JAK realizow[...]
nowe
program[...]
szkolne

A. Mazur

ĆWICZENIA Z ZAKRESU GEOMETRJI W NOWYM PROGRAMIE

21

Gebethn[...]

ĆWICZENIA Z ZAKRESU GEOMETRJI W NOWYM PROGRAMIE

BIBLJOTEKA NAUCZYCIELA SZKOŁY POWSZECHNEJ

„Jak realizować nowe programy szkolne”.

Pod redakcją Benedykta Kubskiego.

1. *Dr. J. Balicki.* Oblicze nowych programów.
2. *J. Michałowska.* Zagadnienia wychowawcze w nowych programach.
3. *St. Drzewiecki.* Wychowanie obywatelsko-państwowe w nowych programach.
4. *St. Machowski.* Wychowanie gospodarcze w nowych programach.
5. *B. Kubski.* Nowe programy a twórczość nauczyciela.
6. *M. Kotarbiński.* Organizacja pracy w kl. I na podstawie nowego programu.
7. *St. Dobraniecki.* Organizacja pracy w kl. II na podstawie nowego programu.

8-9. *J. Dancewiczowa.* Jak realizować nowy program języka polskiego.

10-11. *Dr. W. Hoszowska.* Jak realizować nowy program historji.

12-13. *E. Dudkówna i J. Strzelecka.* Jak realizować nowy program matematyki.

14. *J. Czysłowski.* Jak realizować nowy program przyrody martwej.

15-16. *T. Mayzner.* Jak realizować nowy program śpiewu.

17. *Prof. Dr. J. Kuchta.* Psychologja wiejskiego dziecka.
18. *St. Wiącek i J. Ciepielewski.* Czytanie w szkole powszechnej (Przykłady lekcyj).
19. *St. Dobraniecki, M. Kotarbiński i Al. Litwin.* Czytanie i pisanie w klasie I-ej.
20. *St. Wiącek.* Ćwiczenia piśmienne w szkole.
21. *A. Mazur.* Ćwiczenia z zakresu geometrji w nowym programie.
22. *St. Dobraniecki.* Inscenizacja w szkole.
23. *E. Boukołowska i M. Kotarbiński.* Ćwiczenia z zakresu geografji i przyrody cz. I.
24. *E. Boukołowska i M. Kotarbiński.* Ćwiczenia z zakresu geografji i przyrody cz. II.
25. *Cz. Karp.* Realizacja programu nauki rysunku.
26. *M. Piwowarczyk.* Zajęcia praktyczne z zakresu rękodzieła.
27. *K. Greb.* Pomoce naukowe, ich istota i stosowanie.
28. *M. Mościcki i J. Witek.* Ogródek szkolny w nauce i wychowaniu. cz. I.
29. *M. Mościcki i J. Witek.* Ogródek szkolny w nauce i wychowaniu. cz. II.
30. *Al. Litwin.* Wycieczki w realizacji nowego programu cz. I.
31. *Al. Litwin.* Wycieczki w realizacji nowego programu cz. II.
32. *Al. Litwin.* Samodzielność dziecka w realizacji nowego programu.
33. *T. Szczerba.* Nauczanie podstaw gramatyki języka polskiego w szkole powszechnej.

JAK REALIZOWAĆ
NOWE PROGRAMY SZKOLNE **21**

AL. MAZUR

ĆWICZENIA Z ZAKRESU GEOMETRJI W NOWYM PROGRAMIE

NAKŁAD
GEBETHNERA I WOLFFA
WARSZAWA

1934

Drukarnia „Antiqua", St. Szulc i S-ka, Kacza 7. Tel. 5-04-91.

CZĘŚĆ OGÓLNA.

CELE NAUCZANIA GEOMETRJI W SZKOLE POWSZECHNEJ.

W myśl nowego programu cele nauczania geometrji w szkole powszechnej są następujące:

a) opanowanie przepisanego w programie materjału geometrycznego;
b) zdobycie wprawy w wykonywaniu obliczeń geometrycznych i umiejętności stosowania ich do zagadnień z życia praktycznego;
c) przyczynianie się do rozwoju myślenia;
d) kształcenie wyobraźni stosunków przestrzennych;
e) zaprawianie do poprawnego wypowiadania spostrzeżeń i uzasadnień w zakresie form geometrycznych;
f) wdrażanie do samodzielnego wysiłku w pracy.

Przytoczone sformułowanie celów nauczania geometrji wymaga dwóch wyjaśnień. Jedno dotyczy punktu pierwszego, w którym mówi się o opanowaniu materjału geometrycznego. Należy pamiętać, że punkt ten obejmuje również wyrobienie sprawności w kreśleniu geometrycznem w takim zakresie, w jakim jest to możliwe na tym poziomie nauczania. Druga uwaga dotyczy wpływu nauki geometrji na rozwój umysłowy ucznia, czyli formalnych celów nauczania.

Obok wpływu na rozwój myślenia i wyobraźni przestrzennej nauczanie geometrji przyczynia się również do kształcenia zdolności postrzegania i wrażliwości zmysłowej, jeśli chodzi o takie zmysły, jak wzrok, dotyk oraz zmysł kinetyczny i stereognostyczny.

CHARAKTER NAUKI GEOMETRJI.

Geometrja jest nauką swoistą i niezmiernie ciekawą przedewszystkiem ze względu na stanowisko, jakie zajmuje w całokształcie wiedzy, i ze względu na przedmiot swych badań. Jako gałąź matematyki, geometrja niewątpliwie jest nauką abstrakcyjną, to znaczy taką, która operuje pojęciami i twierdzeniami ogólnemi. Zarazem jednak geometrja jest nauką konkretną, gdyż posługuje się modelami i rysunkiem, opiera się na postrzeganiu i kreśleniu. Będąc nauką abstrakcyjną, geometrja w pewnych wypadkach posiada charakter wybitnie spekulatywny, jak świadczą o tem chociażby t. zw. neo-geometrje. To nie przeszkadza, że geometrja jest zarazem nauką wybitnie praktyczną i że charakter taki posiada ona od chwili swych narodzin, o czem świadczy sama jej nazwa: *geo* — ziemia, *metr* — miara.

Niemniej ciekawie przedstawia się nauka geometrji ze stanowiska metodologicznego. Gdy drogą rozumowania dowodzimy słuszności jakiegoś twierdzenia, jak np. o sumie kątów wewnętrznych w trójkącie, posługujemy się doświadczalnie jakimkolwiek trójkątem, zakładając hipotetycznie, że wszystkie trójkąty mają te same własności, co figura badana. Choć podstawa doświadczalna jest tak ograniczona, to jednak mamy intuicyjną pewność, że twierdzenie o sumie kątów jest słuszne i prawdziwe w odniesieniu do wszystkich możliwych trójkątów.

Jak więc widzimy, geometrja jako nauka posiada następujące cechy: abstrakcyjność obok konkretyzmu, spekulatywność i zarazem praktyczność, rozumowanie obok doświadczenia, racjonalizm przy intuicji, oraz ścisłość i pewność wiedzy, pomimo założeń hipotetycznych. Wszystkie te właściwości sprawiają, że nauczanie geometrji wogóle nie jest łatwe, a szczególnie w szkole powszechnej. Trudności zwiększają się tutaj dlatego, że intuicja przestrzenna stosunkowo dość późno u dzieci się rozwija. Charakter geometrji jako nauki z jednej strony, a właściwości psychiki dziecka z drugiej, — spowodowały właśnie te zmiany, jakie zaszły w nowym programie geometrji w porównaniu z poprzednim, który był za trudny i niewykonalny.

Z celami nauczania geometrji z jednej strony, a z charakterem tej nauki — z drugiej wiąże się zagadnienie, dotyczące zarówno programu, jak i metody nauczania tego przedmiotu w szkole powszechnej.

KONSTRUKCJA PROGRAMU GEOMETRJI.

Zasada ciągłości i korelacji.

W konstrukcji nowego programu geometrji występują wyraźnie dwie zasady dydaktyczne: ciągłość i korelacja.

W geometrji mogą być zastosowane dwa układy materjału naukowego: a) *syntetyczny*, przy którym kolejność utworów geometrycznych jest następująca: punkt — linja — powierzchnia — bryła; b) *analityczny*, przy którym utwory traktowane są w odwrotnej kolejności: bryła — powierzchnia — linja — punkt. Pierwszy układ wprowadza utwory niejako genetycznie, czyli w tej kolejności, jak one powstają wskutek ruchu w przestrzeni, a mianowicie: punkt, poruszający się w przestrzeni, tworzy linję, linja — powierzchnię, a powierzchnia — bryłę. Układ drugiego rodzaju wychodzi od utworu najbardziej złożonego, jakim jest bryła, i drogą stopniowej analizy prowadzi do utworów coraz prostszych: powierzchni, linji, punktu. Jak z tego widać, oba układy materjału geometrycznego opierają się na zasadzie ciągłości logicznej, ale tylko pierwszy układ, to znaczy syntetyczny — uwzględnia zarazem ciągłość psychologiczną, która wyraża się w żądaniach: od rzeczy prostych do złożonych, od łatwiejszych do trudniejszych. Tem właśnie tłumaczy się fakt, że program przyjmuje zasadniczo układ syntetyczny, wprowadzając utwory geometryczne w następującej kolejności: linja — kąt — powierzchnia — bryła. W układzie tym naruszona jest ciągłość genetyczna wskutek pominięcia punktu. Tego rodzaju modyfikacja układu genetycznego zrobiona jest zupełnie świadomie, a to dlatego, że punkt jest utworem bezwymiarowym i nie może być poznawany na podstawie doświadczenia. Zasada ciągłości w konstrukcji programu geometrji występuje jeszcze w innem znaczeniu. Jak to niżej zobaczymy, poznawanie danego utworu geometrycznego nie kończy się w jednej klasie, lecz występuje w programie co najmniej dwóch klas bezpośrednich. Zazwyczaj program rozwiązuje to w ten sposób, że w jednej klasie dzieci poznają dany utwór geometryczny, a dopiero w następnej obliczają jego powierzchnię, względnie objętość. Takie rozplanowanie materjału, mające charakter cykliczno-koncentryczny, posiada duże znaczenie dydaktyczne, ponieważ wpływa na zrozumienie i trwałość przerabianego materjału.

Nauka geometrji wchodzi w związki korelacyjne z różnemi przedmiotami, występującemi w programie szkoły powszechnej. Przedewszystkiem bardzo ścisły związek zachodzi między geometrją a arytmetyką, co wynika z charakteru tych przedmiotów, należących do jednej gałęzi wiedzy. Ten ścisły związek, zwany niekiedy fuzją, zachodzi tutaj w obydwóch kierunkach: zarówno arytmetyka opiera się na geometrji, jak geometrja posługuje się arytmetyką. Związki te muszą być stale uwzględniane w nauczaniu, dlatego też mamy wspólny program arytmetyki i geometrji. Drugim przedmiotem, z którym geometrja bezpośrednio koreluje, jest rysunek. Czynnikiem korelacji między temi przedmiotami jest kreślenie kształtów, którem posługują się oba przedmioty. Program geometrji tak jest obecnie skonstruowany, że początkowo, co szczególnie odnosi się do trzech najniższych klas szkoły powszechnej, rysunek stanowi podbudowę nauki geometrji, a później sam z niej również korzysta, jak to ma np. miejsce przy rysunku perspektywicznym i technicznym. W podobny sposób zachodzi korelacja między geometrją a zajęciami rękodzielniczemi, które mają do czynienia z wytwarzaniem materjalnych form przestrzennych. Tutaj również w trzech najniższych klasach zajęcia praktyczne przygotowują materjał dla geometrji, która rozpoczyna się dopiero w klasie czwartej; natomiast w klasach wyższych zajęcia praktyczne, gdy chodzi np. o rysunek techniczny, same korzystają z geometrji. Wreszcie luźniejsze związki korelacyjne zachodzą między geometrją a nauką geografji i przyrody martwej. Przykłady tych związków: a) z geografją — skala i plan, globus i linje na globusie; b) z nauką o przyrodzie — kształty kryształów, obliczanie ciężaru właściwego, rozchodzenie się, odbijanie i załamanie światła, wiadomości z mechaniki.

Podbudowa nauki geometrji w klasach I, II i III-ej.

Nowy program „arytmetyki z geometrją" nie przewiduje geometrji w trzech najniższych klasach szkoły powszechnej, czem różni się zasadniczo od programu poprzedniego. Pierwsze pojęcia geometryczne, traktowane jako przygotowanie do właściwej nauki geometrji, która rozpoczyna się obecnie w klasie IV-ej, występują tutaj w programie arytmetyki, rysunku i zajęć praktycznych. Musimy zatem dokładnie zdawać sobie sprawę z tego, co dają te przedmioty w zakresie geometrji, czyli jak wygląda ta podbudowa w trzech najniższych klasach. Zagadnienie to ilustruje poniższa tablica.

Klasa	Przedmiot		
	arytmetyka	rysunek	zajęcia praktyczne
I	Porównywanie długości i pojemności, jako ćwiczenia przygotowawcze.	Rozróżnianie linji prostej i krzywej.	Zaginanie i rozdzieranie według linji prostej bibułki i papieru. Linijka — kreślenie linji prostej*).
II	Umiejętność posiłkowania się taśmą metrową z podziałką centymetrową do mierzenia długości i odmierzania żądanej długości w centymetrach i metrach. Uzmyslowianie liczb i działań na odcinkach i kratkach kwadratowych*).	Rozròżnianie położenia pionowego i poziomego przedmiotów.	Jak wyżej, a nadto: Miarka centymetrowa — mierzenie długości przedmiotów*).
III	Jak wyżej, oraz: Próby oceny długości „na oko".	Rozróżnianie na przedmiotach kierunków: pionowego, poziomego i ukośnych. Umiejętność narysowania z pokazu przedmiotów o kształtach prostokątnych, trójkątnych i kolistych.	Jak wyżej, a nadto: Węgielnica — oznaczanie kąta prostego*). Umiejętność obrębiania chustki do nosa, ręcznika lub serwetki.

Podane zestawienie wiadomości i umiejętności, jakie zdobywają dzieci z zakresu geometrji w trzech najniższych klasach, wymaga następujących wyjaśnień:

1. Tematy ćwiczeń z poszczególnych przedmiotów wyjęte zostały z „wyników nauczania", dlatego też są najbardziej miarodajne. Wyjątek stanowią ćwiczenia, które są oznaczone krzyżykiem, a których program zajęć praktycznych wyraźnie nie podaje. Skoro jednak program tego przedmiotu podaje w wykazie narzędzi odnośnych klas linijkę, miarkę centymetrową i węgielnicę, to znaczy, że dzieci przy pomocy linijki będą kreśliły linję prostą, miarką centymetrową będą mierzyły długość przedmiotów, a przy pomocy węgielnicy będą sprawdzały, względnie oznaczały kąty proste. Jeżeli chodzi o stosowanie odcinków i kratek do uzmysłowiania liczb i działań, to również niema tego w programie, ale wszystkie podręczniki, zatwierdzone dla klas II i III-ej, stosują ten sposób interpretacji stosunków i pojęć ilościowych.

2. Gdy chodzi o arytmetykę, z którą geometrja jest ściśle programowo związana, to może wydawać się rzeczą dziwną, że traktujemy ją tutaj jako podbudowę dla geometrji. Wyjaśnienie tej sprawy jest bardzo proste: czynności i pojęcia geometryczne nie stanowią tutaj celu same dla siebie, lecz przygodnie są wprowadzane w związku z celami nauczania arytmetyki. Inaczej wygląda sprawa, gdy, poczynając od klasy IV-ej, występują w programie specjalne działy materjału geometrycznego.

3. Na podstawie materjału, którego dostarcza podbudowa w programie arytmetyki, rysunku i zajęć praktycznych, uczniowie poznają następujące utwory, pojęcia i umiejętności geometryczne: a) linję prostą i krzywą (odróżnianie prostej i krzywej, oznaczanie prostej przez zaginanie papieru, kreślenie prostej przy pomocy linijki, rysowanie krzywej); b) odcinek — mierzenie i odmierzanie odcinków;

c) położenie prostej na płaszczyźnie (pionowe, poziome, ukośne); d) kąt prosty (porównywanie i oznaczanie przy pomocy węgielnicy); e) prostokąt (kwadrat), trójkąt i koło (na przedmiotach, rysowanych z natury). Wymieniony materjał musi stanowić punkt wyjścia i podstawę nauczania geometrji w klasie IV-ej, gdzie program przewiduje właśnie ten sam materjał z wyjątkiem trójkąta, który zjawia się dopiero w klasie V-ej.

Rozkład materjału naukowego z geometrji w klasach IV, V, VI i VII-ej.

Materjał naukowy z geometrji w wymienionych klasach rozplanowany jest w sposób następujący:

Utwory geometryczne	Materjał nauczania	Klasa
Linja prosta	Wprowadzenie linji prostej.	IV
	Kreślenie, mierzenie i odmierzanie odcinków.	"
	Proste prostopadłe i proste równoległe.	IV—V
	Rzut punktu na prostą i odległość od punktu do prostej.	V
	Skala i plan.	IV—V
Kąty	Wprowadzenie kąta prostego.	IV
	Kąty płaskie; mierzenie kątów.	V
	Kąty przyległe i wierzchołkowe.	"
Czworoboki	Kreślenie prostokąta i kwadratu na papierze kratkowanym.	IV
	Obliczanie obwodów prostokątów i kwadratów.	"
	Obliczanie pola prostokąta i kwadratu.	V
	Jednostki miary pola w układzie metrycznym.	"
	Równoległobok i jego pole.	VI
	Trapez i jego pole.	"

Utwory geometryczne	Materjał nauczania	Klasa
Okrąg i koło	Kreślenie okręgu, wycinanie koła i mierzenie średnicy. Obliczanie długości okręgu. Obliczanie pola koła.	IV VI „
Trójkąt i wielokąt	Linje łamane i obliczanie ich długości. Własności trójkąta i wielokąta. Kreślenie trójkąta lub wielokąta, równego danemu. Obliczanie pola trójkąta i wielokąta.	V V—VI V VI
Prostopadłościany i graniastosłupy	Opis prostopadłościanu i rozumienie jego rysunku w perspektywie. Prostopadłościan kwadratowy i sześcian. Obliczanie pola powierzchni prostopadłościanu. Obliczanie objętości prostopadłościanu. Układ metryczny jednostek sześciennych oraz jednostek miary pojemności. Opis graniastosłupa prostego o podstawie trójkątnej i wielokątnej. Rozumienie rysunku graniastosłupa prostego w perspektywie. Obliczanie pola powierzchni graniastosłupa prostego. Obliczanie objętości graniastosłupa o podstawie trójkątnej i dowolnej.	V „ „ „ „ VI „ „ „
Walec obrotowy	Opis walca obrotowego. Obliczanie pola powierzchni i objętości walca obrotowego.	VI „
Inne bryły	Opis niektórych brył (np. ostrosłupów i stożków obrotowych). Ćwiczenia w obliczaniu objętości brył, danych w naturze, lub przy pomocy szkiców technicznych.	VII „

Uwagi do rozkładu materjału nauczania z geometrji:

1. Utwory geometryczne w pierwszej rubryce podane

są w takiej kolejności, w jakiej stopniowo zjawiają się w programie nauczania.

2. W rozkładzie materjału widoczna jest ciągłość tego rodzaju, że opracowywanie każdego niemal rodzaju utworów geometrycznych występuje co najmniej w dwóch kolejnych klasach. Odstępstwo od tej zasady widzimy tylko w klasie V-ej, gdzie w dziale „okrąg i koło" niema żadnego materjału naukowego. Tego rodzaju luka jest raczej tylko formalna, ponieważ w klasie tej będziemy mieli do czynienia z okręgiem i kołem w związku z rozpatrywaniem kątów i wprowadzeniem kątomierza. Innego rodzaju odstępstwo widzimy w klasie VII-ej, gdy chodzi o utwory, jak ostrosłupy i stożki, które występują tylko w programie tej klasy.

3. Zagadnienie korelacji geometrji z innemi przedmiotami w poszczególnych klasach będzie poruszane w części szczegółowej.

METODA NAUCZANIA GEOMETRJI.

Stosownie do wskazań nowego programu, metoda nauczania geometrji w szkole powszechnej winna się opierać na zasadach następujących: poglądowość, praktyczność, samodzielność i indukcja.

Zasada *poglądowości* wyrażona jest w programie w sposób następujący: „Punktem wyjścia w nauczaniu geometrji jest doświadczenie i kreślenie. Sporządzenie dokładnego rysunku pozwala widzieć własności figur i wzbudza potrzebę sformułowania, „jak to jest" i „dlaczego tak jest". Zagadnienia geometryczne, z natury rzeczy trudne, mogą być udostępnione dzieciom przez wdrożenie ich do starannego kreślenia". W przytoczonych uwagach bardzo wyraźnie podkreślona jest zasada poglądowości, która wymaga, aby proces poznawczy ucznia prowadzić od przedstawień konkretnych do abstrakcyjnych, aby uczeń przechodził od bezpośrednich postrzeżeń, uzyskanych drogą „doświadczenia i kreślenia“, do pojęć geometrycznych. Ogólnie należy powiedzieć, że przy doborze materjału naukowego w nowym programie stosowano następujące kryterjum: czego nie można uczniowi pokazać na przedmiotach w otoczeniu, na modelu lub rysunku, tego nie powinno być w programie.

Mówiąc o praktycznem rozwiązaniu zasady poglądowości, program zaleca stosowanie przy nauczaniu geometrji następujących środków poglądowych i pomocy naukowych:

a) czynności o charakterze poglądowym: mierzenie, kreślenie, wycinanie, klejenie, nakładanie, obrysowywanie, porównywanie, wykonywanie ruchów w przestrzeni i t. p.;

b) przyrządy do mierzenia i kreślenia, które winny stanowić „wyprawkę“ każdego ucznia: linijka (w związku z zajęciami praktycznemi w klasie I), linijka z podziałką centymetrową (zajęcia praktyczne w klasie II), taśma metrowa z podziałką na centymetry (arytmetyka w klasie II), węgielnica (zajęcia praktyczne w klasie III), cyrkiel i linjał z podziałką milimetrową (geometrja i arytmetyka w klasie IV), para ekierek i kątomierz (geometrja w klasie V);

c) narzędzia do kreślenia na tablicy, jak linjał, ekierki, cyrkiel, oraz przyrządy pomiarowe: przymiary długości (metr sztywny i przynajmniej dwie taśmy miernicze) i kątomierz;

d) modele brył i figur geometrycznych, jak model metra kwadratowego, podzielonego na decymetry kwadratowe; model decymetra sześciennego, podzielonego na centymetry sześcienne; składany model metra sześciennego z dwunastu listewek; oraz pomoce naukowe o specjalnym charakterze metodycznym, jak np. krzyżulec do wytyczania kątów prostych, modele i siatki brył oraz ich szkielety i t. p.

e) rysunki (bryły w pespektywie, plany i mapki) oraz ilustracje, przedstawiające zastosowanie form geometrycznych w architekturze, technice i zdobnictwie, jak np. wieże, kolumny, zbiorniki, balony, ornamenty i t. p.

Ponadto do środków poglądowych program jeszcze zalicza: przedmioty rzeczywiste, na których można rozpoznawać typowe formy geometryczne, oraz zadania, wymagające praktycznego zastosowania kreśleń i obliczeń geometrycznych, a za niezbędną pomoc naukową uważa podręcznik w rękach każdego ucznia.

