

PRACE NAUKOWE
Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu nr 309
RESEARCH PAPERS
of Wrocław University of Economics No. 309

Spółeczno-gospodarcze aspekty statystyki

Redaktorzy naukowi

**Zofia Rusnak
Edyta Mazurek**



Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu
Wrocław 2013

Redaktor Wydawnictwa: Joanna Szynal

Redaktor techniczny: Barbara Łopusiewicz

Korektor: Barbara Cibis

Łamanie: Beata Mazur

Projekt okładki: Beata Dębska

Publikacja jest dostępna w Internecie na stronach:

www.ibuk.pl, www.ebscohost.com,

The Central and Eastern European Online Library www.ceeol.com,

a także w adnotowanej bibliografii zagadnień ekonomicznych BazEkon

http://kangur.uek.krakow.pl/bazy_ae/bazekon/nowy/index.php

Informacje o naborze artykułów i zasadach recenzowania znajdują się na stronie internetowej Wydawnictwa

www.wydawnictwo.ue.wroc.pl

Kopiowanie i powielanie w jakiegokolwiek formie wymaga pisemnej zgody Wydawcy

© Copyright by Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu
Wrocław 2013

ISSN 1899-3192

ISBN 978-83-7695-398-4

Wersja pierwotna: publikacja drukowana

Druk: Drukarnia TOTEM

Spis treści

Wstęp	9
Tadeusz Bednarski: Rola Jerzego Sławy-Neymana w kształtowaniu metod statystycznej analizy przyczynowości	11
Filip Borowicz: Ocena możliwości uzupełnienia danych BAEL informacjami ze źródeł administracyjnych w celu dokładniejszej analizy danych o bezrobociu	19
Mariusz Donocik, Bogdan Kisiała, Mirosław Mróz, Beata Detyna, Jerzy Detyna: Przydatność testów nieparametrycznych Kruskala-Wallisa i mediany w długoterminowej ocenie parametrów kruszyw melafirowych	27
Mariusz Donocik, Bogdan Kisiała, Mirosław Mróz, Beata Detyna, Jerzy Detyna: Karty kontrolne w ocenie jakości kruszyw dla budownictwa drogowego.....	42
Czesław Domański: Uwagi o procedurach weryfikacji hipotez z brakującą informacją.....	54
Stanisław Heilpern: Zależne procesy ryzyka.....	62
Artur Lipieta, Barbara Pawelek, Jadwiga Kostrzewska: Badanie struktury wydatków w ramach wspólnej polityki UE z wykorzystaniem analizy korespondencji.....	78
Agnieszka Marciniuk: Dwa sposoby modelowania stopy procentowej w ubezpieczeniach życiowych	90
Beata Bieszk-Stolorz, Iwona Markowicz: Model nieproporcjonalnej intensywności Coxa w analizie bezrobocia	114
Edyta Mazurek: Statystyczna analiza podatku dochodowego od osób fizycznych.....	127
Katarzyna Ostasiewicz: Awersja do nierówności w modelowaniu użytkowania dóbr wspólnych.....	159
Piotr Peternek: Porównanie kart kontrolnych indywidualnych pomiarów uzyskanych z wykorzystaniem uogólnionego rozkładu lambda oraz krzywych Johnsona.....	179
Małgorzata Podogrodzka: Starzenie się ludności a płodność w Polsce w latach 1991-2010 – ujęcie regionalne	192
Renata Rasińska, Iwona Nowakowska: Jakość życia studentów w aspekcie znajomości wskaźników zrównoważonego rozwoju	203

Maria Rosienkiewicz, Jerzy Detyna: Analiza efektywności metod wyboru zmiennych objaśniających do budowy modelu regresyjnego	214
Jerzy Śleszyński: National Welfare Index – ocena nowego miernika rozwoju trwałego i zrównoważonego	236
Maria Szmuksta-Zawadzka, Jan Zawadzki: Wykorzystanie oszczędnych modeli harmonicznych w prognozowaniu na podstawie szeregów czasowych o wysokiej częstotliwości w warunkach braku pełnej informacji.....	261
Anna Zięba: O możliwościach wykorzystania metod statystycznych w badaniach nad stresem	278

Summaries

Tadeusz Bednarski: Role of Jerzy Sława-Neyman in statistical inference for causality	18
Filip Borowicz: Assessing the possibility of supplementing the Polish LFS data with register records for more detailed unemployment data analysis.	26
Mariusz Donocik, Bogdan Kisiała, Mirosław Mróz, Beata Detyna, Jerzy Detyna: Usefulness of nonparametric Kruskal-Wallis and median tests in long-term parameters assessment of melaphyre crushed rocks	41
Mariusz Donocik, Bogdan Kisiała, Mirosław Mróz, Beata Detyna, Jerzy Detyna: Control charts in the assessment of aggregates quality for road construction.....	53
Czesław Domański: Some remarks on the procedures of the verification of hypotheses under incomplete information.....	61
Stanisław Heilpern: Dependent risk processes	77
Artur Lipieta, Barbara Pawelek, Jadwiga Kostrzewska: Study of the structure of expenditure under the EU's common policy using correspondence analysis	89
Agnieszka Marciniuk: Two ways of stochastic modelling of interest rate in life insurances	113
Beata Bieszk-Stolorz, Iwona Markowicz: The Cox non-proportional hazards model in the analysis of unemployment.....	126
Edyta Mazurek: Statistical assessment of Personal Income Tax	158
Katarzyna Ostasiewicz: Inequality aversion in modeling the use of common pool resources	178
Piotr Peternek: Comparison of control charts of individual measurements based on general Lambda distribution and Johnson curves.....	191
Małgorzata Podogrodzka: The ageing of the population and fertility in Poland in the years 1991-2010 by voivodeships.....	202
Renata Rasińska, Iwona Nowakowska: Students' life quality in terms of knowledge of sustainable development indicators	213

