

PRACE NAUKOWE

Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu

RESEARCH PAPERS

of Wrocław University of Economics

323

Inwestycje finansowe i ubezpieczenia – tendencje światowe a rynek polski



Redaktorzy naukowi

Krzysztof Jajuga

Wanda Ronka-Chmielowiec



Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu
Wrocław 2013

Redaktor Wydawnictwa: Agnieszka Flasińska

Redaktor techniczny: Barbara Łopusiewicz

Korektor: Barbara Cibis

Łamanie: Małgorzata Czupryńska

Projekt okładki: Beata Dębska

Publikacja jest dostępna w Internecie na stronach:

www.ibuk.pl, www.ebscohost.com,

w Dolnośląskiej Bibliotece Cyfrowej www.dbc.wroc.pl,

The Central and Eastern European Online Library www.ceeol.com,

a także w adnotowanej bibliografii zagadnień ekonomicznych BazEkon

http://kangur.uek.krakow.pl/bazy_ae/bazekon/nowy/index.php

Informacje o naborze artykułów i zasadach recenzowania znajdują się

na stronie internetowej Wydawnictwa

www.wydawnictwo.ue.wroc.pl

Kopiowanie i powielanie w jakiegokolwiek formie

wymaga pisemnej zgody Wydawcy

© Copyright by Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu

Wrocław 2013

ISSN 1899-3192

ISBN 978-83-7695-351-9

Wersja pierwotna: publikacja drukowana

Druk: Drukarnia TOTEM

Spis treści

Wstęp	11
Adam Adamczyk: Poziom wewnętrznych źródeł finansowania jako determinanta inwestycji w działalność B + R przedsiębiorstw	13
Roman Asyngier: Ekonomiczne i prawne aspekty nieprawidłowości funkcjonowania rynku NewConnect. Ocena i propozycje zmian.....	23
Jacek Bialek: Zastosowanie autorskiego indeksu wydajności pracy do analizy dynamiki cen jednostek rozrachunkowych OFE	34
Magdalena Chmielowiec-Lewczuk: Zrównoważona Karta Wyników w zakładzie ubezpieczeń.....	43
Dawid Dawidowicz: Ocena efektywności nowych i pozostałych funduszy inwestycyjnych akcji polskich w latach 2000–2012.....	53
Ewa Dziwok: Weryfikacja modeli krzywej dochodowości na podstawie metod dynamicznych.....	66
Krzysztof Echaust: Zwroty dzienne a zwroty nocne – porównanie wybranych własności na przykładzie kontraktów <i>futures</i> notowanych na GPW w Warszawie.....	75
Urszula Gierałtowska: Inwestowanie w metale szlachetne jako alternatywna forma lokowania kapitału	88
Paweł Kliber: Spread WIBOR-OIS jako miara ryzyka kredytowego i premii płynnościowej	101
Karol Marek Klimczak: Struktura autoregresyjna zysku rezydualnego spółek z Polski, Niemiec i Francji.....	112
Anna Korzeniowska: Wybrane problemy rynku finansowego wynikające z sytuacji na rynku oszczędności gospodarstw domowych.....	120
Mieczysław Kowerski: Cateringowa teoria dywidend.....	128
Marzena Krawczyk: Adekwatność oferty instytucji rynku finansowego do potrzeb kapitałowych MŚP.....	142
Paweł Kufel, Magdalena Mosionek-Schweda: Wpływ doświadczenia giełdowego na koszt pozyskiwania kapitału na rynku Catalyst	151
Robert Kurek: Ewolucja konwergencji regulacji i sposobów nadzorowania na rynku ubezpieczeniowym UE.....	161
Sebastian Majewski, Mariusz Doszyń: Efekty wpływu czynników behawioralnych na stopy zwrotu z akcji spółek sektora budowlanego notowanych na GPW w Warszawie.....	170

