

POLITECHNIKA OPOLSKA
WYDZIAŁ ELEKTROTECHNIKI, AUTOMATYKI I INFORMATYKI

MGR INŻ. TOMASZ GARBIEC

**ANALIZA EFEKTÓW KRAŃCOWYCH
W WIRNIKU MASYWNYM SILNIKA
INDUKCYJNEGO WYSOKOOBROTOWEGO**



PRACA DOKTORSKA

PROMOTOR:

DR HAB. INŻ. M. JAGIEŁA - PROF. PO

Autor jest stypendystą projektu *Stypendia doktoranckie - inwestycja w kadrę naukową województwa opolskiego* współfinansowanego przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Opole 2013

*Autor składa serdeczne podziękowania
Dr hab. inż. Mariuszowi Jagiele, Profesorowi Politechniki Opolskiej
za okazaną życzliwość i udzielone cenne rady
oraz Dyrekcji Fabryki Silników Elektrycznych Besel S. A. za udzielone
w czasie przygotowywania pracy wsparcie*

Spis treści

	Ważniejsze oznaczenia	5
1.	Wstęp	9
	1.1. Wprowadzenie	10
	1.2. Stan wiedzy	18
	1.3. Cele i teza pracy	24
	1.4. Zakres pracy	25
2.	Modele matematyczne	27
	2.1. Uwagi ogólne	28
	2.2. Równania Maxwella dla pól harmoniczych	29
	2.3. Równania modeli matematycznych	31
	2.3.1. Wyznaczenie współczynnika efektu krańcowego wirnika metodą numeryczną	31
	2.3.2. Wyznaczenie charakterystyk eksploatacyjnych	36
	2.3.2.1. Równania polowo-obwodowego modelu maszyny	36
	2.3.2.2. Uwzględnienie strat	38
	2.3.3. Dyskretna postać równań modeli do obliczeń współczynnika efektu krańcowego	44
	2.3.3.1. Uwagi ogólne	44
	2.3.3.2. Opis form geometrycznych trójwymiarowego elementu równoległościennego	46
	2.3.4. Dyskretyzacja równań modelu polowo-obwodowego	52
3.	Model fizyczny maszyny i metody pomiaru jej charakterystyk eksploatacyjnych	56
	3.1. Model fizyczny maszyny.	57
	3.1.1. Parametry konstrukcyjne	57
	3.1.2. Charakterystyki magnesowania oraz stratności blach	60
	3.2. Stanowisko pomiarowe	62
	3.3. Pomiar charakterystyk eksploatacyjnych	64
	3.3.1. Pośrednia metoda wyznaczania momentu elektromagnetycznego	64
	3.3.2. Pomiar wartości skutecznej prądu fazowego stojana i współczynnika mocy	67
4.	Wyniki obliczeń	74
	4.1. Uwagi ogólne	75
	4.2. Współczynniki efektu krańcowego	75
	4.3. Wpływ współczynnika efektu krańcowego na charakterystyki eksploatacyjne maszyny	85

5.	Wpływ wybranych parametrów konstrukcyjnych wirnika na efekt krańcowy oraz charakterystyki eksploatacyjne maszyny	120
5.1.	Uwagi ogólne	121
5.2.	Wyniki obliczeń	121
5.2.1.	Wpływ wybranych parametrów konstrukcyjnych na współczynnik efektu krańcowego	121
5.2.2.	Wpływ wybranych parametrów konstrukcyjnych na charakterystyki eksploatacyjne maszyny	122
6.	Podsumowanie	137
	Literatura	141
	Załącznik	152

Ważniejsze oznaczenia

\underline{A}	zespolony magnetyczny potencjał wektorowy,
\underline{A}_z	składowa zespolonego magnetycznego potencjału wektorowego w kierunku osi z,
\underline{B}	zespolony wektor indukcji magnetycznej,
B_0	amplituda indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej maszyny,
\underline{B}_n	składowa zespolonego wektora indukcji magnetycznej w kierunku normalnym do rozważanej powierzchni lub krawędzi,
\underline{D}	zespolony wektor indukcji elektrycznej,
D	średnica zewnętrzna wirnika,
D_w	średnica wewnętrzna wirnika,
d_b	grubość blachy stojana,
\underline{E}	zespolony wektor natężenia pola elektrycznego,
\underline{E}_z	składowa zespolonego wektora natężenia pola elektrycznego w kierunku osi z,
$\underline{\mathcal{E}}_{mq}$	zespolona amplituda napięcia indukowanego w uzwojeniu pasma fazowego q , ($q = a, b, c$),
f	częstotliwość,
\underline{H}	zespolony wektor natężenia pola magnetycznego,
H_m	amplituda natężenia pola magnetycznego,
\underline{H}_t	składowa zespolonego wektora natężenia pola magnetycznego w kierunku stycznym do rozważanej powierzchni lub krawędzi,
h	głębokość nacięć w wirniku z osiowymi nacięciami powierzchni,
\underline{I}_{mq}	zespolona amplituda prądu fazy q , ($q = a, b, c$),
I_q	wartość skuteczna prądu fazy q , ($q = a, b, c$),
i_q	wartość chwilowa prądu w fazie q , ($q = a, b, c$),
\underline{J}	zespolony wektor gęstości prądu elektrycznego,
\underline{J}_E	zespolony wektor gęstości prądu indukowanego,
\underline{J}_{Ez}	składowa zespolonego wektora gęstości prądu indukowanego w kierunku osi z,
\underline{J}_S	zespolony wektor gęstości prądów wymuszonych,
\underline{J}_{Sz}	składowa zespolonego wektora gęstości prądów wymuszonych w kierunku osi z,
k_e	współczynnik efektu krańcowego,
$k_{e\sigma}$	współczynnik efektu krańcowego związany z σ -tą harmoniczną indukcji magnetycznej,
L_e	sumaryczna indukcyjność połączeń czołowych cewek tworzących pasmo fazowe,
ℓ_e	długość obszaru wirnika znajdującego się poza obwodem magnetycznym stojana,
ℓ_z	długość obszaru wirnika odpowiadającego długości obwodu magnetycznego stojana,
\underline{N}	wektor funkcji kształtu elementu skończonego,
\underline{n}	jednostkowy wektor prostopadły do rozważanej powierzchni,
n	prędkość obrotowa,

n_z	liczba szeregowo połączonych zwojów w cewce,
P_1	moc pobierana ze źródła zasilania,
P_{2D}	moc wydzielana w wirniku bez uwzględnienia wpływu efektu krańcowego,
ΔP_{2D}	moc wydzielana w pojedynczym elemencie bez uwzględnienia wpływu efektu krańcowego,
P_{3D}	moc wydzielana w wirniku przy uwzględnieniu wpływu efektu krańcowego,
ΔP_{3D}	moc wydzielana w pojedynczym elemencie przy uwzględnieniu wpływu efektu krańcowego,
P_{mec}	moc mechaniczna,
p	liczba par biegunów,
p_{Fe}	gęstość strat mocy w pakietowanych elementach obwodu magnetycznego stojana,
Q_s	liczba żłobków stojana,
Q_w	liczba boków cewek tworzących pojedyncze pasmo fazowe uzwojenia,
R_s	rezystancja pasma fazowego,
\mathbf{r}	wektor wodzący,
r_{av}	średni promień wirnika,
r_0	promień okręgu, na którym zadano warunek brzegowy modelujący rozkład podstawowej harmonicznej indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej maszyny,
s	poślizg związany z podstawową harmoniczną rozkładu pola ,
s_ν	poślizg związany z polem wirującym pochodzącym od ν - tej harmonicznej,
S_M	powierzchnia przekroju poprzecznego wirnika w połowie jego długości,
S_P	powierzchnia przekroju poprzecznego cewki,
T_e	moment elektromagnetyczny,
t	czas,
U_{DC}	napięcie na stopniu pośredniczącym przekształtnika,
\underline{U}_{mq}	zespolona amplituda napięcia zasilającego fazę q , ($q = a, b, c$),
U_q	wartość skuteczna napięcia zasilającego fazę q , ($q = a, b, c$),
u_q	wartość chwilowa napięcia zasilającego fazę q , ($q = a, b, c$),
\underline{V}_e	zespolony elektryczny potencjał skalarny,
V_S	objętość obwodu magnetycznego blach stojana,
ν	rzęd harmonicznej,
α_q	współczynnik równy ± 1 , w zależności od zwrotu wektora gęstości prądu w stosunku do osi z układu współrzędnych,
γ	konduktywność elektryczna,
γ_{Fe}	konduktywność elektryczna blachy stojana,
$\hat{\gamma}$	efektywna konduktywność elektryczna,
η	współczynnik sprawności,

μ_0	przenikalność magnetyczna próżni,
$\hat{\mu}$	efektywna przenikalność magnetyczna,
μ_{DC}	przenikalność magnetyczna przy stałym natężeniu pola magnetycznego,
ψ	kąt przestrzenny (współrzędna kierunkowa),
ξ_q	współczynnik mocy fazy q , ($q = a, b, c$),
$\underline{\rho}$	zespolona gęstość ładunku elektrycznego,
ρ_{Fe}	gęstość masy blachy stojana,
τ	podziałka biegunowa,
Ω_M	obszar wirnika masywnego,
$j = \sqrt{-1}$	jednostka urojona,
∇	operator Hamiltona,
$\nabla \times$	operator rotacji,
$\nabla \cdot$	operator divergencji.

Rozdział 1

Wstęp

1.1. Wprowadzenie

W ostatnich latach obserwowane jest duże zainteresowanie problematyką napędów wykorzystujących wysokoobrotowe maszyny elektryczne. Jest to rezultatem ciągłego dążenia do obniżenia kosztów użytkowania energii elektrycznej, co jest możliwe zwłaszcza poprzez racjonalizację jej zużycia przez napędy przemysłowe [87]. Maszyny wysokoobrotowe są wykorzystywane do napędzania układów pracujących ze znamionową prędkością od kilkunastu do 300 tysięcy obrotów na minutę. Przykładami takich układów są wentylatory, żyroskopy, pompy płynów, turbiny i kompresory gazu, pompy próżniowe, wirówki do separacji zawiesin lub obrabiarki mechaniczne [17, 32, 45, 87]. Potrzeba zastosowania wysokiej prędkości obrotowej wynika zarówno z zasady działania tych urządzeń jak również z chęci poprawy ich warunków pracy. Dla przykładu, sprawność niektórych rodzajów pomp i kompresorów gazu rośnie wraz ze wzrostem prędkości obrotowej [56]. Wykorzystanie w tego typu napędach konwencjonalnego silnika elektrycznego wymaga zastosowania przekładni, z użyciem której związane są dodatkowe koszty, straty mocy oraz problemy eksploatacyjne. Alternatywą dla przekładni jest użycie napędu bezpośredniego z silnikiem wysokoobrotowym. Dzięki zastosowaniu tego typu maszyny, możliwym staje się uniknięcie strat związanych z pracą przekładni, a także kosztów wynikających z konieczności przeprowadzania jej napraw i konserwacji [4, 46]. Kolejnym ważnym argumentem przemawiającym za użyciem maszyny wysokoobrotowej jest możliwość znacznego zmniejszenia rozmiarów całego zespołu napędowego, ze względu na mniejsze, w porównaniu z silnikami wolnobieżnymi (za które należy uznać maszyny pracujące z prędkością obrotową do 3000 obr/min) o tej samej mocy, wymiary geometryczne samej maszyny [8, 87, 112].

Zwiększenie granicznej prędkości obrotowej z jaką mogą pracować współcześnie konstruowane maszyny elektryczne stało się możliwe dzięki:

- poprawie parametrów blach elektrotechnicznych stosowanych do budowy obwodów magnetycznych i wprowadzenie nowych materiałów o bardzo niskich stratnościach jednostkowych takich jak materiały amorficzne [12, 87, 96],
- zmniejszeniu kosztów i poprawie parametrów elementów półprzewodnikowych [78, 87],
- dostępności i obniżeniu kosztów produkcji materiałów paramagnetycznych zwiększających wytrzymałość obwodu magnetycznego wirnika na działanie siły odśrodkowej, takich jak włókno węglowe oraz stopy tytanu i tantalu [14, 114],
- poprawie jakości łożysk tocznych i dostępności łożysk bezkontaktowych (magnetycznych, hydro- i aerodynamicznych) [87],
- rozwojowi metod projektowania oraz opartych na nich narzędzi komputerowych [24, 36, 54, 77, 87].

Pomimo ciągłego postępu w inżynierii materiałowej i technice obliczeniowej, zaprojektowanie i wykonanie maszyny elektrycznej mogącej prawidłowo i bezawaryjnie pracować

w wysokoobrotowych układach napędowych, do dnia dzisiejszego, pozostaje bardzo trudnym zadaniem. Ze względu na obciążenia mechaniczne oraz potrzebę odprowadzania dużej mocy cieplnej, zasady projektowania i konstruowania takich maszyn odbiegają od zasad stosowanych dla maszyn konwencjonalnych. Oprócz projektowania obwodów magnetycznych tych maszyn, wiele uwagi skupia się na problemach wytrzymałości mechanicznej na siłę odśrodkową i tarcie a także na minimalizacji drgań, strat oraz zapewnieniu odpowiednich warunków transportu ciepła. Istotne jest również ograniczenie strat dodatkowych, takich jak straty w uzwojeniu związane z wysoką częstotliwością napięcia zasilającego oraz straty aerodynamiczne [9, 17, 46].

Wzrost mocy obliczeniowej współczesnych komputerów znacząco zmienił podejście do projektowania maszyn elektrycznych. W rozwiązaniu wymienionych wyżej problemów bardzo pomocne stały się metody numeryczne. W znaczący sposób wspomagają one proces projektowania i optymalizacji maszyn pod kątem elektromechanicznych charakterystyk eksploatacyjnych oraz wytrzymałości mechanicznej. Niejednokrotnie, wstępna analiza własności przetwornika jest możliwa bez potrzeby konstruowania modelu fizycznego. Szczególnie duże znaczenie ma pod tym względem metoda elementów skończonych [24, 36, 59, 77, 95, 113]. Jej idea pojawiła się po raz pierwszy w roku 1943, wraz z wykorzystaniem przez Couranta elementów trójkątnych i utworzeniem równań poprzez minimalizację funkcjonału [29]. W roku 1965 Zienkiewicz i Cheung wykazali możliwość wykorzystania metody elementów skończonych we wszystkich zagadnieniach wykorzystujących zasadę wariacyjną. Do rozwiązywania problemów elektrotechniki metodę elementów skończonych po raz pierwszy zastosował Silvester w 1969 roku [93]. W ostatnich latach rozwój metody elementów skończonych jest związany głównie z modelowaniem zjawisk w przestrzeni trójwymiarowej [15, 50, 62, 96].

Duża liczba publikacji naukowych oraz stale poszerzana oferta producentów maszyn elektrycznych są dowodem wzrostu zapotrzebowania na wysokoobrotowe napędy elektryczne. W tabeli 1.1 zestawiono przykłady zastosowań wysokoobrotowych maszyn elektrycznych w oparciu o analizę prac opublikowanych na przestrzeni ostatnich dwóch dekad. Można zauważyć, że wśród różnych rodzajów stosowanych maszyn, szczególną użyteczność wykazuje **maszyna indukcyjna z wirnikiem masywnym** [33, 46, 54].

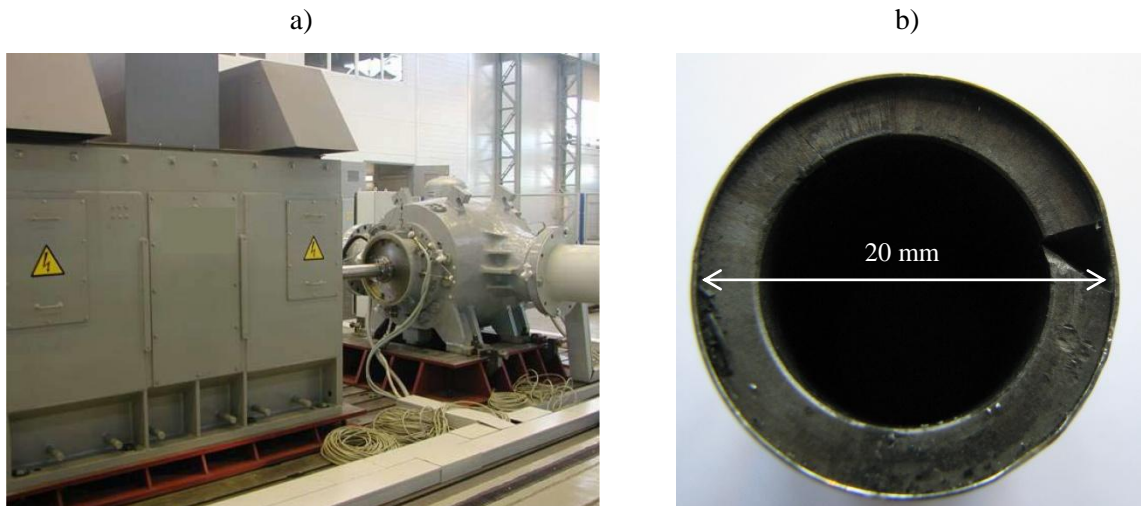
Maszyna indukcyjna z wirnikiem masywnym wykonanym ze stali magnetycznie miękkiej charakteryzuje się największą, spośród wszystkich możliwych rodzajów maszyn elektrycznych, wytrzymałością wirnika na obciążenia mechaniczne oraz prostotą konstrukcji [54, 112]. Była ona przedmiotem bardzo intensywnych badań w drugiej połowie XX wieku. Ze względu na dużo gorsze własności eksploatacyjne, w porównaniu z maszyną z wirnikiem klatkowym, (niższa sprawność związana z wysoką rezystywnością wirnika oraz niski współczynnik mocy związany z dużą indukcyjnością uzwojenia) oraz problemy z odprowadzaniem ciepła z wirnika, jej rozwój uległ w późniejszym okresie całkowitemu zahamowaniu. Przyczyną ponownego zainteresowania tym typem przetwornika stała się możliwość wykorzystania go w wysokoobrotowych przekształtnikowych napędach elektrycznych bardzo dużej mocy, pracujących w trudnych warunkach eksploatacyjnych

i agresywnych chemicznie środowiskach, np. w napędzie kompresorów gazu ziemnego (rys. 1.1.a) [3, 8, 30, 85, 102]. Wykorzystanie w tego typu napędach maszyny asynchronicznej klatkowej lub maszyny synchronicznej z magnesami trwałymi jest w większości przypadków niemożliwe, ze względu na niedostateczną wytrzymałość mechaniczną wirnika, jak również brak wystarczającej odporności na korozję, powodowaną zanieczyszczeniami obecnymi w gazie [112]. Pomimo mniejszej wartości rozwijanego momentu, w przeliczeniu na jednostkę objętości, w porównaniu do innych maszyn, wykorzystanie takiego silnika pozostaje obecnie jedynym rozwiązaniem w przypadkach, gdy prędkość liniowa powierzchni wirnika przekracza 250 m/s. Dla przykładu, na rys. 1.1.b pokazano widok zniszczeń w strukturze magnesu trwałego wysokoobrotowego generatora o mocy znamionowej 1 kW, będących skutkiem krótkotrwałego przekroczenia granicznej wartości prędkości obrotowej wynoszącej 100 000 obr/min. Podaną wyżej wartość prędkości liniowej, uznaje się za maksymalną, z jaką mogą pracować wirniki z magnesami trwałymi oraz wirniki o rdzeniu wykonanym z pakietu blach [14]. Innymi zaletami wirnika masywnego z punktu widzenia wysokoobrotowego napędu elektrycznego są niskie koszty produkcji oraz łatwość uzyskania cichobieżności i niskiego poziomu drgań [72]. Wirnik masywny nie wymaga stosowania skomplikowanych i kosztownych zabiegów produkcyjnych niezbędnych, na przykład, w celu zapewnienia odpowiedniej wytrzymałości mechanicznej wirnika z magnesami trwałymi (wstępne naprężanie magnesu, magnesowanie na rdzeniu po naprężeniu i montaż powierzchniowej warstwy paramagnetycznej utrzymującej magnesy trwałe w spoczynkowym stanie naprężeń mechanicznych).

Tab. 1.1. Zestawienie rodzajów oraz przykładowych zastosowań wysokoobrotowych maszyn elektrycznych na podstawie prac naukowych opublikowanych w ostatnich dwóch dekadach.

MOC ZNAMIONOWA [KW]	PRĘDKOŚĆ OBROTOWA [OBR/MIN]	RODZAJ MASZYNY	ZASTOSOWANIE	POZYCJA W WYKAZIE LITERATURY
30	24000	Indukcyjna z wirnikiem masywnym	Prototyp	[46]
6300	8600	Indukcyjna z wirnikiem masywnym	Napęd kompresora gazu ziemnego	[102]
11	56500	Indukcyjna klatkowa	Napęd kompresora	[63]
45	6000	Indukcyjna z wirnikiem masywnym ze strumieniem osiowym	Prototyp	[101]
10	40000	Synchroniczna z magnesami trwałymi	Prototyp	[51]
6750	10000	Indukcyjna klatkowa	Napęd kompresora gazu	[80]
556	30000	Indukcyjna z wirnikiem masywnym	Generator	[87]

1000	15000	Synchroniczna z magnesami trwałymi	Generator	[87]
32	48000	Przełączalna reluktancyjna	Napęd pompy paliwa	[87]
50	100000	Synchroniczna z biegunami kłowymi	Napęd pompy helu	[87]
0,1	500000	Synchroniczna z magnesami trwałymi	Prototyp	[114]
110	70000	Synchroniczna z magnesami trwałymi	Napęd turbiny	[2]
6900	14700	Indukcyjna klatkowa	Napęd kompresora gazu	[68]
45	9250	Indukcyjna klatkowa	Napęd turbosprężarki	[69]
50	70000	Bezszcotkowa prądu stałego	Napęd kompresora	[92]
1,32	6000	Przełączalna reluktancyjna	Prototyp	[40]
8000	12000	Indukcyjna z wirnikiem masywnym	Napęd kompresora gazu ziemnego	[86]
0,7	70000	Bezszcotkowa prądu stałego	Prototyp	[43]
300	60000	Indukcyjna z wirnikiem masywnym	Napęd kompresora	[48]
1	200000	Przełączalna reluktancyjna	Prototyp	[73]
6000	10000	Indukcyjna klatkowa	Napęd kompresora	[49]
1700	6400	Indukcyjna klatkowa	Napęd kompresora	[70]
131	70000	Synchroniczna z magnesami trwałymi	Napęd kompresora	[16]
0,04	20000	Przełączalna reluktancyjna	Prototyp	[44]
6	120000	Indukcyjna z wirnikiem masywnym	Napęd turbosprężarki	[22]
21	47000	Indukcyjna klatkowa	Napęd kompresora	[94]
0,6	30000	Przełączalna reluktancyjna	Napęd dmuchawy	[61]



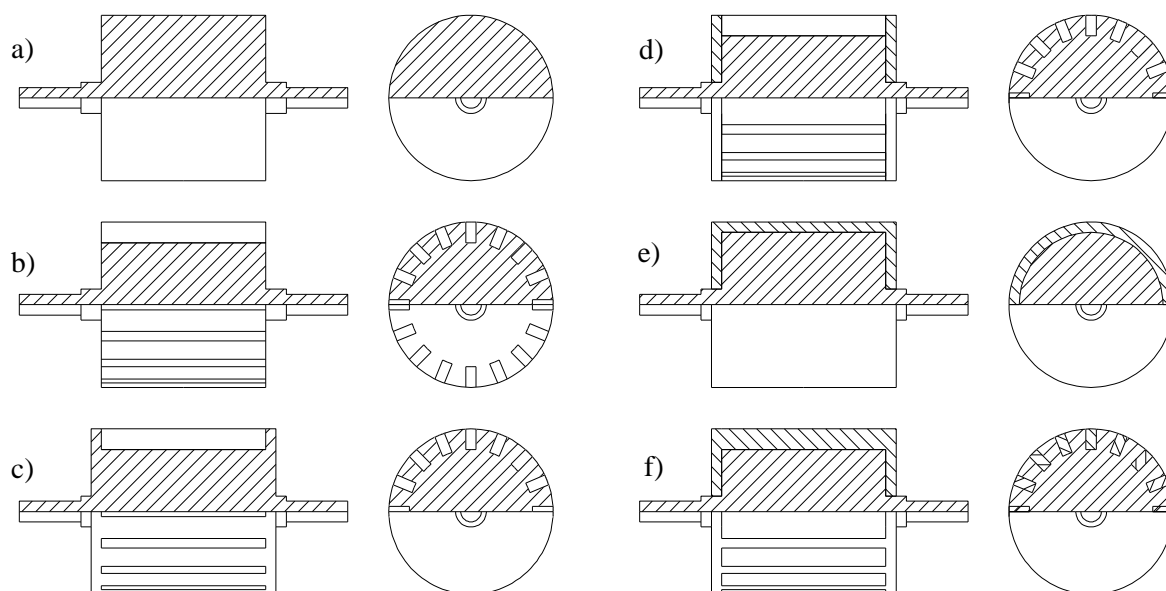
Rys. 1.1. Wybrane przykłady praktyczne: a) wysokoobrotowa maszyna indukcyjna z wirnikiem masywnym służąca do napędzania kompresora gazu ziemnego [102], b) zniszczenia wywołane naprężeniami mechanicznymi w strukturze magnesu trwałego wirnika generatora wysokoobrotowego o mocy znamionowej 1 kW i prędkości znamionowej 100 000 obr/min (za uprzejmością Katedry Pojazdów Drogowych i Rolniczych Politechniki Opolskiej).

Najczęściej stosowane praktycznie struktury wirników masywnych przedstawiono na rys. 1.2. Najprostszym i najtańszym w budowie jest wirnik jednowarstwowy jednorodny (rys. 1.2a), który charakteryzuje się najwyższą wytrzymałością mechaniczną oraz bardzo niskim poziomem strat aerodynamicznych [112]. Ma on jednak małe zastosowanie praktyczne. Wynika to z faktu, że przy średniej względnej przenikalności magnetycznej stali magnetycznie miękkiej w stanie nasycenia magnetycznego, wynoszącej pomiędzy 200 a 400 oraz średniej przewodności elektrycznej wynoszącej około $4 \cdot 10^6$ S/m, charakteryzuje się on bardzo niewielką głębokością wnikania pola magnetycznego poniżej jego powierzchni. W konsekwencji tego, zastępcza impedancja powierzchni wirnika jest bardzo duża i o silnie indukcyjnym charakterze, co skutkuje bardzo niskim współczynnikiem mocy wynoszącym zazwyczaj poniżej 0,5 [6]. Najprostszym technologicznie rozwiązaniem konstrukcyjnym umożliwiającym poprawę charakterystyk eksploatacyjnych maszyny jest wykonanie osiowych nacięć powierzchni wirnika (rys. 1.2b) [4, 6, 30, 41, 54]. W znaczący sposób zwiększają one głębokość wnikania pola do wnętrza wirnika, przyczyniając się do spadku jego zastępczej impedancji powierzchniowej oraz wzrostu wartości rozwijanego momentu i współczynnika mocy [45]. Zazwyczaj nacięcia wirnika wykonuje się na głębokość wynikającą z wartości zastępczego współczynnika wnikania pola magnetycznego pod powierzchnią wirnika, przy zadanej częstotliwości zmian pola magnetycznego w wirniku wynikającej ze znamionowego poślizgu wirnika. Liczbę nacięć należy dobierać indywidualnie dla każdej maszyny. W pracach [5, 54] przedstawiono wyniki szczegółowych badań nad wpływem liczby i wymiarów nacięć na parametry eksploatacyjne maszyny. Analizowano wartość średnią momentu elektromagnetycznego i obecność tętnień w jego przebiegu, współczynnik mocy, sprawność, straty od wyższych harmonicznych oraz badano występowanie niezrównoważonej siły promieniowego naciągu magnetycznego. Na podstawie obliczeń przeprowadzonych za pomocą

dwuwymiarowego siatkowego modelu numerycznego stwierdzono, że w celu zapewnienia najlepszych parametrów eksploatacyjnych silnika, długość i głębokość nacięć powinny być jak największe. Jednak, ze względu na konieczność zapewnienia odpowiedniej wytrzymałości mechanicznej konstrukcji, głębokość nacięć nie powinna przekraczać połowy długości promienia wirnika. Stwierdzono również, że w niektórych przypadkach (maszyny bardzo dużej mocy) zachowanie sztywności wirnika wymaga pozostawienia obszarów krańcowych wirnika bez nacięć (rys. 1.2c) [7]. Zaobserwowano także, że (przy parzystej liczbie żłobków stojana), nieparzysta liczba nacięć wirnika powoduje powstawanie niezrównoważonej siły promieniowego naciągu magnetycznego. Z kolei, w przypadku parzystej liczby tych nacięć, obserwowalny jest znaczny wzrost tętnień w przebiegach momentu elektromagnetycznego. Niektórzy autorzy, w celu dalszej poprawy parametrów wirnika z nacięciami, zalecają wykonanie nacięć skośnych w kierunku poprzecznym i wzdłużnym, co obniża straty pochodzące od wyższych harmonicznych indukcji magnetycznej oraz zmniejsza tętnienia momentu elektromagnetycznego [52]. Główną wadą wirnika z osiowymi nacięciami jest wzrost strat będących rezultatem oporu aerodynamicznego (szczególnie przy prędkości liniowej na powierzchni wirnika przekraczającej 300 m/s [14]) oraz wzrost poziomu hałasu generowanego wzajemnymi oddziaływaniami wyższych harmonicznych indukcji magnetycznej w szczeliny powietrznej [5, 45]. Straty elektryczne w wirniku można ograniczyć pokrywając jego powierzchnię warstwą dobrze przewodzącego materiału, np. miedzią, metodą galwanostegii [6]. Przyczynia się to do znacznego wytlumienia wyższych harmonicznych pola w szczeliny powietrznej maszyny. Rozwiązanie to wykorzystuje się również do zmniejszenia strat wywołanych wyższymi harmonicznymi w przypadku wykorzystania wirnika jednorodnego (rys. 1.2e) [112]. Dalszą poprawę wartości rozwijanego momentu elektromagnetycznego i współczynnika mocy można uzyskać wykonując obszary krańcowe wirnika z materiału o dużej konduktywności na przykład ze srebra, miedzi lub aluminium (rys. 1.2d), lub wyposażając wirnik masywny w uzwojenie klatkowe (rys. 1.2f) [4]. Zabieg ten zmniejsza straty elektryczne w wirniku będące skutkiem przepływu składowej wektora gęstości prądu w kierunku równoległym do wału oraz składowych w kierunkach prostopadłych. Według niektórych prac, dzięki wykonaniu obszarów krańcowych z materiału o dużej konduktywności, jest możliwym uzyskanie blisko dwukrotnego wzrostu rozwijanego momentu obrotowego, natomiast zastosowanie uzwojenia klatkowego umożliwia trzykrotny wzrost tej wartości w stosunku do wirnika jednorodnego [54]. Podstawowymi wadami takich rozwiązań jest wzrost kosztów produkcji wirnika oraz znaczne zmniejszenie jego mechanicznej integralności [112].

W projektowaniu maszyn elektrycznych powinno dążyć się do osiągnięcia wyników poprzez modele matematyczne o uzasadnionym stopniu złożoności oraz racjonalnym koszcie obliczeniowym. Maszyna indukcyjna z wirnikiem masywnym jest układem bardzo złożonym z punktu widzenia analizy zjawisk powstających w czasie jej pracy. Bardzo duża nieliniowość obwodu magnetycznego oraz złożony rozkład gęstości prądu indukowanego w masywnej stali mocno komplikują obliczenia, nawet przy wykorzystaniu nowoczesnych siatkowych metod analizy pola elektromagnetycznego. W ostatnich siedmiu dekadach badań prowadzonych nad maszyną indukcyjną z wirnikiem masywnym

opracowano różnorodne metody umożliwiające analizę jej własności. Do najstarszych należą metody wykorzystujące analityczne rozwiązanie zagadnienia wnikania pola magnetycznego do masywnej stali [25, 26, 28, 33, 47, 48, 67, 105-107, 110]. Znaczna liczba autorów, w obliczeniach przeprowadzanych z wykorzystaniem tych metod, zakładała stałą wartość przenikalności magnetycznej [28, 110].



Rys. 1.2. Struktury wirników masywnych: a) wirnik jednorodny, b) wirnik z nacięciami osiowymi przez całą długość, c) wirnik z nacięciami osiowymi i stalowymi obszarami końcowymi, d) wirnik z nacięciami osiowymi i miedzianymi pierścieniami zwierającymi obszary końcowe, e) wirnik jednorodny pokryty warstwą miedzi, f) wirnik masywny z uzwojeniem klatkowym wykonanym z miedzi.

Przełomowym dla tego rodzaju sposobów analizy było wprowadzenie przez Agarwala metody umożliwiającej obliczenie impedancji powierzchni wirnika przy założeniu wyidealizowanej - dwustanowej charakterystyki magnesowania [1, 11, 66, 107]. Obecnie najbardziej doskonałą w grupie metod analitycznych, które bazują na podejściu Agarwala, jest metoda MLTM (ang. Multi Layer Transfer Matrix). Polega ona na podziale obszaru wirnika w kierunku promieniowym na jednorodne podobszary. W obrębie tych obszarów przyjmuje się stałą wartość przenikalności magnetycznej oraz, wykorzystując odpowiednie warunki brzegowe na powierzchniach granicznych, analitycznie rozwiązują się równania pola elektromagnetycznego [54, 83]. Rozwiązania tych równań mają ogólnie znaną postać, a na ich podstawie wyznacza się parametry schematu zastępczego silnika. Metoda ta ma ograniczone zastosowania do wirników elektrycznie niejednorodnych, np. do wirników z nacięciami osiowymi (rys. 1.2 b, c, d). W literaturze można także znaleźć przykłady prac opisujących hybrydowe modele matematyczne, gdzie stojan modelowany jest np. za pomocą sieci reluktancyjnej, natomiast rozkład pola w wirniku wyznaczany jest analitycznie [71, 72]. Obydwa rozwiązania są sprzężone za pomocą odpowiednich warunków brzegowych zadanych w szczelinie powietrznej maszyny.

Współczesne metody projektowania maszyn elektrycznych najczęściej wykorzystują nieliniowe siatkowe modele połowo-obwodowe [13, 36, 95]. W przypadku maszyn indukcyjnych z wirnikiem

masywnym, stosowane są głównie w tym celu modele dwuwymiarowe, będące obok ujęć analitycznych, najczęściej wykorzystywanymi metodami analizy i projektowania tego typu przetworników [18, 27, 33, 45, 48, 54, 55]. Zarówno klasyczne metody analityczne jak i dokładniejsze dwuwymiarowe modele siatkowe umożliwiają modelowanie kluczowego, z punktu widzenia działania maszyny, zjawiska wnikania pola do wnętrza wirnika masywnego, ale tylko w kierunku promieniowym, gdyż operują one jedną składową wektora gęstości prądu, równoległą do wału. Żadne z tych ujęć nie uwzględnia efektów wywołanych powstawaniem składowych stycznych wektora gęstości prądu w krańcowych obszarach masywnego wirnika. Występowanie tych składowych wiąże się z powstawaniem w nich pola przepływowego, które ogranicza amplitudę składowej wektora gęstości prądu, równoległej do wału. Ogół zjawisk związanych z wpływem składowych stycznych wektora gęstości prądu na własności eksploatacyjne maszyny w niniejszej pracy będzie określany nazwą: **efekt krańcowy w wirniku masywnym**. Efekt ten ma niebagatelny wpływ na własności przetwornika i skutkiem jego nieuwzględnienia w modelu matematycznym lub złego oszacowania są błędy w obliczeniach konstrukcyjnych sięgające nawet kilkudziesięciu procentów [42, 54, 84, 110].

Całościowe uwzględnienie efektów krańcowych w wirniku masywnym wymaga użycia pełnego trójwymiarowego modelu maszyny. Współcześnie, pomimo szerokiej możliwości dotyczących tworzenia tego typu modeli i zaawansowania sprzętu komputerowego nie mają one szerokiego zastosowania w projektowaniu maszyn indukcyjnych z wirnikiem masywnym, gdyż koszty obliczeniowe związane z ich użytkowaniem wciąż są bardzo wysokie [4, 109]. Z tego powodu, do dnia dzisiejszego w analizie własności omawianego przetwornika wykorzystuje się głównie modele dwuwymiarowe [109]. Jak powszechnie wiadomo, w takich podejściach poprawnie uwzględniana jest tylko składowa wektora gęstości prądu równoległa do wału. Jak dotąd, jedynym praktycznie stosowanym, aczkolwiek bardzo uproszczonym sposobem uwzględniania wpływu składowych stycznych wektora gęstości prądu indukowanego w wirniku masywnym, jest metoda zastępczych współczynników korekcyjnych [4, 11, 42, 54]. Polega ona na wprowadzeniu tzw. efektywnej konduktywności, którą wyraża się poprzez iloczyn rzeczywistej konduktywności materiału wirnika oraz **zastępczego współczynnika efektu krańcowego** k_e [4, 11, 42]

$$\hat{\gamma} = k_e \gamma. \quad (1.1)$$

Na przestrzeni kilkudziesięciu lat zaproponowano kilka różnych oszacowań tego współczynnika. W ogólności, jest on opisany za pomocą wyrażeń analitycznych będących funkcjami wymiarów geometrycznych wirnika oraz liczby biegunów maszyny. Dobór odpowiedniego wzoru na etapie projektowania jest przyczyną dylematów konstruktorów maszyn indukcyjnych z wirnikiem masywnym [4, 56]. Pomimo tego, metoda efektywnej konduktywności zyskała powszechną akceptację na przestrzeni wielu lat badań prowadzonych na tym rodzaju maszyny i jest obecnie stosowana zarówno w podejściach do projektowania wykorzystujących metody analityczne jak i numeryczne. Pomimo znacznego postępu w dziedzinie projektowania maszyn indukcyjnych z wirnikiem masywnym do dnia dzisiejszego nie opracowano jej znaczącego ulepszenia.

1.2. Stan wiedzy

Z dokonanego przeglądu stanu wiedzy wynika, że w opublikowanych dotychczas pracach najczęściej wykorzystywanymi wyrażeniami pozwalającymi oszacować współczynnik efektu krańcowego są formuły podane przez Trickey'a (1936), Russella (1958), Yee (1971), O'Kelly'ego (1972) i Woolley'a (1973) [79, 89, 99, 108, 110]. W wymienionej wyżej kolejności wyrażenia te mają postać

$$k_{eT} = \frac{1 - \left(\frac{D_w}{D}\right)^{2p}}{p \left(1 + \left(\frac{D_w}{D}\right)^{2p}\right) \left(1 - \frac{D_w}{D}\right)}, \quad (1.2)$$

$$k_{eR} = 1 - \frac{2\tau \tanh\left(\frac{\pi(2\ell_e + \ell_z)}{2\tau}\right)}{\pi(2\ell_e + \ell_z)}, \quad (1.3)$$

$$k_{eY} = \frac{\left(1 + \coth\left(\frac{\pi(2\ell_e + \ell_z)}{2\tau}\right)\right) - 2}{\left(1 + \coth\left(\frac{\pi(2\ell_e + \ell_z)}{2\tau}\right)\right)}, \quad (1.4)$$

$$k_{eO} = \frac{2\ell_e + \ell_z}{2\ell_e + \ell_z + \frac{\pi(D + D_w)}{4p}}, \quad (1.5)$$

$$k_{eW} = \frac{\left(\mathcal{W}_2 + \sqrt{\mathcal{W}_2^2 + 4\mathcal{W}_1 \tanh\left(\frac{p(2\ell_e + \ell_z)}{D}\right)}\right)^2}{4}, \quad (1.6)$$

gdzie

$$\mathcal{W}_1 = \frac{\ell_e \gamma_{er}}{h \gamma_c}, \quad (1.7)$$

$$\mathcal{W}_2 = 1 - \left(\frac{D}{p(2\ell_e + \ell_z)} + \mathcal{W}_1\right) \tanh\left(\frac{p(2\ell_e + \ell_z)}{D}\right), \quad (1.8)$$

γ_{er} , γ_c - konduktywności materiałów, z których wykonano obszary krańcowe i czynne wirnika.

Najstarszą z wyżej przedstawionych formuł, pozwalających na oszacowanie współczynnika efektu krańcowego, jest wyrażenie zaproponowane przez Trickey'a. Przedmiotem rozważań prowadzonych przez tego autora były obliczenia wpływu szerokości (w kierunku promieniowym) pierścieni zwierających pręty klatki wirnika silnika indukcyjnego na wartość zastępczej rezystancji pręta [99]. Autor zaproponował wprowadzenie współczynnika korekcyjnego do wzoru na zastępczą rezystancję

wirnika celem uwzględnienia wpływu niejednorodnego rozkładu wektora gęstości prądu. Rozkład ten został obliczony analitycznie przy założeniu, że klatkę o skończonej liczbie prętów można zastąpić cylindrem o określonej średnicy, przez który przepływa prąd wirnika. Wyprowadzony analitycznie współczynnik korekcyjny, w postaci odwrotności wyrażenia (1.2), będący funkcją średnicy zewnętrznej i wewnętrznej pierścienia zwierającego oraz liczby biegunów uzwojenia stojana, można wykorzystać przy obliczaniu konduktywności efektywnej masywnego wirnika. W przypadku wirnika z osiowymi nacięciami powierzchni, jako średnicę wewnętrzną przyjmuje się średnicę zewnętrzną pomniejszoną o podwojoną głębokość nacięć w kierunku promieniowym, co jest równoważne założeniu, że całkowity rozkład wektora gęstości prądu w wirniku zamyka się w tym obszarze [4]. Współczynnik korekcyjny wprowadzony przez Trickey'a nie uwzględnia wpływu długości wirnika (rozważania prowadzono dla pierścieni zwierających klatkę koncentrując uwagę na rozkładzie wektora gęstości prądu w kierunku prostopadłym do wału) a także wymiarów nacięć osiowych, długości obszarów wystających poza długość czynną stojana oraz wpływu konduktywności materiału, z którego je wykonano. Z zaprezentowanych w pracy rezultatów wynika, że gdy średnica wewnętrzna we wzorze (1.2) ma wartość zbliżoną do średnicy zewnętrznej (założenie przyjmowane przy obliczaniu k_e za pomocą tego wzoru dla wirnika z nacięciami osiowymi) obliczony współczynnik korekcyjny ma wartość bliską jedności lub nawet ją przekracza, co nie posiada uzasadnienia od strony fizycznej.

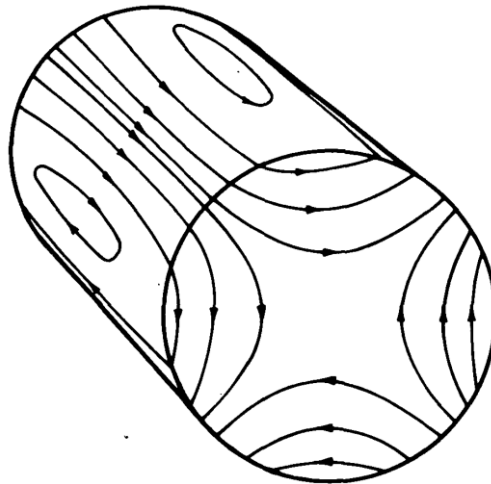
Z kolei, w pracy przedstawionej przez Russell'a i Norsworthy'ego analizowano straty mocy w przewodzącym cylindrycznym ekranie znajdującym się w szczelinie powietrznej silnika klatkowego napędzającego pompę czynnika chłodzącego w układzie chłodzenia reaktora jądrowego [89]. Ze względu na podobieństwo zjawisk fizycznych (przewodzący cylinder w wirującym polu magnetycznym) uzyskane wyniki mogą znaleźć zastosowanie w obliczeniach maszyny indukcyjnej z wirnikiem masywnym. Autorzy zakładając, że grubość cylindrycznej przewodzącej osłony jest znikomo mała w porównaniu do jej średnicy, dokonali wyznaczenia współczynnika korekcyjnego będącego ilorazem mocy traconej w osłonie do tej mocy obliczonej przy założeniu zwarcia jej końców obszarem o nieskończonej konduktywności. Z uwagi na to, że przedmiotem rozważań był ekran w postaci jednorodnego cylindra, wyprowadzony współczynnik korekcyjny nie uwzględnia nacięć osiowych oraz nieliniowej charakterystyki magnesowania (rozważana był osłona wykonana ze stopu miedzi i cynku).

