

# PRACE NAUKOWE

Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu

# RESEARCH PAPERS

of Wrocław University of Economics

Nr 427

**Taksonomia 27**

**Klasyfikacja i analiza danych –  
teoria i zastosowania**



Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu  
Wrocław 2016

Redaktor Wydawnictwa: Agnieszka Flasińska

Redaktor techniczny: Barbara Łopusiewicz

Korektor: Barbara Cibis

Łamanie: Beata Mazur

Projekt okładki: Beata Dębska

Tytuł dofinansowany ze środków Narodowego Banku Polskiego  
oraz ze środków Sekcji Klasyfikacji i Analizy Danych PTS

Informacje o naborze artykułów i zasadach recenzowania  
znajdują się na stronach internetowych  
[www.pracnaukowe.ue.wroc.pl](http://www.pracnaukowe.ue.wroc.pl)  
[www.wydawnictwo.ue.wroc.pl](http://www.wydawnictwo.ue.wroc.pl)

Publikacja udostępniona na licencji Creative Commons  
Uznanie autorstwa-Użycie niekomercyjne-Bez utworów zależnych 3.0 Polska  
(CC BY-NC-ND 3.0 PL)



© Copyright by Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu  
Wrocław 2016

**ISSN 1899-3192** (Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu)

**e-ISSN 2392-0041**

**ISSN 1505-9332** (Taksonomia)

Wersja pierwotna: publikacja drukowana

Zamówienia na opublikowane prace należy składać na adres:  
Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu  
ul. Komandorska 118/120, 53-345 Wrocław  
tel./fax 71 36 80 602; e-mail:[econbook@ue.wroc.pl](mailto:econbook@ue.wroc.pl)  
[www.ksiegarnia.ue.wroc.pl](http://www.ksiegarnia.ue.wroc.pl)

Druk i oprawa: TOTEM

## Spis treści

<b>Wstęp</b> .....	9
<b>Beata Bal-Domańska:</b> Propozycja procedury oceny zrównoważonego rozwoju w układzie <i>presja – stan – reakcja</i> w ujęciu przestrzennym / Proposal of the assessment of poviats sustainable development in the pressure – state – response system in spatial terms.....	11
<b>Tomasz Bartłomowicz:</b> Pomiar preferencji konsumentów z wykorzystaniem metody <i>Analytic Hierarchy Process</i> / Analytic Hierarchy Process as a method of measurement of consumers’ preferences.....	20
<b>Maciej Beręsewicz, Marcin Szymkowiak:</b> Analiza skupień wybranych lokalnych rynków nieruchomości w Polsce z wykorzystaniem internetowych źródeł danych / Cluster analysis of selected local real estate markets in Poland based on Internet data sources.....	30
<b>Beata Bieszk-Stolorz:</b> Wybrane modele przeciętnego efektu oddziaływania w analizie procesu wychodzenia z bezrobocia / Chosen average treatment effect models in the analysis of unemployment exit process.....	40
<b>Justyna Brzezińska:</b> Modele IRT i modele Rascha w badaniach testowych / IRT and Rasch models in test measurement.....	49
<b>Mariola Chrzanowska, Nina Drejerska:</b> Geograficznie ważona regresja jako narzędzie analizy poziomu rozwoju społeczno-gospodarczego na przykładzie regionów Unii Europejskiej / Geographically weighted regression as a tool of analysis of socio-economic development level of regions in the European Union.....	58
<b>Sabina Denkowska:</b> Zastosowanie analizy wrażliwości do oceny wpływu nieobserwowanej zmiennej w <i>Propensity Score Matching</i> / The application of sensitivity analysis in assessing the impact of an unobserved confounder in Propensity Score Matching.....	66
<b>Adam Depta:</b> Zastosowanie analizy czynnikowej do wyodrębnienia aspektów zdrowia wpływających na jakość życia osób jękających się / The application of factor analysis to the identification of the health aspects affecting the quality of life of stuttering people.....	76
<b>Mariusz Doszyń, Sebastian Gnat:</b> Taksonomiczno-ekonometryczna procedura wyceny nieruchomości dla różnych miar porządkowania / Taxonomic and econometric method of real estate valuation for various classification measures.....	84

