

**PRACE NAUKOWE**

Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu

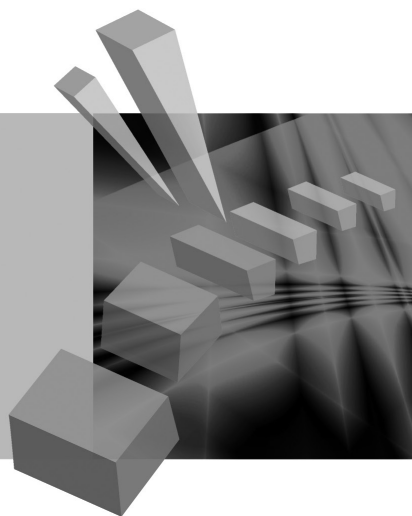
**RESEARCH PAPERS**

of Wrocław University of Economics

**279**

# Taksonomia 21

## Klasyfikacja i analiza danych – teoria i zastosowania



Redaktorzy naukowi

**Krzysztof Jajuga**

**Marek Walesiak**



Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu  
Wrocław 2013

Redaktor Wydawnictwa: Aleksandra Śliwka

Redaktor techniczny: Barbara Łopusiewicz

Korektor: Barbara Cibis

Łamanie: Małgorzata Czupryńska

Projekt okładki: Beata Dębska

Publikacja jest dostępna w Internecie na stronach:

[www.ibuk.pl](http://www.ibuk.pl), [www.ebscohost.com](http://www.ebscohost.com),

The Central and Eastern European Online Library [www.ceeol.com](http://www.ceeol.com),

a także w adnotowanej bibliografii zagadnień ekonomicznych BazEkon

[http://kangur.uek.krakow.pl/bazy\\_ae/bazekon/nowy/index.php](http://kangur.uek.krakow.pl/bazy_ae/bazekon/nowy/index.php)

Informacje o naborze artykułów i zasadach recenzowania znajdują się

na stronie internetowej Wydawnictwa

[www.wydawnictwo.ue.wroc.pl](http://www.wydawnictwo.ue.wroc.pl)

Tytuł dofinansowany ze środków Narodowego Banku Polskiego

oraz ze środków Sekcji Klasyfikacji i Analizy danych PTS

Kopiowanie i powielanie w jakiegokolwiek formie

wymaga pisemnej zgody Wydawcy

© Copyright by Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu

Wrocław 2013

**ISSN 1899-3192** (Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu)

**ISSN 1505-9332** (Taksonomia)

Wersja pierwotna: publikacja drukowana

Druk: Drukarnia TOTEM

## Spis treści

<b>Wstęp</b> .....	9
<b>Sabina Denkowska, Kamil Fijorek, Marcin Salamaga, Andrzej Sokolowski:</b> Sejm VI kadencji – maszynka do głosowania .....	11
<b>Barbara Pawelek, Adam Sagan:</b> Zmienne ukryte w modelach ekonomicznych – respecyfikacja modelu Kleina I .....	19
<b>Jan Paradysz:</b> Nowe możliwości badania koniunktury na rynku pracy .....	29
<b>Krzysztof Najman:</b> Samouczące się sieci GNG w grupowaniu dynamicznym zbiorów o wysokim wymiarze .....	41
<b>Kamila Migdał-Najman:</b> Zastosowanie jednowymiarowej sieci SOM do wyboru cech zmiennych w grupowaniu dynamicznym .....	48
<b>Aleksandra Matuszewska-Janica, Dorota Witkowska:</b> Zróżnicowanie płac ze względu na płeć: zastosowanie drzew klasyfikacyjnych .....	58
<b>Iwona Foryś, Ewa Putek-Szeląg:</b> Przestrzenna klasyfikacja gmin ze względu na sprzedaż użytków gruntowych zbywanych przez ANR w województwie zachodniopomorskim .....	67
<b>Joanna Banaś, Małgorzata Machowska-Szewczyk:</b> Klasyfikacja internetowych rachunków bankowych z uwzględnieniem zmiennych symbolicznych.....	77
<b>Marta Jaročka:</b> Wpływ metody doboru cech diagnostycznych na wynik porządkowania liniowego na przykładzie rankingu polskich uczelni .....	85
<b>Anna Zamojska:</b> Badanie zgodności rankingów wyznaczonych według różnych wskaźników efektywności zarządzania portfelem na przykładzie funduszy inwestycyjnych.....	95
<b>Dorota Rozmus:</b> Porównanie dokładności taksonomicznej metody propagacji podobieństwa oraz zagregowanych algorytmów taksonomicznych opartych na idei metody <i>bagging</i> .....	106
<b>Ewa Wędrowska:</b> Wrażliwość miar dywergencji jako mierników niepodobieństwa struktur.....	115
<b>Katarzyna Wójcik, Janusz Tuchowski:</b> Wpływ automatycznego tłumaczenia na wyniki automatycznej identyfikacji charakteru opinii konsumenckich ...	124
<b>Małgorzata Misztal:</b> Ocena wpływu wybranych metod imputacji na wyniki klasyfikacji obiektów w modelach drzew klasyfikacyjnych.....	135
<b>Anna Czapkiewicz, Beata Basiura:</b> Badanie wpływu wyboru współczynnika zależności na grupowanie szeregów czasowych .....	146
<b>Tomasz Szubert:</b> Czynniki różnicujące poziom zadowolenia z życia oraz wartości życiowe osób sprawnych i niepełnosprawnych w świetle badań „Diagnozy społecznej” .....	154