Zasada *praktyczności,* pozostająca w ścisłym związku z poglądowością, stanowi jedną z najbardziej charakterystycznych cech nowych programów. Jeżeli specjalnie chodzi o nauczanie arytmetyki z geometrją, to program tego przedmiotu bardzo mocno podkreśla zasadę praktyczności zarówno w celach nauczania, jak i w uwagach, dotyczących realizacji programu. Oto kilka typowych wskazań, zawartych w programie. W rozdziale, traktującym o metodach nauczania, czytamy: „Należy dołożyć szczególnych starań, by nauczanie matematyki w szkole powszechnej liczyło się z konkretyzmem myślenia ucznia i było bardzo mocno związane z praktycznym charakterem szkoły". Mówiąc o wprowadzeniu mierzenia długości na lekcjach zajęć praktycznych, program uważa, że tą drogą zapoznają się dzieci z mierzeniem „w najlepszem ujęciu, bo w związku z potrzebą praktyczną". Wreszcie, omawiając podbudowę nauki geometrji w rysunku i zajęciach praktycznych, program wyraża pogląd, że „dzięki temu kształcenie wyobraźni geometrycznej opiera się na najbardziej konkretnym materjale, związanym z potrzebą praktycznego rozpoznawania i stosowania form geometrycznych".

Wyrazem przytoczonych wskazań, dotyczących zasady praktyczności, jest materjał nauczania, w którym każdy dział geometrji kończy się takim tematem: „Stosowanie nabytych umiejętności do zagadnień praktycznych". Zarazem podaje program przykłady takich zagadnień, w których wiadomości i umiejętności geometryczne mogą być praktycznie stosowane. Wreszcie cały program geometrji klasy VII-ej ujęty jest w temacie: „Ćwiczenia w stosowaniu geometrji do zagadnień praktycznych".

Trzecia zkolei zasada, która winna być przestrzegana w metodzie nauczania geometrji — to *samodzielność* w pracy ucznia. W uwagach, odnoszących się do programu wszystkich przedmiotów, czytamy, co następuje: „Zgodnie z zasadą samodzielności należy tak postępować, aby uczeń zdobył możliwie jak najwięcej własnym, osobistym wysiłkiem, aby jak najbardziej samoistnie pokonywał nasuwające się trudności i rozwiązywał zagadnienia, występujące w toku nauki, aby miał możliwie rozległe pole do wyboru środków, zabiegów, narzędzi pracy, do inicjatywy i pomysłowości". Jak widać z tego dość mocnego i niedwuznacznego sformułowania zasady samodzielności, program nie ogranicza się tylko do tego, aby uczeń samodzielnie rozwiązywał problemy, wysuwane przez nauczyciela, ale zarazem żąda, by uczeń w granicach możliwości mógł przejawiać inicjatywę twórczą. Wynika stąd, że nauczanie geometrji w szkole powszechnej winno być tak prowadzone, aby uczeń samodzielnie badał utwory geometryczne, wykrywał ich własności, dochodził do ustalania pojęć i twierdzeń, a nadto, żeby miał możność inicjatywy w wysuwaniu zagadnień praktycznych i poszukiwaniu sposobów ich rozwiązywania. Postulatowi temu, choć program wyraźnie tego nie mówi, najbardziej odpowiada heurystyczna forma nauczania, w mniejszym stopniu — forma pytaniowa, a najmniej — wykładowa, która zasadniczo nie powinna być stosowana przy nauczaniu geometrji w szkole powszechnej. Wyjątek stanowią: a) pewne nazwy terminologiczne (np. kwadrat, graniastosłup), których niepodobna wyprowadzić na podstawie własności odnośnych utworów; b) niektóre wzory na obliczanie objętości brył, występujące w programie klasy VII-ej, gdzie zgodnie z programem wzory te winny być podane w gotowej postaci. Stosowanie zasady samodzielności w nauczaniu matematyki program uzależnia od dwóch warunków: a) aby wymagania nauczyciela przystosowane były do stopnia rozwoju i możliwości ucznia; b) aby praca samodzielna nie odbywała się w próżni, ale łączyła się z ciągłem utrwalaniem i narastaniem dobrze przyswojonych wiadomości.

Wreszcie ostatnia właściwość metody nauczania geometrji w myśl nowego programu—to zasada *indukcji*. Postępowanie indukcyjne w pracy umysłowej ucznia zjawia się jako konsekwencja poprzednio omówionej zasady samodzielności: jeżeli uczeń samodzielnie ma dochodzić do wszelkich uogólnień geometrycznych, to nie inaczej, jak tylko drogą indukcyjną. Nic więc dziwnego, że program wyraźnie przestrzega przed „pozorami dedukcyjnego wykładu geometrji“. Szczególną ostrożność program zaleca, gdy chodzi o stosowanie definicji w nauczaniu geometrji. Zasadniczo program nie neguje znaczenia i możności stosowania definicyj, przeciwnie — w uwagach ogólnych poucza, że nie należy tępić definicyj nadmiernych. Chodzi tylko o przestrzeganie następujących wskazań: a) aby stosowane były tylko te definicje, do których uczniowie dochodzą samodzielnie drogą indukcji; b) aby definicje miały taką formę słowną, w jakiej dzieci potrafią je wyrażać; c) aby nie narzucać przedwcześnie bardziej ścisłych sformułowań, lecz dopiero wtedy, gdy dzieci same będą dążyły do ich sprostowania. W związku z tem nasuwa się pytanie: jak unikać definicyj w tych wypadkach, gdy dzieci nie dojrzały jeszcze umysłowo do ich ustalenia, rozumienia i formułowania słownego? Odpowiedź jest bardzo prosta: nie stosować pytań tego rodzaju: „co to jest kwadrat?“ — „co nazywamy kwadratem?“ Najlepszy sposób sprawdzenia, czy dzieci znają tę figurę — to zażądać, aby nakreśliły ją na tablicy. Dla przekonania się, czy dzieci mają pojęcie kwadratu, wystarczą odpowiedzi na pytania następujące: ile boków ma kwadrat? jakie są te boki? ile kątów ma kwadrat? jakie są kąty w kwadracie? W ten sposób pytanie — co to jest kwadrat? — żądające trudnej odpowiedzi w formie definicji — rozbijamy na pytania szczegółowe, na które dzieci z łatwością odpowiedzą, o ile daną figurę dobrze poznały.

CZĘŚĆ SZCZEGÓŁOWA.

KLASA IV.

Korelacja geometrji z innemi przedmiotami.

W klasie IV-ej korelacja geometrji z innemi przedmiotami przedstawia się w sposób następujący:

Geometrja	Rysunek	Zajęcia praktyczne	Geografja
Prosta i odcinek. Kąt prosty. Proste prostopadłe i proste równoległe. Prostokąt i kwadrat. Okrąg i koło. Skala i plan.	Rozróżnianie na przedmiotach przy obserwacji i w rysunku prostych równoległych i prostopadłych. Umiejętność narysowania z pokazu przedmiotu o kształtach prostokątnych, trójkątnych, kwadratowych, kolistych.	Umiejętność przyrznięcia deseczki lub listewki według podanego formatu. Krojenie i obrębianie pieluszki i szycie kaftanika dla niemowlęcia.	Wprowadzenie planu i mapy.

Uwagi: Rysunek wprowadza tutaj trójkąt, który w geometrji wystąpi dopiero w klasie V-ej. Proste prostopadłe i proste równoległe zjawiają się tutaj równocześnie w geometrji, jak i w rysunku. Zagadnienie skali i planu, zgodnie ze wskazaniem programu, naprzód musi być potraktowane w geografji, a potem dopiero w geometrji.

Uwagi o wykonaniu programu geometrji.

Jak stwierdziliśmy powyżej, mówiąc o podbudowie geometrji w trzech najniższych klasach, wszystkie utwory geometryczne i odpowiednie terminy, które występują w programie klasy IV-ej z wyjątkiem prostych prostopadłych i równoległych, dzieci poznają w okresie przygotowawczym w związku z nauką rysunku i zajęć praktycznych. Nasuwa się wobec tego pytanie: jak mamy traktować te utwory i pojęcia geometryczne w programie klasy IV-ej? Program daje taką odpowiedź: „W nauczaniu „arytmetyki z geometrją" nauczyciel winien we wskazanym przez program czasie usystematyzować wiadomości o mierzeniu długości i o własnościach elementarnych utworów geometrycznych". To systematyzowanie wiadomości, jakiego program żąda, powinno objąć: a) wdrożenie dzieci do starannego kreślenia i dokładnego mierzenia; b) wytworzenie dokładniejszych postrzeżeń i jaśniejszych pojęć geometrycznych; c) powiązanie wiadomości geometrycznych i stosowanie ich do innych zagadnień. Potrzeba takiego traktowania materjału geometrycznego w omawianej klasie wypływa stąd, że dzieci poznały elementarne utwory geometryczne przeważnie w związku z nauką rysunku, że odręczne kreślenie tych utworów z natury rzeczy było tutaj niedokładne i że wskutek tego dzieci nie mogły „widzieć" dokładnie własności tych utworów.

Jeżeli chodzi o sposób traktowania geometrji w programie klasy IV-tej, to cały materjał nauczania może być opracowany na kartce papieru, jako środku poglądowym; dlatego program tej klasy moglibyśmy nazwać „geometrją na kartce papieru". Niekształtne kartki papieru, mające brzegi dookoła postrzępione, służyć będą do wprowadzenia pojęć: brzeg krzywy, linja krzywa. Załamanie brzegu w jakimkolwiek kierunku uzmysłowi linję prostą, której pojęcie musi się zjawić nie inaczej, jak tylko w zestawieniu z linją krzywą. Ponowne załamanie kartki tak, by półproste padły na siebie, utworzy kąt prosty. Jeżeli kartkę taką dzieci rozłożą zpowrotem na ławce, to otrzymają proste prostopadłe, a gdy następnie tak ją pozaginają, że powstaną dwie prostopadłe do trzeciej, otrzymają proste równoległe. Załamanie czterech brzegów pod kątem prostym utworzy prostokąt, a odpowiednie załamanie prostokąta, dające wszystkie boki równe, utworzy specjalną jego odmianę — kwadrat. Również i koło możemy wprowadzić na tych samych kartkach. W tym celu każemy dzieciom „równać" brzegi kartki nożyczkami, aby powstało koło, kółko, względnie krążek. Dzieci przekonają się, że to jest trudne do wykonania, a wtedy wypłynie sprawa kreślenia okręgu przy pomocy specjalnego przyrządu. Wszystkie te ćwiczenia, jak zresztą wogóle materjał geometryczny, należy wiązać z jakiemiś potrzebami, najlepiej z zajęciami praktycznemi, ażeby nie były czynnościami sztucznemi. Do tego należy jeszcze dodać uwagę, podaną w programie klasy IV-ej, treści następującej: „Nie należy żądać od dzieci definjowania utworów geometrycznych".

Linja prosta.

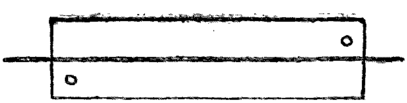
W opracowaniu linji prostej w klasie IV-ej wystąpią takie zagadnienia: a) pojęcie linji prostej; b) ćwiczenia w kreśleniu prostej; c) pojęcie odcinka; d) mierzenie i odmierzanie odcinków.

Gdy rozpoczynamy obecnie geometrję w klasie IV-ej, dzieci mają już pojęcie linji prostej, zdobyte częściowo empirycznie, częściowo zaś intuicyjnie. Rozumieją doskonale, że iść wprost albo prosto, to znaczy iść ciągle w jednym i tym samym kierunku; wiedzą z doświadczenia, że chcąc nakreślić prostą na kartce papieru lub na tablicy, również w jednym i tym samym kierunku muszą posuwać ołówek lub kredę; umieją już kreślić prostą przy pomocy linijki i rozdzierać lub przecinać kartkę papieru wzdłuż linji prostej, jak również odróżniać linję prostą od krzywej. Słowem, znają dzieci najistotniejszą cechę linji prostej, a mianowicie, że rozciąga się ona dokładnie w jednym i tym samym kierunku. Obecnie na lekcjach geometrji musimy pojęcie prostej rozszerzyć i ugruntować.

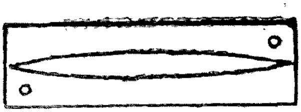
Rozszerzanie tego pojęcia zaczniemy od właściwości linji prostej, że można ją dowolnie przedłużać w jednym i drugim kierunku. Pojęcie nieskończonej rozciągłości prostej jest dość trudne i dlatego musi być starannie opracowane na przykładach konkretnych, które ułatwią działanie wyobraźni i intuicji dziecięcej. Wyszukując prostą (ściślej mówiąc, odcinki prostej) w otoczeniu, zwracamy uwagę dzieci, że długość prostej jest zmienna. Bierzemy następnie kilkanaście metrów sznurka, zwiniętego z obydwu końców ku środkowi. Może to być sznur, jakiego używamy do wyznaczania brózd i grządek w ogrodzie, a w takim razie ćwiczenie może być praktycznie wyzyskane. Dzieci rozwijają i naciągają część sznurka, który przedstawia prostą; robią to w dalszym ciągu i obserwują, jak prosta stopniowo rozciąga się w obydwu kierunkach. Kiedy cały sznurek w ten sposób rozwiną, rzucamy pytanie: coby się stało z prostą, gdybyśmy mieli dłuższy sznurek? A jeszcze dłuższy? Podobne ćwiczenia przerabiamy w związku z kreśleniem prostej. Dzieci kreślą prostą na kartkach papieru; każemy ją przedłużać, dopóki można, i znów rzucamy pytanie: jaką prostą moglibyśmy nakreślić, gdybyśmy mieli większe (dłuższe) kartki papieru? Te same ćwiczenia przerabiamy z kreśleniem prostej na tablicy szkolnej i kończymy je pytaniem, jak poprzednie. Dalsze ćwiczenia w przedłużaniu prostej muszą już wyjść poza obręb sali szkolnej, a proces przedłużania będzie się odbywał w wyobraźni, wskutek czego „nieskończoność" prostej wystąpi we właściwem znaczeniu. Można zastosować naprzód t. zw. wizowanie, przy którem prosta rozciąga się w jednym tylko kierunku. W tym celu dzieci podnoszą na wysokość oczu linijki i wzdłuż nich przez okna klasy „wizują" coraz dalsze przedmioty, wskazywane przez nauczyciela. Następnie wyprowadzamy dzieci na teren otwarty, najlepiej na wzgórze w polu, i tutaj stosujemy ćwiczenia w „myślowem" przedłużaniu linji prostej między różnemi punktami. Dopiero tutaj dzieci dojdą do przekonania, że prostą można przedłużać coraz dalej, dalej i jeszcze dalej... Takie dopiero pojęcie, jeżeli nie będzie się równało, to w każdym razie będzie bliskie pojęcia nieskończoności, jakie posiada linja prosta.

Postępując dalej w kierunku rozszerzania pojęcia linji prostej, musimy doświadczalnie zapoznać dzieci z następującemi własnościami: a) że prosta ma tylko jeden wymiar, to znaczy długość; b) że prosta jest najkrótszą odległością między dwoma punktami; c) że dwa punkty dokładnie wyznaczają położenie (kierunek) prostej. Jednowymiarowość prostej występować będzie równocześnie z rozwijaniem pojęcia nieskończoności, a w formie najbardziej konkretnej wystąpi przy mierzeniu i odmierzaniu odcinków jako części prostej. Właściwość prostej, że jest ona najkrótszą odległością między dwoma punktami, poznają dzieci dość wcześnie w sposób doświadczalny. Chodząc do szkoły, czy też będąc na wycieczce, zawsze starają się wybierać drogę prostą jako najkrótszą. Na tym poziomie nauczania wiedzą również, że drogi powietrzne są krótsze, niż kolejowe, a te znów krótsze, niż polne. Gdy przyjdzie czytanie mapy, dzieci na podstawie pomiarów stwierdzą, że np. między Warszawą a Krakowem droga w linji powietrznej jest znacznie krótsza, niż droga kolejowa. Ta właściwość prostej będzie nam potrzebna w klasie V-ej przy rzutowaniu punktu na oś i mierzeniu odległości punktu od prostej. Również w sposób doświadczalny zwrócimy uwagę dzieci na dalszą cechę charakterystyczną linji prostej, wyrażającą się w twierdzeniu: dwa punkty wyznaczają dokładnie położenie (kierunek) prostej, albo inaczej: przez dwa punkty można poprowadzić tylko jedną prostą. Oto okazje, jakie w tym celu można wykorzystać: a) przy wyznaczaniu grządek w ogródku sznurek naciągnięty jest między dwoma kołeczkami; b) kiedy znaczymy prostą na drzewie przy pomocy sznurka, natartego kredą lub sadzą, to naciągamy go między dwoma punktami; c) gdy dzieci tną papier na paski jednakowej szerokości, to zaznaczają tylko w końcach szerokość pasków, a następnie łączą zaznaczone punkty linją prostą; d) chcąc oznaczyć najkrótszą odległość między dwoma miastami na mapie, przykładają linijkę do dwóch odpowiednich punktów. W każdym wypadku dzieci stwierdzają, że między dwoma punktami można poprowadzić tylko jedną prostą. Pewnik, że przez jeden punkt można poprowadzić bardzo wiele prostych, można łatwo tutaj wprowadzić, albo połączyć to w klasie V-ej z kątami wierzchołkowemi. Można w tym celu wyzyskać fakt, że np. przez Warszawę może przechodzić bardzo wiele dróg prostych w różnych kierunkach. Inaczej można jeszcze dzieci o tem przekonać, przybijając do tablicy szpilką cienki pręcik, którym można obracać na wszystkie strony, albo każąc im kreślić proste przez punkt dowolny.

Ćwiczenia w kreśleniu linji prostej są w ścisłym związku z poznawaniem jej własności. Już w pierwszych trzech klasach dzieci uczą się kreślić prostą: odręcznie na lekcjach rysunku, a przy pomocy linijki na lekcjach zajęć praktycznych. Stąd dzieci wiedzą, że kreślenie prostej od ręki jest trudne i dlatego pomagamy sobie linijką. Wiedzą również, że linijkę możemy sobie sami zrobić: albo zaginamy kartkę papieru, albo też naciągamy sznurek. Linijki takie są jednak niewygodne i nietrwałe, dlatego też robimy je z drzewa lub z blachy. Przy sposobności pokażemy dzieciom, jak stolarz robi linijkę czy listewkę z drzewa, a na zajęciach praktycznych, o ile warunki na to pozwalają, niechaj dzieci same sprobują robić linijki. Z tem zwiążemy ważne i ciekawe dla dzieci ćwiczenie, oparte na tej własności prostej, że przez dwa punkty można poprowadzić tylko jedną prostą, a mianowicie: sprawdzanie dobroci linijki. W tym celu kreślą dzieci prostą przy pomocy linijki, a następnie, odwracając linijkę, znów kreślą prostą wzdłuż tej samej strony linijki. Jeżeli linijka jest dobra, to oba ślady czyli obie proste nakryją się (rys. 1-a), a jeżeli linijka jest zła, to ślady utworzą „okienko" (rys. 1-b) i przetną się, jak w danym wypadku, w dwóch punktach.



Rys. 1-a.



Rys. 1-b.

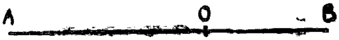
Przy ćwiczeniach w kreśleniu linji prostej na lekcjach geometrji należy bezustannie wdrażać dzieci do ścisłości i dokładności, a w tym celu trzeba przestrzegać: aby ołówki były dość ostro zatemperowane, aby dzieci kreśliły jak najlżej i nie przeciągały poza linijki, aby nauczyciel również posługiwał się linją przy kreśleniu prostej na tablicy. W ten sposób będziemy rozwijali u dzieci przekonanie o dokładności form geometrycznych, co stanowi konieczny warunek nauczania geometrji.

W opracowaniu *odcinka* należy uwzględniać następujące momenty: a) pojęcie odcinka; b) mierzenie odcinków i c) odmierzanie odcinków. Zagadnienia te nie będą dzieciom obce w momencie, gdy rozpoczynać będziemy geometrję w klasie IV-ej na podstawie nowego programu. Mierzenie i odmierzanie odcinków wystąpi w programie pierwszych trzech klas na zajęciach praktycznych i to — jak program powiada — w najlepszem ujęciu, bo w związku z potrzebami praktycznemi. Tutaj wypadnie te rzeczy pogłębić i usystematyzować.

Jeśli chodzi o pojęcie odcinka, to musimy odcinek wprowadzić jako część prostej, zawartą między dwoma punktami, które nazywamy końcami odcinka. Rzecz zrozumiała, że definicji tej nie wprowadzamy, a tylko konkretnie zapoznajemy dzieci z własnościami odcinka i pochodzeniem jego nazwy. W tym celu stosujemy istotne „odcinanie" części sznurka, nici lub tasiemki, przyczem robimy węzełki, jeżeli chcemy wyraźnie zaznaczyć końce odcinków. Czynność „odcinania" umożliwia nam wprowadzenie nazwy „odcinek". Teraz dopiero przenosimy zagadnienie na linję prostą, nakreśloną na tablicy, gdzie nie będzie już konkretnego odcinania, a tylko zaznaczanie końców odcinka. Czy wprowadzać tutaj znakowanie literowe odcinków — to kwestja do uznania nauczyciela. Należy tylko pamiętać, aby odcinek był wprowadzony w ścisłym związku z prostą i aby końce od cinków zawsze wyraźnie były zaznaczane. Inaczej bowiem dzieci nie zrozumiałyby istotnych cech odcinka, a tem samem nie zdobyłyby jego pojęcia.

Z zagadnieniem odcinka, jako części prostej, wiąże się kwestja innej części prostej, zwanej półprostą, a w dawnej terminologji — promieniem. Półprosta jest to część prostej, ograniczona tylko z jednej strony, a więc mająca tylko swój początek; natomiast w drugą stronę rozciąga się nieograniczenie daleko. Wprowadzenie pojęcia półprostej jest konieczne ze względu na pojęcie kąta, którego ramiona są półprostemi, mającemi wspólny początek. Żeby dzieci nie pomieszały półprostej z odcinkiem, można przenieść zaznajomienie z półprostą do klasy V-ej, gdzie wprowadzimy ją w związku z pojęciem kąta płaskiego. Jednak zagadnienie samo już tutaj staje się aktualne ze względu na to, co powiedzieliśmy wyżej o sposobie oznaczania odcinków. Inaczej oznacza się odcinki, a inaczej — półproste. Na rysunku 2-a mamy dwa odcinki: AO i OB, a na rys. 2-b — dwie półproste: OA i OB. Zwracamy uwagę na różnice w zapisie i odczytywaniu.

Rys. 2-a.



Rys. 2-b.