<b>Marta Dziechciarz-Duda, Anna Król:</b> Segmentacja konsumentów smartfonów na podstawie preferencji wyrażonych / Segmentation of smartphones' consumers on the basis of stated preferences .....	94
<b>Ewa Genge:</b> Zmienne towarzyszące w ukrytym modelu Markowa – analiza oszczędności polskich gospodarstw domowych / Latent Markov model with covariates – Polish households' saving behaviour .....	103
<b>Joanna Górna, Karolina Górna:</b> Modelowanie wzrostu gospodarczego z wykorzystaniem narzędzi ekonometrii przestrzennej / Economic growth modelling with the application of spatial econometrics tools .....	112
<b>Alicja Grześkowiak:</b> Wielowymiarowa analiza kompetencji zawodowych według grup wieku ludności / Multivariate analysis of professional competencies with respect to the age groups of the population .....	122
<b>Agnieszka Kozera, Feliks Wysocki:</b> Problem ustalania współrzędnych obiektów modelowych w metodach porządkowania liniowego obiektów / The problem of determining the coordinates of model objects in object linear ordering methods .....	131
<b>Mariusz Kubus:</b> Lokalna ocena mocy dyskryminacyjnej zmiennych / Local evaluation of a discrimination power of the variables.....	143
<b>Paweł Lula, Katarzyna Wójcik, Janusz Tuchowski:</b> Analiza wydźwięku polskojęzycznych opinii konsumenckich ukierunkowanych na cechy produktu / Feature-based sentiment analysis of opinions in Polish.....	153
<b>Aleksandra Łuczak, Agnieszka Kozera, Feliks Wysocki:</b> Ocena sytuacji finansowej jednostek samorządu terytorialnego z wykorzystaniem rozmytych metod klasyfikacji i programu R / Assessment of financial condition of local government units with the use of fuzzy classification methods and program R .....	165
<b>Dorota Rozmus:</b> Badanie stabilności taksonomicznej czynnikowej metody odległości probabilistycznej / Stability of the factor probability distance clustering method .....	176
<b>Adam Sagan, Aneta Rybicka, Justyna Brzezińska:</b> <i>Conjoint analysis</i> oparta na modelach IRT w zagadnieniu optymalizacji produktów bankowych / An IRT-approach for conjoint analysis for banking products preferences.....	184
<b>Michał Stachura:</b> O szacowaniu centrum populacji określonego obszaru na przykładzie Polski / On estimating centre of population of a given territory. Poland's case .....	195
<b>Michał Stachura, Barbara Wodecka:</b> Wybrane aspekty i zastosowania modeli zdarzeń ekstremalnych / Selected facets and application of models of extremal events .....	205
<b>Iwona Staniec, Jan Żółtowski:</b> Wykorzystanie analizy log-liniowej do wyboru czynników determinujących współpracę w przedsiębiorczości	

---

technologicznej / Use of log-linear analysis for the selection determinants of cooperation in technological entrepreneurship.....	215
<b>Marcin Szymkowiak, Wojciech Roszka:</b> Potencjał gospodarczy gmin aglomeracji poznańskiej w ujęciu taksonomicznym / The economic potential of municipalities of the Poznań agglomeration in the light of taxonomy analysis.....	224
<b>Lucyna Wojcieszka:</b> Zastosowanie modeli klas ukrytych w badaniu opinii respondentów na temat roli państwa w gospodarce / Implementation of latent class models in the respondents' survey on the role of the country in economy.....	234

## **Wstęp**

W dniach 14–16 września 2015 r. w Hotelu Novotel Gdańsk Marina w Gdańsku odbyła się XXIV Konferencja Naukowa Sekcji Klasyfikacji i Analizy Danych PTS (XXIX Konferencja Taksonomiczna) „Klasyfikacja i analiza danych – teoria i zastosowania”, zorganizowana przez Sekcję Klasyfikacji i Analizy Danych Polskiego Towarzystwa Statystycznego oraz Katedrę Statystyki Wydziału Zarządzania Uniwersytetu Gdańskiego.

W trakcie dwóch sesji plenarnych oraz 13 sesji równoległych wygłoszono 58 referatów poświęconych aspektom teoretycznym i aplikacyjnym zagadnienia klasyfikacji i analizy danych. Odbyła się również sesja plakatowa, na której zaprezentowano 14 plakatów.

Teksty 24 recenzowanych artykułów naukowych stanowią zawartość prezentowanej publikacji z serii Taksonomia nr 27. Teksty 25 recenzowanych artykułów naukowych znajdują się w Taksonomii nr 26.

*Krzysztof Jajuga, Marek Walesiak*

**Mariusz Doszyń, Sebastian Gnat**

Uniwersytet Szczeciński  
e-mails: {mariusz.doszyn; sgnat}@wneiz.pl

---

**TAKSONOMICZNO-EKONOMETRYCZNA  
PROCEDURA WYCENY NIERUCHOMOŚCI  
DLA RÓŻNYCH MIAR PORZĄDKOWANIA**

---

**TAXONOMIC AND ECONOMETRIC METHOD  
OF REAL ESTATE VALUATION  
FOR VARIOUS CLASSIFICATION MEASURES**

---

DOI: 10.15611/pn.2016.427.09

**Streszczenie:** Celem artykułu jest zaproponowanie procedury wyceny nieruchomości, nawiązującej do prostych metod taksonomicznych (syntetyczne mierniki rozwoju) i ekonometrycznych (liniowy model ekonometryczny z jedną zmienną objaśniającą). Polskie uregulowania prawne umożliwiają stosowanie metod statystycznych w wycenie nieruchomości. Nie uszczegóławiają jednak, jakie metody i w jakich sytuacjach prawnych i ekonomicznych należy stosować. Artykuł stanowi rozwinięcie wcześniejszych prac nad propozycją taksonomiczno-ekonometrycznej procedury wyceny nieruchomości. Celem artykułu jest również zbadanie czy stosowanie różnych metod porządkowania zmienia wyniki wyceny.