<b>Marcin Szymkowiak:</b> Konstrukcja estymatorów kalibracyjnych wartości globalnej dla różnych funkcji odległości .....	164
<b>Wojciech Roszka:</b> Szacowanie łącznych charakterystyk cech nieobserwowanych łącznie .....	174
<b>Justyna Brzezińska:</b> Metody wizualizacji danych jakościowych w programie <b>R</b> .....	182
<b>Agata Sielska:</b> Regionalne zróżnicowanie potencjału konkurencyjnego polskich gospodarstw rolnych w województwach po akcesji do Unii Europejskiej .....	191
<b>Mariusz Kubus:</b> Liniowy model prawdopodobieństwa z regularyzacją jako metoda doboru zmiennych .....	201
<b>Beata Basiura:</b> Metoda Warda w zastosowaniu klasyfikacji województw Polski z różnymi miarami odległości .....	209
<b>Katarzyna Wardzińska:</b> Wykorzystanie metody obwiedni danych w procesie klasyfikacji przedsiębiorstw .....	217
<b>Katarzyna Dębowska:</b> Modelowanie upadłości przedsiębiorstw oparte na próbach niezbilansowanych .....	226
<b>Danuta Tarka:</b> Wpływ metody doboru cech diagnostycznych na wyniki klasyfikacji obiektów na przykładzie danych dotyczących ochrony środowiska ..	235
<b>Artur Czech:</b> Zastosowanie wybranych metod doboru zmiennych diagnostycznych w badaniach konsumpcji w ujęciu pośrednim .....	246
<b>Beata Bal-Domańska:</b> Ocena relacji zachodzących między inteligentnym rozwojem a spójnością ekonomiczną w wymiarze regionalnym z wykorzystaniem modeli panelowych .....	255
<b>Mariola Chrzanowska:</b> <i>Ordinary kriging</i> i <i>inverse distance weighting</i> jako metody szacowania cen nieruchomości na przykładzie warszawskiego rynku .....	264
<b>Adam Depta:</b> Zastosowanie analizy wariancji w badaniu jakości życia na podstawie kwestionariusza SF-36v2 .....	272
<b>Maciej Beręsewicz, Tomasz Klimanek:</b> Wykorzystanie estymacji pośredniej uwzględniającej korelację przestrzenną w badaniach cen mieszkań .....	281
<b>Karolina Paradysz:</b> Benchmarkowa analiza estymacji dla małych obszarów na lokalnych rynkach pracy .....	291
<b>Anna Gryko-Nikitin:</b> Dobór parametrów w równoległych algorytmach genetycznych dla problemu plecakowego .....	301
<b>Tomasz Ząbkowski, Piotr Jałowiecki:</b> Zastosowanie reguł asocjacyjnych do analizy danych ankietowych w wybranych obszarach logistyki przedsiębiorstw przetwórstwa rolno-spożywczego .....	311
<b>Agnieszka Przedborska, Małgorzata Misztal:</b> Zastosowanie metod statystyki wielowymiarowej do oceny wydolności stawów kolanowych u pacjentów z chorobą zwyrodnieniową leczonych operacyjnie .....	321
<b>Dorota Perło:</b> Rozwój zrównoważony w wymiarze gospodarczym, społecznym i środowiskowym – analiza przestrzenna .....	331

<b>Ewa Putek-Szeląg, Urszula Gieraltowska, Analiza i diagnoza wielkości produkcji energii odnawialnej w Polsce na tle krajów Unii Europejskiej..</b>	342
--	-----