W pracy zaprezentowanej przez Yee założono, że całkowity rozkład wektora gęstości prądu w wirniku masywnym o skończonej długości zawiera się w cienkiej warstwie przewodzącej w wirniku. Rozkład pola w wirniku wyznaczono rozwiązując analitycznie równania Maxwella przy przyjęciu następujących założeń upraszczających [110]:

- Materiał, z którego wykonany jest wirnik jest jednorodny i charakteryzuje się stałą wartością przenikalności magnetycznej i konduktywności elektrycznej.
- Krzywizna powierzchni wirnika oraz wewnętrznej powierzchni stojana jest pominięta. Stojan i wirnik modelowane są w postaci nieskończonej cienkich warstw przewodzących.

- Przepływ stojana i wirnika zastąpiony jest prądem powierzchniowym o sinusoidalnym rozkładzie przestrzennym. Przyjęto niezmiennosc amplitudy gęstości prądu w kierunku równoległym do wału.

Równania pola rozwiązano w kartezjańskim układzie współrzędnych wykorzystując zespolony magnetyczny potencjał wektorowy. Na rys. 1.3. pokazano wyznaczony w tej pracy rozkład tzw. "torów prądowych" w wirniku masywnym. Podobnego typu rozkład można znaleźć również w pracy Dąbrowskiego i Gierasa (rys.1.4) [33].

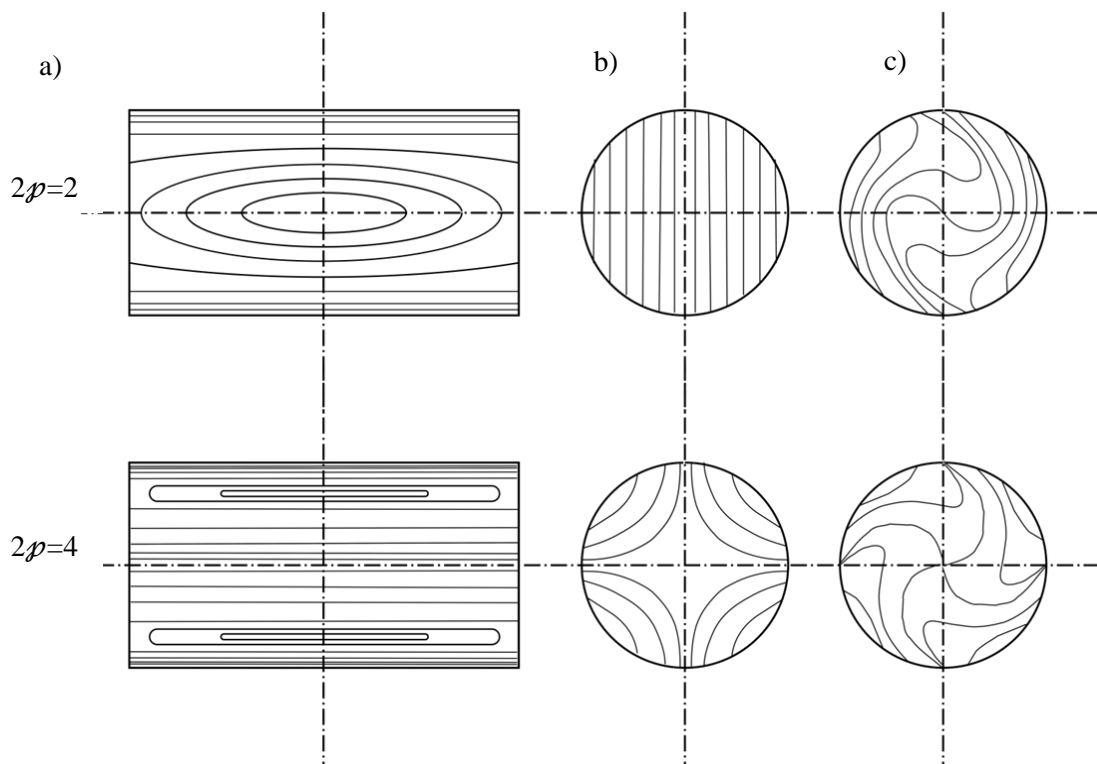


Rys. 1.3. Przybliżony rozkład torów prądowych w jednorodnym wirniku masywnym o skończonej długości określony przez Yee [110].

Na podstawie uzyskanego rozwiązania wyznaczono stosunek zastępczych impedancji wirnika obliczonych przy przyjęciu skończonej i nieskończonej długości wirnika. Jest on wielkością zespoloną będącą funkcją poślizgu. Ze względu na małą wartość jego zespolonego argumentu (za wyjątkiem bardzo małych wartości poślizgu) wyrażenie to można uprościć do odwrotności wzoru (1.4). Gdy dodatkowo rozważana jest maszyna charakteryzująca się bardzo małym stosunkiem podziałki biegunowej do długości wirnika, wzór (1.4) można dalej zredukować do postaci

$$k_{eY} = \frac{\frac{\pi(2\ell_e + \ell_z)}{\tau} - 1}{\frac{\pi(2\ell_e + \ell_z)}{\tau}} \quad (1.9)$$

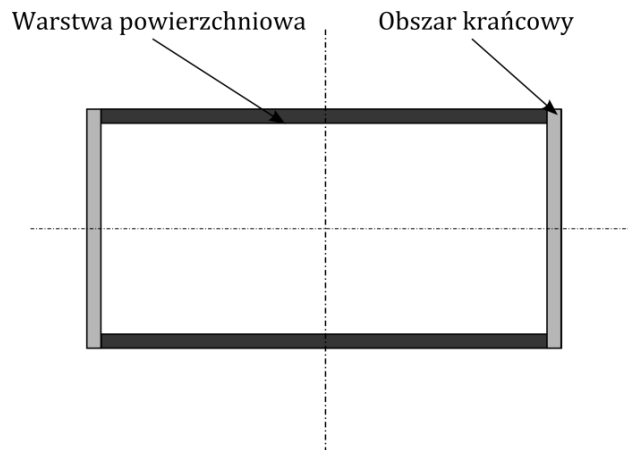
Najprostszą postacią wyrażenia pozwalającego oszacować współczynnik efektu krańcowego jest równanie zaproponowane przez O'Kelly'ego w pracy [79]. Autor proponuje, aby celem uwzględnienia wpływu skończonej długości wirnika masywnego na parametry eksploatacyjne maszyny, konduktywność materiału wirnika przemnożyć przez iloraz długości wirnika przez sumę jego długości i podziałki biegunowej liczonej dla średniego promienia wirnika. Zaproponowana przez niego formuła nie uwzględnia wpływu niejednorodnej budowy wirnika np. w postaci wykonanych nacięć osiowych lub pierścieni zwierających z innego materiału.



Rys. 1.4. Rozkłady prądów wirowych w wirniku masywnym maszyny dwubiegunowej oraz czterobiegunowej: a) na powierzchni walcowej, b) na powierzchniach przekroju poprzecznego w połowie długości przy poślizgu $s=0$, c) na powierzchniach przekroju poprzecznego w połowie długości w zakresie pracy silnikowej [33].

Z kolei Woolley i Chalmers zaproponowali wyrażenie pozwalające na obliczenie współczynnika będącego ilorzem mocy wydzielanej w wirniku masywnym przy skończonej konduktywności obszarów krańcowych do tej samej mocy przy założeniu nieskończonej konduktywności materiału, z którego wykonano te obszary. W obliczeniach założono, że całkowity rozkład wektora gęstości prądu zawiera się w cienkiej warstwie znajdującej się przy powierzchni wirnika i obszarów krańcowych (rys. 1.5). Wyrażenie pozwalające oszacować wartość współczynnika korekcyjnego wyprowadzono w oparciu o analityczne rozwiązanie równań pola w wirniku masywnym. Jako grubość warstwy powierzchniowej i obszarów krańcowych w obliczeniach przyjęto zastępcze głębokości wnikania pola do wnętrza tych obszarów, liczone dla przyjętych parametrów materiałowych. Wyrażenia podane przez Woolley'a i Chalmers'a, jako jedyne z pięciu powyżej przedstawionych, umożliwia uwzględnienie wpływu obszarów krańcowych wykonanych z materiału innego niż materiał występujący w części czynnej wirnika. W przypadku, gdy rozważany jest wirnik z nacięciami osiowymi, jako grubość warstwy powierzchniowej przyjmuje się głębokość nacięć, natomiast jako grubość obszaru krańcowego przyjmowana jest długość jednorodnych obszarów krańcowych [54].

Oprócz wymienionych wyżej pozycji, rezultaty badań nad wpływem efektu krańcowego na własności eksploatacyjne maszyny indukcyjnej z wirnikiem masywnym z wykorzystaniem analitycznego rozwiązania zagadnienia dyfuzji pola przedstawiono także w pracach [11, 47, 58, 106]. Wyniki uzyskane przez autorów tych prac nie znalazły jednak tak szerokiego praktycznego zastosowania jak te zaprezentowane w wymienionych wcześniej pięciu pozycjach.



Rys. 1.5. Obszary obliczeniowe w modelu wirnika masywnego wykorzystanym w pracy Woolley'a i Chalmers'a.

Ocena wpływu współczynnika efektu krańcowego na dokładność obliczeń charakterystyk eksploatacyjnych maszyny indukcyjnej z wirnikiem masywnym była jednym z celów badań prowadzonych nad tym typem przetwornika w pracach [4, 42, 84].

Zgodnie z wynikami podawanymi w najnowszych pracach najdokładniejsze rezultaty obliczeń gwarantuje zastosowanie wyrażeń podanych przez Russell'a lub O'Kelly'go [4, 21, 45, 46, 48, 56, 57, 85]. Jednocześnie, w niektórych pracach, jak np. w [42] podkreśla się, że bardzo złożony charakter zjawisk elektromagnetycznych w obszarach krańcowych wirnika nie może być w sposób wystarczająco dokładny reprezentowany przez bardziej lub mniej złożone wyrażenie analityczne. Należy również podkreślić, że w przypadku wykorzystania omawianych wyrażeń istnieje duża niejednoznaczność związana z wpływem długości wirnika oraz jego budowy na wartość współczynnika efektu krańcowego [4]. Przykładowo, niektóre z oszacowań, jak np. współczynniki podane przez Yee, Trickey'a oraz O'Kelly'ego dotyczą maszyny w której długość wirnika jest taka sama jak długość stojana, podczas gdy pozostałe ujęcia długość wirnika traktują niejednoznacznie. Pomimo tego, że efekt wydłużania wirnika wpływa negatywnie na charakterystyki maszyny (w sensie parametrów schematu zastępczego maszyny można to tłumaczyć dodaniem dodatkowej szeregowej impedancji do impedancji gałęzi wirnika), w praktyce bardzo często zachodzi potrzeba zastosowania długości wirnika większej od długości stojana np. w związku z koniecznością usztywnienia wirnika z osiowymi nacięciami powierzchni [4].

Użycie w obliczeniach współczynnika efektu krańcowego wyznaczonego według omawianych wcześniej wyrażeń zazwyczaj pozwala osiągnąć akceptowalną dokładność tylko w przypadku maszyny wyposażonej w wirnik jednorodny. Gdy analizowana jest maszyna posiadająca wirnik z nacięciami osiowymi, wybór właściwej formuły do obliczenia współczynnika efektów krańcowych jest praktycznie niemożliwy bez wykonywania pomiarów na fizycznym modelu. Stwierdzono to między innymi w pracy [4]. Autorzy tej pracy wykorzystując dwuwymiarowy model połowo-obwodowy dokonali obliczeń charakterystyk momentu elektromagnetycznego w funkcji prędkości obrotowej dla współczynnika efektu krańcowego wyznaczonego według pięciu przedstawionych

wcześniej wyrażen. W rezultacie porównania obliczonych charakterystyk z pomiarami na modelu fizycznym stwierdzono znaczną rozbieżność wyników obliczeń w stosunku do wartości zmierzonych, a także duży rozrzut wyników obliczeń dla różnych współczynników efektu krańcowego.

Wobec braku jednoznacznych wskazań co do sposobu obliczania wartości współczynnika efektu krańcowego, niepewność w projektowaniu maszyn indukcyjnych z wirnikiem masywnym jest bardzo wysoka – znacznie wyższa od niepewności w projektowaniu maszyn innych rodzajów. W większości przypadków, konstruowanie maszyny wymaga prowadzenia pomiarów na fizycznym modelu odniesienia, celem oszacowania rzeczywistego wpływu efektów krańcowych na charakterystyki maszyny. W pracach [4, 42, 109] stwierdzono, że w celu dokładnego odwzorowania wpływu efektu krańcowych na charakterystyki eksploatacyjne, współczynnik korekcyjny powinien być zależny od częstotliwości poślizgowej. Część z cytowanych wcześniej autorów w obliczeniach wykorzystywała empiryczną metodę korekty współczynnika efektu krańcowego na podstawie pomiarów na maszynie odniesienia, celem uwzględnienia wpływu częstotliwości zmian pola w wirniku masywnym [4, 84, 85].

Z przeprowadzonego przeglądu literatury wynika, że dotychczas opublikowano tylko trzy prace, w których dokonano analizy efektów krańcowych w wirniku masywnym za pomocą numerycznych metod analizy pola elektromagnetycznego, przy czym jedna z prac jest współautorskim artykułem Autora niniejszej pracy [42, 90, A11].

W pracy [90] przedstawiono wyniki analizy rozkładu wektora gęstości prądu w wirniku masywnym za pomocą nieliniowego modelu rozwiązanego przy użyciu metod magnetycznego potencjału wektorowego i różnic skończonych. Obszar obliczeniowy modelu ograniczono do jednej podziałki biegunowej i połowy długości wirnika. Krzywizna wirnika została pominięta. Przepływ stojana zastąpiono prądem powierzchniowym na powierzchni granicznej stojan-wirnik na długości odpowiadającej długości czynnej stojana. Charakterystykę magnesowania zastąpiono krzywą odcinkowo ciągłą. Stwierdzono, że jedynie w 1/20 objętości wirnika składowe styczne wektora gęstości prądu mają znaczącą wartość, oraz zaobserwowano istotny wzrost składowej promieniowej wektora indukcji magnetycznej w regionach krańcowych.

W pracy [42] autorzy wykorzystując programy FLUX oraz TRIFOU badali wpływ częstotliwości zmian pola na wartość strat mocy w wirniku masywnym wysokoobrotowej maszyny indukcyjnej. Uzyskane wyniki porównano z wartościami obliczonymi przy użyciu modelu dwuwymiarowego, w pierwszym przypadku bez korekcji konduktywności materiału wirnika, oraz w drugim przypadku modyfikując jej wartość za pomocą współczynników efektu krańcowego obliczonych według wyrażen podanych przez Russell'a oraz Yee. Na podstawie uzyskanych rezultatów obliczeń stwierdzono, że aby w sposób poprawny uwzględnić wpływ efektów krańcowych w modelu dwuwymiarowym, współczynnik efektu krańcowego powinien być zależny od częstotliwości zmian pola, oraz że rozbieżność wyników obliczeń przy użyciu pełnego trójwymiarowego modelu maszyny w stosunku do wyników uzyskanych za pomocą współczynników Russell'a i Yee rośnie wraz ze wzrostem częstotliwości.

1.3. Cel i teza pracy

Przegląd stanu literatury wykazuje niewystarczający stan dotychczasowej wiedzy oraz potrzebę przeprowadzenia dalszych badań mających na celu udoskonalenie sposobu odwzorowania efektu krańcowego w dwuwymiarowych polowo-obwodowych modelach maszyn indukcyjnych z wirnikiem masywnym, a co z tym związane - zwiększenie dokładności obliczeń uzyskiwanej przy wykorzystaniu tego typu modeli.

W związku z powyższym, w niniejszej pracy proponowana jest nowa numeryczna metoda wyznaczania współczynnika efektu krańcowego wykorzystująca trójwymiarowe obliczenia rozkładu gęstości prądów wirowych w wirniku masywnym.

Idea proponowanej metody będącej rozwinięciem metody konduktywności efektywnej zakłada uwzględnienie w dwuwymiarowym polowo-obwodowym modelu maszyny efektu krańcowego w wirniku masywnym za pomocą obliczonego numerycznie współczynnika efektu krańcowego zależnego od częstotliwości. Stosuje się w tym celu odrębny trójwymiarowy model numeryczny ograniczony do samego wirnika.

W celu zweryfikowania poprawności przyjętego sposobu uwzględniania efektu krańcowego, zostaną przeprowadzone obliczenia charakterystyk eksploatacyjnych wysokoobrotowej maszyny indukcyjnej z wirnikiem masywnym za pomocą dwuwymiarowego modelu polowo-obwodowego. Otrzymane charakterystyki zostaną porównane z wynikami analogicznych obliczeń dokonanych z użyciem współczynnika efektu krańcowego wyznaczonego na podstawie analitycznych wyrażeń dostępnych w literaturze oraz wynikami pomiarów na modelu fizycznym.

Głównym celem niniejszej pracy jest zatem pracowanie nowego sposobu wyznaczania współczynnika efektu krańcowego, charakteryzującego się wyższą dokładnością od metod stosowanych dotychczas oraz przeprowadzenie badań mających na celu jego weryfikację.

W oparciu o dokonany przegląd literatury oraz wyniki wstępnie przeprowadzonych badań, w niniejszej pracy stawia się tezy, że:

- Możliwym jest numeryczne wyznaczenie współczynnika k_e celem uwzględnienia efektów krańcowych w dwuwymiarowym polowo-obwodowym modelu silnika indukcyjnego z wirnikiem masywnym.
- Współczynnik k_e obliczany metodą numeryczną umożliwia uzyskanie dokładniejszych wyników niż w przypadku stosowania współczynników efektu krańcowego podawanych w literaturze.

Ze sformułowanymi wyżej tezami pracy wiążą się podstawowe cele badań, którymi są:

- Opracowanie modeli matematycznych silnika indukcyjnego wysokoobrotowego o wirniku masywnym przydatnych w jego projektowaniu i optymalizacji.

- Opracowanie metodyki uwzględniania efektów krańcowych w masywnym wirniku celem poprawy dokładności oraz redukcji niepewności podczas projektowania.
- Budowa modeli fizycznych oraz weryfikacja doświadczalna opracowanych metod i założeń.

1.4. Zakres pracy

Zakres niniejszej pracy obejmuje:

- Przegląd literatury z zakresu analizy własności oraz metod modelowania maszyny indukcyjnej z wirnikiem masywnym, ze szczególnym zwróceniem uwagi na dotychczasowy sposób uwzględniania wpływu efektów krańcowych w wykorzystywanych przez różnych autorów metodach obliczeniowych.
- Opracowanie i implementacja dwuwymiarowego polowo-obwodowego modelu maszyny umożliwiającego wyznaczenie jej charakterystyk eksploatacyjnych.
- Opracowanie i implementacja modeli umożliwiających numeryczne wyznaczenie współczynnika efektu krańcowego dla wirników masywnych o różnej budowie.
- Wyznaczenie (dla różnych konstrukcji wirnika masywnego) charakterystyk współczynnika efektu krańcowego w funkcji częstotliwości zmian pola.
- Wyznaczenie i weryfikacja pomiarowa charakterystyk eksploatacyjnych maszyny z wirnikami masywnymi o różnej konstrukcji przy wykorzystaniu obliczonych uprzednio charakterystyk współczynnika efektu krańcowego.
- Analiza wpływu wybranych parametrów konstrukcyjnych wirnika na charakterystyki współczynnika efektu krańcowego oraz eksploatacyjne maszyny.

Praca składa się z sześciu rozdziałów. W rozdziale pierwszym przedstawiono zarys problematyki wysokoobrotowego napędu elektrycznego, ze szczególnym uwzględnieniem możliwości wykorzystania w nim maszyny indukcyjnej z wirnikiem masywnym. Krótko opisano wady i zalety tego typu przetwornika oraz rodzaje i właściwości poszczególnych wirników masywnych. Na podstawie dostępnej literatury dokonano przeglądu metod analizy i projektowania maszyny indukcyjnej z wirnikiem masywnym, ze szczególnym zwróceniem uwagi na sposób uwzględniania efektu krańcowego w używanych przez różnych autorów metodach obliczeniowych. W oparciu o przytoczone prace przedstawiono stan zagadnienia.

W rozdziale drugim opisano szczegółowo wykorzystywane w pracy modele matematyczne, tj. zarówno modele służące do numerycznego wyznaczenia współczynnika efektu krańcowego jak również dwuwymiarowy model polowo-obwodowy. Przedstawiono ideę oraz opis matematyczny proponowanej w pracy metody wyznaczenia współczynnika efektu krańcowego oraz wykorzystaną w obliczeniach metodę numeryczną. Następnie przedstawiono w sposób szczegółowy budowę

dwuwymiarowego polowo-obwodowego modelu wykorzystywanego do wyznaczania charakterystyk eksploatacyjnych maszyny. Opisano sposób wyprowadzenia równań w oparciu o równania Maxwella i równania bilansu napięć w obwodzie stojana, ich dyskretyzację oraz metody uwzględniania nieliniowości charakterystyk magnesowania i wyznaczania strat mocy.

Rozdział trzeci poświęcono opisowi modelu fizycznego wysokoobrotowej maszyny indukcyjnej z wirnikiem masywnym, który wykorzystano do weryfikacji pomiarowej wyników obliczeń. Zaprezentowano także metodę pomiaru charakterystyk eksploatacyjnych maszyny, takich jak charakterystyki momentu elektromagnetycznego, wartości skutecznej prądu oraz współczynnika mocy w funkcji prędkości obrotowej. Szczególną uwagę zwrócono na omówienie pośredniej metody wyznaczania wartości momentu elektromagnetycznego na podstawie znajomości przebiegów prędkości obrotowej zarejestrowanych podczas rozruchu i wybiegu maszyny.

Wyniki przeprowadzonych badań zamieszczono w rozdziale czwartym. Dla trzech różnych wirników wyznaczono zależności współczynnika efektu krańcowego w funkcji częstotliwości. Następnie, wykorzystując obliczone zależności za pomocą opracowanego modelu polowo-obwodowego wyznaczono charakterystyki momentu elektromagnetycznego, współczynnika mocy i wartości skutecznej prądu fazowego stojana w funkcji prędkości obrotowej. Wyznaczone charakterystyki porównano z wynikami analogicznych obliczeń otrzymanymi przy wykorzystaniu współczynnika efektów krańcowego wyznaczonego na podstawie wyrażeń podanych w literaturze oraz z charakterystykami uzyskanymi na podstawie wyników pomiarów na modelu fizycznym analizowanej maszyny.

W rozdziale piątym przedstawiono wyniki analizy wpływu wybranych parametrów konstrukcyjnych wirnika na charakterystyki współczynnika efektu krańcowego oraz charakterystyki eksploatacyjne maszyny

Rozdział szósty zawiera podsumowanie oraz zarysowuje kierunki dalszych badań.

Rozdział 2

Modele matematyczne

2.1. Uwagi ogólne

W niniejszej pracy opracowano i wykorzystano trzy różniące się modele matematyczne. Pierwsze dwa są modelami pomocniczymi, służącymi tylko do wyznaczenia współczynnika efektu krańcowego. Są to odpowiednio:

- model trójwymiarowy, w którym obszar obliczeniowy jest ograniczony do wirnika, szczeliny powietrznej i warstwy powietrza otaczającej obszary krańcowe wirnika, natomiast wzbudzenie stanowi warunek brzegowy zadany w środku szczeliny powietrznej,
- model dwuwymiarowy, w którym obszar obliczeniowy jest ograniczony do wirnika oraz szczeliny powietrznej a wzbudzenie zadawane jest w taki sam sposób jak w powyższym modelu trójwymiarowym.

Współczynnik efektu krańcowego, który jest wyznaczany za pomocą opisanych wyżej modeli w sposób przedstawiony w dalszej części pracy, wprowadza się tylko dla podstawowej harmonicznej czasowej rozkładu wektora gęstości prądu w wirniku. Zakłada się, że harmoniczna ta jest wzbudzana tylko przez podstawową harmoniczną czasową indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej. Na etapie wyznaczania współczynnika efektu krańcowego, tj. w zastosowanych modelach pomocniczych, pomija się także tzw. permeancyjne przestrzenne wyższe harmoniczne indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej maszyny związane z użłobkowaniem. Przy podanych wyżej założeniach, do wyznaczenia tego współczynnika możliwym staje się zastosowanie modeli określonych w dziedzinie częstotliwości, sformułowanych przy wykorzystaniu wielkości zespolonych pola elektromagnetycznego.

Trzeci z zastosowanych w pracy modeli jest modelem dwuwymiarowym z płasko-równoległym rozkładem pola magnetycznego i bazuje na współczynniku efektu krańcowego obliczanym za pomocą pierwszych dwóch modeli. Model ten został utworzony przy uwzględnieniu całego obwodu magnetycznego maszyny (bez ograniczania obszaru analizy do samego wirnika) i służy do wyznaczenia jej charakterystyk funkcjonalnych. Jest on oparty na równaniach Maxwella określonych w dziedzinie częstotliwości dla zespolonego magnetycznego potencjału wektorowego oraz równaniach Kirchhoffa dla obwodów elektrycznych uzwojenia stojana.

W przetwornikach posiadających nieliniowy obwód magnetyczny przy sinusoidalnym wymuszeniu napięciowym następuje odkształcenie przebiegów prądów. Użycie w takim przypadku metody symbolicznej (potencjał zespolony) może wzbudzać zastrzeżenia. Metoda ta jest jednak często wykorzystywana praktycznie, głównie ze względu na znacznie niższy koszt obliczeniowy w porównaniu z metodą wykorzystującą model określony w dziedzinie czasu. Dopuszczalność jej używania wynika z faktu, że w maszynach elektrycznych najważniejsze parametry eksploatacyjne, takie jak wartość rozwijanego momentu elektromagnetycznego, zależą od iloczynu indukcji magnetycznej i gęstości prądu [13, 33]. W przypadku, gdy jedna z tych wielkości zawiera wyższe harmoniczne, wartość średnia ich iloczynu jest równa wartości średniej iloczynu podstawowych

harmonicznym. Głównymi wadami metody symbolicznej są: ograniczona możliwość odwzorowania ruchu obrotowego wirnika, oraz trudności w uwzględnieniu nieliniowych charakterystyk magnesowania i strat pochodzących od wyższych harmonicznych pola magnetycznego. Z uwagi na to, że głównym celem niniejszej pracy jest ulepszenie sposobu uwzględniania efektów krańcowych w wirniku, dwuwymiarowy połowo-obwodowy model maszyny został wykorzystywany głównie do oceny poprawności tej metody. Z tego powodu zdecydowano się na wykorzystanie modelu połowo-obwodowego określonego w dziedzinie częstotliwości. Umożliwia on w bardzo krótkim czasie (rzędu pojedynczych minut) wyznaczenie najważniejszych parametrów eksploatacyjnych maszyny w stanach quasi-ustalonych co ma duże znaczenie w przypadku modelowania przetworników charakteryzujących się dużą elektromechaniczną stałą czasową w porównaniu do okresu zmian podstawowej harmonicznej napięcia (maszyny wysokoobrotowe).

Podstawą do utworzenia opisanych wyżej modeli są zespolone równania Maxwella w postaci różniczkowej oraz równania obwodów elektrycznych wynikające z praw Kirchhoffa [100].

2.2. Równania Maxwella dla pól harmonicznym

Równania Maxwella dla zespolonych wektorów pola elektromagnetycznego o zadanej pulsacji ω mają postać

$$\nabla \times \underline{\mathbf{H}} = \underline{\mathbf{J}} + j\omega \underline{\mathbf{D}} \quad , \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \underline{\mathbf{E}} = -j\omega \underline{\mathbf{B}} \quad , \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot \underline{\mathbf{B}} = 0 \quad , \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \underline{\mathbf{D}} = \underline{\rho} \quad , \quad (2.4)$$

gdzie rzeczywiste wielkości wektorowe i skalarnie pola elektromagnetycznego są określone przez zależność

$$\underline{\mathbf{H}}(\mathbf{r}, t) = \text{Im}\{\underline{\mathbf{H}}(\mathbf{r})e^{j\omega t}\} \quad , \quad (2.5)$$

$$\underline{\mathbf{J}}(\mathbf{r}, t) = \text{Im}\{\underline{\mathbf{J}}(\mathbf{r})e^{j\omega t}\} \quad , \quad (2.6)$$

$$\underline{\mathbf{D}}(\mathbf{r}, t) = \text{Im}\{\underline{\mathbf{D}}(\mathbf{r})e^{j\omega t}\} \quad , \quad (2.7)$$

$$\underline{\mathbf{B}}(\mathbf{r}, t) = \text{Im}\{\underline{\mathbf{B}}(\mathbf{r})e^{j\omega t}\} \quad , \quad (2.8)$$

$$\underline{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) = \text{Im}\{\underline{\mathbf{E}}(\mathbf{r})e^{j\omega t}\} \quad , \quad (2.9)$$

$$\varrho(\mathbf{r}, t) = \text{Im}\{\underline{\varrho}(\mathbf{r})e^{j\omega t}\} \quad . \quad (2.10)$$

Ograniczając rozważania do pola elektromagnetycznego wolnozmiennego, pomija się wektor gęstości prądu przesunięcia dielektrycznego $j\omega\underline{\mathbf{D}}$. W takim przypadku wektor całkowitej gęstości prądu wyraża się tylko poprzez sumę wektora gęstości prądów o zadanym rozkładzie oraz wektora gęstości prądów przewodnictwa elektrycznego

$$\underline{\mathbf{J}} = \underline{\mathbf{J}}_S + \gamma\underline{\mathbf{E}} \quad . \quad (2.11)$$

Zależności (2.1)-(2.4) uzupełniają równania konstytutywne związane z własnościami materiałowymi środowisk. W metodzie aproksymacji sinusoidalnej (metoda symboliczna) w równaniu konstytutywnym dla pola magnetycznego, zależność pomiędzy indukcją magnetyczną oraz natężeniem pola magnetycznego opiera się na wykorzystaniu efektywnych, w miejsce rzeczywistych, charakterystyk przenikalności magnetycznej [13, 54]. Odpowiada temu wprowadzenie tzw. efektywnej przenikalności magnetycznej $\hat{\mu}$. W środowisku izotropowym obowiązuje zależność

$$\underline{\mathbf{B}} = \hat{\mu}\underline{\mathbf{H}} \quad . \quad (2.12)$$

W literaturze można znaleźć co najmniej kilka różnych definicji współczynnika efektywnej przenikalności magnetycznej [13]. W niniejszej pracy wielkość ta wyrażana jest jako iloraz półokresowej wartości średniej indukcji magnetycznej i amplitudy natężenia pola magnetycznego przy założeniu, że natężenie pola magnetycznego jest opisane funkcją sinus, natomiast indukcja magnetyczna jest funkcją niesinusoidalną, obliczaną na podstawie charakterystyki magnesowania materiału, zmierzonej przy stałym natężeniu pola magnetycznego [54, 56]

$$\hat{\mu}(H_m) = \frac{4}{\pi H_m} \int_0^{\frac{\pi}{2}} H_m \mu_{DC}(H_m \sin\alpha) \sin\alpha d\alpha \quad . \quad (2.13)$$

Zależność ta od strony zjawisk fizycznych, bardziej od innych spotykanych w literaturze, odpowiada modelom maszyn elektrycznych, w których stosowane jest wymuszenie w postaci źródeł napięciowych a nie źródeł prądowych.

2.3. Równania modeli matematycznych

2.3.1. Wyznaczenie współczynnika efektu krańcowego wirnika metodą numeryczną

Wprowadzenie współczynnika efektu krańcowego umożliwia zastosowanie w obliczeniach charakterystyk funkcjonalnych maszyny indukcyjnej z wirnikiem masywnym modelu z polem płasko-równoległym, zamiast pełnego modelu trójwymiarowego. Możliwość zastosowania takiego modelu umożliwia znaczące pomniejszenie kosztów obliczeniowych związanych z wyznaczeniem tych charakterystyk. Wymieniony wyżej współczynnik jest wprowadzany w taki sposób, aby pomiędzy wartościami mocy w wirniku P_{3D} - obliczanej w przestrzeni trójwymiarowej (z uwzględnieniem wpływu efektów krańcowych) oraz P_{2D} - obliczanej w przestrzeni dwuwymiarowej (bez uwzględnienia wpływu efektów krańcowych) w tych samych warunkach pracy dotyczących amplitudy, a także częstotliwości rozkładu pola magnetycznego w szczelinie powietrznej oraz wymiarów geometrycznych i liczby biegunów maszyny, zachodziła zależność

$$P_{3D} = k_e P_{2D} \quad . \quad (2.14)$$

Współczynnik efektu krańcowego wyraża się zatem wzorem

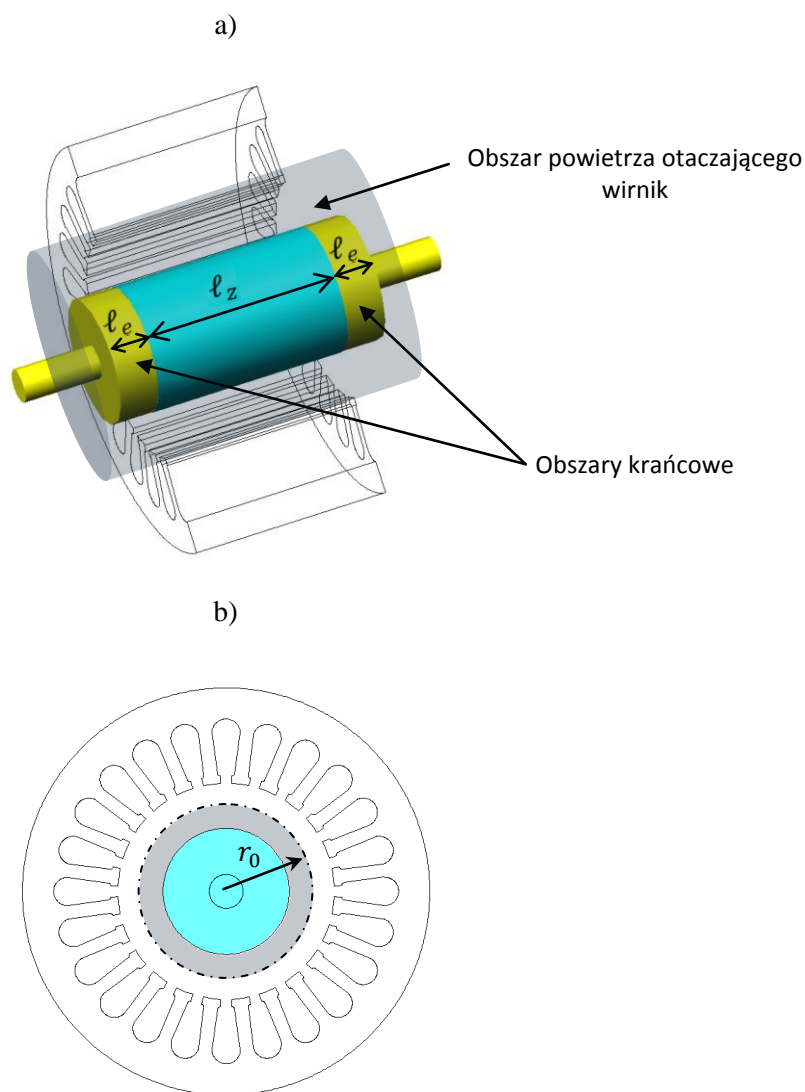
$$k_e = \frac{P_{3D}}{P_{2D}} \quad . \quad (2.15)$$

Powyższe oznacza, że do wyznaczenia tych mocy należy zastosować taki sam rozkład indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej maszyny, a w związku z tym, podczas wyznaczania współczynnika efektu krańcowego w zadanych warunkach pracy można ograniczyć obszar analizy do samego wirnika. Rysunek poglądowy 2.1 przedstawia obszar silnika poddany analizie (obszar zaznaczony kolorem szarym). Wykorzystując zastosowane oznaczenia, poszczególne moce oblicza się ze wzorów

$$P_{3D} = \frac{1}{2} \iiint_{\Omega_M} \underline{E} \cdot \underline{J}_E^* d\Omega \quad , \quad (2.16)$$

$$P_{2D} = \frac{\ell_z + 2\ell_e}{2} \iint_{S_M} \underline{E}_z \underline{J}_{Ez}^* dS \quad . \quad (2.17)$$

Warte zauważenia jest, że takie podejście zachowuje swoją poprawność również w przypadku gdy $\ell_e = 0$, tj. wtedy gdy długość wirnika jest taka sama jak długość stojana. Podane wyżej zależności definiujące współczynnik efektu krańcowego wymagają przeprowadzenia obliczeń rozkładu wektora gęstości prądu zarówno w przestrzeni trój- jak i dwuwymiarowej. Moc wydzielana w wirniku przy uwzględnieniu wpływu efektów krańcowych obliczana jest za pomocą trójwymiarowego modelu matematycznego wirnika (rys. 2.1a), moc P_{2D} wyznaczana jest z kolei za pomocą modelu dwuwymiarowego (rys. 2.1b), będącego przekrojem poprzecznym modelu trójwymiarowego w połowie długości czynnej maszyny.



Rys. 2.1. Wybór obszaru obliczeniowego i oznaczenia długości czynnej wirnika, obszarów krańcowych oraz miejsce wprowadzania wzbudzenia w modelach wirnika masywnego wykorzystanych do obliczeń współczynnika efektu krańcowego (obszar ograniczony przerywaną linią): a) model trójwymiarowy, b) model dwuwymiarowy.

Podstawowym założeniem wykorzystywanym w niniejszej pracy jest to, że tego rodzaju obliczenia można przeprowadzić przy ograniczeniu rozważań do samego wirnika, narzucając rozkład wektora indukcji magnetycznej w środku szczeliny powietrznej maszyny (promień r_0) za pomocą warunku brzegowego pierwszego rodzaju. Przyjmuje się przy tym, że rozkład ten ograniczony jest tylko do pierwszej harmonicznej czasowej i przestrzennej składowej normalnej wektora indukcji magnetycznej

$$\underline{B}_r(r = r_0, -\ell_z/2 \leq z \leq \ell_z/2, \psi, \omega t) = B_0 e^{j(\varphi\psi - \omega t)} . \quad (2.18)$$

W obydwu modelach przyjmowane jest jednakowe wzbudzenie określone powyższą zależnością, z zastrzeżeniem, że w modelu trójwymiarowym wprowadzone jest ono tylko w obszarze odpowiadającym długości czynnej wirnika (długości stojana). Zakłada się dodatkowo niezmiennosc wektora indukcji magnetycznej w szczeliny powietrznej wzdłuż osi maszyny ($-\ell_z/2 \leq z \leq \ell_z/2$). Przy założeniu, że przenikalność magnetyczna jest stała, wartość współczynnika efektu krańcowego obliczona według wyrażenia (2.15) nie zależy od amplitudy indukcji magnetycznej.

Do obliczeń mocy w obydwu układach stosuje się metodę pary zespolonych potencjałów $\underline{A} - \underline{V}_e$, tj. zespolonego magnetycznego potencjału wektorowego oraz zespolonego elektrycznego potencjału skalarne. Należy zaznaczyć, że poszczególne wektory w modelu trój- i dwuwymiarowym nie są tożsame, jednak ze względu na czytelność opisu matematycznego zdecydowano się na użycie tych samych oznaczeń dla wielkości polowych w obydwu modelach. Wychodząc z drugiego równania Maxwella i stosując podstawienie $\underline{B} = \nabla \times \underline{A}$ oraz uwzględniając bezwirowość pola elektrycznego, zespolony wektor natężenia pola elektrycznego, występujący we wzorze (2.16), można opisać równaniem

$$\underline{E} = -j\omega \underline{A} - \nabla \underline{V}_e , \quad (2.19)$$

natomiast zespolony wektor gęstości prądu przewodnictwa można przedstawić w postaci

$$\underline{J}_E = \gamma \underline{E} = -j\omega \gamma \underline{A} - \gamma \nabla \underline{V}_e . \quad (2.20)$$

W przypadku obliczeń w przestrzeni trójwymiarowej, ze względu na wykorzystanie pary potencjałów zespolonych, korzystnym jest zastosowanie zmodyfikowanego zespolonego magnetycznego potencjału wektorowego \underline{A}' . Ponieważ obydwa potencjały są określone w całym obszarze przewodzącym, to dzięki zastosowaniu jednego globalnego potencjału znacznie redukuje się liczbę niewiadomych. Wprowadzając podstawienie

$$\underline{A} = \underline{A}' - \frac{1}{j\omega} \nabla \underline{V}_e , \quad (2.21)$$

zespolone wektory natężenia pola elektrycznego, gęstości prądu indukowanego oraz indukcji magnetycznej można wyrazić w postaci

$$\underline{E} = -j\omega\underline{A}' \quad , \quad (2.22)$$

$$\underline{J}_E = -j\omega\gamma\underline{A}' \quad , \quad (2.23)$$

$$\underline{B} = \nabla \times \underline{A}' \quad . \quad (2.24)$$

Cały obszar obliczeniowy obydwu rozważanych modeli wirnika masywnego traktowany jest jako układ bez prądów źródłowych. Uwzględniając powyższe, po podstawieniu (2.23) do (2.11) oraz (2.24) do (2.12), a następnie (2.11) i (2.12), po uprzednich podstawieniach do pierwszego równania Maxwella, układ równań opisujących rozkład pola elektromagnetycznego w modelu trójwymiarowym można ostatecznie wyrazić równaniem

$$\nabla \times \frac{1}{\hat{\mu}} \nabla \times \underline{A}' = -j\omega\gamma\underline{A}' \quad . \quad (2.25)$$

Dla modelu dwuwymiarowego powyższa zależność sprowadza się do równania dla jednej składowej zmodyfikowanego magnetycznego potencjału wektorowego

$$\nabla \cdot \frac{1}{\hat{\mu}} \nabla \underline{A}'_z = j\omega\gamma\underline{A}'_z \quad . \quad (2.26)$$

Podstawowym czynnikiem decydującym o możliwości praktycznego wykorzystania przedstawionego wyżej modelu jest koszt obliczeniowy, który można znacznie pomniejszyć dokonując dalszego ograniczenia obszaru analizy. Jest to możliwe tylko w maszynie o symetrycznej budowie, w której istnieje symetria obrotowa wirnika i rozkładu pola magnetycznego. Przy ograniczeniu rozważań do jednego bieguna, dodatkowe równania, które musi spełniać rozkład pola elektromagnetycznego na brzegach wyznaczających symetrię modelu, dotyczą ciągłości składowej indukcji magnetycznej, normalnej do brzegu oraz składowych stycznych natężenia pola magnetycznego. Wykorzystując oznaczenia przedstawione na rys. 2.2, równania te można zapisać w postaci (indeksy S i M oznaczają odpowiednie powierzchnie lub linie ograniczające obszar obliczeniowy modelu, na których zadano warunki brzegowe związane z symetrią rozkładu pola)

$$\underline{B}_{nS} = -\underline{B}_{nM} \quad . \quad (2.27)$$

$$\underline{H}_{tS} = -\underline{H}_{tM} \quad . \quad (2.28)$$

Przy sformułowaniu równań dla zmodyfikowanego magnetycznego potencjału wektorowego warunek (2.27) sprowadza się do równości amplitud i przeciwnych znaków składowych zmodyfikowanego magnetycznego potencjału wektorowego w kierunkach stycznych do brzegu. Warunki (2.27) i (2.28) przyjmują postać:

$$\underline{A}'_{rS} = -\underline{A}'_{rM} \quad (2.29)$$

$$\underline{A}'_{zS} = -\underline{A}'_{zM} \quad (2.30)$$

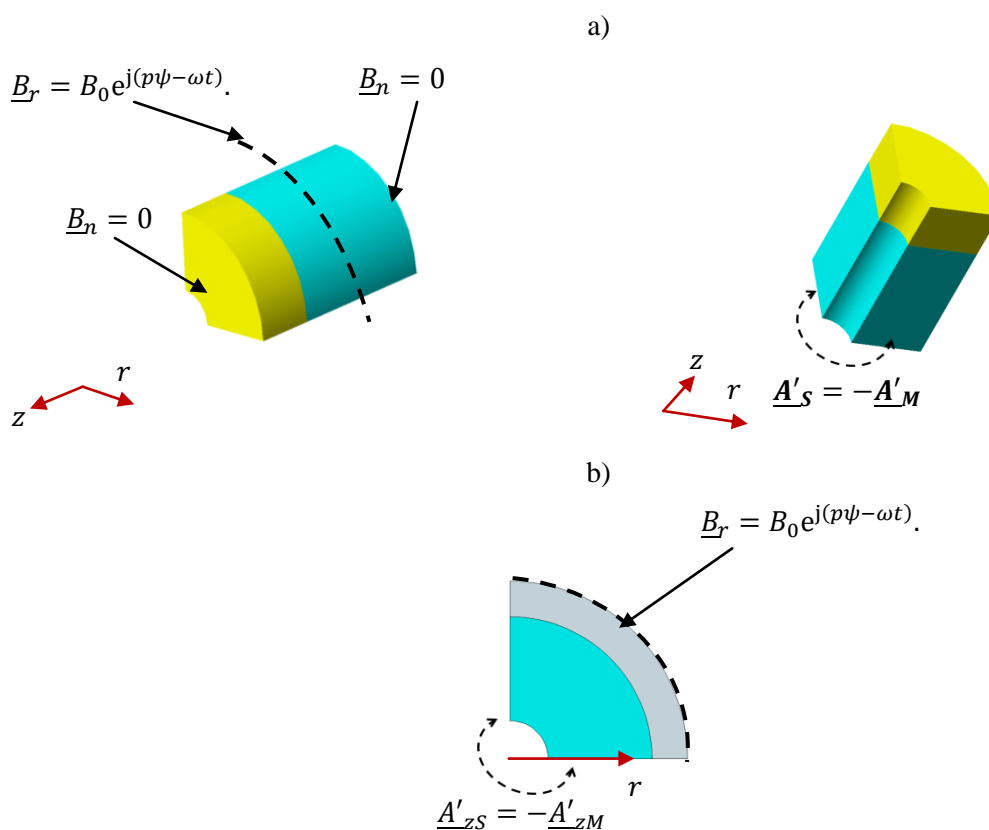
$$\underline{H}_{rS} = -\underline{H}_{rM} \quad (2.31)$$

$$\underline{H}_{zS} = -\underline{H}_{zM} \quad (2.32)$$

W modelu dwuwymiarowym warunki te sprowadzają się do równań

$$\underline{A}'_{zS} = -\underline{A}'_{zM} \quad (2.33)$$

$$\underline{H}_{rS} = -\underline{H}_{rM} \quad (2.34)$$



Rys. 2.2. Warunki brzegowe przyjęte w modelach wirnika wykorzystanych do numerycznego wyznaczenia współczynnika efektu krańcowego na przykładzie maszyny o dwóch parach biegunów: a) model trójwymiarowy w dwóch rzutach (ze względu na czytelność rysunku nie zaznaczono obszaru powietrza), b) model dwuwymiarowy.

