

PRACE NAUKOWE

Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu

RESEARCH PAPERS

of Wrocław University of Economics

Nr 342

Ubezpieczenia wobec wyzwań XXI wieku

Redaktor naukowy
Wanda Ronka-Chmielowiec



Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu
Wrocław 2014

Redaktor Wydawnictwa: Aleksandra Śliwka
Redaktor techniczny: Barbara Łopusiewicz
Korektor: Barbara Cibis
Łamanie: Comp-rajt
Projekt okładki: Beata Dębska

Publikacja jest dostępna w Internecie na stronach:
www.ibuk.pl, www.ebscohost.com,
w Dolnośląskiej Bibliotece Cyfrowej www.dbc.wroc.pl,
The Central and Eastern European Online Library www.ceeol.com,
a także w adnotowanej bibliografii zagadnień ekonomicznych BazEkon
http://kangur.uek.krakow.pl/bazy_ae/bazekon/nowy/index.php

Informacje o naborze artykułów i zasadach recenzowania znajdują się
na stronie internetowej Wydawnictwa
www.wydawnictwo.ue.wroc.pl

Kopiowanie i powielanie w jakiegokolwiek formie
wymaga pisemnej zgody Wydawcy

© Copyright by Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu
Wrocław 2014

ISSN 1899-3192
ISBN 978-83-7695-461-5

Wersja pierwotna: publikacja drukowana

Druk i oprawa:
EXPOL, P. Rybiński, J. Dąbek, sp.j.
ul. Brzeska 4, 87-800 Włocławek

Spis treści

Wstęp	9
Maria Balcerowicz-Szkutnik, Włodzimierz Szkutnik: Sektor ubezpieczeń w krajach postradzieckiej Azji Środkowej	11
Teresa H. Bednarczyk: The systemic relevance of the reinsurance industry	28
Krystyna Ciuman: Finansjalizacja a sektor ubezpieczeń	37
Magdalena Chmielowiec-Lewczuk: Analiza najważniejszych pozycji wynikowych według grup ubezpieczeń działu II w Polsce dla lat 2009-2011	44
Andrzej Grzebieniak: Ocena narzędzi marketingowych stosowanych przez zakłady ubezpieczeń w procesie zarządzania relacjami z klientami	57
Monika Hadaś-Dyduch: Zarządzanie ryzykiem poprzez ubezpieczenie	66
Beata Jackowska: Wpływ proporcji płci ubezpieczonych na wysokość jednorazowych składek netto w ubezpieczeniach na życie	77
Beata Jackowska, Tomasz Jurkiewicz, Ewa Wycinka: Satysfakcja przedsiębiorstw sektora MŚP z likwidacji szkód ubezpieczeniowych	87
Anna Jędrzychowska, Patrycja Kowalczyk-Rólczyńska, Ewa Poprawska: Sytuacja na rynku ubezpieczeń komunikacyjnych w Polsce na tle rynku europejskiego	98
Marcin Kawiński: Pozasądowe rozstrzyganie sporów a ochrona konsumentów branży ubezpieczeniowej	111
Nadezda Kirillova: Insurance for companies and households in Russia	127
Robert Kurek: Arbitraż nadzorczy na rynku usług finansowych – identyfikacja zjawiska	132
Piotr Majewski: Ubezpieczenia pojazdów zabytkowych	140
Marek Monkiewicz, Grażyna Sordyl, Bogusław Bamber: Alternatywne metody wykorzystania funduszu pomocowego zarządzanego przez Ubezpieczeniowy Fundusz Gwarancyjny (UFG)	150
Magdalena Mosionek-Schweda: Model Altmana jako narzędzie do oceny ryzyka upadłości przedsiębiorstw	164
Joanna Niżnik: Reformowanie systemów emerytalnych państw Europy Środkowej po kryzysie finansowym 2008 r. na przykładzie Czech i Węgier	176
Dorota Ostrowska: Insurance Guarantes market development in Poland in the years 2006-2012	186
Sylwia Pińkowska-Kamieniecka: Obowiązkowe zakładowe programy emerytalne w Europie	196
Piotr Pisarewicz: Nowe standardy rynku <i>bancassurance</i> w zakresie ubezpieczeń z elementem inwestycyjnym lub oszczędnościowym	206

