

Ubezpieczenia wobec wyzwań XXI

pod redakcją
Wandy Ronki-Chmielowiec



Recenzenci: Jerzy Handschke, Jan Monkiewicz, Kazimierz Ortyński, Wanda Sułkowska,
Włodzimierz Szkutnik, Tadeusz Szumlicz, Stanisław Wieteska

Redaktor Wydawnictwa: Elżbieta Kożuchowska

Redaktor techniczny: Barbara Łopusiewicz

Korektor: Barbara Cibis

Łamanie: Małgorzata Czupryńska

Projekt okładki: Beata Dębska

Publikacja jest dostępna na stronie www.ibuk.pl

Streszczenia opublikowanych artykułów są dostępne w międzynarodowej bazie danych
The Central European Journal of Social Sciences and Humanities <http://cejsh.icm.edu.pl>
oraz w The Central and Eastern European Online Library www.cceol.com,
a także w adnotowanej bibliografii zagadnień ekonomicznych BazEkon [http://kangur.uek.krakow.pl/
bazy_ae/bazekon/nowy/index.php](http://kangur.uek.krakow.pl/bazy_ae/bazekon/nowy/index.php)

Informacje o naborze artykułów i zasadach recenzowania znajdują się
na stronie internetowej Wydawnictwa
www.wydawnictwo.ue.wroc.pl

Kopiowanie i powielanie w jakiegokolwiek formie
wymaga pisemnej zgody Wydawcy

© Copyright by Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu
Wrocław 2011

ISSN 1899-3192

ISBN 978-83-7695- 191-1

Wersja pierwotna: publikacja drukowana

Druk: Drukarnia TOTEM

Spis treści

Wstęp	11
Katarzyna Barczuk, Ewa Łukasik: Formy zabezpieczenia emerytalnego w wybranych krajach europejskich	13
Teresa H. Bednarczyk: Działalność sektora ubezpieczeniowego a wzrost gospodarczy.....	23
Anna Bera, Dariusz Pauch: Programy edukacyjne jako instrument zwiększania świadomości ubezpieczeniowej w zakresie przestępczości ubezpieczeniowej	31
Jacek Białek: Ocena grupowa w analizie Otwartych Funduszy Emerytalnych.....	40
Sylwia Bożek: Czynności monitorujące i kontrolne w procesie zarządzania ryzykiem w przedsiębiorstwie ubezpieczeniowym	51
Anna Celczyńska: Należności od ubezpieczających z umów ubezpieczenia OC posiadaczy pojazdów mechanicznych.....	60
Magdalena Chmielowiec-Lewczuk: Problemy kalkulacji kosztów zakładów ubezpieczeń na tle powiązań w grupach finansowych	68
Dominika Cichońska: Rola ubezpieczeń w zarządzaniu ryzykiem w zakładach opieki zdrowotnej.....	78
Krystyna Ciuman: Zakłady ubezpieczeń a inne instytucje pośrednictwa finansowego w Polsce w latach 2005–2009.....	87
Tadeusz Czernik: O pewnym sformułowaniu zagadnienia ruiny	94
Teresa Czerwińska: Uwarunkowania polityki dywidend spółek ubezpieczeniowych.....	106
Robert Dankiewicz: Determinanty rozwoju rynku ubezpieczeń kredytu kupieckiego w Polsce	116
Beata Dubiel: Ubezpieczeniowe aspekty ryzyka ekologicznego	126
Roman Garbiec: Ryzyko starości jako element konstruowania systemów emerytalnych w Unii Europejskiej	135
Waldemar Glabiszewski: Znaczenie innowacji technologicznych w działalności ubezpieczeniowej	146
Łukasz Gwizdała: Możliwości analizy systemów bonus-malus w świetle procesów Markowa.....	156
Magdalena Homa: Kalkulacja składki w inwestycyjnych ubezpieczeniach na życie typu unit-linked	168
Beata Jackowska: Charakterystyka wybranych metod wyrównywania tablic trwania życia – wnioski dla zastosowań aktuarialnych	179

Beata Jackowska, Tomasz Jurkiewicz, Ewa Wycinka: Grupowe ubezpieczenia na życie w sektorze MSP	190
Marietta Janowicz-Lomott: Produkty strukturyzowane w formie ubezpieczeń w Polsce.....	201
Anna Jędrzychowska, Ewa Poprawska: Próba zidentyfikowania czynników mających wpływ na wysokość składki przypisanej brutto w ubezpieczeniach komunikacyjnych w Polsce.....	213
Tomasz Jurkiewicz, Agnieszka Pobłocka: Ocena praktycznych metod szacowania rezerwy IBNR w ubezpieczeniach majątkowych	222
Piotr Kania: Specjalistyczne fundusze inwestycyjne otwarte jako forma zewnętrznego zarządzania ubezpieczeniowymi funduszami kapitałowymi zakładów ubezpieczeń na życie	232
Robert Kurek: Uprawnienia organów nadzoru w zakresie kontroli wypłacalności – ujęcie w Solvency II.....	241
Jacek Lisowski: Rola biegłego rewidenta w ocenie gospodarki finansowej ubezpieczyciela – unormowania prawne	250
Jerzy Łańcucki: Przesłanki i kierunki zmian w regulacjach dotyczących pośrednictwa ubezpieczeniowego	258
Krzysztof Łyskawa: Zagrożenie równowagi odszkodowania i szkody w obowiązkowych ubezpieczeniach mienia.....	267
Aleksandra Małek: Obowiązki banku jako ubezpieczającego w świetle Rekomendacji Dobrych Praktyk Bancassurance	277
Piotr Manikowski: Rynek ubezpieczeń w Polsce a cykle underwritingowe ..	286
Dorota Maśniak: Ubezpieczyciel jako główne ogniwo transgranicznego systemu ochrony ofiar wypadków drogowych	295
Artur Mikulec: Efektywność systemów emerytalnych krajów UE i EFTA w latach 2005–2008	305
Aniela Mikulska: Małe i średnie przedsiębiorstwa jako odbiorcy usług ubezpieczeniowych	316
Marek Monkiewicz: Jednolity rynek ubezpieczeniowy UE w warunkach globalnego kryzysu finansowego 2007–2009 – pomoc publiczna a wspólnotowe reguły konkurencji	325
Joanna Niżnik: Reforma systemów emerytalnych Ameryki Łacińskiej na przykładzie Chile i Argentyny	335
Magdalena Osak: Medyczne konto oszczędnościowe jako mechanizm finansowania ochrony zdrowia	344
Dorota Ostrowska: Kapitał międzynarodowy a dostęp do produktów ubezpieczeniowych strategicznych dla rozwoju gospodarki polskiej.....	352
Anna Ostrowska-Dankiewicz: Polisa strukturyzowana jako forma inwestycji alternatywnej na rynku polskim.....	362
Renata Pajewska-Kwaśny: Perspektywy rozwoju tradycyjnych i nowatorskich form sprzedaży ubezpieczeń w Polsce – cz. I	373