Maria Rosienkiewicz, Jerzy Detyna: Efficiency analysis of chosen methods of explanatory variables selection within the scope of regression model construction.....	235
Jerzy Śleszyński: <i>National Welfare Index</i> – assessment of a new measure of sustainable development.....	260
Maria Szmuksta-Zawadzka, Jan Zawadzki: The application of harmonic models in forecasting based on high frequency time series in condition of lack of full information.....	277
Anna Zięba: About statistical methods in the study on stress	284

Beata Bieszk-Stolorz, Iwona Markowicz

Uniwersytet Szczeciński

MODEL NIEPROPORCJONALNEJ INTENSYWNOŚCI COXA W ANALIZIE BEZROBOCIA

Streszczenie: Celem artykułu jest analiza wpływu cech osób bezrobotnych na czas znalezienia zatrudnienia. Wpływ ten może zmieniać się wraz z czasem. Analizę taką umożliwia zastosowanie modelu nieproporcjonalnej intensywności Coxa. W modelu tym zakłada się, że wpływ zmiennej objaśniającej na intensywność zależy od czasu, czyli intensywność względna zmienia się w czasie. Wstępne badania wskazują, że ilorazy intensywności nie zawsze są jednakowe dla bezrobotnych o różnym czasie poszukiwania pracy. Zastosowano model postaci:

$$h(t, X) = h_0(t) \exp\left(\sum_{i=1}^p \beta_i X_i + \sum_{i=1}^p \delta_i X_i \times g(t)\right), \text{ dla } X = (X_1, \dots, X_p).$$

W artykule oszacowano modele intensywności dla funkcji g zdefiniowanej w różny sposób (funkcje ciągła i skokowa). W przykładzie empirycznym wykorzystano dane osób wyrejestrowanych z Powiatowego Urzędu Pracy w Szczecinie 2010 roku. Szanse na podjęcie pracy zostały ocenione na tle innych przyczyn wyrejestrowania.

Słowa kluczowe: model nieproporcjonalnej intensywności Coxa, iloraz intensywności, bezrobocie.

1. Wstęp

Celem artykułu jest analiza wpływu cech osób bezrobotnych na czas poszukiwania zatrudnienia. Wpływ ten może zmieniać się wraz z czasem, czyli wraz z wydłużaniem się okresu bezrobocia. Analizę taką umożliwia zastosowanie modelu nieproporcjonalnej intensywności Coxa¹. W modelu tym zakłada się, że wpływ zmiennej objaśniającej na intensywność zjawiska zależy od czasu, czyli ilorazy intensywności nie są stałe. Stosując model proporcjonalnej intensywności, uzyskujemy oceny parametrów stałe w czasie. Iloraz intensywności dla dwóch jednostek różniących się wartością analizowanej cechy jest wówczas uśrednieniem dla całego badanego okresu. Zadaniem badawczym jest wskazanie, czy wpływ płci, wieku i wykształcenia

¹ W literaturze modele intensywności są inaczej nazywane modelami hazardu lub funkcjami hazardu [Frątczak, Gach-Ciepiela, Babiker 2005, s. 111; Gołata 2004, s. 52; Bednarski 2005, s. 389].

osób bezrobotnych na szansę podjęcia zatrudnienia zmienia się w czasie i jaki jest ten wpływ.

Badania przeprowadzono na podstawie danych indywidualnych osób wyrejstrowanych z Powiatowego Urzędu Pracy w Szczecinie 2010 roku. Szanse na podjęcie pracy zostały ocenione na tle innych przyczyn wyrejstrowania. W artykule przedstawiono wyniki ostatniego etapu badań, prowadzonych w ramach projektu badawczego MNiSW N N111 273538 (lata 2010-2012).

2. Metoda analizy

Analiza szans szybkiego znalezienia zatrudnienia przez osoby bezrobotne może być przeprowadzona z wykorzystaniem modeli regresji Coxa, zakładających występowanie danych cenzurowanych. Wyróżniamy wśród nich model proporcjonalnej intensywności i model nieproporcjonalnej intensywności. W pierwszym zakłada się stałość w czasie wpływu zmiennej objaśniającej na intensywność badanego zjawiska, a w drugim, że wpływ ten zależy od czasu (ilorazy intensywności zmieniają się w czasie).

Model proporcjonalnej intensywności Coxa (*model of proportional hazards*²) można zapisać w postaci:

$$h(t, X) = h_0(t) \exp\left(\sum_{i=1}^p \beta_i X_i\right), \quad (1)$$

gdzie X jest wektorem zmiennych objaśniających, a h_0 intensywnością bazową.