Sebastian Majewski: Behawioralny portfel według Masłowa – analiza symulacyjna.....	180
Marta Malecka: Metody oceny jakości prognoz ryzyka rynkowego – analiza porównawcza	192
Aleksander R. Mercik: Wykorzystanie rozkładu t -Studenta do szacowania wartości zagrożonej	202
Artur Mikulec: Znormalizowany względem czasu τ wskaźnik Calmara i jego zastosowanie w analizie efektywności inwestycji portfelowych.....	212
Wojciech Misterek: Bariery w zakresie pozyskania zewnętrznych źródeł finansowania na realizację projektów innowacyjnych przedsiębiorstw	223
Paweł Niszczota: Wpływ języka raportowania na płynność spółek zagranicznych notowanych na GPW	232
Dorota Pekasiewicz: Wyznaczanie współczynnika bezpieczeństwa na podstawie kwantyla rozkładu sumy roszczeń w portfelu ubezpieczeń komunikacyjnych.....	241
Agnieszka Perepeczo: Reakcja akcjonariuszy na decyzje o wypłacie dywidendy w spółkach publicznych – wyniki badań empirycznych.....	253
Tomasz Pisula: Metodyczne aspekty zastosowania modeli skoringowych do oceny zdolności kredytowej z wykorzystaniem metod ilościowych.....	265
Paweł Porcenaluk: Analiza wybranych miar ryzyka płynności dla akcji notowanych na GPW w Warszawie w latach 2001–2011	289
Marcin Salamaga: Zastosowanie metody średniej kroczącej do badania zyskowności inwestycji na polskim rynku kapitałowym	298
Rafał Siedlecki: Prognozowanie trudności finansowych przedsiębiorstw z wykorzystaniem miary rozwoju Hellwiga	308
Anna Sroczyńska-Baron: Możliwości aplikacyjne gier mniejszościowych na Gieldzie Papierów Wartościowych	319
Michał Stachura, Barbara Wodecka: Asymetria w ujęciu Boshnakova – propozycja metody szacowania miar asymetrii z próby.....	328
Piotr Staszkiwicz: Verification of the disclosure lemma applied to the model for reputation risk for subsidiaries of non-public group with reciprocal shareholding on the Polish broker-dealers market.....	337
Anna Szymańska: Bayesowskie szacowanie stawek składki w ubezpieczeniach komunikacyjnych z wybranymi funkcjami straty	347
Jacek Welc: Prognozowana dynamika zysków spółek a obciążenie błędów prognoz – doświadczenia polskie	357
Jerzy Węclawski: Pożyczki hybrydowe jako alternatywna forma finansowania przedsiębiorstw	366
Ryszard Węgrzyn: Analiza wrażliwości zmienności implikowanej względem instrumentu podstawowego opcji – podejście dynamiczne.....	375
Stanisław Wieteska: Obciążenia obiektów budowlanych śniegiem jako element ryzyka w ubezpieczeniach majątkowo-osobowych w Polskim obszarze klimatycznym	385

Zuzanna Woško: Odporność sektora bankowego w Polsce na szoki zewnętrzne w kontekście ryzyka kredytowego. Badanie zależności między zmiennymi makroekonomicznymi	397
Anna Zamojska: Wskaźnik Sharpe'a w teorii i w praktyce.....	406
Aneta Zglińska-Pietrzak: Bootstrapowe prognozy zmienności stóp zwrotu na podstawie modelu GARCH	415
Monika Zielińska-Sitkiewicz: Ocena kondycji rynku nieruchomości mieszkaniowych na podstawie badania danych z raportów finansowych firm deweloperskich	423

Summaries

Adam Adamczyk: The level of internal sources of finance as a determinant of investment in R & D of enterprises	22
Roman Asyngier: Economic and legal aspects of irregularities in the functioning of the NewConnect market. Assessment and suggestions for changes	33
Jacek Bialek: Application of the original index of labour productivity in the analysis of open pension funds' units dynamics	42
Magdalena Chmielowiec-Lewczuk: Balanced Scorecard in insurance company.....	52
Dawid Dawidowicz: Evaluation of efficiency of new Polish equity investment funds in comparison to the other investment funds in the period 2000–2012	65
Ewa Dziwok: Yield curve verification based on the correlation surface method	74
Krzysztof Echaust: Traded period returns and non-traded period returns – comparison of selected properties on the basis of futures contracts quoted on Warsaw Stock Exchange.....	87
Urszula Gieraltowska: Investing in precious metals as an alternative form of capital investment	100
Paweł Kliber: WIBOR-OIS spread as a measure of liquidity and default risk	111
Karol Marek Klimczak: Autoregressive structure of residual income of Polish, French and German firms.....	119
Anna Korzeniowska: Selected problems of financial market resulting from the situation on household savings market	127
Mieczysław Kowerski: Catering theory of dividends	141
Marzena Krawczyk: Adequacy of the offer given by financial market institution to capital needs of SMEs	150
Paweł Kufel, Magdalena Mosionek-Schweda: The impact of the stock-market experience on the cost of capital gained on the Catalyst market.....	160

Robert Kurek: The evolution in convergence of supervision regulations and methods on the European Union insurance market	169
Sebastian Majewski, Mariusz Doszyń: The effects of impact of behavioural factors on the rate of return of construction companies stocks listed on the Warsaw Stock Exchange.....	179
Sebastian Majewski: Behavioural portfolio according to Maslov – simulation analysis	191
Marta Malecka: Methods for evaluating Value-at-Risk forecasts – comparative analysis	201
Aleksander R. Mercik: Using the Student's <i>t</i> distribution in Value-at-Risk estimation.....	211
Artur Mikulec: Tau-normalized-Calmar ratio and its application in the analysis of portfolio investment efficiency	222
Wojciech Misterek: Barriers in obtaining external funding to the realization of innovative projects in companies	231
Paweł Niszczota: The language used in filings and the trading activity of foreign companies listed on the Warsaw Stock Exchange	240
Dorota Pekasiewicz: Determination of the safety factor based on quantile of the sum of claims distribution in the portfolio of automobile insurance....	252
Agnieszka Perepeczo: Market reactions to dividend announcements in public companies – empirical evidence.....	264
Tomasz Pisula: Methodological aspects of the application of credit scoring models to assess the creditworthiness with the use of quantitative methods	288
Paweł Porcenaluk: The analysis of the selected liquidity risk measures for stocks listed on the Warsaw Stock Exchange in 2001–2011 period.....	297
Marcin Salamaga: An application of moving average rules for testing the profitability of Polish stock market.....	307
Rafał Siedlecki: Forecasting financial problems of companies based on Hellwig measurement of development	318
Anna Sroczyńska-Baron: The application of the minority games and gambling on the stock exchange.....	327
Michał Stachura, Barbara Wodecka: Boshnakov's approach to asymmetry – proposal of estimation of sample asymmetry measures	336
Piotr Staszkiwicz: Weryfikacja lematu ujawnienia dla modelu ryzyka reputacji niepublicznych grup kapitałowych z powiązaniem wzajemnymi na polskim rynku firm inwestycyjnych	346
Anna Szymańska: Bayesian estimation of premium rates in motor insurance with selected loss functions	356
Jacek Welc: Forecasted earnings growth of companies and earnings forecast bias – Polish experience.....	365
Jerzy Węclawski: Hybrid loans as an alternative form of corporate finance ..	374