Monika Papież: Analiza przyczynowości na rynku ubezpieczeń życiowych w latach 2003–2010	383
Agnieszka Pawłowska: Ubezpieczenie <i>business interruption</i> w zarządzaniu ryzykiem przerw w działalności gospodarczej	394
Krzysztof Piasecki: Rozmyte zbiory probabilistyczne w rachunku aktuarnym	402
Piotr Pisarewicz: Rola funduszy inwestycyjnych w rozwoju programów emerytalnych w USA	409
Ryszard Pukała: Procesy integracyjne rynków ubezpieczeniowych krajów Europy Środkowej i Wschodniej	416
Małgorzata Rutkowska-Podolowska, Nina Szczygiel: Medical savings account as a funding mechanism for health	426
Grażyna Sordyl: Rola i działalność holenderskiego funduszu gwarancyjnego (College voor Zorgverzekeringen CVZ) w obszarze prywatnych ubezpieczeń zdrowotnych	435
Ewa Spigarska: Sprawozdanie finansowe zakładu ubezpieczeń a Międzynarodowe Standardy Sprawozdawczości Finansowej w świetle wprowadzanych zmian	445
Elżbieta Izabela Szczepankiewicz, Maria Kiedrowska: Organizacja audytu wewnętrznego w zakładach ubezpieczeń w świetle <i>Solvency II</i> oraz standardów audytu	454
Anna Szkarłat-Koszalka: Instrumenty systemu rachunkowości a kontrola bezpieczeństwa finansowego ubezpieczyciela	463
Tomasz Szkutnik: Funkcje łączące w agregacji ryzyka ubezpieczyciela	472
Włodzimierz Szkutnik: Ryzyko uruchomienia rezerw katastroficznych	483
Anna Szymańska: Czynniki determinujące wybór ubezpieczyciela na rynku ubezpieczeń komunikacyjnych OC	494
Ilona Tomaszewska: Perspektywy rozwoju tradycyjnych i nowatorskich form sprzedaży ubezpieczeń w Polsce – cz. II	507
Damian Walczak, Agnieszka Żołądkiewicz: Świadomość ubezpieczeniowa oraz skłonność do ryzyka studentów	515
Stanisław Wanat: Modelowanie zależności w kontekście agregacji kapitałowych wymogów wypłacalności w <i>Solvency II</i>	525
Stanisław Wieteska: Adaptacja zakładów ubezpieczeń majątkowych do likwidacji skutków efektu cieplarnianego na terenie Polski	537
Ewa Wycinka, Mirosław Szreder: Statystyczna ocena wpływu przekraczania prędkości na liczbę wypadków drogowych w Polsce	547

Summaries

Katarzyna Barczuk, Ewa Łukasik: Forms of retirement security in selected European countries	22
Teresa H. Bednarczyk: The activity of insurance sector vs. economic growth.....	30
Anna Bera, Dariusz Pauch: Educational programs as an instrument to increase awareness of the crime of insurance cover	39
Jacek Bialek: Group evaluation of open pension funds	50
Sylvia Bożek: Monitoring and control activities in the risk management process of an insurance company.....	59
Anna Celczyńska: Accounts receivable from motor vehicle owners insured under third party insurance agreements	67
Magdalena Chmielowiec-Lewczuk: Problems of cost calculation of insurance companies against the background of connections in financial groups .	77
Dominika Cichońska: The role of insurance in risk management in health care facilities	86
Krystyna Ciuman: Insurance companies versus other financial intermediaries in Poland in the years 2005–2009.....	93
Tadeusz Czernik: An alternative formulation of ruin problem.....	105
Teresa Czerwińska: Determinants of the dividend policy in the insurance companies	115
Robert Dankiewicz: Determinants of development of trade credit insurance market in Poland	125
Beata Dubiel: Insurance aspects of ecological risk	134
Roman Garbiec: The risk of old age as the component of constructing the pension systems in the European Union	145
Waldemar Glabiszewski: The importance of technological innovations in the insurance sector.....	155
Łukasz Gwizdała: The capabilities of analyzing bonus-malus systems in the light of Markov processes	167
Magdalena Homa: Correct calculation of net premium in unit-linked investment insurance	178
Beata Jackowska: Characterization of selected methods of the graduation of life tables in the perspective of their actuarial applications	189
Beata Jackowska, Tomasz Jurkiewicz, Ewa Wycinka: Group life insurance in the SME sector.....	200
Marietta Janowicz-Lomott: Structured products in the form of insurance in Poland	212
Anna Jędrzychowska, Ewa Poprawska: An attempt to identify the factors having influence on the gross written premium in motor insurance in Poland	221