**Słowa kluczowe:** wycena nieruchomości, taksonomiczna miara atrakcyjności nieruchomości, modele ekonometryczne w wycenie nieruchomości.

**Summary:** The main goal of the article is to propose a procedure of real estate evaluation that encompasses both econometric and taxonomic approach. Polish regulations allow for using statistical methods of property valuation. However, they do not precise what kind of methods and in what legal and economic situations those methods can be used. The article is built on earlier work on the proposed taxonomic and econometric method of property valuation. For the procedure proposed in the earlier work, the impact of various classification measures on the valuation is studied. The purpose of this article is to examine whether the use of different methods of classification changes results of valuation.

**Keywords:** property evaluation, taxonomic measure of real estate attractiveness, econometric models in real estate valuation.

## 1. Wstęp

Wycena nieruchomości jest procesem uregulowanym w polskim systemie prawnym w Ustawie z dnia 21 sierpnia 1997 r. o gospodarce nieruchomościami [Ustawa z 21 sierpnia 1997]. Wyceny nieruchomości dokonuje się m.in. z zastosowaniem podejścia porównawczego, w którym wyróżnia się trzy metody:

- porównywania parami,
- korygowania ceny średniej,
- analizy statystycznej rynku.

Obecny stan prawny szczegółowo opisuje metodę porównywania parami oraz korygowania ceny średniej. Jednakże opis metody analizy statystycznej rynku nawiązuje jedynie do wymogu skonstruowania zbioru nieruchomości reprezentatywnych oraz zastosowania metod stosowanych do analiz statystycznych. W wielu pracach prezentowane są różnorodne modele i techniki obliczeniowe potwierdzające możliwość aplikacji metod statystycznych dla wycen zarówno masowych, jak i indywidualnych (zob. [Adamczewski 2006; Czaja 2001; Ligas 2011; Sawiłow 2011]).

W artykule rozwinięto analizy dotyczące zweryfikowania hipotezy, zgodnie z którą w indywidualnej wycenie nieruchomości użyteczne może być podejście bazujące na prostych metodach taksonomicznych i ekonometrycznych. Proponowana w pracy [Doszyń, Gnat 2015] procedura składa się z dwóch etapów. W pierwszym nieruchomości są porządkowane ze względu na ich atrakcyjność. W pierwotnej wersji zastosowano taksonomiczny miernik rozwoju [Hellwig 1968]. W artykule również zaprezentowane zostanie wykorzystanie jako zmiennej objaśniającej uogólnionej miary rozwoju (GDM) [Walesiak 2002]. W kolejnym etapie procedury szacowany jest model ekonometryczny, w którym zmienną objaśnianą będzie jednostkowa cena transakcyjna nieruchomości (w analizowanym przypadku jest to cena 1 m<sup>2</sup>), natomiast zmienną objaśniającą – taksonomiczna miara atrakcyjności nieruchomości, czyli taksonomiczny miernik rozwoju oparty na mierze Hellwiga oraz, w drugiej wersji, uogólniona miara odległości (GDM). W zakresie analiz rynku nieruchomości, metody taksonomiczne stosowane zwykle są do badań związanych z podobieństwem nieruchomości [Foryś 2011]. W rozważanym przypadku wykorzystane zostaną w wycenie nieruchomości. Oprócz propozycji procedury wyceny nieruchomości, celem artykułu jest także zbadanie czy stosowanie różnych metod porządkowania nieruchomości zmienia wyniki wyceny.

## 2. Metodyka

Jedna z metod wyceny – metoda analizy statystycznej rynku – polega na określeniu wartości nieruchomości z zastosowaniem szeroko rozumianych metod statystycznych, na podstawie próby nieruchomości reprezentatywnych, które były przedmiotem obrotu rynkowego [Dydenko (red.) 2006]. W obecnym stanie prawnym, a właś-