Ryszard Węgrzyn: Analysis of the sensitivity of implied volatility to the underlying instrument of option – a dynamic approach.....	384
Stanisław Wieteska: Overload of roofs of buildings with snow as an element of risk in property insurance in the Polish climate area.....	396
Zuzanna Wośko: Resilience of the Polish banking sector to external shocks in the context of credit risk. Analysis of the relationship between macro-economic variables	405
Anna Zamojska: Sharpe ratio – theory and practice.....	414
Aneta Zglińska-Pietrzak: Bootstrap predictions of returns for GARCH processes	422
Monika Zielińska-Sitkiewicz: Assessment of the condition of the Polish real estate market based on the data analysis from the financial statements of developers	437

Ewa Dziwok

Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach

WERYFIKACJA MODELI KRZYWEJ DOCHODOWOŚCI NA PODSTAWIE METOD DYNAMICZNYCH

Streszczenie: W krajach o dobrze rozwiniętym rynku międzybankowym modele parametryczne odgrywają istotną rolę w polityce pieniężnej. Od kilku lat banki centralne stosują różne kryteria dopasowania (krzywej do danych rzeczywistych). Aby wskazać, który z modeli jest odpowiedni dla polskiego rynku, w artykule wykorzystano metody dynamiczne. Obejmują one postać zmienności implikowanej stopy *forward* oraz postać macierzy, której elementy stanowią współczynniki korelacji implikowanych stóp *forward* o tym samym tenorze (długości), lecz o różnym terminie rozliczenia transakcji i pozwalają na dynamiczny pomiar adekwatności szacowania krzywej. Artykuł wskazuje optymalną postać macierzy oraz wskazuje kryterium dopasowania, które spełniło požądane kryteria. Analiza została oparta na stopach WIBOR w latach 2009–2011 i zastosowaniu modelu Svenssona.

Słowa kluczowe: krzywa dochodowości, modele parametryczne, oczekiwania rynkowe.

1. Wstęp

Konstrukcja struktury terminowej stóp procentowych jest obecnie przedmiotem zainteresowania wielu banków centralnych ze względu na możliwość wykorzystania jej potencjału informacyjnego dla prowadzenia skutecznej polityki pieniężnej. Modelowanie struktury terminowej na potrzeby polityki pieniężnej sprowadza się do znalezienia pewnego subiektywnego konsensu między jakością dopasowania a akceptowaną gładkością, elastycznością oraz stabilnością szacowanej krzywej [Anderson, Sleath 2001], dlatego proces oceny modelu należy rozpatrywać na kilku płaszczyznach, uwzględniających: dobór oraz weryfikację dostępnych danych, wybór kryterium dopasowania szacowanych funkcji do danych rzeczywistych oraz procedury estymacji parametrów, ocenę jakości dopasowania oszacowanego modelu do danych rzeczywistych oraz weryfikację cech implikowanej krzywej *forward*.

Pierwsze próby szacowania terminowej struktury stóp procentowych na rynku polskim w oparciu o parametryczny model Nelsona-Siegela przeprowadzone były na podstawie danych obejmujących kwotowania wybranych bonów skarbowych

oraz obligacji [Stamirowski 1999]. Kolejne krzywe dochodowości tworzone były przy wykorzystaniu modelu Svenssona na wtórnym rynku obligacji skarbowych [Stępiak, Zieliński 2000]. Ze względu na krótki horyzont czasowy dostępnych wówczas instrumentów, a także ze względu na wielkość obrotów, oba badania miały raczej charakter informacyjny, prezentujący możliwości interpretacyjne krzywych dochodowości.

M. Marciniak [2006] porównał model Svenssona oraz funkcji sklepanych dla danych z rynku obligacji, wskazał wady i zalety każdego z nich z uwzględnieniem cech rynku polskiego, który charakteryzuje się średnią płynnością. P. Kliber [2009] dokonał analizy porównawczej trzech modeli: Nelsona-Siegela, Svenssona oraz funkcji sklepanych na podstawie danych z rynku obligacji uzupełnionych stawkami WIBOR. Dodatkowo przeprowadził analizę zmienności stóp spot uzyskanych w wyniku estymacji modelu. Do tej pory jednak na polskim rynku nie przeprowadzono badań, które wskazałyby optymalne – z punktu widzenia rodzimej polityki pieniężnej – kryterium estymacji krzywej dochodowości.