Tomasz Jurkiewicz, Agnieszka Poblocka: Evaluation of practical methods of estimation of incurred but not reported reserves in non-life insurance..	231
Piotr Kania: Specialized open-end investment funds as an external management form of investment funds of life insurance companies.....	240
Robert Kurek: Powers of supervision authorities regarding solvency control – Solvency II perspective.....	249
Jacek Lisowski: The role of the auditor in assessing the financial management of the insurer – legal norms	257
Jerzy Łańcucki: Regulations on insurance mediation – stressing premises and directions of change	266
Krzysztof Łyskawa: Threat of compensation balance and damages in compulsory property insurance	276
Aleksandra Malek: Duties of a bank acting as an coverage buying entity in the context of Recommendations on the Bankassurance Activity.....	285
Piotr Manikowski: The insurance market in Poland and underwriting cycles	294
Dorota Maśniak: Insurer as a major link in a cross-border system for protection of victims of road accidents – the role of co-operation of private and public entities.....	304
Artur Mikulec: Effectiveness of pension systems in EU and EFTA countries in the years 2005–2008.....	315
Aniela Mikulska: Small and medium-sized companies as recipients of insurance services	324
Marek Monkiewicz: Single insurance market in the EU and global financial crisis 2007–2009 – public intervention and Community competition rules.....	334
Joanna Niżnik: The reform of pension systems in Latin America. The Chilean and Argentinean models.....	343
Magdalena Osak: Medical savings account as a funding mechanism of health care.....	351
Dorota Ostrowska: The access to the insurance products strategic for the development of Polish economy in reference to the international capital..	361
Anna Ostrowska-Dankiewicz: Structured policy as a form of alternative investment on Polish market.....	372
Renata Pajewska-Kwaśny: Prospects of development of traditional and innovative forms of insurance sales in Poland – part I.....	382
Monika Papież: Causality analysis on the life insurance market in the period 2003–2010	393
Agnieszka Pawłowska: Business interruption insurance implementation in risk management for interrupted activities	401
Krzysztof Piasecki: Probabilistic fuzzy sets in the actuarial calculation	408
Piotr Pisarewicz: Mutual funds role in retirement programs' development in the USA.....	415

Ryszard Pukała: Integration processes of insurance markets in Middle and Eastern Europe.....	425
Małgorzata Rutkowska-Podolowska, Nina Szczygiel: Medyczne konto oszczędnościowe jako mechanizm finansowania ochrony zdrowia	434
Grażyna Sordyl: The Role and Activity of the Dutch Guarantee Fund (College voor Zorgverzekeringen CVZ) in the area of private health insurance	444
Ewa Spigarska: Financial statement of insurance company vs. International Standards of Financial Reporting in the light of changes.....	453
Elżbieta Izabela Szczepankiewicz, Maria Kiedrowska: Organization of internal auditing in insurance companies in the light of Solvency II and audit standards	462
Anna Szkarłat-Koszalka: Instruments of accounting system vs. control of financial security of an insurer.....	471
Tomasz Szkutnik: Copula functions in the aggregation of insurer risk	482
Włodzimierz Szkutnik: The risk of using catastrophic reserves	493
Anna Szymańska: Factors determining the choice of the insurer on the CR automobile insurance market.....	506
Iłona Tomaszewska: Prospects of development of traditional and innovative forms of insurance sales in Poland – part II	513
Damian Walczak, Agnieszka Żołądkiewicz: Students' insurance awareness and risk seeking	524
Stanisław Wanat: Modeling of dependencies in the context of the aggregation of solvency capital requirements in Solvency II	536
Stanisław Wieteska: Property insurance companies adaptation process to reduce the impact of greenhouse effect in Poland	546
Ewa Wycinka, Mirosław Szreder: Statistical analysis of speeding as a factor affecting car accidents in Poland	556

Włodzimierz Szkutnik

Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach

RYZIKO URUCHOMIENIA REZERW KATASTROFICZNYCH

Streszczenie: W artykule nawiązuje się, w kontekście wyceny obligacji CAT, do zarządzania ryzykiem ubezpieczeniowym o charakterze katastroficznym uwzględniającym możliwe szerokie uwarunkowania przejawiania się takiego ryzyka. Pojawia się tu swoista ochrona katastroficznego ryzyka transferowanego na rynki kapitałowe w szczególnej transakcji, jako zabezpieczenie przed zajściem klęski żywiołowej. Wykup następuje w sytuacji zajścia takiego zdarzenia. Podstawą prowadzonych rozważań są wtedy instrumenty finansowe, których zastosowanie w procesie zarządzania firmą ubezpieczeniową ma na celu sekurytyzację ryzyka katastroficznego. W drugim podejściu do zastosowania formalnych procedur używanych w tym aspekcie realia analizowanego ryzyka ubezpieczeniowego dotyczą procesu szkód i miary ryzyka wyrażonego probabilistycznie. Względy praktyczne, a także możliwość przełożenia formalnych rozważań względem procesu szkód na proces roszczeń zdecydowały o zmianie spojrzenia na ten aspekt ryzyka ubezpieczeniowego. W proponowanym podejściu ocena dotyczy ryzyka osiągnięcia krytycznego poziomu dla uruchomienia rezerw utworzonych dla wypłaty odszkodowań w warunkach katastroficznyc, niezależnie od tego, w jaki sposób rezerwy te zostały zgromadzone. Do rozwinięcia tej problematyki niezbędne jest rozpatrzenie ryzyka realizacji wysokich rezerw, co modelowane jest zazwyczaj przez rozkłady α -stabilne.

Słowa kluczowe: obligacje CAT, ryzyko katastroficzne, poziom uruchomienia wypłat.

1. Wstęp

Sekurytyzacja ryzyka wysokich roszczeń, pojawiających się w szczególności w warunkach katastroficznyc, łączy się z jednej strony z rozważanymi w literaturze problemami wyceny obligacji katastroficznyc (CAT) emitowanych dla finansowania skutków realizacji takiego ryzyka [Szkutnik 2010], z drugiej zaś dotyczy modelowania ryzyka dotyczącego osiągania przez powstałe roszczenia wartości uznanych za krytyczne względem pewnych ustaleń empirycznych lub zadanych przez decydentów. Wyznaczenie poziomu takich wartości krytycznych łączy się w pewien sposób z wyceną obligacji CAT, gdyż implikuje tzw. poziom uruchomienia (*level triggers*) wypłaty odszkodowań z wyemitowanych obligacji. Określenie ryzyka określenia właściwego poziomu K uruchomienia wypłat, wycenianego na podstawie strat poniesionych w wyniku realizacji zjawiska katastroficznego, co często realizowane jest na

podstawie odpowiedniego indeksu strat notowanego dla danej branży przemysłu, jest ważne dla wyceny obligacji CAT będącej narzędziem w ochronie sekurytyzacyjnej. Wycena tych obligacji, ale także w pewnym aspekcie ryzyka poziomu uruchomienia wypłat jest głównym celem rozważań w artykule. Dlatego też oba te obszary analiz będą podjęte i silnie akcentowane.