Ilorazy intensywności dla dwóch jednostek różniących się wartością analizowanej cechy są w tym przypadku niezmiennie, są więc są uśrednieniem dla całego badanego okresu. Można jednak postawić hipotezę, że ilorazy intensywności nie zawsze są jednakowe dla bezrobotnych o różnym czasie poszukiwania pracy. W celu zidentyfikowania ich zmienności w czasie można zastosować metody graficzne³ lub analityczne. Jedną z metod analitycznych jest budowa rozszerzonego modelu regresji Coxa, czyli modelu nieproporcjonalnej intensywności⁴ o postaci:

$$h(t, X) = h_0(t) \exp\left(\sum_{i=1}^p \beta_i X_i + \sum_{i=1}^p \delta_i X_i \times g(t)\right), \text{ dla } X = (X_1, \dots, X_p). \quad (2)$$

W modelu tym występują dwojakiemu rodzaju parametry. Parametry β_i określają wpływ zmiennych endogenicznych na intensywność, a parametry δ_i wskazują, czy wpływ ten zmienia się w czasie. Funkcja g może przyjmować różną postać, np.

² Patrz [Cox 1972].

³ Szerzej na temat metod graficznych badania proporcjonalności hazardów w pracy [Bieszk-Stolorz, Markowicz 2012, s. 37-56].

⁴ Szerzej na temat modeli nieproporcjonalnego hazardu Coxa w pracy [Theureau, Grambsch 2000].

$$g(t) = t, \quad (3)$$

lub

$$g(t) = \begin{cases} 0 & \text{dla } t < t_0 \\ 1 & \text{dla } t \geq t_0 \end{cases}. \quad (4)$$

Funkcja (3) pozwala na ciągłą obserwację zmian ilorazu hazardu w czasie, a funkcja⁵ (4) wskazuje na różnicę ilorazu intensywności w okresach przed i po określonym momencie czasu t_0 .

Wartość $\exp(\beta_j)$ jest interpretowana jako intensywność względna (*hazard ratio* – *HR*), czyli iloraz szans lub ryzyka zajścia zdarzenia dla danych dwóch jednostek. Jeśli jedna z nich należy do określonej grupy (j), a druga do grupy referencyjnej (0), to iloraz intensywności można zapisać wzorem:

$$HR_{j/0} = \frac{h_0 \exp\left(\sum_{i=1}^p \beta_i x_{ij}\right)}{h_0 \exp\left(\sum_{i=1}^p \beta_i x_{i0}\right)} = \exp(\beta_j). \quad (5)$$

W analizie rynku pracy funkcja intensywności Coxa jest interpretowana jako szansa znalezienia pracy tuż po czasie t w zbiorze jednostek, które do chwili t pracy nie znalazły [Bednarski 2005, s. 390]. Zaletą modelu Coxa jest możliwość estymacji parametrów bez wiedzy o postaci funkcji $h_0(t)$. Estymacja parametrów funkcji regresji Coxa pozwala określić rozmiar wpływu poszczególnych zmiennych na rozkład czasu poszukiwania pracy, a także zmiany tego wpływu w czasie (model nieproporcjonalnej intensywności).

3. Rezultaty przeprowadzonych badań

Badania przeprowadzono na 17 793 obserwacjach dotyczących czasu pozostawania bezrobotnych w rejestrze Powiatowego Urzędu Pracy (PUP) w Szczecinie. Osoby te zostały wyrejestrowane w 2010 roku. Liczne powody wyrejestrowania podzielono na dwie grupy: podjęcie pracy i pozostałe (niepodjęcie pracy). Analizie poddano czas od momentu zarejestrowania do momentu wyrejestrowania, przy czym obserwacja zakończona podjęciem zatrudnienia została uznana za pełną. Obserwacje pozostałe (czas do wyrejestrowania z innych przyczyn) są cenzurowane. Strukturę badanych osób według tych grup oraz według wybranych cech dotychczasowych bezrobotnych przedstawiono w tab. 1.

W badaniu zmiennymi objaśniającymi są płeć, wiek i wykształcenie. Płeć (P) jest zmienną dychotomiczną zdefiniowaną następująco: kobiety – 1, mężczyźni – 0. Wiek i wykształcenie są zmiennymi kategoryzowanymi i w badaniu przekształcono

⁵ Funkcja ta jest nazywana funkcją Heavyside'a [Ata, Sözer 2007].

Tabela 1. Struktura osób wyrejestrowanych z PUP w Szczecinie w 2010 roku według przyczyny wyrejestrowania (podjęcie lub niepodjęcie pracy) oraz według płci, grupy wieku i wykształcenia

Grupy	Podjęcie pracy	Niepodjęcie pracy
	liczba osób	
Kobiety	3960	6385
Mężczyźni	3475	3973
W_1 (18-24 lata)	1166	2408
W_2 (25-34 lata)	3008	3577
W_3 (35-44 lata)	1398	1690
W_4 (45-54 lata)	1342	1665
W_5 (55-59 lat)	464	802
W_6 (60-64 lata)	57	216
S_1 (co najwyżej gimnazjalne)	1313	3890
S_2 (zasadnicze zawodowe)	1542	2291
S_3 (średnie ogólnokształcące)	790	1238
S_4 (średnie zawodowe)	1516	1704
S_5 (wyższe)	2274	1235
Razem	7435	10358

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych z PUP w Szczecinie.

je na zmienne dychotomiczne. Wiek badanych osób podzielono na 6 przedziałów (W_i), a wykształcenie na 5 poziomów (S_i). Utworzono w ten sposób zmienne sztuczne, kodowane 0-1. Budując modele, z każdej grupy zmiennych wybrano grupę referencyjną. W przypadku płci są to mężczyźni, dla wieku – od 18 do 25 lat (W_1), a dla wykształcenia – co najwyżej gimnazjalne (S_1).

