

PRACE NAUKOWE

Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu

RESEARCH PAPERS

of Wrocław University of Economics

Nr 427

Taksonomia 27

**Klasyfikacja i analiza danych –
teoria i zastosowania**



Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu
Wrocław 2016

Redaktor Wydawnictwa: Agnieszka Flasińska

Redaktor techniczny: Barbara Łopusiewicz

Korektor: Barbara Cibis

Łamanie: Beata Mazur

Projekt okładki: Beata Dębska

Tytuł dofinansowany ze środków Narodowego Banku Polskiego
oraz ze środków Sekcji Klasyfikacji i Analizy Danych PTS

Informacje o naborze artykułów i zasadach recenzowania
znajdują się na stronach internetowych
www.pracnaukowe.ue.wroc.pl
www.wydawnictwo.ue.wroc.pl

Publikacja udostępniona na licencji Creative Commons
Uznanie autorstwa-Użycie niekomercyjne-Bez utworów zależnych 3.0 Polska
(CC BY-NC-ND 3.0 PL)



© Copyright by Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu
Wrocław 2016

ISSN 1899-3192 (Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu)
e-ISSN 2392-0041
ISSN 1505-9332 (Taksonomia)

Wersja pierwotna: publikacja drukowana

Zamówienia na opublikowane prace należy składać na adres:
Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu
ul. Komandorska 118/120, 53-345 Wrocław
tel./fax 71 36 80 602; e-mail:econbook@ue.wroc.pl
www.ksiegarnia.ue.wroc.pl

Druk i oprawa: TOTEM

Spis treści

Wstęp	9
Beata Bal-Domańska: Propozycja procedury oceny zrównoważonego rozwoju w układzie <i>presja – stan – reakcja</i> w ujęciu przestrzennym / Proposal of the assessment of poviats sustainable development in the pressure – state – response system in spatial terms.....	11
Tomasz Bartłomowicz: Pomiar preferencji konsumentów z wykorzystaniem metody <i>Analytic Hierarchy Process</i> / Analytic Hierarchy Process as a method of measurement of consumers' preferences.....	20
Maciej Beręsewicz, Marcin Szymkowiak: Analiza skupień wybranych lokalnych rynków nieruchomości w Polsce z wykorzystaniem internetowych źródeł danych / Cluster analysis of selected local real estate markets in Poland based on Internet data sources.....	30
Beata Bieszk-Stolorz: Wybrane modele przeciętnego efektu oddziaływania w analizie procesu wychodzenia z bezrobocia / Chosen average treatment effect models in the analysis of unemployment exit process.....	40
Justyna Brzezińska: Modele IRT i modele Rascha w badaniach testowych / IRT and Rasch models in test measurement.....	49
Mariola Chrzanowska, Nina Drejerska: Geograficznie ważona regresja jako narzędzie analizy poziomu rozwoju społeczno-gospodarczego na przykładzie regionów Unii Europejskiej / Geographically weighted regression as a tool of analysis of socio-economic development level of regions in the European Union.....	58
Sabina Denkowska: Zastosowanie analizy wrażliwości do oceny wpływu nieobserwowanej zmiennej w <i>Propensity Score Matching</i> / The application of sensitivity analysis in assessing the impact of an unobserved confounder in Propensity Score Matching.....	66
Adam Depta: Zastosowanie analizy czynnikowej do wyodrębnienia aspektów zdrowia wpływających na jakość życia osób jaskających się / The application of factor analysis to the identification of the health aspects affecting the quality of life of stuttering people.....	76
Mariusz Doszyń, Sebastian Gnat: Taksonomiczno-ekonometryczna procedura wyceny nieruchomości dla różnych miar porządkowania / Taxonomic and econometric method of real estate valuation for various classification measures.....	84

Marta Dziechciarz-Duda, Anna Król: Segmentacja konsumentów smartfonów na podstawie preferencji wyrażonych / Segmentation of smartphones' consumers on the basis of stated preferences	94
Ewa Genge: Zmienne towarzyszące w ukrytym modelu Markowa – analiza oszczędności polskich gospodarstw domowych / Latent Markov model with covariates – Polish households' saving behaviour	103
Joanna Górna, Karolina Górna: Modelowanie wzrostu gospodarczego z wykorzystaniem narzędzi ekonometrii przestrzennej / Economic growth modelling with the application of spatial econometrics tools	112
Alicja Grześkowiak: Wielowymiarowa analiza kompetencji zawodowych według grup wieku ludności / Multivariate analysis of professional competencies with respect to the age groups of the population	122
Agnieszka Kozera, Feliks Wysocki: Problem ustalania współrzędnych obiektów modelowych w metodach porządkowania liniowego obiektów / The problem of determining the coordinates of model objects in object linear ordering methods	131
Mariusz Kubus: Lokalna ocena mocy dyskryminacyjnej zmiennych / Local evaluation of a discrimination power of the variables.....	143
Paweł Lula, Katarzyna Wójcik, Janusz Tuchowski: Analiza wydźwięku polskojęzycznych opinii konsumenckich ukierunkowanych na cechy produktu / Feature-based sentiment analysis of opinions in Polish.....	153
Aleksandra Łuczak, Agnieszka Kozera, Feliks Wysocki: Ocena sytuacji finansowej jednostek samorządu terytorialnego z wykorzystaniem rozmytych metod klasyfikacji i programu R / Assessment of financial condition of local government units with the use of fuzzy classification methods and program R	165
Dorota Rozmus: Badanie stabilności taksonomicznej czynnikowej metody odległości probabilistycznej / Stability of the factor probability distance clustering method	176
Adam Sagan, Aneta Rybicka, Justyna Brzezińska: <i>Conjoint analysis</i> oparta na modelach IRT w zagadnieniu optymalizacji produktów bankowych / An IRT-approach for conjoint analysis for banking products preferences.....	184
Michał Stachura: O szacowaniu centrum populacji określonego obszaru na przykładzie Polski / On estimating centre of population of a given territory. Poland's case	195
Michał Stachura, Barbara Wodecka: Wybrane aspekty i zastosowania modeli zdarzeń ekstremalnych / Selected facets and application of models of extremal events	205
Iwona Staniec, Jan Żółtowski: Wykorzystanie analizy log-liniowej do wyboru czynników determinujących współpracę w przedsiębiorczości	