Podjmując analizowany w artykule temat, zakładać będziemy, że ryzyko katastroficzne odnosi się do strat mogących w istotnie wysoki sposób wpłynąć na powolenie ruiny na rynku ubezpieczeniowym i co się z tym wiąże – powinno być sekurytyzowane z uwzględnieniem strat kapitałowych całych branż przemysłu, i dlatego nie tylko towarzystwa ubezpieczeniowe powinny być włączane w taki proces. Nie będziemy natomiast, ze względu na rozmiary pracy, podejmować badań porównawczych ze stratami pojawiającymi się w ryzykach mających górną granicę odpowiedzialności, np. w polisach od ognia i innych zdarzeń losowych. Należy także wspomnieć, że zagadnienie ochrony przed stratami katastroficznymi jest uwzględniane w rezerwach ubezpieczeniowych. Jednak z reguły rezerwy te nie obejmują sum ubezpieczeniowych odpowiadających stratom katastroficznym większym od pewnego bezpiecznego dla danego TU poziomu. Zaliczane są te rezerwy do grupy pozostałych rezerw techniczno-ekonomicznych i nie stanowią istotnej części całości rezerw tworzonych w ZU.

Generalnie sekurytyzacja dotyczy polis i umów ubezpieczeniowo-reasekuracyjnych dla szkód powstałych w trakcie i po klęskach żywiołowych. Przyjąć można, że sekurytyzacja daje podstawy do konwersji aktywów generujących strumień wpływów w przyszłości na papiery wartościowe, w tym obligacje. Obligacje sekurytyzacyjne są następnie handlowane i sprzedawane inwestorowi w zamian za impulsowe wniesienie przez niego opłaty.

Podstawą prowadzonych rozważań są instrumenty finansowe, których zastosowanie w procesie zarządzania firmą ubezpieczeniową ma na celu sekurytyzację ryzyka katastroficznego. Znaczący to, że ich celem jest finansowanie skutków zdarzeń katastrofalnych. Narzędziami finansowania są obligacje CAT. Mają one charakter zbliżony do kapitału warunkowego CC (*contingent claim*), ale w realnych warunkach są instrumentami rynku finansowego – obligacjami katastrofalnymi. Oczywiście jest, że emisja obligacji CAT nie może pokryć wszystkich strat katastroficznych. Natomiast do celów wyceny tych obligacji założenie takie jest częściowo czynione, chociaż może odnosić się tylko do określonego *a priori* poziomu strat.

W drugim podejściu do zastosowania formalnych procedur stosowanych w tym aspekcie realia analizowanego ryzyka ubezpieczeniowego dotyczą procesu szkód i miary ryzyka wyrażonego probabilistycznie, co zainicjowane zostało w pracy [Szkutnik 2003]. Względy praktyczne, a także możliwość przełożenia formalnych rozważań względem procesu szkód na proces roszczeń zdecydowały o zmianie spojrzenia na ten aspekt ryzyka ubezpieczeniowego. W proponowanym podejściu ocenia się ryzyko osiągnięcia krytycznego poziomu dla uruchomienia rezerw utworzonych dla wypłaty odszkodowań w warunkach katastroficznych, niezależnie od tego, w jaki

sposób rezerwy te zostały zgromadzone. Do rozwinięcia tej problematyki niezbędne jest rozpatrzenie ryzyka realizacji wysokich rezerw, co modelowane jest zazwyczaj przez rozkłady α -stabilne. Wprowadzeniem do głównego tematu artykułu będzie wycena obligacji CAT.

2. Podstawy wyceny obligacji CAT

Jak wspomniano, obligacje CAT mają na celu zarządzanie ryzykiem ubezpieczeniowym o charakterze katastroficznym, poprzez niwelowanie skutków takiego ryzyka w znaczeniu finansowym i jednocześnie zapewniając odpowiednie monitorowanie przyczyn wywoływania takich zjawisk. Podstawą wyceny obligacji CAT są modele warunkowych roszczeń. Modele te tworzone są do wyceny obligacji emitowanych pośrednio przez ubezpieczyciela, poprzez spółkę SPV, wtedy gdy istnieje ryzyko odmowy finansowego uregulowania roszczeń zainicjowanych zdarzeniem katastrofalnym. W realiach rynkowych wycena takich obligacji znajdowała uzasadnienie w ostatnich dziesięcioleciach w wyniku zwiększonej częstości występowania katastrofalnych zdarzeń. Przewidywanie skutków ewentualnych katastrof o dużych zagregowanych stratach, wyrażone pośrednio w specyficznie skonstruowanych wskaźnikach (indeksach) strat z uwzględnieniem ich w warunkach emitowanych obligacji, jest antycypacją ich ceny. Skracając istotę problemu, stwierdzimy tu tylko, że ich właściwa wycena ma wpływ na straty ubezpieczyciela, gdy zrealizowane zostanie zdarzenie katastrofalne. Zatem ich właściwa wycena jest elementem zarządzania działalnością ubezpieczeniową. Wtedy bowiem następuje całkowite lub częściowe umorzenie nominalnej wartości obligacji CAT, co ma wpływ na finanse firmy ubezpieczeniowej [Ronka-Chmielowiec 1997].

Koncepcja stochastycznej struktury wyceny obligacji CAT

W strukturze wyceny obligacji CAT [Jin-Ping, Min-Teh 2002] wychodzi się na przeciw nieuwzględnianym zwykle założeniom w modelach wyceny obligacji CAT.

Model szacowania wyceny obligacji CAT zaprezentowany jest względem praktycznych założeń dotyczących:

- ryzyka odmowy zapłaty,
- moralnego hazardu,
- ryzyka bazowego.

W modelu tym niezbędne jest określenie:

- dynamiki wartości aktywów,
- dynamiki stopy procentowej,
- dynamiki łącznej straty $C_{i,t}$ dla firmy i emitującej obligacje i odpowiadającej jej wielkości $C_{index,t}$ w łącznym indeksie strat (np. w indeksie PCS).