Model krzywej dochodowości, skonstruowany na potrzeby polityki pieniężnej, oprócz statycznego obrazu bieżącej sytuacji rynkowej powinien pozwolić na łatwe dostosowanie się krzywej do zmian struktury terminowej, będących efektem napływu nowych informacji i modyfikacji oczekiwań rynkowych. Dlatego też szacowanie struktury terminowej przy wykorzystaniu modeli parametrycznych wymusza znalezienie alternatywnych metod pozyskiwania informacji o dynamice wyznaczonych stóp procentowych. Samo kryterium jakości dopasowania nie daje podstaw do wskazania najlepszej metody szacowania struktury terminowej, dlatego alternatywą może stać się analiza zmian implikowanych stóp *forward*, które są powszechnie wykorzystywane w badaniu oczekiwań oraz ryzyka.

Celem artykułu jest zbadanie zmian szacowanej krzywej i porównanie jej z dynamiką stóp rynkowych, co stwarza możliwość alternatywnej oceny modelu krzywej dochodowości. Możliwość wykorzystania implikowanej stopy *forward* wynika ze zgodności modeli parametrycznych z dynamicznymi modelami rynkowymi (klasy HJM).

2. Metodologia badań

Analiza implikowanych stóp *forward* przeprowadzona została w dwóch etapach. W pierwszym zbadano zmienność implikowanych stóp *forward* mierzoną odchyleniem standardowym. W drugim etapie skonstruowana została macierz, której elementy stanowią współczynniki korelacji implikowanych stóp *forward* o tym samym tenorze (długości), lecz o różnym terminie rozliczenia transakcji. Oczekuje się, że poziom skorelowania pomiędzy implikowanymi stopami będzie tym wyższy, im bardziej zbliżony jest termin rozliczenia kontraktów (dwie stopy, których termin rozliczenia jest zbliżony, zmieniają się w tym samym kierunku i w tym samym stopniu, co gwarantuje stabilność i wygładzenie utworzonej powierzchni).

Na potrzeby analizy wykorzystano wyniki estymacji krzywych, które doprowadziły do wyznaczenia trzech ocen wektora parametrów w zależności od przyjętego kryterium dopasowania (kwadrat różnic cen, rentowności oraz rentowności korygowanych odwrotnością *duration*). Badanie objęło parametryczny model Svenssona [Svensson 1994] wykorzystywany przez polski bank centralny zastosowany do stóp WIBOR, co doprowadziło do uzyskania trzech wektorów ocen parametrów na każdy dzień badawczy. Zakres czasowy badań obejmuje lata 2009–2011, wykorzystano kod VBA.

Uzyskane oceny parametrów prowadzą wprost do uzyskania zarówno chwilowej struktury *forward*, jak i stopy zerokuponowej o dowolnej długości, dlatego możliwe jest także wyznaczenie implikowanej struktury *forward* o zakładanej długości (tenorze).

Niech τ będzie dowolnym dniem, dla którego pozyskane są dane służące do szacowania krzywej. W oparciu o wyznaczone oceny parametrów, dla dowolnego dnia τ możliwe było oszacowanie trzech implikowanych struktur *forward* $f_t(s, s + \Delta s)$ o ustalonej z góry długości $\Delta s > 0$ oraz momencie realizacji transakcji *forward* w dniu s .

Ze względu na to, że celem szacowania krzywej dochodowości jest identyfikacja oczekiwań rynkowych, przedmiotem analizy często są stopy, które – z punktu widzenia banku centralnego – są kluczowe dla prowadzonej polityki pieniężnej. Od stycznia 2005 r. jedną z oficjalnych stóp NBP jest minimalna rentowność 7-dniowego bonu pieniężnego emitowanego przez NBP, dlatego do analizy wybrano strukturę implikowanej 7-dniowej stopy *forward* dla wybranych terminów rozpoczęcia transakcji s .

Posługując się wzorem na implikowaną stopę *forward* dla $t = s + \Delta s$:

$$f_\tau(s, s + \Delta s) = \frac{1}{\Delta s} \cdot \ln \frac{\delta(\tau, s)}{\delta(\tau, s + \Delta s)} \quad \text{oraz zakładając, że długość transakcji (tenor)}$$

$$\Delta s = \frac{7}{365}, \quad \text{otrzymano wzór na siedmiodniową implikowaną stopę } \textit{forward}:$$

$$f_\tau \left(s, s + \frac{7}{365} \right) = \frac{365}{7} \cdot \ln \frac{\delta(\tau, s)}{\delta(\tau, s + \frac{7}{365})}, \quad (1)$$

gdzie: $\delta(\tau, s)$ – czynnik dyskontowy,

$f_\tau(s, s + \frac{7}{365})$ – implikowana 7-dniowa stopa *forward*,

τ – moment wyznaczania implikowanej stopy *forward*,

s – moment rozpoczęcia transakcji *forward*.