Mierzenie i odmierzanie odcinków to nie są czynności identyczne i dlatego są rozróżnione w programie. Zmierzyć odcinek to znaczy znaleźć długość danego odcinka w jednostkach miar długości; natomiast odmierzyć — znaczy odłożyć odcinek żądanej długości. W pierwszym wypadku mamy do czynienia z odcinkiem już zaznaczonym, a w drugim — mogą być dwie sytuacje: albo mamy dowolną prostą (względnie dłuższy odcinek), na której odmierzamy czyli odkładamy odcinek żądanej długości, albo też przy pomocy linji z podziałką miarową oznaczamy dwa punkty, jako końce żądanego odcinka, a następnie łączymy te punkty częścią prostej. Różnice między mierzeniem a odmierzaniem występują w odmiennej formie zadań, związanych z temi czynnościami; naprzykład: a) zadania na mierzenie: zmierz taki a taki (nakreślony) odcinek; zmierz długość i szerokość stołu, kartki w zeszycie, wysokość i szerokość szyby w oknie;

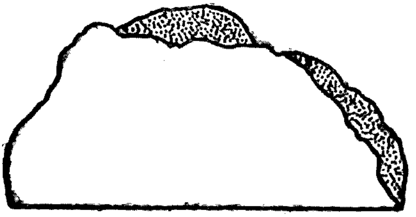
zmierz na mapie odległość między Warszawą a Wilnem; b) zadania na odmierzanie: nakreśl (narysuj) odcinek takiej a takiej długości; odetnij sznurek długości 50 cm.; wytnij kartkę papieru długości 15 cm. i szerokości 6 cm. Kiedy na lekcji zajęć praktycznych zachodzi potrzeba oklejenia pudełka papierem kolorowym, to najpierw dzieci mierzą długość, szerokość i wysokość pudełka, a następnie odmierzają odpowiedniej wielkości kawałki papieru. Podobnie jest przy kreśleniu planu: naprzód mierzymy długość i szerokość rzeczywistych przedmiotów, a potem odmierzamy na planie odcinki w przyjętej skali.

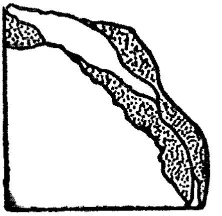
Z mierzeniem i odmierzaniem odcinków program klasy IV-ej wiąże powtórzenie miar długości — metra, decymetra i centymetra, oraz wprowadza nową jednostkę układu metrycznego — milimetr.

Kąt prosty.

Z kątem prostym dzieci zetknęły się już klasie III-ej na zajęciach praktycznych przy wykonywaniu takich robót, jak zeszyty, notesiki, pudełeczka, tabliczki na napisy, kalendarzyki ścienne, loteryjki obrazkowe i t. p. Skoro w liczbie narzędzi, używanych w tej klasie, znajduje się węgielnica, to znaczy, że dzieci poznają jej zastosowanie praktyczne do porównywania, oznaczania i kreślenia kątów prostych. Program geometrji klasy IV-ej przewiduje: a) wprowadzenie kąta prostego i b) wyszukiwanie kątów prostych w otoczeniu.

Stosownie do wskazania programu, *kąt prosty* winien być wprowadzony przy pomocy dwukrotnie zgiętej kartki papieru. Do tego należy dodać, że kartka ta powinna być niekształtna, to znaczy z brzegami postrzępionemi. Konkret tego rodzaju posiada dwojakie znaczenie: a) kąt występuje jako część płaszczyzny, a nie jako zamknięta figura (gdyby kartka nie była postrzępiona); b) dzieci zdobywają podświadome przekonanie, że kąt tworzą dwie części prostej (półproste), których nazwy później poznają. Najpierw zginają dzieci kartkę pojedyńczo (rys. 3-a) i otrzymują linję prostą, a następnie zginają ją ponownie tak, aby obie części prostej padły na siebie (rys. 3-b); w ten sposób powstaje kąt prosty, a właściwie model kąta prostego.


Rys. 3-a


Rys. 3-b.

Chodzi teraz o to, które cechy kąta prostego i w jaki sposób winny być tutaj podkreślone, oraz jak należy wprowadzić jego nazwę. W pojęciu kąta ograniczamy się tylko do tego, aby dzieci umiały pokazać: obie części prostej, wspólny ich początek i miejsce (płaszczyznę), leżące między częściami prostej, czyli kąt. Na właściwe pokazywanie kąta, jako części płaszczyzny, należy od samego początku zwracać baczną uwagę. Jeśli chodzi o nazwę „kąt", to można spróbować wydobycia jej od dzieci przez analogję do kąta (rogu) w klasie. Kiedy ustalimy z dziećmi, że z kartki papieru otrzymaliśmy kąt, wtedy należy wprost zakomunikować: taki kąt, jak ten (który otrzymaliśmy z kartki papieru), nazywamy kątem prostym. Inaczej nie można tego zrobić na tym poziomie nauczania.

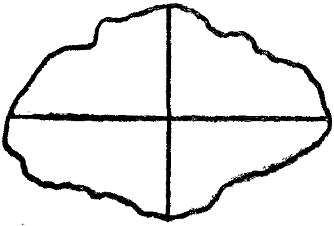
Przechodzimy teraz do wyszukiwania kąta prostego w otoczeniu. Dzieci nietylko wskazują kąty proste na przedmiotach, znajdujących się w klasie, ale zarazem sprawdzają przez nakładanie modelu papierowego, czy te kąty istotnie są proste. Ćwiczenia tego rodzaju są niezmiernie ważne i dlatego nie mogą być zaniedbane. Obok wprawy w pokazywaniu kąta i utrwalania jego pojęcia dzieci przy tych ćwiczeniach zdobywają w formie mniej lub bardziej świadomej następujące przekonania: a) że wszystkie kąty proste są równe; b) że wielkość kąta niezależna jest od długości jego ramion; c) że kąt prosty występuje jako miara kątów. Pewnik, dotyczący równości kątów prostych, już tutaj wystąpi dość wyraźnie i może być należycie wyjaśniony. Natomiast dokładne wyjaśnienie i zrozumienie tego, że wielkość kąta nie zależy od długości ramion i że kąt prosty jest miarą innych kątów, wystąpi dopiero w klasie V-ej, kiedy przeprowadzać się będzie pogłębianie własności kąta oraz zapoznawanie z innemi rodzajami kątów przez porównywanie ich z kątem prostym.

Musimy jeszcze zwrócić uwagę na pewne kwestje, które w programie są pominięte, a mianowicie: nazwy elementów kąta, znakowanie literowe kąta i kreślenie kąta prostego. Kwestja pierwsza: wprowadzać czy nie wprowadzać nazw — ramiona i wierzchołek kąta? Jeżeli kąt prosty tak potraktujemy, jak wyżej zaprojektowaliśmy, to można się zupełnie obejść bez wymienionych terminów. Lepiej może będzie wprowadzić je w klasie V-ej przy opracowywaniu innych jeszcze rodzajów kątów płaskich. To samo należy powiedzieć o znakowaniu literowem kąta, które w klasie IV-ej nie jest konieczne. Inaczej natomiast przedstawia się sprawa kreślenia kąta prostego. Wprawdzie program geometrji omawianej klasy pomija tę sprawę milczeniem, a w „wyprawce“ ucznia nie wymienia wcale ekierki; jednak, skoro dzieci drugi rok już używają węgielnicy na lekcjach zajęć praktycznych, kreślenie kąta prostego przy pomocy ekierki powinno się tutaj wprowadzić. Należy to zrobić choćby dlatego, aby dzieci nabyły wprawy w posługiwaniu się ekierką, ponieważ w klasie V-ej będą musiały operować dwiema ekierkami przy kreśleniu prostych równoległych i prostopadłych. Kreśląc prostokąty i kwadraty, dzieci będą coprawda kreśliły przytem kąty proste, ale kreślenie na papierze kratkowanym nie nauczy dzieci posługiwania się ekierką. Jeżeli kreślenie kąta prostego tutaj wprowadzimy, to należy pamiętać, aby dzieci kreśliły go w różnych położeniach względem płaszczyzny, na której kreślenie będzie się odbywało.

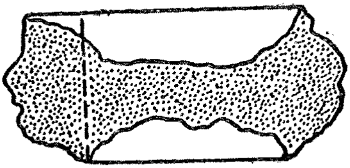
Proste prostopadłe i proste równoległe.

W związku z kątem prostym program wprowadza wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie, które razem z kątem prostym stanowią przygotowanie do wprowadzenia prostokąta i kwadratu. Jak z programu wynika, chodzi tylko o to, aby dzieci nauczyły się odróżniać położenie prostych i zarazem — kreślić na papierze kratkowanym w związku z prostokątem i kwadratem. Natomiast kreślenie prostopadłych i równoległych przy pomocy ekierki występuje dopiero w programie klasy V-ej.

Proste prostopadłe wiążą się ściśle z kątem prostym, dlatego też od nich rozpoczynamy. W roli środka poglądowego stosujemy tę samą, względnie taką samą kartkę papieru, jaka nam służyła do wprowadzenia kąta prostego. Gdy kartka dwukrotnie zostanie zgięta i następnie rozprostowana na ławce (rys. 4), dzieci stwierdzą, że dwie proste przecinają się ze sobą i że tworzą cztery kąty proste. Ponieważ proste przecinają się pod kątem prostym, dlatego są prostopadłe. Nazwa tych prostych skojarzy się tutaj z nazwą kąta prostego. Jak przy układaniu i kreśleniu kąta prostego w różnych kierunkach, tak i tutaj każemy dzieciom obracać kartkę papieru i zwracać uwagę, że proste nie przestają być prostopadłemi. Teraz dzieci wyszukują proste prostopadłe w otoczeniu, badając za każdym razem przy pomocy modelu kąta prostego, względnie ekierki, czy dane proste przecinają się pod kątem prostym.



Rys. 4.



Rys. 5.

Wprowadzenie *prostych równoległych* jest naogół znacznie trudniejsze, zarówno dlatego, że dzieci nie umieją jeszcze wymierzać odległości między równoległemi, jak i ze względu na niemożliwość uzasadnienia nazwy, która bynajmniej nie oznacza, że proste „równo leżą", gdyż w istocie rzeczy są one „równo oddalone" czyli „równo odległe". Jako konkret, możemy zastosować tę samą kartkę papieru, przy pomocy której wprowadzaliśmy kąt prosty i proste prostopadłe. Przebieg będzie następujący: dzieci „zrobią" na kartce naprzód jedną prostą, potem drugą do niej prostopadłą, a wreszcie trzecią, prostopadłą do pierwszej (rys. 5). W ten sposób otrzymają dwie proste równoległe. Aby dzieci nie pomieszały tych trzech linij, każemy im pierwszą odgiąć, a jeszcze lepiej ściąć nożyczkami i zapytujemy: czy to są linje prostopadłe? Teraz trzeba wprost podać ich nazwę: takie proste, jak te, nazywamy równoległemi. Podobnie jak robiliśmy z prostopadłemi, dzieci układają kartkę w różny sposób i każdorazowo stwierdzają, że proste zawsze są równoległe. Nastąpi teraz wskazywanie prostych równoległych na przedmiotach w otoczeniu: ściany szafy, boki (krawędzie) tablicy, książki, zeszytu i t. p. Rzecz prosta, że ocena równoległości będzie się odbywała „na oko“ — bez jakiegokolwiek sprawdzania.

Wobec tego, że zagadnienie prostych prostopadłych i równoległych występuje w klasie IV-ej nietylko w geometrji, ale i w rysunku, nasuwa się pytanie: w którym przedmiocie omawiane położenie prostych ma być wcześniej potraktowane? Ze stanowiska nauki geometrji lepiej będzie, jeżeli proste prostopadłe i równoległe naprzód wystąpią w rysowaniu przedmiotów rzeczywistych.

Prostokąt i kwadrat.

Opracowanie prostokąta i kwadratu występuje, jako konsekwencja logicznej konstrukcji programu: prosta — odcinek — kąt prosty — proste prostopadłe i równoległe. Zgodnie z programem, opracowanie tych figur obejmie: a) wprowadzenie i pojęcie prostokąta i kwadratu; b) kreślenie tych figur na papierze kratkowanym; c) obliczanie ich obwodów. Kształty prostokąta i kwadratu nie są dzieciom obce, gdyż w klasach poprzednich zapoznały się z niemi praktycznie na lekcjach rysunku i zajęć rękodzielniczych. Tutaj nastąpi dokładniejsze omówienie tych figur i pogłębienie odpowiednich pojęć.

Rozpoczynamy od p r o s t o k ą t a, a nie od kwadratu, jak było w dawnym programie. Gdybyśmy w dalszym ciągu chcieli stosować „geometrję na kartce papieru“, to prostokąt możemy wprowadzić, zaginając cztery brzegi kartki pod kątem prostym, czyli tak, aby były do siebie prostopadłe. Jeżeli otrzymane w ten sposób prostokąty byłyby niedokładne, to doświadczenia należy przeprowadzać na prostokątach, wyciętych uprzednio przez nauczyciela z tektury, kartonu lub papieru. Terminu „płaszczyzna“, ani „figura" wprowadzić jeszcze nie możemy. Ponieważ nazwę prostokąta dzieci znają z lekcyj rysunków, więc odrazu posługujemy się tą nazwą. Badanie własności rozpocznie się od pytania: ile kątów ma prostokąt? Dzieci policzą kąty, a następnie drogą porównania przez nakładanie modelu kąta prostego stwierdzą, że wszystkie kąty są proste. Gdybyśmy przedtem, omawiając kąt prosty, nie zwrócili uwagi na to, że wszystkie kąty proste są równe, to tutaj pewnik ten musi wystąpić. Zatem dzieci stwierdzą, że kąty w prostokącie są proste i dlatego równe. Teraz nastąpi badanie boków, przyczem termin „bok" wprowadzamy przygodnie — bez definicji. Na podstawie porównywania i mierzenia dzieci ustalą: a) że boki, które tworzą kąty proste, są prostopadłe; b) że boki, które leżą naprzeciw siebie, są parami równe i równoległe. W ten sposób będą ustalone wszystkie cechy, które tworzą treść pojęcia prostokąta, poczem może nastąpić wyjaśnienie nazwy tej figury. Teraz będą dzieci wskazywały prostokąty na przedmiotach w otoczeniu, przyczem, gdy chodzi o przedmioty mniejsze i dostępniejsze, wskazywane figury będą sprawdzały, czy istotnie są prostokątami.

Zgodnie ze wskazaniem programu, k w a d r a t musi być wprowadzony jako specjalny przypadek prostokąta, w którym wszystkie boki są równe. Chcąc wyjaśnić dzieciom ten związek kwadratu z prostokątem, możemy postawić dzieci wobec takiego zagadnienia: omówiony przedtem prostokąt z papieru tak załamać (zgiąć), aby powstał nowy prostokąt, który będzie miał wszystkie boki równe. Inaczej można potraktować zagadnienie w ten sposób: dzieci otrzymują gotowe kwadraty z tektury lub papieru; naprzód stwierdzają, że są to prostokąty, a następnie, że wszystkie boki w tych prostokątach są równe. Teraz zjawia się nazwa takiego prostokąta o równych bokach, oczywiście, że bez wyjaśnienia jej pochodzenia językowego.

Następuje teraz *kreślenie* prostokątów i kwadratów na papierze kratkowanym. Kreślenia na papierze nielinjowanym program tutaj jeszcze nie wprowadza z tego względu, że dzieci nie posiadają techniki kreślenia prostych prostopadłych, a umiejętność tę zdobywają dopiero w klasie następnej. Papier kratkowany ułatwia dzieciom kreślenie zarówno kątów prostych, jak i boków równych. Kratki nie mogą być jakiekolwiek, lecz muszą mieć kształt kwadratów, w których boki mają długość określoną w jednostkach długości. W zeszytach znormalizowanych, które zachowały kratki dawniejsze, grubszemi linjami zaznaczone są kratki centymetrowe, co ogromnie ułatwia dzieciom operowanie centymetrem zarówno linjowym, jak i kwadratowym. Ćwiczenia w kreśleniu prostokątów i kwadratów będą się sprowadzały do zadań następujących typów:

a) Nakreśl (narysuj) prostokąt, którego dłuższy bok ma 6 cm., a krótszy — 4 cm. Nakreśl kwadrat, którego bok ma 5 cm.;

b) Nakreśl prostokąt, którego jeden bok ma 75 mm., a drugi — 45 mm. Nakreśl kwadrat, którego bok ma 55 mm. — Zadania nieco trudniejsze od poprzednich ze względu na wymiary figur.

c) Jeden bok prostokąta ma 7 mm., a drugi — 4 mm. Narysuj prostokąt o bokach 10 razy większych. Narysuj kwadrat, którego bok ma 75 mm., a pod spodem nakreśl drugi kwadrat, którego bok jest 3 razy mniejszy. — Zadania jeszcze trudniejsze, niż poprzednie, ponieważ wymagają pewnych operacyj liczbowych.

Przy wykonywaniu zadań na kreślenie, których przykłady podaliśmy, należy przestrzegać, aby dzieci naprzód zaznaczały na papierze kropkami (punktami) żądane wymiary, a potem dopiero łączyły punkty linjami prostemi jako odcinkami.

Obliczanie obwodów prostokątów i kwadratów powinno wystąpić w związku z konkretnemi zagadnieniami, które zjawią się albo na zajęciach praktycznych, jak np. długość tasiemki do oklejenia ramki prostokątnej, albo w zadaniach z treścią tego typu: ogród (parcelę) w kształcie prostokąta (kwadratu) trzeba ogrodzić parkanem; obliczyć łączną długość tego parkanu. Przy obliczeniach podsuniemy zręcznie termin „obwód", który łatwo jest wyprowadzić od wyrazu „obwodzić". Jeżeli chodzi o sposób obliczania, to dzieci łatwo znajdą wszystkie możliwe sposoby, o ile umiejętnie pokierujemy ich pracą. Obliczanie obwodu prostokąta będzie doskonałą okazją do zastosowania nawiasów, co w konkretnym przypadku prostokąta o wymiarach 8×5 będzie wyglądało, jak następuje:

a) sposób I: $8 + 5 + 8 + 5 = 26$;

b) sposób II: $(2.8) + (2 . 5) = 26$;

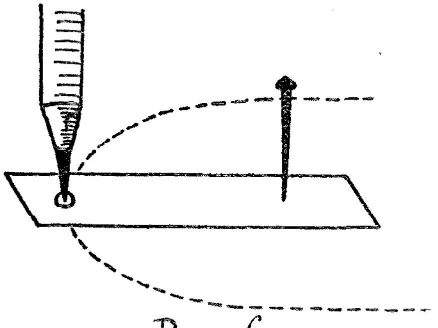
c) sposób III: $(8 + 5) . 2 = 26$;

Mając do czynienia z kwadratem, łatwo dzieciom wykażemy, że zamiast dodawać czterokrotnie długość boku, możemy liczbę wymiarową jednego boku pomnożyć przez cztery.

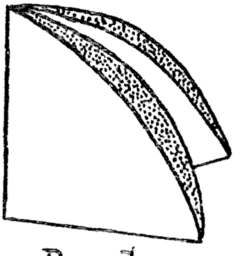
Okrąg i koło.

Linję prostą wprowadziliśmy w odróżnieniu od linji krzywej, a teraz mamy dzieci zapoznać z okręgiem jako swoistym przykładem linji krzywej, najczęściej w życiu spotykanej. Przy opracowaniu okręgu i koła wystąpią takie zagadnienia: a) kreślenie okręgu; b) wprowadzenie odpowiednich terminów; c) wycinanie koła; d) mierzenie średnicy.

Jeżeli chodzi o kreślenie okręgu, to w klasach poprzednich rysowały już dzieci odręcznie przedmioty koliste (rysunek w klasie III-ej), albo obrysowywały kółka i wycinały krążki z papieru, potrzebne np. jako liczmany. W klasie IV-ej dzieci mają się zapoznać z kreśleniem okręgu przy pomocy specjalnego przyrządu — cyrkla. Nim cyrkiel wprowadzimy (albo po jego wprowadzeniu), pokażemy dzieciom prymitywniejsze przyrządy do kreślenia okręgów, czyli takie, z których nieraz w życiu będą korzystały. Jeden z tych przyrządów — to sznurek, swobodnie zaczepiony na dwóch kołeczkach; takiego „cyrkla" używamy do wyznaczania klombów kolistych na gruncie.



Rys. 6.



Rys. 7.

Drugi przyrząd, używany do kreślenia mniejszych okręgów, może być zrobiony z paska sztywnego papieru; jeden koniec paska przymocowuje się szpilką, a do otworu, znajdującego się na drugim końcu, wkłada się ostro zatemperowany ołówek (rys. 6). Prowadząc ołówek wraz z paskiem dookoła szpilki jako osi, nakreślimy linję krzywą mniej lub więcej zbliżoną do okręgu. Po tych ćwiczeniach wprowadzamy c y r k i e l jako przyrząd wygodniejszy i doskonalszy. Ćwiczenia w posługiwaniu się cyrklem można rozpocząć na tablicy, a potem dopiero przejść do kreślenia okręgów małym cyrklem na kartkach papieru. Dobrze jest odrazu zwracać uwagę dzieci na to, że wielkość koła zależna jest od rozchylenia nóżek cyrkla, a w tym celu zalecać kreślenie kół, mających wspólny środek. Jeżeli to możliwe, należy wiązać ćwiczenia tego rodzaju z zagadnieniami praktycznemi na lekcjach zajęć rękodzielniczych.

W związku z kreśleniem okręgów i badaniem ich własności zajdzie potrzeba wprowadzenia najważniejszych terminów, jak: okrąg, koło, środek, promień i średnica. Terminy te są ściśle zdefinjowane, ale na tym poziomie nie możemy z definicyj korzystać, musimy zatem ograniczać się do tego, żeby dzieci skojarzyły nazwę z treścią, żeby nazywane utwory umiały pokazywać. Najtrudniej może przyjdzie dzieciom odróżniać okrąg i koło, a to dlatego, że nie zdobyły jeszcze pojęcia płaszczyzny. Obok prawidłowego pokazywania - do rozróżniania okręgu i koła przyczyniać się jeszcze będzie kreślenie i wycinanie. Jeżeli konsekwentnie tych terminów używać będziemy, to dzieci dojdą do przekonania, że kreśląc okrąg, równocześnie kreślą i koło, a natomiast wycinają tylko koło. Okręgu, podobnie jak linji prostej, wycinać nie można; można tylko wzdłuż okręgu wycinać, jak wzdłuż linji prostej odcinamy, względnie rozcinamy.

Wycinanie kół należy związać z zajęciami praktycznemi (przykrywki do garnków, wózki, kolejki, samochody, młyny, kołowrotki), jak również z nauczaniem arytmetyki, gdzie koła wykorzystamy jako pomoc naukową przy nauczaniu ułamków w postaci t. zw. kół ułamkowych. Jeżeli chodzi o nauczanie geometrji, to wycinanie kół wykorzystamy do mierzenia średnicy, a to znów naprowadzi dzieci na niektóre ciekawe własności okręgu i koła. Zginając wycięte koło wzdłuż odcinka, przechodzącego przez środek koła, otrzymają dzieci średnicę. Mierzenie średnicy sprowadza się do mierzenia odcinka i nie przedstawia żadnych trudności, ponieważ dzieci umieją to już robić.

Składając koło wzdłuż średnicy, stwierdzą dzieci, że średnica dzieli koło na dwa równe półkola. Gdy każemy dzieciom składać koło wzdłuż różnych średnic i mierzyć ich długość, doprowadzimy do wniosku, że wszystkie średnice w kole są równe. Następnie zginają dzieci półkola i średnicę tak, aby złamanie średnicy nastąpiło w środku koła i aby jej części (promienie) padły na siebie (rys. 7). Stąd wyprowadzają dzieci następujące wnioski: a) średnica równa się dwu promieniom w tem samem kole; b) skoro wszystkie średnice są równe, to równe są i wszystkie promienie; c) mając średnicę, łatwo znajdujemy promień — i odwrotnie. W związku z opisanem składaniem koła i badaniem jego własności wysuniemy ciekawe zagadnienie do rozwiązania: jak znaleźć środek koła, wyciętego z papieru, jeżeli np. zapomnieliśmy przed kreśleniem wyraźnie go zaznaczyć? Dwukrotne zgięcie koła (krążka papierowego) tak, aby jego części każdorazowo dokładnie nakrywały się, daje nam dwa promienie, tworzące kąt prosty środkowy, a po rozprostowaniu koła — dwie średnice, przecinające się w środku koła. Mamy więc rozwiązanie zadania, o które chodziło. Przy wykonywaniu tych wszystkich „operacyj", związanych z kołem, dzieci mimowoli zdobędą takie jeszcze doświadczenia i podświadome przekonania: a) że promienie, względnie średnice, tworzą kąty środkowe, których nazwy jeszcze nie wprowadzamy; b) że dwie średnice prostopadłe dzielą płaszczyznę kołową na cztery kąty proste, co wykorzystamy w klasie następnej przy rozpatrywaniu kąta, jako miary obrotu półprostej na płaszczyźnie dookoła jej punktu początkowego.