nie przepisy prawa regulują w Polsce metodykę wyceny nieruchomości, nie istnieją szczegółowe wytyczne dotyczące tego, jakie metody statystyczne, w jakich warunkach i dla jakich danych mogą być stosowane. Z tego powodu wielu badaczy na przestrzeni lat proponowało różnorodne metody i procedury wycen, odwołujące się do szeroko rozumianych metod statystyczno-ekonometrycznych (zob. np. [Kokot 2004; Hozer (red.) 2008; Doszyń 2012]). Można przy tym zauważyć, że stosowane metody odnoszą się do wyceny zarówno masowej, jak i indywidualnej. Prezentowane rozważania dotyczą tego, czy uzyskane w wyniku proponowanej procedury wyceny ulegną znaczącym zmianom w sytuacji wykorzystania różnych miar porządkowania nieruchomości. W pierwotnej wersji zastosowano, jako zmienną objaśniającą w równaniu regresji, taksonomiczny miernik rozwoju [Hellwig 1968]. W niniejszym badaniu za taksonomiczny miernik atrakcyjności nieruchomości przyjęto również uogólnioną miarę odległości danej nieruchomości ( $k$ ) od nieruchomości wzorcowej ( $d_{0k}$ ), gdzie przez nieruchomość wzorcową rozumiana jest nieruchomość o najkorzystniejszych wariantach uwzględnianych cech. Formuła kształtuje się następująco:

$$d_{0k} = \frac{1}{2} - \frac{\sum_{j=1}^m a_{0kj} b_{k0j} + \sum_{j=1}^m \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^n a_{0lj} b_{klj}}{2 \left[ \sum_{j=1}^m \sum_{l=1}^n a_{0jl}^2 \sum_{j=1}^m \sum_{l=1}^n b_{klj}^2 \right]^{\frac{1}{2}}}, \quad (1)$$

gdzie:  $d_{0k}$  – miara odległości nieruchomości wzorcowej (0) od nieruchomości porównywanej ( $k$ );  $k, l$  – numer nieruchomości (0 – nieruchomość wzorcową),  $k, l = 1, \dots, n$ ;  $j = 1, \dots, m$  – numer zmiennej (atrybutu).

Dla zmiennych mierzonych na skali porządkowej stosuje się następujące podstawienie umożliwiające wyznaczenie odległości ( $a_{0pj}$ ,  $b_{krj}$ ) między nieruchomościami ( $k, l, 0, l$ ) ze względu na atrybut  $j$ :

$$a_{0pj}(b_{krj}) = \begin{cases} 1 & \text{dla } x_{0j} > x_{pj} \quad (x_{kj} > x_{rj}) \\ 0 & \text{dla } x_{0j} = x_{pj} \quad (x_{kj} = x_{rj}), p = k, l; r = 0, l. \\ -1 & \text{dla } x_{0j} < x_{pj} \quad (x_{kj} < x_{rj}) \end{cases} \quad (2)$$

Uogólniona miara odległości zawiera się w przedziale  $(0, 1)$ . Jeżeli  $d_{0k} = 0$ , to  $k$ -ta nieruchomość jest identyczna z nieruchomością wzorcową, natomiast jeśli  $d_{0k} = 1$ , to  $k$ -ta nieruchomość jest diametralnie różna z punktu widzenia rozpatrywanych cech.

Wyniki wycen uzyskane w pierwotnej wersji proponowanej procedury (z taksonomicznym miernikiem rozwoju jako zmienną objaśniającą) zostaną porównane z wynikami uzyskanymi przy zastosowaniu uogólnionej miary odległości. Wyniki skonfrontowane zostaną także z wycenami dokonanyymi zgodnie z założeniami

metody porównywania parami, która szczegółowo uregulowana jest w ramach Powszechnych Krajowych Zasad Wyceny, w Nocie Interpretacyjnej nr 1 – Zastosowanie podejścia porównawczego w wycenie nieruchomości.

### 3. Przykład wyceny

Do przeprowadzenia przykładu obliczeniowego wykorzystano informacje o transakcjach nieruchomościami gruntowymi niezabudowanymi stanowiącymi przedmiot prawa własności. Transakcje te dokonane zostały w ciągu jednego roku na terenie jednego z osiedli Szczecina. Nieruchomości będące przedmiotem transakcji stanowiły zbiór, na bazie którego dokonano porządkowania. Bazę danych transakcyjnych pozyskano od rzeczoznawcy majątkowego. Zbiór ten, zgodnie z wcześniejszym badaniem [Doszyń, Gnat 2015], stanowił zbiór „uczący” „a” zawierający dane o 19 transakcjach, będących podstawą wyceny nieruchomości ze zbioru „b”. Zbiór „b” stanowiły 52 nieruchomości gruntowe wyspecyfikowane przez Urząd Miasta Szczecina do aktualizacji opłaty z tytułu użytkowania wieczystego. Nieruchomości (ze zbioru „a”) zostały przeanalizowane ze względu na następujące atrybuty:

- 1) dojazd (1 – niekorzystny, 2 – średni, 3 – korzystny),
- 2) wyposażenie w urządzenia infrastruktury technicznej (1 – brak, 2 – niepełne, 3 – pełne),
- 3) sposób użytkowania i przeznaczenie (1 – słabe, 2 – średnie, 3 – dobre, 4 – bardzo dobre),
- 4) powierzchnia (1 – duża, 2 – średnia, 3 – mała),
- 5) położenie i sąsiedztwo (1 – niekorzystne, 2 – przeciętne, 3 – korzystne),
- 6) ukształtowanie terenu i stan nieruchomości (0 – niekorzystne, 1 – korzystne).