Choć parametry modelu pozwalają oszacować poziom implikowanej stopy w dowolnym momencie w przyszłości s , na potrzeby analizy wyznaczono 17 najbliższych implikowanych tygodniowych stóp *forward* (dla każdego z trzech kryteriów dopasowania, w dniu τ , w którym dostępne są dane).

Za moment realizacji s implikowanych stóp *forward* przyjęto kolejne dni w tygodniowych interwałach. W rezultacie otrzymany ciąg ma postać:

$$\left\{ f_{\tau} \left(s, s + \frac{7}{365} \right) \right\}_{s = \frac{7}{365}, \frac{14}{365}, \dots, \frac{119}{365}}. \quad (2)$$

Ciąg dany wzorem (2) można zapisać za pomocą wektora \mathbf{f}_{τ} stóp $f_{\tau}(s, s + \frac{7}{365})$, gdzie $s + \frac{7}{365}$ wyraża zapadalność tygodniowej stopy *forward* realizowanej w dniu s i wyznaczonej w dniu τ :

$$\mathbf{f}_{\tau} \left(s, s + \frac{7}{365} \right) = \left[f_{\tau} \left(\frac{7}{365}, \frac{14}{365} \right); f_{\tau} \left(\frac{14}{365}, \frac{21}{365} \right); \dots; f_{\tau} \left(\frac{119}{365}, \frac{126}{365} \right) \right]. \quad (3)$$

Wektor ten odzwierciedla oszacowane w momencie τ wartości tygodniowych implikowanych stóp *forward*, które miałyby obowiązywać za tydzień, dwa, aż do 17. tygodnia. Należy więc podkreślić, że są to stopy o tej samej długości (tenorze), ale których realizacja przebiega w różnych momentach w przyszłości.

Aby badać dynamikę każdego z elementów ciągu, należy zdefiniować zmianę implikowanej stopy *forward* w kolejnych dniach. Przyjmując, że dane można pozyskać w czasie dyskretnym oznaczonych jako: $\tau = \{1, 2, \dots, 504\}$, wówczas dzienna zmiana implikowanej stopy *forward* $\Delta f_{\tau}(s, s + \frac{7}{365})$ jest równa:

$$\Delta f_{\tau} \left(s, s + \frac{7}{365} \right) = \ln \frac{f_{\tau} \left(s, s + \frac{7}{365} \right)}{f_{\tau-1} \left(s, s + \frac{7}{365} \right)}. \quad (4)$$

Zbiór dziennych przyrostów implikowanej stopy *forward* można także zapisać w postaci wektora:

$$\Delta \mathbf{f}_{\tau} \left(s, s + \frac{7}{365} \right) = \left[\Delta f_{\tau} \left(\frac{7}{365}, \frac{14}{365} \right); \Delta f_{\tau} \left(\frac{14}{365}, \frac{21}{365} \right); \dots; \Delta f_{\tau} \left(\frac{119}{365}, \frac{126}{365} \right) \right]. \quad (5)$$

Rynki finansowe dosyć jednoznacznie określają cechy charakteryzujące dynamikę stóp *forward*, które są opisywane zarówno poprzez wykres zmienności jak i macierz korelacji między poszczególnymi parami elementów wektora $\Delta \mathbf{f}_{\tau}(s + \frac{7}{365})$ (wzór (5)).

Szeregi implikowanej logarytmicznej 7-dniowej stopy *forward* dla 17 różnych terminów realizacji $s = \frac{7}{365}, \frac{14}{365}, \dots, \frac{119}{365}$ zapisane w postaci wektora $\Delta \mathbf{f}_{\tau}(s, s + \frac{7}{365}) = \left[\Delta f_{\tau} \left(\frac{7}{365}, \frac{14}{365} \right); \Delta f_{\tau} \left(\frac{14}{365}, \frac{21}{365} \right); \dots; \Delta f_{\tau} \left(\frac{119}{365}, \frac{126}{365} \right) \right]$, można również oznaczyć dla $n = 1, 2, \dots, 17$ za pomocą $s \equiv \frac{7n}{365}$:

$$\Delta \mathbf{f}_{\tau} \left(\frac{7n}{365}, \frac{7(n+1)}{365} \right) = \left[\Delta f_{\tau} \left(\frac{7}{365}, \frac{14}{365} \right); \Delta f_{\tau} \left(\frac{14}{365}, \frac{21}{365} \right); \dots; \Delta f_{\tau} \left(\frac{119}{365}, \frac{126}{365} \right) \right]. \quad (6)$$