Maria Płonka: Kierunki internacjonalizacji zakładów ubezpieczeń ze szczególnym uwzględnieniem towarzystw ubezpieczeń wzajemnych ...	216
Agnieszka Przybylska-Mazur: Wybrane wielkości statystyczne w podejmowaniu decyzji o prywatnych ubezpieczeniach zdrowotnych	225
Filip Przydróżny: Komunikacja zakładu ubezpieczeń z otoczeniem w kryzysie zaufania	236
Ryszard Pukała: Konsekwencje wstąpienia Rosji do WTO dla rosyjskiego rynku ubezpieczeniowego	245
Joanna Rutecka: Dodatkowe zabezpieczenie emerytalne – charakterystyka i czynniki rozwoju	256
Edyta Sidor-Banaszek: Wykorzystanie wskaźnika ALE (<i>Active Life Expectancy</i>) w ubezpieczeniu od ryzyka niesamodzielności	267
Ewa Spigarska: Sprawozdawczość zakładów ubezpieczeń dla potrzeb rachunkowości i dyrektywy Wyplacalność II – podobieństwa i różnice	278
Ilona Tomaszewska, Renata Pajewska-Kwaśny: Szkody środowiskowe w świetle regulacji zawartych w dyrektywie ELD	288
Tatiana Verezubova: Doskonalenie monitorowania wypłacalności zakładów ubezpieczeń	298
Damian Walczak: Wybrane problemy dodatkowego zabezpieczenia emerytalnego rolników w Polsce	306
Stanisław Wieteska: Dylematy ubezpieczenia mienia w obiektach wielko-przestrzennych wysokiego składowania od skutków dymu pożarowego	316
Alicja Wolny-Dominiak: Loss reserving using growth curve modeling	331
Wojciech Wiśniewski: Wpływ technologii informatycznych na zmiany organizacji likwidacji szkód	338
Tomasz Zapart: Kalkulacja składki ubezpieczeniowej w ubezpieczeniach komunikacyjnych dla podmiotów gospodarczych.	348
Marta Zieniewicz: Mikroubezpieczenia szansą dla mikro- i małych przedsiębiorstw w Polsce – przykład branży transportowej	359

Summaries

Maria Balcerowicz-Szkutnik, Włodzimierz Szkutnik: Insurance sector in post-Soviet Asian states	27
Teresa H. Bednarczyk: Systemowe znaczenie sektora reasekuracyjnego	36
Krystyna Ciuman: Financialisation within the insurance sector	43
Magdalena Chmielowiec-Lewczuk: Analysis of the most important income and cost position for nonlife insurance companies from the Polish market in the time period 2009-2011	56