Wybór atrybutów podyktowany był, poza względami merytorycznymi, informacjami dostępnymi w analizowanej bazie danych o transakcjach. Analizowane zmienne są zmiennymi jakościowymi. Większość z nich (pierwszych pięć) została wyrażona na skali porządkowej. Ostatnia zmienna jest mierzona za pomocą skali nominalnej. Dla zbioru uczącego „a”, zawierającego 19 transakcji, wyznaczono uogólnioną miarę odległości (GDM). Wyniki zestawiono z tymi, które uzyskano przy wykorzystaniu taksonomicznego miernika rozwoju ( $d_i$ ) opartego na propozycji Z. Hellwiga [Hellwig 1968]<sup>1</sup>. Przy obliczaniu tego miernika zmienne zostały znormalizowane poprzez ich unitaryzację<sup>2</sup>, a wyznaczone odległości to odległości euklidesowe.

---

<sup>1</sup>Jak już wspomniano, jest to zwykły taksonomiczny miernik rozwoju wykorzystujący odległości euklidesowe [Hellwig 1968]. Za nieruchomość wzorcową przyjęto (hipotetyczną) nieruchomość o maksymalnych wartościach atrybutów. Ponadto przy normalizacji samego miernika, w mianowniku przyjęto maksimum z odległości, zamiast średniej odległości powiększonej o podwójne odchylenie standardowe, jak w [Hellwig 1968].

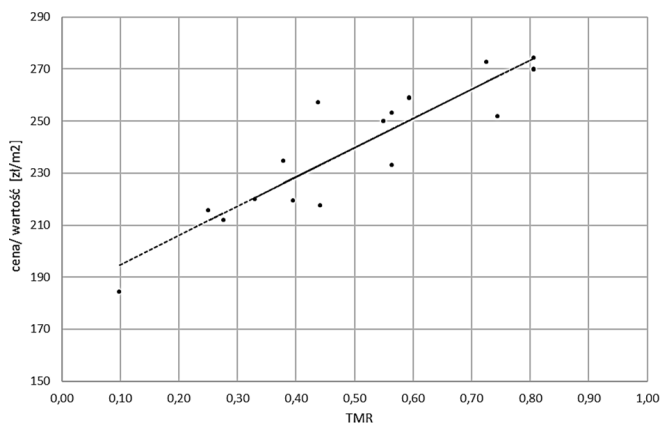
<sup>2</sup>Zastosowane przekształcenie polega na odjęciu od wartości zmiennej jej wartości minimalnej i podzieleniu tej różnicy przez rozstęp zmiennej.

Na podstawie danych o transakcjach ze zbioru „a” oszacowano liniowy model ekonometryczny, w którym za zmienną objaśnianą przyjęto ceny jednostkowe ( $c_i$ ), a za zmienną objaśniającą – wartości taksonomicznego miernika rozwoju ( $d_i$ ):

$$\hat{c}_i = 183,58 + 112,37d_i, S_e = 10,49, R^2 = 0,835. \quad (3)$$

Oceny parametrów modelu są istotne przy poziomie istotności  $\alpha = 0,01^3$ . Ocenę wyrazu wolnego (183,58 zł/m<sup>2</sup>) można interpretować jako wartość nieruchomości „najgorszej” z punktu widzenia rozważanych atrybutów. Z kolei ocena parametru przy zmiennej  $d_i$  informuje o (teoretycznym) obszarze zmienności cen. Wraz ze wzrostem  $d_i$  o jednostkę, co następuje w momencie „przejścia” od nieruchomości „najgorszej” do „najlepszej”, wartość nieruchomości wzrasta średnio o 112,37 zł/m<sup>2</sup>.

Związek między taksonomicznym miernikiem atrakcyjności nieruchomości ( $d_i$ ) oraz teoretycznymi wartościami i cenami nieruchomości został przedstawiony na rys. 1<sup>4</sup>.



**Rys. 1.** Zależność między taksonomicznym miernikiem atrakcyjności nieruchomości ( $d_i$ ) oraz wartościami teoretycznymi i cenami nieruchomości

Źródło: opracowanie własne.