Dla każdej ze zmiennych objaśniających zbudowano po dwa modele nieproporcjonalnej intensywności Coxa, w których funkcja g określona jest wzorami (3) i (4). Stosując postać (4), należy przyjąć określony moment czasu jako punkt podziału okresu poszukiwania pracy. W badaniu przyjęto $t_0 = 12$ (miesiące).

Oszacowano parametry sześciu modeli:

$$h(t, X) = h_0(t) \exp(\beta P + \delta P \times t), \quad (6)$$

$$h(t, X) = h_0(t) \exp(\beta P + \delta P \times g(t)), \quad (7)$$

$$h(t, X) = h_0(t) \exp\left(\sum_{i=2}^6 \beta_i W_i + \sum_{i=2}^6 \delta_i W_i \times t\right), \quad (8)$$

$$h(t, X) = h_0(t) \exp\left(\sum_{i=2}^6 \beta_i W_i + \sum_{i=2}^6 \delta_i W_i \times g(t)\right), \quad (9)$$

$$h(t, X) = h_0(t) \exp\left(\sum_{i=2}^5 \beta_i S_i + \sum_{i=2}^5 \delta_i S_i \times t\right), \quad (10)$$

$$h(t, X) = h_0(t) \exp\left(\sum_{i=2}^5 \beta_i S_i + \sum_{i=2}^5 \delta_i S_i \times g(t)\right), \quad (11)$$

gdzie:

$$g(t) = \begin{cases} 0 & \text{dla } t < 12 \\ 1 & \text{dla } t \geq 12 \end{cases} \quad (12)$$

Wyniki szacowania parametrów z wykorzystaniem programu STATISTICA przedstawiono w tabelach 2-4.

Tabela 2. Modele nieproporcjonalnego hazardu Coxa ze zmienną płeć – wyniki estymacji

Zmienne	Ocena parametru	Błąd standardowy	Statystyka Walda	Poziom p	Hazard względny (HR)
Model (6)					
P	0,0158	0,0302	0,2747	0,6002	1,0160
P_{Xt}	-0,0051	0,0031	2,7106	0,0997	
Model (7)					
P	-0,0044	0,0251	0,0312	0,8597	0,9956
$P_{X(t \geq 12)}$	-0,0823	0,0679	1,4708	0,2252	

Źródło: obliczenia własne.

Tabela 3. Modele nieproporcjonalnego hazardu Coxa ze zmienną wiek – wyniki estymacji

Zmienne	Ocena parametru	Błąd standardowy	Statystyka Walda	Poziom p	Hazard względny (HR)
1	2	3	4	5	6
Model (8)					
W_2	0,1687	0,0476	12,5619	0,0004	1,1837
W_3	0,1297	0,0534	5,9015	0,0151	1,1385
W_4	0,0806	0,0542	2,2066	0,1374	1,0839
W_5	-0,2539	0,0727	12,2035	0,0005	0,7757
W_6	-0,8534	0,1778	23,0326	0,0000	0,4260
W_2xt	-0,0237	0,0064	13,8729	0,0002	
W_3xt	-0,0318	0,0067	22,5044	0,0000	
W_4xt	-0,0399	0,0067	35,2848	0,0000	
W_5xt	-0,0453	0,0076	35,2575	0,0000	
W_6xt	-0,0521	0,0155	11,3460	0,0008	

1	2	3	4	5	6
Model (9)					
W_2	0,0804	0,0364	4,8841	0,0271	1,0837
W_3	0,0190	0,0420	0,2040	0,6515	1,0192
W_4	-0,0975	0,0430	5,1444	0,0233	0,9071
W_5	-0,5047	0,0616	67,0508	0,0000	0,6037
W_6	-1,1694	0,1590	54,1289	0,0000	0,3105
$W_2x(t \geq 12)$	-0,2217	0,1183	3,5086	0,0611	
$W_3x(t \geq 12)$	-0,3999	0,1326	9,1036	0,0026	
$W_4x(t \geq 12)$	-0,3199	0,1286	6,1848	0,0129	
$W_5x(t \geq 12)$	-0,2396	0,1525	2,4686	0,1161	
$W_6x(t \geq 12)$	-0,2358	0,3135	0,5655	0,4520	

Źródło: obliczenia własne.