technologicznej / Use of log-linear analysis for the selection determinants of cooperation in technological entrepreneurship.....	215
Marcin Szymkowiak, Wojciech Roszka: Potencjał gospodarczy gmin aglomeracji poznańskiej w ujęciu taksonomicznym / The economic potential of municipalities of the Poznań agglomeration in the light of taxonomy analysis.....	224
Lucyna Wojcieszka: Zastosowanie modeli klas ukrytych w badaniu opinii respondentów na temat roli państwa w gospodarce / Implementation of latent class models in the respondents' survey on the role of the country in economy.....	234

Wstęp

W dniach 14–16 września 2015 r. w Hotelu Novotel Gdańsk Marina w Gdańsku odbyła się XXIV Konferencja Naukowa Sekcji Klasyfikacji i Analizy Danych PTS (XXIX Konferencja Taksonomiczna) „Klasyfikacja i analiza danych – teoria i zastosowania”, zorganizowana przez Sekcję Klasyfikacji i Analizy Danych Polskiego Towarzystwa Statystycznego oraz Katedrę Statystyki Wydziału Zarządzania Uniwersytetu Gdańskiego.

W trakcie dwóch sesji plenarnych oraz 13 sesji równoległych wygłoszono 58 referatów poświęconych aspektom teoretycznym i aplikacyjnym zagadnienia klasyfikacji i analizy danych. Odbyła się również sesja plakatowa, na której zaprezentowano 14 plakatów.

Teksty 24 recenzowanych artykułów naukowych stanowią zawartość prezentowanej publikacji z serii Taksonomia nr 27. Teksty 25 recenzowanych artykułów naukowych znajdują się w Taksonomii nr 26.

Krzysztof Jajuga, Marek Walesiak

Adam Sagan

Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie
e-mail: sagana@uek.krakow.pl

Aneta Rybicka

Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu
e-mail: aneta.rybicka@ue.wroc.pl

Justyna Brzezińska

Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach
e-mail: justyna.brzezinska@ue.katowice.pl

CONJOINT ANALYSIS OPARTA NA MODELACH IRT W ZAGADNIENIU OPTYMALIZACJI PRODUKTÓW BANKOWYCH

AN IRT-APPROACH FOR CONJOINT ANALYSIS FOR BANKING PRODUCTS PREFERENCE

DOI: 10.15611/pn.2016.427.19

Streszczenie: Zarówno pomiar łączny (*conjoint measurement*) jak i analiza łączna (*conjoint analysis*) oparte są na wspólnym podstawowym, psychometrycznym i statystycznym, założeniu dotyczącym addytywnego pomiaru łącznego oraz dwukierunkowości układu odniesienia w pomiarze preferencji. Wcześniejsza koncepcja jest szeroko wykorzystywana w podstawowym pomiarze dominacji podmiotu \times obiektu; koncepcja późniejsza wykorzystywana jest w szerszej rodzinie struktur dominacji obiektu \times obiektu. Celem niniejszego artykułu jest przyjęcie i porównanie trzech modeli pomiaru preferencji w obszarach produktów bankowych: 1) eksperymenty *conjoint* wykorzystujące metodę prezentacji profilów parami (*paired-comparisons*) oraz metodę prezentacji profilów na skali ocen (*rating scale*), 2) *conjoint analysis* oparta na IRT (modele Racha i Birnbauma), 3) kompozycyjne modele III/V Thurstone’a. Użyteczności cząstkowe wykorzystane zostaną do optymalizacji produktów oraz porównania szacowanych modeli.

Słowa kluczowe: pomiar łączny, *conjoint analysis*, modele IRT, produkty bankowe.

Summary: Conjoint measurement and conjoint analysis have common underlying psychometric and statistical assumption concerning axioms of additivity and two-way frame of reference in preference measurement. However, whereas the former concept is widely used in fundamental measurement of subject times \times object times dominance structures as in IRT and Rasch measurement models, the latter is utilized in a broad family of object times object dominance structures in both compositional (i.e. Thurstone case III and V) as well as

decompositional preference measurement models. These two traditions are rarely combined in one measurement model and research design that integrates subject times \times object times object measurement. Empirical analysis will be based on the research on banking products preferences among family members.