W przypadku uogólnionej miary odległości ( $d_i$  – GDM) uzyskany model wyceny przyjął postać:

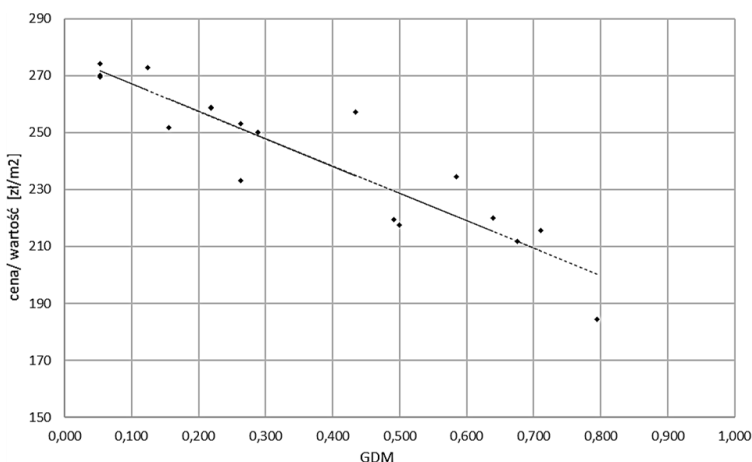
$$\hat{c}_i = 276,66 - 96,01d_i, S_e = 10,25, R^2 = 0,842. \quad (4)$$

<sup>3</sup> Należy pamiętać, że wnioskowanie to obarczone jest błędem wynikającym z tego, że rozważana próba nie jest próbą losową.

<sup>4</sup> Wartości teoretyczne to wartości wyznaczone na podstawie modelu (3), które tworzą prostą na rys. 1.

Oceny parametrów modelu są istotne przy poziomie istotności  $\alpha = 0,01$ . Ocenę wyrazu wolnego ( $276,66 \text{ zł/m}^2$ ) interpretuje się jako wartość nieruchomości „najlepszej” z punktu widzenia rozważanych atrybutów. Z kolei ocena parametru przy zmiennej  $d_i$  informuje o (teoretycznym) obszarze zmienności cen. Wraz ze wzrostem  $d_i$  o jednostkę, co następuje w momencie „przejścia” od nieruchomości „najlepszej” do „najgorszej”, wartość nieruchomości spada średnio o  $96,01 \text{ zł/m}^2$ .

Związek między uogólnioną miarą odległości oraz teoretycznymi wartościami i cenami nieruchomości został przedstawiony na rys. 2. Każdy z oszacowanych modeli cechuje się dość dobrym dopasowaniem do wartości empirycznych.

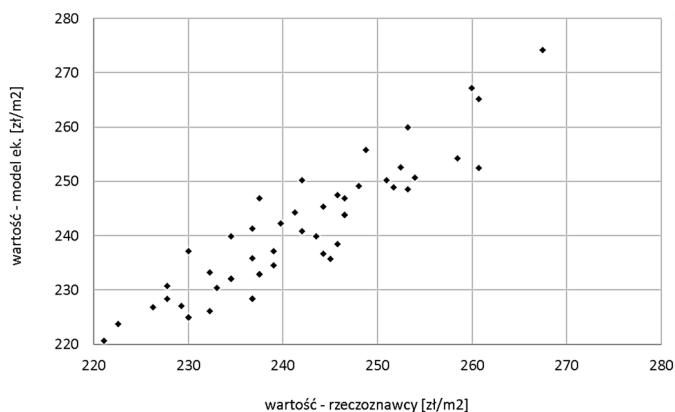


**Rys. 2.** Zależność między uogólnioną miarą odległości oraz wartościami teoretycznymi i cenami nieruchomości

Źródło: opracowanie własne.

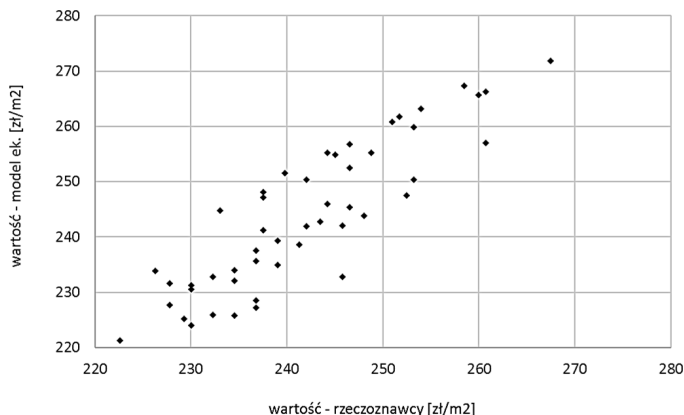
W kolejnym etapie zastosowano modele (3) oraz (4) do wyceny 52 nieruchomości należących do zbioru „testowego”, a następnie porównano te wartości z wartościami otrzymanymi przez rzeczoznawców, którzy przy wycenie posługiwali się metodą porównywania parami. Nie były znane ceny transakcyjne nieruchomości wchodzących w skład zbioru „testowego”.