2.3.2. Wyznaczenie charakterystyk eksploatacyjnych

2.3.2.1. Równania polowo-obwodowego modelu maszyny

Równania przedstawione w poprzednim podrozdziale dotyczą opisu matematycznego modeli pomocniczych, ograniczonych do obszaru samego wirnika. Z tego powodu nie mogą one być zastosowane do wyznaczenia charakterystyk eksploatacyjnych maszyny. Do ich obliczenia w niniejszej pracy stosuje się osobny dwuwymiarowy model polowo-obwodowy. Przyjmuje się, że rozkład pola elektromagnetycznego w tym modelu spełnia równanie

$$-\nabla \cdot \left(\frac{1}{\hat{\mu}} \nabla \underline{A}_z \right) = \underline{J}_{Sz} + \underline{J}_{Ez}. \quad (2.35)$$

Wielkość $\hat{\mu}$ w poszczególnych obszarach modelu przyjmuje następujące wartości

$$\hat{\mu} = \begin{cases} \hat{\mu}_S & \text{w obszarze stojana} \\ \hat{\mu}_W & \text{w obszarze wirnika} \\ \mu_0 & \text{w pozostałych obszarach} \end{cases}, \quad (2.36)$$

gdzie $\hat{\mu}_S$, $\hat{\mu}_W$ są efektywnymi przenikalnościami magnetycznymi, odpowiednio stojana oraz wirnika, obliczonymi według wyrażenia (2.13).

Ze względu na sposób opisu wektora gęstości prądu w maszynie, można wyróżnić trzy rodzaje obszarów obliczeniowych. Pierwszy z nich stanowią obszary nieprzewodzące bez źródeł prądu, za które uważa się pakietowany rdzeń stojana oraz powietrze. Drugi rodzaj obszaru stanowi uzwojenie stojana (całe powierzchnie żłobków lub ich części zajmowane przez zezwoje), które jest traktowane jako uzwojenie wielozwojne, tj. jako obszar o zerowej konduktywności, w którym niezerowa jest zespolona gęstość prądu źródłowego \underline{J}_{Szq} związana z zespolonym prądem \underline{I}_{mq} cewki należącej do fazy o oznaczeniu q , ($q = a, b, c$). Rozkład tej gęstości w rozpatrywanym obszarze jest równomierny i może być ogólnie opisany zależnością

$$\underline{J}_{Szq} = \frac{n_z \alpha_q}{S_p} \underline{I}_{mq}. \quad (2.37)$$

Założenie dotyczące równomierności rozkładu gęstości prądu w przewodach tworzących cewki uzwojenia stojana jest w analizowanym przypadku dopuszczalne, gdyż zastępcza głębokość wnikania pola do wnętrza przewodu jest duża w stosunku do średnicy przewodu [13, 36, 95]. W maszynie, w której uzwojenie stojana utworzone jest z grup połączonych szeregowo oraz faz połączonych w gwiazdę (w niniejszej pracy rozpatrywane są uzwojenia tylko tego typu) prąd pojedynczego przewodu jest równy prądowi fazowemu. Uwzględniając, że uzwojenie jest zasilane z symetrycznego

trójfazowego źródła napięciowego o amplitudzie \underline{U}_{mq} równanie bilansu napięć dla jednej fazy uzwojenia, wynikające z drugiego prawa Kirchhoffa przyjmuje postać

$$\underline{U}_{mq} = R_s \underline{I}_{mq} + j\omega L_e \underline{I}_{mq} + j\omega \oint_{C_q} \underline{A}_z dC \quad q = a, b, c, \quad (2.38)$$

gdzie: C_q – sumaryczny kontur wiedziony wzdłuż wszystkich zwojów cewek fazy. Dla uzwojenia o szeregowo połączonych cewkach, których boki są rozłożone w Q_w obszarach odpowiadających przekrojom żłobków (uzwojenie jednowarstwowe) lub częściom tych przekrojów (uzwojenie wielowarstwowe), równie (2.38) przyjmuje postać

$$\underline{U}_{mq} = R_s \underline{I}_{mq} + j\omega L_e \underline{I}_{mq} + j\omega \ell_z \sum_{i=1}^{Q_w} q_i \iint_{S_{Pqi}} \underline{A}_z dS \quad q = a, b, c, \quad (2.39)$$

gdzie $q_i = \frac{n_z \alpha_{qi}}{S_{Pqi}}$ jest funkcją rozkładu uzwojenia.

Trzeci rodzaj obszarów stanowią masywne części silnika o niezerowej konduktywności. W rozpatrywanej maszynie są to: kadłub, wirnik oraz wał. Gęstość prądu źródłowego jest w nich zerowa, niezerowa jest natomiast gęstość prądu indukowanego. Może ona wywoływać znaczne straty mocy w tych częściach maszyny, dlatego powinna być ona odwzorowana możliwie dokładnie. Należy jednak zwrócić uwagę, że w rozpatrywanym modelu występuje tylko składowa wektora gęstości prądu w kierunku równoległym do wału. Wówczas popełnia się błąd związany z modelowaniem tej składowej, gdyż pominięte są w nim składowe wektora gęstości prądu prostopadłe do wału. Szczególną uwagę należy zwrócić na przypadek, gdy rozpatrywanym obszarem jest wał lub wirnik maszyny, gdzie należy uwzględnić zmianę częstotliwości indukowanego prądu wraz ze zmianą prędkości obrotowej. W modelach matematycznych maszyn indukcyjnych określonych w dziedzinie częstotliwości, zmianę pulsacji pola magnetycznego wnikaającego do wnętrza wirnika, związaną ze zmianą jego prędkości wirowania, uwzględnia się za pomocą metody transformacji poślizgu [13, 18, 55]. Polega ona wyrażeniu amplitudy indukowanego prądu bezpośrednio poprzez poślizg wirnika. Odpowiada to ograniczeniu rozważań do podstawowej harmonicznej czasowej rozkładu pola magnetycznego w wirniku. W takim przypadku rozkład wektora gęstości prądu indukowanego w obszarach masywnych można opisać funkcją

$$\underline{J}_{Ez} = \begin{cases} -j\hat{\nu} s \omega \underline{A}_z & \text{w wirniku oraz wale} \\ -j\hat{\nu} \omega \underline{A}_z & \text{w kadłubie stojana} \\ 0 & \text{w pozostałych obszarach} \end{cases} \quad (2.40)$$

Konduktywność efektywna $\hat{\gamma}$ występująca we wzorze (2.40) jest równa iloczynowi rzeczywistej konduktywności materiału γ oraz współczynnika efektu krańcowego k_e . Zmianom częstotliwości w wirniku towarzyszy zmiana głębokości wnikania pola magnetycznego do jego wnętrza. Zmianie ulega również zastępcza impedancja obszarów krańcowych wirnika. Z tego powodu, współczynnik efektu krańcowego w wirniku (2.15) także musi uwzględniać tę zmianę. Inna sytuacja zachodzi w obszarach masywnych zlokalizowanych poza wirnikiem, takich jak kadłub maszyny, w których częstotliwość podstawowej harmonicznej pola magnetycznego jest stała. W związku z tym, w obszarze takim współczynnik efektu krańcowego można uznać za niezależny od częstotliwości. W maszynach elektrycznych części te mają różnorodną budowę oraz są wykonane z różnorodnych materiałów (aluminium, stal, żeliwo). Do wyznaczenia odpowiednich współczynników efektu krańcowego w tych obszarach trudno jest zatem opracować uniwersalny model numeryczny, jak to uczyniono w niniejszej pracy w przypadku obszaru wirnika. W częściach tych można zawsze posługiwać się regułą, według której współczynnik efektu krańcowego jest szacowany dzieląc długość w kierunku osiowym przez sumę długości w kierunku osiowym oraz w kierunku obrotów, przez liczbę biegunów, tj. tak samo jak w przypadku współczynnika efektu krańcowego wyznaczanego według wyrażenia (1.5) podanego przez O'Kelly'ego [79]. Uwzględniając powyższe, efektywna konduktywność w poszczególnych masywnych obszarach obliczeniowych modelu przyjmuje wartość

$$\hat{\gamma} = \begin{cases} k_e \left(\frac{s\omega}{2\pi} \right) \gamma & \text{w wirniku} \\ k_{e0} \gamma & \text{poza wirnikiem} \end{cases} \quad (2.41)$$

gdzie $k_e(\cdot)$ oznacza, że współczynnik efektu krańcowego jest funkcją poślizgu s (częstotliwości).

2.3.2.2. Uwzględnienie strat

Oprócz możliwości wyznaczenia podstawowych charakterystyk eksploatacyjnych maszyny, opracowany model powinien także umożliwiać oszacowanie strat, gdyż od ich wartości uzależniona jest sprawność maszyny, a także możliwym jest zaprojektowanie odpowiednio wydajnego układu chłodzenia. Ze względu na przyczyny powstawania, straty występujące w maszynach elektrycznych dzielą się ogólnie na elektromagnetyczne i mechaniczne [54]. Do strat mechanicznych zalicza się straty wywołane tarciem podczas wirowania (straty w łożyskach i straty wywołane oporem aerodynamicznym) oraz będące rezultatem wymuszenia obiegu czynnika chłodzącego (wentylator). Straty elektryczne są związane z występowaniem prądu w środowiskach przewodzących (straty w uzwojeniu oraz związane z indukowaniem się prądów wirowych w elementach masywnych i w mniejszym stopniu w elementach wykonanych w postaci pakietu blach) oraz z występowaniem zjawiska histerezy ferromagnetyka (straty histerezowe). Straty wywołane wyższymi harmonicznymi indukcji magnetycznej nazywane są elektromagnetycznymi stratami dodatkowymi. Wyższe

harmoniczne indukcji magnetycznej są skutkiem zarówno odkształcenia przebiegów napięć zasilających (harmoniczne czasowe), jak również nieciągłego charakteru funkcji rozkładu uzwojenia w żłobkach oraz niejednorodnego obwodu magnetycznego maszyny w postaci użłobkowania stojana i wirnika (tzw. permeancyjne przestrzenne harmoniczne żłobkowe). W odróżnieniu od maszyn konwencjonalnych, gdzie straty dodatkowe stanowią tylko 2 do 5% wszystkich strat, w maszynach wysokoobrotowych uwzględnienie ich opisu staje się koniecznością [54]. W tego typu przetwornikach mogą one stanowić nawet połowę wszystkich strat wpływając w znaczący sposób nie tylko na sprawność ale również na wartość współczynnika mocy [54]. Ze względu na zwiększoną częstotliwość zmian pola, wyższą wartością, w porównaniu do maszyn konwencjonalnych, charakteryzują się również straty w pakietowanych elementach obwodu magnetycznego.

W niniejszej pracy przyjęto model strat w pakietowanym rdzeniu stojana oparty na klasycznej metodzie rozdziału strat w jednostce masy obwodu magnetycznego. W metodzie tej straty jednostkowe dzieli się na klasyczne straty wiropądowe, straty związane z histerezą oraz straty nadmiarowe

$$p_{Fe} = \frac{\pi d_b^2 \gamma_{Fe}}{6 \rho_{Fe}} f^2 |\underline{B}|^2 + c_h f |\underline{B}|^2 + c_e f^{1.5} |\underline{B}|^{1.5} \quad (2.42)$$

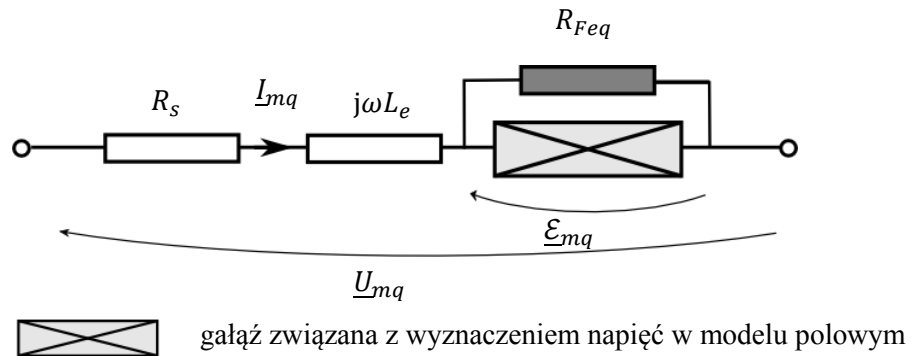
Stałe c_h oraz c_e dla materiału rdzenia stojana identyfikuje się metodą regresji liniowej na podstawie krzywych strat jednostkowych materiału zmierzonych przy zadanej częstotliwości. Ponieważ straty te mają istotny wpływ na wartość współczynnika mocy maszyny i wartość składowej czynnej prądu pobieranego ze źródła zasilania, koniecznym staje się włączenie modelu tych strat do opisu matematycznego maszyny. Dla modeli określonych w dziedzinie częstotliwości, spotyka się prace, w których w tym celu stosuje się tzw. metodę przenikalności magnetycznej zespolonej [53, 64]. W metodzie tej moduł przenikalności zespolonej jest równy przenikalności mierzonej przy prądzie stałym, natomiast argument określa się tak aby w jednostce masy rdzenia straty wynikające ze wzoru (2.42) były równe polu powierzchni zastępczej elipsy na płaszczyźnie zespolonej $\underline{B} - \underline{H}$. W niniejszej pracy przyjęto inne podejście. Straty w żelazie włączono do modelu silnika wprowadzając dodatkowy nieliniowy rezystor, połączony równolegle z każdą z faz uzwojenia stojana (rys. 2.3). Wartość rezystancji tego elementu jest obliczana według wzoru

$$R_{Feq} = \frac{3 |\underline{\mathcal{E}}_{mq}|^2}{2 P_{Fe}} \quad q = a, b, c, \quad (2.43)$$

gdzie

$$P_{Fe} = \iiint_{V_S} p_{Fe} dV, \quad (2.44)$$

$$|\underline{\varepsilon}_{mq}| = \left| j\omega \ell_z \sum_{i=1}^{Q_w} q_i \iint_{S_{Pi}} \underline{A}_z dS \right| \quad q = a, b, c \quad , \quad (2.45)$$



Rys. 2.3. Schemat ilustrujący sposób wprowadzenia do modelu polowo-obwodowego maszyny strat w żelazie za pomocą gałęzi równoległej zawierającej nieliniową rezystancję.

Kolejny problem dotyczy uwzględnienia strat w masywnym wirniku od wyższych harmoniczných indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej. W modelu określonym w dziedzinie częstotliwości tylko dla podstawowej harmonicznęj czasowej wymuszenia nie ma możliwości uwzględnienia wpływu wyższych harmoniczných czasowych wywołanych odkształceniem przebiegu napięć zasilających (zasilanie za pośrednictwem falownika napięcia). Nie można także w sposób dokładny odwzorować wpływu harmoniczných przestrzenných, gdyż wymaga to odwzorowania rzeczywistego ruchu obrotowego wirnika a więc rozwiązania wszystkich równań w dziedzinie czasu. Starty mocy wywołane przez harmoniczne żłbkowe, które w trójfazowej maszynie indukcyjnej z wirnikiem masywnym stanowią przeważającą część strat dodatkowych w wirniku [4, 11], można w zastosowanej metodzie obliczeniowej oszacować dokonując rozkładu indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej, obliczonego dla podstawowej harmonicznęj czasowej napięcia zasilającego, na wyższe harmoniczne. Przy takim podejściu przyjmuje się, że amplitudy odpowiednich harmoniczných czasowych są równe amplitudom harmoniczných przestrzenných. Rząd tych harmoniczných indukcji wynika z oddziaływania harmoniczných permeancji żłbkowej stojana o numerach $k \frac{Q_s}{p}$, $k = 1, 2, 3, \dots$ z podstawową harmoniczną okładu prądowego uzwojenia stojana. Numery harmoniczných permeancyjnych indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej są określone poprzez zależność

$$\nu = k \frac{Q_s}{p} + 1 \quad , \quad k = \pm 1 \pm 2, \dots \quad , \quad (2.46)$$

Poślizg wirnika związany z równoważnym polem wirującym pochodzącym od ν - tej harmonicznęj indukcji magnetycznej określa równanie

$$s_{\nu} = 1 - \nu(1 - s) \quad . \quad (2.47)$$

Przy takich założeniach dokonując rozkładu indukcji magnetycznej w szczeliny powietrznej maszyny za pomocą dyskretnej transformaty Fouriera, każdą z amplitud można potraktować jako osobne wymuszenie umożliwiające wyznaczenie odpowiadającego mu rozkładu gęstości prądu w wirniku. To z kolei, pozwala oszacować związane z tym rozkładem straty mocy. Na podstawie znajomości wartości poszczególnych amplitud harmoniczných zębkwowych, wprowadza się tyle modeli pomocniczych (ograniczonych do samego wirnika maszyny) ile wynosi liczba znaczących amplitud harmoniczných zębkwowych. W praktyce liczbę tę można ograniczyć do 4, tj. dla $k = \pm 1 \pm 2$, gdyż amplitudy harmoniczných wyższych rzędów są niewielkie i wywołują one niskie straty mocy.

Każda z amplitud w modelu pomocniczym jest uwzględniana za pomocą warunku brzegowego Dirichleta wprowadzonego w środku szczeliny powietrznej. Warunek ten jest zadawany dla magnetycznego potencjału wektorowego i dotyczy on wymuszenia obwodowego rozkładu składowej promieniowej indukcji magnetycznej o amplitudzie równej amplitudzie odpowiedniej harmoniczných zębkwowej oraz liczbie par biegunów równej ν . Zakłada się, że za nasycenie obwodu magnetycznego modeli pomocniczych odpowiada tylko harmoniczna podstawowa rozkładu indukcji magnetycznej.

Uwzględniając, że z każdym z modeli pomocniczych (harmoniczną o liczbie par biegunów ν) są związane straty w wirniku $P_{D\nu}$ to straty dodatkowe całkowite w wirniku są obliczane według wzoru

$$P_D = \sum_{\nu} P_{D\nu} \quad , \quad (2.48)$$

Straty dodatkowe w wirniku są następnie wprowadzane do opisanego wyżej modelu połowo-obwodowego maszyny podobnie jak straty w żelazie, tj. za pomocą dodatkowego rezystora R_D połączonego równolegle z każdą fazą uzwojenia (rys. 2.4). Wartość jego rezystancji obliczana jest z równania:

$$R_{Dq} = \frac{3|\mathcal{E}_{mq}^2|}{2P_D} \quad q = a, b, c \quad , \quad (2.49)$$

Postępowanie zgodne z przedstawionym wyżej opisem jest zobrazowane rys. 2.5.

Z każdą wyższą harmoniczną indukcji magnetycznej związana jest odpowiadająca jej wartość momentu elektromagnetycznego:

$$T_{e\nu} = \frac{P_{D\nu}}{s_{\nu}\omega} \quad . \quad (2.50)$$

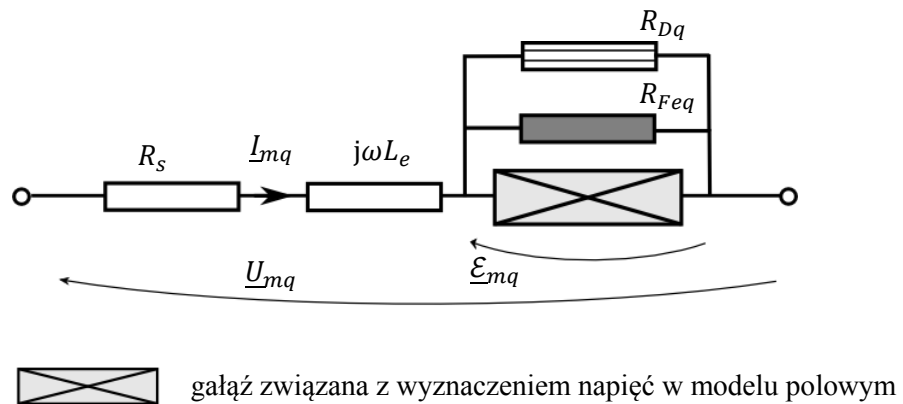
Aby uwzględnić momenty dodatkowe w bilansie mocy rozpatrywanego modelu, do wartości momentu wynikającego z oddziaływania podstawowej harmonicznej indukcji magnetycznej i rozkładu wektora gęstości prądu w wirniku dodawane są składniki pochodzące od wyższych harmonicznych

$$T_e = T_{e1} + \sum_v T_{ev} . \quad (2.51)$$

Składnik momentu elektromagnetycznego T_{e1} jest obliczany przy wykorzystaniu składowej osiowej tensora momentów naprężeń magnetycznych w szczelinie powietrznej maszyny

$$T_{e1} = \frac{r_g^2}{2\mu_0} \oint_{\Gamma} \text{Re}\{B_r B_{\psi}^*\} d\psi , \quad (2.52)$$

gdzie Γ oznacza krzywą całkowania w postaci okręgu o promieniu r_g równemu średniej wartości szczeliny powietrznej. W celu poprawy dokładności obliczeń momentu elektromagnetycznego metodą tensora naprężeń Maxwella wykorzystano podejście bazujące na lokalnym rozwiązaniu równania Laplace'a w obszarze szczeliny powietrznej metodą analityczną [76].

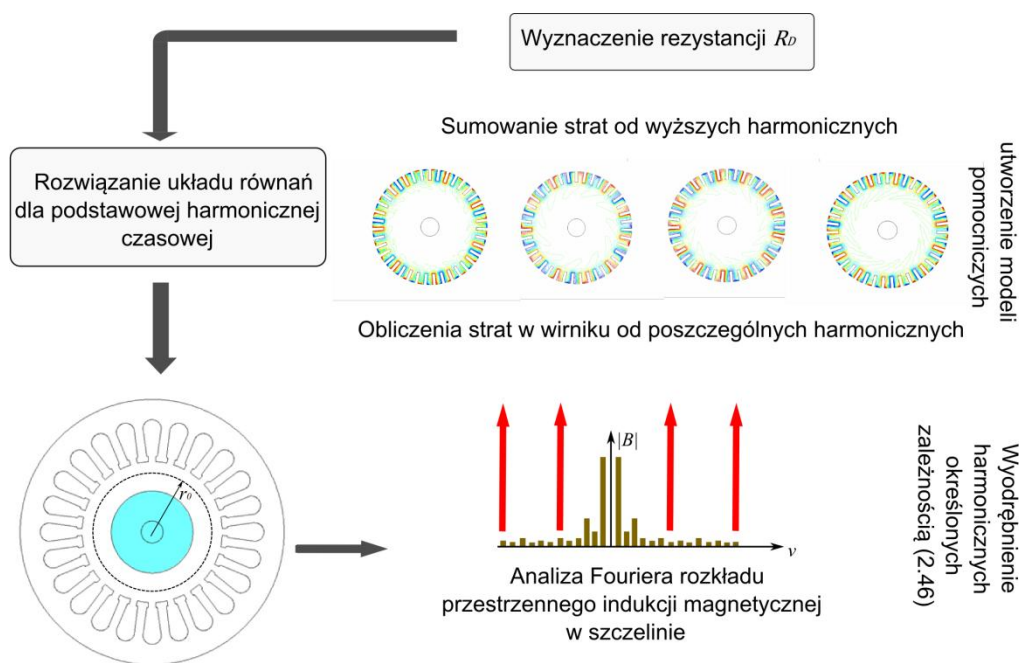


Rys. 2.4. Schemat ilustrujący sposób wprowadzenia do modelu polowo-obwodowego maszyny łącznie strat w żelazie oraz strat dodatkowych od wyższych harmonicznych w wirniku za pomocą gałęzi równoległych zawierających nieliniowe rezystancje.

Dodatkowych rozważań wymaga sposób obliczenia rozkładu gęstości prądu w modelach pomocniczych dla każdej z uwzględnianych wyższych harmonicznych indukcji magnetycznej. Należy zauważyć, że efekt krańcowy w wirniku będzie miał inny charakter dla każdej harmonicznej. Obliczenie osobnego współczynnika efektu krańcowego dla każdej harmonicznej indukcji magnetycznej za pomocą modelu przedstawionego w podrozdziale 2.3.1 jest możliwe, jednak takie podejście wiąże się z bardzo wysokim kosztem obliczeniowym (potrzeba wyznaczenie takiej liczby

współczynników efektu krańcowego zależnych od częstotliwości ile wynosi liczba wyższych harmonicznym uwzględnianych w modelu), dlatego należy uprościć analizę. Ze względu na to, że długość podziałki biegunowej wirnika dla wyższych harmonicznym jest dużo mniejsza w porównaniu do aktywnej długości stojana, efekt krańcowy z nimi związany ma dużo mniejszy wpływ na straty mocy w porównaniu z wpływem efektu krańcowego związanego z harmoniczną podstawową. Dodatkowo, częstotliwość indukowanego prądu związana z wyższymi harmonicznymi żłobkowymi, jest znacznie wyższa od częstotliwości podstawowej harmonicznym. Z tego powodu penetracja wirnika przez pole magnetyczne pochodzące od tych harmonicznym jest ograniczona praktycznie do długości czynnej wirnika. Dlatego do oszacowania współczynników efektu krańcowego dla tych harmonicznym dogodnie jest zastosować współczynnik wyrażony za pomocą formuły O'Kelly'ego, uwzględniając odpowiednią liczbę par biegunów związaną z tą harmoniczną

$$k_{ev} = \frac{\ell_z}{\ell_z + \frac{\pi r_{av}}{\nu}} \quad (2.53)$$



Rys. 2.5. Ilustracja graficzna metody wyznaczania strat dodatkowych i uwzględnienia ich w opisie matematycznym maszyny indukcyjnej.

Opisana wyżej metoda uwzględniania wpływu wyższych harmonicznym żłobkowych na parametry eksploatacyjne modelu jest jedynie metodą szacunkową i ma istotne wady. Jedną z nich jest brak możliwości uwzględnienia zmian rozkładu indukcji magnetycznej wraz ze zmianą położenia wirnika w odniesieniu do stojana występującą w przypadku modelowania maszyny z wirnikiem niejednorodnym (dwustronne użłobkowanie szczeliny powietrznej w przypadku wirnika niejednorodnego). Kolejnym przyjętym uproszczeniem jest niezależne sumowanie wpływu

poszczególnych harmonicznych obliczanych przy założeniu, że nasycenie obwodu magnetycznego wywołuje tylko podstawowa harmoniczna indukcji magnetycznej. Jak powszechnie wiadomo zasada superpozycji nie może być stosowana w układach nieliniowych. W rzeczywistej maszynie poszczególne harmoniczne wpływają na stan nasycenia poszczególnych obszarów obwodu magnetycznego (szczególnie obszary zębów stojana i zębów wirnika) i aby w sposób dokładny odwzorować ich wpływ należy równania rozwiązywać w dziedzinie czasu modelując ruch obrotowy wirnika. Kolejny błąd wprowadzany przez tę metodę polega na pominięciu wpływu napięć indukowanych w uzwojeniu silnika przez wyższe harmoniczne indukcji magnetycznej. Wpływ ten jest jednak niewielki ze względu na niskie wartości amplitud tych harmonicznych i połączenie uzwojenia stojana w gwiazdę.

2.3.3. Dyskretna postać równań modeli do obliczeń współczynnika efektu krańcowego

2.3.3.1. Uwagi ogólne

Model do obliczeń współczynnika efektu krańcowego, przedstawiony w podrozdziale 2.3.1, wymaga zastosowania obliczeń w przestrzeni trójwymiarowej. Aby był on efektywny obliczeniowo, koniecznym jest przeprowadzenie dodatkowych rozważań celem dobrania efektywnej metody obliczeniowej i bazującego na niej algorytmu.

Wraz ze wzrostem mocy obliczeniowej komputerów i z postępem w dziedzinie elektromagnetyzmu obliczeniowego opracowano wiele metod służących numerycznemu modelowaniu prądów wirowych w przestrzeni trójwymiarowej [10, 19, 75, 88]. Obecnie największe uznanie zyskują ujęcia, w których skalary i wektory pola znajdują odzwierciedlenie w opisie topologicznym dyskretyzowanej przestrzeni. W tego typu ujęciach stosuje się bezpośrednie przyporządkowanie odpowiednich wielkości pola formom geometrycznym elementu skończonego tj. węzłom, krawędziom, ściankom oraz objętościom [10, 19, 20, 34, 35, 37, 38, 39, 75, 88, 97, 98, 103, 104, 111].

W ujęciu tradycyjnym, w metodach, w których wykorzystuje się elementy trójwymiarowe do utworzenia równań modeli dyskretnych, stosuje się kryteria całkowe wynikające z zasady wariacyjnej lub tzw. sformułowania słabego (metoda Galerkina). Metodami odbiegającymi od tej reguły są:

- metoda różnic skończonych w ujęciu przedstawionym przez Yee [111],
- obwodowe modele układów z polem elektromagnetycznym [35, 37, 38 39],
- metoda FIT(*Finite Integration Technique*) [60, 103, 104],
- metoda komórki (*Cell Method*) [97, 98].

Najstarszą spośród wymienionych jest metoda zaprezentowana przez Yee [111]. Opiera się ona na wykorzystaniu topologicznego związku pomiędzy wektorami pola elektromagnetycznego a formami geometrycznymi elementu dyskretyzującego obszar obliczeniowy. W metodzie tej po raz pierwszy

zapropozowano wyrażenie operatora rotacji występującego w równaniach Maxwella poprzez cyrkulacje odpowiednich wektorów po krawędziach elementów dyskretyzujących, którym przyporządkowano składowe wektorów pól.

Druga z wymienionych metod wykorzystuje analogie pomiędzy zjawiskami w obwodach elektrycznych a zjawiskami zachodzącymi w układach z polem elektromagnetycznym. W tworzeniu równań wykorzystuje się metody topologiczne wykorzystywane w formowaniu równań obwodów elektrycznych.

Metoda FIT (ang. finite integration technique) i metoda komórki opierają się na wykorzystaniu geometrii analitycznej celem przyporządkowania formom elementu skończonego napięć i prądów, które są wyrażone za pomocą całek odpowiednich składowych wektorów pól po krawędziach lub ściankach elementu. Równania dla elementu dyskretyzacyjnego są tworzone w wyniku aproksymacji równań Maxwella przedstawionych odpowiednio w postaci całkowitej (metoda FIT) i różniczkowej (metoda komórki). Zależności konstytutywne, określające związki pomiędzy poszczególnymi wielkościami skalarnymi i wektorowymi pól, przechodzą w równania macierzowe dla prądów i napięć.

Obydwie metody, w celu utworzenia równań modelu dyskretnego nie wymagają stosowania pomocniczych kryteriów lub funkcjonałów. Ich wielką zaletą jest zatem duża przejrzystość opisu, a także możliwości dokonywania interpretacji zjawisk w układach z polem elektromagnetycznym poprzez analogię do zjawisk w obwodach elektrycznych. W przypadku wykorzystania niektórych rodzajów elementów dyskretyzujących podczas tworzenia równań modelu dyskretnego można uniknąć kosztownych czasowo operacji całkowania numerycznego.

Rozważania w omawianych metodach prowadzi się dla par tzw. kompleksów geometrycznych czyli pary elementów złożonych z elementarnych form geometrycznych, składającej się z elementu pierwotnego \mathcal{A} oraz elementu dualnego \mathcal{B} , utworzonego w wyniku podziału barycentrycznego elementu \mathcal{A} . W geometrii analitycznej kompleksem określa się formę geometryczną wyższego stopnia powstającą w wyniku łączenia simpleksów (punktów, linii, trójkątów, tetraedów). Zasadniczą różnicę pomiędzy metodą FIT oraz metodą komórki stanowi sposób tworzenia macierzy konstytutywnych. W pracy [38] wykazano, że w przypadku zastosowania prostopadłościennych elementów dyskretyzujących w pewnych przypadkach metody te mogą być uważane za równoważne.

W niniejszej pracy, w celu wyznaczenia rozkładu gęstości prądów wirowych indukowanych w wirniku masywnym, wykorzystano metodę komórki. Dyskretyzacji obszaru obliczeniowego dokonano w cylindrycznym układzie współrzędnych za pomocą sześciociennego elementu, natomiast w układzie dwuwymiarowym za pomocą równoległobocznego elementu czworokątnego. Wybór metody obliczeniowej ma związek z możliwością uzyskania rozwiązania w szerokim zakresie częstotliwości zmian pola w wirniku. Dla przykładu, w pracy [65] wykazano, że tylko przy użyciu elementów skończonych, w których odpowiednie składowe magnetycznego potencjału wektorowego są przyporządkowane ich krawędziom, a nie węzłom, można otrzymać poprawne rozwiązanie w zakresie bardzo niskich i średnich częstotliwości. Przyjęta koncepcja modeli umożliwia

wyznaczenie charakterystyki zmienności współczynnika efektu krańcowego w funkcji częstotliwości poślizgowej odpowiadającej zmianom prędkości obrotowej wirnika od stanu zwarcia maszyny do prędkości synchronicznej. Opracowane modele mają za zadanie umożliwić obliczenia dla wirników o różnej budowie, począwszy od wirnika jednorodnego, poprzez wirnik z osiowymi nacięciami powierzchni a skończywszy na wirnikach z jednorodnymi i niejednorodnymi obszarami krańcowymi. Parametryzacja modeli komputerowych umożliwi zbadanie wpływu konduktywności poszczególnych obszarów jak również parametrów geometrycznych wirnika na wartość współczynnika efektu krańcowego i charakterystyki eksploatacyjne maszyny.

2.3.3.2. Opis form geometrycznych trójwymiarowego elementu równoległościennego

Rozważana jest trójwymiarowa przestrzeń Ω określona w bazie wzajemnie prostopadłych współrzędnych u, v, w . W przestrzeni tej wyodrębniono podprzestrzenie: Ω_a – zawierającą obszary nieprzewodzące bez prądów źródłowych, Ω_s – zawierającą obszary nieprzewodzące ze źródłami prądu oraz Ω_c – zawierającą obszary przewodzące bez prądów źródłowych. Dla pól quasi-stacjonarnych (przy pominięciu prądów przesunięcia) opierając się na interpretacji elementu skończonego podanej przez Bossavita [20] można przyporządkować odpowiednie wielkości pola elektromagnetycznego ich dyskretnym odpowiednikom skojarzonym z parą geometryczną elementów \mathcal{A} i \mathcal{B} i zorientowanym przestrzennie jak na rys. 2.6

- wektor \underline{a} zespolonych amplitud cyrkulacji magnetycznego potencjału wektorowego \underline{A} wzdłuż krawędzi l_i elementu \mathcal{A} ($\underline{a}_i = \int_{l_i} \underline{A} \cdot d\mathbf{l}$),
- wektor \underline{v} zespolonych amplitud potencjałów elektrycznych w węzłach elementu \mathcal{A} ,
- wektor $\underline{\varphi}$ zespolonych amplitud strumieni magnetycznych przyporządkowanych ściankom o zorientowanych konturach (krawędziach) elementu \mathcal{A} ($\underline{\varphi}_i = \iint_{s_i} \underline{B} \cdot d\mathbf{s}$),
- wektor $\underline{\theta}$ zespolonych amplitud sił magnetomotorycznych przyporządkowanych krawędziom elementu \mathcal{B} ($\underline{\theta}_i = \int_{l_i} \underline{H} \cdot d\mathbf{l}$),
- wektor zespolonych amplitud prądów $(\underline{i}_s, \underline{i}_c) \in \underline{i}$ przyporządkowanych ściankom elementu \mathcal{B} ($\underline{i}_i = \iint_{s_i} \underline{J}_i \cdot d\mathbf{s}$),
- wektor zespolonych amplitud sił elektromotorycznych \underline{e} przyporządkowanych krawędziom elementu \mathcal{A} ($\underline{e}_i = \int_{l_i} \underline{E} \cdot d\mathbf{l}$).

Uwzględniając powyższe można zapisać równania macierzowe będące dyskretnymi odpowiednikami zespolonych równań Maxwella w postaci różniczkowej

$$(\mathbf{C}^T \underline{\boldsymbol{\theta}})_e = (\mathbf{0})_{\tilde{f}} \quad \forall e \in \Omega_a, \quad (2.54)$$

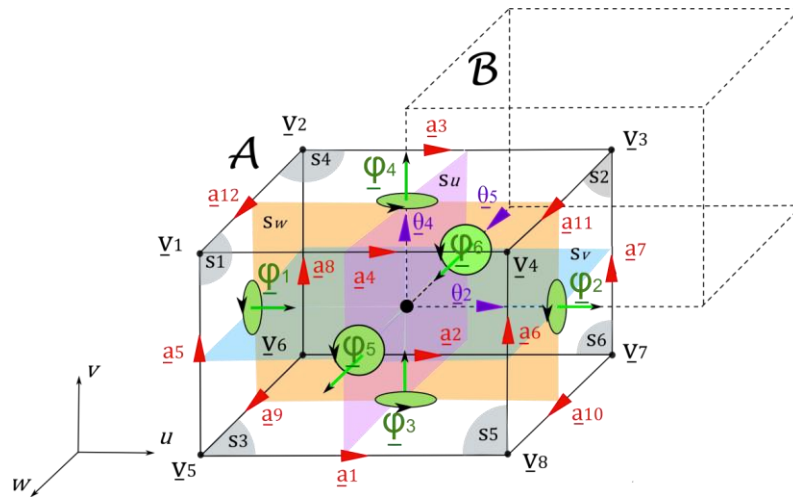
$$(\mathbf{C}^T \underline{\boldsymbol{\theta}})_e = (\mathbf{i}_s)_{\tilde{f}} \quad \forall e \in \Omega_s, \quad (2.55)$$

$$(\mathbf{C}^T \underline{\boldsymbol{\theta}})_e = (\mathbf{i}_c)_{\tilde{f}} \quad \forall e \in \Omega_c, \quad (2.56)$$

$$(\mathbf{C} \underline{\boldsymbol{\epsilon}})_e = -j\omega (\underline{\boldsymbol{\varphi}})_f \quad \forall f \in \Omega_c, \quad (2.57)$$

$$(\mathbf{D} \underline{\boldsymbol{\varphi}})_v = 0 \quad \forall v \in \Omega, \quad (2.58)$$

gdzie: e, f, v – oznacza, odpowiednio krawędź, ściankę oraz objętość elementu \mathcal{A} , natomiast \tilde{e}, \tilde{f} krawędź i ściankę elementu \mathcal{B} . Podział barycentryczny rozważanego elementu (\mathcal{A}) prowadzi do utworzenia elementów dualnych (\mathcal{B}), których krawędzie są prostopadłe do krawędzi elementu pierwotnego. Sytuacja taka ma jednak miejsce tylko w przypadku zastosowania elementów równoległościennych i znacznie upraszcza prowadzenie rozważań.



Rys. 2.6. Interpretacja geometryczna prostopadłościennego elementu siatki podziałowej za pomocą wielkości dyskretnej reprezentujących wektory i skalary pola elektromagnetycznego przyjmując za odniesienie prawoskrętny układ współrzędnych.

Równania (2.54)-(2.58) odnoszą się do pojedynczej pary elementów siatki, tj. dotyczą one lokalnego układu współrzędnych. Pełne równania całego rozważanego obszaru obliczeniowego otrzymuje się kumulując zależności powiązane z poszczególnymi elementami siatki w globalnym układzie współrzędnych.

Przyjmując numerację odpowiednich form geometrycznych jak na rys. 2.6 (prawoskrętny układ współrzędnych), wyrazy macierzy \mathbf{C} i \mathbf{D} są wyznaczane na podstawie incydencji odpowiednich form geometrycznych. W przypadku macierzy \mathbf{C} są to incydencje krawędzi elementu z jego ściankami, natomiast w przypadku macierzy \mathbf{D} , ścianek elementu z objętością. W odniesieniu do rys. 2.6 macierze te przyjmują postać

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (2.59)$$

$$\mathbf{D} = [1 \quad -1 \quad 1 \quad -1 \quad 1 \quad -1] . \quad (2.60)$$

Równania (2.54)-(2.58) są rozwiązywane przy uwzględnieniu równań materiałowych będących dyskretnymi odpowiednikami równań konstytutywnych. Są to zależności postaci

$$\underline{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{v} \underline{\boldsymbol{\varphi}} , \quad (2.61)$$

$$\underline{\mathbf{i}}_c = \boldsymbol{\gamma} \underline{\mathbf{e}} . \quad (2.62)$$

Macierze \mathbf{v} i $\boldsymbol{\gamma}$ są macierzami powiązań odpowiednio pomiędzy wektorem strumieni ścianek, skojarzonych z elementem pierwotnym \mathcal{A} oraz wektorem sił magnetomotorycznych skojarzonym z elementem dualnym \mathcal{B} oraz między wektorami krawędziowych sił elektromotorycznych (\mathcal{A}) oraz prądów ścianek (\mathcal{B}).

W obrębie elementu pierwotnego wektor indukcji magnetycznej ma wartość stałą w sensie przestrzennym, a jego poszczególne składowe można wyrazić poprzez średnią arytmetyczną strumieni przenikających przez odpowiednie ścianki, przez pola powierzchni tych ścianek

$$\underline{\mathbf{B}} \approx \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{1}{s_u} & \frac{1}{s_u} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{s_v} & \frac{1}{s_v} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{s_w} & \frac{1}{s_w} \end{bmatrix} \underline{\boldsymbol{\varphi}} , \quad (2.63)$$

gdzie: s_u, s_v, s_w są polami powierzchni ścianek o wektorach normalnych w kierunkach odpowiednio: u, v, w . Uwzględniając, że krawędziowe siły magnetomotoryczne są całkami z wektora natężenia pola magnetycznego wzdłuż krawędzi elementu dualnego, równanie (2.61) można zapisać w postaci

$$\underline{\boldsymbol{\theta}} = \frac{1}{4\hat{\mu}} \underbrace{\begin{bmatrix} l_u \mathbf{m}_u^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & l_v \mathbf{m}_v^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & l_w \mathbf{m}_w^T \end{bmatrix}}_{\mathbf{v}} \begin{bmatrix} s_u^{-1} \mathbf{m}_u & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & s_v^{-1} \mathbf{m}_v & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & s_w^{-1} \mathbf{m}_w \end{bmatrix} \underline{\boldsymbol{\varphi}} , \quad (2.64)$$

gdzie $\mathbf{m}_u = \mathbf{m}_v = \mathbf{m}_w = [1 \ 1]$, natomiast l_u, l_v, l_w są długościami krawędzi elementu \mathcal{A} w kierunkach osi, odpowiednio: u, v, w .