## Summaries

<b>Sabina Denkowska, Kamil Fijorek, Marcin Salamaga, Andrzej Sokolowski: VIth-term Sejm – a voting machine .....</b>	18
<b>Barbara Pawelek, Adam Sagan: Latent variables in econometric models – respecification of Klein I model .....</b>	28
<b>Jan Paradysz: New possibilities for studying the situation on the labour market .....</b>	40
<b>Krzysztof Najman: Self-learning neural network of GNG type in the dynamic clustering of high-dimensional data.....</b>	47
<b>Kamila Migdał-Najman: Applying the one-dimensional SOM network to select variables in dynamic clustering .....</b>	57
<b>Aleksandra Matuszewska-Janica, Dorota Witkowska: Gender wage gap: application of classification trees.....</b>	66
<b>Iwona Foryś, Ewa Putek-Szeląg: Spatial classification of communes by usable land traded by the APA in the Zachodniopomorskie voivodeship...</b>	76
<b>Joanna Banaś, Małgorzata Machowska-Szewczyk: Classification of Internet banking accounts including symbolic variables .....</b>	84
<b>Marta Jarocka: The impact of the method of the selection of diagnostic variables on the result of linear ordering on the example of ranking of universities in Poland.....</b>	94
<b>Anna Zamojska: Empirical analysis of the consistency of mutual fund ranking for different portfolio performance measures.....</b>	105
<b>Dorota Rozmus: Comparison of accuracy of affinity propagation clustering and cluster ensembles based on bagging idea.....</b>	114
<b>Ewa Wędrowska: Sensitivity of divergence measures as structure dissimilarity measurements .....</b>	123
<b>Katarzyna Wójcik, Janusz Tuchowski: Machine translation impact on the results of the sentiment analysis .....</b>	134
<b>Małgorzata Misztal: Assessment of the influence of selected imputation methods on the results of object classification using classification trees ...</b>	145
<b>Anna Czapkiewicz, Beata Basiura: Simulation study of the selection of coefficient depending on the clustering time series.....</b>	153
<b>Tomasz Szubert: Factors differentiating the level of satisfaction with life and the life's values of people with and without disabilities in the light of the "Social Diagnosis" survey .....</b>	162
<b>Marcin Szymkowiak: Construction of calibration estimators of totals for different distance measures .....</b>	173

<b>Wojciech Roszka:</b> Joint characteristics' estimation of variables not jointly observed.....	181
<b>Justyna Brzezińska:</b> Visualizing categorical data in $\mathbf{R}$ .....	190
<b>Agata Sielska:</b> Regional diversity of competitiveness potential of Polish farms after the accession to the European Union .....	200
<b>Mariusz Kubus:</b> Regularized linear probability model as a filter .....	208
<b>Beata Basiura:</b> The Ward method in the application for classification of Polish voivodeships with different distances.....	216
<b>Katarzyna Wardzińska:</b> Application of Data Envelopment Analysis in company classification process.....	225
<b>Katarzyna Dębowska:</b> Modeling corporate bankruptcy based on unbalanced samples .....	234
<b>Danuta Tarka:</b> Influence of the features selection method on the results of objects classification using environmental data.....	245
<b>Artur Czech:</b> Application of chosen methods for the selection of diagnostic variables in indirect consumption research.....	254
<b>Beata Bal-Domańska:</b> Assessment of relations occurring between smart growth and economic cohesion in regional dimension using panel models .....	263
<b>Mariola Chrzanowska:</b> Ordinary kriging and inverse distance weighting as methods of estimating prices based on Warsaw real estate market .....	271
<b>Adam Depta:</b> Application of analysis of variance in the study of the quality of life based on questionnaire SF-36v2 .....	280
<b>Maciej Beręsewicz, Tomasz Klimanek:</b> Using indirect estimation with spatial autocorrelation in dwelling price surveys.....	290
<b>Karolina Paradysz:</b> Benchmark analysis of small area estimation on local labor markets .....	300
<b>Anna Gryko-Nikitin:</b> Selection of various parameters of parallel evolutionary algorithm for knapsack problems .....	310
<b>Tomasz Ząbkowski, Piotr Jałowiecki:</b> Application of association rules for the survey of data analysis in the selected areas of logistics in food processing companies .....	320
<b>Agnieszka Przedborska, Małgorzata Misztal:</b> Using multivariate statistical methods to assess the capacity of the knee joint among the patients treated surgically for osteoarthritis .....	330
<b>Dorota Perło:</b> Sustainable development in the economic, social and environmental dimensions – spatial analysis.....	341
<b>Ewa Putek-Szeląg, Urszula Gieraltowska:</b> Analysis and diagnosis of the volume of renewable energy production in Poland compared to EU countries .....	352

**Mariola Chrzanowska**

Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie

---

***ORDINARY KRIGING  
I INVERSE DISTANCE WEIGHTING  
JAKO METODY SZACOWANIA  
CEN NIERUCHOMOŚCI  
NA PRZYKŁADZIE WARSZAWSKIEGO RYNKU***

---

**Streszczenie:** Jednym z czynników silnie determinujących cenę jest lokalizacja. Liczne badania literaturowe [Basu, Thibodeau 1999; Anselin, Le Gallo 2006] wskazują, że na rynku nieruchomości występuje grupowanie nieruchomości o podobnej wartości cenowej (dodatnia autokorelacja przestrzenna). A zatem zasadne wydaje się uwzględnienie lokalizacji przy modelowaniu ceny. W pracy przedstawiono propozycje przestrzennego modelowania cen nieruchomości warszawskich. Interpolacja danych zawartych w próbie pozwoliła zaprezentować na mapie rozkład cen nieruchomości w Warszawie. W badaniu wykorzystano dwie metody geostatystyczne: *ordinary kriging* i *inverse distance weighting*.