Keywords: conjoint measurement, conjoint analysis, IRT models, banking products.

1. Wstęp

Pomiar preferencji pełni istotną funkcję w badaniach ekonomicznych, a wybory są nieodłącznym atrybutem aktywności ekonomicznej każdego podmiotu. Bezpośredni pomiar użyteczności, czyli poziomu zadowolenia czy też satysfakcji konsumenta z danego produktu lub usługi, jest zadaniem trudnym i wymaga znajomości specjalistycznych metod statystycznych.

W niniejszym artykule przedstawione zostanie zastosowanie trzech modeli pomiaru preferencji w obszarach produktów bankowych oparte na przeprowadzonych badaniach własnych. Zaprezentowane zostaną eksperymenty *conjoint* wykorzystujące metodę prezentacji profili parami (*paired-comparisons*) oraz metodę prezentacji profili na skali ocen (*rating scale*), *conjoint analysis* oparta na modelach odpowiedzi na pozycje (IRT) (modele Racha i Birnbauma), a także kompozycyjne modele Thurstone'a [Böckenholt 2006]. Użyteczności cząstkowe wykorzystane zostaną do optymalizacji produktów oraz porównania szacowanych modeli.

2. Metody badania preferencji i analiza *conjoint*

Pojęcie preferencji odgrywa w ekonomii kluczową rolę, gdyż relacje preferencji są podstawą badań indywidualnych decyzji wyborów konsumenckich. Do pomiaru użyteczności, odnoszącej się do satysfakcji lub poziomu zadowolenia konsumenta, wykorzystuje się metody polegające na kwantyfikacji użyteczności opartych na pojęciu preferencji. Podstawy pomiaru łącznego (*conjoint measurement*) stworzyli psycholog i matematyk R.D. Luce oraz statystyk J. Tukey. Istotny wkład wniósł także J.B. Kruskal [1964a, b, 1965]. Pierwsze zastosowania analizy *conjoint* w badaniach preferencji przedstawili: P. Green i V. Srinivasan [1978], I. Fenwick [1978] oraz G.J. Hooley i J.E. Lynch [1981].

Wśród metod badania preferencji wyróżnia się dwa rodzaje preferencji konsumentów. Pierwsze to preferencje ujawnione (*revealed preferences*), stanowiące odwzorowanie rzeczywistych decyzji. Wśród metod badania preferencji ujawnionych znajdują się metody analizy danych historycznych. Drugi rodzaj preferencji to preferencje wyrażone (*stated preferences*), które dotyczą hipotetycznych czy deklarowanych wyborów. Do metod analizy preferencji tego typu należą m.in.: metody kompozycyjne (metody danych samowytłumaczających), metody dekompo-

zycyjne (*conjoint analysis*, metoda wyborów dyskretnych), a także metody mieszane (hybrydowa oraz adaptacyjna *conjoint analysis*). Analiza *conjoint* stanowi zespół metod analizy danych preferencyjnych, zgodnie z założeniami wynikającymi z teorii pomiaru łącznego *conjoint measurement*.

Zgodnie z terminologią zmienne objaśniające opisujące dobra lub usługi nazywane są atrybutami (*attributes*) lub czynnikami (*factors*), a ich realizacje – poziomami (*levels*). Atrybuty i ich poziomy generują różne warianty dóbr i usług, które nazywane są profilami (*profiles, stimuli, treatments*). Liczba wszystkich możliwych do wygenerowania profili zależy od atrybutów i liczby poziomów (iloczyn liczby poziomów wszystkich atrybutów). Respondenci oceniają profile produktów lub usług, wyrażając w ten sposób swoje preferencje. Oceny profili są użytecznościami całkowitymi i stanowią podstawę dalszej analizy. Analiza ta podlega dekompozycji użyteczności całkowitych profili na użyteczności cząstkowe poziomów atrybutów oraz na szacowaniu udziału poszczególnych atrybutów w kształtowaniu użyteczności całkowitej każdego profilu. Analiza *conjoint* służy także do prognozowania (symulacji) wyborów konsumenckich w przyszłości.