Tabela 4. Modele nieproporcjonalnego hazardu Coxa ze zmienną wykształcenie – wyniki estymacji

Zmienne	Ocena parametru	Błąd standardowy	Statystyka Walda	Poziom p	Hazard względny (HR)
Model (10)					
S_2	0,4576	0,0487	88,2050	0,0000	1,5803
S_3	0,3720	0,0566	43,2768	0,0000	1,4507
S_4	0,4879	0,0477	104,5718	0,0000	1,6290
S_5	0,8695	0,0441	388,6549	0,0000	2,3858
S_2xt	-0,0124	0,0054	5,3224	0,0211	
S_3xt	-0,0007	0,0055	0,0178	0,8939	
S_4xt	-0,0057	0,0047	1,4906	0,2221	
S_5xt	-0,0121	0,0045	7,3087	0,0069	
Model (11)					
S_2	0,4069	0,0402	102,7199	0,0000	1,5022
S_3	0,3587	0,0487	54,2408	0,0000	1,4315
S_4	0,4616	0,0407	128,4289	0,0000	1,5867
S_5	0,8373	0,0372	507,1469	0,0000	2,3100
$S_2x(t \geq 12)$	-0,1702	0,1137	2,2419	0,1343	
$S_3x(t \geq 12)$	0,0599	0,1284	0,2172	0,6411	
$S_4x(t \geq 12)$	-0,0620	0,1086	0,3263	0,5679	
$S_5x(t \geq 12)$	-0,3022	0,1031	8,5816	0,0034	

Źródło: obliczenia własne.

W modelach ze zmienną objaśniającą płeć (tab. 2) wszystkie parametry są nieistotne statystycznie, co wskazuje, że szanse kobiet i mężczyzn na szybkie podjęcie zatrudnienia były zbliżone i ich ilorazy nie zmieniały się w czasie. W modelach (8) i (9) ze zmienną wiek parametry β_i są istotne poza dwoma odpowiednio przy zmiennych W_4 i W_3 . Świadczy to o tym, że w chwili $t = 0$ dla pierwszego modelu i dla $t < 12$ miesięcy dla modelu drugiego intensywności podejmowania zatrudnienia przez osoby z tych grup wieku w porównaniu z grupą najmłodszą były do siebie zbliżone. Intensywność względna dla osób z młodszych grup wieku w początkowej fazie bezrobocia przewyższa wartość jeden, co świadczy o większych szansach bezrobotnych z tych grup w stosunku do pierwszej grupy bezrobotnych na szybkie podjęcie pracy. Ilorazy intensywności podejmowania pracy przez grupy osób według wieku zmieniają się w czasie, co jest szczególnie widoczne w przypadku przyjęcia funkcji g jako ciągłej funkcji czasu (istotność wszystkich parametrów). Przy podziale czasu poszukiwania zatrudnienia na dwa okresy istotność zmian ilorazów intensywności w czasie dotyczy dwóch grup wieku (od 35 do 44 lat oraz od 45 do 54 lat). Szanse na szybkie wyjście z bezrobocia maleją wraz z wiekiem osoby bezrobotnej i wraz z czasem trwania bezrobocia.

Analiza wyników estymacji parametrów modeli przedstawionych w tab. 4 pozwala na stwierdzenie różnic w szansach na podjęcie pracy między grupami wykształcenia, zarówno w pierwszym miesiącu trwania bezrobocia (model (10)) jak i w pierwszym roku pozostawania bez zatrudnienia (model (11)). Brak istotności niektórych parametrów δ_i świadczy o braku zmian ilorazów intensywności w czasie.

Tabela 5. Ilorazy nieproporcjonalnych intensywności podejmowania zatrudnienia kobiet (K) w stosunku do mężczyzn (M) – model (6)

t	K/M
0	1,0159
1	1,0107
2	1,0056
3	1,0004
4	0,9953
5	0,9903
⋮	⋮
40	0,8280
41	0,8238
42	0,8196
43	0,8154
44	0,8112
45	0,8071
⋮	⋮

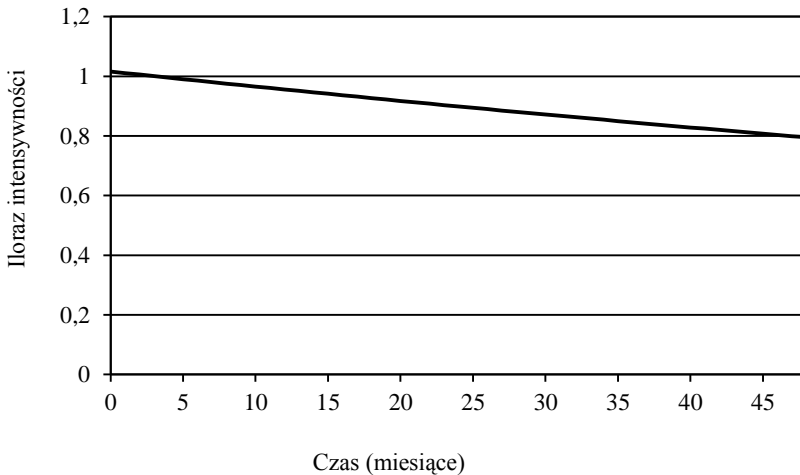
Źródło: badania własne.