**Słowa kluczowe:** *kriging*, *inverse distance weighting*, nieruchomości, geostatystyka.

## 1. Wstęp

Wycena nieruchomości jest procesem, który można analizować za pomocą metod ilościowych. Pomimo że jest to postępowanie uregulowane zarówno w zakresie standardów zawodowych rzeczoznawcy majątkowego, jak i przepisami prawa, wciąż wiele problemów pozostaje niewyjaśnionych. Ceny nieruchomości są determinowane wieloma czynnikami społecznymi, ekonomicznymi, prawnymi i fizycznymi. Ta wielowymiarowość informacji powoduje, że w sferze badań naukowych wciąż nierozstrzygnięte pozostaje pytanie, jak oszacować wartość nieruchomości, aby była jak najmniej nacechowana subiektywną oceną rzeczoznawcy majątkowego. Na rynkową cenę nieruchomości wpływa wiele czynników, w tym techniczne, rynkowe i użytkowe. Badania literaturowe [Kucharska-Stasiak 2008; Wiśniewska 2011] wskazują, że kluczowym elementem wpływającym na cenę jest lokalizacja nieruchomości. Wydaje się zatem zasadne do wyceny nieruchomości wprowadzenie modeli, które będą uwzględniać zależności przestrzenne.

Wycena nieruchomości wymaga rzetelnej analizy rynku. Ze względu na powiązania ekonomiczne wskazane jest badanie zarówno rozkładu zmiennych (branych

pod uwagę przy wycenie), jak i ich współzależności oraz analiza dynamiki. Do określenia wyceny nieruchomości można wykorzystać modele zarówno statystyczne, jak i ekonometryczne. Szczególną rolę w ostatnich latach zyskują metody z zakresu geostatystyki, uwzględniające interakcje przestrzenne. W niniejszej pracy porównano dwie metody – *ordinary kriging* oraz metodę *inverse distance weighting* jako przykładowe podejścia mogące służyć do szacowania cen nieruchomości na przykładzie warszawskiego, wtórnego rynku nieruchomości.

Problem przestrzennej analizy nieruchomości był podejmowany przez różnych autorów. Modelowanie cen nieruchomości za pomocą *inverse distance weighting* (metody średniej ważonej odwrotnością odległości), *ordinary kriging* (krigingu zwykłego) oraz innych metod znaleźć można w pracach [Montero, Larraz 2011; Cellmer 2010]. Zastosowania metod geostatystycznych do modelowania rynku nieruchomości znaleźć również można w pracach [Anselin 2004; Anselin, Le Gallo 2006].

Metody: *inverse distance weighting* oraz *ordinary kriging* do oszacowania nieznanego wartości parametru w danym punkcie wymagają określenia sąsiedztwa tego punktu. Sąsiedztwo jest definiowane jako pewien obszar wokół danego punktu. Do oszacowania nieznanego wartości badanej zmiennej w tym punkcie niezbędne są znane (zbadane) wartości tej zmiennej w punktach znajdujących się w obrębie sąsiedztwa. Idea metody ważonej odwrotności odległości opiera się na założeniu, że nieznaną wartość zmiennej w punkcie niebędącym punktem poboru próbki jest równa średniej ważonej z wartości tej zmiennej (w punktach znajdujących się w pobliżu). Szczegółowy opis metody znaleźć można m.in. w pracach: [Cellmer 2010; Montero, Larraz 2011; Kulczycki, Ligas 2007; Cichociński 2007].

W metodzie *ordinary kriging* zamiast pojedynczej wartości szacunkowej obliczany jest rozkład możliwych wartości. Pozwala to modelować poziom niepewności wynikający z różnic między szacunkami a prawdziwymi (ale nieznanymi) wartościami zmiennej występującymi w tych punktach. Metoda *ordinary kriging* umożliwia budowę prognozy parametrów na bazie znajomości struktury zmienności badanego zjawiska. Informacji na temat tej struktury dostarczają wariogramy. Funkcje te przedstawiają wartości zmiennej (ceny za m<sup>2</sup>) w zależności od odległości pomiędzy nimi. Wyznaczone wartości wariogramu aproksymuje się za pomocą modeli geostatystycznych (wybranych funkcji analitycznych). Obliczone wartości teoretyczne wykorzystuje się do wyznaczenia współczynników wagowych przypisywanych poszczególnym obserwacjom podczas analizy. Należy jednak pamiętać, że wiarygodność wariogramu zależy od doboru próby oraz jej liczebności. Wariogramy sporządzane w warunkach skrajnie nieregularnego rozmieszczenia informacji mogą powodować jej przekłamanie. Szczegółowy opis wariogramu oraz metody *kriging* znaleźć można w: [Cellmer 2010; Montero, Larraz 2011; Bivand i in. 2011].