Podobnie jak wektor indukcji magnetycznej, wektor natężenia pola elektrycznego ma w sensie przestrzennym stałą wartość w obrębie elementu pierwotnego. Jego składowe można wyrazić jako średnie arytmetyczne ilorazów sił elektromotorycznych przyporządkowanych odpowiednim krawędziom elementu pierwotnego przez długość tych krawędzi. Wobec powyższego

$$\underline{\mathbf{E}} \approx \frac{1}{4} \begin{bmatrix} l_u^{-1} \mathbf{n}_u & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & l_v^{-1} \mathbf{n}_v & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & l_w^{-1} \mathbf{n}_w \end{bmatrix} \underline{\mathbf{e}} \ , \quad (2.65)$$

gdzie $\mathbf{n}_u = \mathbf{n}_v = \mathbf{n}_w = [1 \ 1 \ 1 \ 1]$. Dla elementów w postaci prostopadłościanu składowe wektora gęstości prądu indukowanego są równe odpowiednim prądom ściankowym przyporządkowanym ściankom elementu \mathcal{B} przylegającym do odpowiednich krawędzi elementu \mathcal{A} dzielonych przez powierzchnie równą $\frac{1}{4}$ pól powierzchni tych ścianek. Ostatecznie równanie (2.62) można zapisać jako

$$\underline{\mathbf{i}}_c = \frac{\gamma}{16} \underbrace{\begin{bmatrix} s_u \mathbf{n}_u^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & s_v \mathbf{n}_v^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & s_w \mathbf{n}_w^T \end{bmatrix}}_{\gamma} \begin{bmatrix} l_u^{-1} \mathbf{n}_u & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & l_v^{-1} \mathbf{n}_v & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & l_w^{-1} \mathbf{n}_w \end{bmatrix} \underline{\mathbf{e}} \ . \quad (2.66)$$

Równania (2.54)-(2.58) są rozwiązywane za pomocą pary potencjałów $\underline{\mathbf{A}} - \underline{V}_e$. W obrębie pojedynczego elementu siatki cyrkulacje magnetycznego potencjału wektorowego wzdłuż jego krawędzi oraz wartości elektrycznego potencjału skalarnego w węzłach spełniają równania

$$\mathbf{C}\underline{\mathbf{a}} = \underline{\boldsymbol{\varphi}} \ , \quad (2.67)$$

$$\mathbf{C}\underline{\mathbf{G}}\underline{\mathbf{v}} = \mathbf{0} \ , \quad (2.68)$$

gdzie \mathbf{G} jest macierzą incydencji krawędzi elementu z jego węzłami. Równość (2.68) jest w prezentowanym opisie, dyskretnym odpowiednikiem tożsamości wektorowej

$$\nabla \times \nabla \underline{V}_e = \mathbf{0} \ . \quad (2.69)$$

Przy numeracji węzłów i krawędzi jak na rys. 2.6 macierz \mathbf{G} przyjmuje postać

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} . \quad (2.70)$$

Wykorzystując równania (2.67) i (2.68) z zależności (2.57) otrzymuje się

$$\underline{\mathbf{e}} = -j\omega\underline{\mathbf{a}} - \mathbf{G}\underline{\mathbf{v}} . \quad (2.71)$$

Ze względu na posługiwanie się potencjałami zespolonymi, w implementacji komputerowej algorytmu obliczeń należy liczyć się z wysokimi kosztami obliczeniowymi. Dlatego korzystne jest zastosowanie zmodyfikowanego zespolonego magnetycznego potencjału wektorowego. Potencjał ten wprowadza się za pomocą dodatkowego równania

$$\underline{\mathbf{a}}' = \underline{\mathbf{a}} + \frac{1}{j\omega}\mathbf{G}\underline{\mathbf{v}} . \quad (2.72)$$

Równanie (2.71) można wtedy zapisać w postaci

$$\underline{\mathbf{e}} = -j\omega\underline{\mathbf{a}}' . \quad (2.73)$$

Dokonując odpowiednich podstawień pierwsze równanie Maxwella można przedstawić w postaci

$$(\mathbf{C}^T \mathbf{v} \mathbf{C} \underline{\mathbf{a}}' = \mathbf{0})_e \quad \forall e \in \Omega_a , \quad (2.74)$$

$$(\mathbf{C}^T \mathbf{v} \mathbf{C} \underline{\mathbf{a}}' = \mathbf{i}_s)_e \quad \forall e \in \Omega_s , \quad (2.75)$$

$$(\mathbf{C}^T \mathbf{v} \mathbf{C} \underline{\mathbf{a}}' = -j\omega \underline{\boldsymbol{\gamma}} \mathbf{a}')_e \quad \forall e \in \Omega_c , \quad (2.76)$$

Równania opisujące rozkład pola elektromagnetycznego w modelach wirnika masywnego można przedstawić w postaci zależności (2.74) dla obszaru powietrza oraz (2.76) dla obszarów przewodzących. Ze względu na symetrię rozkładu pola, obszar obliczeniowy modeli ograniczono do jednej podziałki biegunowej i w przypadku modelu trójwymiarowego, do połowy długości wirnika.

Pewne zastrzeżenia może budzić fakt, że macierze konstytutywne dla rozważanych modeli sformułowano wykorzystując wyprowadzenia przedstawione w poprzednim podrozdziale oparte na założeniach, że barycentrum elementu pokrywa się z jego środkiem geometrycznym, oraz że pola

(długości) ścianek (krawędzi) równoległych są sobie równe, podczas gdy założenia te nie obowiązują w cylindrycznym układzie współrzędnych przyjętym w modelach. Z przeprowadzonych wstępnie obliczeń wynika jednak, że przy odpowiedniej gęstości dyskretyzacji wykorzystanej w opisanych modelach, błąd spowodowany przyjęciem barycentrum elementu w jego środku geometrycznym może zostać pominięty.

Brak składowej normalnej na poszczególnych powierzchniach (krawędziach) modeli (rys. 2.2) wymuszono przyjmując równe zero wartości zespolonych amplitud cyrkulacji zmodyfikowanego zespolonego potencjału wektorowego wzdłuż odpowiednich krawędzi siatki na brzegach. Symetrię rozkładu pola zapewniono za pomocą dodatkowych równań dla krawędzi znajdujących się na powierzchniach brzegowych S_s i S_m , na których tego rodzaju warunek brzegowy występuje. Ograniczając obszar analizy do jednej podziałki biegunowej, za pomocą dodatkowych warunków należy zapewnić jednakowe amplitudy i przeciwne zwroty składowej normalnej indukcji magnetycznej i składowych stycznych wektora natężenia pola magnetycznego (warunek antysymetrii).

Zakładając, że rozmieszczenie krawędzi na brzegach jest takie, że ich liczba i zwroty są jednakowe na obydwu brzegach, równania macierzowe odpowiadające zależnościom (2.27), (2.28), można zapisać w postaci, odpowiednio:

$$\left((\mathbf{Q}_s + \mathbf{Q}_m) \underline{\mathbf{a}}' = \mathbf{0} \right)_e, \quad \forall e \in \Omega \quad (2.77)$$

$$\left((\mathbf{Q}_s + \mathbf{Q}_m)^T \underline{\mathbf{g}} = \mathbf{0} \right)_e. \quad \forall e \in \Omega \quad (2.78)$$

Niezerowe równania w zależności (2.27) tworzy się tylko dla cyrkulacji potencjału w kierunkach stycznych do brzegu. W równaniach tych elementy macierzy \mathbf{Q}_s oraz \mathbf{Q}_m przyjmują wartości równe 0 lub 1. Niezerowe są tylko te elementy tych macierzy, których numeracja odpowiada numeracji krawędzi, wzdłuż których cyrkulacje spełniają równanie (2.27). W równaniu macierzowym (2.78) wektor $\underline{\mathbf{g}}$ odpowiada wektorowi prądów powierzchniowych, tj. prądom przepływającym w dwóch kierunkach, równoległych do płaszczyzny brzegu, na którym wprowadzono rozważany warunek antysymetrii. Prądy te odpowiadają całkom po krawędziach elementu dualnego z odpowiednich składowych stycznych wektora natężenia pola magnetycznego.

Globalny układ równań tworzy się dokonując kumulacji zależności od poszczególnych elementów. Przyjmując oznaczenia, zgodnie z którymi \mathbf{R} odpowiada utworzonej w ten sposób globalnej macierzy reluktancji, \mathbf{G} globalnej macierzy konduktancji, \mathbf{Q} globalnej macierzy powiązań, utworzonej na podstawie równania (2.77), natomiast $\underline{\mathbf{a}}'$ i $\underline{\mathbf{g}}$ odpowiadają globalnym wektorom niewiadomych cyrkulacji magnetycznego potencjału wektorowego i prądów powierzchniowych, ostatecznie układ równań przyjmuje postać

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R} + j\omega\mathbf{G} & \mathbf{Q}^T \\ \mathbf{Q} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{a}}' \\ \underline{\mathbf{g}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad (2.79)$$

Układ równań (2.79) ma budowę charakterystyczną dla metod wykorzystujących mnożniki nieoznaczone Lagrange'a, którym numerycznie odpowiada wektor prądów $\underline{\mathbf{I}}$.

Układ równań opisujących rozkład pola elektromagnetycznego w modelu dwuwymiarowym otrzymuje się eliminując z odpowiednich macierzy występujących w zależności (2.79) wszystkie równania odnoszące się do cyrkulacji zmodyfikowanego magnetycznego potencjału wektorowego w kierunku równoległego do wału (z). Należy także wziąć pod uwagę, że cyrkulacje wektorów pól w kierunku tej osi są obliczane na podstawie odpowiednich całek wzdłuż krawędzi. W modelu z polem płasko-równoległym (dwuwymiarowym) zakłada się, że długość osiowa elementu jest równa długości osiowej całego układu. Ma to jednak znaczenie tylko podczas wyznaczania nowych wielkości na podstawie rozwiązania dla magnetycznego potencjału wektorowego oraz zadawania warunku brzegowego (2.18). Układ równań dla modelu dwuwymiarowego ma postać analogiczną do (2.78), przy czym jest on tworzony tylko dla cyrkulacji magnetycznego potencjału wektorowego w jednym kierunku (z).

W wyniku rozwiązania układu równań (2.79) dla modelu trójwymiarowego i dwuwymiarowego otrzymuje się odpowiednie wektory zespolonych amplitud zmodyfikowanego magnetycznego potencjału wektorowego. Sposób wyznaczania wartości mocy wydzielanej w wirniku przy i bez uwzględniania wpływu efektów krańcowych, przy wykorzystaniu obliczonych amplitud cyrkulacji zmodyfikowanego potencjału wektorowego, przedstawiono w szczegółowy sposób w załączniku A.

2.3.4. Dyskretyzacja równań modelu polowo-obwodowego

Równanie (2.35) modelu polowo-obwodowego zdyskretyzowano za pomocą trójkątnych elementów skończonych pierwszego rzędu. W obrębie pojedynczego elementu, rozkład zespolonego magnetycznego potencjału wektorowego jest aproksymowany za pomocą kombinacji liniowej standardowych funkcji kształtu $\mathbf{N}(x, y) = [N_1(x, y) \ N_2(x, y) \ N_3(x, y)]^T$ oraz wartości węzłowych $\underline{\Phi} = [\Phi_1 \ \Phi_2 \ \Phi_3]^T$ zespolonego magnetycznego potencjału wektorowego [24, 36, 59, 77, 113]

$$\left(\underline{A}_z \approx \mathbf{N}^T \underline{\Phi} \right)_e, \quad (2.80)$$

W wyniku zastosowania kryterium residuów ważonych i standardowej procedury Galerkina [24, 36, 59, 77, 113] do równania (2.35) oraz podstawienia (2.80), otrzymuje się układ równań

$$\left((\mathbf{S} + j\omega_s \mathbf{G}) \underline{\Phi} = \underline{\mathbf{F}} \right)_e, \quad (2.81)$$

gdzie:

$$\left(\mathbf{S} = \frac{1}{\hat{\mu}} \iint_{\Delta} \left(\frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x} \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial y} \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial y} \right) dS \right)_e \quad (2.82)$$

$$\left(\mathbf{G} = \hat{\nu} \iint_{\Delta} (\mathbf{N}\mathbf{N}^T) dS \right)_e, \quad (2.83)$$

$$\left(\mathbf{F} = \underline{J}_{sz} \iint_{\Delta} \mathbf{N} dS \right)_e, \quad (2.84)$$

przy czym, indeks e odnosi się do pojedynczego elementu siatki. Dokonując kumulacji przyczynków według globalnej numeracji węzłów siatki, tworzy się globalny układ równań.

Do uformowania równań dla obwodu elektrycznego utworzonego przez pasma fazowe uzwojenia połączone w gwiazdę zastosowano metodę prądów oczkowych. Uwzględniając równanie (2.39), rysunek 2.3 i przyjmując oznaczenia i numerację poszczególnych gałęzi i oczek zgodnie z rys. 2.7 dla obwodu o połączonych gałęziach można zapisać równanie macierzowe

$$\mathbf{K}_0^T \underline{\mathbf{U}}_m = \mathbf{K}_0^T (\mathbf{R} + j\mathbf{X}) \mathbf{K}_0 \underline{\mathbf{I}}_{mo} + j\omega \ell_z \mathbf{K}_0^T \mathcal{D} \underline{\Phi}, \quad (2.85)$$

gdzie: $\underline{\mathbf{U}}_m = [\underline{U}_{ma} \quad \underline{U}_{mb} \quad \underline{U}_{mc} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$, $\underline{\mathbf{I}}_{mo} = [I_{mI}, \dots, I_{mV}]$. \mathbf{K}_0 jest macierzą oczkową obwodu określającą związek pomiędzy wektorem prądów gałęziowych oraz wektorem prądów oczkowych i dla przedstawionego obwodu przyjmującą postać

$$\mathbf{K}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad (2.86)$$

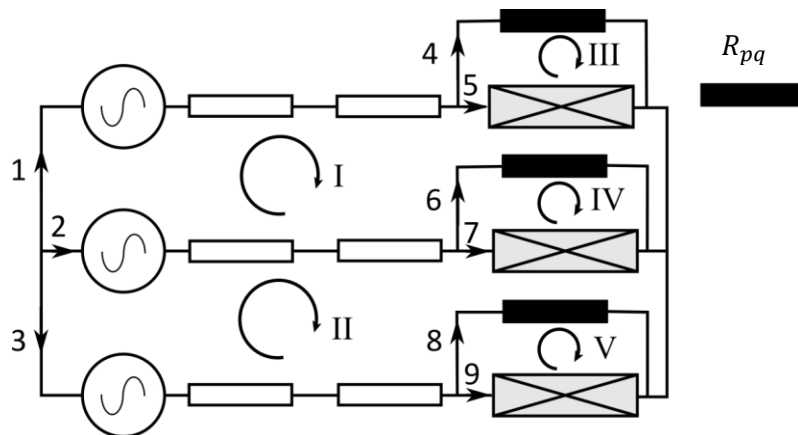
natomiast $\mathbf{R} = \text{diag}(R_S, R_S, R_S, R_{pa}, 0, R_{pb}, 0, R_{pc}, 0)$ oraz $\mathbf{X} = \text{diag}(\omega L_e, \omega L_e, \omega L_e, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$, $R_{pq} = R_{Feq} || R_{Dq}$.

Elementy macierzy \mathcal{D} oblicza się uwzględniając funkcję rozkładu uzwojenia oraz strukturę obwodu elektrycznego, z którego zasilane jest uzwojenie. Dogodnie jest przedstawić tę macierz w postaci iloczynu $\mathcal{D} = \mathbf{K}_s \mathcal{N}_w$, w którym

$$\mathbf{K}_s = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.87)$$

jest macierzą incydencji gałęzi zawierających pasma fazowe z gałęziami obwodu, natomiast $\mathcal{N}_{w(qj)} = \iint_{\Delta} \beta_q N_j dS$. W podobny sposób można wyrazić wektor związany z wymuszeniem prądowym w układzie równań (2.81), albowiem można wykazać, że $\mathbf{F}_{(e)} = \mathcal{D}\mathbf{K}_o\mathbf{I}_{mo}$. Uwzględniając powyższe, można zapisać globalny układ sprzężonych polowo-obwodowych równań algebraicznych opisujących rozważaną maszynę

$$\begin{bmatrix} \mathbf{S} + j\omega\mathbf{R} & -\mathcal{D}^T\mathbf{K}_o \\ j\omega\ell_z\mathbf{K}_o^T\mathcal{D} & \mathbf{K}_o^T(\mathbf{R} + j\mathbf{X})\mathbf{K}_o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\Phi} \\ \underline{\mathbf{I}}_{mo} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_o^T\underline{\mathbf{U}}_{mo} \end{bmatrix}. \quad (2.88)$$



Rys. 2.7. Numeracja gałęzi i oczek w schemacie elektrycznym polowo-obwodowego modelu maszyny.

Układ ten jest nieliniowy ze względu na nieliniowe charakterystyki magnesowania obwodu stojana i wirnika a także ze względu na zależność rezystancji obwodu elektrycznego od napięć w przyjętej metodzie odwzorowania strat w żelazie i strat dodatkowych. Do jego rozwiązania trudno jest zastosować metodę Newtona-Raphsona ze względu na to, że forma kwadratowa w tym układzie równań jest niesymetryczna i nieoznaczona, co narusza warunki konieczne dotyczące stabilności odpowiedniego równania rekurencyjnego. W takim przypadku najdogodniej jest wykorzystać metodę iteracji prostych Picarda, zgodnie z którą dokonuje się rozwiązania równania rekurencyjnego

$$\underline{\mathbf{x}}_{k+1} = \beta\underline{\mathbf{x}}_k + (1 - \beta)\tilde{\underline{\mathbf{x}}}_k, \quad (2.89)$$

w którym $\tilde{\underline{x}}_k$ jest rozwiązaniem układu równań (2.88), natomiast β jest stałą Lipschitza $\beta \in (0,1) \subset \mathbb{R}^+$. Równanie to jest stabilne jeśli jest ono odwzorowaniem zwężającym, tzn. norma wektora rozwiązań nie wzrasta dla rosnącego k . Zależy to głównie od krzywej magnesowania oraz stałej β , którą należy dobierać w każdej iteracji. Z doświadczeń Autora wynika, że równanie to jest stabilne jeśli krzywa magnesowania $B = f(H)$ jest funkcją ściśle monotoniczną.

Równanie (2.89) jest uznawane za rozwiązane jeśli błąd względny wyrażony wzorem

$$\epsilon = \sqrt{\frac{(\underline{\mathbf{x}}_{k+1} - \underline{\mathbf{x}}_k)^T (\underline{\mathbf{x}}_{k+1} - \underline{\mathbf{x}}_k)}{\underline{\mathbf{x}}_k^T \underline{\mathbf{x}}_k}}, \quad (2.90)$$

jest mniejszy od założonej wartości. W niniejszej pracy przyjęto $\max \{\epsilon\} = 10^{-3}$.

Zależność (2.88) opisuje model połowo-obwodowy silnika indukcyjnego z wirnikiem masywnym dla pierwszej harmonicznej czasowej rozkładu pola magnetycznego. Wyznaczenie wielkości strat dodatkowych w wirniku, metodą przedstawioną w podrozdziale 2.3.2.2, wymaga przeprowadzenia niezależnych obliczeń celem rezystancji wyznaczenia R_{Dq} wykorzystując osobne modele wirnika, w których rozkład gęstości prądu indukują wymuszenia brzegowe w postaci obwodowych rozkładów poszczególnych harmonicznych indukcji magnetycznej. Dla każdej harmonicznej koniecznym jest modyfikacja odnoszących się do wirnika elementów macierzy \mathbf{G} (zmiana poślizgu oraz współczynnika efektu krańcowego dla poszczególnych harmonicznych). W modelach tych wykorzystuje się tę natomiast samą macierz \mathbf{S} zakładając, że nasycenie magnetyczne wirnika wywołuje tylko harmoniczna podstawowa indukcji magnetycznej. Tak opracowany model posiada istotne wady, które zostały wymienione w podrozdziale 2.3.2.2 a występujące sprzężenie ma charakter słaby. Należy jednak zwrócić uwagę na to, że cechuje się on znacznie niższym kosztem obliczeniowym w porównaniu z modelem określonym w dziedzinie czasu.

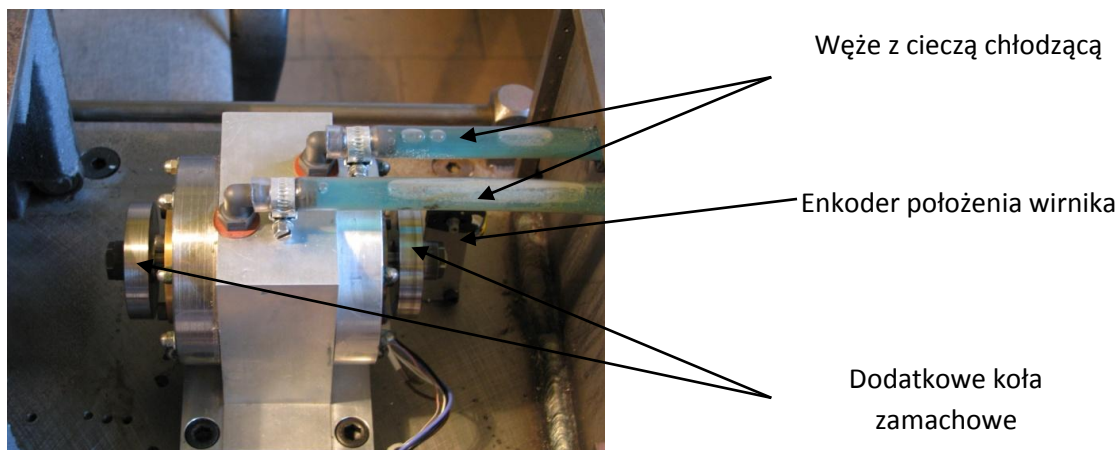
Rozdział 3

Model fizyczny maszyny i metody pomiaru jej charakterystyk eksploatacyjnych

3.1. Model fizyczny maszyny

3.1.1. Parametry konstrukcyjne

Weryfikację pomiarową modeli matematycznych proponowanych w niniejszej pracy wykonano za pomocą silnika małej mocy zasilanego za pośrednictwem przekształtnika wytwarzającego quasi-prostokątne przebiegi napięć (rys. 3.1). Podstawowe parametry eksploatacyjne maszyny zestawiono w tab. 3.1.



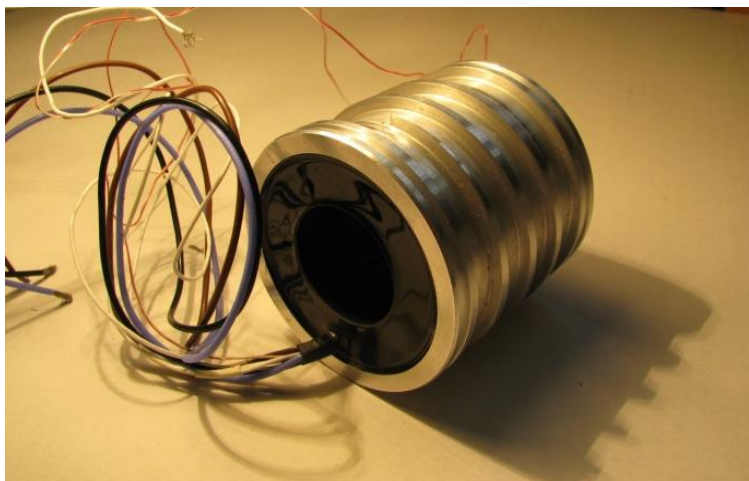
Rys. 3.1. Model fizyczny wysokoobrotowej maszyny indukcyjnej z wirnikiem masywnym.

Tab. 3.1. Parametry eksploatacyjne maszyny

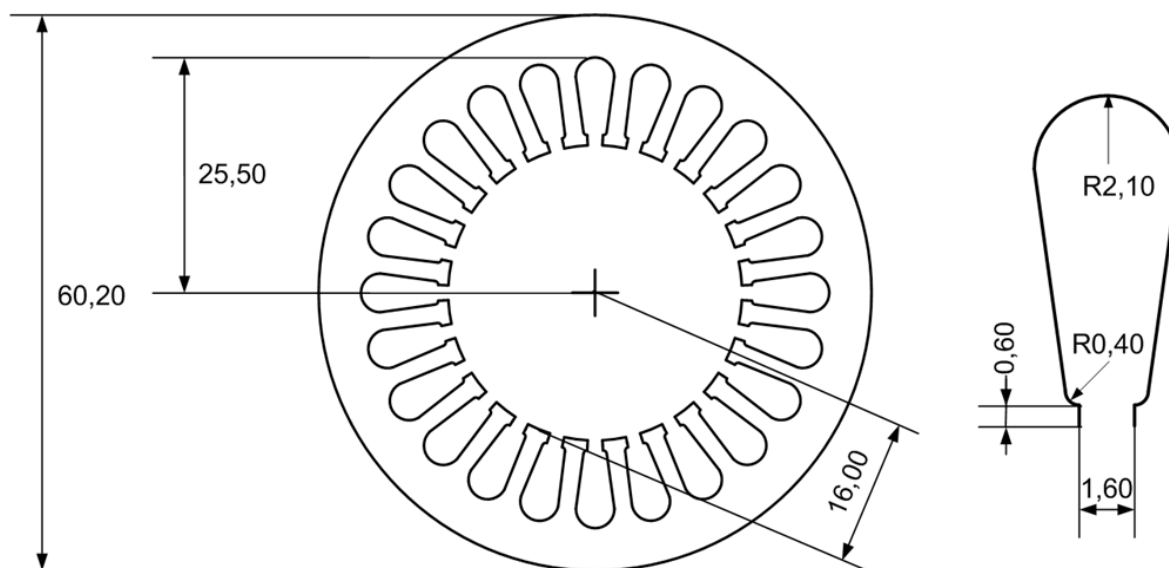
PARAMETR	WARTOŚĆ	JEDNOSTKA
Moc znamionowa	330	W
Znamionowe międzyfazowe napięcie uzwojenia stojana	150	V
Częstotliwość podstawowej harmonicznej napięcia zasilającego	500	Hz
Liczba par biegunów	2	-
Liczba żłobków stojana	24	-
Długość stojana	32	mm
Średnica zewnętrzna stojana	60.2	mm
Rezystancja stałoprądowa pasma fazowego	0.6	Ω
Liczba zwojów na żłobek	18	-
Poślizg znamionowy	0.2	-
Indukcyjność połączeń czołowych cewek tworzących pasmo fazowe	0.1	mH

Chłodzony ciecżą stojan maszyny (rys. 3.2) posiada uzwojenie średnicowe połączone w gwiazdę bez wyprowadzonego przewodu neutralnego.

a)



b)



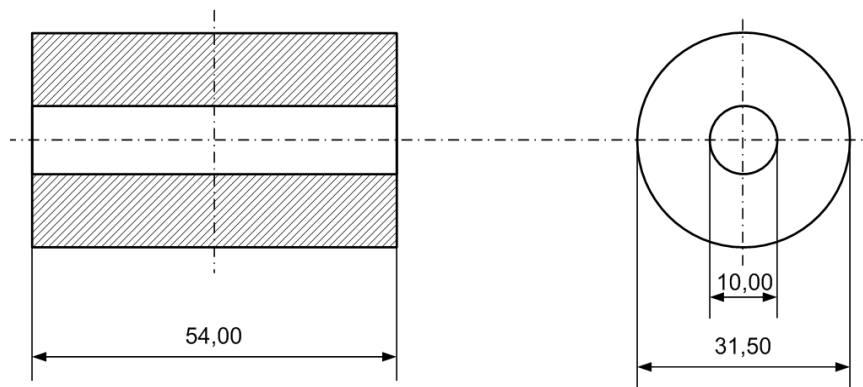
Rys. 3.2. Stojan maszyny: a) widok po wymontowaniu z kadłuba, b) wymiary elementów obwodu magnetycznego.

Używając tego samego stojana, w pracy dokonano pomiarów charakterystyk eksploatacyjnych maszyny wyposażonej w trzy różne wirniki masywne wykonane ze stali konstrukcyjnej o kondukcyjności elektrycznej równej $3.55 \cdot 10^6$ S/m w temperaturze 20° C. Są to odpowiednio: wirnik jednorodny (rys. 3.3), wirnik z osiowymi nacięciami powierzchni przez całą długość (rys. 3.4) oraz wirnik z osiowymi nacięciami powierzchni i jednorodnymi obszarami krańcowymi tworzącymi ferromagnetyczne pierścienie zwierające (rys. 3.5).

a)



b)

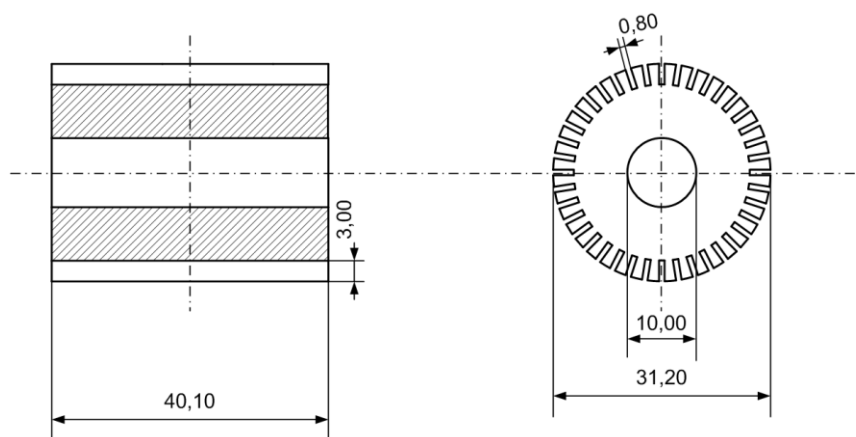


Rys. 3.3. Wirnik jednorodny: a) model fizyczny, b) wymiary.

a)



b)

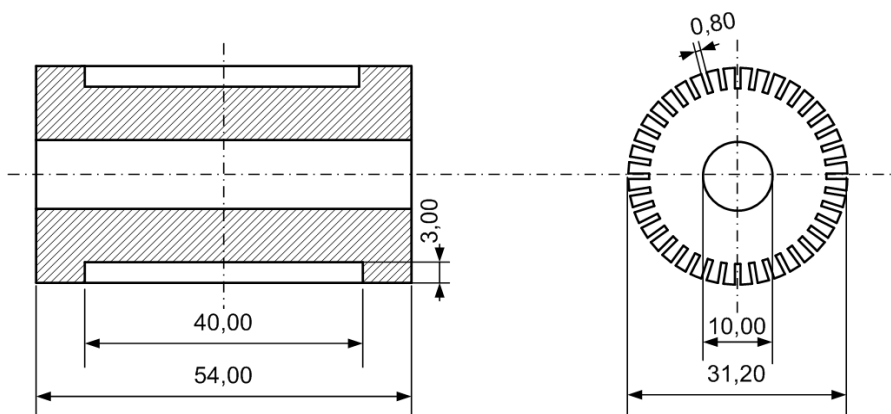


Rys. 3.4. Wirnik z nacięciami osiowymi powierzchni przez całą długość: a) model fizyczny, b) wymiary.

a)



b)



Rys. 3.5. Wirnik z nacięciami osiowymi powierzchni oraz jednorodnymi obszarami krańcowymi tworzącymi pierścienie zwierające: a) model fizyczny, b) wymiary.

W celu wydłużenia czasu pomiaru na wale badanej maszyny zamontowano po dwa koła zamachowe. Masa pojedynczego koła wynosi 0.2 kg natomiast jego moment bezwładności $7.85 \cdot 10^{-5} \text{ kgm}^2$. Całkowity moment bezwładności mas wirujących wynosi $J=2.09 \cdot 10^{-4} \text{ kgm}^2$ w przypadku maszyny z wirnikami jednorodnym i z osiowymi nacięciami powierzchni oraz jednorodnymi obszarami krańcowymi oraz $J=1.93 \cdot 10^{-4} \text{ kgm}^2$ dla maszyny z wirnikiem z osiowymi nacięciami powierzchni przez całą długość.

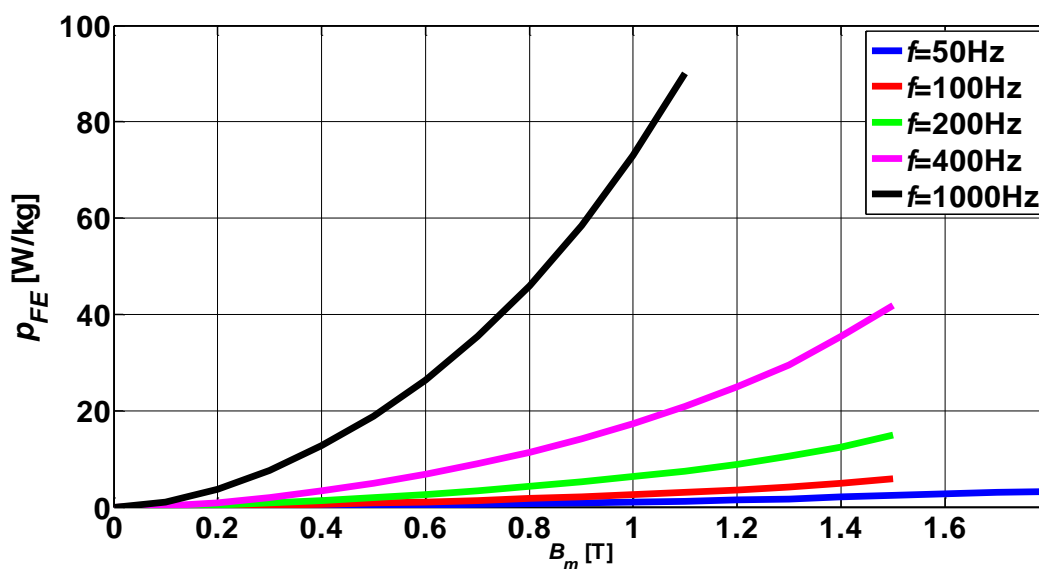
3.1.2. Charakterystyki magnesowania oraz stratność blach

Blachy o grubości 0.35 mm tworzące pakietowany stojan badanej maszyny są wykonane ze stali M270-35A [116]. Parametry blach wyszczególniono w tab. 3.2. Charakterystyki jednostkowej stratności w funkcji amplitudy indukcji magnetycznej przy sinusoidalnym charakterze zmian pola, podawane przez producenta, pokazano na rys. 3.6. Na ich podstawie metodą regresji liniowej wyznaczono stałe c_h i c_e w zależności (2.42) służącej do obliczania jednostkowych strat w żelazie za pomocą modelu połowo-obwodowego maszyny. Równanie to przyjmuje postać

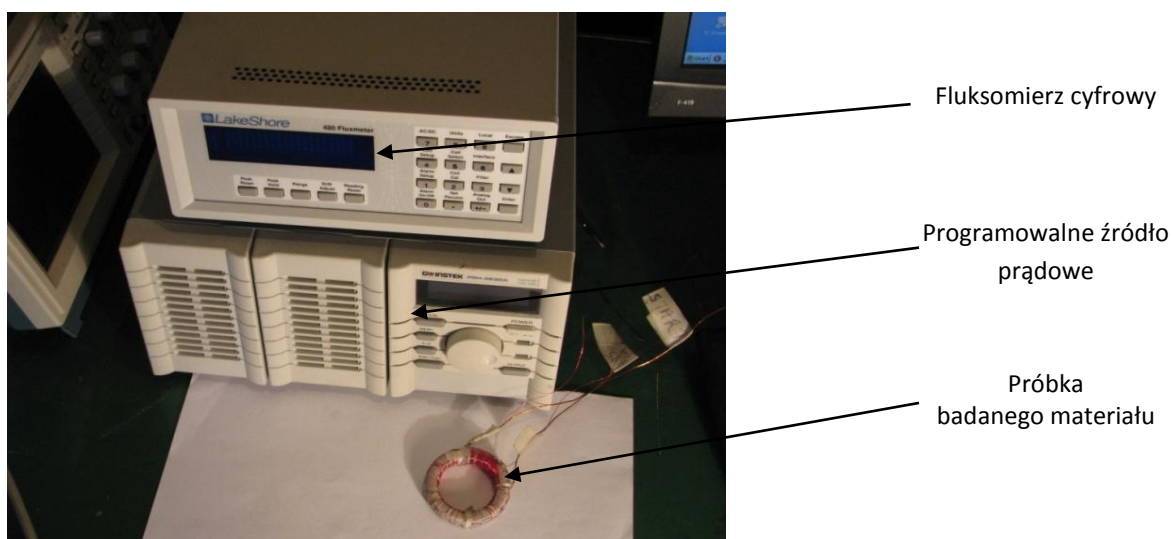
$$p_{Fe} = 0.0000145f^2|\underline{B}|^2 + 0.00304f|\underline{B}|^2 + 0.00122f^{1.5}|\underline{B}|^{1.5} \quad (3.1)$$

Tab. 3.2. Parametry blach pakietowanego rdzenia stojana

PARAMETR	WARTOŚĆ	JEDNOSTKA
Grubość blachy	0.35	mm
Konduktywność	$1.72 \cdot 10^6$	S/m
Gęstość	7600	kg/m ³

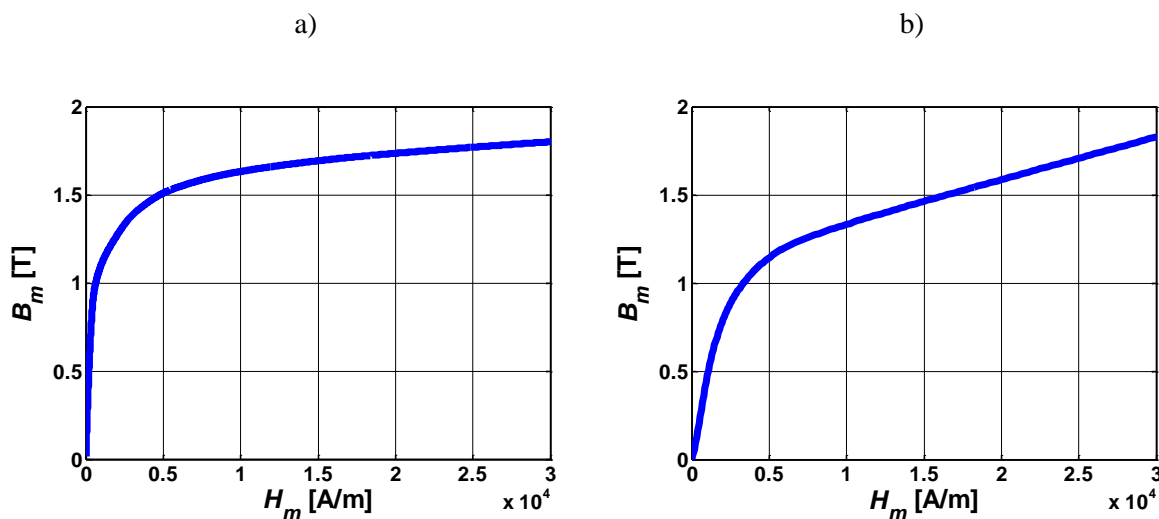


Rys. 3.6. Charakterystyki stratności jednostkowej blachy M270-35A w funkcji amplitudy indukcji magnetycznej dla sinusoidalnego charakteru zmian pola (B_m - amplituda indukcji magnetycznej).



Rys. 3.7. Stanowisko pomiarowe wykorzystane do pomiaru charakterystyki magnesowania materiału wirnika.

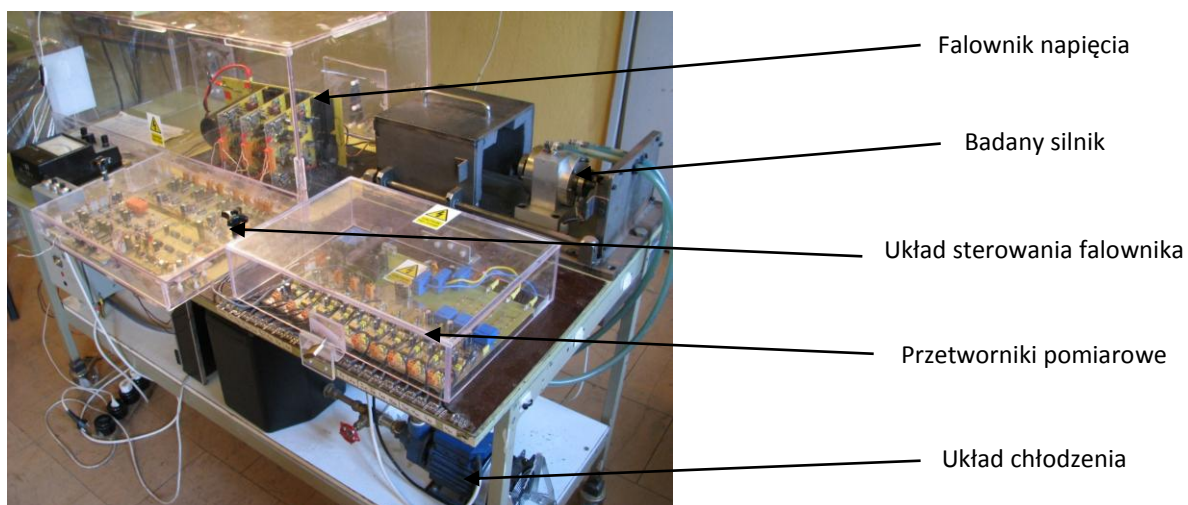
W dalszej kolejności wykorzystując równanie (2.13) dla obszaru stojana i wirnika wyznaczono efektywne charakterystyki magnesowania stali. W przypadku stojana do obliczeń wykorzystano dane katalogowe podane przez producenta, natomiast dla stali, z której wykonano wirniki masywne, krzywe magnesowania wyznaczono doświadczalnie przy użyciu fluksomierza cyfrowego oraz programowalnego źródła prądowego (rys. 3.7). Obliczone na podstawie wzoru (2.13) efektywne charakterystyki magnesowania dla materiału stojana i wirnika pokazano na rys. 3.8.



Rys. 3.8. Efektywne charakterystyki magnesowania: a) stojan, b) wirnik.

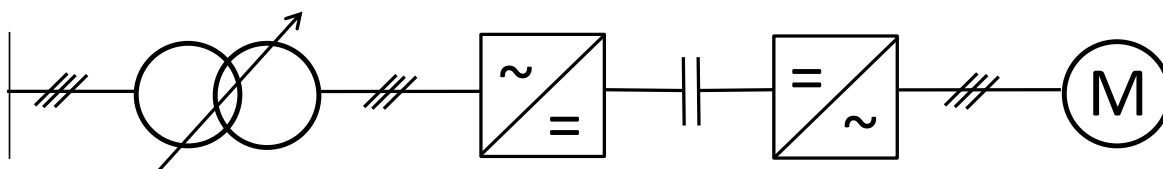
3.2. Stanowisko pomiarowe

Weryfikację pomiarową obliczonych charakterystyk eksploatacyjnych maszyny dokonano przy użyciu stanowiska laboratoryjnego, które pokazano na rys. 3.9.



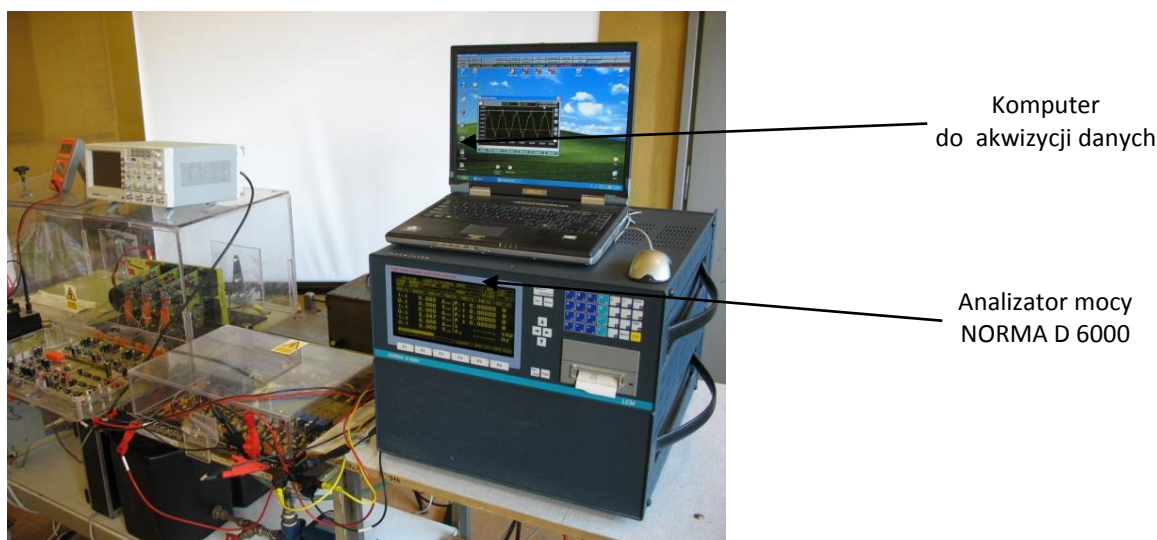
Rys. 3.9. Stanowisko pomiarowe do wyznaczania charakterystyk eksploatacyjnych maszyny.