Dodatkowo w modelu określa się także odpowiednie procesy względem – miernika wyceny o zneutralizowanym ryzyku.

Dynamika łącznej straty

Dla szacowania wyceny obligacji CAT ważne jest rozpatrzenie dynamiki łącznej straty. Stosując typowe w analizie aktuarialnej podejście ustalania dynamiki strat [Bowers i in. 1986], **model łącznej straty** wyrazić można w postaci złożonego procesu Poissona, sumy nagłych wzrostów (*a sum of jumps*).

W celu oszacowania wpływu ryzyka stopy bazowej na cenę obligacji CAT wprowadza się wielkość $C_{i,t}$ oznaczającą łączną stratę dla firmy i emitującej obligacje, a także odpowiadającą jej wielkość $C_{index,t}$ w łącznym indeksie strat (np. w indeksie PCS). Te dwa procesy mogą być opisane następująco:

$$C_{i,t} = \sum_{j=1}^{N(t)} X_{i,j}, \quad (1)$$

i

$$C_{index,t} = \sum_{j=1}^{N(t)} X_{index,j}, \quad (2)$$

gdzie proces $\{N(t)\}_{t \geq 0}$ jest procesem liczby strat opisanym przez proces Poissona z intensywnością λ . Symbole $X_{i,j}$ i $X_{index,j}$ oznaczają odpowiednio łączną stratę spowodowaną przez katastrofę j w trakcie danego okresu dla firmy ubezpieczeniowej emitującej obligacje CAT i łączny indeks strat. Zakłada się, że wielkości $X_{i,j}$ ($X_{index,j}$), dla $j = 1, 2, \dots, N(T)$, są wzajemnie niezależne i mają taki sam rozkład lognormalny oraz są także niezależne od procesu liczby straty, a ich logarytmiczne średnie i wariancje są odpowiednio oznaczone przez μ_i (μ_{index}) i σ_i^2 (σ_{index}^2). Ponadto zakłada się, że współczynniki korelacji ρ logarytmów względem $X_{i,j}$ ($X_{index,j}$), dla różnych $j = 1, 2, \dots, N(T)$, są jednakowe.

Kiedy proces straty ma nagłe wzrosty, **rynek nazywany jest wtedy niepełnym** i nie ma unikalnego miernika wyceny.

A zatem, postępując tak samo jak Merton [1977], zakłada się, że **warunki ekonomiczne wyznaczone są tylko w sensie marginalnym (krańcowym)** pod wpływem zlokalizowanych katastrof, takich jak trzęsienia ziemi i huragany, i że proces liczby strat $\{N(t)\}$ i wielkość strat $X_{i,j}$ ($X_{index,j}$) są bezpośrednio związane z **idiosynkratycznymi „szokami”** dla rynków kapitałowych, czyli **czynnikami wpływającymi na rynki kapitałowe w sposób niepożądanym**.

Czynniki takie – szoki katastrofalne reprezentują ryzyko „niesystematyczne” i odpowiadają im zerowe stopy składki za ryzyko (*risk premium*), którego są generatorami.

Przy założeniu, że takie ryzyko wzrostu jest niesystematyczne i możliwe do zróżnicowania (dywersyfikacji), dodanie składki za to ryzyko jest niepotrzebne. Okazuje się, że założenie to jest ważne, ponieważ nie można zastosować oceny o neutralnym ryzyku do sytuacji, w których wielkość wzrostu jest systematyczna. Kwestię tę szczegółowo omawiają Naik i Lee [1990], Cummins i Geman [1995], Cox i Pedersen [2000].

Można zatem przyjąć, że procesy łącznych strat wyrażone w równaniach (1) i (2) zachowują swe oryginalne charakterystyki rozkładu po zmianie z fizycznego miernika prawdopodobieństwa na miernik wyceny o zneutralizowanym ryzyku.

Jak już wspomniano, na wycenę obligacji CAT ma wpływ ryzyko stopy bazowej i moralnego hazardu. Okazuje się, że oszacowanie ceny obligacji CAT jest możliwe, gdy znane są procesy o neutralnym ryzyku dynamiki aktywów, straty i stopy procentowej, poprzez dyskontowanie przewidywania ich różnych wypłat w środowisku o neutralnym ryzyku. Natomiast określenie wypłaty obligacji CAT można przeprowadzić przy alternatywnych założeniach dotyczących ryzyka wypłaty. Rozważyć można przypadek podstawowy, gdy nie występuje ryzyko odmowy zapłaty [Szkutnik (red.) 2009], a także przypadek obligacji uwzględniających w swych warunkach ryzyko odmowy zapłaty z potencjalnym ryzykiem stopy bazowej i moralny hazard.

3. Ocena poziomu uruchomienia wypłat

Jak wspomniano we wstępie, względy praktyczne, a także możliwość przełożenia formalnych rozważań względem procesu szkód na proces roszczeń zdecydowały o zmianie spojrzenia na ten aspekt ryzyka ubezpieczeniowego, jakim jest ryzyko katastrofalne. W innym ujęciu tu zaproponowanym dokonana zostanie ocena probabilistyczna ryzyka uruchomienia wypłat z lokat założonych z wykupu obligacji (*level trigger*), gdy roszczenia osiągną określony poziom w warunkach katastroficznych. Do rozwinięcia tej problematyki niezbędne jest rozpatrzenie ryzyka realizacji wysokich roszczeń, co można sformalizować w modelu roszczeń uwzględniającym rozkłady α -stabilne.

Problematyka rozpatrywana w artykule generalnie dotyczy modelowania ryzyka odnoszącego się do osiągania przez wartości poziomu uruchomienia wypłat względem roszczeń o wartościach uznanych za krytyczne względem pewnych ustaleń empirycznych lub zadanych przez decydentów.

W tej części artykułu odnosząc się do drugiego zasygnalizowanego we wstępie problemu, rozpatrzmy formalny schemat dotyczący rezerw tworzonych na niewypłacone odszkodowania i świadczenia, które dotyczą ekstremalnych dużych roszczeń. W takiej sytuacji nieważne jest, jak liczną grupę stanowią niewypłacone odszkodowania dotyczące danego portfela po upływie pewnego czasu, lecz jaka jest wartość rezerw przeznaczonych na wypłatę tych odszkodowań i kiedy może pojawić się sytuacja wyczerpania zasobów rezerwy.