Podczas interpolacji metodami geostatystycznymi należy pamiętać o odpowiednim doborze izolinii na mapie. Zbyt mała liczba tych warstwiczek prawda zwiększa czytelność mapy, ale może powodować przekłamanie informacji.



## 2. Materiał badawczy

Badaniem objęto 500 mieszkań pochodzących z warszawskiego wtórnego rynku mieszkaniowego. Udostępnione przez rzeczoznawcę majątkowego dane dotyczą transakcji kupna-sprzedaży lokali mieszkalnych. Analizowana baza danych zawiera następujące informacje: cena sprzedaży; powierzchnia użytkowa; lokalizacja lokalu; liczba pokoi; liczba kondygnacji; data przeprowadzonej transakcji. Ze względu na cel badania zdecydowano się na analizę cen mieszkań 2-3-pokojowych o powierzchni od 35 m<sup>2</sup> do 75 m<sup>2</sup>. Podczas analizy wykorzystano wyłącznie nieruchomości z wtórnego rynku. Badania obejmowały okres od stycznia do sierpnia 2008 r.

## 3. Warszawa i warszawski rynek nieruchomości

Warszawski rynek nieruchomości jest postrzegany jako atrakcyjny przez inwestorów zarówno krajowych, jak i zagranicznych. Ta atrakcyjność rynku przekłada się na ceny nieruchomości, które są najwyższe w kraju. Szczegółowa analiza danych przestrzennych (II kwartał 2008 r.) wtórnego rynku nieruchomości (rys. 1) potwier-



**Rys. 1.** Ofertowe ceny nieruchomości na warszawskim rynku wtórnym w II kwartale 2008 r.

Źródło: opracowanie własne na podstawie: Raportu Szybko.pl i Expandera z wykorzystaniem mapy ze strony spog.pl.

działa, że lokalizacja jest czynnikiem silnie determinującym średnią cenę mieszkań w Warszawie. Najdroższą dzielnicą było Śródmieście, gdzie średnia cena za metr na rynku wtórnym wynosiła 11 528 zł. Nieco niższą wartość osiągnęły mieszkania w sąsiedztwie Śródmieścia na Mokotowie (9700 zł) oraz na Żoliborzu (9618 zł). Najniższą średnią cenę za m<sup>2</sup> (6649zł) zanotowano dla dzielnic: Wesoła (6671 zł) oraz Rembertów (6680 zł). Warto również zauważyć, że średnia cena za m<sup>2</sup> lewo-brzeżnych dzielnic Warszawy była wyższa niż w dzielnicach prawobrzeżnych.

#### 4. Opis badania

Badanie podzielone zostało na cztery etapy. W pierwszym etapie przeprowadzono wstępną analizę bazy danych. W kolejnym kroku za pomocą wariogramu oraz statystyki globalnej *I* Morana zbadano interakcje przestrzenne pomiędzy poszczególnymi lokalami. Następnie dokonano interpolacji przestrzennej cen analizowanych nieruchomości przy użyciu metody *ordinary kriging*. W kolejnym etapie badań, wykorzystując *inverse distance weighting* 98, zbudowano przestrzenny model cen lokali. Badanie kończy omówienie otrzymanych wyników.