W jego skład wchodzi, oprócz opisanej w poprzednim podrozdziale maszyny, wytwarzający quasi-prostokątne przebiegi napięcia przekształtnik energoelektroniczny pozwalający na niezależną regulację amplitudy i częstotliwości napięcia zasilającego, układ chłodzenia maszyny oraz zestaw przetworników pomiarowych pozwalających na rejestrację przebiegów prędkości obrotowej oraz wartości chwilowych i skutecznych poszczególnych napięć międzyfazowych oraz prądów fazowych stojana. Schemat ideowy obwodu zasilania maszyny pokazano na rys. 3.10.



Rys. 3.10. Schemat ideowy układu zasilania maszyny.

Pomiar prędkości obrotowej zrealizowano przy użyciu 8-bitowego enkodera kąta obrotu oraz układu elektronicznego wykorzystującego transoptor odbiciowy. Sygnał o częstotliwości proporcjonalnej do prędkości obrotowej wału jest następnie przekształcany przez przetwornik na proporcjonalny do częstotliwości sygnał napięciowy. Do pomiaru prądów i napięć oraz sygnału z toru pomiarowego prędkości obrotowej wykorzystano analizator mocy LEM NORMA D6000 (rys. 3.11).



Rys. 3.11. Widok stanowiska pomiarowego wraz z analizatorem mocy.

Przy wykorzystaniu przedstawionego stanowiska laboratoryjnego zrealizowano pomiary charakterystyk momentu elektromagnetycznego, wartości skutecznej prądu fazowego stojana oraz współczynnika mocy w funkcji prędkości obrotowej dla częstotliwości podstawowej harmonicznej napięcia zasilającego $f=500$ Hz oraz napięciach stopnia pośredniczącego falownika U_{DC} równych odpowiednio 100 V, 150 V i 200 V.

3.3. Pomiar charakterystyk eksploatacyjnych

3.3.1. Pośrednia metoda wyznaczania momentu elektromagnetycznego

Charakterystyka statyczna momentu elektromagnetycznego w funkcji prędkości obrotowej jest jedną z najważniejszych charakterystyk eksploatacyjnych maszyn elektrycznych. W przypadku, gdy rozpatrywana jest maszyna wysokoobrotowa, bezpośredni pomiar momentu obrotowego jest trudny i wymaga użycia skomplikowanej oraz kosztownej aparatury pomiarowej. Gdy dodatkowo badany przetwornik jest maszyną małej mocy, bezpośredni pomiar momentu elektromagnetycznego jest często niemożliwy, ze względu na niewielki wznios wału i brak możliwości dopasowania gabarytów dostępnych obecnie przetworników pomiarowych do gabarytów maszyny. W tego typu przypadkach, gdy dodatkowo nie jest wymagana bardzo wysoka dokładność pomiaru, charakterystyka momentu elektromagnetycznego w funkcji prędkości obrotowej może być wyznaczona w sposób pośredni w oparciu o przebiegi prędkości obrotowej wału zarejestrowane podczas rozruchu i wybiegu maszyny [21]. W metodzie tej moment elektromagnetyczny wyznaczany jest z zależności

$$T_e = T_w - T_h , \quad (3.2)$$

gdzie T_w jest wypadkowym momentem działającym na wirnik podczas rozruchu, T_h jest momentem hamującym działającym na wirnik w czasie wybiegu. Odjemna i odjemnik, w zależności (3.2), obliczane są w wyniku numerycznego różniczkowania przebiegów prędkości obrotowej wału zarejestrowanych odpowiednio podczas rozruchu i wybiegu maszyny przy znanej wartości momentu bezwładności

$$T_w = J \frac{\pi}{30} \frac{dn_w}{dt} , \quad (3.3)$$

$$T_h = J \frac{\pi}{30} \frac{dn_h}{dt} , \quad (3.4)$$

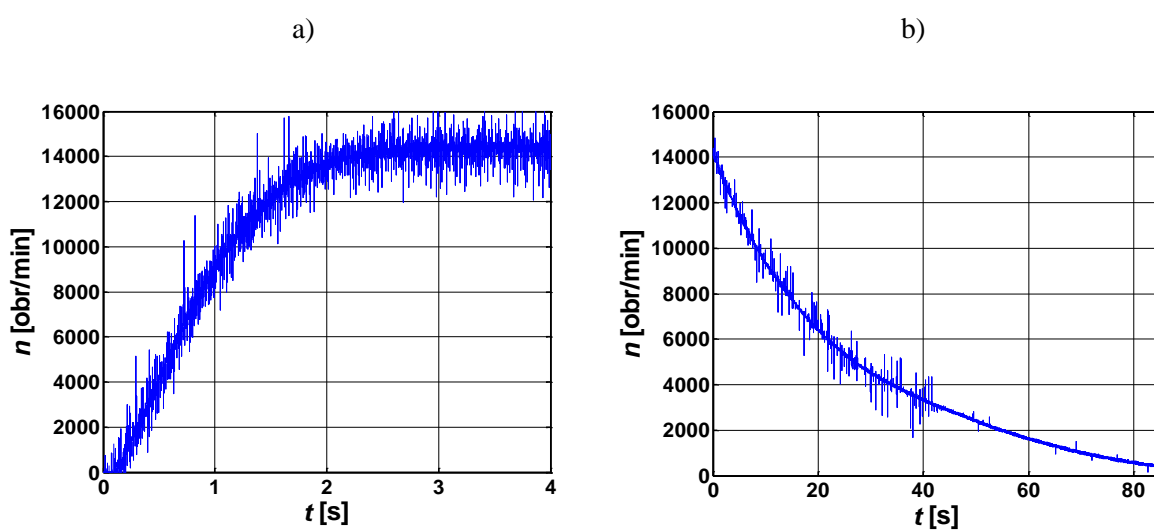
gdzie n_w jest prędkością obrotową podczas rozruchu, n_h jest natomiast prędkością podczas wybiegu. Zastosowanie praktyczne tej metody zostanie pokazane na przykładzie wyznaczenia charakterystyki momentu elektromagnetycznego w funkcji prędkości obrotowej dla maszyny z wirnikiem z osiowymi nacięciami powierzchni przez całą długość dla wybranych warunków pracy.

W celu zarejestrowania odpowiednich przebiegów prędkości obrotowej wykonano rozruch maszyny aż do osiągnięcia maksymalnej prędkości obrotowej, a następnie dokonano wybiegu do chwili zatrzymania się wału. Zarejestrowane podczas rozruchu i wybiegu przebiegi prędkości

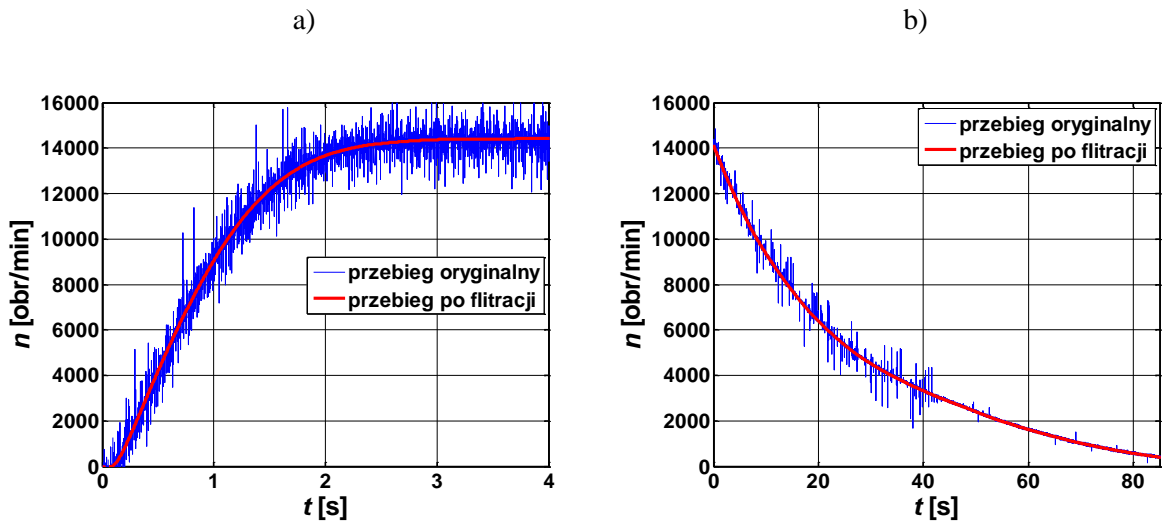
obrotowej pokazano na rys. 3.12. Ze względu na zakłócenia obecne w zarejestrowanych przebiegach, koniecznym było zastosowanie procedur filtrujących. Jednymi z najprostszych, ale i najmniej dokładnych metod wygładzania są algorytmy wykorzystujące średnią ruchomą. Ich główną wadą jest „spłaszczenie” przebiegów zmienności w pobliżu ekstremów lokalnych. Niedogodności tej można uniknąć wykorzystując bardziej zaawansowane algorytmy flitujące jak np. filtr Savitzky’ego-Golaya, który zapewnia wysoką dokładność odwzorowania danych dzięki zastosowaniu lokalnej regresji wielomianowej [91]. Algorytm ten wykorzystano w niniejszej pracy w celu eliminacji zakłóceń obecnych w zarejestrowanych przebiegach związanych z wpływem pracy przekształtnika na przetworniki pomiarowe. W przypadkach, gdy obserwowana liczba zakłóceń była bardzo znaczna, zarejestrowane dane zostały poddane wstępnej obróbce z wykorzystaniem algorytmu FFT (eliminacja harmonicznych obecnych w przebiegu o wysokiej częstotliwości). Zarejestrowane przebiegi przed i po procedurze filtracji pokazano na rys. 3.13.

Przebiegi wypadkowego momentu działającego na wirnik podczas rozruchu oraz hamującego, działającego podczas wybiegu, wyznaczone z zależności (3.3)-(3.4) przy zastosowaniu aproksymacji pochodnej czasowej wstecznym ilorazem różnicowym pokazano na rys. 3.14. Ze względu na wysoki przyrost prędkości kątowej w początkowej fazie rozruchu i niską rozdzielczość wykorzystanego enkodera odrzucono początkową część przebiegu momentu wypadkowego.

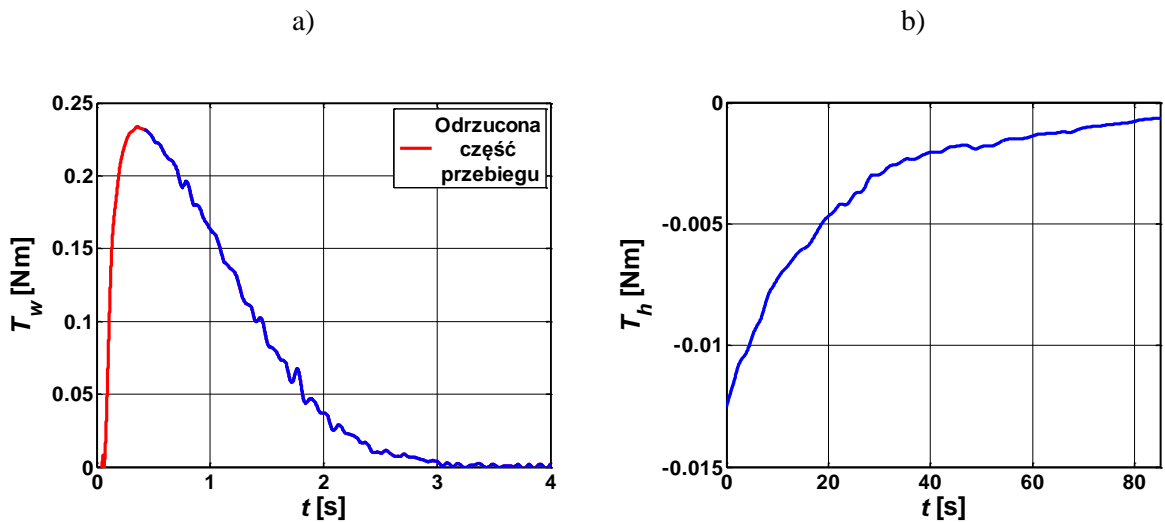
Z zarejestrowanych przebiegów prędkości obrotowych oraz obliczonych na ich podstawie przebiegów odpowiednich momentów wyznaczono charakterystyki w funkcji prędkości obrotowej, a następnie dokonano ich aproksymacji przy zastosowaniu funkcji wielomianowych (rys.3.15). Ostatecznie, charakterystyka momentu elektromagnetycznego została wyznaczona z zależności (3.2) przy wykorzystaniu odpowiednich wartości obliczonych uprzednio wielomianowych funkcji aproksymujących (rys. 3.16).



Rys. 3.12. Przebiegi zarejestrowanej prędkości obrotowej silnika z wirnikiem z nacięciami osiowymi przez całą długość przy $U_{DC}=100$ V i $f=500$ Hz: a) rozruch, b) wybieg.



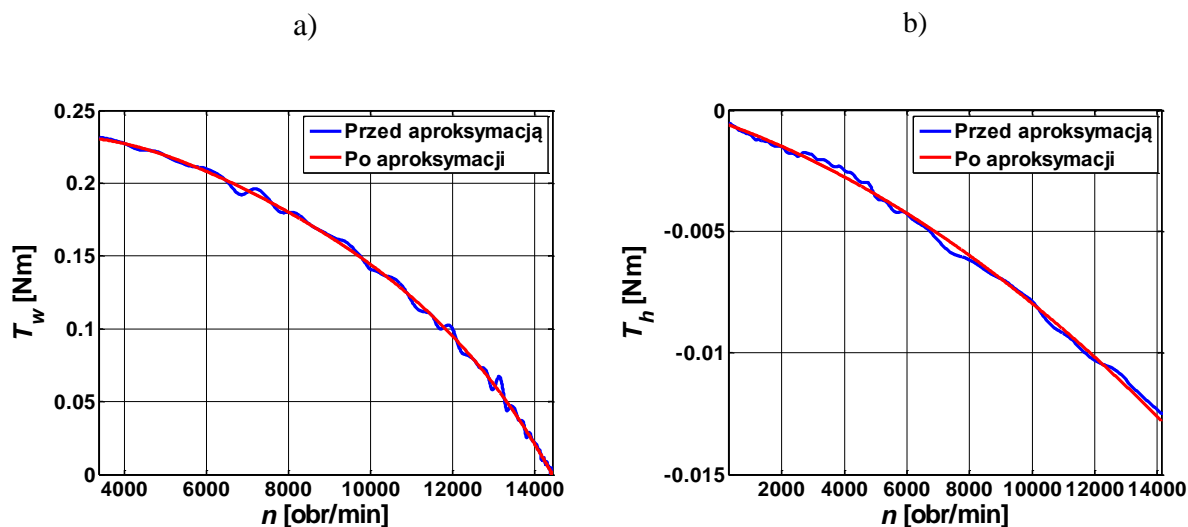
Rys. 3.13. Przebiegi zarejestrowanej prędkości obrotowej silnika z wirnikiem z nacięciami osiowymi przez całą długość przy $U_{DC}=100$ V i $f=500$ Hz przed i po procedurze filtracji: a) rozruch, b) wybieg.



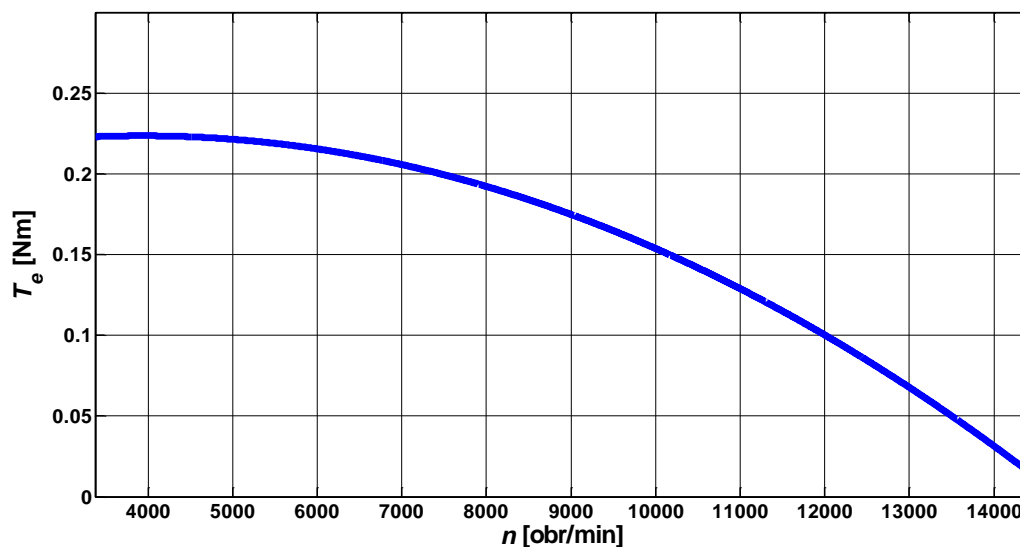
Rys. 3.14. Obliczone przebiegi momentów dla silnika z wirnikiem z nacięciami osiowymi przez całą długość przy $U_{DC}=100$ V i $f=500$ Hz: a) wypadkowy moment działający na wirnik podczas rozruchu, b) moment hamujący obliczony na podstawie przebiegu prędkości obrotowej podczas wybiegu.

Prezentowana metoda pomiaru pośredniego jest metodą inżynierską umożliwiającą wyznaczenie charakterystyki momentu elektromagnetycznego w funkcji prędkości obrotowej bez użycia bardzo kosztownych przetworników momentu mogących pracować poprawnie przy wysokich prędkościach obrotowych i małych wartościach przenoszonego momentu. Zastosowanie algorytmu Savitzky'ego-Golay'a zwiększa skuteczność eliminacji zakłóceń obecnych w zarejestrowanych przebiegach prędkości obrotowej. Głównymi wadami prezentowanego sposobu wyznaczania momentu elektromagnetycznego są stosunkowo niska dokładność, duża wrażliwość na zakłócenia obecne w zarejestrowanych przebiegach oraz trudności z poprawnym oszacowaniem wartości momentu przy bardzo dużych lub bliskich zero przyspieszeniach kątowych. Niedogodności te mogą zostać

zminimalizowane w przyszłości dzięki zastosowaniu enkodera o większej rozdzielczości oraz wyższej klasy przetworników pomiarowych.



Rys. 3.15. Charakterystyki momentów w funkcji prędkości obrotowej przed i po aproksymacji: a) wypadkowego momentu działającego na wirnik podczas rozruchu, b) momentu hamującego obliczonego na podstawie przebiegu prędkości obrotowej podczas wybiegu.



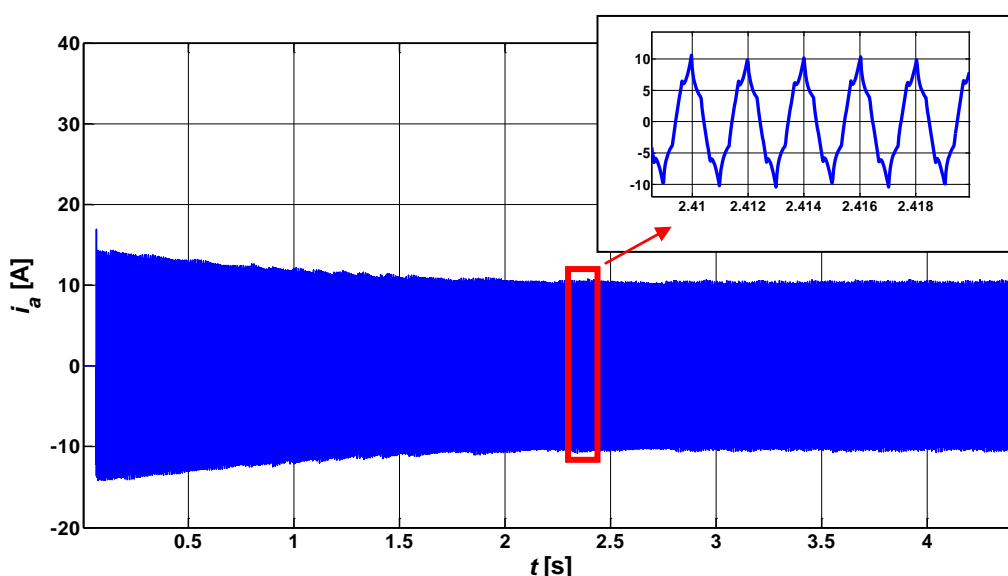
Rys. 3.16. Charakterystyka momentu elektromagnetycznego w funkcji prędkości dla silnika z wirnikiem z nacięciami osiowymi przez całą długość przy $U_{DC}=100$ V i $f=500$ Hz.

3.3.2. Pomiar wartości skutecznej prądu fazowego stojana i współczynnika mocy

Charakterystyki wartości skutecznej prądu fazowego stojana i współczynnika mocy w funkcji prędkości obrotowej dla danych warunków zasilania wyznaczono na podstawie przebiegów wartości

chwilowych napięć międzyfazowych, prądów fazowych i prędkości obrotowej zarejestrowanych podczas rozruchu maszyny. Pomiaru odpowiednich wartości dokonano za pomocą analizatora mocy NORMA D 6000 (rys. 3.11) przy częstotliwości próbkowania 50 kHz. Sposób wyznaczania wymienionych wyżej charakterystyk zostanie omówiony na przykładzie silnika z wirnikiem z nacięciami osiowymi przez całą długość przy $U_{DC}=100$ V i $f=500$ Hz.

Charakterystykę wartości skutecznej prądu fazowego stojana wyznaczono na podstawie zmierzonego przebiegu wartości chwilowej tego prądu podczas rozruchu maszyny. Zarejestrowany przebieg pokazano na rysunku rys. 3.17.



Rys. 3.17. Przebieg wartości chwilowej prądu fazowego stojana w fazie a silnika z wirnikiem z nacięciami osiowymi przez całą długość przy $U_{DC}=100$ V i $f=500$ Hz.

Zarejestrowany przebieg wartości chwilowej prądu fazowego stojana wraz z innymi przebiegami rejestrowanymi podczas rozruchu podzielono na M_w okien czasowych:

$$M_w = \frac{t_w}{\hat{T}}, \quad (3.5)$$

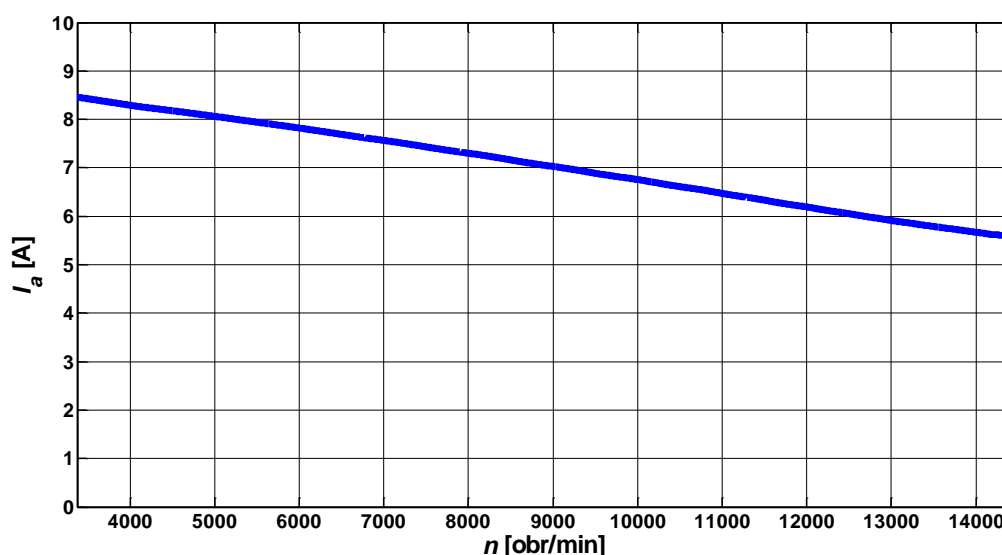
gdzie t_w - czas rozruchu, \hat{T} - okres podstawowej harmonicznej. W każdym oknie czasowym na podstawie zarejestrowanego przebiegu wartości chwilowej prądu fazowego stojana obliczono jego wartość skuteczną na podstawie zależności definiującej:

$$I_{ak} = \sqrt{\frac{1}{\hat{T}} \int_{t=k\hat{T}}^{t=(k+1)\hat{T}} i_a^2 dt}, \quad (3.6)$$

gdzie: I_{ak} – wartość skuteczna prądu w fazie a w k - tym oknie czasowym przebiegu. W każdym oknie czasowym obliczono następnie średnią wartość prędkości obrotowej:

$$n_k = \frac{1}{\hat{T}} \int_{t=k\hat{T}}^{t=(k+1)\hat{T}} n dt, \quad (3.7)$$

gdzie: n_k – wartość średnia prędkości obrotowej wału w k - tym oknie czasowym. Charakterystykę wartości skutecznej prądu fazowego w fazie a stojana w funkcji prędkości, wyznaczoną w wyniku interpolacji wartości $I_{ak}(n_k)$, pokazano na rysunku rys. 3.18. Ze względu na trudności z poprawną rejestracją przebiegu prędkości w początkowym okresie rozruchu (zbyt niska rozdzielczość enkodera kąta obrotu) pominięto fragment charakterystyki dla niskich prędkości obrotowych.



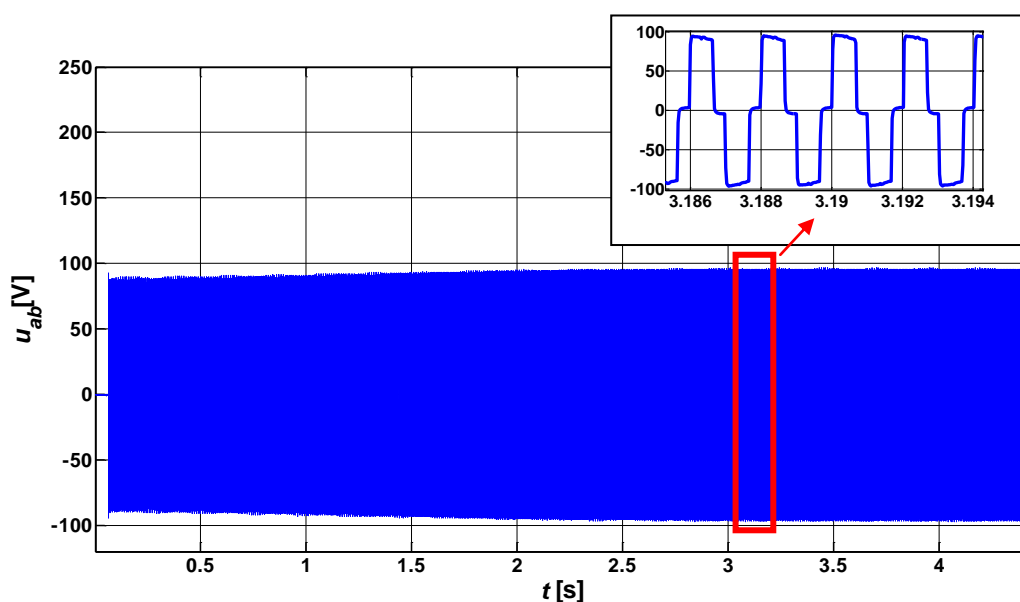
Rys. 3.18. Charakterystyka wartości skutecznej prądu fazowego stojana w fazie a maszyny z wirnikiem z nacięciami osiowymi przez całą długość w funkcji prędkości obrotowej przy $U_{DC}=100$ V i $f=500$ Hz, wyznaczona na podstawie przebiegu wartości chwilowej tego prądu zarejestrowanego podczas rozruchu maszyny.

Pomimo bardzo intensywnych prac, prowadzonych szczególnie w przeciągu pierwszej połowy ubiegłego wieku, do dnia dzisiejszego nie udało się opracować spójnego i powszechnie akceptowanego podejścia do wyznaczania wielkości energetycznych związanych z przebiegami odkształconymi [81]. Jako klasyczną, w podręcznikach akademickich do elektrotechniki teoretycznej podają się teorię zaproponowaną w latach trzydziestych XX wieku przez C. I. Budeanu [23, 81, 82]. Według tej teorii moc czynna w obwodzie przy przebiegach odkształconych jest superpozycją iloczynu składowych stałych napięcia i prądu oraz mocy czynnych poszczególnych harmonicznych uzyskanych w wyniku rozwinięcia przebiegów napięcia i prądu w szeregi Fouriera. Teoria Budeanu

w świetle dzisiejszego stanu wiedzy wzbudza jednak wiele kontrowersji [81]. Alternatywnym podejściem, zyskującym w ostatnim okresie coraz większą popularność, jest koncepcja zaproponowana przez S. Fryzego w roku 1931 bazująca na rozkładzie prądu na składowe wzajemnie ortogonalne, która stała się podstawą wielu teorii rozwijanych głównie w drugiej połowie XX wieku [81, 82].

W niniejszej pracy do wyznaczenia wartości współczynnika mocy wykorzystano podejście oparte na teorii zaproponowanej przez S. Fryzego, zgodnie z którą współczynnik mocy, dla przykładowo rozważanej fazy a , zdefiniowany jest jako:

$$\xi_a = \frac{\frac{1}{T} \left(\int_0^T u_a(t) i_a(t) dt + \int_0^T u_b(t) i_b(t) dt + \int_0^T u_c(t) i_c(t) dt \right)}{3 \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u_a^2(t) dt} \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i_a^2(t) dt}}. \quad (3.8)$$

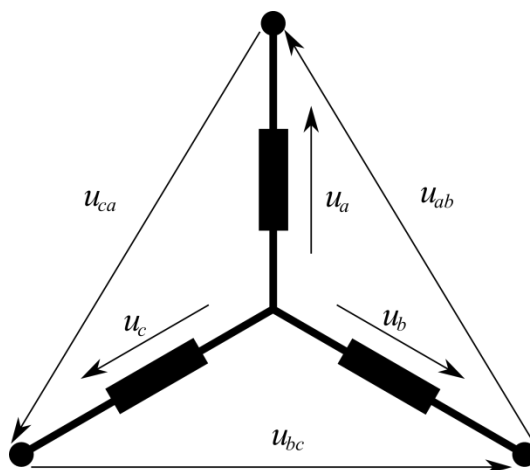


Rys. 3.19. Przebieg wartości chwilowej napięcia międzyfazowego między fazą a i b dla maszyny z wirnikiem z nacięciami osiowymi przez całą długość przy $U_{DC}=100$ V i $f=500$ Hz.

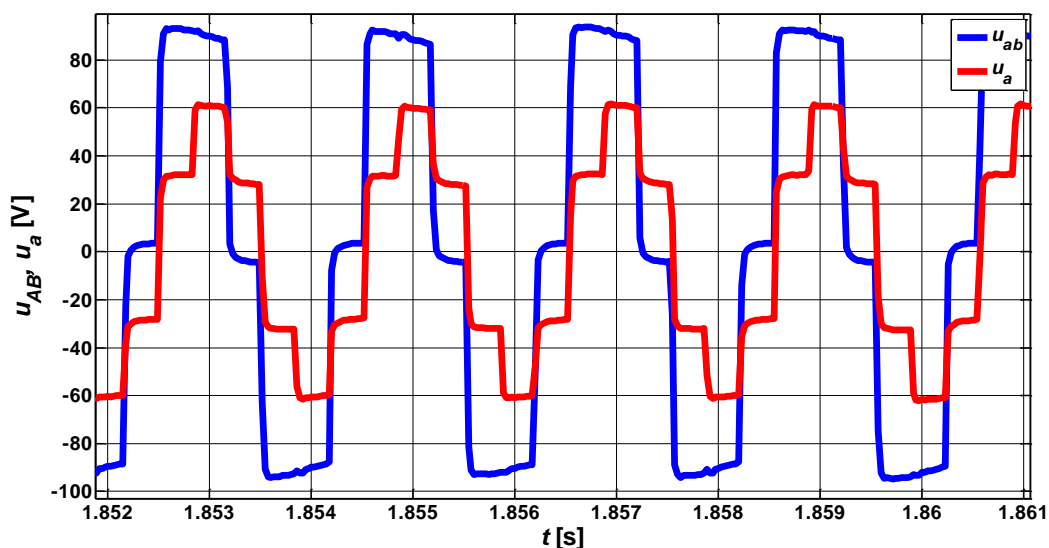
Ze względu na brak wyprowadzonego przewodu neutralnego nie istniała możliwość bezpośredniego pomiaru przebiegów napięć fazowych badanej maszyny. Dlatego, przebiegi wartości chwilowych napięć fazowych obliczono numerycznie na podstawie zarejestrowanych w czasie rozruchu maszyny przebiegów wartości chwilowych napięć międzyfazowych. Przykład zarejestrowanego przebiegu wartości chwilowej napięcia międzyfazowego u_{ab} dla maszyny z wirnikiem z nacięciami osiowymi przez całą długość pokazano na rysunku rys. 3.19. Przebiegi wartości chwilowej napięcia fazowego można obliczyć na podstawie zmierzonych przebiegów wartości chwilowych wykorzystując równanie macierzowe:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{a1} & \dots & u_{aM_S} \\ u_{b1} & \dots & u_{bM_S} \\ u_{c1} & \dots & u_{cM_S} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{ab1} & \dots & u_{abM_S} \\ u_{bc1} & \dots & u_{bcM_S} \\ u_{ca1} & \dots & u_{caM_S} \end{bmatrix}, \quad (3.9)$$

gdzie M_S - liczba próbek zarejestrowanych podczas całego rozruchu. Powyższa zależność wynika z rozkładu chwilowych wartości napięć w układzie trójfazowym połączonym w gwiazdę (rys. 3.20) i zachowuje swoją poprawność tylko w przypadku braku przewodu neutralnego (brak harmonicznych tworzących składowe symetryczne napięcie zerowej kolejności faz).



Rys. 3.20. Rozkład napięć w obwodzie stojana.

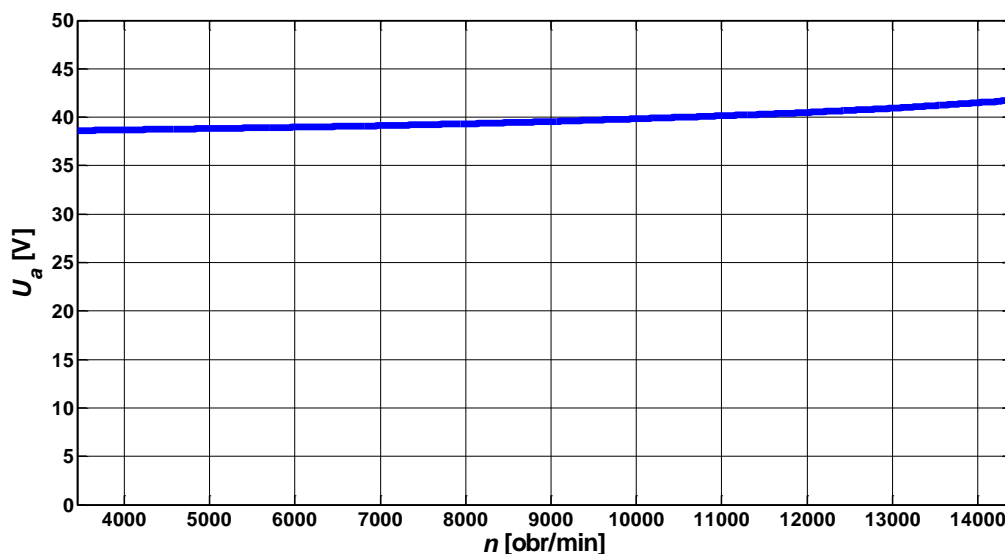


Rys. 3.21. Fragmenty przebiegów wartości chwilowej napięcia międzyfazowego między fazą a i b i wartości chwilowej napięcia fazowego fazy a dla maszyny z wirnikiem nacinanym przez całą długość przy $U_{DC} = 100$ V i $f = 500$ Hz.

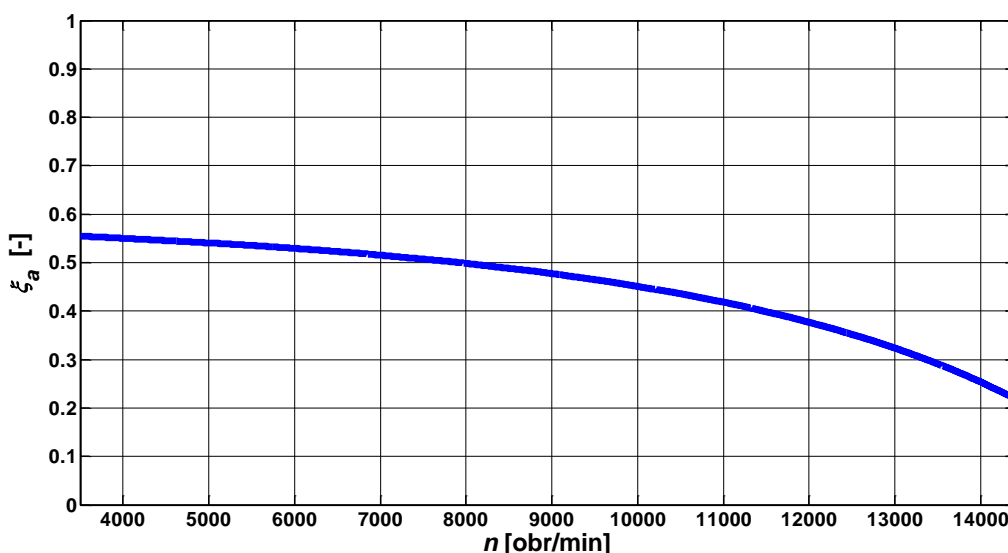
Ze względu na osobliwość macierzy incydencji poszczególnych napięć, do rozwiązania równania (3.9) i wyznaczenia wartości chwilowych napięć fazowych wykorzystano algorytm pseudoinwersji Moore'a-Penrose'a zaimplementowany w środowisku Matlab jako funkcja `pinv`. Fragment

obliczonego na podstawie równania (3.9) przebiegu wartości chwilowej napięcia fazowego fazy a , na tle przebiegu wartości chwilowej napięcia międzyfazowego u_{ab} pokazano na rysunku rys. 3.21.

Na podstawie obliczonych przebiegów napięcia fazowego obliczono następnie charakterystyki wartości skutecznej napięcia fazowego, w sposób analogiczny jak to miało miejsce w przypadku charakterystyk wartości skutecznej prądu fazowego. Charakterystyki te (3.22) wykorzystano później w obliczeniach, celem uwzględnienia wpływu występujących podczas rozruchu spadków napięcia zasilającego falownik.



Rys. 3.22. Charakterystyka wartości skutecznej napięcia zasilającego fazę a w funkcji prędkości dla maszyny z wirnikiem z nacięciami przez całą długość przy $U_{DC}=100$ V i $f=500$ Hz.



Rys. 3.23. Charakterystyka współczynnika mocy fazy a w funkcji prędkości dla maszyny z wirnikiem z nacięciami osiowymi przez całą długość przy $U_{DC}=100$ V i $f=500$ Hz.

Charakterystykę współczynnika mocy w funkcji prędkości obliczono w sposób analogiczny do charakterystyki wartości skutecznej prądu fazowego stojana. W każdym oknie czasowym dla wartości średniej prędkości w oknie n_k obliczono wartość współczynnika mocy według wyrażenia:

$$\xi_{ak} = \frac{\frac{1}{\hat{T}} \left(\int_{k\hat{T}}^{(k+1)\hat{T}} u_a(t) i_a(t) dt + \int_{k\hat{T}}^{(k+1)\hat{T}} u_b(t) i_b(t) dt + \int_{k\hat{T}}^{(k+1)\hat{T}} u_c(t) i_c(t) dt \right)}{3 \sqrt{\frac{1}{\hat{T}} \int_{k\hat{T}}^{(k+1)\hat{T}} u_a^2(t) dt} \sqrt{\frac{1}{\hat{T}} \int_{k\hat{T}}^{(k+1)\hat{T}} i_a^2(t) dt}}, \quad (3.10)$$

gdzie ξ_{ak} - wartość współczynnika mocy dla fazy a w k - tym oknie czasowym. Charakterystykę współczynnika mocy w funkcji prędkości obrotowej wyznaczono ostatecznie, interpolując obliczone wartości $\xi_{ak}(n_k)$ (rys. 3.23).

Rozdział 4

Wyniki obliczeń

4.1. Uwagi ogólne

Poprawność i przydatność proponowanej w niniejszej pracy metody uwzględniania wpływu efektu krańcowego zweryfikowano na przykładzie, opisanej w poprzednim rozdziale, wysokoobrotowej maszyny małej mocy. W tym celu opracowano i zaimplementowano programy komputerowe bazujące na algorytmach obliczeniowych zaprezentowanych w drugim rozdziale pracy.

W pierwszej kolejności przeprowadzono obliczenia współczynników efektu krańcowego w funkcji częstotliwości dla trzech różnych wirników, których wymiary geometryczne oraz parametry fizyczne przedstawiono w rozdziale trzecim. Przed przystąpieniem do wyznaczania charakterystyk funkcjonalnych silników dokonano porównania wartości współczynników efektu krańcowego obliczonych numerycznie oraz na podstawie wzorów analitycznych zamieszczonych na stronie 18 w pierwszym rozdziale pracy.

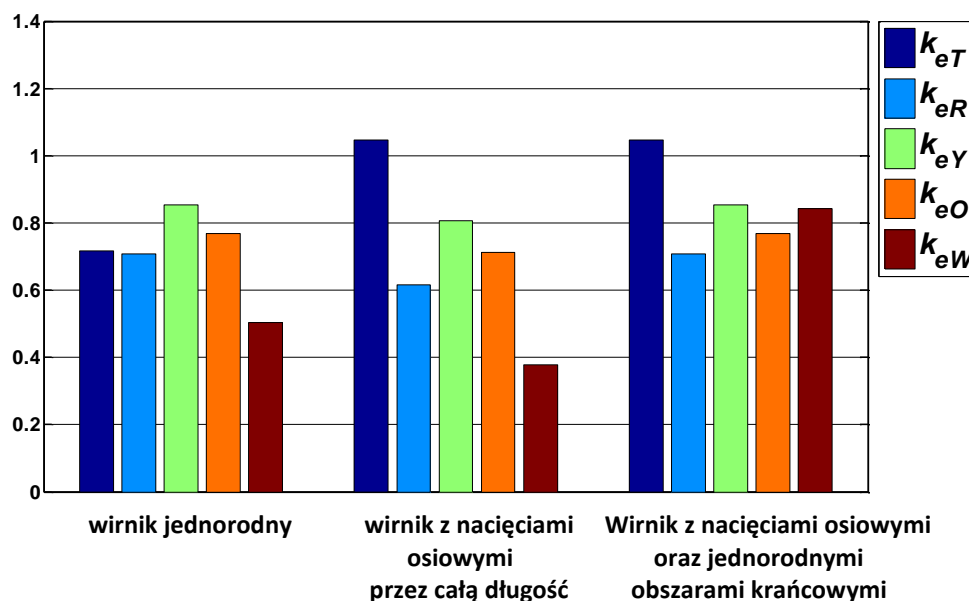
W kolejnym etapie, współczynniki efektu krańcowego, obliczone analitycznie oraz według proponowanej w pracy metody numerycznej, wykorzystano do wyznaczenia charakterystyk funkcjonalnych maszyny. Otrzymane charakterystyki porównano z wynikami pomiarów na modelu fizycznym.

4.2. Współczynniki efektu krańcowego

Wartości współczynnika k_e obliczone dla trzech różnych wirników za pomocą wyrażeń (1.2)-(1.8) przedstawiono w tabeli 4.1 oraz graficznie na rys. 4.1.

Tab. 4.1. Wartości współczynnika efektu krańcowego dla trzech różnych wirników, obliczone za pomocą wzorów (1.2)-(1.8).

Współczynnik efektu krańcowego obliczony analitycznie	Wirnik jednorodny	Wirnik z nacięciami przez całą długość	Wirnik z nacięciami osiowymi oraz jednorodnymi obszarami krańcowymi stanowiącymi pierścienie zwierające
k_{eT}	0.72	1.05	1.05
k_{eR}	0.71	0.61	0.71
k_{eY}	0.85	0.81	0.85
k_{eO}	0.77	0.71	0.77
k_{eW}	0.50	0.37	0.84



Rys. 4.1. Wartości współczynnika efektu krańcowego dla trzech różnych wirników obliczone za pomocą wzorów (1.2)-(1.8).

Wyniki obliczeń wskazują, że dla wirnika jednorodnego, współczynnik efektu krańcowego zawiera się w przedziale 0.5-0.85. W przypadku jego wyznaczania przy wykorzystaniu formuły Woolley'a, jako grubość warstwy powierzchniowej i obszaru krańcowego przyjęto zastępczą głębokość wnikania pola, obliczoną dla konduktywności materiału, z którego wykonano wirnik, częstotliwości odpowiadającej poślizgowi znamionowemu oraz względnej przenikalności magnetycznej równej 160. Uzasadnienie przyjęcia powyższej wartości przenikalności zostanie podane w dalszej części niniejszego podrozdziału. W przypadku wirników z nacięciami osiowymi, odpowiednio przez całą długość oraz z jednorodnymi obszarami krańcowymi (pierścieniami zwierającymi), wartość tego współczynnika zawiera się odpowiednio w przedziałach 0.37-1.05 oraz 0.71-1.05.