Andrzej Grzebieniak: The evaluation of marketing tools used by insurance companies in the process of managing the relations with clients	65
Monika Hadaś-Dyduch: Managing risk through insurance	76
Beata Jackowska: The influence of gender structure of the insured on net single premiums in life insurance	86
Beata Jackowska, Tomasz Jurkiewicz, Ewa Wycinka: SMEs' satisfaction with insurance claims settlement	97
Anna Jędrzychowska, Patrycja Kowalczyk-Rólczyńska, Ewa Poprawska: The situation on the motor insurance market in Poland against a background of the European market	109
Marcin Kawiński: Alternative dispute resolution and consumer protection within insurance market	126
Nadezda Kirillova: Ubezpieczenia dla przedsiębiorstw i gospodarstw domowych w Rosji	131
Robert Kurek: Supervisory arbitrage at the financial services market – the phenomenon identification	139
Piotr Majewski: Historic vehicles insurance	149
Marek Monkiewicz, Grażyna Sordyl, Bogusław Bamber: Alternative methods of use of the assistance fund managed by the Insurance Guarantee Fund (IGF)	163
Magdalena Mosionek-Schweda: The Altman model as a tool to predict bankruptcy of companies	175
Joanna Niżnik: The reform of pension systems in Middle Europe after the 2008 financial crisis on the example of Czech and Hungary	185
Dorota Ostrowska: Rozwój rynku gwarancji ubezpieczeniowych w Polsce w latach 2006-2012	195
Sylwia Pieńkowska-Kamieniecka: Mandatory occupational pension schemes in Europe	205
Piotr Pisarewicz: New bancassurance standards of insurance investment products and products with saving component	215
Maria Płonka: Directions of internationalization of insurance undertakings with particular emphasis on mutual insurance companies	224
Agnieszka Przybylska-Mazur: Selected statistical values in decision-making when selecting private health insurance	235
Filip Przydróżny: Communication of insurance company with the environment in trust crisis	244
Ryszard Pukała: Consequences of the Russian accession to the WTO for the Russian insurance market	255
Joanna Rutecka: Supplementary old-age pension security – basic characteristics and main factors of its growth	266
Edyta Sidor-Banaszek: Active life expectancy in a stand-alone policy	277

Ewa Spigarska: Reporting of the insurance companies for accounting purposes and the Solvency II Directive – similarities and differences	287
Ilona Tomaszewska, Renata Pajewska-Kwaśny: Impact of EU legislation on the development of environmental insurance	297
Tatiana Verezubova: Control of solvency of insurers of the Republic of Belarus	305
Damian Walczak: Some problems faced by farmers in Poland regarding additional retirement savings	315
Stanisław Wieteska: Property insurance dilemmas in high storage objects from the effects of fire smoke	330
Alicja Wolny-Dominiak: Kalkulacja rezerwy szkodowej z wykorzystaniem krzywej wzrostu	337
Wojciech Wiśniewski: Impact of IT technologies on changes of organization of claims settlement	347
Tomasz Zapart: The calculation of the insurance premium in motor insurance for business entities.	358
Marta Zieniewicz: Microinsurance as a chance for micro and small business – an example of transport industry	366

Alicja Wolny-Dominiak

University of Economics in Katowice

LOSS RESERVING USING GROWTH CURVE MODELING*

Summary: In the non-life insurance, an important position in the insurance fund is total loss reserve (IBNR). The literature proposes a wide variety of stochastic methods for estimating the loss reserve, based largely on the chain-ladder technique [Mack 1993; Mack 1999; Wüthrich, Merz 2008]. This paper presents an approach based on the estimation of the growth curve for the cumulative value of losses paid in subsequent accident years. In the case study, the total reserve estimation procedure was carried out and as an input the paid loss triangle taken from [Zhang 2010] was investigated. The calculations were performed using the R [R Core Team 2012].

Keywords: loss reserving estimation, Cape Cod method, growth curve.

DOI: 10.15611/pn.2014.342.31

1. Introduction

This article is a survey paper on the stochastic method for loss reserving (IBNR) used in non-life insurance and based on growth curve modeling. We consider the method for estimating IBNR (Incurred But Not Reported) reserves in non-life insurance based on growth curve modeling [Clark 2003] called by the author the Cape Cod method. Loss reserving is a crucial aspect of the solvency of insurance company. There is a wide variety of methods to estimate IBNR reserves proposed in literature, (see e.g. [Wüthrich, Merz 2008]), mostly using the chain-ladder technique. In this paper we investigate the method based on two-stage estimation of the expected amount of loss to emerge: the estimation of the ultimate loss by year and the estimation of the pattern of loss emergence through growth curve modeling, in which few restricted assumptions are adopted. Firstly, the method assumes that the actual incremental loss emergence follows an over-dispersed Poisson distribution and the coefficient of variance is constant. Secondly, as the pattern of loss to emerge, log-logistic and Weibull growth curves are assumed.