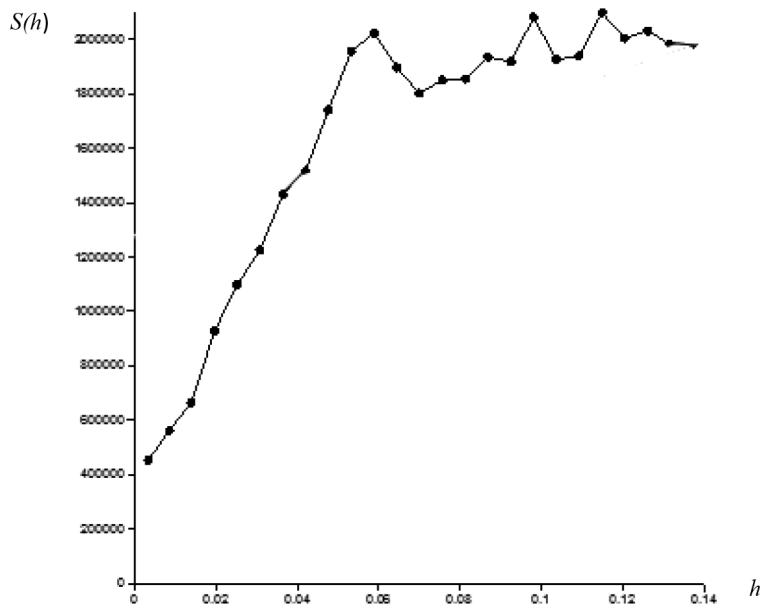
#### 5. Wyniki badań

Podczas wstępnej analizy badań z bazy usunięto 9 obiektów o tej samej lokalizacji. Następnie przeprowadzono statystyczną analizę danych źródłowych. Z przeprowadzonych analiz wynika, że najliczniejszą grupę reprezentują nieruchomości z dzielnicy Mokotów (53 obiekty). Najmniejszy udział w próbie zanotowano dla dzielnic: Rembertów, Wesoła (po 9 mieszkań), Wawer (10), Wilanów (6). Należy jednak podkreślić, że Wawer, Wesoła i Rembertów to dzielnice, gdzie zazwyczaj występuje jedynie symboliczny odsetek lokali mieszkalnych. W tych okolicach dominuje budownictwo jednorodzinne lub szeregowe. Z kolei w 2008 r. budownictwo wielorodzinne na Wilanowie dopiero się rozwijało i dlatego w tym rejonie również liczba oferowanych mieszkań jest niewielka.

Podczas wstępnej analizy wyznaczono również średnią cenę zł za m<sup>2</sup> w badanej próbie. Statystyczna analiza bazy danych potwierdziła hipotezę, że najdroższą dzielnicą Warszawy jest Śródmieście, gdzie średnia cena za metr na rynku wtórnym wynosi 10 385,90 zł. Kolejną dzielnicą z wysokim poziomem cen za m<sup>2</sup> jest Wilanów (10 085 zł). W analizowanej próbie mieszkania w dzielnicach sąsiadujących ze Śródmieściem, tj. na Mokotowie oraz na Żoliborzu, osiągają średnią cenę odpowiednio 9700 zł/m<sup>2</sup> oraz 9618 zł/m<sup>2</sup>. Najniższą średnią cenę za m<sup>2</sup> zanotowano dla dzielnicy Wesoła (6671 zł) oraz w dzielnicy Rembertów (6680 zł).

W celu wyznaczenia autokorelacji przestrzennej obliczono globalną statystykę *I* Morana oraz zbudowano wariogram empiryczny. Statystyka *I* Morana dla analizowanych danych wynosiła 0,37 i świadczy o występowaniu dodatniej autokorelacji przestrzennej. Innymi słowy w badanym zbiorze występują grupy (klastry) nieru-

chomości o zbliżonej (podobnej) cenie za m<sup>2</sup>. Występowanie autokorelacji przestrzennej potwierdza również przebieg wariogramu empirycznego (rys. 2). Wartość (zaznaczonej na osi Y) wariancji  $s(h)$  wzrasta wraz ze wzrostem (zaznaczonej na osi X) odległości  $h$  pomiędzy analizowanymi lokalami mieszkalnymi.



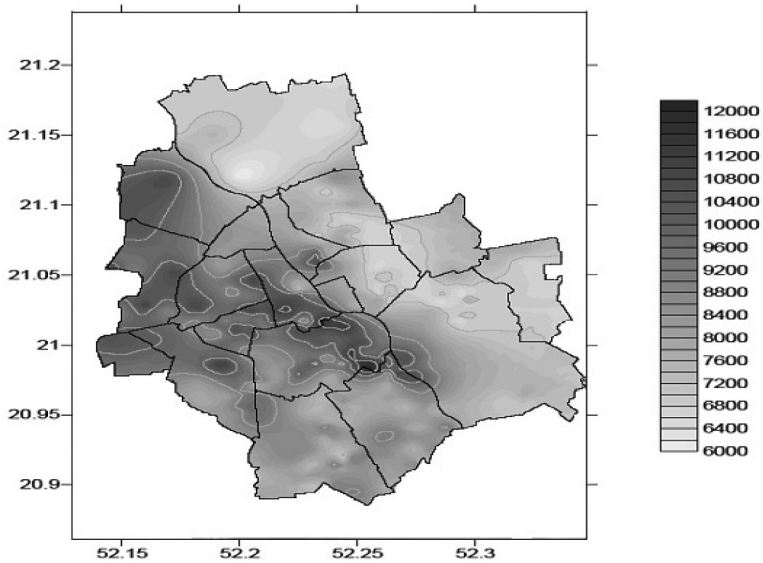
Rys. 2. Wariogram empiryczny cen transakcyjnych

Źródło: opracowanie własne na podstawie wyników z programu *Surfer 6.0*.