3.1. Ryzyko uruchomienia wypłat w ujęciu ogólnym

Niech X_i oznacza wartość rezerw ulokowanych uzyskaną ze sprzedaży obligacji w aktywa i . Wtedy można określić ryzyko osiągnięcia przez wartość rezerw w każdym uwzględnionym w analizie okresie, np. między emisyjnymi, przekroczenia lub nie, pewnej zadanej żądanej wartości. Ryzyko to opisywać będzie zmienna losowa

wyrażająca minimum z wartości osiągniętych przez rezerwy będące wartościami losowymi w kolejnych N okresach. Określona jest ona przez operację minimizacji:

$$X_{N\min} = \min\{X_1, X_2, \dots, X_N\}$$

określającą wartość minimalną N aktywów.

Przyjmijmy tu dla sprecyzowania warunków modelowych, że sytuacja jest krytyczna wtedy, ze względu na możliwości sfinansowania skutków zjawiska katastroficznego i także ze względu na bezpieczeństwo finansowe zakładu ubezpieczeń, gdy wartość rezerwy osiągnie poziom krytyczny K dla procesu wypłaty odszkodowań.

Zmienne X_i można uważać za niezależne, co skomentujemy jeszcze w dalszej części. Są to oczywiście zmienne losowe, uwarunkowane przez losowy charakter powstawania szkody w danej polisie portfela polis jednorodnych i istnieniem przypadkowych zmian obserwowanych w zjawisku procesu ujawniania się szkody w danym ryzyku. Będziemy także zakładać, że X_i mają ten sam rozkład, określony funkcją rozkładu Ψ . W ten sposób doszliśmy do sytuacji modelowej, która może też znaleźć zastosowanie w ryzyku uruchomienia wypłat z obligacji CAT.

Relacja przekroczenia przez wartość ulokowanych środków założonego poziomu uruchomienia K określa w związku z przyjętym wcześniej założeniem poziom ryzyka zachwiania równowagi finansowej lub powstania warunków zagrażających bezpieczeństwu finansowemu portfela lub też poziom uruchomienia wypłat z kapitału zgromadzonego ze sprzedaży obligacji.

Rozpatrywane w dalszej części ryzyko dotyczy osiągnięcia niepożądanego wielkości przez poziom roszczeń, które określimy tak, by rezerwa zainwestowana w każde aktywa była większa od pewnej liczby $X_0 \geq 0$. Wtedy też musi zachodzić równość

$$P(X_i < X_0) = \Psi(X_0) = 0.$$

Ponadto ze względów formalnych zakładamy jeszcze, że dla dowolnego $h > 0$ [Szkutnik (red.) 2009], zachodzi nierówność

$$P(X_i < X_0 + h) = \Psi(X_0 + h) > 0,$$

natomiast dla małych wartości h prawdziwa jest równość

$$P(X_i < X_0 + h) = \Psi(X_0 + h) = (c + \varepsilon_h) \cdot h^\alpha, \quad (3)$$

gdzie $c > 0$, $\alpha > 0$ są pewnymi stałymi, oraz $\varepsilon_h \rightarrow 0$, gdy $h \rightarrow 0$. Zauważyć tu należy [Kolmogorow, Gniedienko 1962], że ostatnie założenie jest prawdziwe dla bardzo szerokiej klasy dystrybuant ciągłych w otoczeniu punktów, w których ich wartości są równe zeru. Mamy więc podstawy sądzić, że zwiększa się możliwość pojawienia sytuacji wystąpienia wypłaty odszkodowania o nietypowej dużej wartości roszczenia wraz z „trwaniem” ubezpieczenia i dlatego wzór (3) poprawnie odzwierciedla zjawisko szkody i procesu rezerw. W szczególności równość (3) zachodzi wówczas, gdy $\Psi(x)$ jest funkcją rozkładu gamma.

Wyprowadza się pewne oszacowanie rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej $X_{N\min}$ i jednocześnie miarę ryzyka wyrażonego prawdopodobieństwem osiągnięcia poziomu uruchomienia K , tzn. wartości krytycznej roszczeń, co umożliwia oczywiście jednocześnie określenie prawdopodobieństwa, że przynajmniej lokaty w jedne aktywa nie osiągną takiej wartości [Szkutnik (red.) 2009].

Podstawowe założenie uczynione w powyższych rozważaniach dotyczyło braku wpływu potencjalnych warunków, w jakich przejawia się proces powstawania indywidualnej szkody w jednej polisie, na kształtowanie się tego procesu w innej polisie. Dlatego też można było założyć niezależność zmiennych losowych X_1, X_2, \dots, X_N , która to własność pozwala sądzić, że każda polisa jest jakby sama w sobie niezależnym elementem niezwykle silnie działającym w przypadku powstania szkody na ogólny wynik finansowy portfela polis. Możliwość oceny ryzyka pojawienia się wypłaty odszkodowań na danym poziomie jest silnym narzędziem umożliwiającym stwierdzenie, jak może to wpłynąć na bezpieczeństwo finansowe zakładu ubezpieczeń.

3.2. Rozkład roszczeń w układzie rozkładu α -stabilnego

Zastosowanie rozkładu Smirnowa

Założymy obecnie, że $\Psi(x) = 1 - \operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{a}{2 \cdot x}}\right)$, co oznacza, że każde roszczenie X_i

ma rozkład Smirnowa. Funkcja $\operatorname{erf}(y)$ określona jest wzorem:

$$\operatorname{erf}(y) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_0^y e^{-u^2} du = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_0^{\sqrt{2}y} \exp\left\{-\frac{t^2}{2}\right\} dt = 2 \cdot \Phi(\sqrt{2} \cdot y),$$

gdzie Φ jest funkcją Laplace'a (określona całką z dolną granicą równą 0).