Tabela 6. Ilorazy nieproporcjonalnych intensywności podejmowania zatrudnienia kobiet (K) w stosunku do mężczyzn (M) – model (7)

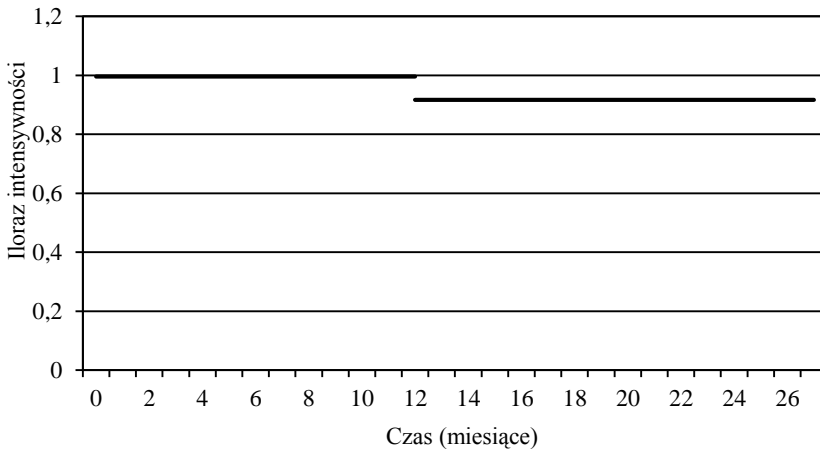
t	K/M
$t < 12$	0,9956
$t \geq 12$	0,9170

Źródło: opracowanie własne.

Oszacowane modele umożliwiają wyznaczenie intensywności (względnej) wraz z upływem czasu. W przypadku ciągłej funkcji g wartości te wyznaczono dla kolejnych miesięcy trwania bezrobocia, a dla skokowej funkcji g – dla dwóch okresów: do i powyżej 12 miesięcy. Wartości ilorazów intensywności dla płci, wieku i wykształcenia przedstawiono w tabelach 5-10 i na rysunkach 1-6.



Rys. 1. Ilorazy nieproporcjonalnych intensywności podejmowania zatrudnienia kobiet (K) w stosunku do mężczyzn (M) – model (6)



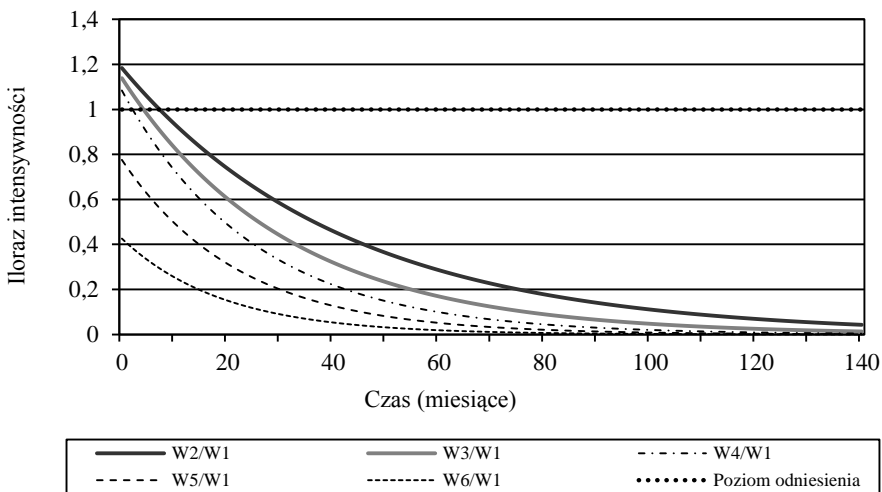
Rys. 2. Ilorazy nieproporcjonalnych intensywności podejmowania zatrudnienia kobiet (K) w stosunku do mężczyzn (M) – model (7)

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 7. Ilorazy nieproporcjonalnych intensywności podejmowania zatrudnienia przez osoby z danej grupy wieku (W_i) w stosunku do osób w wieku od 18 do 24 lat (W_1) – model (8)

t	W_2/W_1	W_3/W_1	W_4/W_1	W_5/W_1	W_6/W_1
0	1,1838	1,1385	1,0839	0,7758	0,4260
1	1,1560	1,1029	1,0415	0,7414	0,4043
2	1,1290	1,0683	1,0008	0,7086	0,3838
3	1,1025	1,0349	0,9617	0,6772	0,3643
4	1,0767	1,0025	0,9240	0,6472	0,3458
5	1,0515	0,9711	0,8879	0,6185	0,3283
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
40	0,4587	0,3191	0,2197	0,1267	0,0530
41	0,4480	0,3091	0,2111	0,1211	0,0503
42	0,4375	0,2994	0,2029	0,1157	0,0478
43	0,4272	0,2901	0,1949	0,1106	0,0453
44	0,4172	0,2810	0,1873	0,1057	0,0430
45	0,4075	0,2722	0,1800	0,1010	0,0408
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

Źródło: badania własne.



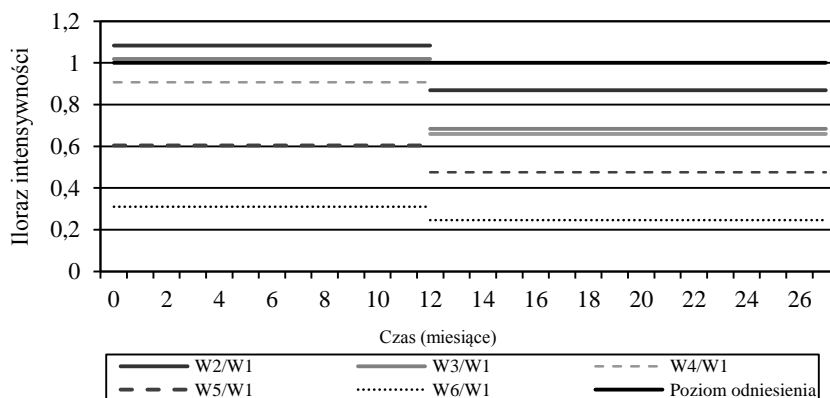
Rys. 3. Ilorazy nieproporcjonalnych intensywności podejmowania zatrudnienia przez osoby z danej grupy wieku (W_i) w stosunku do osób w wieku od 18 do 24 lat (W_1) – model (8)