Na podstawie analizowanych danych oraz określonego modelu teoretycznego wariogramu za pomocą metody *ordinary kriging* przeprowadzono przestrzenną interpolację ceny za m<sup>2</sup> w Warszawie. Rezultaty obliczeń przedstawiono na rys. 3. W wyniku interpolacji uzyskano strefy o tym samym poziomie ceny za m<sup>2</sup>. Zgodnie z oczekiwaniami najwyższe wartości zanotowano w dzielnicach Śródmieście i Mokotów. Najniższe wartości zanotowano dla dzielnic: Białołęka, Targówek, Rembertów, Wesoła.

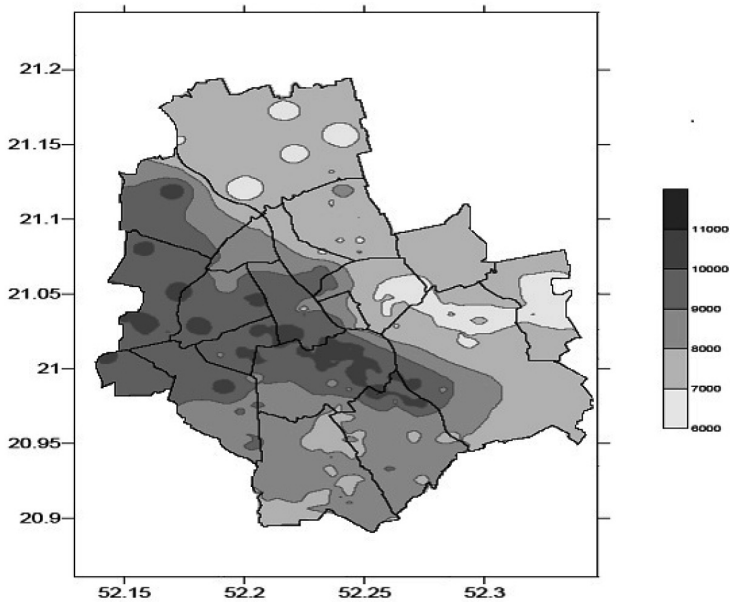
Dodatkowo na mapie można dostrzec wyraźny podział między prawo- i lewobrzeżną częścią stolicy. Ze względu na duże utrudnienia komunikacyjne nieruchomości w prawobrzeżnej części stolicy są istotnie tańsze.

W wyniku interpolacji cen nieruchomości metodą *inverse distance weighting* uzyskano strefy o tym samym poziomie. Tak jak w poprzednim etapie badania Śródmieście i Mokotów to dzielnice najdroższe. W tym regionie przeważają mieszkania o cenie 9-10 tys. zł/m<sup>2</sup>. Podobne wielkości cenowe zauważyć można w dzielnicach Wola i Ochota. Z analizy rys. 4. wynika również, że w dzielnicach Ursus i Bemowo



Rys. 3. Interpolacja przestrzenna cen nieruchomości za pomocą metody *ordinary kriging*

Źródło: opracowanie własne na podstawie wyników z programu *Surfer 6.0*.



Rys. 4. Interpolacja przestrzenna cen nieruchomości za pomocą metody *inverse distance weighting*

Źródło: opracowanie własne na podstawie wyników z programu *Surfer 6.0*.

(sypialnie Warszawy) pojawiły się strefy cen z przedziału 9-10 tys. Jest to prawdopodobnie spowodowane dużą liczbą nowych mieszkań oferowanych w tym rejonie. Nietypową sytuację można zaobserwować, analizując dzielnicę Wawer. Na terenie tej dzielnicy znajdują się zarówno mieszkania o cenie około 10 tys. za m<sup>2</sup> jak i mieszkania z przedziału 6-7 tys.

Interpolacja ceny metodą *inverse distance weighting* pozwala dostrzec wyraźny podział między prawo- i lewobrzeżną częścią stolicy. Najniższe wartości cenowe zanotowano dla dzielnic Białołęka, Targówek, Rembertów. Tu dominują te z zakresu 6-8 tys. zł za m<sup>2</sup>.

## 6. Podsumowanie

Przestrzenna analiza cen warszawskiego rynku nieruchomości potwierdziła jego różnorodność. Podstawowym podziałem tego rynku wydaje się podział na prawo- i lewobrzeżną Warszawę. Ceny nieruchomości dla prawobrzeżnej części stolicy są istotnie niższe w stosunku do lewobrzeżnej części Warszawy, prawdopodobnie ze względu na duże utrudnienia komunikacyjne.

Wadą prezentowanego badania jest stosunkowo niewielka liczba obiektów (500 nieruchomości) wykorzystanych w interpolacji oraz nierównomierne rozłożenie punktów w przestrzeni. Czynniki te mogą wpływać na niedokładność interpolacji szczególnie w dzielnicach Rembertów, Wesoła, Wawer i Wilanów.