* This research is supported by the grant of Polish National Science Centre (nr NN 111461540).

This paper consists of an introduction and two main parts . In part 1 the Cape Cod method is presented. Part 2 includes case study in which the loss triangle taken from literature [Zhang 2010] is under consideration. For all calculations the R software is used [R Core Team 2012]. The last section presents conclusions.

2. Cape Cod method in loss reserving

In the Cape Cod method, cumulative loss amount is under consideration. Denote cumulative loss amount as Y . Consider a matrix $[y_i(t_j)]_{n \times n}$ of insurance claims which occurred in year i (accident year) and reported after t_j months in year j (development year). The elements $y_i(t_j)$ for $i + j \leq n + 1$ are observed data while $y_i(t_j)$ for $i + j > n + 1$ represent the future unobserved data. Such a matrix is called a loss triangle and has a general form.

i	t_1	...	t_{n-1}	t_n
1	$y_1(t_1)$...	$y_1(t_{n-1})$	$y_1(t_n)$
2	$y_2(t_1)$...	$y_2(t_{n-1})$	
\vdots		\ddots		
n	$y_n(t_1)$			

Figure 1. Cumulated loss triangle

Source: own study.

The reported losses are a sum of diagonal elements from the loss triangle. The aim of loss reserving is to estimate the ultimate loss Y_i for every accident i . In the Cape Cod method proposed by [Clark 2003] this estimation is done by modeling aggregate loss amount based on ultimate loss by year i and the pattern of loss emergence. This pattern shows the percentage loss development from 0% to 100% in months and is modeled by well known two-parametric growth curves $G(t_j; \overline{\omega}, \theta)$:

(i) Weibull $G_W(t_j; \overline{\omega}, \theta) = 1 - e^{-\left(\frac{t_j}{\theta}\right)^\overline{\omega}}$,

(ii) log-logistic $G_l(t_j; \overline{\omega}, \theta) = \frac{t_j^\overline{\omega}}{t_j^\overline{\omega} + \theta^\overline{\omega}}$.

Assuming some accident year i and the same pattern of loss emergence for every $i = 1, \dots, n$, the loss reserve for year i is

$$Y_i = u_i \cdot [\Delta G(t_j; \overline{\omega}, \theta)] + \xi_i, \tag{1}$$

where u_i is an ultimate loss ratio for the loss triangle and $\Delta G(t_j; \overline{\omega}, \theta) = G(t_j; \overline{\omega}, \theta) - G(t_{j-1}; \overline{\omega}, \theta)$ is the growth curve of cumulated losses with vector parameters $\overline{\omega}, \theta$. In order to estimate parameters u_i and $\overline{\omega}, \theta$ in model (1), the Maximum Likelihood (ML) is used. To find out MLE estimators \hat{u}_i and $\hat{\overline{\omega}}, \hat{\theta}$ analytically, three strict assumptions are adopted:

- (i) the loss in any period has a constant coefficient of variance $CV = \sigma^2$,
- (ii) σ^2 is known,
- (iii) incremental losses follow over-dispersed Poisson.

According to (i) and (ii) straight calculations give

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{m-p} \sum_i \frac{(y_i - \bar{y})^2}{\bar{y}}, \tag{2}$$

where m is a number of reported cumulative losses and p is a number of parameters in growth curve. The probability function of over-dispersed Poisson is defined

$$P(Y = y) = \frac{\lambda^{\frac{y}{\sigma^2}} e^{-\lambda}}{\left(\frac{y}{\sigma^2}\right)!}, \tag{3}$$

with two first moments of the form: $E(y) = \lambda\sigma^2$ and $Var(y) = \lambda\sigma^4$. Estimating parameters (3) through maximum likelihood method, the log-likelihood function is as follows:

$$l(\lambda, \sigma; y_1, \dots, y_m) = \sum_i \log \left[\frac{\lambda^{\frac{y_i}{\sigma^2}} e^{-\lambda}}{\left(\frac{y_i}{\sigma^2}\right)!} \right] = \left\{ \sum_i \frac{y_i}{\sigma^2} \log(\lambda) - \lambda - \log \left[\left(\frac{y_i}{\sigma^2}\right)! \right] \right\}. \tag{4}$$