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 8. Ilorazy nieproporcjonalnych intensywności podejmowania zatrudnienia przez osoby z danej grupy wieku (W_t) w stosunku do osób w wieku od 18 do 24 lat (W_1) – model (9)

t	W_2/W_1	W_3/W_1	W_4/W_1	W_5/W_1	W_6/W_1
$t < 12$	1,0837	1,0192	0,9071	0,6037	0,3106
$t \geq 12$	0,8682	0,6832	0,6588	0,4751	0,2453

Źródło: badania własne.

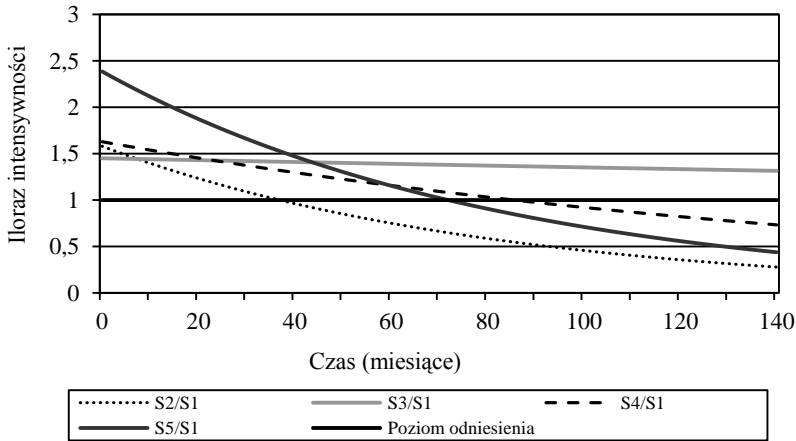
**Rys. 4.** Ilorazy nieproporcjonalnych intensywności podejmowania zatrudnienia przez osoby z danej grupy wieku (W_t) w stosunku do osób w wieku od 18 do 24 lat (W_1) – model (9)

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 9. Ilorazy nieproporcjonalnych intensywności podejmowania zatrudnienia przez osoby z danej grupy wykształcenia (S_t) w stosunku do osób z wykształceniem co najwyżej gimnazjalnym (S_1) – model (10)

t	S_2/S_1	S_3/S_1	S_4/S_1	S_5/S_1
0	1,6136	1,6180	1,9230	2,4973
1	1,5979	1,6277	1,9230	2,5190
2	1,5824	1,6375	1,9230	2,5409
3	1,5671	1,6474	1,9230	2,5630
4	1,5518	1,6573	1,9231	2,5852
5	1,5368	1,6672	1,9231	2,6077
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
40	1,0922	2,0570	1,9235	3,5296
41	1,0816	2,0694	1,9235	3,5602
42	1,0711	2,0818	1,9235	3,5911
43	1,0607	2,0944	1,9235	3,6223
44	1,0504	2,1070	1,9235	3,6538
45	1,0402	2,1197	1,9235	3,6855
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

Źródło: badania własne.



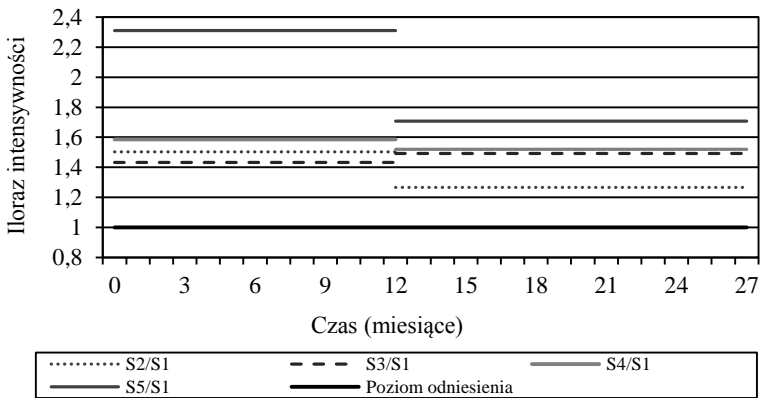
Rys. 5. Ilorazy nieproporcjonalnych intensywności podejmowania zatrudnienia przez osoby z danej grupy wykształcenia (S_i) w stosunku do osób z wykształceniem co najwyżej gimnazjalnym (S_1) – model (10)

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 10. Ilorazy nieproporcjonalnych intensywności podejmowania zatrudnienia przez osoby z danej grupy wykształcenia (S_i) w stosunku do osób z wykształceniem co najwyżej gimnazjalnym (S_1) – model (11)

t	S_2/S_1	S_3/S_1	S_4/S_1	S_5/S_1
$t < 12$	1,5022	1,4315	1,5866	2,3101
$t \geq 12$	1,2671	1,5198	1,4912	1,7076

Źródło: badania własne.