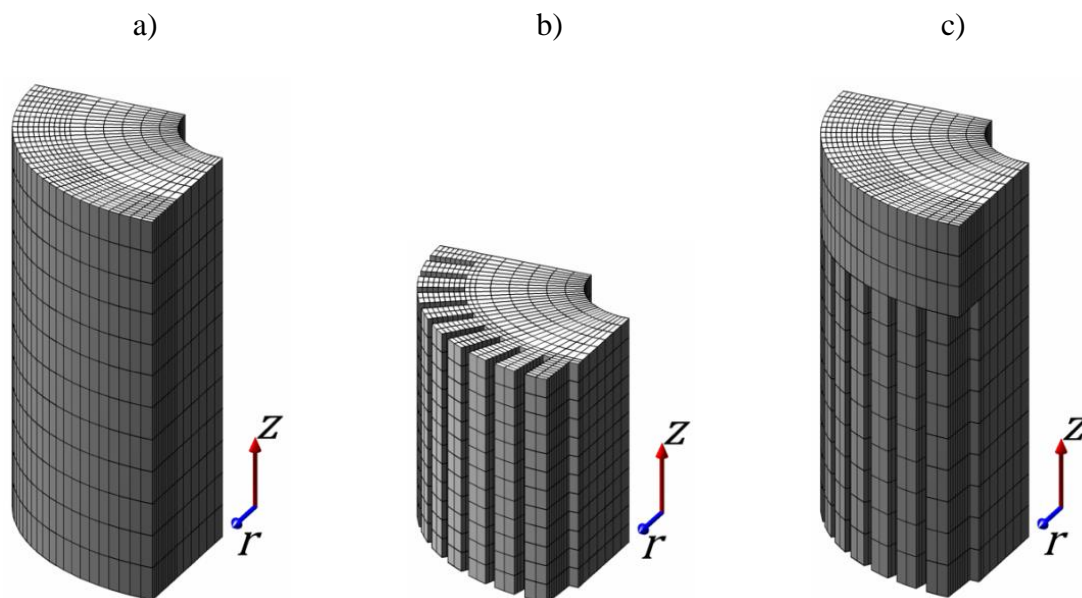
Na podstawie analizy otrzymanych wyników obliczeń można wyciągnąć następujące wnioski:

- Współczynnik efektu krańcowego obliczony według wyrażenia zaproponowanego przez Trickey'a ma taką samą wartość dla wirników z nacięciami przez całą długość oraz wirnika nacinanego z jednorodnymi obszarami krańcowymi, pomimo znacznych różnic w ich budowie. Wynika to z faktu, że wyrażenie zaproponowane przez Trickey'a uwzględnia tylko główne wymiary przekroju poprzecznego wirnika, lecz nie uwzględnia cech konstrukcyjnych w postaci pierścieni zwierających lub długości wirnika.
- W przypadku wszystkich badanych wirników występuje duża rozbieżność wartości współczynnika efektu krańcowego sięgająca 183% (w przypadku wirnika z nacięciami przez całą długość).
- Wartość współczynnika efektu krańcowego, obliczonego dla rozważanych wirników z nacięciami osiowymi według wzoru Trickey'a jest większa od jedności. Wynika to z przyjęcia, w miejscu występującej w tym wzorze wewnętrznej średnicy pierścienia zwierającego pręty klatki, głębokości nacięć w wirniku masywnym.

- Dla wirnika jednorodnego i wirnika niejednorodnego z jednorodnymi obszarami krańcowymi (pierścieniami zwierającymi) współczynnik efektu krańcowego obliczony według wyrażeń zaproponowanych przez Yee, Russell'a i O'Kelly'ego ma taką samą wartość. Wynika to z takiej samej (w obydwu przypadkach) długości i średnicy wirnika oraz faktu, że wymienione formuły nie uwzględniają wpływu nacięć osiowych.
- W przypadku rozważanych w pracy wirników, niejednoznaczność wyników obliczeń współczynnika efektu krańcowego z wykorzystaniem wyrażeń analitycznych dostępnych w literaturze, praktycznie uniemożliwia wybór, odpowiedniej dla danej struktury formuły bez wykonywania pomiarów na modelu odniesienia, przyczyniając się do dużej niepewności wyników obliczeń.

W kolejnym etapie badań, dla rozważanych wirników wyznaczono numerycznie charakterystyki współczynnika efektu krańcowego w funkcji częstotliwości zmian pola od 0.25 Hz do 500 Hz. Wykorzystano do tego celu opracowane modele obliczeniowe wirników, których budowa wraz ze sposobem wyznaczania współczynnika efektu krańcowego opisane zostały szczegółowo w rozdziałach drugim i trzecim.

Na rys. 4.2 przedstawiono siatki dyskretyzacyjne utworzone dla modeli badanych wirników. Siatka pomocniczego modelu dwuwymiarowego jest zlokalizowana w płaszczyźnie podstawowej $(r, \psi, 0)$ układu współrzędnych walcowych w modelu trójwymiarowym.

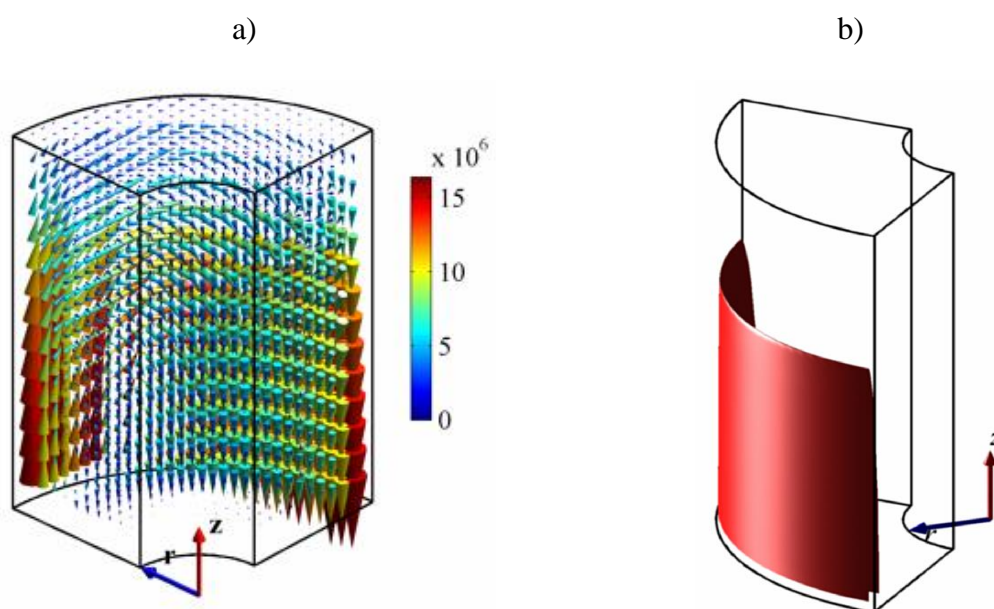


Rys. 4.2. Siatki dyskretyzacyjne trójwymiarowych modeli wirnika służących do numerycznego wyznaczania współczynnika efektu krańcowego, siatka odpowiadającego modelu dwuwymiarowego znajduje się w płaszczyźnie podstawowej $(r, \psi, 0)$: a) wirnik jednorodny, b) wirnik z nacięciami osiowymi przez całą długość, c) wirnik z nacięciami osiowymi z jednorodnymi obszarami krańcowymi stanowiącymi pierścienie zwierające.

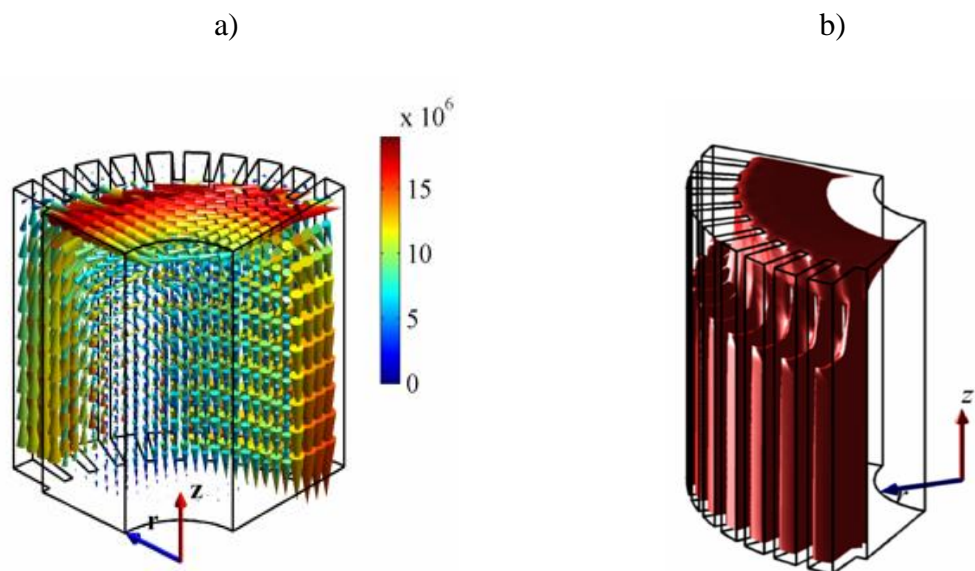
Liczba elementów tworzących całą siatkę wynosi 8550, natomiast liczba krawędzi odpowiednio: 9600 (kierunek osi ψ), 9424 (kierunek osi r), 9300 (kierunek osi z). Siatki dyskretyzacyjne wszystkich trzech modeli są takie same, jednak w zależności od typu wirnika, liczba elementów znajdujących się w obszarze przewodzącym jest inna. Opracowane modele wraz z algorytmami służącymi do przetwarzania uzyskanych wyników oraz ich graficznej prezentacji zaimplementowano w języku skryptowym Matlab [74]. Współczynnik efektu krańcowego został obliczony według zależności (A.9) w oparciu o wyznaczony z równania (2.79) rozkład zmodyfikowanego zespolonego magnetycznego potencjału wektorowego. Równanie (2.79) rozwiązano za pomocą operatora lewostronnego dzielenia macierzy. W przypadku układów równań liniowych z nieoznaczoną niesymetryczną macierzą współczynników (metoda mnożników nieoznaczonych Lagrange'a, zespolony magnetyczny potencjał wektorowy) odwołuje się on do procedur biblioteki UMFPACK [31].

W obliczeniach przyjęto amplitudę składowej normalnej indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej $B_0=0.41$ T oraz względną efektywną przenikalność magnetyczną wirnika równą 160. Warunki w jakich wykonano obliczenia współczynnika efektu krańcowego odpowiadają punktowi pracy maszyny z wirnikiem jednorodnym w warunkach znamionowych.

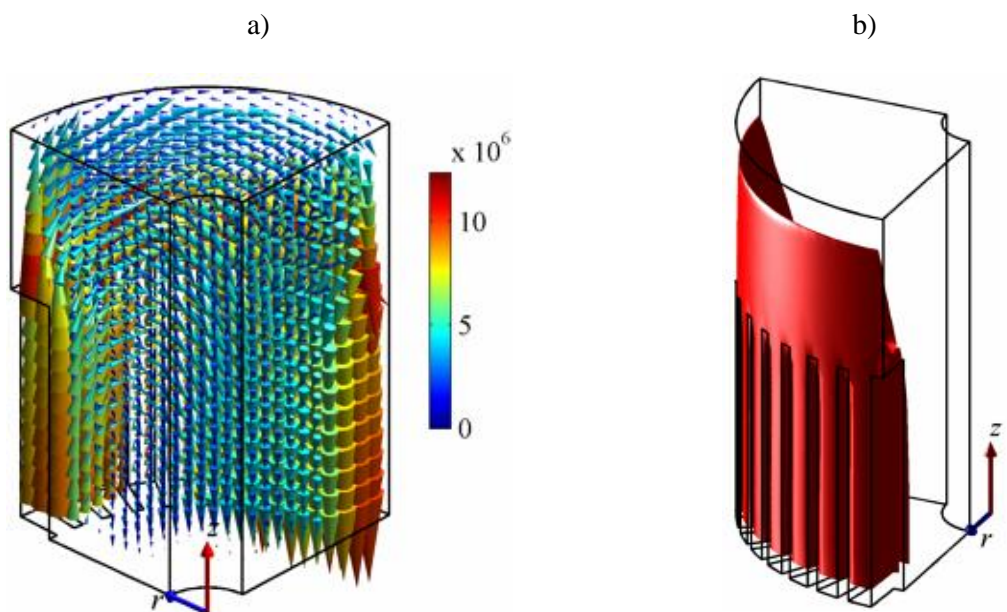
Na rys. 4.3-4.5 pokazano rozkłady wektora gęstości prądu oraz izopowierzchnie jego amplitudy równej $7 \cdot 10^6$ A/m², obliczone dla częstotliwości zmian pola 100 Hz, co odpowiada znamionowemu poślizgowi maszyny, równemu 20 %.



Rys. 4.3. Obliczone dla znamionowego poślizgu wirnika jednorodnego: a) rozkład wektora gęstości prądu w A/m², b) izopowierzchnia amplitudy wektora gęstości prądu równej $7 \cdot 10^6$ A/m².



Rys. 4.4. Obliczone dla znamionowego poślizgu wirnika z nacięciami osiowymi przez całą długość: a) rozkład wektora gęstości prądu w A/m^2 , b) izopowierzchnia amplitudy wektora gęstości prądu równej $7 \cdot 10^6 A/m^2$.



Rys. 4.5. Obliczone dla znamionowego poślizgu wirnika z nacięciami osiowymi i jednorodnymi obszarami końcowymi stanowiącymi pierścienie zwierające: a) rozkład wektora gęstości prądu w A/m^2 , b) izopowierzchnia amplitudy wektora gęstości prądu równej $7 \cdot 10^6 A/m^2$.

Z analizy przykładowych rozkładów wektora gęstości prądu, obliczonych za pomocą opracowanych modeli, można wyciągnąć następujące wnioski.

- W wirniku jednorodnym wektor gęstości prądu ma najwyższą amplitudę w obszarze wirnika odpowiadającym długości czynnej stojana. Znaczący wzrost amplitud składowych wektora gęstości

prądu, normalnych do wału, w wirniku jednorodnym jest obserwowany jedynie w obszarze wirnika znajdującym się poza długością czynną stojana.

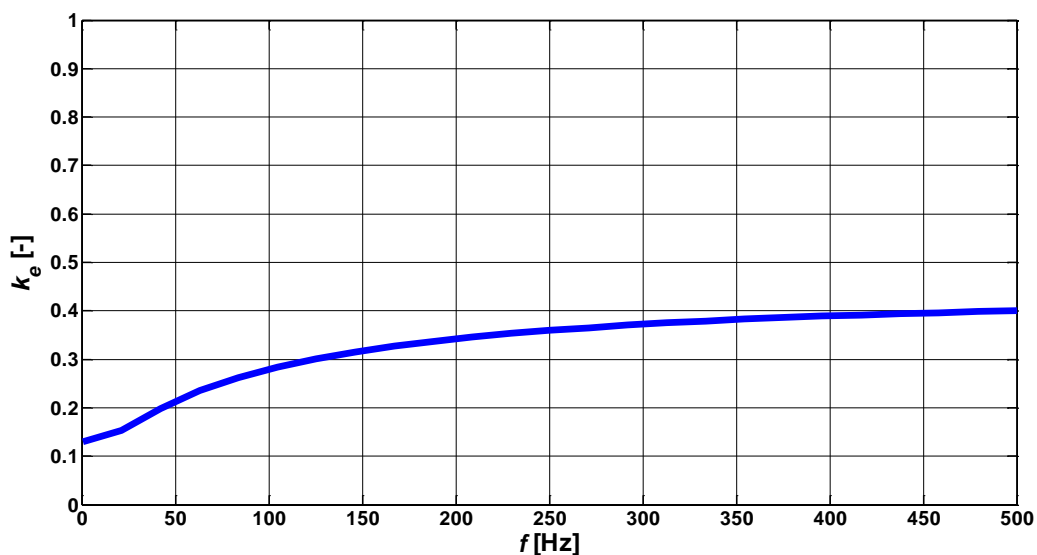
- W obszarach krańcowych w wirniku jednorodnym następuje znaczny spadek wartości wektora gęstości prądu.
- W wirniku z nacięciami osiowymi przez całą długość wektor gęstości prądu posiada największą amplitudę w obszarach krańcowych wirnika.
- W obszarze nacięć obserwowany jest znaczący wzrost wartości wektora gęstości prądu w stosunku do jednorodnego obszaru centralnego znajdującego się poniżej nacięć.
- W obszarze nacięć w krańcowych obszarach wirnika z nacięciami przez całą długość następuje znaczący wzrost amplitud składowych wektora gęstości prądu prostopadłych do wału.
- W wirniku z nacięciami osiowymi i jednorodnymi obszarami krańcowymi wektor gęstości prądu posiada największą wartość w warstwie wirnika znajdującej się na granicy obszaru nacięć oraz pierścieni zwierających.
- Wartość wektora gęstości prądu w obszarze nacięć wirnika z jednorodnymi obszarami krańcowymi jest znacznie wyższa w stosunku do obszaru centralnego wirnika znajdującego się poniżej nacięć.
- W obszarach krańcowych znajdujących się poza długością czynną stojana następuje znaczący wzrost amplitud składowych wektora gęstości prądu prostopadłych do wału przy jednoczesnym spadku jego wartości w stosunku do obszaru nacięć.

W oparciu o wyznaczone rozkłady wektora gęstości prądu, dla trzech badanych wirników wyznaczono zależności współczynnika efektu krańcowego w funkcji częstotliwości (rys. 4.6-4.8).

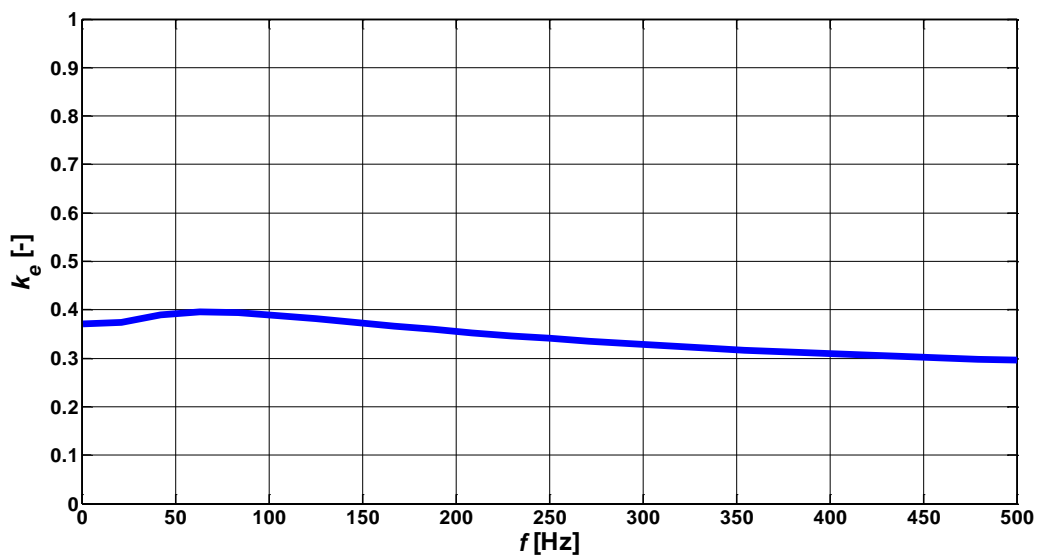
W przypadku wirnika jednorodnego, obliczona zależność jest monotonicznie rosnąca. Przyjmuje ona najmniejszą wartość, równą 0.13 dla częstotliwości odpowiadającej prędkości biegu jałowego oraz największą, równą 0.4 w stanie zwarcia. Współczynnik efektu krańcowego obliczony numerycznie w całym zakresie rozważanych częstotliwości zmian pola w wirniku charakteryzuje się mniejszą wartością od najmniejszej wartości współczynnika obliczonego analitycznie (tabela 4.1). Z otrzymanych rezultatów wynika także, że w przypadku wirnika jednorodnego wpływ efektów krańcowych rośnie (maleje współczynnik efektu krańcowego) wraz ze wzrostem prędkości obrotowej maszyny (spadkiem częstotliwości podstawowej harmonicznej zmian pola magnetycznego). Wynika to z faktu, że przy niskiej częstotliwości zmian pola magnetycznego, penetracja obszaru krańcowego wirnika przez strumień magnetyczny jest większa we wszystkich kierunkach. W miarę wzrostu częstotliwości penetracja obszaru krańcowego maleje. Przy częstotliwości 500 Hz jest ona ograniczona praktycznie do długości czynnej wirnika, dlatego maleje stosunek mocy w części krańcowej do mocy w części czynnej wirnika.

Dla wirnika z nacięciami przez całą długość, zależność współczynnika efektu krańcowego w zakresie częstotliwości zmian pola od 0.25 do 63 Hz, co odpowiada zmianom prędkości obrotowej wirnika od 14963 obr/min do 13100 obr/min, jest rosnąca od wartości 0.37 (prędkość biegu jałowego) do 0.39 (dla prędkości 13100 obr/min (maksimum)). Przy dalszym spadku prędkości obserwowany jest rosnący wpływ efektów krańcowych (wartość współczynnika maleje wraz ze wzrostem

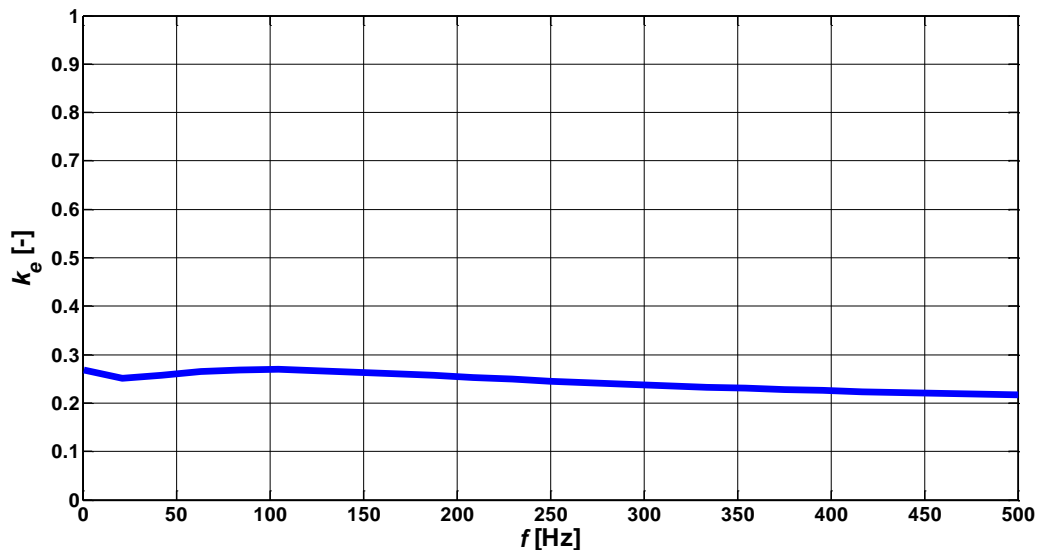
częstotliwości zmian pola osiągając minimum równe 0.29 w stanie zwarcia). Wartość współczynnika efektu krańcowego obliczonego numerycznie jest najbardziej zbliżona do wartości obliczonej według wzoru Woolley'a (tabela 4.1), natomiast jego przebieg zmienności w funkcji częstotliwości jest wynikiem bardzo złożonego rozkładu gęstości prądu w obszarze krańcowym tego wirnika, który nie jest odpowiednio reprezentowany w pomocniczym modelu dwuwymiarowym.



Rys. 4.6. Zależność współczynnika efektu krańcowego w wirniku jednorodnym od częstotliwości.



Rys. 4.7. Zależność współczynnika efektu krańcowego dla wirnika z nacięciami osiowymi przez całą długość od częstotliwości.



Rys. 4.8. Zależność współczynnika efektu krańcowego dla wirnika z nacięciami osiowymi z jednorodnymi obszarami krańcowymi od częstotliwości.

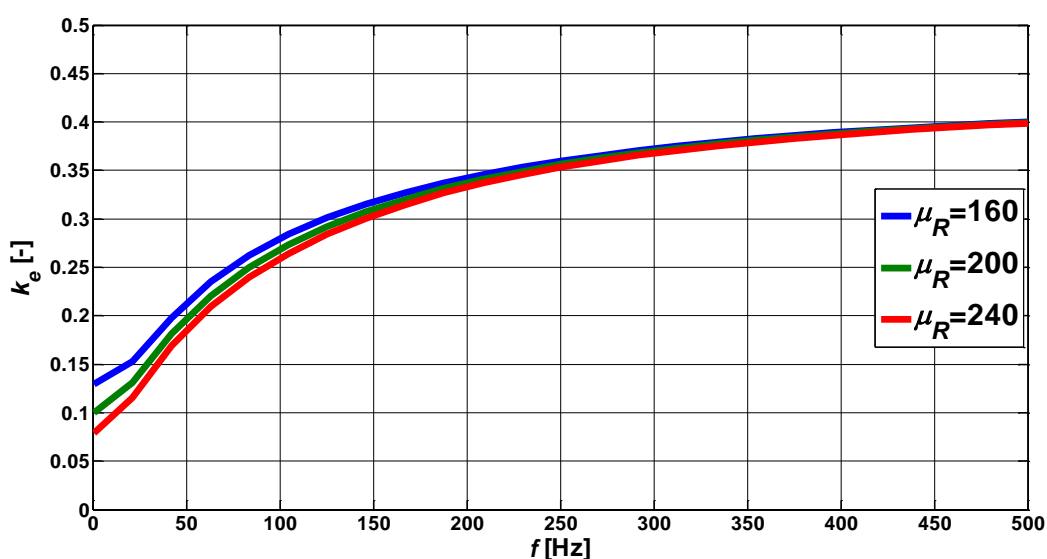
W przypadku wirnika z nacięciami osiowymi oraz jednorodnymi obszarami krańcowymi obserwowana jest największa rozbieżność wartości obliczonego numerycznie współczynnika efektu krańcowego w stosunku do wyników uzyskanych z wykorzystaniem wzorów (1.2)-(1.8) (tabela 4.1). Zmienność tego współczynnika w funkcji częstotliwości posiada maksimum dla częstotliwości zmian pola równej 83 Hz ($k_e = 0.27$) oraz maleje wraz prędkością obrotową wirnika do wartości $k_e = 0.22$. W odróżnieniu od wykresu z rys. 4.7, omawiana zależność posiada drugie maksimum lokalne dla częstotliwości zmian pola bliskiej zero ($k_e = 0.27$). Przyczyna tej zależności jest taka sama jak w przypadku wirnika z nacięciami bez pierścieni zwierających.

Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że wpływ efektów krańcowych w badanych wirnikach jest większy niż sugerują to wartości współczynnika efektu krańcowego obliczone według wzorów analitycznych. Poprawności tego wyniku można dowiedzieć tylko na podstawie porównania wyników obliczeń z pomiarami charakterystyk funkcjonalnych maszyny, co nastąpi w kolejnym podrozdziale.

Pewne zastrzeżenia może budzić poprawność uzyskanych wyników, w związku z przyjęciem w modelach matematycznych stałej wartości przenikalności magnetycznej w całym analizowanym obszarze wirnika. W proponowanej metodzie wyznaczania współczynnika k_e , jest on wyrażany jako stosunek dwóch wartości mocy (P_{3D} i P_{2D} wzór (2.15)), które są funkcjami przenikalności magnetycznej. W maszynie indukcyjnej z wirnikiem masywnym w znamionowych warunkach pracy, zewnętrzne warstwy wirnika oraz obszarów krańcowych charakteryzują się znacznym poziomem nasycenia [85]. W zależności od zastosowanego materiału indukcja magnetyczna w tych warstwach osiąga 1.5-2.0 T. W niniejszej pracy przyjmuje się założenie, że różnice w poziomie nasycenia przypowierzchniowych obszarów wirnika (w obrębie których zlokalizowana jest główna część indukowanego rozkładu wektora gęstości prądu) spowodowane wpływem efektów krańcowych mogą

zostać pominięte. Zdecydowanie, prawidłowy wybór wartości przenikalności wpływa na wartość współczynnika efektu krańcowego (rys. 4.9-4.11), jednakże w praktyce musi to być wartość stała, gdyż tylko w taki sposób można jednoznacznie wyrazić współczynnik efektu krańcowego.

Jak już zostało to dwukrotnie podkreślone, w niniejszej pracy w obliczeniach współczynnika efektu krańcowego, przyjęto względną przenikalność magnetyczną wirnika równą 160. Wartość ta najbardziej odpowiada pracy maszynie z wirnikiem jednorodnym w znamionowych warunkach pracy. Podobne wartości osiąga przenikalność wirnika w obszarze nacięć w wirnikach niejednorodnych. Doświadczenia numeryczne przeprowadzone wielokrotnie przez Autora pokazały, że taka wartość przenikalności gwarantuje najbardziej dokładne wyniki obliczeń charakterystyk funkcjonalnych maszyny.

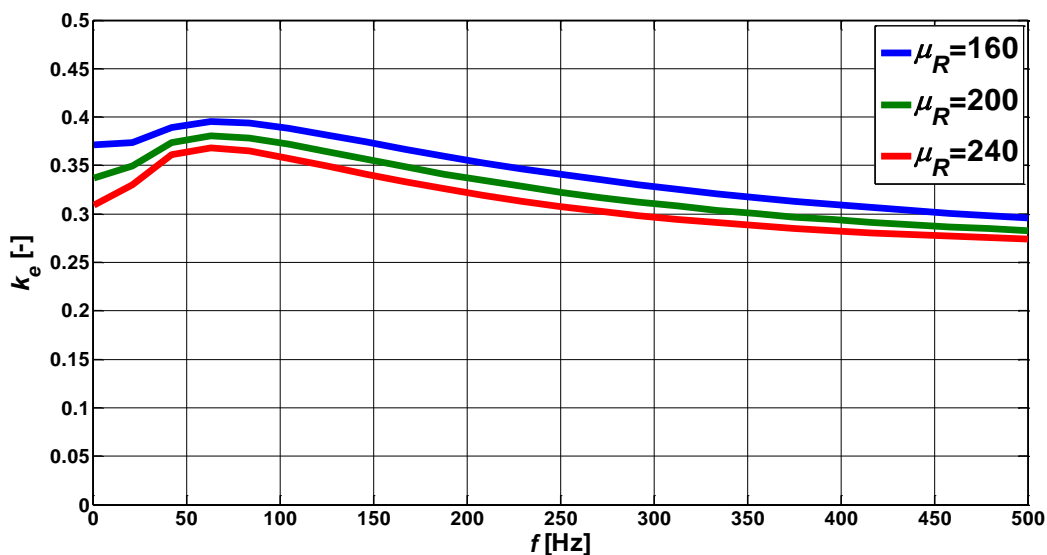


Rys. 4.9. Zależność współczynnika efektu krańcowego dla wirnika jednorodnego w funkcji częstotliwości obliczona przy różnych wartościach względnej przenikalności magnetycznej.

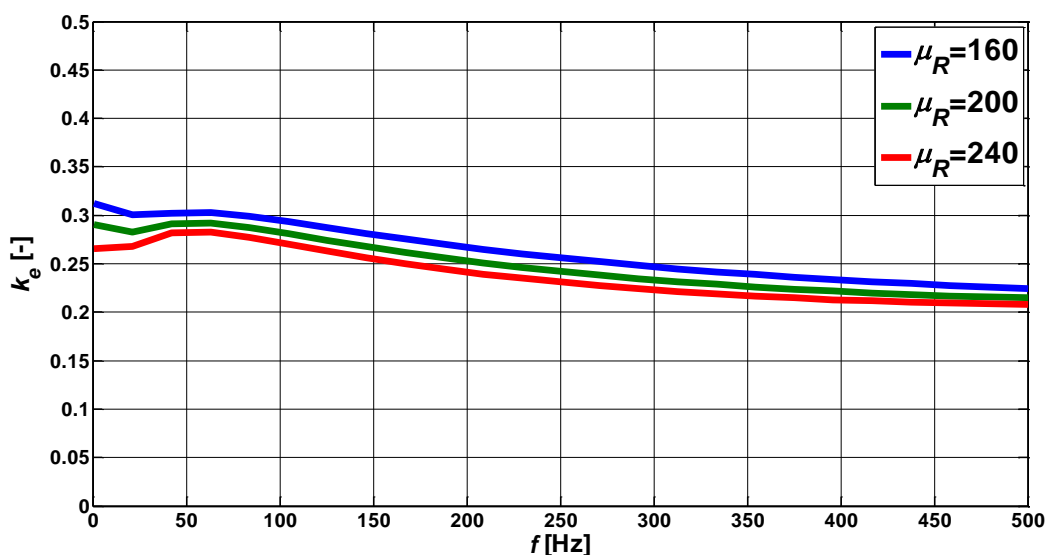
Na podstawie wyników obliczeń przedstawionych na rys. 4.9-4.11 można stwierdzić, że precyzyjny wybór wartości względnej przenikalności magnetycznej nie jest krytyczny z punktu widzenia wyników obliczeń. Na rysunkach 4.9-4.11 widać, że przy zmianie wartości przenikalności o 20 %, wartość współczynnika efektu krańcowego przy częstotliwości odpowiadającej poślizgowi znamionowemu zmienia się tylko o kilka procentów. Największe zmiany k_e , bliskie procentowym zmianom przenikalności występują przy częstotliwościach rzędu ułamków Herca, czyli w zakresie poślizgów które nie są wykorzystywane w praktyce.

Uproszczenie polegające na przyjęciu stałej wartości przenikalności magnetycznej w obrębie całego obszaru przewodzącego jest przyczyną dodatkowego błędu proponowanej metody. Niemniej jednak, koszt obliczeniowy związany z modelowaniem nieliniowości w trójwymiarowym obszarze przewodzącym, na chwilę obecną, wyklucza praktyczne wykorzystanie tego typu modeli, natomiast

w przypadku wykorzystania modelu liniowego, jest on znacząco mniejszy. Dla przykładu, czas obliczeń związany wyznaczeniem rodziny charakterystyk z rys. 4.9 wynosił ok. 30 minut na komputerze PC wyposażonym w procesor Phenom X6 i 16 GB pamięci operacyjnej. Przy wykorzystaniu nieliniowej zależności przenikalności magnetycznej czas ten wzrósłby ponad dziesięć razy.



Rys. 4.10. Zależność współczynnika efektu krańcowego dla wirnika z nacięciami przez całą długość w funkcji częstotliwości obliczona przy różnych wartościach względnej przenikalności magnetycznej.



Rys. 4.11. Zależność współczynnika efektu krańcowego dla wirnika niejednorodnego z jednorodnymi obszarami krańcowymi w funkcji częstotliwości obliczona przy różnych wartościach względnej przenikalności magnetycznej.

4.3. Wpływ współczynnika efektu krańcowego na charakterystyki eksploatacyjne maszyny

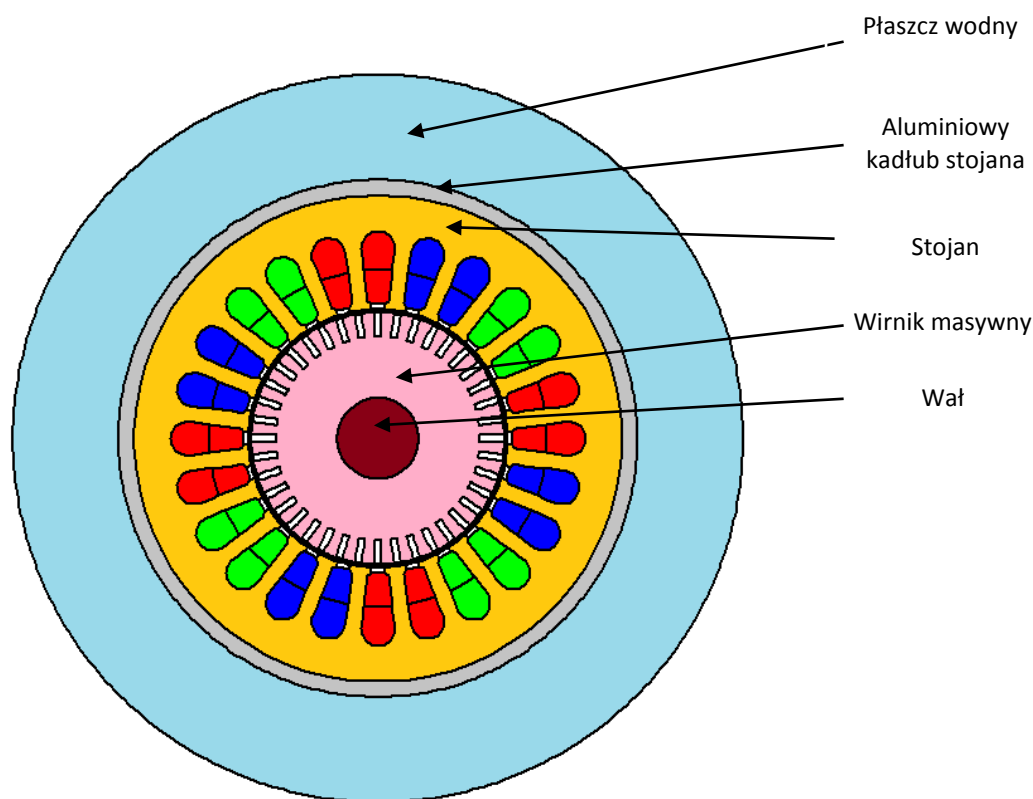
Celem określenia wpływu efektu krańcowego na charakterystyki funkcjonalne maszyny przeprowadzono obliczenia z wykorzystaniem połowo-obwodowego modelu maszyny utworzonego na podstawie równań przedstawionych w podrozdziale 2.3 oraz wymiarów geometrycznych stojana i trzech wirników masywnych analizowanych w poprzednim podpunkcie niniejszego rozdziału.

Implementację algorytmu obliczeniowego oraz dyskretyzację obszaru modelu przeprowadzono odpowiednio w środowisku Matlab oraz za pomocą programu Triangle [115]. W tym celu opracowano i zaimplementowano zestaw programów do tworzenia plików wejściowych dla programu dokonującego dyskretyzacji, na podstawie opisu geometrii za pomocą punktów i odcinków linii prostych. Programy pozwalają na projektowanie rekursywne tego rodzaju maszyn dzięki temu, że umożliwiają tworzenie modeli o zadanych wymiarach geometrycznych, liczbie żłobków i liczbie oraz wymiarach nacięć osiowych wirnika.

Oznaczenia poszczególnych obszarów obliczeniowych występujących w dwuwymiarowym połowo-obwodowym modelu analizowanego przetwornika przedstawiono, na przykładzie maszyny wyposażonej w wirniki z nacięciami, na rysunku 4.12. W opracowanym modelu jako obszary nieprzewodzące bez źródeł prądu wymuszonego traktowane są: rdzeń stojana, szczelina powietrzna oraz oznaczony na rys. 4.12 kolorem błękitnym obszar modelujący płaszcz wodny w układzie chłodzenia maszyny. Jako elementy przewodzące bez źródeł prądu przyjęto wał maszyny, masywny wirnik oraz otaczający pakietowany rdzeń stojana, aluminiowy kadłub. Element ten występuje w modelu ze względu na konieczność uwzględnienia strat powstających na skutek indukowania się w nim prądów wirowych, istotnym w przypadku znacznego nasycenia rdzenia stojana. Obszarami nieprzewodzącymi ze źródłami prądu są żłobki zajmowane przez uzwojenie stojana. W modelu przyjęto założenie, że składowa normalna wektora indukcji magnetycznej zanika na okręgu ograniczającym od zewnątrz obszar płaszcza wodnego, na którym zadano jednorodny warunek brzegowy Dirichleta.

Obliczenia charakterystyk eksploatacyjnych maszyny przeprowadzono dla wartości napięcia stałego, mierzonego na stopniu pośredniczącym przekształtnika, równym odpowiednio 100, 150 i 200 V. Ze względu na występujące spadki napięcia w przekształtniku (rozładowywanie kondensatora pośredniczącego, proporcjonalne do prądu obciążenia spadki napięcia na tranzystorach IGBT) dokonywano pomiarów przebiegów wartości chwilowych napięć międzyfazowych falownika podczas rozruchu maszyny obciążonej dodatkowymi kołami zamachowymi. Po zarejestrowaniu przebiegów tych napięć, numerycznie dokonano wyznaczenia (zgodnie z postępowaniem przedstawionym w podrozdziale 3.3) zależności wartości skutecznej napięcia fazowego od prędkości obrotowej. Następnie charakterystyki te poddawano interpolacji oraz po przemnożeniu przez pierwiastek z dwóch

(amplituda sinusoidalnego napięcia fazowego o wartości skutecznej równej wartości skutecznej zmierzonego napięcia fazowego), wprowadzono jako dane wejściowe w programach do wyznaczenia charakterystyk funkcjonalnych maszyny.



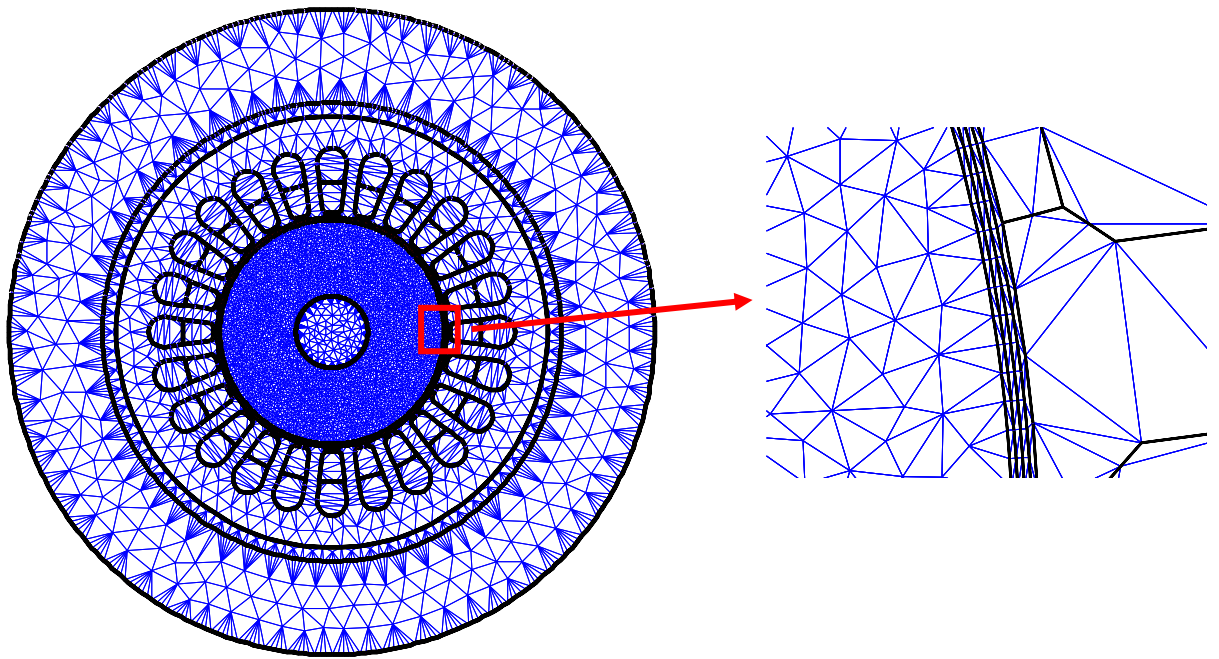
Rys. 4.12. Oznaczenia obszarów obliczeniowych w polowo-obwodowym modelu analizowanej maszyny.

Widok siatek dyskretyzacyjnych przedstawiono na rys. 4.13-4.15, natomiast przykładowe rozkłady linii strumienia magnetycznego wyznaczone za pomocą opracowanych modeli polowo-obwodowych pokazano na rysunkach 4.15-4.17.