As the parameter σ^2 is assumed to be known, function (4) is simplified to the form

$$l(\lambda; y_1, \dots, y_m) = \sum_k^m [y_k \log(\lambda) - \lambda]. \tag{5}$$

Using (1), the log-likelihood is

$$l(u_i; y_1, \dots, y_m) = \sum_k^m \left\{ y_{ik} \log [u_i \cdot \Delta G(t_j; \varpi, \theta)] - u_i \cdot \Delta G(t_j; \varpi, \theta) \right\} \tag{6}$$

Solving the equation $\frac{\partial l}{\partial u_i} = 0$, the MLE estimator \hat{u}_i is received

$$\hat{u}_i = \frac{\sum_{k=1}^m y_{ik}}{\sum_{i=1}^m [\Delta G(t_j; \varpi, \theta)]}. \tag{7}$$

Of course except \hat{u}_i , there is still a need to estimate the vector of parameters ϖ, θ . Under given \hat{u}_i and $\hat{\varpi}, \hat{\theta}$ total loss reserve under the Cape Cod method according to (1) is

$$\hat{Y} = \sum_i \hat{u}_i \cdot \Delta \hat{G}(t_j; \hat{\varpi}, \hat{\theta}). \tag{8}$$

To evaluate the total loss reserve goodness-of-fit, we propose to use $-2 \cdot l$ criterion (see (4)).

3. Case study

We analyzed the loss triangle of paid auto personal insurance taken from [Zhang 2010] of the form:

Table 1. Cumulative loss triangle

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	101 125	209 921	266 618	305 107	327 850	340 669	348 430	351 193	353 353	353 584
2	102 541	203 213	260 677	303 182	328 932	340 948	347 333	349 813	350 523	NA
3	114 932	227 704	298 120	345 542	367 760	377 999	383 611	385 224	NA	NA
4	114 452	227 761	301 072	340 669	359 979	369 248	373 325	NA	NA	NA
5	115 597	243 611	315 215	354 490	372 376	382 738	NA	NA	NA	NA
6	127 760	259 416	326 975	365 780	386 725	NA	NA	NA	NA	NA
7	135 616	262 294	327 086	367 357	NA	NA	NA	NA	NA	NA
8	127 177	244 249	317 972	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
9	128 631	246 803	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
10	126 288	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA

Source: Z. Zhang, *A general multivariate chain ladder model*, "Insurance: Mathematics and Economics" 2010, No. 46, p. 588-599.

In the first step of our estimation procedure, we assess parameters of Weibull and log-logistic growth curves as well as fitted patterns.

Table 2. Growth curve for development years (%)

Development year j	$\hat{G}_w(t)$	$\hat{G}_l(t)$	Development year j	$\hat{G}_w(t)$	$\hat{G}_l(t)$
1	99.35	90.91	6	92.23	81.08
2	98.94	89.81	7	86.93	76.32
3	98.27	88.43	8	77.69	68.77
4	97.17	86.67	9	61.09	55.24
5	95.33	84.33	10	29.44	26.22

Source: own study.

As it can be seen in Table 2, Weibull growth curve gives higher values in the early development years than log-logistics. Values for both curves are close to each other in the later development years (see Figure 2).