3. Modele IRT i modele Rascha

Pod nazwą teoria odpowiedzi na pozycje IRT (*Item Response Theory*) rozumiane są narzędzia statystyczne wykorzystywane do modelowania cech ukrytych o charakterze ciągłym na podstawie dyskretnych wskaźników, które są zazwyczaj odpowiedziami respondentów. Modele te wykorzystywane są najczęściej w badaniach edukacyjnych i psychologicznych [Birnbaum 1968; Muraki 1992; Rasch 1960; Samejima 1969]. Modele IRT wiążą cechę ukrytą ze wskaźnikami, dzięki zastosowaniu parametryzacji określającej właściwości wskaźników i rozkład cech respondentów. Badana cecha jest ukryta i nosi nazwę poziomu umiejętności, a poszczególne wskaźniki są zadaniami. Podstawą metody jest wyznaczenie modelu określającego prawdopodobieństwo uzyskania poszczególnych kategorii odpowiedzi, w zależności od poziomu umiejętności respondenta. Do najczęściej wykorzystywanych modeli IRT należą modele: jednoparametryczny (model Rascha, 1PL), dwu- (2PL) oraz trójparametryczny Birnbauma (3PL). Nazwa tych modeli wynika z liczby parametrów, którą zawierają poszczególne modele. W modelu Rascha występuje parametr trudności pozycji tzw. parametrem lokalizacji (*location, threshold parameter*). Termin pozycje (*items*) w modelach Rascha dotyczą najczęściej stwierdzeń, z którymi respondent ma się zgodzić lub nie (odpowiedzi są wówczas kodowane binarnie) lub zadań, które rozwiązuje zgodnie z kluczem (1) lub nie (0)”. W modelu dwuparametrycznym Birnbauma występuje dodatkowo parametr dyskryminacji pozycji (*slope, discrimination parameter*). W modelu trójparametrycznym natomiast dodatkowym parametrem jest pseudoparametr zgady-

wania (*guessing parameter*). W ramach modeli IRT budować można także modele porządkowe (GRM, GPCM).

Najprostszym modelem IRT jest jednoparametryczny model logistyczny, czyli model Rascha (1PL), określający prawdopodobieństwo j -tej odpowiedzi na i -tą pozycję testową [Rasch 1960]:

$$P_{ij}(\theta_j, b_i) = \frac{\exp(\theta_j - b_i)}{1 + \exp(\theta_j - b_i)}. \quad (1)$$

Theta oznacza ciągłą zmienną ukrytą (zdolności respondentów), a parametr b – współczynnik określający poziom trudności stwierdzenia lub prezentowanego bodźca. Model Rascha jest z powodzeniem stosowany w praktyce badawczej od ponad 50 lat, m.in. w badaniach edukacyjnych [Scheerens 2003], medycznych [Christensen, Kreiner, Mesbah 2013] czy marketingowych [Bechtel 1985; Sagan 2002].

Centralnym konceptem modelu IRT jest tzw. krzywa charakterystyczna pozycji testowej ICC (*Item Characteristic Curve*). Krzywa ta przedstawia prawdopodobieństwo udzielenia prawidłowej odpowiedzi na zadanie jako monotonicznie rosnącą funkcję poziomu wiedzy. Parametr mocy różnicującej zadania jest funkcją nachylenia krzywej ICC i przeważnie jego wartość mieści się w przedziale od 0,5 do 2,5. Wartość równa ok. 1 jest typowa dla wielu zadań testowych, zadania o parametrze mniejszym niż 0,5 okazują się niewystarczająco różnicujące dla większości zastosowań testów, natomiast wartość większa od 2 jest rzadko spotykana. Funkcja ICC jest funkcją, która wskazuje, że wraz ze wzrostem umiejętności rośnie prawdopodobieństwo udzielenia poprawnej odpowiedzi.

4. Zagadnienie optymalizacji produktów bankowych z wykorzystaniem metody *conjoint analysis* oraz modeli IRT

Produktem w niniejszym badaniu jest wybór konta bankowego przez konsumenta. Badanie, w którym udział wzięło 231 respondentów, przeprowadzono na podstawie ankiet zawierających następujące atrybuty i ich poziomy:

X_1 : dostęp do konta bankowego poprzez urządzenia mobilne i Internet: tak/nie,

X_2 : prowidza za prowadzenie konta: tak/nie,

X_3 : zwrot za płatność kartą: tak/nie,

X_4 : prowidza za wypłaty w obcym bankomacie: tak/nie,

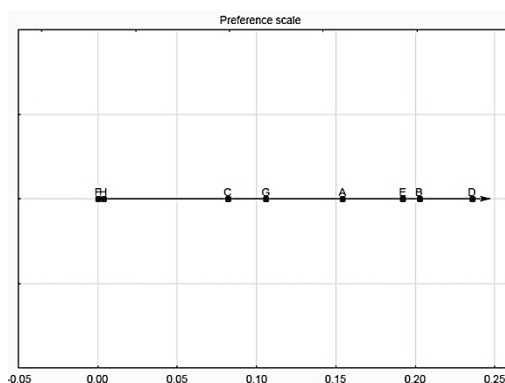
X_5 : darmowa karta płatnicza: tak/nie.

Pełny eksperyment czynnikowy zawierał 32 profile. W badaniu wykorzystano cząstkowy eksperyment czynnikowy zawierający 8 profilów. Na ich podstawie zaprojektowano kwestionariusz ankiety, w którym poproszono respondentów o dokonanie wyborów spośród 28 par profilów.

W przedstawionym badaniu siła preferencji konsumentów (jako ciągła zmienna ukryta) stanowią nieobserwowalne „zdolności” lub „umiejętności” respondentów. Ponieważ są one zmienną ukrytą, jej wskaźnikami są pozycje opisujące poszczególne profile produktu bankowego, które są porównywane parami (wskazanie na preferowany profil i jego wybór jest podstawą szacowania poziomu „trudności” danego profilu i tym samym jego ujawnionych preferencji w stosunku do innego (im „trudniejszy” profil i tym samym niższe prawdopodobieństwo wyboru w relacji do innego, tym słabsze preferencje tego profilu w stosunku do profilu porównywanego w danej parze).

