). W przypadku pozostałych tu zbadanych (i dodajmy jeszcze innych nieprzedstawionych w artykule) modeli przychodów podatkowych stawka optymalna zależy natomiast od ceny początkowej i jest to zależność negatywna. Im cena początkowa jest większa, tym optymalna stawka podatku jest niższa<sup>10</sup>.

To też jest zrozumiałe. Dla danej stawki podatku *kwota* podatku będzie tym większa, im cena, od której naliczany jest podatek, czyli cena początkowa, jest większa. Ponieważ podatnik reaguje na *kwotę* dodatkowego wydatku – bo liczy się ze swoim warunkiem budżetowym, który ma postać kwotową – większym przyrostom kwot podatku wynikającym z większej podstawy obliczania podatku odpowiada więc większe ograniczenie popytu.

## Bibliografia

- [1] BARRO R., *Makroekonomia*, PWE, 1997.
- [2] BEGG C., FISHER S., DORNBUSCH R., *Mikroekonomia*, PWE, 1998.
- [3] CANTO A., LAFFER A., ODOGWU O., *The output and employment effects of fiscal policy in a classical model*, University of SCA, 1977.
- [4] CANTO A., JOINES D., LAFFER A., *Taxation, GNP, and potential GNP*, Proceedings of the Business and Economic Statistics Section, 1978.
- [5] *Elementarne zagadnienia ekonomii* (red. R. Milewski), PWN, 1997.
- [6] FILIPOWICZ L., *Amerykańska ekonomia podaży*, Poltext, 1992.
- [7] LAFFER A., SEYMOUR F., *The economics of the tax revolt: A reader*; Simon and Schuster, 1978.
- [8] LAFFER A., *Government exactions and revenue deficiencies*, Cato Journal, 1981, nr 1.
- [9] MOSZER M., *A Comment on the Laffer model*, Cato Journal, 1981, nr 1.
- [10] NASIŁOWSKI M., *System rynkowy. Podstawy mikro- i makroekonomii*, Key Text, 1998.
- [11] VARIAN H., *Mikroekonomia*, PWN, 1995.

---

<sup>9</sup> Na rysunkach 12, 13 zwiększanie skali zmian cenowych skutkuje przesunięciem się krzywych ku dołowi. Na rysunku 11 widać bezpośrednio spadek przychodów wraz ze wzrostem elastyczności spadku popytu.

<sup>10</sup> Widać to bezpośrednio na rysunkach 12 oraz 13.

- [12] WANNISKI J., *The Mundell–Laffer hypothesis – a new view of the world economy*, *The Public Interest*, 1975, nr 39.
- [13] WANNISKI J., *Taxes, revenues and the Laffer curve*, *Public Interest*, Winter 1978.

### **Indirect tax revenue curves-consumer demand models point of view. Particular case: asymptotic zero demand models**

The Laffer curve is undoubtedly the most popular tax revenue curve. Many critics claim that the Laffer curve does not describe any real economic processes, but only represents an “ideology”.

The author of the present paper shows that the Laffer curve, and, in general, the tax revenue curves, have a very strong justification and that such curves may be derived from the general assumptions concerning consumer behaviour.

The author presents tax revenue curves derived from three types of functions that show the relationship between demand and price: the power function, exponential function and logistic function. The author also presents the formulas (derived from these tax revenue curves) that concern the optimal tax rate.

The article shows that tax revenue curves are only exceptionally similar to the classic (reversed U-shaped) Laffer curve.

Keywords: *tax revenue curve, consumer demand, optimal tax rate, the Laffer curve*