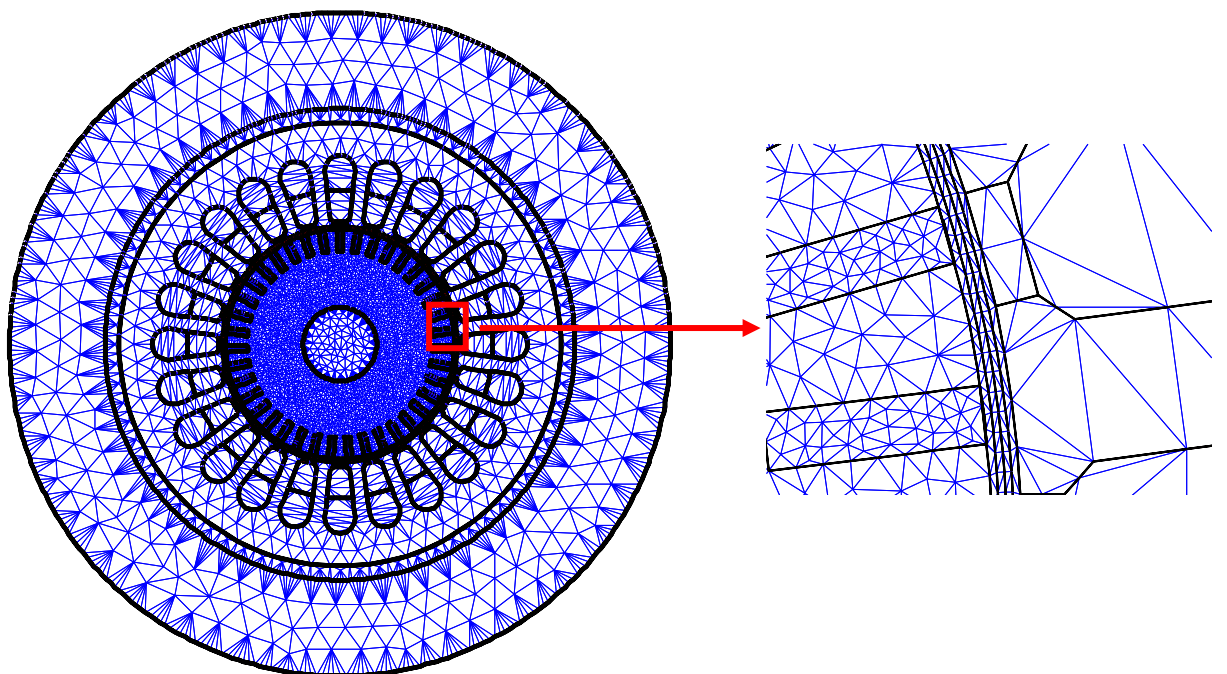
Porównanie charakterystyk eksploatacyjnych maszyny obliczonych dla różnych napięć i różnych metod wyznaczania współczynnika efektu krańcowego z wynikami pomiarów na modelu fizycznym pokazano na rysunkach 4.18-4.44. Dla każdej z obliczonych charakterystyk wyznaczono współczynnik rozbieżności wyników obliczeń w stosunku do wyników pomiaru zdefiniowany jako

$$e = \frac{1}{M_P} \sum_{i=1}^{M_P} \frac{|X_{Pi} - X_{Oi}|}{X_{Pi}} \cdot 100\%, \quad (4.1)$$

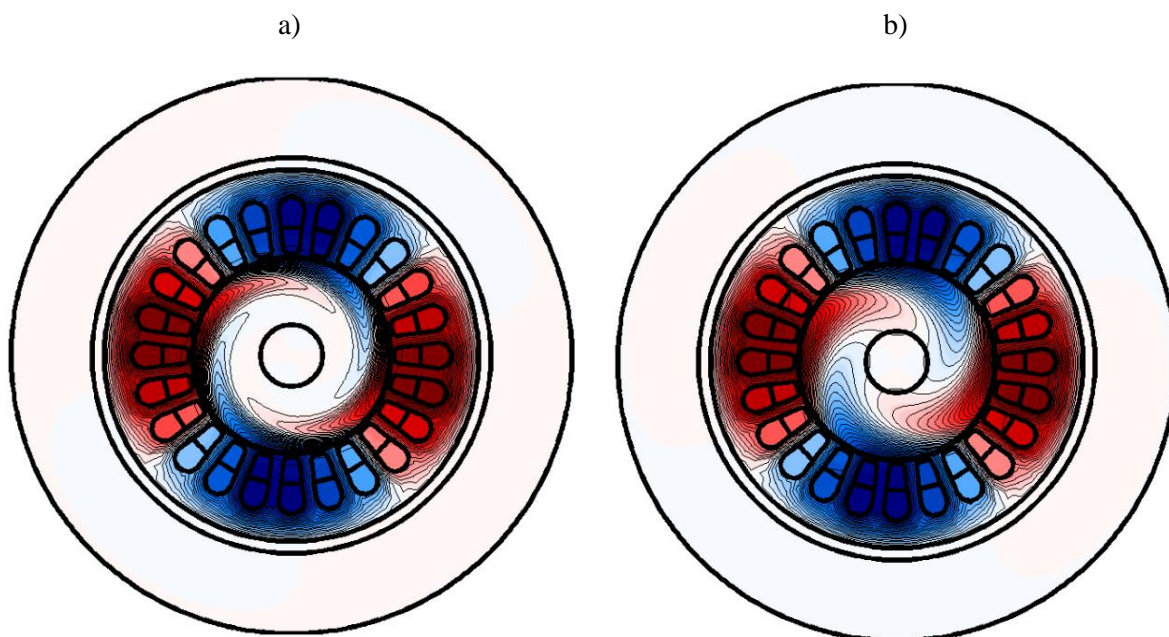
gdzie: e – wskaźnik rozbieżności wyników pomiarów i obliczeń, M_P – liczba próbek wielkości mierzonej, X_P – wielkość mierzona, X_O – wielkość obliczona. Wartości tego wskaźnika dla poszczególnych przypadków zestawiono w tabelach 4.2 do 4.10.



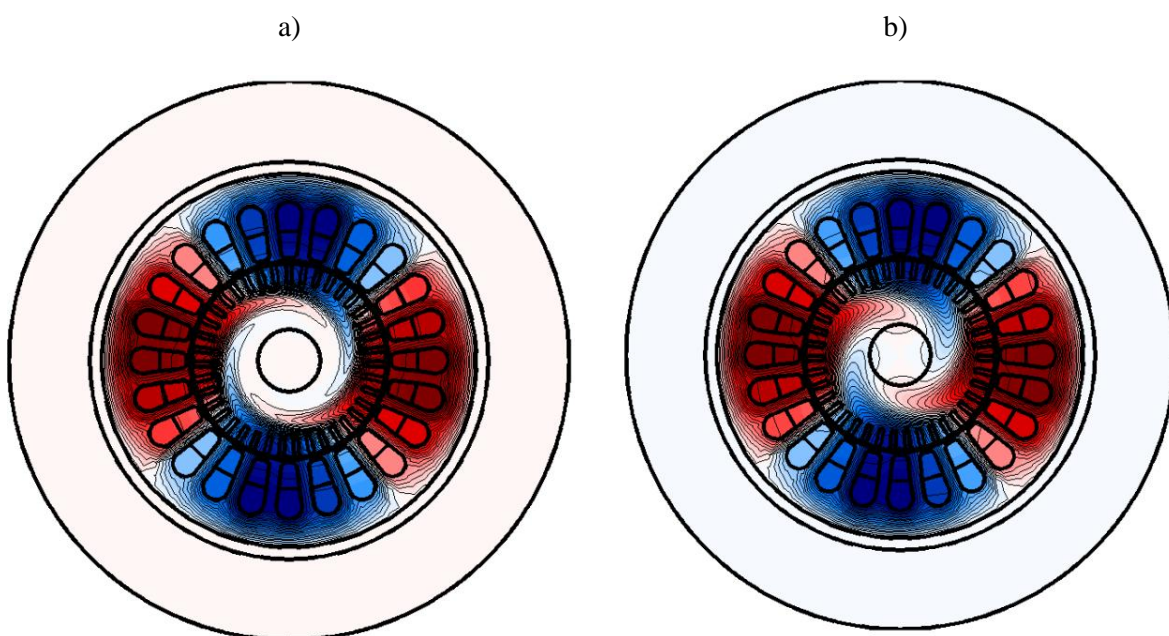
Rys. 4.13. Siatka dyskretyzacyjna połowo-obwodowego modelu maszyny z wirnikiem jednorodnym.



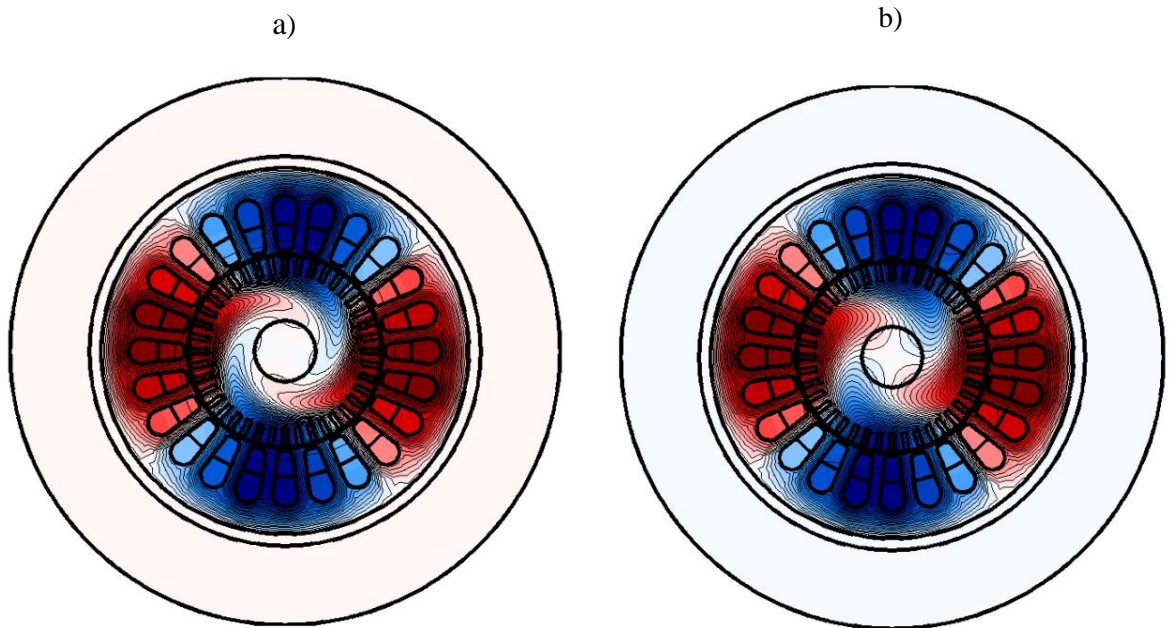
Rys. 4.14. Siatka dyskretyzacyjna połowo-obwodowego modelu maszyny z wirnikami z nacięciami osiowymi.



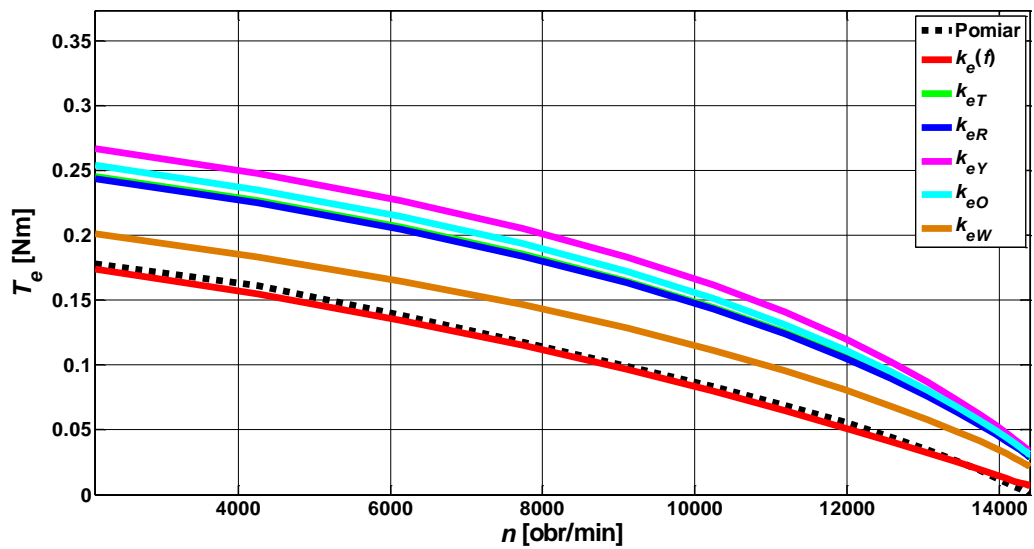
Rys. 4.15. Rozkłady linii strumienia magnetycznego w maszynie z wirnikiem jednorodnym, obliczone za pomocą jej modelu polowo-obwodowego przy $U_{DC} = 100$ V: a) $s=0.7$, b) $s=0.2$.



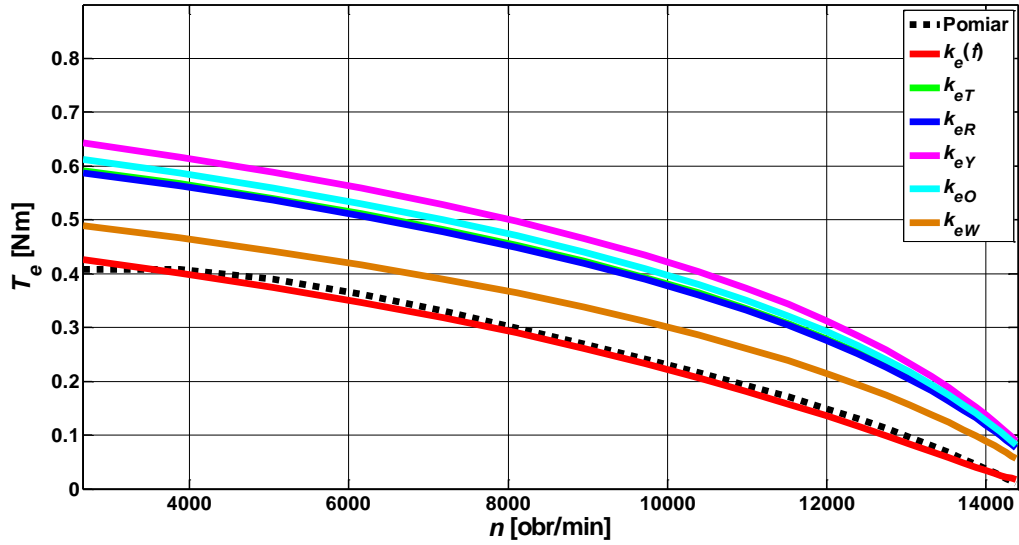
Rys. 4.16. Rozkłady linii strumienia magnetycznego w maszynie z wirnikiem z nacięciami przez całą długość, obliczone za pomocą jej modelu polowo-obwodowego przy $U_{DC} = 100$ V: a) $s=0.7$, b) $s=0.2$.



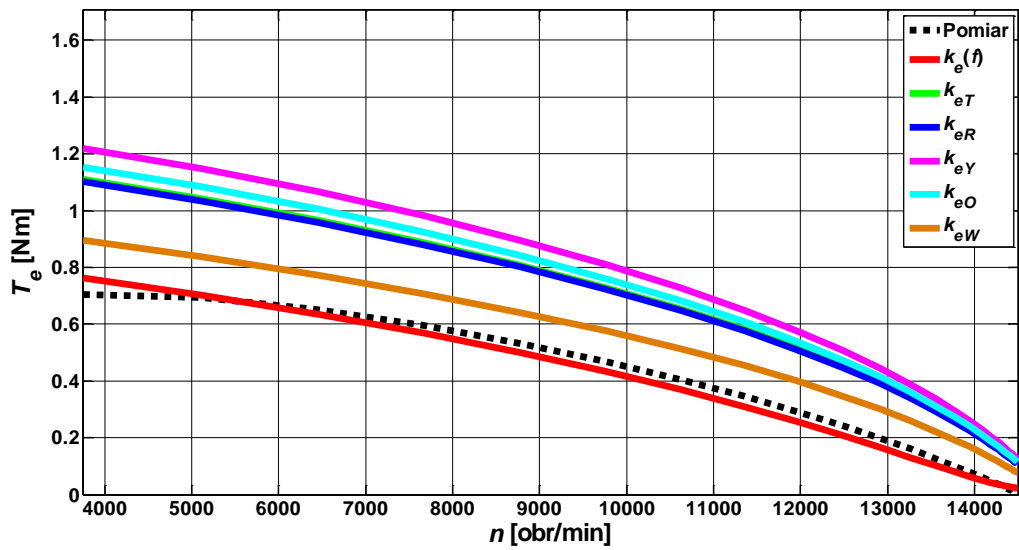
Rys. 4.17. Rozkłady linii strumienia magnetycznego w maszynie z wirnikiem nacinanym z jednorodnymi obszarami krańcowymi, obliczone za pomocą jej modelu połowo-obwodowego przy $U_{DC} = 100$ V: a) $s=0.7$, b) $s=0.2$.



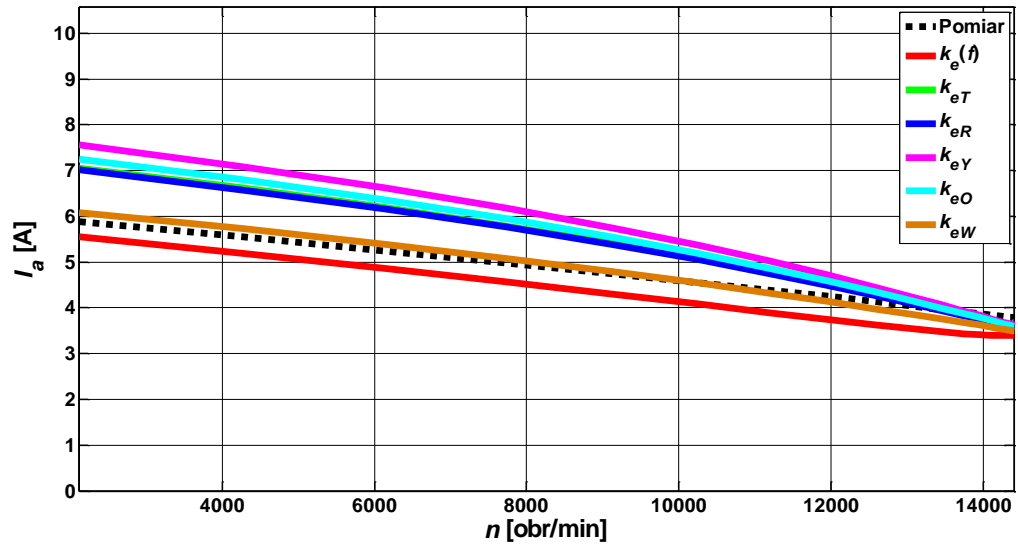
Rys. 4.18. Charakterystyki momentu elektromagnetycznego w funkcji prędkości obrotowej dla maszyny z wirnikiem jednorodnym przy $U_{DC} = 100$ V.



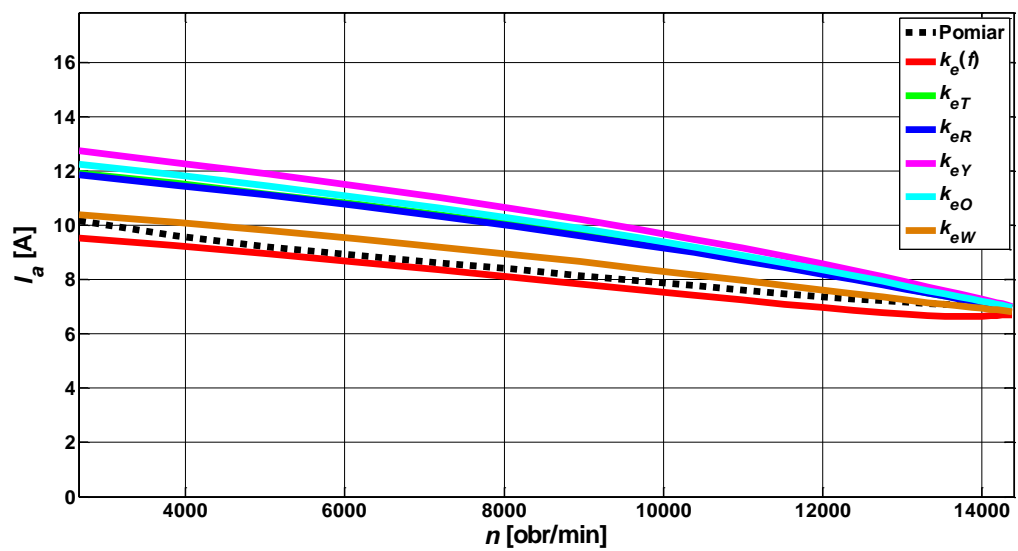
Rys. 4.19. Charakterystyki momentu elektromagnetycznego w funkcji prędkości obrotowej dla maszyny z wirnikiem jednorodnym przy $U_{DC} = 150$ V.



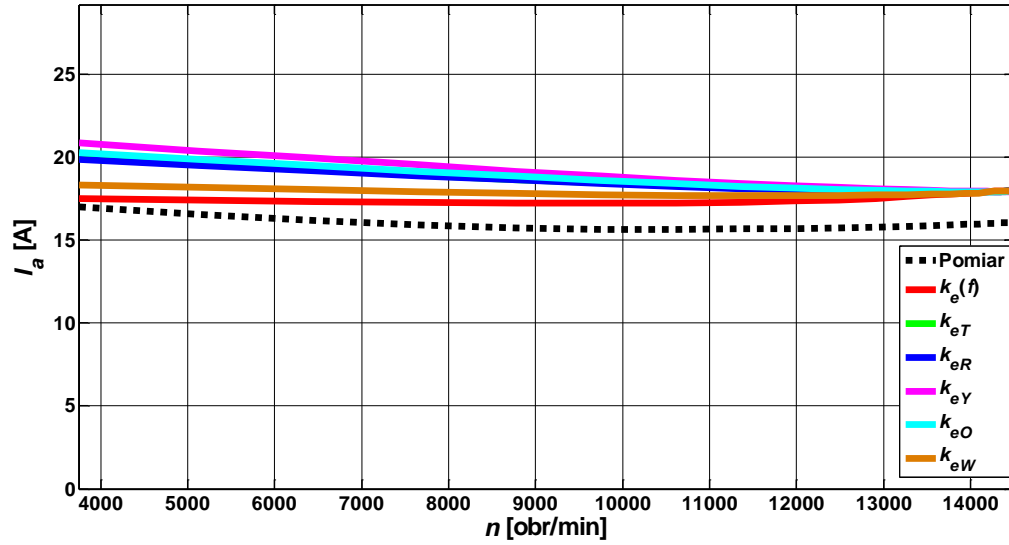
Rys. 4.20. Charakterystyki momentu elektromagnetycznego w funkcji prędkości obrotowej dla maszyny z wirnikiem jednorodnym przy $U_{DC} = 200$ V.



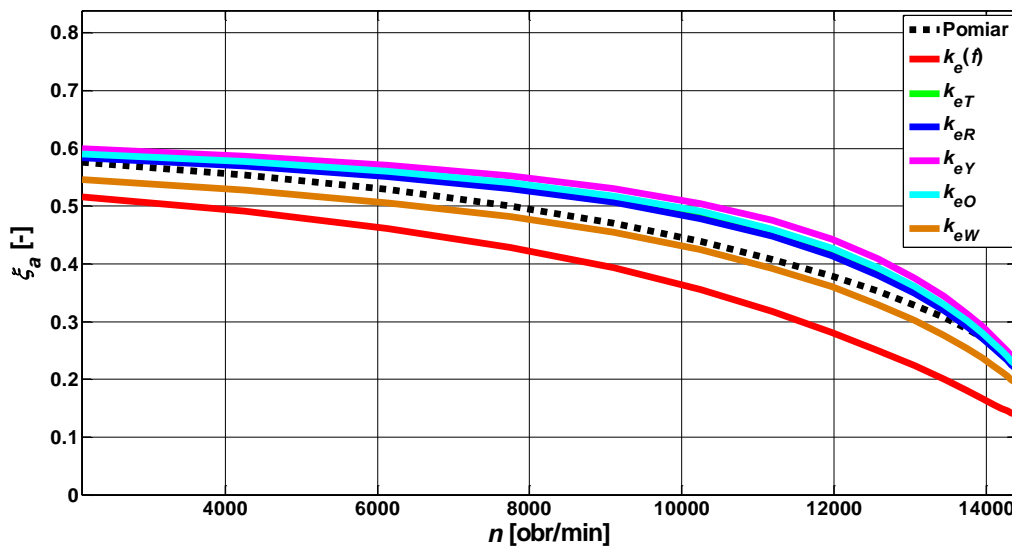
Rys. 4.21. Charakterystyki wartości skutecznej prądu fazowego fazy a w funkcji prędkości obrotowej dla maszyny z wirnikiem jednorodnym przy $U_{DC} = 100$ V.



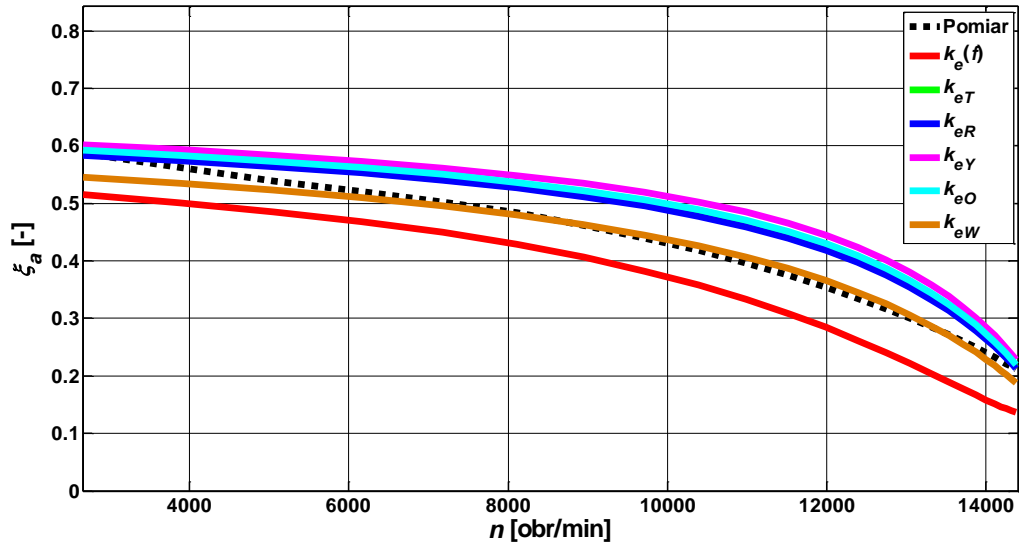
Rys. 4.22. Charakterystyki wartości skutecznej prądu fazowego fazy a w funkcji prędkości obrotowej dla maszyny z wirnikiem jednorodnym przy $U_{DC} = 150$ V.



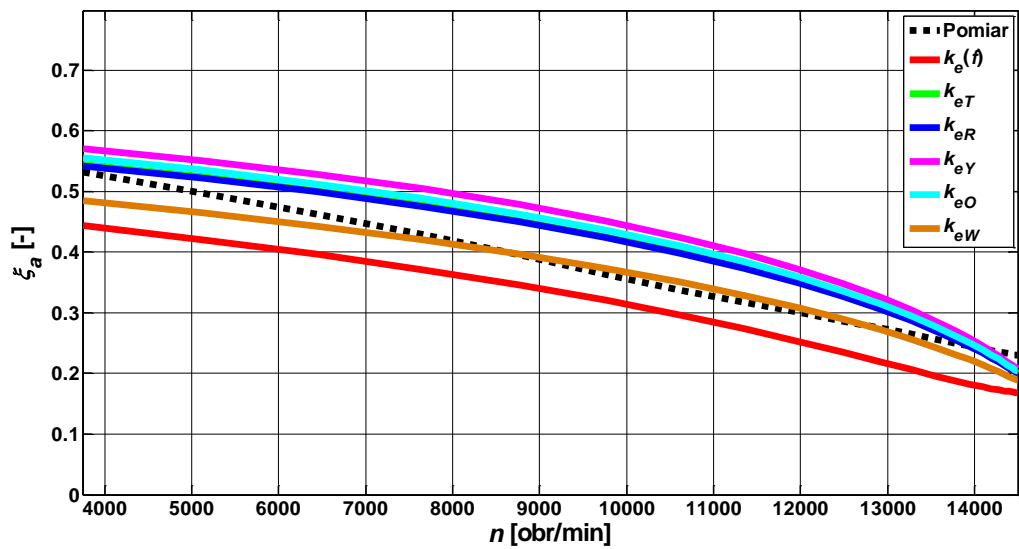
Rys. 4.23. Charakterystyki wartości skutecznej prądu fazowego fazy a w funkcji prędkości obrotowej dla maszyny z wirnikiem jednorodnym przy $U_{DC} = 200$ V.



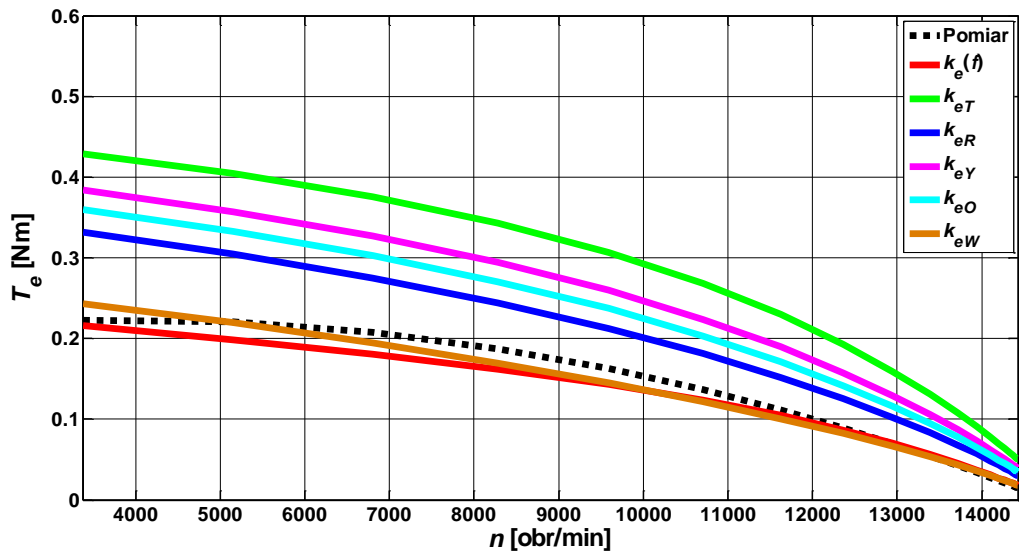
Rys. 4.24. Charakterystyki współczynnika mocy fazy a w funkcji prędkości obrotowej dla maszyny z wirnikiem jednorodnym przy $U_{DC} = 100$ V.



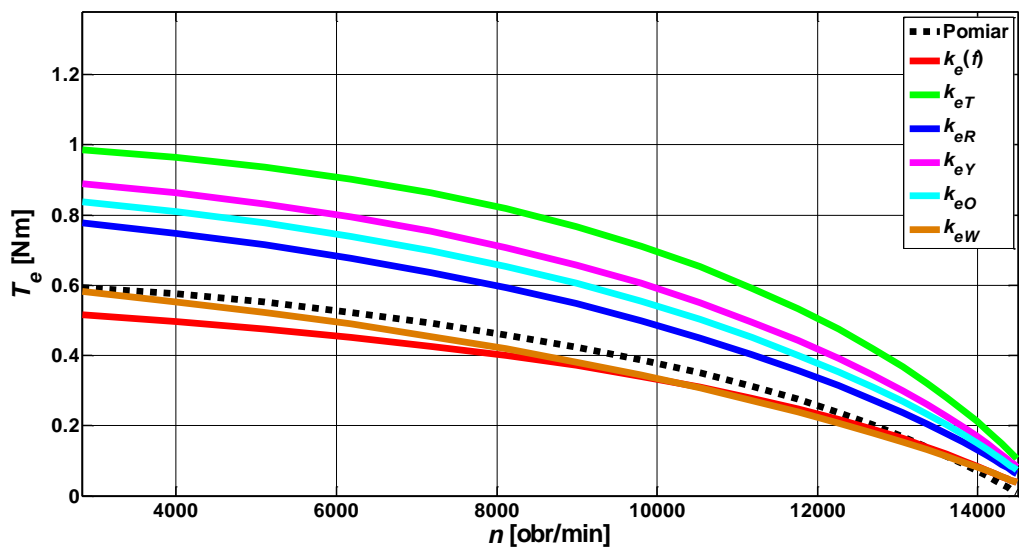
Rys. 4.25. Charakterystyki współczynnika mocy fazy a w funkcji prędkości obrotowej dla maszyny z wirnikiem jednorodnym przy $U_{DC} = 150$ V.



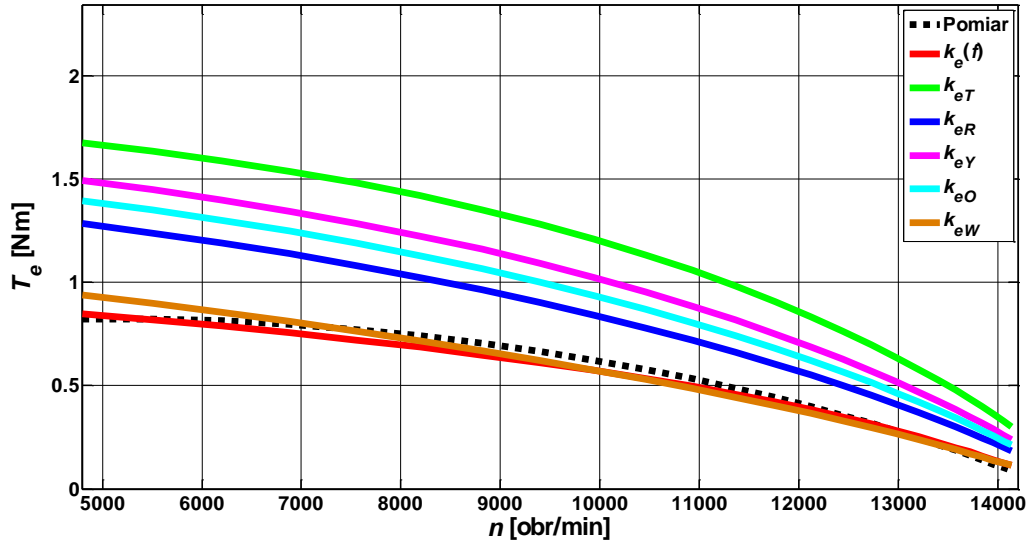
Rys. 4.26. Charakterystyki współczynnika mocy fazy a w funkcji prędkości obrotowej dla maszyny z wirnikiem jednorodnym przy $U_{DC} = 200$ V.



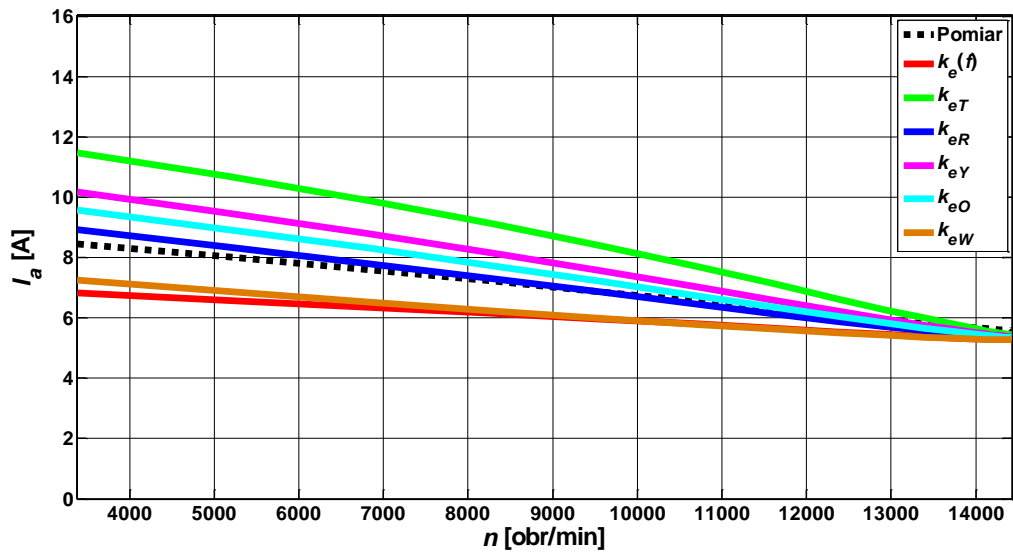
Rys. 4.27. Charakterystyki momentu elektromagnetycznego w funkcji prędkości obrotowej dla maszyny z wirnikiem z nacięciami osiowymi przez całą długość przy $U_{DC} = 100$ V.



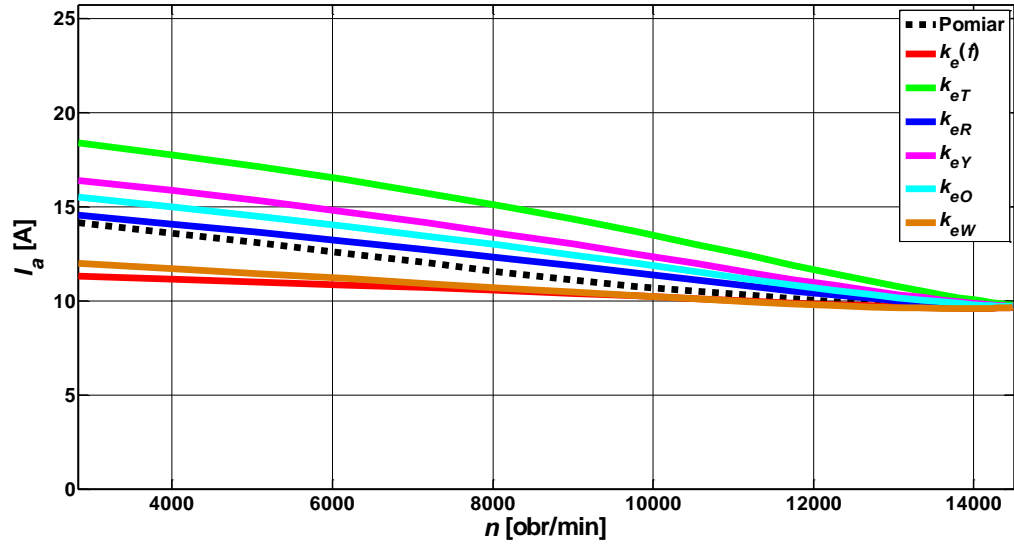
Rys. 4.28. Charakterystyki momentu elektromagnetycznego w funkcji prędkości obrotowej dla maszyny z wirnikiem z nacięciami przez całą długość przy $U_{DC} = 150$ V.



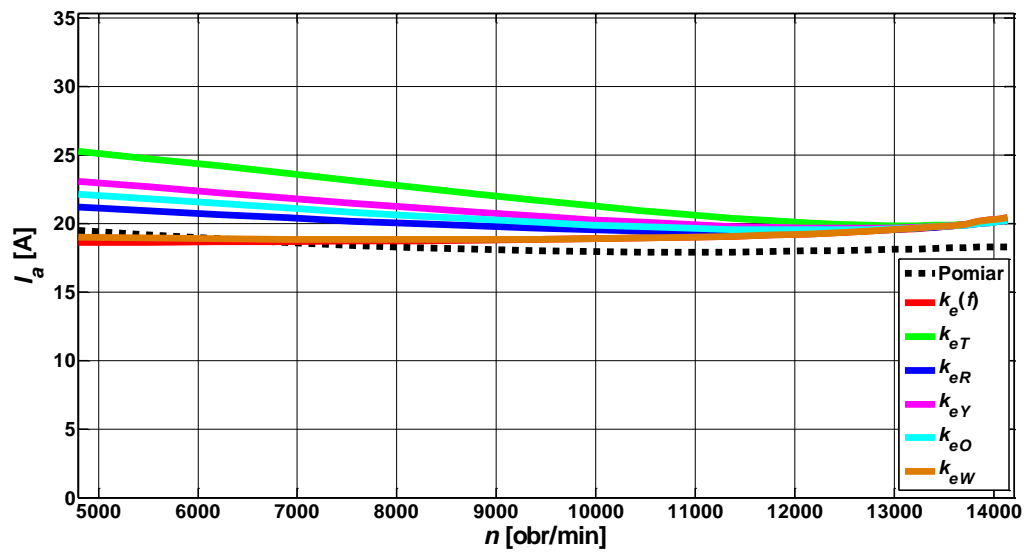
Rys. 4.29. Charakterystyki momentu elektromagnetycznego w funkcji prędkości obrotowej dla maszyny z wirnikiem z nacięciami osiowymi przez całą długość przy $U_{DC} = 200$ V.



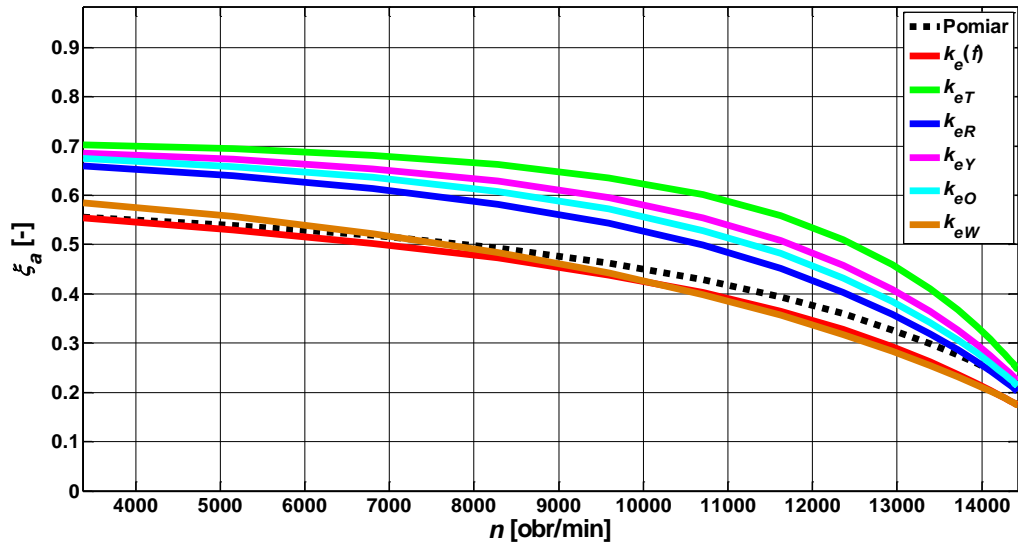
Rys. 4.30. Charakterystyki wartości skutecznej prądu fazowego fazy a w funkcji prędkości obrotowej dla maszyny z wirnikiem z nacięciami osiowymi przez całą długość przy $U_{DC} = 100$ V.



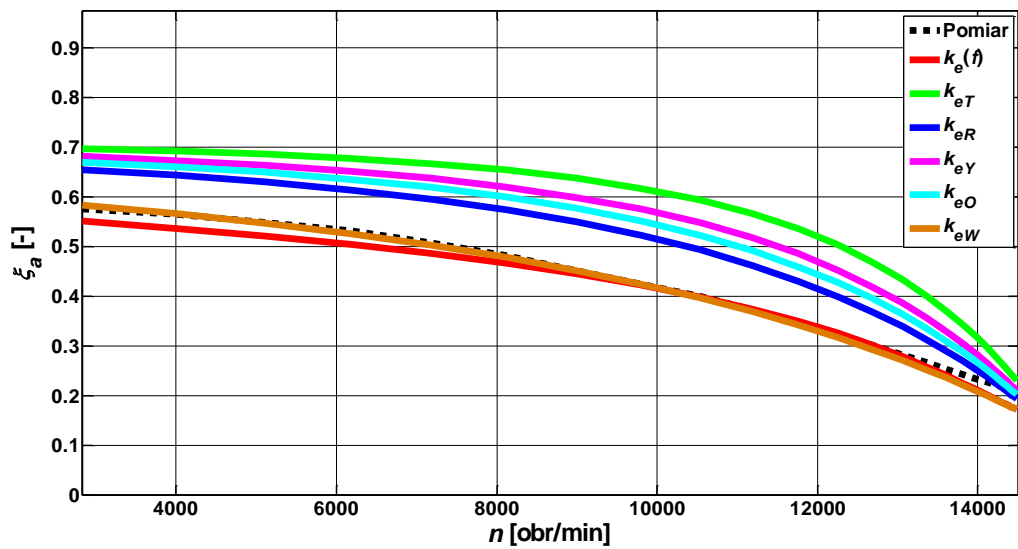
Rys. 4.31. Charakterystyki wartości skutecznej prądu fazowego fazy a w funkcji prędkości obrotowej dla maszyny z wirnikiem z nacięciami osiowymi przez całą długość przy $U_{DC} = 150$ V.