4.1. Model pomiarowy Thurstone’a V

W pierwszym etapie zbudowano skalę preferencji Thurstone’a V, macierz preferencji oraz macierz standaryzowanych preferencji opartych na rozkładzie normalnym. Kończącą skalę preferencji przedstawiono na rys. 1.



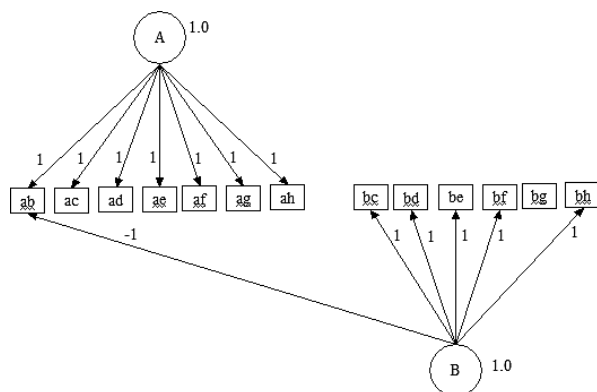
Rys. 1. Skala preferencji

Źródło: opracowanie własne.

Preferencje oparte na danych z modelu Thurstone’a V wykorzystują porządkową skalę porównań profilów preferencji. Kończąca skala pokazuje porządkowe odległości pomiędzy profilami preferencji (profile od A do H).

Model czynnikowy Thurstone’a został zbudowany jako model confirmacyjnej analizy czynnikowej ze wskaźnikami binarnymi. Liczba zmiennych ukrytych jest równa liczbie profilów, a wskaźniki binarne określają preferencje każdej kombinacji par profilów. Ładunki czynnikowe w tym modelu są ustalone na poziomie 1 (jeżeli jest porównywana preferencja profilu A nad B) lub -1 (jeśli porównujemy dominację profilu B nad A). Kowariancje między profilami są ustalone na poziomie 0 (niezależność preferencji). Wśród parametrów modelu szacowane są jedynie

średnie dla ukrytych preferencji. Model ten zakłada niezależność preferencji. Wyznaczono średnie ukrytych preferencji dla profilów. Wartości progowe (*thresholds*) dla zmiennych jakościowych ustalono jako 0. Model Thurstone'a zaprezentowano na rys. 2.



Rys. 2. Model Thurstone'a V

Źródło: opracowanie własne.

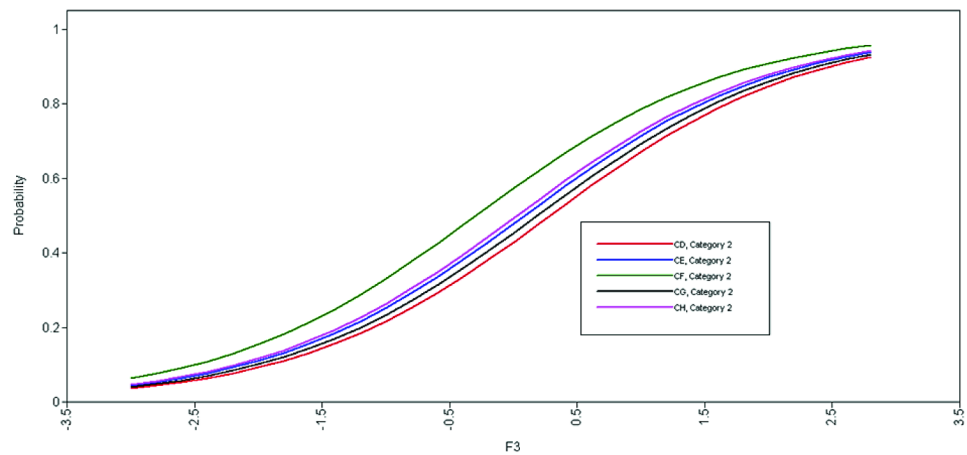
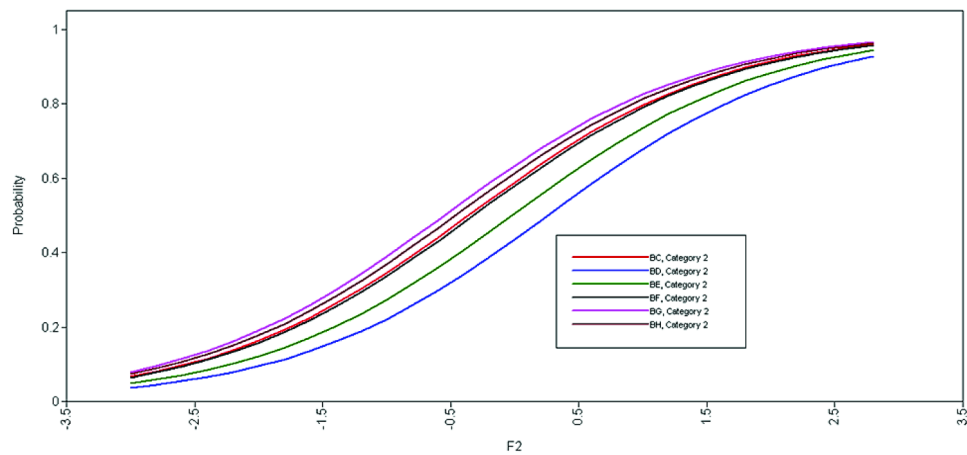
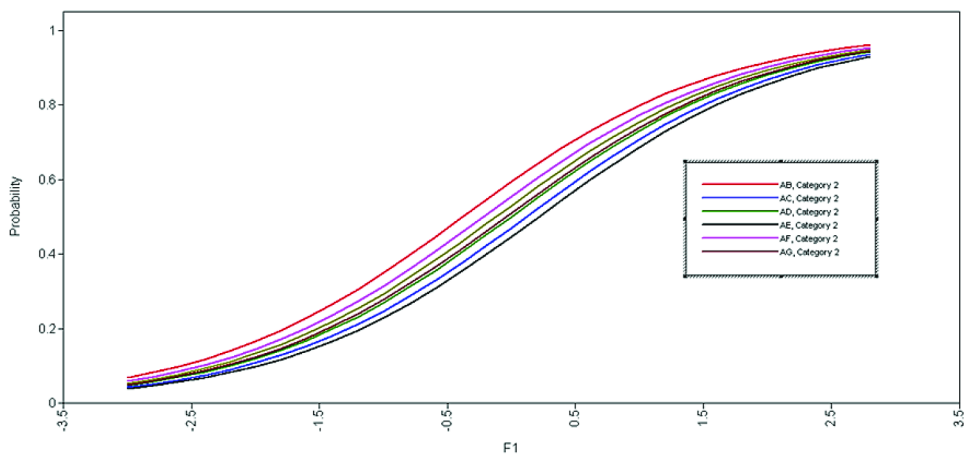
Wartość ilorazu wiarygodności wynosi $-4626,012$, a korekcyjny czynnik skalowania (*scaling correction factor*) dla MLR wynosi $0,51$. MLR to odporna metoda największej wiarygodności (*maximum likelihood robust*), w której zastosowany jest estymator kanapkowy błędów standardowych (*sandwich estimator*).