Tak wygląda zagadnienie mierzenia średnicy koła, wyciętego z takiego materjału, że łatwo można je zginać i w ten sposób odszukiwać średnicę. Jeżeli chodzi natomiast o wyszukiwanie i mierzenie średnicy kół, których zginać nie można (koła nakreślone na tablicy, monety metalowe), to program zarówno tej klasy, jak i następnych, nic o tem nie wspomina. Zagadnienie to jednak jest bardzo ważne ze względów praktycznych, jak i teoretycznych, jeśli chodzi o obliczanie obwodu i pola koła, dlatego też nie może być w nauczaniu pominięte. Moment wprowadzenia odpowiednich ćwiczeń, skoro program wyraźnie tego nie ustala, winien być przystosowany do podręcznika, jakiego uczniowie używają. Nowe podręczniki różnie to zagadnienie traktują: jedne (np. podręcznik Rusieckiego i Zarzeckiego) wprowadzają sposób mierzenia średnicy dowolnego koła w klasie V-ej; inne zaś, jak np. „Arytmetyka i geometrja" Bieleckiego i Krasińskiego, traktują to zagadnienie dopiero w klasie VI-ej, a to w związku z obliczaniem długości okręgu i pola koła. Sposób mierzenia długości średnicy przy pomocy linijki z podziałką milimetrową i dwóch ekierek (węgielnic), względnie prostokątnych linijek, podany jest w wymienionych podręcznikach, dlatego pomijamy jego opis szczegółowy.

Skala i plan.

Ogólne wskazania programu, dotyczące tego zagadnienia, są następujące:

Po opracowaniu elementarnych pojęć geometrycznych przychodzą ich zastosowania w ćwiczeniach, dotyczących planu w danej skali. I w tym przypadku pojęcie to zjawia się naprzód w innym przedmiocie (mianowicie w geografji), a potem dopiero w matematyce — w innem jednak ujęciu i w otoczeniu innych zagadnień, co niewątpliwie sprzyjać będzie lepszemu przyswojeniu tego ważnego, a trudnego pojęcia („Program nauki" — str. 363).

Jeżeli arytmetyki z geometrją oraz geografji i nauki o przyrodzie uczy ten sam nauczyciel, to opracowanie skali i planu w obu przedmiotach winien połączyć w jedną całość. Jeżeli zaś przedmioty te nie są w ręku jednego nauczyciela, to lekcje, poświęcone opracowaniu skali i planu, winny być przeprowadzone przy porozumieniu nauczycieli obu przedmiotów. („Program nauki“ — str. 95).

W opracowaniu skali i planu, zgodnie ze wskazaniami programu geometrji, musimy przeprowadzić następujące ćwiczenia;

a) zaznajomienie ze skalą: wielokrotne pomniejszenie i powiększenie długości; rysunek figury w pomniejszeniu i powiększeniu; kreślenie figur w danej skali;

b) wprowadzenie planu: plan w skali 1:10, 1:100, 1:1000; wyznaczanie położenia punktów na planie metodą rzutowania na oś; kreślenie planu pokoju lub podwórka.

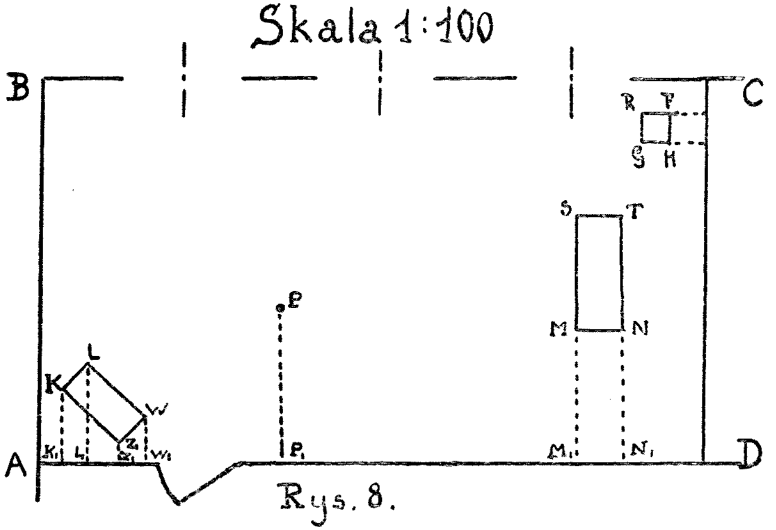
Zmniejszanie i powiększanie przedmiotów na rysunku jest już dzieciom znane z doświadczenia. Dzieci miały do czynienia z takiemi np. obrazami, na których rysunek konia był pomniejszony, a rysunek osy — powiększony; nawet zdają sobie z tego sprawę, dlaczego tak wykonany był pierwszy, a dlaczego — drugi rysunek. Wielokrotne pomniejszenie i powiększenie długości poznały dzieci praktycznie, jeżeli przy kreśleniu prostokątów i kwadratów, jak to wyżej wskazywaliśmy, wykonywały takie ćwiczenia: Nakreśl kwadrat, którego bok ma 75 mm., a pod spodem — drugi kwadrat, którego bok będzie 3 razy mniejszy. Na tych doświadczeniach oprzemy teraz pojęcie skali i planu.

Rzeczą najważniejszą i zarazem najtrudniejszą będzie tutaj wprowadzenie p o j ę c i a s k a l i. Idąc za wskazaniami programu, zastosujemy do tego celu odpowiednie rysunki, przedstawiające pewne przedmioty w pomniejszeniu, względnie w powiększeniu. Bierzemy np. dwa rysunki, które przedstawiają kształt tej samej koperty: jeden w wielkości naturalnej, a drugi zmniejszony w skali 1 : 2. Pokazując oba rysunki, rzucamy pytania: Co widzą dzieci na rysunkach? Czy to jest ta sama koperta? Czem różnią się rysunki tej samej koperty? Teraz każemy dzieciom porównać długość i szerokość koperty „prawdziwej" z długością i szerokością koperty zmniejszonej. Na tej podstawie dzieci ustalają, że wymiary (długość i szerokość) koperty zmniejszonej są dwa razy mniejsze od wymiarów (długości i szerokości) koperty „prawdziwej". W podobny sposób badamy z dziećmi rysunki, przedstawiające pomniejszone figury w innych skalach, przyczem stale zwracamy uwagę, że przy ustalaniu zmniejszenia porównywamy długość i szerokość, które na rysunku przedstawione są odcinkami, a nie płaszczyzny figur. Należy tutaj unikać kardynalnego błędu, wyrażającego się w pytaniu: ile razy jedna figura jest mniejsza od drugiej? Chwila zastanowienia wystarczy dla zorjentowania się, że np. przy skali 1:2 płaszczyzna zmniejsza się nie dwa, a cztery razy. Kiedy przerobimy z dziećmi kilka ćwiczeń tego rodzaju, jak wyżej opisany, wówczas wprowadzamy pojęcie skali, oczywiście — bez definicji. Treść tego pojęcia winna być następująca: jeżeli mamy rysunek figury, w której każdy odcinek jest pewną ilość razy pomniejszony, to powiadamy, że rysunek wykonany jest w skali. Zarazem pokazujemy sposób cyfrowego oznaczania i odczytywania skali. Następują teraz ćwiczenia, w których rozszerzamy pojęcie skali na te przypadki, gdzie chodzi o przedstawianie przedmiotów na rysunkach w powiększeniu. Specjalną uwagę zwracamy na skalę 1 : 1, kiedy każdy odcinek rysujemy w wielkości prawdziwej czyli naturalnej.

Kreślenie figur w danej skali, o ile to możliwe, należy wiązać z zagadnieniami praktycznemi. Przypuśćmy, że chodzi o rozplanowanie kawałka ziemi w ogródku szkolnym z podziałem na zagonki, mające kształt prostokątów. Zjawia się zagadnienie, jak to zrobić na rysunku. Kiedy dzieci stwierdzą, że rysunek (plan) musi być wykonany w pomniejszeniu, wówczas nasunie się pytanie: jak to zrobić? Metodą dyskusyjną dochodzimy z dziećmi do ustalenia następujących czynności: a) pomiary terenu, który ma być rozplanowany; b) ustalenie sposobu rozplanowania (ilość i wymiary zagonków, szerokość ścieżek i t. p.); c) wybór odpowiedniej skali w zależności od tego, jak wielki rysunek chcemy otrzymać, względnie — na jakiej płaszczyźnie papieru chcemy rysunek zmieścić; d) wykonanie rysunku (planu) na podstawie powyższych danych. Kreślenie przeprowadza się na papierze kratkowanym.

Opisane ćwiczenie, mające charakter przykładowy, może być dane po uprzedniem przygotowaniu zapomocą ćwiczeń łatwiejszych. Do takich ćwiczeń należą następujące: a) Narysuj w skali 1 : 10 prostokąt o wymiarach 85 cm. i 60 cm. b) Wykreśl okładkę swego podręcznika (przypuśćmy — do arytmetyki) w skali 1 : 5; c) Kwadrat, którego bok ma 75 cm., nakreśl w skali 1 : 10; d) Mamy prostokąt o wymiarach 45 mm. i 25 mm. Narysuj ten prostokąt w skali 2 : 1; e) Kwadrat o boku 120 mm. narysuj w skalach: 1:1, 1:2, 1:3, 1:4, 1:5. Te i tym podobne ćwiczenia mają doprowadzić dzieci do należytego zrozumienia skali i przygotować grunt do wprowadzenia planu, a następnie mapy.

Stosownie do programu, wprowadzamy teraz p l a n y, wykonane w skalach: 1:10, 1:100, 1:1000. Zaczynamy już teraz używać terminu „plan" na oznaczanie rysunku, wykonanego w pewnej skali. Wymienione w programie plany wprowadzamy w tym celu, aby nauczyć dzieci umiejętności ich czytania. Czytać plan to znaczy umieć oznaczać według planu rzeczywistą długość i położenie odcinków, a do tego potrzebna jest umiejętność wyznaczania punktów na planie. Ponieważ są to zagadnienia dość trudne, a z drugiej strony — względnie nowe w programie szkoły powszechnej, dlatego wyjaśnimy je na przykładzie konkretnym. Mamy plan sali szkolnej w skali 1:100 (rys. 8).



Rys. 8.

Czytanie planu rozpoczynamy od wyjaśnienia skali: każdy odcinek na planie jest 100 razy mniejszy, niż w rzeczywistości. Teraz ustalają dzieci według planu i skali rzeczywistą długość i szerokość pokoju, jak również stołu, oznaczonego na planie literami STMN. Po tych ćwiczeniach, z któremi łatwo sobie dzieci poradzą, przystępujemy do wyznaczania na planie punktów metodą rzutowania na oś.

W tym celu zaznaczamy na planie jakiś punkt P i powiadamy dzieciom, że chcemy dokładnie w tem miejscu wbić gwóźdź w podłodze pokoju. Jak oznaczyć dokładnie na podłodze to miejsce, w którem gwóźdź ma być wbity? Naprowadzamy dzieci, że naprzód trzeba oznaczyć położenie gwoździa (punktu P) na planie. Zazwyczaj dzieci powiedzą, że trzeba zmierzyć odległość punktu od ściany. Ale jak to zrobić, żeby było dokładnie, to sprawa trudniejsza, wymagająca zaznajomienia. Wprowadzamy pojęcie osi jako prostej, pomyślanej wzdłuż jednej ze ścian, przypuśćmy — ściany AD. Teraz znajdujemy rzut punktu P na prostą (oś) AD; rzutem tym jest punkt P' (jako punkt przecięcia się prostopadłej PP'z osią rzutów AD). Następuje mierzenie odcinków: AP' i PP'; pierwszy odcinek (AP') ma 3 cm., a drugi (PP') — 2 cm. Według podanej skali, dzieci z łatwością znajdują, że w rzeczywistości (na podłodze pokoju) długość tych odcinków odpowiednio wynosi: 3 m i 2 m. Stąd wniosek, że gwóźdź w podłodze musi się znajdować w odległości 3 m. od ściany AB oraz 2 m. od ściany AD. W ten sposób zadanie zostało rozwiązane. Przy sposobności zwracamy uwagę na pewną niekonsekwencję w programie: rzutowanie punktu na prostą i mierzenie odległości od punktu do prostej figuruje w programie geometrji dopiero w klasie V-ej, a tymczasem przy wprowadzaniu planu, jak z powyższego widać, zagadnienie to już w klasie IV-ej jest aktualne.

Kiedy dzieci umieją wyznaczać punkty na planie, to nietrudno już będzie oznaczać położenie przedmiotów prostokątnych, zwłaszcza w takiej konfiguracji, jak przedstawiony jest na planie stół STMN. Jak widać z rysunku, zagadnienie to sprowadza się do mierzenia odcinków: MM', NN' oraz DM' i DN'. Tutaj wysunie się ciekawe zagadnienie: ile punktów musimy rzutować na oś, ażeby dokładnie oznaczyć położenie stołu, o który chodzi, jeżeli wiadomo, że stoi on równolegle do ściany CD, oraz jeżeli z planu łatwo jest znaleźć długość i szerokość tego stołu. Oczywiście, że wystarczy znaleźć tylko punkt M' lub N' w takich warunkach. Rozmieszczenia prostokątów na planie w układzie skośnym nie należy tutaj wprowadzać, skoro kreślenie planów przez dzieci ma się odbywać na papierze kratkowanym. (Rysunek na planie KLWZ potrzebny jest w dalszych rozważaniach).

Ostatni rodzaj ćwiczeń w tym dziale — to **kreślenie planu** pokoju lub podwórka, wykonywane metodą rzutowania na oś na papierze kratkowanym. Ćwiczenie to wymaga innego postępowania, niż to, które stosowaliśmy poprzednio: tam przenosiliśmy punkty z planu na płaszczyznę rzeczywistą; tutaj zaś odwrotnie — z płaszczyzny realnej będziemy przenosili punkty na plan. Tam mieliśmy do czynienia z gotowym planem, a tutaj mamy go nakreślić, czyli — jak się to mówi — zdjąć plan. Jako temat ćwiczeń możemy obrać kreślenie planu tej samej sali szkolnej, zwłaszcza gdy innej sali nie mamy, a kreślenie planu podwórka jest utrudnione lub wprost niemożliwe. Po zaznaczeniu na planie ścian i szczegółów budowlanych (drzwi, okna) przystępujemy do rozmieszczenia sprzętów, które mają kształt prostokątny i ustawione są do ścian równolegle. Wyobraźmy sobie, że mamy zaznaczyć na planie taboret, oznaczony literami RFGH. Naprzód muszą dzieci oznaczyć położenie taboretu na podłodze, stosując metodę rzutowania punktów na oś, którą obierają jako prostą wzdłuż jednej ze ścian np. CD. Potem zmniejszają według danej skali długość znalezionych odcinków i, posługując się kratkami na papierze, które ułatwiają kreślenie prostych prostopadłych i równoległych, zaznaczają odpowiednie punkty na planie; wreszcie kreślą zmniejszone proporcjonalnie odcinki, jako boki oznaczanej na planie figury. Ćwiczeń tego rodzaju należy wykonać tyle, aby dzieci zrozumiały metodę kreślenia i nabrały pewnej wprawy w jej stosowaniu. Zresztą zagadnienie to wystąpi jeszcze w programie klasy następnej.

Na tem kończymy uwagi na temat realizacji programu geometrji w klasie IV-ej. Jeżeli zagadnieniu temu poświęciliśmy stosunkowo więcej miejsca, to dlatego, że chodzi tutaj o elementarne utwory geometryczne czyli najbardziej podstawowe w nauczaniu tego przedmiotu. Chcemy w ten sposób zaakcentować, że na opracowanie tych utworów należy zwrócić specjalną uwagę, ponieważ od stopnia ich zrozumienia i opanowania przez dzieci zależne są wyniki dalszego nauczania geometrji.

KLASA V.

Korelacja geometrji z innemi przedmiotami.

Zagadnienie to w klasie V-ej przedstawia się, jak następuje:

Geometrja	Rysunek	Zajęcia praktyczne	Nauka o przyrodzie i geografja
Kąty płaskie, mierzenie kątów. Kąty przyległe i wierzchołkowe. Proste prostopadłe. Rzut punktu na prostą i odległość od punktu do prostej. Proste równoległe. Linje łamane. Trójkąt i wielokąt. Skala i plan. Pole prostokąta. Prostopadłościan, jego pole powierzchni i objętość.	Rysunek odręczny kwadratu i prostokąta; podział na dwie i cztery części odcinków prostej, kwadratu i prostokąta. Zwracanie uwagi na zjawiska perspektywiczne i zachęcanie do ich wyrażania w rysunku.	Umiejętność przerznięcia deski według prostej i krzywej linji. Wykonywanie modeli brył z kartonu i tektury.	Pion, poziomnica, ich zastosowanie. Światło — smuga światła i smuga cienia; odbicie światła, obrazy w zwierciadle. Zmiany objętości ciał przy zmianach temperatury. Czytanie mapy fizycznej i politycznej.

U w a g i: Nauka rysunku w tej klasie, poza umiejętnością podziału odcinków na części, nic nowego nie daje geometrji; sama zaś korzysta z przygotowania, jakie daje geometrja w zakresie perspektywy równoległej ukośnej. Zajęcia praktyczne korzystają z umiejętności kreślarskich, zdobywanych na lekcjach geometrji, ale ze swej strony przychodzą geometrji z walną pomocą, dostarczając potrzebnych jej siatek i modeli prostopadłościanów. Nauka o przyrodzie martwej dostarcza geometrji umiejętności w posługiwaniu się pionem i poziomnicą, co potrzebne jest tej ostatniej do ustalania położenia prostych i płaszczyzn w przestrzeni; sama zaś nauka o przyrodzie korzysta z wiadomości geometrycznych, dotyczących linji prostej i kątów, przy omawianiu zagadnień, związanych z rozchodzeniem i odbijaniem się światła w przestrzeni. Związek geometrji z geografją występuje na tle zagadnienia skali i planu.

Uwagi o wykonaniu programu geometrji.

W programie klasy V-ej występują dwa wyraźne działy:

a) nawiązanie do materjału z ubiegłego roku: występują tutaj jako nowe takie zagadnienia: kąty płaskie i mierzenie kątów, trójkąt i wielokąt;

b) wprowadzenie nowego materjału, jak: pole prostokąta oraz pole powierzchni i objętość prostopadłościanu.

Jeśli chodzi o charakter nowego materjału, to w związku z tem czytamy w programie, co następuje: „W klasie V geometrja staje się działem pracy swoistym dla nauczania matematyki. Przychodzą tu trudne pojęcia kąta, pola prostokąta i objętości prostopadłościanu, które dopiero po opracowaniu w matematyce stają się narzędziem użytkowem dla innych przedmiotów".

Na geometrję program przeznacza 30 — 40 godzin w ciągu roku szkolnego czyli średnio — jedną godzinę tygodniowo. Zaleca jednak nie wydzielać tej godziny w tygodniowym rozkładzie zajęć, ale przeplatać działy arytmetyki z działami geometrji, a nawet łączyć na jednej lekcji zagadnienia z obu działów matematyki. W miarę możności program zaleca przeprowadzać niektóre lekcje geometrji na otwartem powietrzu. Do takiego prowadzenia nadają się w szczególności tematy następujące: a) wytyczanie kątów prostych i prostokątów na gruncie (przy pomocy krzyżulca); b) zdejmowanie planów sytuacyjnych; c) mierzenie i obliczanie pól prostokątnych parceli gruntowych.

W szczegółowem omówieniu tematów i ćwiczeń zwrócimy specjalną uwagę na zagadnienia trudniejsze, które występują po raz pierwszy w programie omawianej klasy. Ponieważ dla klasy V-ej mamy już podręczniki, przystosowane do nowego programu, uwagi na temat sposobu nauczania geometrji w danej klasie oprzemy na jednym z tych podręczników, co umożliwi operowanie bardziej konkretnym materjałem. W tym celu obieramy podręcznik, który uważamy za najlepszy do naszych celów, a mianowicie: „Arytmetykę i geometrję" B. Bieleckiego i W. Krasińskiego (Tom I dla V klasy szkół powszechnych). Powołując się na ten podręcznik, będziemy używali skrótów: „podręcznik" albo „B — K", co oznaczać będzie inicjały autorów.

Kąty płaskie i mierzenie kątów.

W podręczniku temat o kątach (rozdział IV) obejmuje następujące zagadnienia: a) pojęcie płaszczyzny i półprostej; b) pojęcie kąta; kąty: wklęsły, wypukły i półpełny; c) kąty równe i nierówne; d) kąty przyległe; e) kąt prosty; kąty ostre i rozwarte; f) mierzenie kątów; g) kąty wierzchołkowe; h) kąty, opisywane przez obracającą się półprostą. Tego rodzaju rozplanowanie materjału, jak niżej zobaczymy, jest uzasadnione zarówno względami natury rzeczowej, jak i metodycznej.

Wprowadzenie pojęcia płaszczyzny jest konieczne nietylko ze względu na pojęcie kąta, który z płaszczyzną jest ściśle związany, ale i ze względu na pojęcie figury jako płaszczyzny, leżącej wewnątrz linji zamkniętej. Płaska powierzchnia tablicy, stołu, papieru, leżącego na stole, powierzchnia wody w stawie przy cichej pogodzie, słowem — każda płaska powierzchnia, którą wyobrażamy sobie jako rozciągającą się nieograniczenie we wszystkich kierunkach, jest płaszczyzną. Jak widać, pojęcie płaszczyzny jest dość trudne i dlatego musi być bardzo starannie opracowane. Bez tego pojęcia nie może być mowy o poznawaniu płaskich utworów geometrycznych.

Jeżeli w klasie IV-ej (patrz: „linja prosta“) nie wprowadziliśmy pojęcia półprostej, musimy to zrobić tutaj, inaczej bowiem nie moglibyśmy wytworzyć właściwego pojęcia kąta. Pojęcie kąta wprowadza się w sposób następujący: jeżeli dwie półproste wychodzą z jednego punktu, to dzielą one płaszczyznę na dwie części, z których każda nazywa się kątem płaskim albo krótko — kątem. Zwracamy przytem uwagę na błędność takich definicyj kąta: „Kątem nazywamy wzajemne nachylenie dwu przecinających się prostych“*), albo jeszcze gorzej: kątem nazywamy dwie proste, wychodzące z jednego punktu! Doskonałe są rysunki w podręczniku B — K, przedstawiające podział płaszczyzny na kąty, oraz rozróżnienie kątów wypukłych i wklęsłych. W związku z tem ciekawie wprowadza się pojęcie kąta półpełnego, który powstaje wtedy, gdy dwie półproste tworzą jedną prostą i dzielą płaszczyznę na takie dwie części, z których żadna nie jest ani kątem wypukłym, ani wklęsłym.