Rozkład ten jest α -stabilny, przy czym $\alpha = 0,5$. W tym przypadku prawdopodobieństwo jednoczesnego zaistnienia zdarzenia $X_i \geq K$ dla $i = 1, \dots, N$ określone jest rozkładem zmiennej losowej, oznaczanej tu przez X_N , następująco:

$$X_N = \min \{X^{(1)}, \dots, X^{(N)}\}.$$

Zatem

$$P\{X^{(1)} \geq K, \dots, X^{(N)} \geq K\} = \left[\operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{a}{2K}}\right) \right]^N = 2 \cdot \Phi\left(\sqrt{\frac{a}{K}}\right).$$

Przy doborze wartości parametru a do przewidywanej skali ewentualnego poziomu „realizowanych” rezerw lub niewypłaconych odszkodowań w przeliczeniu na daną polisę możliwa jest ocena ryzyka niezależnie od tego, jaka jest wielkość licz-

by N . I tak przy $N = 1$, $a = 120\,000$ oraz $K = 20\,000$ otrzymujemy, że wartość rezerwy na poziomie nie mniejszym niż zadana wartość $20\,000$ jdn. pieniężnych będzie wystarczająca z prawdopodobieństwem $0,9857$, a więc ryzyko niewystarczalności tej rezerwy jest umiarkowane. Natomiast, dla przykładu, wartość uruchomienia wypłat z rezerwy na poziomie krytycznym wynoszącym $K = 40\,000$ gwarantowana jest z prawdopodobieństwem $0,914$, a więc ryzyko niewystarczalności tej rezerwy przy takim poziomie uruchomienia wypłat z rezerwy jest teraz nieco większe, tzn. zmniejsza się prawdopodobieństwo, że rezerwy będą uruchomione. Zwiększa się to ryzyko wraz ze wzrostem liczby N , co jest wtedy oczywiste, gdyż dotyczy ono jednoczesnego osiągnięcia wartości nie mniejszej niż x przez wszystkie zmienne $X^{(i)}$ ($i = 1, \dots, N$).

3.3. Ocena ryzyka przekroczenia przez wszystkie roszczenia wartości krytycznej

Rozpatrzmy sytuację modelową dotyczącą przekroczenia przez co najmniej jedno roszczenie pewnej wartości traktowanej jako krytyczna. Rozpatrzmy w tym celu zdarzenie określone w relacji

$$K^N = \{X^{(1)} < x, \dots, X^{(N)} < x\}.$$

Łatwo zauważyć, że prawdopodobieństwo tego zdarzenia określa dystrybuantę zmiennej losowej

$$X_{N\max} = \max\{X^{(1)}, \dots, X^{(N)}\}.$$

Jeśli przyjmiemy, że zmienne losowe $X^{(i)}$ mają rozkład Frecheta, określony wzorem

$$F(x) = \exp\left\{-\left(\frac{\theta}{x-a}\right)^\nu\right\} \quad \text{dla } x \geq 0$$

i $F(x) = 0$ dla $x < 0$, wtedy w zależności od wartości parametru ν może opisywać ryzyka roszczeń o dużych wartościach, gdyż momenty tego rozkładu istnieją tylko dla $l < \nu$. Rozkład Frecheta jest stabilny względem operacji maksymalizacji. Wtedy też parametry zmiennych $X^{(i)}$ sumują się i jeśli zmienne te mają identyczny rozkład z jednakowym ν oraz θ dla wszystkich i , wtedy

$$F_{K\max}(x) = \exp\left\{-N \cdot \left(\frac{\theta}{x-a}\right)^\nu\right\}.$$

W tym przypadku ocena ryzyka wyrażona zadaniem poziomem prawdopodobieństwa zdarzenia K^N wyraża się następująco:

$$1 - P\{K^N\} = 1 - F_{N\max}(x).$$

Przykład

Oceń ryzyko przy zadanych wartościach $a = 1\ 000\ 000$, $\nu = 2$, $\theta = 5000$ dla $N = 10$ i wartości uruchomienia $K = 10\ 000\ 000$.

W danym przypadku

$$F_{N_{\max}}(K) = \exp\left\{-N \cdot \left(\frac{\theta}{x-a}\right)^\nu\right\} = 0,9999969. \text{ Zatem żądając, by – zgodnie}$$

z przyjętymi modelowymi warunkami określającymi ryzyko osiągnięcia wartości krytycznej przez co najmniej jedno roszczenie – ryzyko to mierzone prawdopodobieństwem nie przekraczało wartości 0,000001, stwierdzamy, że jest ono większe dla danej wartości krytycznej i wynosi 0,0000031. Dla $a = 0$ wynosi ono 0,0000025. A zatem zmniejszenie poziomu strat do zera, od którego rozpatrywane są roszczenia, spowodowało tylko niewielkie zmniejszenie tego ryzyko, ale dalej nie spełnia ta ocena narzuconego poziomu bezpieczeństwa.

Wyniki zmieniają się natomiast radykalnie przy zmniejszeniu parametru θ . Jeśli $\theta = 500$, to poziom ryzyka osiąga wartość znacznie mniejszą od wymaganego i wynosi 0,000 000 025. Natomiast przy takiej samej wartości parametru $\theta = 500$ i liczbie aktywów w lokatach tworzących rezerwę $N = 1000$ poziom ryzyka wynosi 0,0000025, a więc ryzyko uległo radykalnemu zwiększeniu i w tym przypadku sytuacja w portfelu aktywów rezerw nie spełnia narzuconego poziomu bezpieczeństwa. Natomiast przy $\theta = 50\ 000$ i $K = 10\ 000\ 000$ poziom ryzyka wynosi 0,0001, a więc jest w porównaniu z wszystkimi wcześniejszymi wynikami największy.

Na zakończenie należy wyraźnie podkreślić, że rozkład wartości rezerw lub roszczeń, przy których następuje zachwianie równowagi finansowej zakładu ubezpieczeń, wyznaczony został w wyniku zrekonstruowania procesu szkód w sposób dość schematyczny i dlatego tylko w przybliżeniu jest on modelem zjawiska szkód charakteryzującego się negatywnym wpływem danej szkody na powstanie następnej. Mimo to wykorzystanie rozpatrywanych modeli przy określaniu granicznej wartości rezerw i roszczeń doprowadzającej do zachwiania równowagi finansowej zakładu ubezpieczeń prowadzi na pewno do bardziej wiarygodnych wyników niż oparcie się tylko na prostej analizie wskaźnikowej dotyczącej szkód. Wtedy bowiem nie można wyciągać tak merytorycznie uzasadnionych wniosków dotyczących tego aspektu problemu, jakim jest możliwość określenia momentu zachwiania równowagi finansowej zakładu ubezpieczeń, gdy pojawiają się warunki uzasadniające zastosowanie rozpatrywanego tu modelu.