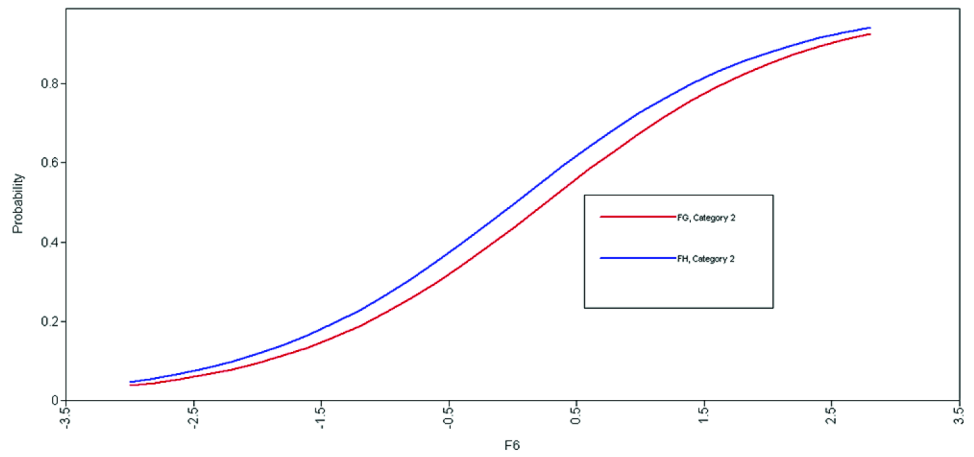
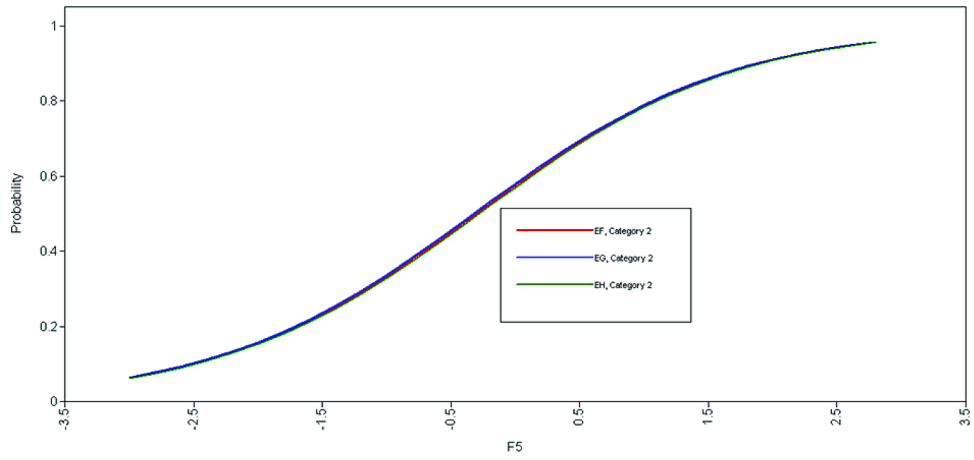
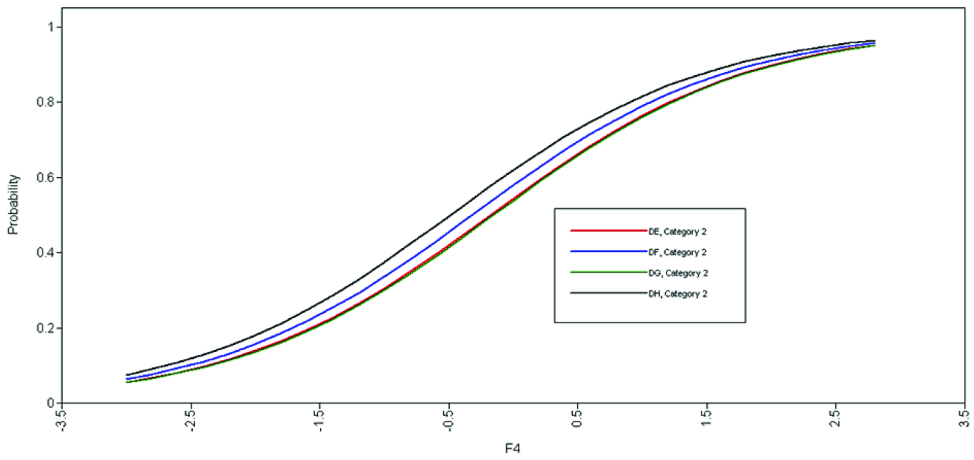
4.2. Model Rascha