---

*) **Jamrógiewicz i Strutyński — Geometrja poglądowa.**

Opracowując pojęcie kąta w sposób wyżej podany, wprowadzamy zarazem nazwy elementów kąta (r a m i o n a — półproste, tworzące kąt; w i e r z c h o ł e k — wspólny początek obu ramion) oraz sposób zapisywania i wymawiania nazw kątów (znak kąta i litery).

Następne zagadnienie w podręczniku, traktujące o kątach równych i nierównych, ma na celu wytworzenie pojęcia, że kąt jest pewną wielkością, która, jak każda inna wielkość, może się zmniejszać lub powiększać; że wskutek tego może być porównywana z jednorodnemi wielkościami, które umówiono się uważać za jednostki, czyli może być mierzona. Podręcznik wskazuje sposób porównywania wielkości kątów przez nakładanie, co będzie potem uczniowi potrzebne przy mierzeniu kątów. Tą drogą uczniowie dochodzą do przekonania, że kąty są r ó w n e i n i e r ó w n e, że z dwóch nierównych kątów jeden jest w i ę k s z y, a drugi m n i e j s z y. W związku z tem należy zwrócić uwagę na ten fakt, że wielkość kąta nie zależy od długości jego ramion. Bardzo łatwo dzieci o tem przekonamy, jeżeli przy kilkakrotnem nakładaniu dwóch kątów ramiona jednego z nich będziemy każdorazowo przedłużali, a nakładanie będzie wykazywało, że wskutek tego wielkość kąta nie ulega zmianom.

Teraz wprowadzamy kąty p r z y l e g ł e. Przy omawianiu własności tych kątów dobrze jest wprowadzić, idąc za wskazaniem podręcznika, pojęcie sumy kątów. Wymaga tego poprawne sformułowanie twierdzenia: kąty przyległe tworzą w sumie kąt półpełny. Bez pojęcia sumy musielibyśmy używać niejasnego wyrażenia: „tworzą razem...“ Na pojęciu kątów przyległych opieramy dalsze badanie własności kątów płaskich, ustalanie ich rodzajów i nazw.

Z kątami przyległemi wiążemy przedewszystkiem rozszerzenie pojęcia kąta p r o s t e g o, który dzieci poznały w poprzedniej klasie. Tam dzieci zdobyły intuicyjne i podświadome przekonanie, że kątem prostym nazywamy kąt, utworzony z ramion prostopadłych; tutaj zaś dzieci dowiedzą się, że kąt prosty to jeden z dwóch równych kątów przyległych. Przekonają się o tem doświadczalnie, posługując się znaną już z klasy poprzedniej niekształtną kartką papieru (rys. 4). Dzieci wiedzą, że gdy dwukrotnie złożą kartkę papieru, to otrzymają kąt prosty, a po rozłożeniu kartki — cztery kąty proste. Teraz rozcinają kartkę wzdłuż jednej prostej i otrzymują dwa kąty półpełne czyli dwie pary kątów przyległych. Gdy złożą i tem samem nałożą każdą parę kątów przyległych osobno, to wyprowadzą wnioski, o które chodzi: jeżeli kąty przyległe są równe, to oba są proste. Jedną jeszcze rzecz ciekawą i ważną tutaj przeprowadzimy, a mianowicie: każemy dzieciom porozcinać obie pary kątów przyległych (oba kąty półpełne) i nałożyć wszystkie (cztery) otrzymane kąty proste. W ten sposób dzieci utwierdzą się w przekonaniu, które już częściowo zdobyły w klasie poprzedniej, że wszystkie kąty proste są równe.

Dalsze badanie kątów przyległych prowadzi nas do ustalenia dwóch innych rodzajów kątów wypukłych — o s t r e g o i r o z w a r t e g o. Kąty te również należy wprowadzić na kartce papieru, przedstawiającej kąt półpełny. Gdy dzieci utworzą dowolne kąty przyległe, rozetną je i porównają z kątem prostym, to dojdą do przekonania: jeżeli kąty przyległe są nierówne, to jeden z nich jest m n i e j s z y od kąta prostego, a drugi w i ę k s z y od kąta prostego. Równocześnie wprowadzamy nazwę jednego i drugiego kąta. Jeśli na kilku kartkach papieru, przedstawiających kąty półpełne, zastosujemy tworzenie różnych kątów przyległych, to dzieci stwierdzą, że gdy kąt ostry powiększa się, to rozwarty maleje, aż oba kąty stają się kątami równemi czyli prostemi; gdy kąt ostry maleje, a rozwarty się powiększa, to przychodzi wreszcie taki moment, że kąt ostry „jakby znika" czyli staje się kątem *zerowym*, a kąt rozwarty staje się kątem *półpełnym*. W ten sposób dzieci nietylko zaczynają rozumieć zmienność wielkości kąta, ale zdobywają podstawę do zrozumienia kątomierza.

Następuje teraz moment bardzo ważny, mianowicie: *mierzenie kątów* przy pomocy *kątomierza*. Już w klasie IV-ej dzieci posługiwały się kątem prostym jako jednostką, z którą porównywały inne kąty, występujące na przedmiotach w otoczeniu, czyli w ten sposób mierzyły kąty. W klasie V-ej poznały kąty ostry i rozwarty przez porównanie z kątem prostym. Teraz zajdzie potrzeba dokładniejszego mierzenia kątów, a w tym celu — wprowadzenia mniejszych jednostek kątowych. Informujemy dzieci, że mniejsze jednostki otrzymuje się w ten sposób, że kąt prosty dzieli się na 90 części równych, zwanych stopniami kątowemi albo krótko — *stopniami*. Dalsze informacje będą następujące: 1) sposób liczbowego oznaczania stopni; 2) podział stopnia na minuty kątowe, a minut na sekundy; 3) oznaczanie (zapisywanie) minut i sekund kątowych; 4) stosowanie minut i sekund tylko w dokładnych wyliczeniach. Po tych informacjach wprowadzamy kątomierz jako przyrząd do mierzenia kątów. Zaczynamy od jego opisu, w którym musimy uwzględnić: a) że kątomierz przestawia obszar kąta półpełnego, a zatem — dwóch kątów prostych; b) że skoro jeden kąt prosty ma 90^0, to obszar kąta półpełnego (tem samem i kątomierza) zawiera 180^0 (odpowiednie liczby odszukują dzieci na kątomierzu); c) że dwukierunkowa numeracja umożliwia każdorazowe odczytywanie wielkości dwóch kątów przyległych — bez wykonywania obliczeń. Teraz następują ćwiczenia w mierzeniu kątów nakreślonych, przyczem rzeczą najważniejszą jest wyjaśnienie, jak kątomierz ma być nakładany. W tym celu musimy dzieciom przypomnieć sposób nakładania kątów, wyciętych z papieru, gdy chodziło o porównywanie ich wielkości. Gdy dzieci nabędą wprawy w mierzeniu kątów, przejdziemy do ćwiczeń trudniejszych, mianowicie — do odmierzania kątów czyli do kreślenia kątów danej wielkości. Będą to więc ćwiczenia tego typu: Nakreśl (narysuj) przy pomocy kątomierza kąty: 25°, 40°, 75°, 36°, 144° i t. p. Trudniejszy rodzaj będą stanowiły ćwiczenia, w których chodzi o kreślenie kątów wypukłych, jak np. 185°, 240°; w tych ćwiczeniach musi się, oczywiście, znaleźć i takie: nakreśl kąt, który ma 180°. Wogóle, jeżeli dzieci mają zdobyć umiejętność posługiwania się kątomierzem, to muszą wykonać dużo ćwiczeń w mierzeniu i odmierzaniu kątów. Dla urozmaicenia i utrwalenia materjału, związanego z kątomierzem, wskazane są tego typu zadania: Dane są kąty, mające 30°, 45°, 95°, 72°, 88° i t. p. Ile stopni wynosi kąt przyległy dla każdego z kątów danych? (patrz podręcznik).

Zkolei występują w podręczniku kąty w i e r z c h o ł k o w e. Ten rodzaj kątów nie jest dzieciom zupełnie obcy: spotkały się one z niemi w klasie poprzedniej, kiedy przez dwukrotne zgięcie kartki papieru otrzymały dwie przecinające się proste prostopadłe; może nawet utkwiło im w pamięci, że wszystkie kąty, jakie utworzyły te dwie proste, dawały razem cztery kąty proste. Nawiązując do tego, wprowadzimy teraz kąty wierzchołkowe, jakie powstają przez dowolne przecięcie płaszczyzny dwiema przecinającemi się prostemi. Badanie własności tych kątów obejmie: a) znalezienie wspólnego wierzchołka i wspólnych ramion; b) odszukanie wszystkich par kątów przyległych; c) wskazanie dwóch par kątów „przeciwległych"; ich nazwa: kąty wierzchołkowe; d) znalezienie sumy wszystkich kątów wierzchołkowych (dwa kąty półpełne); e) stwierdzenie równości odpowiadających sobie kątów wierzchołkowych różnemi sposobami: wycinanie i nakładanie, mierzenie kątomierzem, a nawet można spróbować dowodu rozumowego na podstawie własności kątów przyległych. Z pośród zadań, jakie tutaj zastosujemy, najciekawsze będzie tego rodzaju: dany będzie jeden z czterech kątów, utworzonych przez dwie przecinające się proste; jak znaleźć wielkość trzech pozostałych kątów?

Wreszcie ostatnie zagadnienie w podręczniku: kąty, opisywane przez obracającą się półprostą. Chodzi tutaj o pewnego rodzaju zebranie poznanych kątów płaskich, a następnie o wprowadzenie pojęcia najtrudniejszego w dziale nauki o kącie — pojęcia kąta p e ł n e g o. W związku z tem wzbogaca się pojęcie kąta wogóle, ponieważ kąt występuje tutaj jako miara płaszczyzny, opisywanej przez prostą, która obraca się dookoła swego początku, a więc jednego punktu. Ćwiczenia przerabia się na tarczy zegarowej z tem zastrzeżeniem, że wskazówkę, która faktycznie jest odcinkiem, uważamy za półprostą. Ruch wskazówki na zegarze opisuje kolejno kąty: ostry, prosty, rozwarty, półpełny, wklęsły i wreszcie — kąt pełny, który wypełnia całą płaszczyznę, inaczej mówiąc — zajmuje cały obszar kątowy. Następują ćwiczenia praktyczne, związane z obliczeniami na tarczy zegarowej. Zaznaczyć wkońcu należy, że B - K pomijają w swym podręczniku kąt zerowy, o którym wspominaliśmy wyżej przy ćwiczeniach z kątami przyległemi. Choćby ze względu na numerację kątów na kątomierzu musimy zrobić wzmiankę o kącie zerowym.

Kreślenie prostych prostopadłych i prostych równoległych.

W klasie IV-ej dzieci poznały już oba rodzaje wzajemnego położenia prostych, gdyż: a) wyodrębniały je na przedmiotach w otoczeniu, b) otrzymywały ich położenie na zginanych odpowiednio kartkach papieru, c) kreśliły na papierze kratkowanym w związku z kreśleniem prostokątów. Program klasy V-ej, opierając się na tych doświadczeniach, wprowadza ćwiczenia w kreśleniu prostych prostopadłych i równoległych na papierze nielinjowanym przy pomocy pary ekierek. Kreślenie prostych p r o s t o p a d ł y c h sprowadza się do rozwiązywania takich zadań: przez dany punkt wykreślić prostopadłą do danej prostej. Sposób kreślenia przy użyciu pary ekierek jest podany i opisany w podręczniku, dlatego go pomijamy. Po wykonaniu pewnej liczby tego rodzaju ćwiczeń, w których uwzględnimy różne położenie punktu względem prostej (nad, pod — poza prostą oraz na prostej), przypominamy dzieciom wiadomości o rzutowaniu punktu na prostą, zdobyte w klasie poprzedniej przy wyznaczaniu punktów na planie oraz przy kreśleniu planów. Tam dzieci robiły to na papierze kratkowanym, a obecnie przy użyciu pary ekierek potrafią to wykonać na papierze nielinjowanym. Obok terminu „rzut punktu", z którym dzieci zetknęły się już w klasie poprzedniej, wprowadzamy pojęcie o d l e g ł o ś c i punktu od prostej. W ćwiczeniach uwzględniamy różne położenie punktów względem prostej, nie wyłączając tego swoistego przypadku, kiedy punkt, leżący na prostej, jest swoim własnym rzutem.

Przy kreśleniu prostych r ó w n o l e g ł y c h występują dwa zadania: 1) wykreślić dwie dowolne proste równoległe; 2) przez dany punkt poza prostą poprowadzić do niej równoległą. W podręczniku są jeszcze dwa dodatkowe zadania, których rozwiązanie prowadzi do następujących wniosków: a) jeżeli prosta jest prostopadła do jednej z dwóch prostych równoległych, to jest ona również prostopadła i do drugiej równoległej; b) jeżeli prosta jest równoległa do jednej z dwóch prostych równoległych, to jest ona zarazem równoległa i do drugiej prostej równoległej. Poza tem występują w podręczniku inne zadania i ćwiczenia, oparte na poprzednich, a przedewszystkiem takie, w których chodzi o mierzenie odległości między równoległemi.

Trójkąt i wielokąt.

Według programu opracowanie tego tematu obejmie następujące zagadnienia: a) pojęcie linji łamanej; b) obliczanie długości i kreślenie linji łamanej; c) pojęcie trójkąta i wielokąta; d) kreślenie trójkąta lub wielokąta równego danemu.

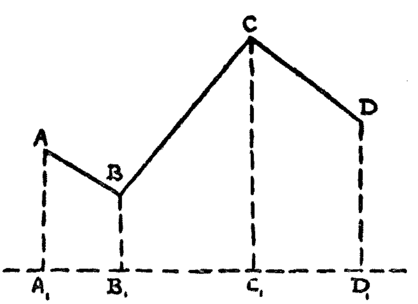
Pojęcie linji łamanej stanowi przygotowanie do wprowadzenia trójkąta i wielokąta. W podręczniku B - K określa się ją w ten sposób: „Linją łamaną lub wprost „łamaną" nazywamy linję, która się składa z odcinków prostej, jak na rysunku..." Oczywiście, przy omawianiu linji łamanej należy zwrócić uwagę, że te odcinki nie leżą na jednej prostej. W podręczniku Rusieckiego i Zarzeckiego*) inne jest „podejście" do linji łamanej, a mianowicie: naprzód wprowadza się pojęcie układu odcinków; odróżnia się następnie układy odcinków z węzłami i bez węzłów; układy odcinków bez węzłów — to linje łamane; linje łamane są dwóch rodzajów: ciągi odcinków i obwody wielokątne. Zatem, co tutaj nazywa się „ciągiem odcinków", to u Bieleckiego - Krasińskiego nosi nazwę „linji łamanej". Ponieważ bardziej jest rozpowszechnione takie pojmowanie linji łamanej, jak w podręczniku B - K, dlatego w takiem znaczeniu terminu tego będziemy używali.

Obliczanie długości linji łamanej musi być oparte na mierzeniu odcinków. Zwrócimy uwagę dzieci, że chcąc zmierzyć długość linji łamanej, najwygodniej byłoby ją wyprostować. Łatwo możemy to zrobić, jeżeli mamy do

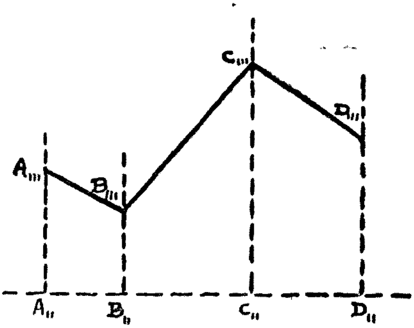
*) A. M. Rusiecki i A. Zarzecki — Arytmetyka z geometrją. Klasa V.

czynienia z linją łamaną, utworzoną z drutu lub pręcików ponacinanych. Jeżeli natomiast linja łamana jest nakreślona, to trzeba naprzód przenieść wszystkie odcinki łamanej na prostą, znajdując w ten sposób ich sumę graficzną, a następnie zmierzyć długość otrzymanego odcinka, który jest sumą odcinków linji łamanej. Prościej i szybciej znajdziemy długość linji łamanej, jeżeli zmierzymy kolejno długość poszczególnych odcinków, a następnie znajdziemy ich sumę arytmetyczną, wyrażającą wielkość danej linji łamanej w jednostkach długości. Zresztą nie jest to dla dzieci rzecz całkiem nowa, gdyż w klasie poprzedniej obliczały już długość obwodów prostokątów i kwadratów. Obliczanie długości linij łamanych w klasie V-ej zwiążemy praktycznie z zadaniami, w których będzie chodziło o obliczanie długości linij kolejowych między różnemi miastami na podstawie mapy.

Teraz następuje kreślenie linij łamanych metodą rzutowania punktów na oś. Ćwiczenie to jest bardzo ważne, ponieważ przygotowuje do takiegoż kreślenia wielokątów. Technika kreślenia szczegółowo opisana jest w podręczniku, dlatego tutaj ograniczamy się tylko do dwóch rysunków (rys. 9-a i b), które tę rzecz ilustrują.



Rys. 9-a.



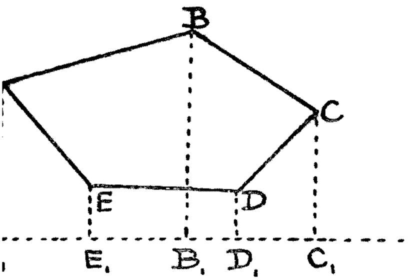
Rys. 9-b.

Podane rysunki przedstawiają rozwiązanie zadania: przerysować daną łamaną ABCD. Bardzo ważną jest rzeczą przekonać dzieci, że sposób i wynik rozwiązywania takich zadań niezależny jest od kierunku obranej osi; w tym celu jedną z linij łamanych należy przerysować kilkakrotnie, zmieniając każdorazowo kierunek osi rzutów.

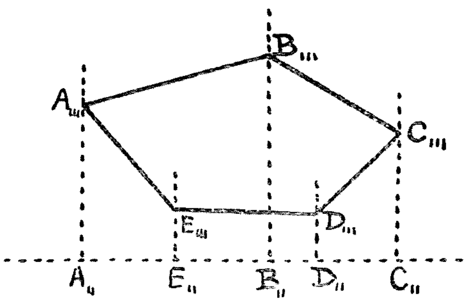
Przechodzimy do wprowadzenia t r ó j k ą t a i w i e l o k ą t a. Kolejność wprowadzenia powinna być raczej odwrotna: naprzód wielokąt jako figura podstawowa, a potem dopiero trójkąt jako jego odmiana. Sposób wprowadzenia wielokąta: 1) „zamykamy" linję łamaną, a ta zamyka pewną część płaszczyzny; 2) linja łamana zamknięta nazywa się k o n t u r e m w i e l o k ą t a, a kontur wraz z zawartą w nim częścią płaszczyzny nazywamy w i e l o k ą t e m; 3) boki i kąty wielokąta — to jego e l e m e n t y; 4) zależnie od liczby elementów wielokąty mają różne nazwy: trójkąty, czworokąty, pięciokąty i t. p. W podręczniku Rusieckiego i Zarzeckiego inne są terminy: linja łamana zamknięta to o b w ó d w i e l o k ą t n y; obwód wielokątny zamyka pewien obszar płaszczyzny, nazwany t a r c z ą w i e l o k ą t a; obwód wielokątny wraz z zamkniętą w nim tarczą — to dopiero w i e l o k ą t. W związku z tem nasuwają się takie pytania: czy nie za dużo tych terminów i czy nie możnaby jednakże ustalić zarówno terminów, jak i nomenklatury?

T r ó j k ą t zjawi się jako wielokąt o najmniejszej liczbie kątów i boków (elementów). Program nic o tem nie wspomina, czy i kiedy należy wprowadzać rozróżnianie trójkątów ze względu na wzajemny stosunek kątów i boków. To samo odnosi się do podziału wielokątów na wypukłe i wklęsłe, foremne i nieforemne, jak również do przekątnej, która w „projekcie programu" figurowała w klasie V-ej, a obecnie znikła z programu. Podręcznik B - K wprowadza te rzeczy, ale dopiero w klasie VI-ej przy powtórzeniu o wielokątach. Może to i właściwe rozwiązanie, o ile się zgodzimy, że wszystko to jest potrzebne.

Wreszcie przychodzi ostatnie i najważniejsze zagadnienie w tym dziale: *kreślenie trójkąta lub wielokąta*, równego danemu, metodą rzutowania wierzchołków na oś. Jeżeli poprzednie ćwiczenia, jak rzutowanie pojedyńczych punktów na prostą, kreślenie odcinków i linij łamanych metodą rzutowania, były starannie przerobione, to kreślenie trójkątów i wogóle wielokątów nie będzie nasuwało poważniejszych trudności. Ponieważ podręcznik podaje przykład kreślenia trójkąta, to dla odmiany podamy tutaj sposób kreślenia pięciokąta (rys. 10-a i b) żądaną metodą.



Rys. 10-a.



Rys. 10-b.

Podobnie jak przy kreśleniu linji łamanej, tak i tutaj zwracamy uwagę dzieci, że sposób i wynik kreślenia nie zależy od kierunku obranej osi rzutów, co łatwo mogą dzieci sprawdzić. Zarazem będzie to doskonała okazja, aby dzieci przekonać, że kreślenie wielokątów tą metodą jest dokładniejsze, aniżeli metodą kolejnego przenoszenia kątów i boków.

Skala, plan i mapa.

Temat ten pozostaje w ścisłym związku z poprzedniemi, jeśli chodzi o dalsze stosowanie kreślenia. Powtórzenie wiadomości o skali rozpoczyna się kreśleniem figur w danej skali, oparte również na metodzie rzutowania punktów na oś. Ćwiczenie to różni się tem od poprzednio wykonywanych, że tam dzieci kreśliły figury, równe danym figurom, czyli w skali 1:1, a tutaj chodzi o kreślenie figur w pomniejszeniu czyli w skali ułamkowej. W podręczniku podany jest przykład kreślenia trójkąta w skali 1:3 metodą rzutowania wierzchołków (punktów) na oś. Podobnie kreśli się każdy dowolny wielokąt, pomijamy zatem tutaj zarówno rysunki, jak i opisy techniki kreślenia.

Ćwiczenia tego rodzaju, obok innych celów o charakterze technicznym, potrzebne są do dalszego wyrabiania umiejętności kreślenia planów. W klasie IV-ej dzieci wyznaczały już punkty i położenie niektórych przedmiotów na planie, ale robiły to na papierze kratkowanym, przyczem przedmioty miały kształt prostokątny, a położenie przedmiotów było tego rodzaju, że boki kreślonych figur były prostopadłe, względnie równoległe w stosunku do osi rzutów. Obecnie zagadnienie ulega komplikacji: kreślenie odbywa się na papierze nielinjowanym, figury mają dowolne kształty prostolinijne, a położenie figur względem osi rzutów również jest dowolne. Dla przykładu podajemy ćwiczenie tego rodzaju: oznaczyć na planie szafę, stojącą w rogu sali szkolnej. Wykonanie ćwiczenia będzie miało przebieg następujący: 1) znalezienie wymiarów (długości i szerokości) podstawy szafy; 2) oznaczenie położenia szafy na podłodze metodą rzutowania punktów na oś; 3) znalezienie wymiarów prostokąta, którym szafa ma być zaznaczona na planie w skali 1:100; 4) oznaczenie (nakreślenie) prostokąta na planie metodą rzutowania punktów na oś (patrz rys. 8 — prostokąt KLWZ).