Analizując przedstawione rezultaty, należy stwierdzić, że bardziej użyteczną metodą jest *kriging*. Interpolacja tą metodą pozwoliła na bardziej precyzyjną prezentację estymowanych cen na mapie.

Zasadniczą wadą prezentowanych metod jest założenie, że wpływ odległości na analizowane obiekty jest ciągły i zachodzi jednocześnie we wszystkich kierunkach. Innymi słowy, zakłada się, że przestrzenna zmiana wartości cen ma charakter ciągły i może być reprezentowana poprzez izolinie z procesu interpolacji. W ten sposób prezentowane metody nie uwzględniają innych aspektów wpływających na cenę (np. hałasu, utrudnień komunikacyjnych, bliskości obiektów przemysłowych). Badania literaturowe potwierdzają jednak, że te czynniki mogą być modelowane za pomocą klasycznych metod statystycznych.

Choć rozkład cen nieruchomości nie jest równomierny i jednolity, tak jak przedstawiają mapy zbudowane przy użyciu prezentowanych metod, wydaje się, że metody te powinny być stosowane zwłaszcza podczas wstępnej analizy danych. Znajomość przestrzennego rozkładu cech ułatwia efektywne podejmowanie decyzji w wielu dziedzinach o charakterze przestrzennym (w tym urbanizacji czy też zagospodarowania przestrzennego). Podobne wnioski sformułowano w pracach [Cellmer 2010; Cichociński 2007].

Zastosowane metody geostatystyczne pozwalają oszacować cenę nieruchomości na podstawie jej lokalizacji w każdym punkcie mapy. Dodatkowo określony w ten sposób rozkład zakłada ciągłość zmian ceny w analizowanym obszarze. Wydaje się

zatem, że zasadna jest (zwłaszcza w erze GIS) popularyzacja tych metod wśród osób związanych z analizą nieruchomości.

## Literatura

- Anselin L. [2004], *Advances in Spatial Econometrics*, Springer, Berlin.
- Anselin L., Le Gallo J. [2006], *Interpolation of air quality measures in hedonic house price models: spatial aspects*, "Spatial Economic Analysis", vol. 1, no. 1, s. 31-52.
- Bivand R., Edzer J., Gomez-Rubio V. [2011], *Applied Spatial Data Analysis with R*, Springer.
- Basu S., Thibodeau T.G. [1999], *Analysis of spatial autocorrelation in housing prices*, "Journal of Real Estate Finance and Economics", no. 17, s. 61-85.
- Cellmer R. [2010], *The use of spatial Interpolation methods for analyzing the worth of land zoned for housing development*, "Geomatics and Environmental Engineering", vol. 4, nr 3, s. 19-33.
- Cellmer R., Kuryj J. [2011], *Określanie stref o podobnej cenności gruntów z wykorzystaniem metod geostatystycznych*, „Studia i Materiały TNN”, vol. 15, nr 3-4.
- Cichociński P. [2007], *Zastosowanie metod kartograficznych i geostatystycznych do wstępnej analizy rynku nieruchomości*, „Studia i Materiały TNN”, vol. 15, nr 3-4.
- Kucharska-Stasiak E. [2008], *Nieruchomość w gospodarce rynkowej*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Kulczycki M., Ligas M. [2007], *Zastosowanie analizy przestrzennej do modelowania danych pochodzących z rynku*, Studia i Materiały TNN” vol. 15, nr 3-4.
- Montero J.M., Larraz B. [2011], *Interpolation methods for geographical data: housing and commercial establishment market*, "Journal of Real Estate Research", vol. 33, nr 2, s. 233-245.
- Namysłowska-Wilczyńska B. [2006], *Geostatystyka – teoria i zastosowanie*, Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej, Wrocław.
- Wiśniewska M.A. [2011], *Inwestowanie w nieruchomości na rynkach międzynarodowych*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.

## ORDINARY KRIGING AND INVERSE DISTANCE WEIGHTING AS METHODS OF ESTIMATING PRICES BASED ON WARSAW REAL ESTATE MARKET

**Summary:** The location is one of the factors that strongly determine the price. Numerous studies in literature [Basu, Thibodeau 1999; Anselin, Le Gallo 2006] indicate positive spatial autocorrelation grouping of estates on the market (next to each other there are properties of similar value pricing). Therefore it seems reasonable to take location into account when modeling the price. The paper presents proposals for spatial modeling in real estate prices in Warsaw. The interpolation of prices contained in the trial allowed to show the distribution of real estate prices in Warsaw on the map. The study used two geostatistical methods (kriging and inverse distance weighting).

**Keywords:** kriging, inverse distance weighting, real estate, geostatistics.