Wówczas możliwe jest zbadanie korelacji poszczególnych serii dziennych przyrostów implikowanych stóp *forward* różniących się terminem realizacji:

$$\rho_{n,m} \equiv \rho_{n,m} \left(\Delta f_{\tau} \left(\frac{7n}{365}, \frac{7(n+1)}{365} \right); \Delta f_{\tau} \left(\frac{7m}{365}, \frac{7(m+1)}{365} \right) \right), \quad (7)$$

gdzie: $\rho_{n,m}$ – współczynnik korelacji dla $n, m = 1, 2, \dots, 17$,

$\Delta f_{\tau} \left(\frac{7n}{365}, \frac{7(n+1)}{365} \right)$ – zmiana stopy forward postaci:

$$\Delta f_{\tau} \left(\frac{7n}{365}, \frac{7(n+1)}{365} \right) = \ln \frac{f_{\tau} \left(\frac{7n}{365}, \frac{7(n+1)}{365} \right)}{f_{\tau-1} \left(\frac{7n}{365}, \frac{7(n+1)}{365} \right)} \quad \text{dla } n = 1, 2, \dots, 17.$$

Wyznaczone współczynniki $\rho_{n,m}$ tworzą macierz korelacji \mathbf{P} o siedemnastu wierszach i siedemnastu kolumnach o postaci:

$$\mathbf{P} = \left\{ \rho_{n,m} \right\}_{n=1,2,\dots,17; m=1,2,\dots,17}, \quad (8)$$

gdzie:

$$\rho_{n,m} \equiv \rho_{n,m} \left(\Delta f_{\tau} \left(\frac{7n}{365}, \frac{7(n+1)}{365} \right); \Delta f_{\tau} \left(\frac{7m}{365}, \frac{7(m+1)}{365} \right) \right), \quad \text{dla } n, m = 1, 2, \dots, 17.$$

Macierz \mathbf{P} obejmująca współczynniki $\rho_{n,m}$ charakteryzuje się następującymi własnościami [Rebonato 2002, s. 190–191]:

- [1] $\rho_{m,m} = 1$, dla dowolnego m ,
- [2] $-1 \leq \rho_{n,m} \leq 1$, $n, m = 1, 2, \dots, 17$,
- [3] $\rho_{m,n} = \rho_{n,m}$.

Ponadto dla współczynnika korelacji $\rho_{n,m}$ kluczowy jest dystans pomiędzy ciągami (elementami wektora $\Delta \mathbf{f}_{\tau}$), który wyrażony jest (w tygodniach) przez moduł różnicy $|n - m|$. Im jest on większy, tym oczekuje się słabszego związku pomiędzy stopami. Ta specyfika rynku pieniężnego określona została jako efekt dekorelacji i jest to zjawisko analogiczne do tego, które jest obserwowane w szeregach czasowych [Brace i in. 1997]. Oznacza ono, iż najsilniej skorelowane są te pary implikowanych stóp zwrotu, których termin rozliczenia jest najbardziej zbliżony. Wraz ze wzrostem zróżnicowania się terminów realizacji implikowanych stóp *forward* ich wzajemny związek ulega osłabieniu:

- [4] dla ustalonego n , $\rho_{n,n+m}$ jest malejącą funkcją m .

Biorąc pod uwagę to, że korelacja dotyczy zmian stóp *forward*, proces dekorelacji nie dąży do zera, lecz do pewnej dodatniej wartości:

- [5] dla ustalonego n , $\lim_{m \rightarrow \infty} \rho_{n,n+m} = a > 0$.

Dodatkowo można zauważyć, że wraz z wydłużaniem się terminu realizacji transakcji proces dekorelacji jest coraz słabszy. Oznacza to, że oczekiwania dotyczące stopy 7-dniowej w odleglejszej przyszłości nie są bardzo zróżnicowane. W przy-

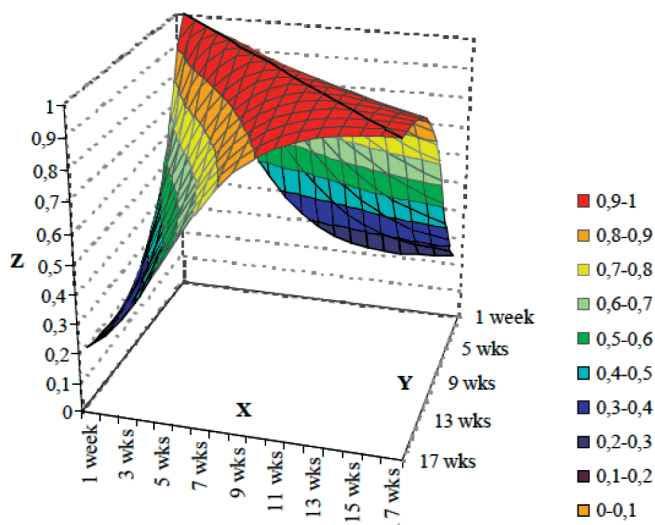
padku krótkiego horyzontu realizacji kontraktów rynek silnie różnicuje oczekiwania, dlatego korelacja spada szybciej:

[6] dla ustalonego m , $\rho_{n,n+m}$ jest rosnącą funkcją n .

Do objaśnień wykresów przyjęte zostają poniższe oznaczenia:

n wks – termin realizacji stopy $f_r\left(\frac{7 \cdot n}{365}, \frac{7(n+1)}{365}\right)$ gdzie $n=1,2, \dots, 17$.