Wyceny otrzymane na podstawie modeli (3) oraz (4) są zbliżone do wycen uzyskanych przez rzeczoznawców. Wzajemną relację między wartościami wyznaczonymi na każdy z tych sposobów przedstawiają rys. 3 oraz 4. Wyceny rzeczoznawców pokrywałyby się całkowicie z wycenami wyznaczonymi na podstawie modeli, gdyby punkty układały się wzdłuż prostej o nachyleniu równym  $45^\circ$ , wychodzącej z początku układu współrzędnych.



**Rys. 3.** Zależność między wartościami wyznaczonymi na podstawie modelu (3) i wartościami otrzymanymi przez rzeczoznawców

Źródło: opracowanie własne.



**Rys. 4.** Zależność między wartościami wyznaczonymi na podstawie modelu (4) i wartościami otrzymanymi przez rzeczoznawców

Źródło: opracowanie własne.

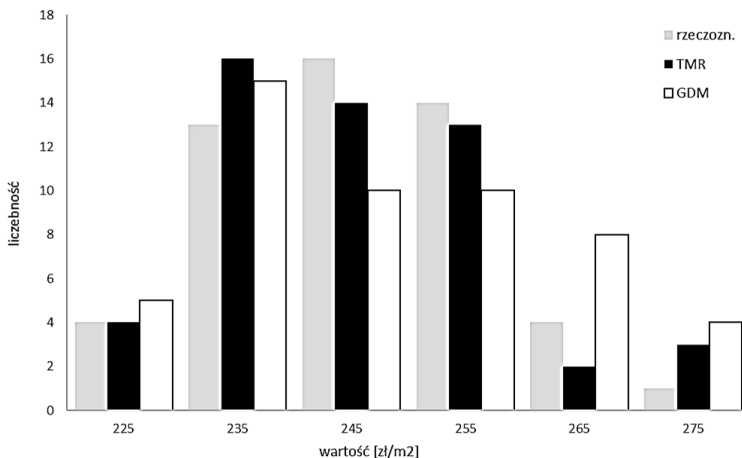
Średnia różnica wartości wyznaczona dla 52 nieruchomości wyniosła  $5,03 \text{ zł/m}^2$  (model (3)). W przypadku modelu (4), w którym zmienną objaśniającą była uogólniona miara odległości (GDM), średnia różnica była nieco większa i wyniosła  $6,57 \text{ zł/m}^2$ .

Analizując rozkłady wartości, można stwierdzić, że wyceny uzyskane na bazie modeli (3) oraz (4) cechowały się większą zmiennością niż wyceny rzeczoznawców. Rozkład wycen z modelu (3) cechował się większą asymetrią niż rozkład wycen z modelu (4), w obu przypadkach asymetria była prawostronna. Kurtроза

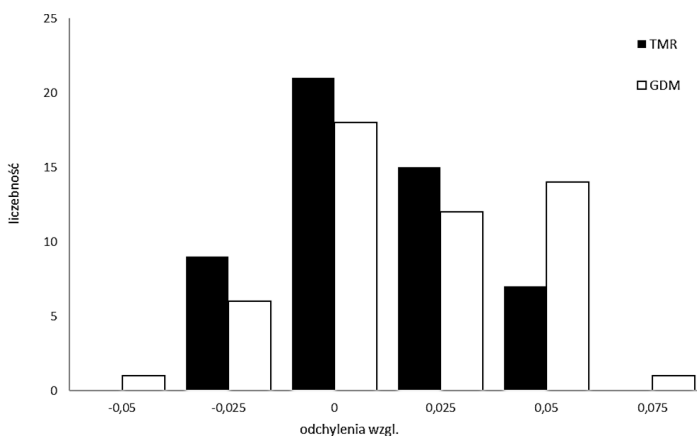
**Tabela 1.** Statystyki opisowe rozkładów charakteryzujących wyceny

	Średnia	Odchylenie standardowe	Współczynnik zmienności	$A_1$	Kurtoza
Model (3)	239,84	12,86	5,3%	0,37	3,01
Model (4)	242,19	14,24	5,9%	0,14	2,13
Rzeczoznawcy	240,82	10,88	4,5%	0,28	2,51

Źródło: opracowanie własne.

**Rys. 5.** Rozkład wycen z wykorzystaniem modeli (3) i (4) oraz wycen wykonanych przez rzeczoznawców

Źródło: opracowanie własne.

**Rys. 6.** Rozkład odchyłeń względnych wycen z wykorzystaniem modelu (3) i (4) oraz wycen wykonanych przez rzeczoznawców

Źródło: opracowanie własne.

rozkładu wartości w modelu (3) była zbliżona do rozkładu normalnego, natomiast w modelu (4) zaobserwowano niewielkie spłaszczenie rozkładu (zob. też rys. 5)<sup>5</sup>. Rozkład wycen rzeczoznawców cechował się niewielką asymetrią prawostronną i był lekko spłaszczony.