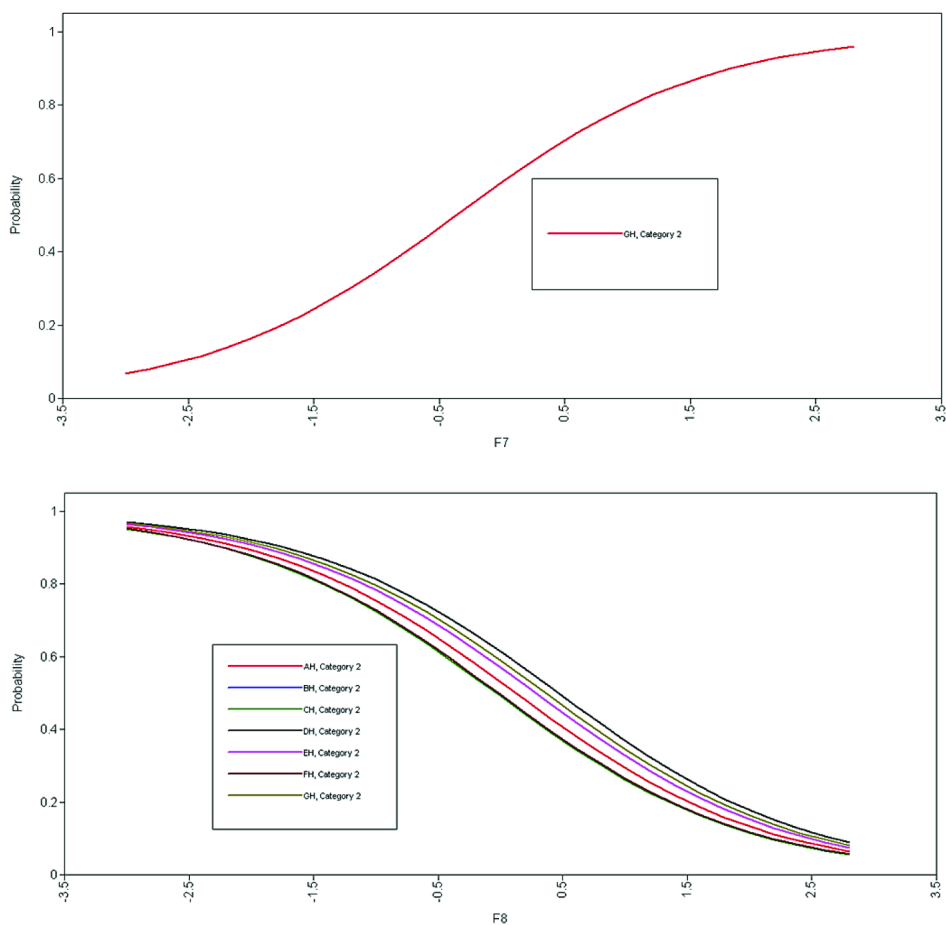
Model preferencji Rascha wykorzystuje równanie strukturalne porównania parami. Ładunki czynnikowe wynoszą 1 (gdy A dominuje nad B) lub -1 (gdy B dominuje nad A) dla danej pozycji. Model ten zakłada jednowymiarowość preferencji (estymacja tyłu modeli, ile profilów). Zaprezentowano jedynie strukturę pozytywnej dominacji z wykorzystaniem krzywych charakterystycznych (*ICC*) (rys. 3). Średnie ukrytych preferencji profilów wynoszą 0 . Wyznaczono progi dla pozycji jakościowych. Analiza preferencji oparta jest na porównaniach pomiędzy odpowiednimi parami poszczególnych pozycji.