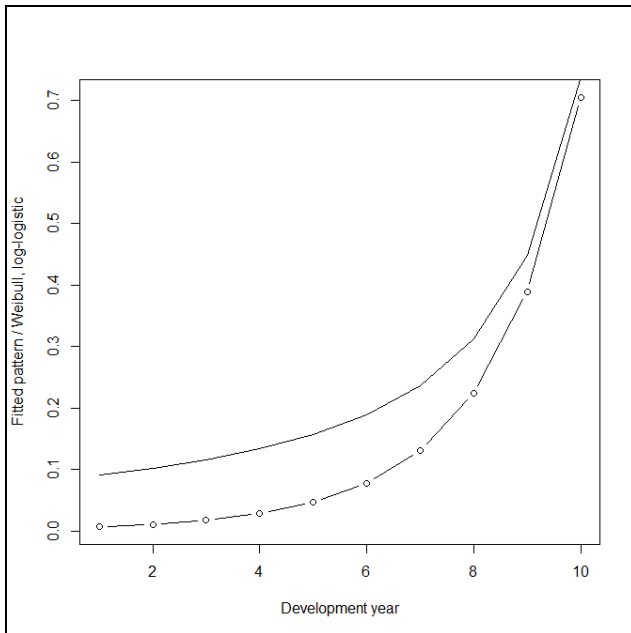


Figure 2. Plot of fitted patterns of loss emergence

Source: own study.

According to (1) and (8), the loss reserves for every accident year $i = 1, \dots, 10$ is as follows in Table 3.

Table 3. Loss reserves in accident years

<i>i</i>	Weibull curve					log-logistic curve			
	Reported losses	Ultimate losses	Estimated loss reserves	s.e.	CV	Ultimate losses	Estimated loss reserves	s.e.	CV
1	353 584	355 888	2 304	1 379	0,60	372 464	18 880	6 332	0,34
2	350 523	354 253	3 730	1 780	0,48	373 751	23 228	7 115	0,31
3	385 224	391 961	6 737	2 452	0,36	417 132	31 908	8 538	0,27
4	373 325	384 160	10 835	3 163	0,29	412 479	39 154	9 630	0,25
5	382 738	401 442	18 704	4 255	0,23	434 629	51 891	11 397	0,22
6	386 725	419 264	32 539	5 753	0,18	456 733	70 008	13 687	0,20
7	367 357	422 567	55 210	7 678	0,14	460 906	93 549	16 410	0,18
8	317 972	409 282	91 310	10 226	0,11	442 793	124 821	19 809	0,16
9	246 803	403 942	157 139	14 712	0,09	427 858	181 055	25 920	0,14
10	126 288	428 876	302 588	28 966	0,10	461 294	335 006	49 227	0,15

Source: own study.

Table 4. Total loss reserve

Growth curve	Total reported losses	Total ultimate losses	Estimated loss reserve	$-2 \cdot l$
Weibull	3 290 539	3 971 635	681 096	40.95
log-logistics	3 290 539	4 260 040	969 501	41.08

Source: own study.

The estimated parameters $\hat{\sigma}$ are $\hat{\sigma}_w^2 = 730$, $\hat{\sigma}_l^2 = 1743$. Finally, the total ultimate losses and the total loss reserve are shown in Table 4.

The fitted Weibull pattern gives definitely lower s.e. of total loss reserve and consequently the lower CV. According to this criterion the estimated total loss reserve for the loss triangle in Table 1 is $\hat{Y} = 681 096$. Figure 43 presents diagnostic plots based on standardized residuals.