Rys. 6. Ilorazy nieproporcjonalnych intensywności podejmowania zatrudnienia przez osoby z danej grupy wykształcenia (S_i) w stosunku do osób z wykształceniem co najwyżej gimnazjalnym (S_1) – model (11)

Źródło: opracowanie własne.

Brak istotności parametrów β_i i δ_i można zaobserwować również w graficznym przebiegu funkcji ilorazu intensywności. W przypadku nieistotności parametrów β_i początek tych krzywych znajduje się (w chwili $t = 0$ dla funkcji ciągłej, np. na rys. 3 – początek linii W_4/W_1) lub przebiega (w okresie dla $t < 12$ miesięcy dla funkcji skokowej, np. na rys. 3 – przebieg linii W_3/W_1) blisko linii odniesienia. Oznacza to, że szybkość podejmowania pracy przez bezrobotnych z badanej grupy i grupy referencyjnej są w tym czasie zbliżone do siebie. Jeżeli parametry δ_i są istotne, to ciągłe funkcje ilorazu intensywności w swoim dalszym przebiegu są „równoległe” do linii odniesienia. Ta „równoległość” oznacza, że odległości między linią odniesienia a daną krzywą nie zmieniają się w sposób istotny w czasie (np. na rys. 5 – przebieg linii S_3/S_1). W przypadku nieciągłej funkcji ilorazu intensywności nieistotność parametru δ_i oznacza, że skok między dwiema wartościami tej funkcji istotnie różni się od zera (np. na rys. 2 – przebieg linii P).

4. Wnioski

Parametry modelu nieproporcjonalnej intensywności Coxa w analizie bezrobocia dostarczają dwojakiego rodzaju informacji. Istotność parametrów β_i świadczy o różnicy w intensywności podejmowania pracy przez podgrupy bezrobotnych w pierwszym określonym przez model okresie. Natomiast istotność parametrów δ_i informuje o zmienności intensywności względnej wraz z upływem czasu trwania bezrobocia.

Na podstawie przeprowadzonych badań sformułowano następujące wnioski:

- intensywności podejmowania pracy przez kobiety i mężczyzn w Szczecinie w 2010 roku nie różniły się istotnie i nie zmieniały się względem siebie w czasie trwania bezrobocia (brak istotności parametrów β_i i δ_i w modelach (6) i (7)),
- można przyjąć, że im starsza osoba bezrobotna oraz dłuższy czas poszukiwania pracy, tym mniejsza była intensywność wychodzenia z bezrobocia,
- poziom wykształcenia istotnie wpływał na szansę podjęcia zatrudnienia (wyższy poziom wykształcenia wpływał na zwiększenie intensywności wychodzenia z bezrobocia), a intensywność względna przeważnie nie zmieniała się wraz z upływem czasu.

Literatura

- Ata N., Sözer M.T., *Cox regression models with nonproportional hazards applied to lung cancer survival data*, „Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics” 2007, Vol. 36, No. 2, ss. 157-167.
- Bednarski T., *Ocena przydatności danych BAEL dla charakterystyki rozkładu czasu poszukiwania pracy na przykładzie danych z lata 2001–2002*, „Studia Ekonomiczne” 2005, nr 4.
- Bieszk-Stolorz B., Markowicz I., *Modele regresji Coxa w analizie bezrobocia*, CeDeWu, Warszawa 2012.
- Cox D.R., *Regression Models and Life-Tables*, „Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)” 1972, Vol. 34, No. 2, ss. 187-220.

- Frączak E., Gach-Ciepiela U., Babiker H., *Analiza historii zdarzeń. Elementy teorii, wybrane przykłady zastosowań*, SGH, Warszawa 2005.
- Gołata E., *Estymacja pośrednia bezrobocia na lokalnym rynku pracy*, Prace Habilitacyjne 11, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, Poznań 2004.
- Therneau T. M., Grambsch P. M., *Modelling Survival Data: Extending the Cox Model*, Springer, New York 2000.

THE COX NON-PROPORTIONAL HAZARDS MODEL IN THE ANALYSIS OF UNEMPLOYMENT

Summary: The aim of the article is to analyse the influence of unemployed persons features on the time spent on finding the place of employment. This influence can change in time. The analysis is possible using Cox non-proportional hazards model. In this model it is implied that the influence of explanatory variable on hazard depends on time, so hazard's ratios change in time. We get the marks of parameters which are constant in time by using proportional hazards model. Hazards ratio for two units with different value of analyzed feature is going to be averaged for the whole researched period. Preliminary research points that the quotients are not always the same for unemployed persons with different time of looking for a place of employment. The results allowed to state if the influence of gender, age and education on chances to find a place of employment changed in time.

The model has been applied:

$$h(t, X) = h_0(t) \exp \left(\sum_{i=1}^p \beta_i X_i + \sum_{i=1}^p \delta_i X_i \times g(t) \right), \text{ for } X = (X_1, \dots, X_p).$$

In this article the hazard models for function g defined in various ways are estimated (continuous and discontinuous functions). Data of persons registered in the Local Labour Office in Szczecin in 2010 are used in an empiric example. The chances of taking up the job are assessed against other causes of registering out.

Keywords: Cox non-proportional hazards model, hazard ratios, unemployment.