4.3. Analiza *conjoint* produktów bankowych

Na podstawie odpowiedzi (preferencji) respondentów, z wykorzystaniem pakietu *conjoint* programu R [Bąk, Bartłomowicz 2012], dokonano dekompozycji empirycznych użyteczności całkowitych na użyteczności cząstkowe poziomów







Rys. 3. Model Rascha: profile od A do H.

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 1. Ranking użyteczności całkowitych profili

Profil	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	Ranking użyteczności całkowitych
1	nie	nie	tak	tak	tak	8
2	tak	tak	nie	tak	tak	2
3	nie	tak	tak	nie	tak	4
4	tak	nie	nie	nie	tak	6
5	tak	nie	tak	tak	nie	5
6	nie	tak	nie	tak	nie	3
7	tak	tak	tak	nie	nie	1
8	nie	nie	nie	nie	nie	7

Źródło: opracowanie własne.

atrybutów. Oszacowano użyteczności całkowite teoretyczne dla każdego profilu oraz przeciętną ważność atrybutów. Ranking profili bankowych przedstawia tab. 1.

Najatrakcyjniejszym profilem w badaniu okazał się profil 7, w ramach którego istnieje dostęp do konta poprzez urządzenia mobilne i Internet, jest prowizja za prowadzenie rachunku, a także zwroty za płatności karta. W koncie tym jednak nie ponosi się opłat za wypłaty w obcym bankomacie, a także brak jest darmowej karty płatniczej.

5. Zakończenie

W niniejszym artykule zastosowano i porównano modele pomiarowe w obszarze produktów bankowych. Posłużono się analizą *conjoint* wykorzystującą metodę prezentacji profili parami, tzw. *paired-comparison analysis*, zaprezentowano kompozycyjny model V Thurstone'a, a także model Rascha. Z przeprowadzonego badania produktów bankowych wynika, że najważniejszymi atrybutami konta są dostęp do rachunku przez urządzenia mobilne i Internet, a także prowizja za prowadzenie konta. Zbudowany model Thurstone'a pozwolił na porównanie obiektów (obiekt \times obiekt), model Rascha natomiast pozwolił na porównanie podmiotów (respondent \times obiekt).

Literatura

- Bąk A., Bartłomowicz T., 2012, *Conjoint analysis method and its implementation in conjoint R package*, [w:] J. Pocięcha, R. Decker (red.), *Data Analysis Methods and Its Applications*, C.H. Beck, Warszawa, s. 239–248.
- Bechtel G.G., 1985, *Generalizing the Rasch model for consumer rating scales*, *Marketing Science*, vol. 4, no. 1, s. 62–73.
- Birnbaum A., 1968, *Some latent trait models and their use in inferring an examinee's ability*, [w:] F.M. Lord, M.R. Novick (red.), *Statistical Theories of Mental Test Scores*, Addison-Wesley, Reading, s. 395–479.
- Böckenholt U., 2006, *Thurstonian-based analyses: Past, present, and future utilities*, *Psychometrika*, vol. 71, no. 5, s. 615–692.
- Christensen K.B., Kreiner S., Mesbah M., 2013, *Rasch Models in Health*, ISTE–Wiley, London–Hoboken.
- Fenwick I., 1978, *A user's guide to conjoint measurement in marketing*, *European Journal of Marketing*, vol. 12, no. 2, s. 203–211.
- Green P., Srinivasan V., 1978, *Conjoint analysis in consumer research: Issues and outlook*, *Journal of Consumer Research*, vol. 5, no. 2, s. 103–123.
- Hooley G.J., Lynch J.E., 1981, *Modelling the student university choice process through the use of conjoint measurement techniques*, *European Research*, vol. 9, no. 4, s. 158–170.
- Kruskal J.B., 1964a, *Multidimensional scaling by optimizing goodness of fit to a nonmetric hypothesis*, *Psychometrika*, vol. 29, no. 1, s. 1–27.
- Kruskal J.B., 1964b, *Nonmetric multidimensional scaling: A numerical method*, *Psychometrika*, vol. 29, no. 2, s. 115–129.

- Kruskal J.B., 1965, *Analysis of factorial experiments by estimating monotone transformations of the data*, Journal of the Royal Statistical Society, vol. 27, no. 2, s. 251–263.
- Muraki E., 1992, *A generalized partial credit model: Application of an EM algorithm*, Applied Psychological Measurement, vol. 16, no. 2, s. 159–176.
- Rasch G., 1960, *Probabilistic Models for some Intelligence and Attainment Tests*, Danish Institute for Education Research, Copenhagen.
- Sagan A., 2002, *Zastosowanie wielowymiarowych skal czynnikowych i skal Rascha w badaniach marketingowych (na przykładzie oceny efektów komunikacyjnych reklamy)*, [w:] *Prace z zakresu analizy rynku i badań marketingowych*, Zeszyty Naukowe 605, Akademia Ekonomiczna w Krakowie, Kraków, s. 73–92.
- Samejima F., 1969, *Calibration of latent ability using response pattern of graded score*, Psychometrika Monograph Supplement, no. 17.
- Scheerens J., 2003, *Educational Evaluation, Assessment, and Monitoring: A Systemic Approach*, Swets & Zeitlinger, Lisse–Exton.