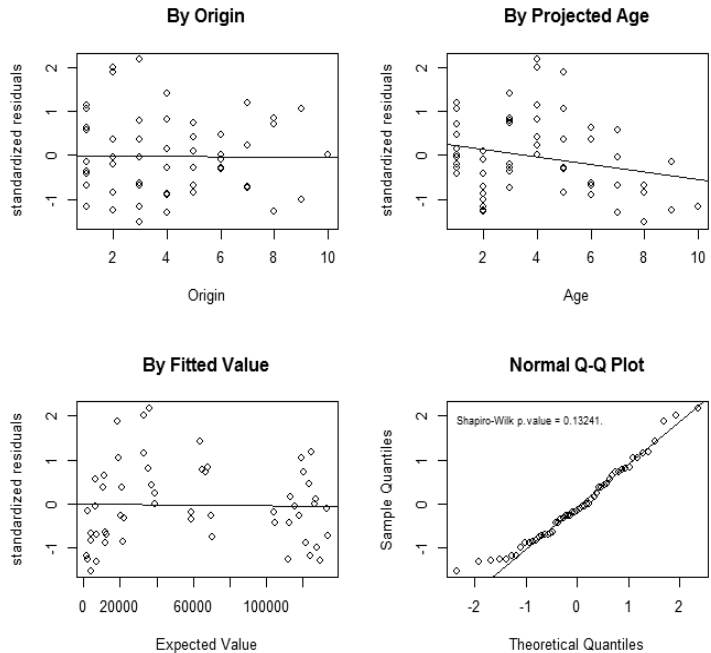


Figure 3. Diagnostic plots

Source: own study.

All diagnostic plots together demonstrate that the Weibull model is valid. The residuals appear to be randomly scattered around the line $y = 0$. However, the q-q plot suggests that the model underestimates the cumulative losses in the early development years and overestimates in later years.

4. Conclusions

As loss reserving is an important part in insurance company management, the researchers are still continuing and developing the technique of this type of estimation. The method based on growth curve modeling is a helpful alternative to methods using the chain-ladder approach. The Cape Cod method is quite a flexible method of estimation giving an opportunity for the modification e.g. the form of growth curve. In ongoing research the variability of total loss reserve is under consideration.

References

- Clark D.R., *Ldf curve-fitting and stochastic reserving: a maximum likelihood approach*, "Casualty Actuarial Society E-Forum" 2003, No. 03(Fall), p. 41-91.
- Mack T., *Distribution-free calculation of the standard error of chain ladder reserve estimates*, "ASTIN Bulletin" 1993, No. 23, p. 213-225.
- Mack T., *The standard error of chain ladder reserve estimates: Recursive calculation and inclusion of a tail factor*, "ASTIN Bulletin" 1999, No. 29(2), p. 361-366.
- R Core Team, *R: A language and environment for statistical computing*, R Foundation for Statistical Computing, Vienna 2012.
- Wüthrich M.V., Merz M., *Stochastic Claims Reserving Methods in Non-Life Insurance*, John Wiley & Sons, Hoboken 2008.
- Zhang Z., *A general multivariate chain ladder model*, "Insurance: Mathematics and Economics" 2010, No. 46, p. 588-599.

KALKULACJA REZERWY SZKODOWEJ Z WYKORZYSTANIEM KRZYWEJ WZROSTU

Streszczenie: W zakładach ubezpieczeń majątkowych istotną pozycję w funduszu ubezpieczeniowym zajmuje rezerwa z tytułu zaistniałych szkód, niezgłoszonych do dnia tworzenia rezerwy szkodowej (ozn. IBNR). W literaturze przedmiotu zaproponowano wiele różnorodnych metod stochastycznych szacowania rezerwy szkodowej, w większości bazujących na technice *chain-ladder* [Mack 1993; Mack, 1999; Wüthrich, Merz 2008]. W pracy przedstawiono podejście bazujące na szacowaniu krzywej wzrostu $G(t; \varpi, \theta)$ dla skumulowanej wartości wypłaconych odszkodowań w kolejnych okresach wypadkowych. W studium przypadku przeprowadzono procedurę estymacji całkowitej rezerwy szkodowej dla trójkąta szkód zaczerpniętego z pracy [Zhang 2010]. Obliczenia wykonano z użyciem programu R [R Core Team 2012].

Słowa kluczowe: szacowanie rezerwy szkodowej, metoda Cape Cod, krzywa wzrostu.