Podobnie komplikują się zapoczątkowane w klasie IV-ej ćwiczenia, polegające na wyznaczaniu prawdziwej długości odcinków według planu i mapy. Zamiast planu pokoju czy sali szkolnej dajemy plan np. budynku szkolnego, jako t. zw. rzut przyziemia, a zarazem wprowadzamy do ćwiczeń podziałkę linjową. Na podstawie tego planu i podziałki dzieci znajdują wymiary rzeczywiste, jak długość i szerokość poszczególnych sal, szerokość drzwi i okien, wielkość i rozmieszczenie innych urządzeń. Przy sposobności dzieci zapoznają się ze sposobem oznaczania szczegółów budowlanych na planach.

W ten sposób obliczamy z map długość odcinków, łączących dwa dowolne punkty, posługując się podziałką. Oto jeden z przykładów ćwiczeń tego rodzaju. Mamy mapę Polski Romera w skali 1:5.000.000. Wyjaśniając podaną skalę, ustalamy z dziećmi, że możnaby tę skalę w ten sposób oznaczyć:

1 cm (na mapie) : 50 km (w rzeczywistości),
1 mm (na mapie) : 5 km (w rzeczywistości).

Teraz mierzą dzieci na mapie podziałką milimetrową odległość np. między Wilnem a Toruniem w linji powietrznej i znajdują, że odległość ta wynosi 95 mm. Ponieważ każdy mm na mapie odpowiada 5 km w rzeczywistości, zatem odległość rzeczywista między Wilnem a Toruniem w linji powietrznej wynosi: 5 km$\times$95=475 kilometrów. Drugi sposób obliczania odległości, z którym tutaj, względnie na lekcjach geografji, musimy dzieci zapoznać, opiera się na podziałce linjowej (graficznej); niepotrzebna jest tutaj linijka milimetrowa, a wystarczy pasek zwykłego papieru, względnie cyrkiel. Wszystkie te ćwiczenia, których winno być dość sporo, będą pozostawały w ścisłym związku z nauką geografji. Dla urozmaicenia można stosować między innemi ćwiczenia, których brak w podręczniku, mianowicie: bierzemy z rozkładu jazdy odległość od jednej miejscowości do drugiej; wyszukujemy odległość między temi miejscowościami na podstawie mapy; sprawdzamy, czy te dwie liczby się zgadzają. Jeżeli przedtem dzieci nie spotkały się zaokrąglaniem pomiarów i liczbami przybliżonemi, to tutaj zagadnienie to wystąpi.

Pole prostokąta.

Program słusznie zwraca uwagę, że opracowanie pola prostokąta, jako pierwszej figury płaskiej, przy której dzieci stykają się z zagadnieniem obliczania pola, jest dość trudne i dlatego musi być bardzo starannie i umiejętnie przeprowadzone. Najtrudniejsze są tutaj dwa momenty: a) wytworzenie pojęcia pola figury w ogólności i b) zrozumienie istoty i potrzeby stosowania miar kwadratowych. Te właśnie momenty muszą być specjalnie uwzględnione i odpowiednio potraktowane.

Rozpoczynamy od powtórzenia wiadomości o prostokącie i kwadracie z ubiegłego roku, a mianowicie: kreślenie figur, ich własności (kąty i boki), mierzenie boków i obliczanie obwodów. Obok kreślenia na papierze kratkowanym, stosowanego w roku ubiegłym, wystąpi również kreślenie na papierze nielinjowanym, skoro dzieci umieją już kreślić proste równoległe i prostopadłe. Powstaje pytanie: czy wprowadzać tutaj takie pojęcia, jak wymiary i liczby wymiarowe, podstawa i wysokość? Sądzimy, że z powodzeniem można się tutaj obejść bez tych pojęć, a wprowadzić je dopiero w klasie VI-ej, gdzie występuje „ugruntowanie umiejętności obliczania pola prostokąta". Natomiast musimy co innego wprowadzić przy powtórzeniu, mianowicie: przy kreśleniu prostokątów na papierze kratkowanym należy zwrócić uwagę dzieci na kształt i wielkość podstawowych kratek, zaznaczonych grubszemi linjami na papierze zeszytowym. Po odpowiedniem naprowadzeniu dzieci stwierdzą, że są to kwadraty centymetrowe. Niektóre z dzieci, choć nie będziemy tego jeszcze żądali, samorzutnie znajdą ilość takich kwadratów centymetrowych w całym prostokącie.

Kiedy zdobędziemy to niezmiernie ważne dla dalszego toku nauki pojęcie, jakiem jest kwadrat centymetrowy, przechodzimy do wprowadzenia pojęcia pola narazie jeszcze prostokąta. Możemy to zrobić w ten sposób: prostokąt, nakreślony na papierze kratkowanym, każemy wyciąć i pociąć jego „pole“ na kwadraty centymetrowe, a następnie, nie zmniejszając liczby tych kwadratów, układać z nich różne pod względem kształtu pola. Każde takie pole „kombinowane“ rysują dzieci w zeszytach, przyczem stwierdzają, że wszystkie są jednakowe, ponieważ zawierają jednakową (równą) liczbę kwadratów centymetrowych. Ćwiczenie to przerabiamy na innych prostokątach i w rezultacie doprowadzamy do zrozumienia, czem jest pole figury, bez jakichkolwiek definicyj, które byłyby dla dzieci niezrozumiałe.

Teraz bardzo łatwo już możemy wprowadzić pierwsze pojęcie jednostki miar kwadratowych, którą w danym wypadku jest cm^2. Oto krótki przebieg tego wprowadzenia: Co robiliśmy z polem prostokąta? Na jakie mniejsze pola dzieliliśmy pole prostokąta? Dzieci pokazują kwadrat centymetrowy i wyjaśniają, dlaczego tak nazywamy ten kwadrat. Nauczyciel informuje, że pole takiego kwadratu nazywamy centymetrem kwadratowym, i pokazuje sposób jego oznaczania (cm^2). Żeby sprawy nie skomplikować, możemy narazie nie wprowadzać innych jednostek kwadratowych.

Przechodzimy teraz do rzeczy najważniejszej, to jest do wykazania, że cm^2 może być stosowany jako jednostka miary pola każdego dowolnego prostokąta, innemi słowy — przystępujemy do obliczania *pola prostokąta*. W tym celu stawiamy dzieci wobec jakiegoś zagadnienia praktycznego z programu zajęć rękodzielniczych, jak np. podklejenie mapki kieszonkowej, obrazka, ilustracji. Ile cm^2 materjału (płótna, tektury, papieru) potrzeba na podklejenie? Zagadnienie sprowadza się do wymierzenia pola prostokąta, a sposób jego rozwiązania będzie następujący: znalezienie wymiarów prostokąta w centymetrach; rysunek prostokąta na tablicy i podział na centymetry kwadratowe; obliczenie pola w cm^2 na podstawie dodawania, które łatwo jest zastąpić mnożeniem. Jeden z tych przykładów wyzyskujemy do wprowadzenia *dcm²*, obierając taki prostokąt, którego wymiary wyrażają się pełną liczbą decymetrów. Zwracamy uwagę dzieci, że szybciej obliczymy pole danego prostokąta, jeżeli zamiast na cm^2 podzielimy go na kwadraty decymetrowe. Gdy podział będzie przeprowadzony, dajemy pojęcie dcm^2 (podobnie jak cm^2) i obliczamy pole w tych jednostkach kwadratowych. Teraz wysunie się ciekawe zagadnienie: ile cm^2 mieci się w dcm^2? Zagadnienie to rozwiążemy dwoma sposobami: 1) liczbę, która wyraża pole prostokąta w cm^2, dzielimy przez liczbę, wyrażającą pole tego samego prostokąta w dcm^2; 2) obliczymy pole dcm^2 w centymetrach kwadratowych. Pierwsze rozwiązanie w konkretnym przykładzie prostokąta o wymiarach 30 cm i 20 cm wyglądałoby w ten sposób:

pole prostokąta w cm^2 wynosi 600 cm^2
pole prostokąta w dcm^2 wynosi 6 dcm^2

---

w jednym dcm^2 jest 600 $cm^2 : 6 = 100$ cm^2.

Stosując drugie rozwiązanie omawianego zagadnienia, podzielimy pole dcm^2 na cm^2 i na tej podstawie dzieci obliczą, że decymetr kwadratowy ma 100 cm^2. Przy tej okazji dzieci poznają sposób obliczania *pola kwadratu*.

W sposób podobny wprowadzamy do ćwiczeń *metr* k w a d r a t o w y. Przykłady zagadnień praktycznych, jakie w tym celu mogą być wykorzystane: 1) obliczyć pole ogródka szkolnego, mającego kształt prostokąta; 2) podłogę w sali chcemy pomalować; ile trzeba będzie zapłacić za pomalowanie, jeżeli wiadoma jest cena malowania jednego metra kwadratowego; 3) połać dachu w kształcie prostokąta ma być pokryta blachą; ile tej blachy trzeba będzie kupić? Rozwiązywanie tych zagadnień komplikuje się o tyle, że naprzód muszą być znalezione (względnie podane) wymiary każdego prostokąta w metrach, potem trzeba go narysować na tablicy w skali 1:10 (chodzi o dcm^2), następnie podzielić pole nakreślonego prostokąta na dcm^2 i wtedy dopiero obliczyć pole figury prostokątnej. Teraz nastąpi bardzo ciekawy moment „przeliczania" dcm^2 na metry kwadratowe: ile jest na planie dcm^2, tyle w rzeczywistości — metrów kwadratowych. W ten sposób zjawi się potrzeba większej jednostki do mierzenia pól — metra kwadratowego, którego wielkość należy dzieciom pokazać, najlepiej — z papieru, używanego do pakowania. Znów wypłynie tutaj zagadnienie: ile dcm^2 mieści się w jednym m^2? Rozwiązanie zagadnienia sprowadzi się do obliczenia pola kwadratu metrowego (metra kwadratowego) w decymetrach kwadratowych. Na podstawie prostego rachunku (mnożenia) wykażemy dzieciom stosunek m^2 do dcm^2.

Jeśli chodzi o inne jednostki miar kwadratowych, to mm^2 wprowadzamy przy okazji, gdy dokładność pomiarów wymaga zastosowania tej jednostki, przyczem również przedstawiamy poglądowo wielkość tej jednostki kwadratowej, jak i stosunek jej do centymetra kwadratowego. Gruntowe jednostki miary pola, przewidziane w programie (ar, hektar, km^2), wprowadzamy w zadaniach praktycznych, przyczem również staramy się pokazać rzeczywistą wielkość tych jednostek na boisku szkolnem lub na polu podczas wycieczki. Kiedy wprowadzimy wszystkie jednostki miar kwadratowych, należy zrobić ich zestawienie, uwzględniając początkowo zamienniki w liczbach całkowitych; potem zaś (w klasie VI) można to zrobić w liczbach ułamkowych. W związku z tem należy pamiętać o wskazaniu programu: „Przy opracowaniu układu metrycznego jednostek miary pola należy zwrócić uwagę na to, że zamiennikiem jednostek miary pola na niższe jednostki jest liczba 100". Oczywiście, z zastrzeżeniem, że jednostki bezpośrednio po sobie następują; w przeciwnych zaś wypadkach, jak np. w stosunku m^2 do cm^2, jest inaczej, a chcąc znaleźć odpowiednią liczbę, trzeba zastosować mnożenie.

Z obliczaniem pola prostokąta wiążą się jeszcze pewne kwestje, na które wypada zwrócić uwagę. Pierwsza kwestja dotyczy formułowania słownego sposobu obliczania pola prostokąta, względnie kwadratu. Nie może być mowy o takiem ujęciu słownem: „mnożymy długość przez szerokość", względnie — „podstawę przez wysokość", ponieważ oba sformułowania są nieścisłe. Poprawne sformułowania mogą być następujące: „Pole prostokąta obliczamy, mnożąc liczbę wymiarową długości przez liczbę wymiarową szerokości", albo (jak w podręczniku Rusieckiego i Zarzeckiego): „Liczbę wymiarową prostokąta znajdujemy, mnożąc przez siebie liczby wymiarowe jego boków". Jednak te poprawne ujęcia słowne mają to do siebie, że są trudne dla dzieci i wymagają uprzedniego wprowadzenia takich pojęć, jak „wymiar" i „liczba wymiarowa". Jeżeli godzimy się z tem, że wymienione pojęcia wprowadzimy dopiero w klasie VI-ej, to i przytoczone sformułowania słowne tam dopiero możemy wprowadzić. Jak wobec tego mamy radzić sobie w klasie V-ej? Zupełnie nie żądać żadnych sformułowań albo co najwyżej poprzestawać na takim opisie sposobu obliczenia pola prostokąta, np. o wymiarach 8 cm i 5 cm: jeżeli w jednym pasie jest 8 cm^2, to w 5-u pasach jest 5 razy więcej czyli 40 cm^2.

Druga kwestja dotyczy sposobu zapisywania obliczeń. Program zaleca taki sposób zapisywania: (8.5) $cm^2=40cm^2$. Wzór ten jest trudny do wprowadzenia choćby dlatego, że opiera się na pojęciu „liczby wymiarowej", a zatem może być wprowadzony dopiero w klasie VI-ej. Jeżeli chodzi o klasę V, to zgodnie ze sposobem uzasadniania słownego, którego projekt wyżej podaliśmy, wzór zapisywania obliczeń mógłby być następujący:

$$8.1\ cm^2 = 8\ cm^2,$$
$$5.8\ cm^2 = 40\ cm^2.$$

Zapis ten wyraża następujący tok myśli: muszę wziąć 8 razy po 1 cm^2, aby pokryć pole jednego pasa w prostokącie, czyli 8 cm^2; ażeby pokryć pole całego prostokąta czyli 5 takich pasów, muszę wziąć 5 razy po 8 cm^2, a więc 40 cm^2.

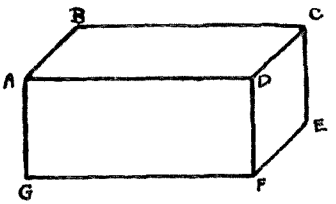
Wreszcie ostatnia uwaga: wszystkie ćwiczenia w obliczaniu pól należy wiązać z zagadnieniami praktycznemi.

Objętość prostopadłościanu.

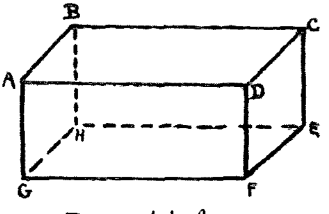
Zagadnienie to jest jeszcze trudniejsze do opracowania, niż poprzednie, gdyż wprowadza nowy rodzaj utworów geometrycznych (przestrzennych, trójwymiarowych) i wymaga zastosowania nieznanych jeszcze miar sześciennych do obliczania objętości.

Rozpoczynamy od opisu prostopadłościanu na podstawie jego modelu i szkieletu. W opisie tym należy uwzględnić: a) ściany — ich kształt, nazwy i położenie wzajemne (równoległe, prostopadłe — nazwa bryły, poziome i pionowe); b) krawędzie — ich liczba, położenie wzajemne (podobnie jak ściany) i nazwy; c) wymiary: długość, szerokość, wysokość; d) wierzchołki — ich liczba. Kierunki poziomy i pionowy (w położeniu płaszczyzn i krawędzi) występują tutaj w związku korelatywnym z nauką o przyrodzie, gdzie mamy do czynienia z poziomnicą i pionem. Ważne jest tutaj wyjaśnienie programu geometrji, że położenie płaszczyzn i prostych nie może być traktowane w oderwaniu, ale w związku z bryłami.

Zgodnie z programem, wprowadzamy teraz „rozumienie rysunku prostopadłościanu w rzucie równoległym ukośnym". Odnośne wyjaśnienie programu brzmi następująco: „Praca nad zrozumieniem rysunku w rzucie równoległym ukośnym opiera się na gotowym rysunku prostopadłościanu, którego jedna ściana leży na płaszczyźnie rzutów. Krawędzie prostopadłe do tej płaszczyznny są narysowane w postaci linij ukośnych, a wielkość tych krawędzi w rzucie jest skrócona. Rzut prostokąta, leżącego w podstawie, przedstawia się jako równoległobok". Zatem chodzi tutaj o rozumienie gotowych rysunków, jakie niżej dla przykładu podajemy (rys. 11-a i b).



Rys. 11-a.



Rys. 11-b.

Rysunki przedstawiają modele tego samego prostopadłościanu z tą różnicą, że ściany pierwszego są nieprzezroczyste, a ściany drugiego — przezroczyste — dlatego widzimy wszystkie krawędzie. Żeby dzieciom wyjaśnić to widzenie lub niewidzenie krawędzi, należy do tego celu użyć szkieletu prostopadłościanu lub modelu szklanego, o ile taki posiadamy. Czytanie i rozumienie rysunku musi objąć takie czynności: a) wskazać wszystkie ściany i krawędzie;

b) wskazać na rysunku ściany i krawędzie, które na modelu nieprzezroczystym są widoczne, a które nie są widoczne na rysunku (zwrócić uwagę na sposób rysowania krawędzi niewidocznych); c) pokazać na rysunku ściany, które nie *zmieniły swego kształtu i położenia*, a które *inaczej* wyglądają, niż w rzeczywistości; d) porównać krawędzie na rysunku z krawędziami na modelu i ustalić ich położenie. W związku z położeniem płaszczyzn i krawędzi na rysunku obok znanych już dzieciom kierunków (pionowego i poziomego) musimy wprowadzić nazwy położenia ukośnego i pochyłego.

Teraz nastąpi wyodrębnienie dwóch specjalnych przypadków prostopadłościanu: a) prostopadłościanu kwadratowego, który ma dwa wymiary równe i b) sześcianu, jako prostopadłościanu, który ma wszystkie (trzy) wymiary równe. Zaznajomienie dzieci z temi odmianami prostopadłościanu na podstawie modeli i szkieletów nie sprawi żadnych trudności. Pewien kłopot mamy tylko z uzasadnieniem nazwy sześcianu, gdyż w istocie rzeczy każdy prostopadłościan jest „sześciościanem"; musimy więc wprost powiedzieć, że nazwa sześcianu jest umowna. W związku z opisywaniem tych brył zapoznajemy dzieci z ich rysunkami w rzucie równoległym ukośnym, postępując w sposób wyżej podany.

Według programu, przychodzi teraz obliczanie pola powierzchni prostopadłościanu. Do tego konieczne jest wprowadzenie dwóch terminów: a) **powierzchnia** jako suma wszystkich ścian prostopadłościanu i b) **siatka** jako rozwinięcie powierzchni na płaszczyźnie. Korzystamy tutaj z korelacji następczej w stosunku do zajęć praktycznych, które dostarczają nam nietylko znajomości wymienionych terminów, ale i gotowych brył, potrzebnych do ćwiczeń w obliczaniu pola powierzchni. Potrzebę obliczania pola powierzchni należy również wiązać z zagadnieniami praktycznemi, jak np. oklejanie czy wyklejanie pudełka, skrzynki. Sposób obliczania pola powierzchni każdej bryły winien być oparty na jej siatce; w tym celu należy bryłę „rozwijać", aby dzieci widziały wszystkie jej ściany na jednej płaszczyźnie. Kolejność brył będzie tutaj inna, niż przy ich poznawaniu, a mianowicie: sześcian, prostopadłościan kwadratowy, prostopadłościan o różnych wymiarach; za taką kolejnością przemawia fakt narastania trudności przy obliczaniu pola powierzchni. Charakter rozwiązywanych zadań praktycznych będzie wymagał wyróżniania pola powierzchni bocznej i zupełnej (całkowitej). Zapisywanie wyników obliczeń nastręczy doskonałą okazję do stosowania nawiasów.

Wreszcie dochodzimy do rzeczy najważniejszej i najtrudniejszej, jaką jest obliczanie o b j ę t o ś c i prostopadłościanu. Nim przystąpimy do istoty rzeczy, musimy przedtem zapoznać dzieci zarówno z pojęciem objętości, jak i z pojęciem jednostki miar sześciennych. Z wyrazem „objętość" dzieci niejednokrotnie już się spotykały i prawdopodobnie rozumieją go w znaczeniu pojemności. Jeżeli nauka geometrji w klasie V-ej będzie należycie skorelowana z nauką o przyrodzie martwej, to naprzód w tej ostatniej dzieci dowiedzą się, że objętość to swojego rodzaju wielkość, którą posiadają ciała, a którą mogą zmieniać, np. przy zmianach temperatury. Program geometrji radzi, jak widać z układu materjału, rozpocząć od mierzenia objętości przy pomocy menzurki. Bierzemy w tym celu naprzód jakiekolwiek naczynie ze zlewkiem i napełniamy je wodą do takiej wysokości, aby woda nie przeciekała. Pod zlewek podstawiamy puste naczynie w kształcie walca, np. szklankę. Kiedy do naczynia z wodą wrzucimy kawałek żelaza, część wody wycieknie do naczynia pustego. Zwracamy uwagę dzieci, że woda, która wyciekła do szklanki, ma taką samą objętość, jak kawałek żelaza wrzucony do wody. Zaznaczamy kreską poziom wody w szklance i wrzucamy do naczynia ze zlewkiem większy kawałek żelaza lub innego metalu, np. ołowiu. Dzieci stwierdzają, że teraz powiększyła się objętość wody w szklance, a stąd wniosek, że kawałek ołowiu ma większą objętość, niż kawałek żelaza. Teraz należałoby wrzucić do naczynia z wodą metalową kostkę w kształcie sześcianu, którego krawędź ma 1 cm. Znów dzieci stwierdzą, że objętość wody, jaka wyciekła, równa się objętości tego sześcianu. Informujemy teraz dzieci, że taką objętość, jaką zajmuje sześcian o krawędzi 1 cm., nazywamy centymetrem sześciennym. Pokazujemy model tej jednostki objętości i sposób jej oznaczania w skrócie. Możemy teraz wprowadzić menzurkę, jako specjalne naczynie do mierzenia objętości ciał. Budowę menzurki wyjaśniamy przez analogję do naczynia ze zlewkiem i szklanki, a sposób użycia poznają dzieci praktycznie, mierząc objętość różnych ciał w poznanych jednostkach czyli w centymetrach sześciennych.

Dalszy tok postępowania może być dwojaki: albo zapoznajemy dzieci z innemi jednostkami miar objętości (mm^3, dcm^3, m^3) i wtedy dopiero przystępujemy do obliczania objętości prostopadłościanu; albo też, posługując się narazie tylko cm^3, odrazu przystępujemy do obliczania objętości prostopadłościanu, a inne jednostki miar sześciennych wprowadzamy wtedy, gdy dzieci poznają sposób obliczania objętości sześcianu. Pierwszy sposób widzimy w podręczniku Rusieckiego i Zarzeckiego, drugi zaś mamy w podręczniku Bieleckiego i Krasińskiego. Ten drugi sposób jest bardziej wskazany, bo jak np. zapoznać dzieci z decymetrem sześciennym, jeżeli nie na podstawie obliczenia jego objętości przy użyciu centymetra sześciennego. Do tego celu, stosownie do programu, szkoła powinna nawet posiadać model decymetra sześciennego, podzielonego na centymetry sześcienne.