4. Uwagi końcowe

Przeprowadzona w artykule analiza ryzyka działalności ubezpieczeniowej miała na celu wystarczająco wczesne ostrzeżenie decydentów o możliwych zagrożeniach. Stosowane w zakładach ubezpieczeń sposoby gromadzenia informacji nie spełniają jed-

nak wielu warunków, które gwarantowałyby pełne wykorzystanie formalnych metod dostarczających decydom rzetelnej wiedzy o możliwych zagrożeniach. Wydaje się, że prowadzenie badań naukowych w praktyce polskich warunków, w jakich działają zakłady ubezpieczeń o małym polu rynku ubezpieczeniowego i niewielkiej bazie teoretycznej i eksperymentalnej, jest ze wszech miar potrzebne. Metody, które mogą być proponowane, oparte na bazie teorii probabilistyki i teorii procesów stochastycznych, mogą wnieść nowe spojrzenie na wiele problemów, z którymi borykają się polskie firmy ubezpieczeniowe, w tym także na styku ubezpieczeń społecznych i komercyjnych. Z tego względu proponowane w artykule spojrzenie na analityczną stronę problematyki dotyczącej rezerw i roszczeń, która w analitycznych pracach jest bazą wyjściową do innych analiz, może być inspirująca do innego postrzegania tych zagadnień. Wiele też można uzyskać, inaczej spostrzegając analizowane zagadnienia ubezpieczeniowe, po uwzględnieniu w analizie zjawiska szkód ubezpieczeniowych różnych koncepcji, które można zasugerować od strony procesów stochastycznych.

Literatura

- Bowers N.L., Gerber H.U., Hickman J.C., Jones D.A., Nesbitt C.J. [1986], *Actuarial Mathematics*, The Society of Actuaries, Itasca, Illinois.
- Cox S.H., Pedersen H.W. [2000], *Catastrophe Risk Bonds*, "North American Actuarial Journal", 4(4): 56–82.
- Cummins J.D., Geman H. [1995], *Pricing Catastrophe Futures and Call Spreads: An Arbitrage Approach*, "Journal of Fixed Income", 4: 46–57.
- Doherty N. [1997], *Financial innovation in the management of catastrophe risk*, "Journal of Applied Corporate Finance", vol. 10(3).
- Jin-Ping L., Min-Teh Y. [2002], *Pricing default-Risky CAT Bonds With Moral Hazard and basis Risk*, "Journal of Risk and Insurance", vol. 69.
- Kołmogorow A.N., Gniedenko B.W. [1962], *Rozkłady graniczne sum zmiennych losowych niezależnych*, PWN, Warszawa.
- Lawędziak B., Szkutnik W. [2006], *Ryzyko realizacji wysokich roszczeń w aspekcie modelowej równowagi hazardu moralnego i ryzyka bazowego*, [w:] *Metody matematyczne, ekonometryczne i informatyczne w finansach i ubezpieczeniach*, cz. 1, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej w Katowicach, Wyd. Akademii Ekonomicznej, Katowice.
- Merton R. [1977], *An Analytic Derivation of the Cost of Deposit Insurance and Loan Guarantee*, "Journal of Banking and Finance", 1: 3–11,
- Naik V., Lee M. [1990], *General Equilibrium Pricing of Options on the Market Portfolio With Discontinuous Returns*, "Review of Financial Studies", 3(4): 493–521.
- Nielson J., Sandmann K. [1996], *The Pricing of Asian Options Under Stochastic Interest Rate*, "Applied Mathematical Finance", 3: 209–236.
- Ritchken P. [1996], *Derivative markets: Theory, Strategy, and Applications*, Harper Collins, New York.
- Ronka-Chmielowiec W. [1997], *Ryzyko w ubezpieczeniach – metody oceny*, Wyd. Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu, Wrocław.
- Szutnik W. [2003], *Wybrane modele w zarządzaniu ryzykiem ubezpieczeniowym w ujęciu probabilistycznym*, Wyd. Akademii Ekonomicznej, Katowice.

- Szkutnik W. (red.) [2009], *Ryzyko zobowiązań i działań w inwestycjach gospodarczych oraz ubezpieczeniowych. Aspekt modelowania i oceny sekurytyzacji ryzyka*, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej w Katowicach, Wyd. Akademii Ekonomicznej, Katowice.
- Szkutnik W. [2010], *Anticipation of the price of CAT Bond in the management of the process of securitization of catastrophe insurance*, "Econometrics 28". *Forecasting*, ed. P. Dittmann, Research Papers of Wrocław of Economics no. 91, Publishing House of Wrocław University of Economics, Wrocław, s. 151–165.

THE RISK OF USING CATASTROPHIC RESERVES

Summary: In the context of the CAT bond valuation the article refers to the management of insurance risk of catastrophic nature taking into account the possible broad determinants of such a risk. There is here a kind of catastrophic risk protection transferred to capital markets in a particular transaction as a hedge against natural disaster occurrence. Redemption takes place in such an occurrence. The basis of discussions are then financial instruments, whose use in the process of insurance company management is to securitize the catastrophic risk securitization. In the second approach to the use of formal procedures used in this aspect, the realities of the analyzed insurance risk refer to the damages process and risk measures expressed probabilistically. Practical considerations and the ability to translate the formal considerations regarding damage process into claim process decided about the change of perspective on this aspect of insurance risk. In the proposed approach the assessment refers to the risk to achieve a critical level for the initiation of reserves created for the payment of damages in catastrophic conditions, regardless of how these reserves have been accumulated. To develop these issues it is necessary to consider the implementation of high-risk reserves, which is usually modeled by α -stable distributions.

Keywords: CAT bonds, catastrophic risk, a level of reserves initiation.