Na podstawie współczynników korelacji (elementów macierzy \mathbf{P}) można zbudować wykres przedstawiający trójwymiarową powierzchnię. Na osiach X oraz Y odłożone są terminy realizacji kontraktów implikowanych 7-dniowych stóp *forward*, natomiast na osi Z wartości korelacji między nimi. Poszczególne odcienie na wykresie powierzchniowym reprezentują odpowiedni przedział wartości współczynnika korelacji reprezentowany w legendzie wykresu.



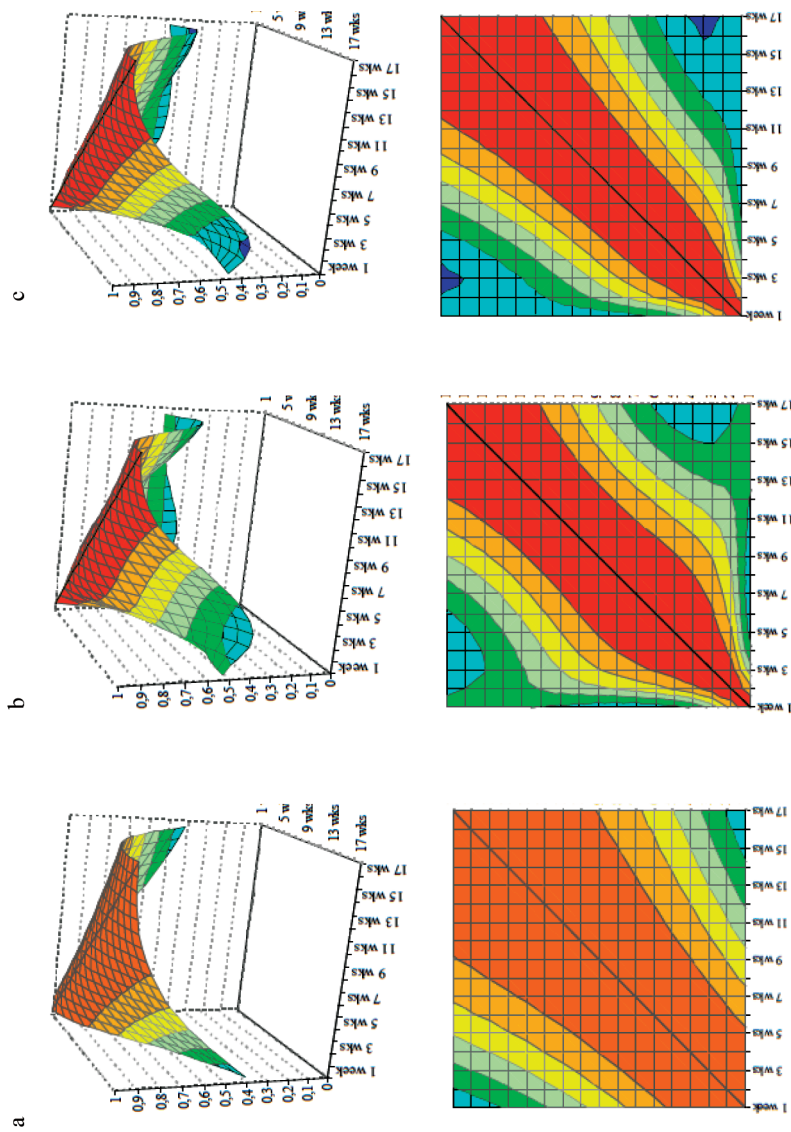
Rys. 1. Optymalna powierzchnia korelacji implikowanych stóp *forward* zróżnicowanych ze względu na termin realizacji

Źródło: opracowanie własne.

3. Badanie empiryczne

Analiza wykresów otrzymanych w wyniku zastosowania modelu Svenssona z uwzględnieniem różnych kryteriów dopasowania pozwoliła na przeanalizowanie adekwatności każdej z metod.

Dobór modelu krzywej dochodowości stanowi niezbędny element procedury wyznaczania implikowanej zmienności stóp *forward*, dlatego można domniemy-



Rys. 2. Powierzchnia korelacji dla modelu Svenssona z funkcją celu opartą na cenach (a), rentownościach (b) oraz cenach korygowanych odwrotnością duration (c)

Źródło: opracowanie własne.

wać, że wybór kryterium dopasowania krzywej do danych rzeczywistych może mieć także wpływ na powierzchnię korelacji [Alexander, Lvov 2003]. Zadanie sprowadza się do wskazania metody, która pozwala na wskazanie optymalnego modelu konstrukcji krzywej, który z kolei umożliwia skonstruowanie macierzy korelacji o własnościach [1]–[6]. Analiza przeprowadzona zostanie na podstawie wykresów powierzchni korelacji oraz odpowiadających im wykresów konturowych. Te ostatnie ilustrują wartość współczynnika korelacji w sposób analogiczny do dwuwymiarowej mapy topograficznej, różnicując ich poziomy za pomocą koloru ograniczonego liniami łączącymi interpolowane punkty o tej samej wartości (rys. 2).