Potrzebę obliczania objętości wprowadzimy na tle zagadnień praktycznych, ale sposób obliczania musimy zademonstrować na takim modelu prostopadłościanu, w którym przynajmniej jedną warstwę będziemy mogli ułożyć z jednostek sześciennych, użytych do mierzenia. W takim wypadku dzieci obliczają najpierw ilość jednostek sześciennych, ustawionych na podstawie bryły mierzonej, a następnie mnożą to przez liczbę, oznaczającą ilość takich warstw w całej objętości prostopadłościanu. Zwracamy przytem uwagę dzieci, że w jednej warstwie jest tyle jednostek sześciennych, ile jednostek kwadratowych ma pole podstawy, na której układamy sześcianiki; ilość warstw oznacza liczba, wyrażająca wysokość prostopadłościanu. W rezultacie doprowadzamy do wniosku, że objętość prostopadłościanu otrzymujemy, mnożąc trzy liczby wymiarowe danej bryły — długość, szerokość i wysokość. Jeśli chodzi o słowne sformułowanie sposobu obliczania, to w konkretnym przykładzie prostopadłościanu o wymiarach 8 dcm, 5 dcm i 3 dcm może być ono w tej klasie następujące: obliczamy naprzód, ile dcm^3 stanie w jednej warstwie, dlatego mnożymy 8 przez 5 (liczby oderwane); jeżeli w jednej warstwie jest 40 dcm^3, to w 3-ch warstwach jest 3 razy więcej, a więc 3.40 dcm^3 czyli 120 dcm^3. Stosownie do tego, zapis wykonanego obliczenia może być następujący:

$$(8.5).\ 1\ dcm^3 = 40\ dcm^3,$$
$$3.\ 40\ dcm^3 = 120\ dcm^3\ .$$

Przy sześcianie zwracamy uwagę, że jego objętość wyraża się iloczynem trzech równych czynników.

Gdy wprowadzimy jednostki miar sześciennych, wskazane w programie, względnie w podręczniku, wówczas, podobnie jak robiliśmy z miarami kwadratowemi, zestawimy je w pewnym porządku, przyczem zwrócimy uwagę, że tutaj zamiennikiem jednostek wyższych na niższe jest liczba 1000.

Ostatnie zagadnienie w tym dziale — to wprowadzenie jednostek miar pojemności, opartych na litrze, i ewentualnie jednostek wagi, opartych na gramie, choć program geometrji o miarach wagi nie wspomina. Zarówno jedne, jak drugie jednostki miar muszą być wprowadzone w ścisłym związku z jednostkami miar objętości, a więc 1 litr= 1 dcm^3, 1 gram równa się wadze 1 cm^3 wody czystej przy ustalonej temperaturze i t. p. Wprowadzanie tych jednostek również musi się wiązać z zagadnieniami praktycznemi.

KLASA VI.

Korelacja geometrji z innemi przedmiotami.

Geometrja	Rysunek	Zajęcia praktyczne	Geografja i nauka o przyrodzie
Pole wielokąta (równoległoboku, trójkąta, trapezu i wielokąta dowolnego). Graniastosłup prosty— jego pole powierzchni i objętość. Długość okręgu i pole koła. Walec obrotowy — jego pole powierzchni i objętość.	Rysowanie odręczne na papierze i na tablicy trójkątów, łatwych wielokątów, okręgu oraz prostopadłościanu w perspektywie równoległej ukośnej.	Umiejętność wyprawiania i łączenia desek. Umiejętność cięcia, wyginania i łączenia drutu i blachy. Wykonywanie modeli brył z kartonu i tektury.	Siatka geograficzna. Ruchy ziemi. Narzędzia, przyrządy i proste maszyny, używane przez człowieka do wykonywania pracy.

U w a g i: Rysunek wspomaga geometrję, gdy chodzi o kreślenie trójkątów, wielokątów i okręgu; sam zaś w dalszym ciągu korzysta z przygotowania, jakie dała uczniowi nauka geometrji w zakresie perspektywy równoległej ukośnej. Zajęcia praktyczne, podobnie jak w klasie poprzedniej, korzystają z umiejętności w kreśleniu, zdobywanych na lekcjach geometrji, a ze swej strony dostarczają geometrji tematów do zastosowań praktycznych oraz siatek i modeli graniastosłupów. Nauka geografji i nauka o przyrodzie martwej korzystają z odpowiednich wiadomości i umiejętności geometrycznych, przyczem nauka o przyrodzie ze swej strony dostarcza geometrji zagadnień do zastosowań praktycznych.

Uwagi o wykonaniu programu geometrji.

Konstrukcja programu geometrji klasy VI-ej jest dość zwarta i przejrzysta; przedstawia się bowiem, jak następuje:

a) w zakresie geometrji płaskiej: u g r u n t o w a n i e umiejętności obliczania pola prostokąta i znajomości metrycznego układu jednostek miar kwadratowych, oraz w p r o w a d z e n i e obliczania pola wielokątów i następnie pola koła;

b) w zakresie geometrji trójwymiarowej: u g r u n t o w a n i e umiejętności obliczania objętości prostopadłościanu i znajomości metrycznego układu jednostek miar sześciennych, oraz w p r o w a d z e n i e obliczania objętości graniastosłupów prostych i następnie objętości walca obrotowego.

Zarówno przy obliczaniu pola figur płaskich (zwłaszcza koła), jak i objętości brył (zwłaszcza walca obrotowego), program zaleca stosować przybliżenia dziesiętne, aby unikać wyników cyfrowych, w których rzędy końcowe nie mają znaczenia. Pozostaje to w ścisłym związku z programem arytmetyki, w którym występują działania na liczbach przybliżonych.

Podobnie jak w klasie V-ej, program przeznacza na geometrję 30 — 40 godzin rocznie; zaleca jednak przeplatać działy arytmetyki z działami geometrji, a nawet łączyć na jednej lekcji zagadnienia arytmetyczne i geometryczne. Wykonanie tego wskazania jest tutaj bardzo łatwe, ponieważ geometrja ma tutaj charakter wybitnie metryczny, to znaczy wymagający mierzenia i obliczeń liczbowych.

Przy omawianiu poszczególnych tematów zwrócimy specjalną uwagę na te zagadnienia, które w danej klasie występują jako zagadnienia nowe i dlatego wymagają bardziej wyczerpujących wskazówek metodycznych. Jak przy omawianiu programu klasy poprzedniej, tak i tutaj przyjmiemy za podstawę podręcznik Bieleckiego i Krasińskiego: „Arytmetyka i geometrja. Tom II dla VI klasy szkół powszechnych".

Pole wielokąta.

W programie kolejność zagadnień jest następująca: a) powtórzenie wiadomości o trójkącie i wielokącie; b) ugruntowanie umiejętności obliczania pola prostokąta; c) równoległobok i jego pole; d) obliczanie pola trójkąta; e) trapez i jego pole; f) obliczanie pola wielokąta. Tego rodzaju układ materjału zastosowany jest również w podręczniku, który przyjęliśmy za podstawę. Jednakże podana w programie kolejność zagadnień może być zmieniona, jak to widzimy w podręczniku Rusieckiego i Zarzeckiego, a mianowicie: powtórzenie wiadomości o trójkącie i wielokącie, wysunięte w programie na plan pierwszy, może być połączone bezpośrednio z obliczaniem pola tych figur, a ciągłość metodyczna nic nie traci z tego powodu.

Powtórzenie o trójkącie i wielokącie obejmie: a) powtórzenie właściwe wiadomości z ubiegłego roku, a mianowicie: elementy wielokąta (boki i kąty), kontur wielokąta (obwód wielokątny), podział wielokątów (trójkąt, czworokąt, pięciokąt i t. p.); kreślenie metodą rzutowania wierzchołków na oś; b) rozszerzenie wiadomości o tych figurach, a mianowicie: wielokąty *wypukłe* i *wklęsłe, foremne* i *nieforemne, przekątna* wielokąta; podział trójkątów ze względu na boki (równoboczne i równoramienne) i kąty (prostokątne, rozwartokątne i ostrokątne), nazwy boków w trójkącie prostokątnym, podstawa i wysokość trójkąta.

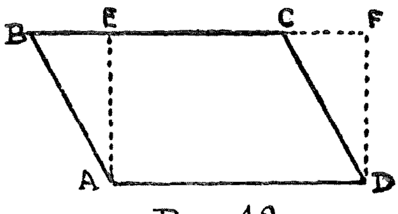
Jeżeli przyjęliśmy kolejność zagadnień, wskazaną w programie, to możemy tutaj wprowadzić te odmiany wielokątów, a ściślej mówiąc — czworoboków, jak romboid (równoległobok wogóle) i trapez, które potrzebne nam będą do obliczania ich pól. W związku z tem znów zachodzi potrzeba zwrócenia uwagi na rozbieżność terminologji w podręcznikach: oto romboid czyli równoległobok, którego boki przyległe nie są sobie równe i kąty nie są proste, B — K zaliczają do trapezów, a Rusiecki i Zarzecki nazywają wprost równoległobokiem. Znów nasuwa się pytanie: czy nie dałoby się tego uzgodnić? Wogóle należałoby uporządkować figury prostokreślne, objęte programem szkoły powszechnej w sposób następujący:

- Wielokąt
  - trójkąt
  - czworokąt (czworobok)
    - **równoległobok**
      - **prostokąt**
        - **kwadrat**
      - **ukośnik (romb)**
    - **trapez**
  - **pięciokąt, sześciokąt i t. d.**

Takie uporządkowanie nietylko dla nauczyciela, ale i dla ucznia jest potrzebne.

Ugruntowanie umiejętności obliczania pola prostokąta obejmie: a) wprowadzenie do ćwiczeń takich terminów, jak podstawa i wysokość prostokąta, wymiary i liczba wymiarowa (wymiar — to liczba wymiarowa z mianem, np. 25 cm, a liczba wymiarowa — to liczba oderwana z wymiaru czyli bez miana, np. 25); b) wprowadzenie słownego sformułowania sposobu obliczania pola prostokąta, jak np.: pole prostokąta obliczamy, mnożąc liczby wymiarowe jego boków (podstawy i wysokości); c) wprowadzenie sposobu zapisywania, podanego w programie, mianowicie: (8.15) $m^2 = 120\ m^2$; d) zastosowanie obliczania pola prostokąta do takich zagadnień, jak obliczanie pola podłogi i parceli według planu (patrz program); e) rozszerzenie obliczania pola prostokąta na takie przykłady, w których wymiary podane są w liczbach ułamkowych (związek z programem arytmetyki). W ścisłym związku z powyższemi ćwiczeniami pozostaje ugruntowanie metrycznego układu jednostek miary pola, z któremi zapoznaliśmy dzieci w roku ubiegłym.

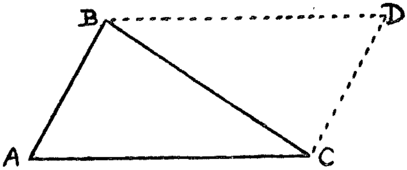
Przechodzimy teraz do zagadnienia względnie nowego, jakiem jest obliczanie *pola równoległoboku* (rys. 12), a właściwie — romboidu. Zagadnienie rozwiązuje się w ten sposób, że przekształcamy równoległobok na równoważny (wprowadzanie tego terminu jest niekonieczne) prostokąt, mający te same wymiary, i dochodzimy do wniosku, że pole równoległoboku oblicza się tak samo, jak pole prostokąta, t. j. mnoży się liczby wymiarowe podstawy i wysokości.



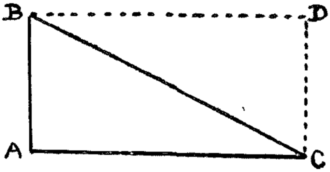
Rys. 12.

Należy przytem pamiętać, aby dzieci dokładnie stwierdziły: a) że pola równoległoboku i prostokąta są jednakowe, ponieważ składają się z tych samych części (kawałków; b) że wymiary (podstawa i wysokość) są te same w obydwu figurach.

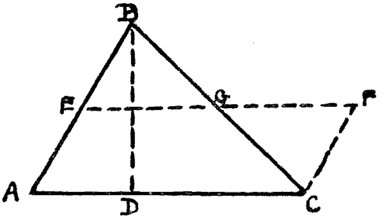
Obliczanie *pola trójkąta* przeprowadzamy dwoma sposobami: albo *uzupełniamy* trójkąt do równoległoboku, względnie prostokąta (rys. 13 — a i b); albo też *przekształcamy* trójkąt na równoważny równoległobok, względnie prostokąt, przyczem wysokość lub podstawa zmniejsza się dwukrotnie (rys. 14-a i b).



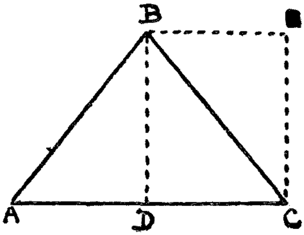
Rys. 13-a



Rys. 13-b.



Rys. 14-a.

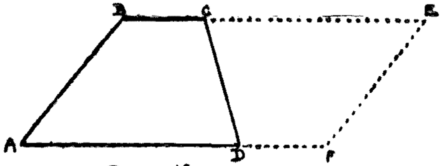


Rys. 14-b.

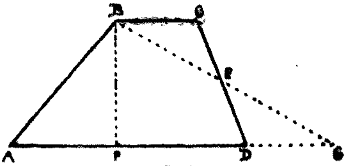
W wypadku uzupełniania pole trójkąta obliczamy, mnożąc liczby wymiarowe równoległoboku (prostokąta) i dzieląc otrzymany iloczyn przez 2; natomiast w wypadku przekształcania pole trójkąta równa się albo iloczynowi podstawy przez połowę wysokości (rys. 14-a), albo iloczynowi połowy podstawy przez wysokość (rys. 14-b). Te trzy niejako sposoby obliczania pola trójkąta należy sprowadzić do jednej postaci zasadniczej, a mianowicie: pole trójkąta równa się połowie iloczynu liczb wymiarowych jego podstawy i wysokości. Jeżeli pominiemy termin „liczba wymiarowa“, to otrzymamy krótsze, choć niezupełnie dokładne, sformułowanie tej treści: pole trójkąta równa się połowie iloczynu jego podstawy przez wysokość. W ten sposób podaje to podręcznik B—K, różnica zaś w podręczniku Rusieckiego i Zarzeckiego polega na tem, że nie używa się wyrażenia „połowa iloczynu“, lecz: „wynik (mnożenia) podzielić przez 2“. Sposób zapisywania w myśl wskazań programu będzie następujący:

$$\frac{(18 \times 10)\ \mathrm{cm}^2}{2} = 90\ \mathrm{cm}^2$$

Pole trapezu sprowadza się do obliczania pola równoległoboku albo trójkąta: w pierwszym wypadku uzupełniamy trapez do równoległoboku, (rys. 15-a), a w drugim — przekształcamy go na równoważny trójkąt (rys. 15-b). W obydwu wypadkach pole trapezu znajdujemy, mnożąc sumę podstaw trapezu przez jego wysokość. Podręcznik B—K dodatkowo podaje inny jeszcze sposób: zamieniamy trapez na równoważny równoległobok i wyprowadzamy stąd wniosek, że pole trapezu równa się iloczynowi linji środkowej przez wysokość.

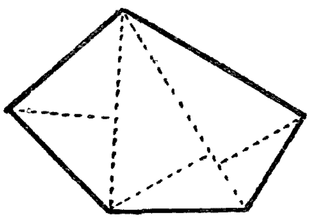


Rys. 15-a.

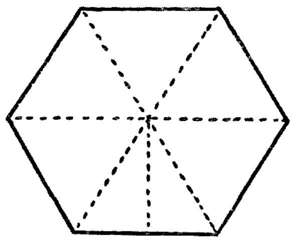


Rys. 15-b.

Ostatnie wreszcie zagadnienie w tym dziale — to *pole wielokąta.* Sposób obliczania pola wielokąta wprowadzamy, jak następuje: dzielimy wielokąt na trójkąty — przekątnemi, wyprowadzonemi z jednego wierzchołka, gdy mamy do czynienia z dowolnym wielokątem, a zwłaszcza nieforemnym (rys. 16-a), albo przekątnemi, łączącemi wszystkie wierzchołki, jeśli chodzi np. o sześciokąt foremny (rys. 16-b); następnie obliczamy pole każdego poszczególnego trójkąta i wreszcie dodajemy otrzymane liczby, a suma ich da nam pole wielokąta.



Rys. 16-a.



Rys. 16-b.

W wypadku wielokąta foremnego łatwo dzieci przekonamy, że skoro wszystkie trójkąty są równe (sprawdzić przez rozcięcie wielokąta i nakładanie trójkątów), to wystarczy obliczyć pole jednego trójkąta, a następnie pomnożyć przez 6 czyli przez liczbę, oznaczającą ilość trójkątów w wielokącie. Czy należy wprowadzać inny jeszcze sposób obliczania pola wielokątów foremnych (połowa iloczynu obwodu przez apotemę), to byłaby kwestja poglądu. Raczej tego nie robić, aby nie obciążać pamięci ucznia i nie komplikować zagadnienia.

W opracowaniu całego działu obliczania pól figur prostokreślnych winny być przestrzegane następujące wskazania:

a) potrzebę przekształcania figur winny dzieci same wskazać i zrozumieć, próbując najpierw wymierzać ich pole drogą podziału na kwadraty, co okazuje się rzeczą niemożliwą;

b) wszelkie przekształcenia przeprowadzają dzieci na modelach figur, wyciętych z kartonu, a sposób obliczania wyprowadzają w formie wniosków indukcyjnych;

c) obliczanie pola każdej figury wiążą z różnemi zagadnieniami praktycznemi, których przykłady mamy w podręcznikach.

Graniastosłup prosty.

Według programu i przystosowanego doń podręcznika, opracowanie danego tematu obejmuje następujące zagadnienia: a) opis graniastosłupa prostego o podstawie trójkątnej i wielokątnej; b) rozumienie rysunku graniastosłupa prostego w rzucie równoległym ukośnym; c) obliczanie pola powierzchni graniastosłupa prostego; d) ugruntowanie umiejętności obliczania objętości prostopadłościanu; e) obliczanie objętości graniastosłupa prostego; f) zastosowanie umiejętności do zagadnień praktycznych.

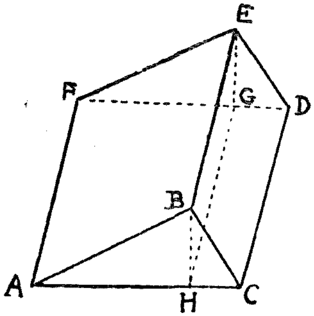
W *opisie* graniastosłupów uwzględniamy: *ściany* — podstawy i ściany boczne, ich kształty i położenie wzajemne; *krawędzie* — boczne i na podstawach, ich ilość i położenie względem siebie i względem podstaw; *wierzchołki* — ich ilość zależna od kształtu podstawy; *nazwa bryły* — graniastosłup (grań — ściana, inaczej — słup wielościenny); dlaczego nazywa się *„prosty“* — ściany boczne są prostokątami; *rodzaje* i *nazwy* graniastosłupów prostych w zależności od ich podstaw. Zestawiając graniastosłup ze znanym dzieciom z ubiegłego roku prostopadłościanem, łatwo wykażemy, że prostopadłościan jest odmianą graniastosłupa prostego. Jak porządkowaliśmy wielokąty, tak obecnie wypada uporządkować *wielościany*, jakie dzieci poznały, według zasady genetycznej, a mianowicie: wielościan — graniastosłup prosty — równoległościan prosty — prostopadłościan — prostopadłościan kwadratowy - sześcian. Jak tam nie przeciwstawiamy kwadratu prostokątowi, prostokąta - równoległobokowi, równoległoboku—czworobokowi.... tak tutaj również nie należy przeciwstawiać sześcianu prostopadłościanowi kwadratowemu, prostopadłościanu kwadratowego - prostopadłościanowi wogóle, prostopadłościanu — równoległościanowi prostemu i t. d.

Zkolei następuje *„rozumienie rysunku* graniastosłupa prostego w rzucie równoległym ukośnym". Program podaje uwagę treści następującej: „Pewną trudność sprawić może rozumienie rysunku graniastosłupa prostego w rzucie równoległym ukośnym. Odcinki i ściany, leżące na płaszczyznach równoległych do płaszczyzny rzutów, nie ulegają zmianie; natomiast odcinki prostopadłe do tej płaszczyzny rysuje się w postaci linij (właściwie — odcinków) ukośnych, a wielkość ich ulega pewnemu skróceniu". Podobnie jak w klasie V-ej, gdy chodziło o rysunek prostopadłościanu, chodzi tutaj o rozumienie gotowego rysunku graniastosłupa w rzucie równoległym ukośnym. Rysunki takie podane są w podręcznikach, dlatego pomijamy je tutaj. Natomiast podajemy przebieg „czytania" i rozumienia takiego rysunku w przypadku pięciokątnego graniastosłupa prostego: a) wskazać na rysunku podstawy i ściany boczne oraz wszystkie krawędzie; b) wskazać na rysunku ściany, które zachowały kształt prostokątny (tylko jedna ściana), a które uległy zniekształceniu (cztery ściany); c) oznaczyć na rysunku krawędzie równoległe do podstawy dolnej i równoległe do podstawy górnej; d) oznaczyć na rysunku krawędzie prostopadłe do obu podstaw; e) które krawędzie zaznaczone są na rysunku linjami kropkowanemi i dlaczego?

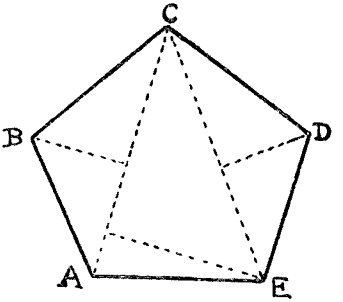
Obliczanie *pola powierzchni* graniastosłupów prostych opracowujemy podobnie, jak w klasie V-ej postępowaliśmy z prostopadłościanem. Dzieci znają już terminy: powierzchnia boczna i powierzchnia całkowita bryły, oraz wiedzą, co to jest siatka bryły. Na tych wiadomościach opieramy się tutaj i w dalszym ciągu korzystamy z zajęć praktycznych, które dostarczają potrzebnych do obliczeń modeli i siatek graniastosłupów. Rozwijając powierzchnię każdej bryły na płaszczyźnie w postaci siatki, łatwo dochodzimy z dziećmi do ustalenia sposobu obliczania pola powierzchni. Zaczynamy od graniastosłupa o podstawie trójkąta, a następnie przechodzimy do graniastosłupów o podstawie dowolnej, np. pięcio- i sześciokątnej, przyczem każdorazowo staramy się wiązać te ćwiczenia z zagadnieniami praktycznemi.

Powtarzanie i utrwalanie obliczania *objętości* prostopadłościanów przeprowadzamy na materjale zadaniowym, przyczem zagadnienie to pogłębiamy w sposób następujący: a) wprowadzamy niektóre terminy — o ile przedtem nie były wprowadzone — takie, jak wysokość graniastosłupa (w porównaniu z długością krawędzi bocznej), wymiary i liczby wymiarowe; b) wprowadzamy słowne sformułowanie sposobu obliczania; jak: aby obliczyć objętość prostopadłościanu, należy liczbę, wyrażającą pole jego podstawy, pomnożyć przez liczbę wymiarową wysokości (albo krawędzi bocznej, która równa się wysokości); c) wprowadzamy podany w programie sposób zapisywania obliczeń, mianowicie: $(5 \cdot 120)\ m^3 = 600\ m^3$ (graniastosłup o podstawie 120 m^2, a wysokości 5 m); d) uwzględniamy w ćwiczeniach takie przykłady graniastosłupów, których wymiary wyrażają się w liczbach ułamkowych (związek geometrji z arytmetyką). Łącznie z ćwiczeniami, mającemi na celu ugruntowanie obliczania objętości prostopadłościanu, utrwalamy znajoność metrycznego układu jednostek miary objętości i pojemności, a w razie potrzeby wprowadzamy nowe jednostki.