W przypadku rozkładu względnych różnic wartości można zaobserwować asymetrię prawostronną dla modelu (3), co świadczy o „przewadze” odchyleń ujemnych, a tym samym niższych wartościach uzyskiwanych na bazie modelu. Odwrotna sytuacja miała miejsce w przypadku modelu (4), gdzie rozkład różnic cechowała asymetria lewostronna, a więc wystąpiła przewaga różnic dodatnich.

#### 4. Zakończenie

Reasumując, należy stwierdzić, że rozszerzenie analiz proponowanej procedury potwierdza, że w ramach analizy statystycznej rynku możliwe jest przeprowadzanie wyceny na podstawie modelu ekonometrycznego, gdzie zmienną objaśnianą jest wartość nieruchomości, a zmienną objaśniającą – taksonomiczna miara atrakcyjności nieruchomości. Skuteczność procedury (rozumianą jako zbliżenie do wyników uzyskiwanych przez rzeczoznawców metodą porównywania parami) jest duża zarówno przy stosowanym wcześniej taksonomicznym mierniku rozwoju, jak i przy wykorzystaniu uogólnionej miary odległości. Analiza struktury wycen dokonanych obiema modyfikacjami proponowanej procedury i metodą porównywania parami wskazuje na brak dużych rozbieżności w uzyskiwanych wynikach. Ważną cechą procedury jest ekonomiczna interpretacja ocen parametrów strukturalnych (opisujących jednocześnie cały zakres rynku – od nieruchomości „najgorszej” do „najlepszej”), co czyni model przydatny także podczas obowiązkowych wycenach nieruchomości analiz rynków lokalnych, na których przeprowadzane są wyceny.

Biorąc pod uwagę, że proponowana procedura jest znacznie mniej czasochłonna i prawdopodobnie bardziej obiektywna od metody porównywania parami można ją uznać za możliwą i rekomendowaną do stosowania, zwłaszcza w przypadku dokonywania wycen więcej niż jednej nieruchomości na danym rynku.

#### Literatura

- Adamczewski Z., 2006, *Elementy modelowania matematycznego w wycenie nieruchomości. Podejście porównawcze*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa.
- Czaja J., 2001, *Metody szacowania wartości rynkowej i katastralnej nieruchomości*, Komp-system, Kraków.
- Doszyń M., 2012, *Ekonometryczna wycena nieruchomości*, Metody Ilościowe w Ekonomii. Studia i Prace Wydziału Nauk Ekonomicznych i Zarządzania nr 26, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin, s. 41–52.

<sup>5</sup> Stosowana miara kurtozy jest równa 3 dla rozkładu normalnego.

- Doszyń M., Gnat S., 2015, *Metody taksonomiczne i ekonometryczne w indywidualnej wycenie nieruchomości*, Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, nr 385, Taksonomia 25: *Klasyfikacja i analiza danych – teoria i zastosowania*, s. 81–89.
- Dydenko J. (red.), 2006, *Szacowanie nieruchomości*, Dom Wydawniczy ABC, Warszawa.
- Foryś I., 2011, *Wykorzystanie metod taksonomicznych do wyboru obiektów podobnych w procesie wyceny lokali mieszkalnych*, Studia i Materiały Towarzystwa Naukowego Nieruchomości, t. 18, nr 1, Olsztyn, s. 95–107.
- Hellwig Z., 1968, *Zastosowanie metody taksonomicznej do typologicznego podziału krajów ze względu na poziom rozwoju i strukturę kwalifikowanych kadr*, Przegląd Statystyczny, nr 4, s. 307–327.
- Hozer J. (red.), 2008, *Wycena nieruchomości*, Katedra Ekonometrii i Statystyki Uniwersytetu Szczecińskiego, Instytut Analiz Diagnoz i Prognoz Gospodarczych w Szczecinie, Szczecin.
- Kokot S., 2004, *Model wielu regresji pojedynczych w wycenie nieruchomości*, Studia i Materiały Towarzystwa Naukowego Nieruchomości, t. 12, nr 1, Olsztyn, s. 106–122.
- Ligas M., 2011, *Metody statystyczne w wycenie nieruchomości*, Studia i Materiały Towarzystwa Naukowego Nieruchomości, 18, no. 1, Olsztyn, s. 49–65.
- Sawilow E., 2011, *Problematyka określania wartości nieruchomości metodą analizy statystycznej rynku*, Studia i Materiały Towarzystwa Naukowego Nieruchomości, 18, no. 1, Olsztyn, s. 21–33.
- Ustaw z dnia 21 sierpnia 1997 r. o gospodarce nieruchomościami, Dz.U. z 1997 r. nr 115, poz. 741, z późn. zm.
- Walesiak M., 2002, *Uogólniona miara odległości w statystycznej analizie wielowymiarowej*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu, Wrocław.