W wyniku przeprowadzonych obliczeń można stwierdzić, iż kryterium dopasowania w postaci minimalizacji sumy kwadratów różnic cen pozwoliło na otrzymanie powierzchni o pożądanym cechach (rys. 2a). Kształt, jaki przybiera powierzchnia, jest zgodny z naturalną współzależnością stóp procentowych, których korelacja maleje wraz ze wzrostem różnicy pomiędzy momentami realizacji kontraktów. Jednakże w tym przypadku widać wyraźnie, że również stopy *forward* o bliskim terminie realizacji, kiedy dystans $|n - m|$ ulega zmniejszeniu, jest duży, co oznacza, że mocno skorelowane są nawet zmiany stóp o realizacji w 1. i 2. czy 3. tygodniu, czyli takie, pomiędzy którymi dystans wynosi 1–2 tygodni. Biorąc pod uwagę strukturę oczekiwań oraz ilość potencjalnie napływających informacji korelacja zmian stóp powinna być znacznie niższa, co świadczy o słabościach tego kryterium.

Dla kryterium minimalizacji sumy kwadratów różnic rentowności (rys. 2b) stopy *forward* wykazują zdecydowany spadek korelacji dla realizacji w terminie od 11 do 13 tygodni. Wraz z odroczeniem terminu realizacji kontraktu, dystans $|n - m|$ dla stóp, w przypadku których notuje się wysoką korelację, zmniejszył się, co przeczy ujednocnieniu się oczekiwań w długim terminie (nie jest wykazana własność [6]).

Dla kryterium dopasowania opartym na minimalizacji sumy kwadratów różnic cen ważonych odwrotnością *duration* (rys. 2c) otrzymana powierzchnia spełnia własności [1]–[6]. Można więc przyjąć, że model Svenssona oszacowany przy kryterium minimalizacji różnic cen generuje powierzchnie korelacji o pożądanym własnościach (rys. 2a).

4. Podsumowanie

Porównanie modeli parametrycznych pod kątem własności powierzchni korelacji, jakie uzyskuje się z oszacowanych implikowanych 7-dniowych stóp *forward*, pozwala na sformułowanie następujących wniosków. Przede wszystkim warto podkreślić, że zastosowanie tych samych danych, ale innego kryterium optymalizacyjnego miało istotny wpływ na poziom implikowanych stóp *forward*. Kryterium dopasowania zatem musi być przemyślane i odpowiednio dobrane ze względu na istniejące warunki rynkowe. Kryterium dobroci dopasowania do danych rzeczywistych nie jest kluczowe z punktu widzenia polityki pieniężnej (i ekstrakcji oczekiwań z krzywej dochodowości), dlatego możliwe jest zastosowanie alternatywnej metody analizy

powierzchni korelacji implikowanych stóp *forward*. Analiza modeli Svenssona ze względu na trzy różne kryteria dopasowania wskazuje, że lepsze własności gwarantuje kryterium dopasowania oparte na minimalizacji sumy kwadratów różnic cen ważonych odwrotnością *duration* i to ono powinno być stosowane w analizowanym okresie w procesie konstrukcji krzywej dochodowości.

Literatura

- Alexander C., Lvov D., 2003, *Statistical Properties of Forward Libor Rates*, ISMA Discussion Papers in Finance 2003-03.
- Anderson N., Sleath J., 2001, *New Estimates of the UK Real and Nominal Yield Curves*, Bank of England Working Paper, London, www.bankofengland.co.uk/publications/Documents/working-papers/wp126.pdf.
- Brace A., Gątarek D., Musiela M., 1997, *The market model of interest rate dynamics*, Mathematical Finance, vol. 7, no. 2, s. 127–154.
- Kliber P., 2009, *Estymacja struktury terminowej stóp procentowych w Polsce*, Bank i Kredyt, nr 40 (1), s. 107–122.
- Marciniak M., 2006, *Yield curve estimation at the National Bank of Poland*, Bank i Kredyt, nr 10, s. 52–74.
- Rebonato R., 2002, *Modern Pricing of Interest-Rate Derivatives*, Princeton University Press, Princeton–Oxford.
- Stamirowski M., 1999, *Empirical application of the „Nelson and Siegel” parsimonious zero-coupon yield curve model*, NBP, Paper no. 16, Warsaw.
- Stepniak I., Zieliński J., 2000, *Estymacja i interpretacja zerokuponowej krzywej dochodowości*, Materiały i Studia NBP, nr 108.
- Svensson L.E.O., 1994, *Estimating and interpreting forward interest rates: Sweden 1992–1994*, NBER Working Paper Series, no. 4871.

YIELD CURVE VERIFICATION BASED ON THE CORRELATION SURFACE METHOD

Summary: In countries with well developed inter-bank market the parsimonious models play an important role in the monetary policy. For several years central banks have utilized different objective functions to determine whether the model fits the market data. To show which model is appropriate to local market data the dynamic methods were applied. They cover the functional form of the implied forward rate volatility and correlation surface of the implied forward rate. The paper shows the appropriate correlation surface and points the objective function for yield curve modelling on the Polish market (based on WIBOR data and Svensson model).

Keywords: Yield curve estimation, parsimonious models, market expectations.