Wreszcie przychodzi zagadnienie najtrudniejsze w tym dziale — obliczanie *objętości graniastosłupa prostego*. Trudność analogiczna do tej, którą dzieci napotkały przy obliczaniu pola trójkąta i pięcioboku: jak tam nie można było wymierzać pola przez odkładanie jednostek kwadratowych, tak tutaj niemożliwe jest ustawianie na podstawie graniastosłupa sześcianików, jako modeli jednostek miar objętości. Staramy się trudność tę pokonać przez odpowiednie stopniowanie graniastosłupów, zależnie od kształtów ich podstawy. Zaczynamy od graniastosłupa prostego, którego podstawą jest trójkąt prostokątny. Sposób obliczania objętości takiego graniastosłupa będzie następujący: dostawiamy do niego drugi taki sam graniastosłup i otrzymujemy w ten sposób prostopadłościan; obliczamy objętość tego prostopadłościanu, mnożąc pole jego podstawy przez wysokość prostopadłościanu; dzielimy otrzymany wynik przez 2, a to dlatego że powiększyliśmy dwukrotnie objętość danego graniastosłupa trójkątnego. Zwracamy następnie uwagę, że chcąc odrazu otrzymać objętość graniastosłupa, mnożymy pole jego podstawy trójkątnej przez wysokość graniastosłupa (inaczej — przez długość krawędzi bocznej). Teraz wprowadzamy graniastosłup prosty, który ma za podstawę trójkąt dowolny. Wykazujemy na rysunku (byłoby lepiej, gdybyśmy mieli odpowiednie modele), że dany graniastosłup można przeciąć na dwa graniastosłupy o podstawie trójkąta prostokątnego (rys. 17). Żeby obliczyć objętość danego graniastosłupa, trzeba znaleźć objętość każdego graniastosłupa prostokątnego i następnie dodać te objętości. Zamiast mnożyć częściami pole podstawy danego graniastosłupa przez jego wysokość, możemy odrazu pomnożyć pole całej podstawy przez wysokość graniastosłupa. W ten sposób doprowadzamy do wniosku, że objętość oblicza się tutaj tak samo, jak w wypadku poprzednim, a mianowicie: pole podstawy graniastosłupa mnożymy przez liczbę wymiarową jego wysokości (lub krawędzi bocznej).



Rys. 17.



Rys. 18.

Następuje teraz obliczanie objętości graniastosłupa o dowolnej podstawie wielokątnej. Przeprowadzamy to w ten sposób, że naprzód dzielimy przekątnemi podstawę wielokąta na trójkąty (rys. 18), wskutek czego dany graniastosłup podzieli się na kilka graniastosłupów, mających podstawy trójkątne. Teraz wypadałoby znaleźć i dodać objętości tych wszystkich graniastosłupów, lecz zamiast tych obliczeń częściami — obliczamy odrazu objętość danego graniastosłupa, mnożąc pole jego podstawy przez wysokość, względnie przez długość krawędzi bocznej. Na podstawie przerobionych przykładów dochodzimy do wniosku, że objętość wszystkich graniastosłupów prostych oblicza się w ten sam sposób, to znaczy — mnoży się pole podstawy przez wysokość lub długość krawędzi bocznej.

W zastosowaniach praktycznych program zaleca rozwiązywanie różnych zadań, jak np. obliczanie objętości pomieszczeń, powietrza, przypadającego na osobę w danem pomieszczeniu, obliczanie pojemności skrzynki, dołu, studni i t. p. Materjał do tych zadań należy czerpać z treści nauczania innych przedmiotów.

Długość okręgu i pole koła.

Rozpoczynamy od powtórzenia wiadomości o *okręgu i kole,* wprowadzonych w klasie IV-ej i częściowo utrwalonych w klasie V-ej, a więc: a) kreślenie okręgu, wycinanie koła, mierzenie średnicy; b) terminy — okrąg, koło, środek, promień, średnica i ew. cięciwa; c) własności okręgu, promienia i średnicy. Jeżeli przedtem nie zaznajomiliśmy dzieci ze sposobem mierzenia długości średnicy przy pomocy podziałki milimetrowej i dwóch ekierek, to tutaj staje się to koniecznością ze względu na obliczanie długości okręgu.

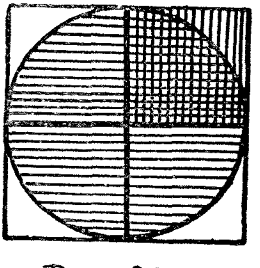
Potrzeba obliczania *długości okręgu koła* czyli jego obwodu wypłynie w związku z zajęciami praktycznemi. Już w klasie IV-ej przy kreśleniu okręgów dzieci z pewnością zauważyły, że długość okręgu i wielkość koła zależy od długości promienia i tem samem od długości średnicy. Obecnie musimy wprowadzić liczbę π, wyrażającą stały stosunek długości okręgu do długości średnicy, dając jej przybliżenie dziesiętne (3, 14) w trzecim stopniu dokładności. W tym celu przerabiamy z dziećmi następujące ćwiczenia: mierzymy na jakichkolwiek przedmiotach (np. krążkach, szklankach, kółkach od wózka) średnicę i długość okręgu (przy pomocy sznurka lub paska papieru), a następnie każemy dzieciom obliczyć, ile razy długość okręgu jest większa od jego średnicy. Na podstawie dzielenia dzieci znajdują, że w każdym wypadku długość okręgu jest przeszło 3 razy większa od średnicy. Wprowadzamy teraz liczbę π w jej przybliżeniu dziesiętnem, a dzieci z łatwością będą obliczały długość okręgów różnych kół, występujących w zagadnieniach praktycznych. Czy wprowadzać wzór na obliczanie okręgu koła ($C = 2 R \pi$), podany w podręczniku B — K, — to już zależy od uznania nauczyciela.

Obliczanie *pola koła* możemy wprowadzić trzema następującemi sposobami:

1. Uważając koło za wielokąt foremny o dostatecznie dużej ilości boków, obliczamy pole koła, mnożąc jego obwód (długość okręgu) przez długość promienia i dzieląc otrzymany iloczyn przez 2. W ten sposób otrzymamy wzór na obliczanie pola koła: $\frac{(2 R \pi) . R}{2} = (\pi R) . R$. Aby tą drogą można było wzór wprowadzić, dzieci muszą znać odpowiedni sposób obliczania pola wielokąta foremnego, mianowicie: pole wielokąta foremnego równa się połowie iloczynu jego obwodu przez apotemę.

2. Krążek, wycięty z kartonu, dzielimy na wycinki, z których układamy figurę, przypominającą równoległobok (rys. 19). Jeżeli na tem założeniu oprzemy obliczanie pola koła, to będziemy mnożyli podstawę równoległoboku przez jego wysokość, czyli w danym wypadku połowę obwodu koła przez jego promień. Połowa obwodu koła czyli πR, pomnożona przez R, daje ten sam wzór, co poprzednio, mianowicie — $(\pi R) . R$. Takie wprowadzenie mamy w podręczniku Bieleckiego i Krasińskiego.

Rys. 19.



Rys. 20.

3. Inny jeszcze sposób podaje podręcznik Rusieckiego i Zarzeckiego. Opisujemy na kole kwadrat czyli, jak uczniowi mówimy, oprawiamy koło w ramkę kwadratową (rys. 20). Dzielimy ten kwadrat na cztery równe kwadraty, których bokiem jest promień koła, a następnie wprost informujemy dzieci, że pole koła jest 3.14 razy większe od pola takiego kwadratu, którego bokiem jest promień koła. Na tej podstawie wyprowadza się następującą regułę: aby obliczyć pole koła, obliczamy pole kwadratu, którego bokiem jest promień tego koła, i otrzymany wynik mnożymy przez 3.14.

Wybór jednego z wymienionych sposobów musimy uzależnić nietylko od przerobionego materjału (sposób I) i stopnia rozwoju umysłowego uczniów, ale i od posiadanego przez uczniów podręcznika. Bez względu na to, który z tych sposobów stosujemy, musimy stale pamiętać, aby uczniowie zdawali sobie sprawę z tego, że otrzymują wyniki tylko przybliżone, i aby obliczenia wiązały się z zagadnieniami praktycznemi. Przykłady takich zagadnień mamy w obydwu wymienianych podręcznikach.

Walec obrotowy.

Zarówno w otoczeniu, jak i na lekcjach zajęć praktycznych dzieci spotykały przedmioty, mające postać walca, możliwe nawet, że używały określenia „kształt walcowaty“. Opierając się na tych doświadczeniach, przeprowadzamy *opis walca* jako bryły geometrycznej. Na modelu walca z kartonu dzieci wskazują jego podstawy i powierzchnię boczną, przyczem z łatwością ustalają, że podstawa walca ma kształt koła. Chcąc wykazać, że powierzchnia boczna, rozwinięta na płaszczyźnie, ma kształt prostokąta, należy oddzielić powierzchnię boczną od podstaw, a następnie rozciąć ją wzdłuż tworzącej i rozłożyć na płaszczyźnie. Dalsze badanie własności walca opieramy na eksperymencie, który polega na tem, że umieszczony na drucie lub na sznurku prostokąt obracamy dokoła jednego z jego boków. Tą drogą wprowadzamy nazwę „walec obrotowy“ oraz takie terminy, jak tworząca, promień, oś i wysokość walca.

Obliczanie pola powierzchni walca opieramy na modelu, względnie rysunku, przedstawiającym rozwinięcie całkowitej jego powierzchni na płaszczyźnie. Pole powierzchni bocznej znajdują dzieci, obliczając pole prostokąta, którego podstawa równa jest długości okręgu podstawy walca, a wysokość prostokąta równa jest wysokości walca. Nietrudno będzie nam wykazać, że dla obliczenia pola bocznej powierzchni walca trzeba zmierzyć jego promień i wysokość. Umiejąc już obliczać pole koła, dzieci samodzielnie znajdą pole obu podstaw walca. Wreszcie, dodając pole powierzchni bocznej i pole obu podstaw walca, obliczą pole całkowitej jego powierzchni.

Sposób obliczania objętości walca wprowadzamy przez analogję do obliczania pola koła: jeżeli koło uważaliśmy za wielokąt o bardzo dużej ilości boków, to walec możemy uważać za graniastosłup o podstawie wielokątnej, ograniczony niezmiernie dużą ilością ścian. Na tej podstawie ustalamy, że objętość walca oblicza się tak samo, jak objętość graniastosłupa prostego, a mianowicie: pole podstawy walca mnożymy przez jego wysokość.

Jak przy obliczaniu długości okręgu i pola koła, tak i tutaj zwracamy uwagę dzieci, że wszelkie wyniki obliczeń, w których występuje liczba π, są tylko przybliżone. Zdobywane umiejętności w obliczaniu pola powierzchni i objętości walców stosują dzieci do zagadnień praktycznych.

KLASA VII.

Materjał nauczania i jego charakter.

W programie geometrji klasy VII-ej występują dwa wyraźne działy materjału nauczania, mianowicie:

a) geometrja płaska, ześrodkowana dookoła zagadnienia planu i pola, obejmuje następujące ćwiczenia: 1) wykonywanie zdjęcia łatwych planów domu i obejścia gospodarczego; 2) czytanie planu większego zabudowania; 3) czytanie planów gruntowych; 4) obliczanie pola działek gruntowych na podstawie planu;

b) geometrja trójwymiarowa, w której ośrodkiem jest zagadnienie objętości, obejmuje ćwiczenia następujące: 1) obliczanie kubatury domu; 2) zaznajomienie z niektóremi bryłami (np. ostrosłupem i stożkiem obrotowym); 3) obliczanie objętości brył, danych w naturze lub przy pomocy szkiców technicznych, na podstawie odpowiednich wzorów; 4) przybliżone obliczanie wagi ciała na podstawie jego rozmiarów i ciężaru właściwego.

Jak z tego widać, w dziale pierwszym zasadniczo program operuje materjałem, znanym z klas poprzednich, a tylko w dziale drugim rozszerza nieco materjał, wprowadzając nowe bryły geometryczne do ćwiczeń w obliczaniu objętości. Natomiast program kładzie duży nacisk na zastosowania praktyczne uprzednio zdobytych, jak i wprowadzonych tutaj wiadomości. Świadczy o tem następująca uwaga: „Rozważania geometryczne w tej klasie winny mieć charakter czysto praktyczny; w szczególności dotyczy to zastosowań geometrji do zadań rachunkowych".

Korelacja geometrji z innemi przedmiotami.

Ponieważ cały program klasy VII-ej ma charakter wybitnie praktyczny, nauczanie geometrji wiąże się tutaj poza arytmetyką z kilkoma innemi przedmiotami, a mianowicie:

a) z geografją — czytanie wykresów oraz notowanie na mapkach konturowych różnych elementów życia gospodarczego;

b) z nauką o przyrodzie martwej — obliczanie ciężaru właściwego ciał, najważniejsze przyrządy optyczne;

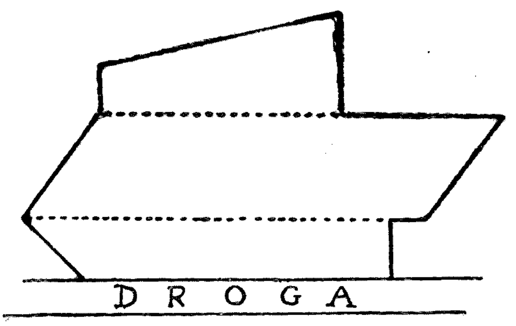
c) z nauką rysunku — rysowanie przedmiotów z uwzględnieniem skrótów perspektywicznych we wszystkich rodzajach rysunku;

d) z zajęciami praktycznemi — wytwarzanie pomocy naukowych i przedmiotów użytkowych z metalu, jak i z drzewa.

Ćwiczenia w zakresie geometrji płaskiej.

Zdejmowanie planów rozpoczynamy od ćwiczeń łatwiejszych, jakiemi są plany domów. Jako objekt weźmiemy najpierw budynek szkolny, a następnie możemy polecić dzieciom, aby przeprowadziły pomiary domów, w których mieszkają, oraz wykonały ich plany częściowo w klasie pod kierunkiem nauczyciela, częściowo zaś w formie pracy domowej. Przy tej sposobności zaznajamiamy dzieci zarówno ze znakami, używanemi do oznaczania na planach różnych szczegółów budowlanych (drzwi, okna, piece, schody), jak i powszechnie stosowanym opisem cyfrowym, umożliwiającym czytanie planu. Następnie dopiero przechodzimy do zdejmowania planu obejścia gospodarczego. W szkołach, położonych na wsi, ćwiczenia te będą miały charakter prac indywidualnych, wykonywanych częściowo w klasie, częściowo zaś w domu; natomiast w szkołach wielkomiejskich ćwiczenie, o które chodzi, sprowadzi się niejednokrotnie do zdjęcia planu podwórza szkolnego. Oczywiście, plany te wykonywamy w formie planów sytuacyjnych, a przy ich kreśleniu stale zwracamy uwagę dzieci, że każdy plan musi być zorjentowany co do stron świata (zazwyczaj wskazuje się tylko kierunek północny) i że muszą umieszczać obie skale (podziałki) — cyfrową i linjową.

Ćwiczenia w czytaniu gotowych planów również występują w dwu odmianach: a) czytanie planu większego zabudowania i b) czytanie planów gruntowych. W związku z omawianiem planu zabudowania, stosownie do wymagań programu, zapoznajemy dzieci z takiemi terminami technicznemi: lice przednie, rzut poziomy (przyziemie, piętro, poddasze) i rzut (przekrój) pionowy. Przy pomocy skali dzieci znajdują według planu rzeczywiste wymiary linjowe, jak również mogą obliczać pola niektórych figur na podstawie rzutu poziomego. Ćwiczenia w czytaniu planów gruntowych byłoby najlepiej przeprowadzać na planach parceli rzeczywistych, a nie fikcyjnych. W szkołach miejskich ćwiczenia te należy przeprowadzać na planie miasta. Z czytaniem planów gruntowych program wiąże ćwiczenia w obliczaniu pola zarówno całej parceli, jak i poszczególnych działek. Do ćwiczeń bierzemy początkowo parcele o prostszych kształtach geometrycznych, jak trójkąty, czworoboki i wielokąty wypukłe, a następnie dajemy figury bardziej skomplikowane (rys. 21), które trzeba dzielić na łatwiejsze do obliczania pola. Załączony rysunek przykładowo ilustruje podział parceli na dwa trapezy i jeden równoległobok.



Rys. 21.

Dodając pola poszczególnych działek, znajdujemy pole całej parceli. Obliczenia przeprowadza się w jednostkach, przyjętych na planie, a następnie w jednostkach, wyrażających rzeczywiste wymiary na gruncie.

Ćwiczenia w zakresie geometrji trójwymiarowej.

Praktyczne zastosowanie zdobytych w latach ubiegłych umiejętności, dotyczących obliczania objętości brył, wprowadza program w ćwiczeniach, w których chodzi o obliczanie kubatury domu. Kubatura objektu czyli efektywna objętość materjałów, z których jest zbudowany, potrzebna jest np. w celu oszacowania jego wartości lub obliczenia wysokości składek ubezpieczeniowych. Obliczanie kubatury budowli, zwłaszcza większej i skomplikowanej, jest dość trudne i dlatego w żadnym bodaj wypadku nie może być idealnie dokładne, a tylko mniej lub więcej przybliżone. Najprostszy sposób obliczania kubatury ścian budynku jest następujący: obliczamy objętość wszystkich ścian, traktując je jako prostopadłościany; następnie obliczamy w ten sam sposób objętość wszystkich znajdujących się w ścianach otworów i wnęk (drzwi, okna, piece), a wreszcie łączną objętość otworów odejmujemy od łącznej objętości ścian; otrzymany wynik da nam przybliżoną kubaturę materjału, z którego zbudowane są ściany domu. Mając wartość jednostki sześciennej materjału lub cenę kosztów budowy od metra sześciennego, albo wysokość stawki ubezpieczeniowej, łatwo możemy obliczyć ogólną wartość zużytego materjału, wysokość kosztów budowy, oszacować ogólną wartość budynku, jak również obliczyć wysokość opłat ubezpieczeniowych w stosunku miesięcznym czy rocznym. Aby ćwiczenia tego rodzaju miały naprawdę charakter praktyczny, należy je opierać na budowlach konkretnych i wiązać z faktycznemi potrzebami życiowemi, Zapoznawanie z nowemi bryłami, jak ostrosłup i stożek obrotowy, przeprowadza się w sposób, stosowany w klasach poprzednich: na przedmiotach w otoczeniu lub na modelach przeprowadzamy opis danej bryły, wykazując jej własności i wprowadzając odpowiednią nazwę. Program nic nie wspomina o obliczaniu pola powierzchni tych brył, a co do obliczania ich objętości zaleca podać odpowiednie wzory w gotowej postaci — bez uzasadnienia. Jest to zupełnie zrozumiałe, ponieważ na tym poziomie nauczania nie może być mowy o uzasadnieniu teoretycznem wzoru na obliczanie objętości ostrosłupa czy stożka obrotowego. Ostrosłupy i stożki program wymienia przykładowo, można więc przypuszczać, że w razie potrzeb praktycznych dopuszczalne jest obliczanie objętości innych brył, jak np. pnia ostrosłupowego lub stożkowego, czy nawet kuli, która znikła formalnie z nowego programu. Wzory na obliczanie, jak i poprzednie, winny być podane w gotowej formie.

Skoro mowa jest o wzorach geometrycznych, należy zwrócić uwagę, że program arytmetyki klasy VII-ej wprowadza znakowanie literowe, opierając je między innemi na obliczeniach w zakresie geometrji. Możemy więc tutaj przedewszystkiem ująć w formę wzorów te sposoby obliczania pól i objętości, które dzieci poznały w klasach poprzednich. Szczególnie będzie się to odnosiło do wzorów na obliczanie długości okręgu i pola koła oraz na obliczanie pola powierzchni i objętości walca obrotowego. Zrobimy to przy powtarzaniu i zastosowaniach praktycznych tych wiadomości. Następnie dopiero podawać będziemy w gotowej postaci te wzory, których wymagać tutaj będą poznawane bryły geometryczne.

Poznane wzory stosują dzieci praktycznie w obliczaniu objętości brył, występujących w naturze, bądź przedstawionych w szkicach technicznych. Szkiców takich w miarę możności winny dostarczać zajęcia praktyczne łącznie z nauką rysunku, choć nie jest rzeczą wykluczoną, że skorzystamy również z dostępnych nam szkiców gotowych, zwłaszcza z zakresu robót stolarskich. Tematy ćwiczeń na obliczanie objętości brył, danych w naturze, mogą być następujące:

1) Obliczyć pojemność skrzyni, używanej do przewożenia ziemniaków, piasku lub wapna; skrzynię taką możemy traktować jako graniastosłup, mający za podstawę czworobok (trapez). Po ustaleniu kształtu skrzyni dzieci muszą znaleźć potrzebne wymiary.

2) Znaleźć objętość stosu drzewa, ułożonego w kształcie prostopadłościanu, którego wymiary dzieci z łatwością znajdą, a i sam sposób obliczania objętości nie sprawi im trudności.

3) Obliczyć objętość stosu kamienia tłuczonego; stos taki najczęściej przedstawia bryłę, będącą czemś pośredniem między graniastosłupem o podstawie trójkątnej a ostrosłupem, mającym prostokąt za podstawę. Wobec tego wypadnie może zastosować oba obliczenia, a następnie wziąć średnią arytmetyczną.

4) Obliczyć objętość (kubaturę) klocka drzewa, który w obu swych końcach ma różnej długości średnicę. Sposób obliczania może być tutaj dwojaki: potraktujemy klocek jako pień stożkowy, o ile wprowadziliśmy, względnie chcemy wprowadzić, wzór na obliczanie jego objętości, albo jako walec obrotowy, dla którego przyjmiemy długość średnicy równą połowie sumy obu jego średnic końcowych.

5) Obliczanie pojemności naczyń i zbiorników, które najczęściej mają kształt walcowaty.

Wreszcie ostatni typ zadań, przewidziany w programie — to przybliżone obliczanie wagi ciała na podstawie jego rozmiarów i ciężaru właściwego. Oto przykłady tego rodzaju zadań, wyjęte z podręcznika Bieleckiego i Krasińskiego dla klasy VI-ej:

1) Kamień młyński o średnicy 128 cm i wysokości 25 cm ma wewnątrz otwór o średnicy 28 cm. Kamień ten zrobiono z piaskowca, którego 1 dcm^3 waży 2,4 kg. Ile kilogramów waży ten kamień?

2) Na placu ustawiono pomnik w kształcie walcowatej kolumny z marmuru o ciężarze właściwym 2,5. Wysokość pomnika wynosiła 10 m, a wysokość cokołu, na którym stała kolumna — 3,2 m. Oblicz ciężar kolumny, wiedząc, że obwód jej wynosił 157 cm.

Zadania tego typu pozostają w związku z nauką o przyrodzie martwej i mogą występować w trzech odmianach: a) obliczanie wagi (masy) na podstawie objętości i ciężaru właściwego (przykłady wyżej podane); b) obliczanie objętości ciała na podstawie jego wagi i ciężaru właściwego; c) obliczanie ciężaru właściwego na podstawie objętości i wagi ciała.

TREŚĆ:

CZĘŚĆ OGÓLNA.

CZĘŚĆ SZCZEGÓŁOWA.

Str.

06/72
08/77
08/82