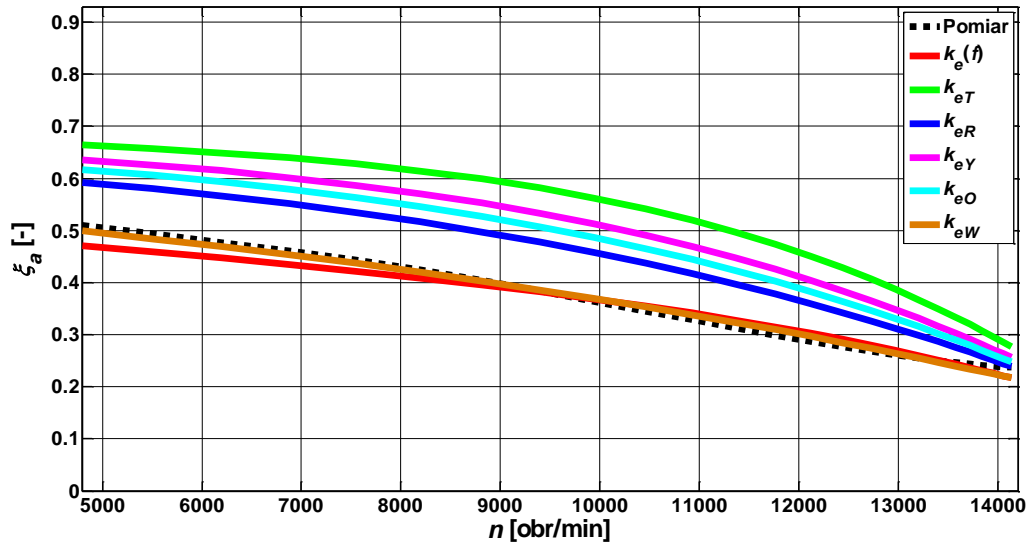
Rys. 4.32. Charakterystyki wartości skutecznej prądu fazowego fazy a w funkcji prędkości obrotowej dla maszyny z wirnikiem z nacięciami osiowymi przez całą długość przy $U_{DC} = 200$ V.



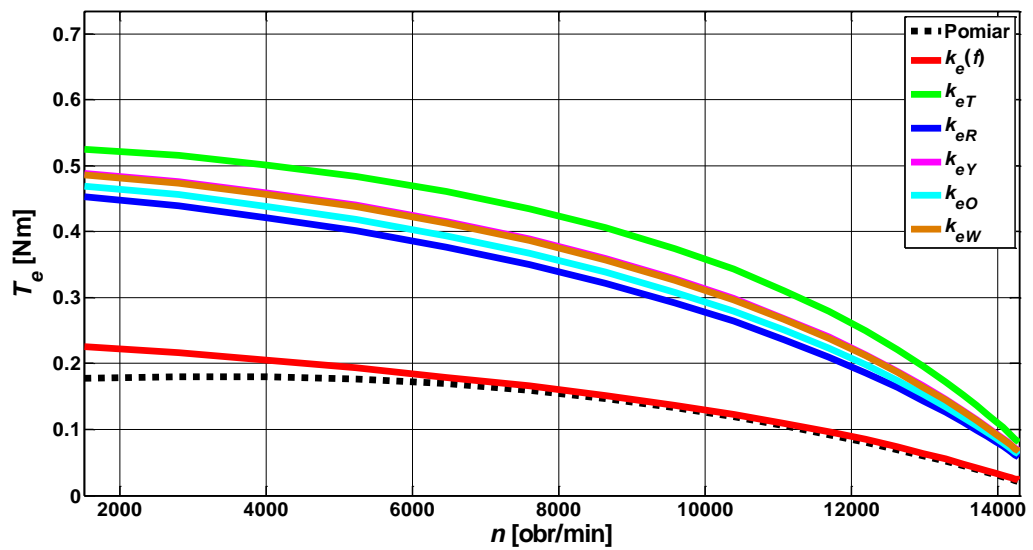
Rys. 4.33. Charakterystyki współczynnika mocy fazy a w funkcji prędkości obrotowej dla maszyny z wirnikiem z nacięciami osiowymi przez całą długość przy $U_{DC} = 100$ V.



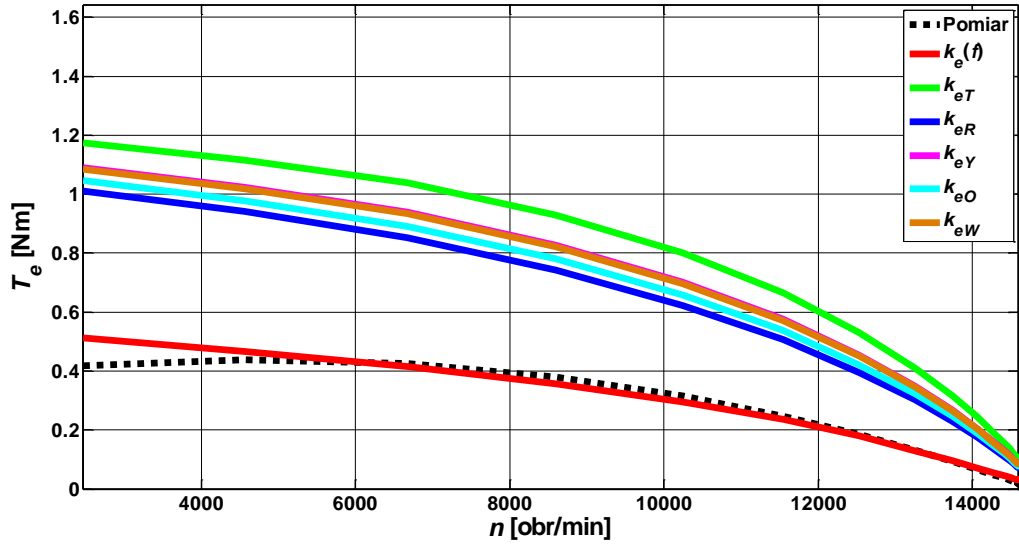
Rys. 4.34. Charakterystyki współczynnika mocy fazy a w funkcji prędkości obrotowej dla maszyny z wirnikiem z nacięciami osiowymi przez całą długość przy $U_{DC} = 150$ V.



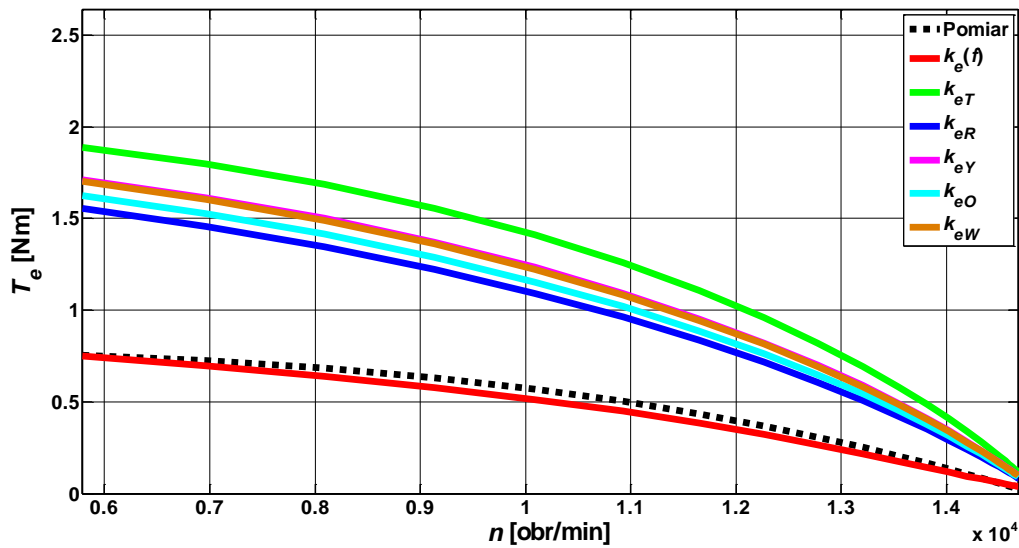
Rys. 4.35. Charakterystyki współczynnika mocy fazy a w funkcji prędkości obrotowej dla maszyny z wirnikiem z nacięciami osiowymi przez całą długość przy $U_{DC} = 200$ V.



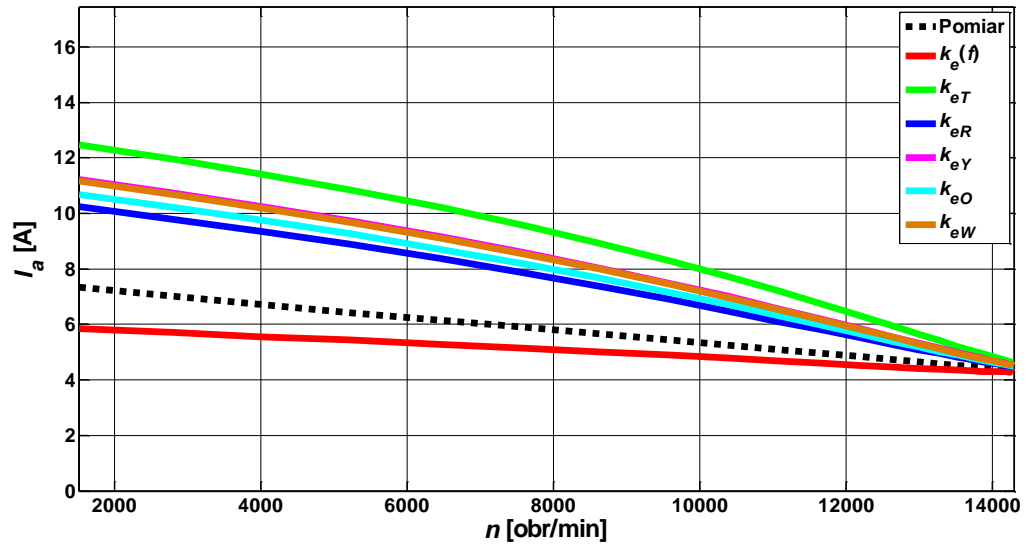
Rys. 4.36. Charakterystyki momentu elektromagnetycznego w funkcji prędkości obrotowej dla maszyny z wirnikiem z nacięciami osiowymi oraz jednorodnymi obszarami krańcowymi stanowiącymi pierścienie zwierające przy $U_{DC} = 100$ V.



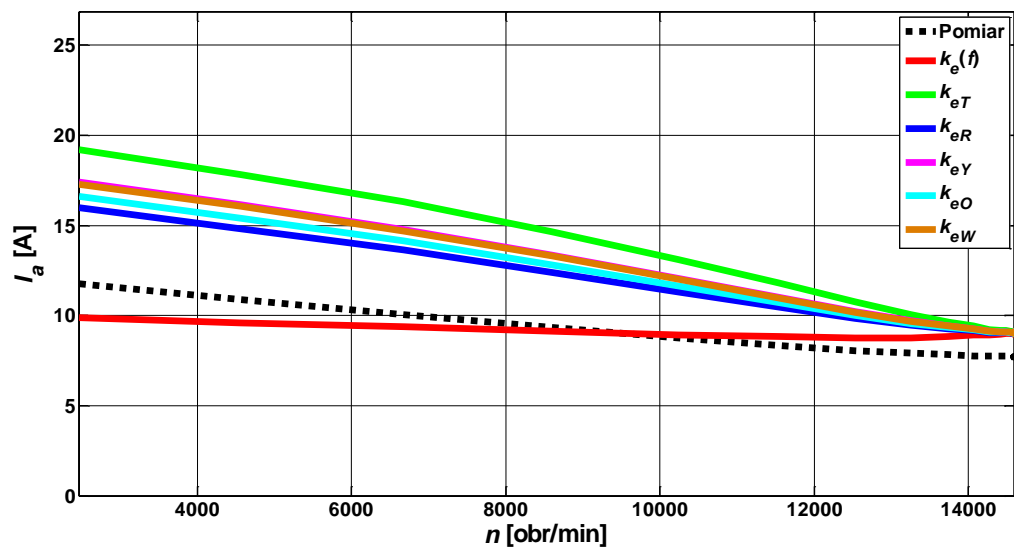
Rys. 4.37. Charakterystyki momentu elektromagnetycznego w funkcji prędkości obrotowej dla maszyny z wirnikiem z nacięciami osiowymi oraz jednorodnymi obszarami krańcowymi stanowiącymi pierścienie zwierające przy $U_{DC} = 150$ V.



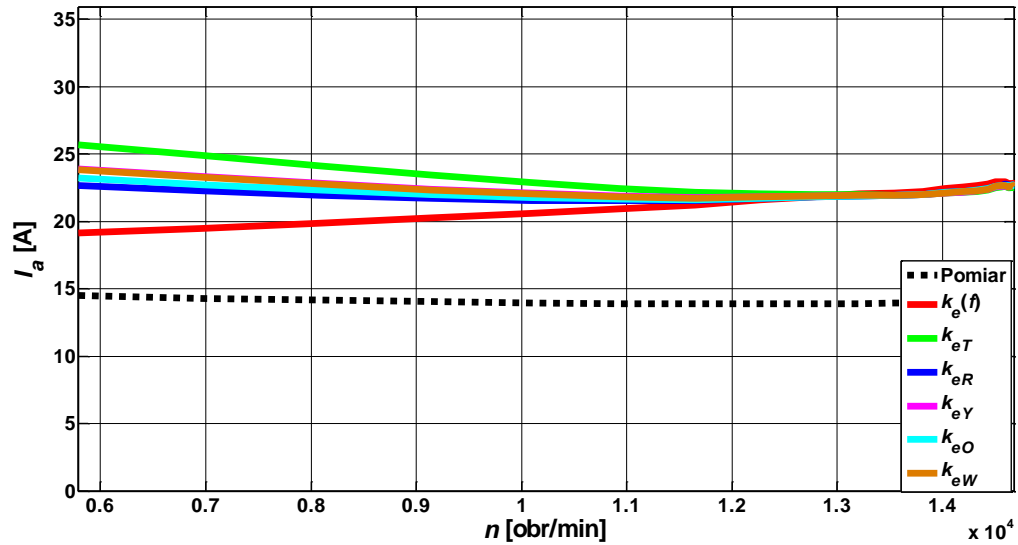
Rys. 4.38. Charakterystyki momentu elektromagnetycznego w funkcji prędkości obrotowej dla maszyny z wirnikiem z nacięciami osiowymi oraz jednorodnymi obszarami krańcowymi stanowiącymi pierścienie zwierające przy $U_{DC} = 200$ V.



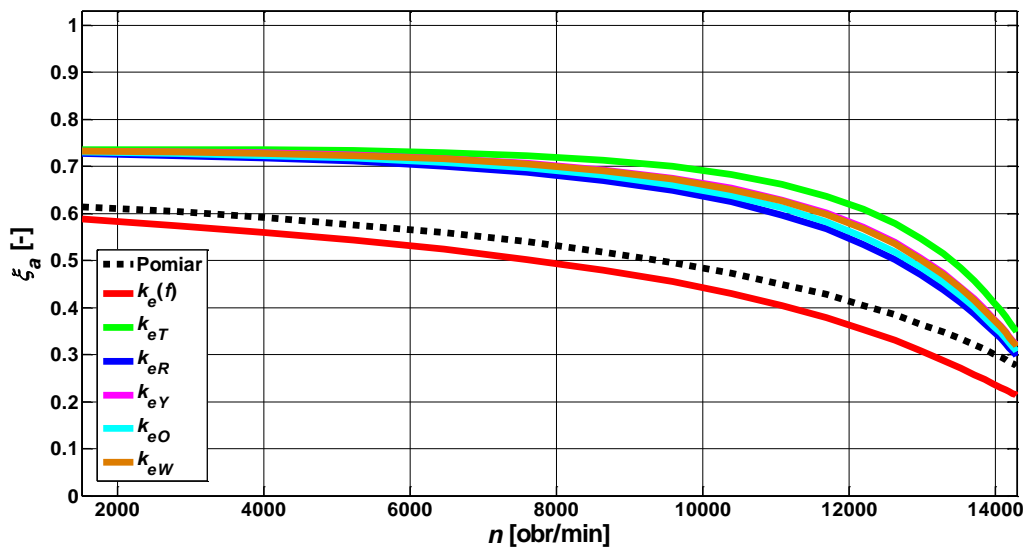
Rys. 4.39. Charakterystyki wartości skutecznej prądu fazowego fazy a w funkcji prędkości obrotowej dla maszyny z wirnikiem z nacięciami osiowymi oraz jednorodnymi obszarami krańcowymi stanowiącymi pierścienie zwierające przy $U_{DC} = 100$ V.



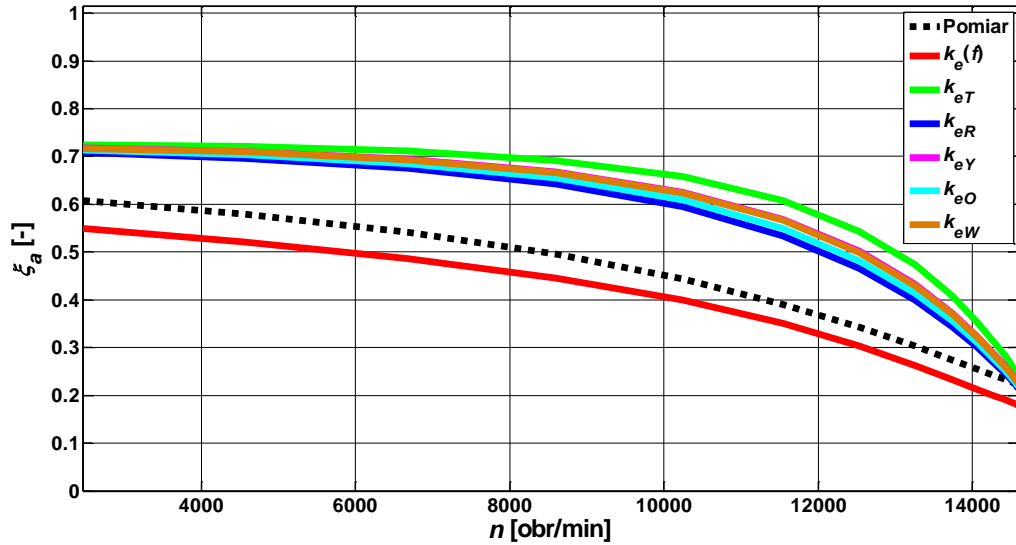
Rys. 4.40. Charakterystyki wartości skutecznej prądu fazowego fazy a w funkcji prędkości obrotowej dla maszyny z wirnikiem z nacięciami osiowymi oraz jednorodnymi obszarami krańcowymi stanowiącymi pierścienie zwierające przy $U_{DC} = 150$ V.



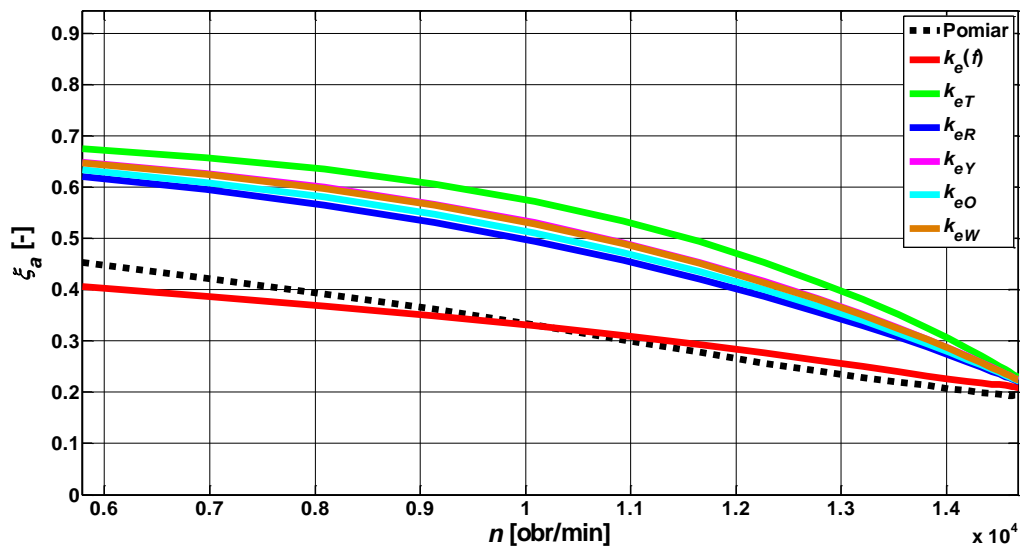
Rys. 4.41. Charakterystyki wartości skutecznej prądu fazowego fazy a w funkcji prędkości obrotowej dla maszyny z wirnikiem z nacięciami osiowymi oraz jednorodnymi obszarami krańcowymi stanowiącymi pierścienie zwierające przy $U_{DC} = 200$ V.



Rys. 4.42. Charakterystyki współczynnika mocy fazy a w funkcji prędkości obrotowej dla maszyny z wirnikiem z nacięciami osiowymi oraz jednorodnymi obszarami krańcowymi stanowiącymi pierścienie zwierające przy $U_{DC} = 100$ V.



Rys. 4.43. Charakterystyki współczynnika mocy fazy a w funkcji prędkości obrotowej dla maszyny z wirnikiem z nacięciami osiowymi oraz jednorodnymi obszarami krańcowymi stanowiącymi pierścienie zwierające przy $U_{DC} = 150$ V.



Rys. 4.44. Charakterystyki współczynnika mocy fazy a w funkcji prędkości obrotowej dla maszyny z wirnikiem z nacięciami osiowymi oraz jednorodnymi obszarami krańcowymi stanowiącymi pierścienie zwierające przy $U_{DC} = 200$ V.

Tab. 4.2. Wartość wskaźnika rozbieżności pomiarów i obliczeń charakterystyk eksploatacyjnych dla różnych metod obliczania współczynnika efektu krańcowego dla maszyny z wirnikiem jednorodnym przy $U_{DC} = 100$ V.

	k_{eT}	k_{eR}	k_{eY}	k_{eO}	k_{eW}	$k_e(f)$
I_a	13.37	12.85	20.03	15.96	2.61	8.91
ξ_a	6.09	5.70	10.80	8.02	4.84	18.00
T_e	70.80	69.24	90.11	78.44	33.89	4.19
Średnia	30.09	29.26	40.31	34.14	13.78	10.37

Tab. 4.3. Wartość wskaźnika rozbieżności pomiarów i obliczeń charakterystyk eksploatacyjnych dla różnych metod obliczania współczynnika efektu krańcowego dla maszyny z wirnikiem jednorodnym przy $U_{DC} = 150$ V.

	k_{eT}	k_{eR}	k_{eY}	k_{eO}	k_{eW}	$k_e(f)$
I_a	16.62	16.12	23.01	19.13	4.87	4.21
ξ_a	10.18	9.78	15.00	12.13	2.56	14.58
T_e	64.51	63.09	82.00	71.46	30.30	5.26
Średnia	30.47	29.67	40.00	34.24	12.58	8.02

Tab. 4.4. Wartość wskaźnika rozbieżności pomiarów i obliczeń charakterystyk eksploatacyjnych dla różnych metod obliczania współczynnika efektu krańcowego dla maszyny z wirnikiem jednorodnym przy $U_{DC} = 200$ V.

	k_{eT}	k_{eR}	k_{eY}	k_{eO}	k_{eW}	$k_e(f)$
I_a	17.00	16.74	20.36	18.28	11.33	7.84
ξ_a	10.24	9.76	9.76	16.36	12.70	15.42
T_e	65.45	63.98	83.75	72.68	30.26	8.34
Średnia	30.90	30.16	37.96	35.77	18.10	10.53

Tab. 4.5. Wartość wskaźnika rozbieżności pomiarów i obliczeń charakterystyk eksploatacyjnych dla różnych metod obliczania współczynnika efektu krańcowego dla maszyny z wirnikiem z nacięciami osiowymi przez całą długość przy $U_{DC} = 100$ V.

	k_{eT}	k_{eR}	k_{eY}	k_{eO}	k_{eW}	$k_e(f)$
I_a	23.53	3.02	11.84	7.00	12.52	14.27
ξ_a	34.09	16.25	26.10	21.65	5.85	4.94
T_e	96.71	38.76	67.71	53.87	7.40	8.58
Średnia	51.44	19.34	35.22	27.51	8.59	9.26

Tab. 4.6. Wartość wskaźnika rozbieżności pomiarów i obliczeń charakterystyk eksploatacyjnych dla różnych metod obliczania współczynnika efektu krańcowego dla maszyny z wirnikiem z nacięciami osiowymi przez całą długość przy $U_{DC} = 150$ V.

	k_{eT}	k_{eR}	k_{eY}	k_{eO}	k_{eW}	$k_e(f)$
I_a	25.27	4.66	14.37	9.57	7.56	9.15
ξ_a	37.37	18.43	28.79	24.08	1.34	3.04
T_e	84.97	32.11	58.67	46.00	8.02	11.56
Średnia	49.20	18.40	33.94	26.55	5.64	7.92

Tab. 4.7. Wartość wskaźnika rozbieżności pomiarów i obliczeń charakterystyk eksploatacyjnych dla różnych metod obliczania współczynnika efektu krańcowego dla maszyny z wirnikiem z nacięciami osiowymi przez całą długość przy $U_{DC} = 200$ V.

	k_{eT}	k_{eR}	k_{eY}	k_{eO}	k_{eW}	$k_e(f)$
I_a	21.80	8.74	14.26	11.65	4.52	5.02
ξ_a	41.85	19.87	31.63	26.20	2.06	5.10
T_e	105.17	46.69	76.16	62.12	9.03	5.89
Średnia	56.27	25.10	40.68	33.32	5.20	5.37

Tab. 4.8. Wartość wskaźnika rozbieżności pomiarów i obliczeń charakterystyk eksploatacyjnych dla różnych metod obliczania współczynnika efektu krańcowego dla maszyny z wirnikiem z nacięciami osiowymi oraz jednorodnymi obszarami krańcowymi stanowiącymi pierścienie zwierające przy $U_{DC} = 100$ V.

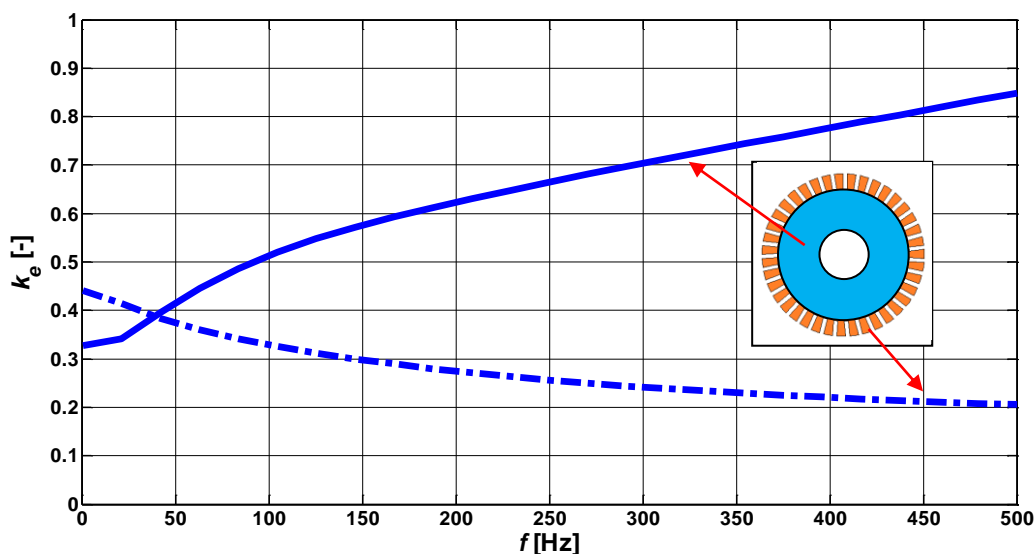
	k_{eT}	k_{eR}	k_{eY}	k_{eO}	k_{eW}	$k_e(f)$
I_a	53.07	28.11	38.82	32.77	38.07	11.58
ξ_a	36.34	26.73	31.48	28.94	31.19	8.74
T_e	188.98	128.78	155.76	140.77	153.94	7.31
Średnia	92.80	61.20	75.35	67.49	74.40	9.21

Tab. 4.9. Wartość wskaźnika rozbieżności pomiarów i obliczeń charakterystyk eksploatacyjnych dla różnych metod obliczania współczynnika efektu krańcowego dla maszyny z wirnikiem z nacięciami osiowymi oraz jednorodnymi obszarami krańcowymi stanowiącymi pierścienie zwierające przy $U_{DC} = 150$ V.

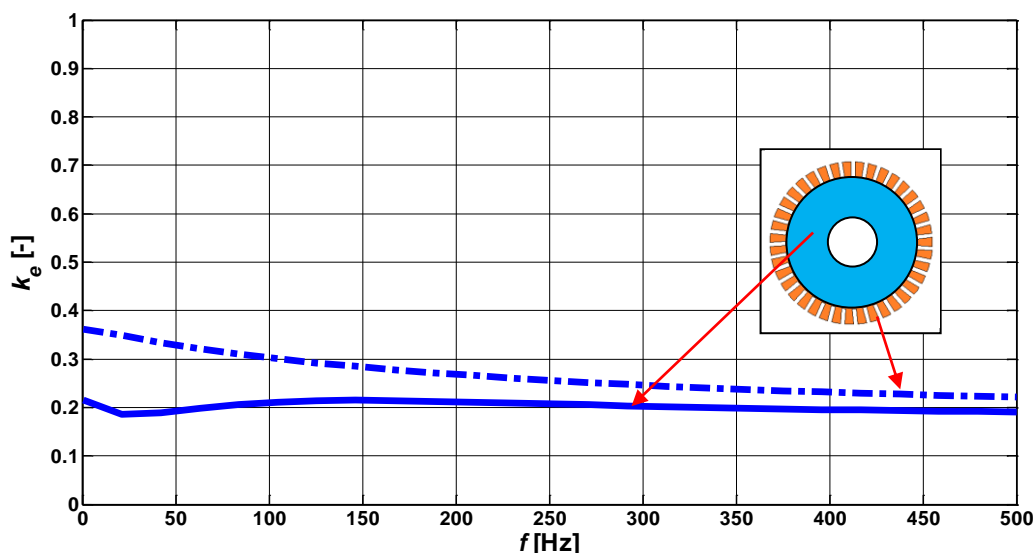
	k_{eT}	k_{eR}	k_{eY}	k_{eO}	k_{eW}	$k_e(f)$
I_a	52.68	31.01	40.28	35.04	39.63	7.62
ξ_a	38.96	27.64	33.16	30.18	32.81	10.42
T_e	163.34	110.01	133.98	120.67	132.37	5.69
Średnia	84.99	56.22	69.14	61.96	68.27	7.91

Tab. 4.10. Wartość wskaźnika rozbieżności pomiarów i obliczeń charakterystyk eksploatacyjnych dla różnych metod obliczania współczynnika efektu krańcowego dla maszyny z wirnikiem z nacięciami osiowymi oraz jednorodnymi obszarami krańcowymi stanowiącymi pierścienie zwierające przy $U_{DC} = 200$ V.

	k_{eT}	k_{eR}	k_{eY}	k_{eO}	k_{eW}	$k_e(f)$
I_a	70.03	56.29	61.82	58.60	61.40	40.97
ξ_a	57.81	40.80	48.88	44.50	48.37	8.12
T_e	155.07	102.70	126.33	113.24	124.76	7.93
Średnia	94.30	66.60	79.01	72.11	78.18	19.01



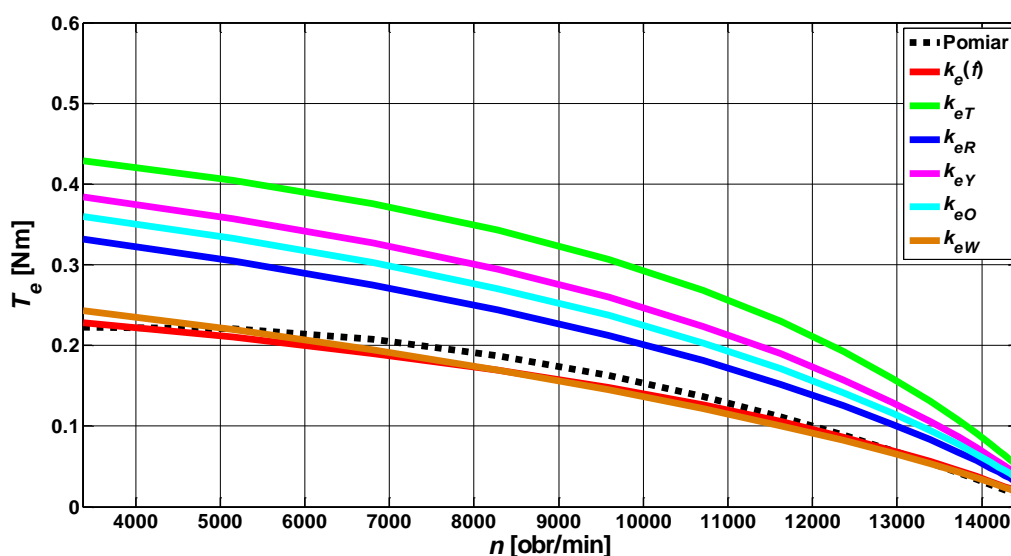
Rys. 4.45. Zależność od częstotliwości współczynnika efektu krańcowego obliczonego niezależnie dla obszaru nacięć i jednorodnego obszaru centralnego dla wirnika z nacięciami osiowymi przez całą długość.



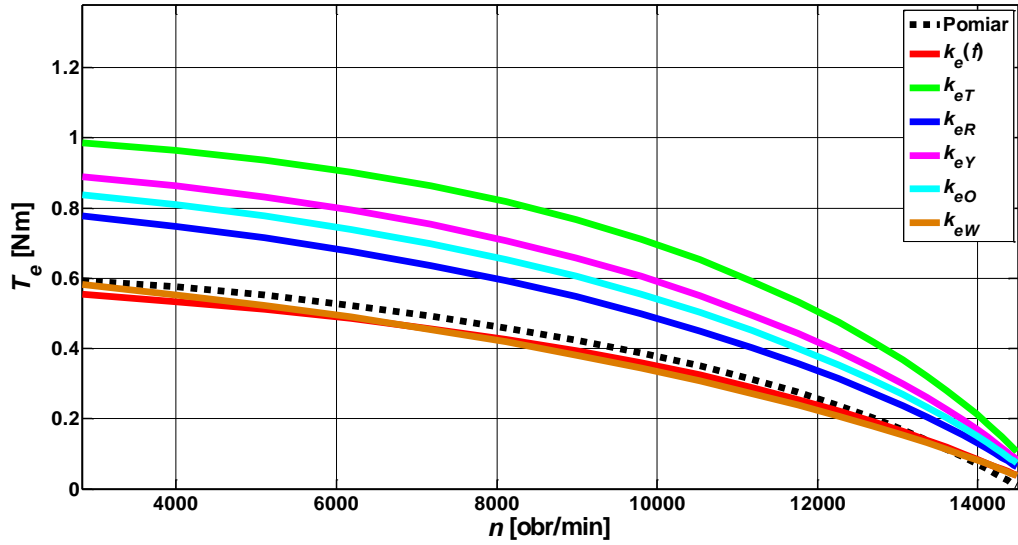
Rys. 4.46. Zależność od częstotliwości współczynnika efektu krańcowego obliczonego niezależnie dla obszaru nacięć i jednorodnego obszaru centralnego dla wirnika z nacięciami osiowymi oraz jednorodnymi obszarami krańcowymi.

Znacznie bardziej złożony niż w wirniku jednorodnym charakter rozkładu wektora gęstości prądu obserwowany w wirnikach niejednorodnych (rys.4.3-4.5), może sugerować, że przyjęty dla nich sposób obliczania współczynnika efektu krańcowego (taki sam jak dla wirnika jednorodnego) mógłby nie być prawidłowy. Dokonując szczegółowej analizy tych rozkładów można zauważyć znaczne różnice w ich charakterze występujące w obszarze nacięć, w porównaniu do jednorodnego obszaru centralnego. Ze względu na te różnice, zdecydowano się przeprowadzić dodatkowe obliczenia współczynnika efektu krańcowego w sposób niezależny dla obszarów nacięć i jednorodnego obszaru centralnego obydwu wirników niejednorodnych (rys. 4.45-4.46). Na podstawie wyznaczonych charakterystyk można zaobserwować, że w przypadku wirnika z nacięciami przez całą długość wraz ze wzrostem częstotliwości następuje spadek wpływu efektów krańcowych w jednorodnym obszarze centralnym oraz jego wzrost w obszarze nacięć. Dla wirnika z jednorodnymi obszarami krańcowymi wzrost wpływu efektów krańcowych wraz ze wzrostem częstotliwości jest obserwowalny zarówno w obszarze nacięć, jak również w jednorodnym obszarze centralnym.

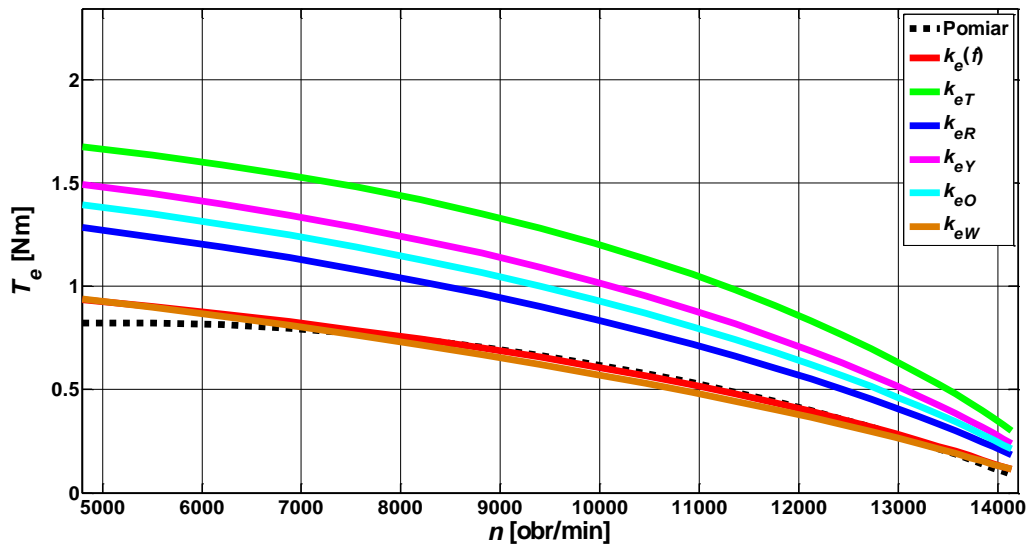
Wykorzystując wyznaczone w opisanym wyżej współczynniki efektu krańcowego powtórzono obliczenia charakterystyk eksploatacyjnych dla wirników niejednorodnych. Porównanie powtórnie obliczonych charakterystyk eksploatacyjnych z charakterystykami obliczonymi uprzednio oraz wynikami pomiarów pokazano na rys. 4.47-4.64 oraz w tab. 4.11-4.18.



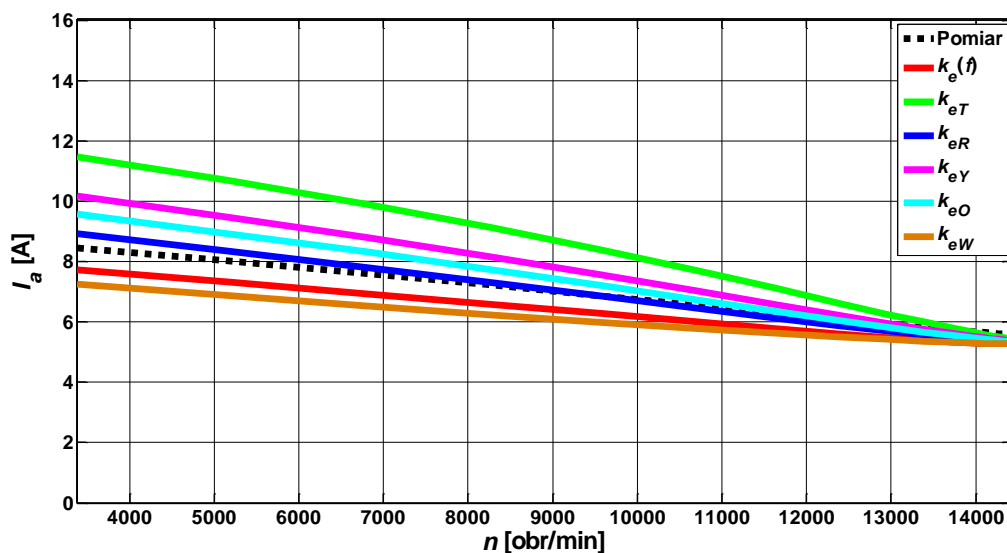
Rys. 4.47. Charakterystyki momentu elektromagnetycznego w funkcji prędkości obrotowej dla maszyny z wirnikiem z nacięciami osiowymi przez całą długość przy $U_{DC} = 100$ V (współczynnik efektu krańcowego obliczony numerycznie niezależnie dla obszarów centralnego i nacięć).



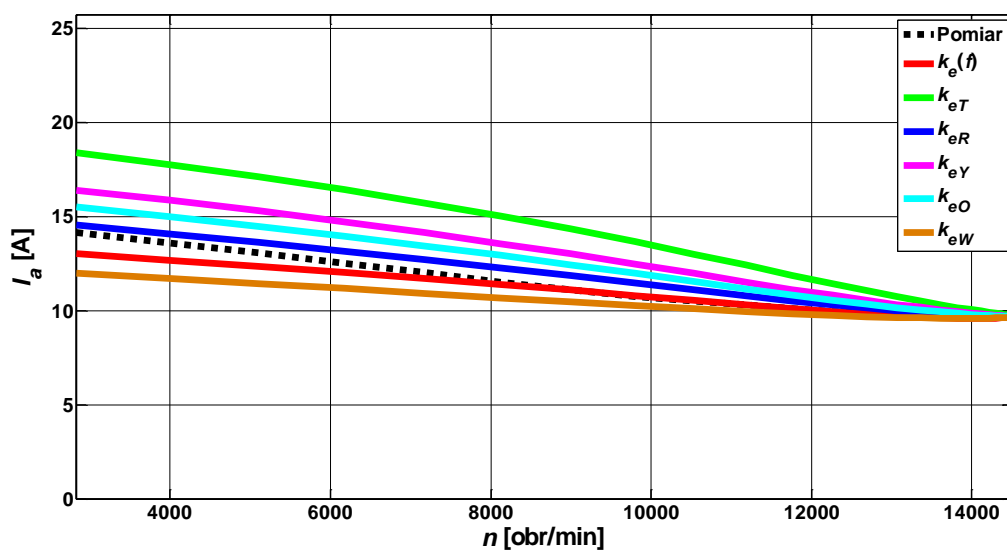
Rys. 4.48. Charakterystyki momentu elektromagnetycznego w funkcji prędkości obrotowej dla maszyny z wirnikiem z nacięciami osiowymi przez całą długość przy $U_{DC} = 150$ V (współczynnik efektu krańcowego obliczony numerycznie niezależnie dla obszarów centralnego i nacięć).



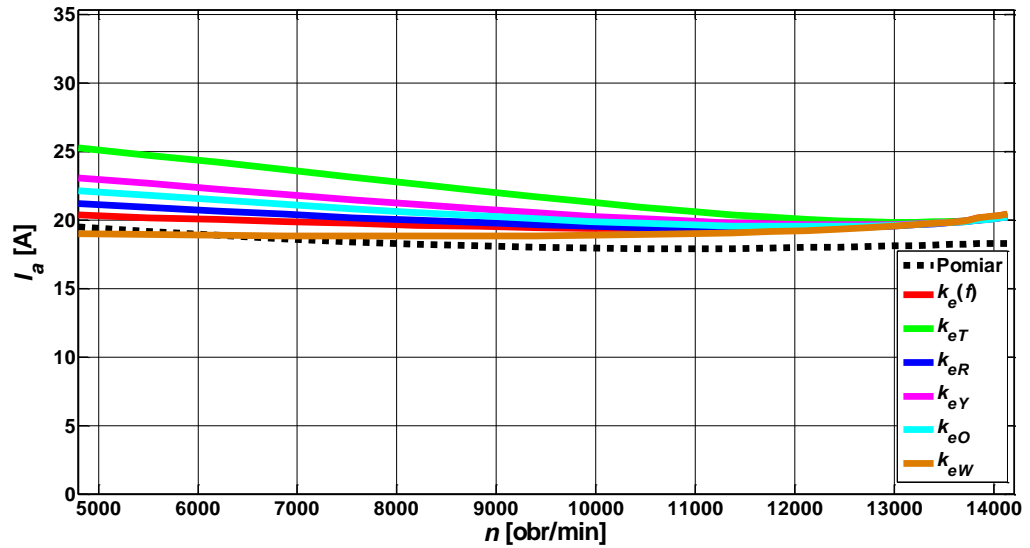
Rys. 4.49. Charakterystyka momentu elektromagnetycznego w funkcji prędkości obrotowej dla maszyny z wirnikiem z nacięciami osiowymi przez całą długość przy $U_{DC} = 200$ V (współczynnik efektu krańcowego obliczony numerycznie niezależnie dla obszarów centralnego i nacięć).



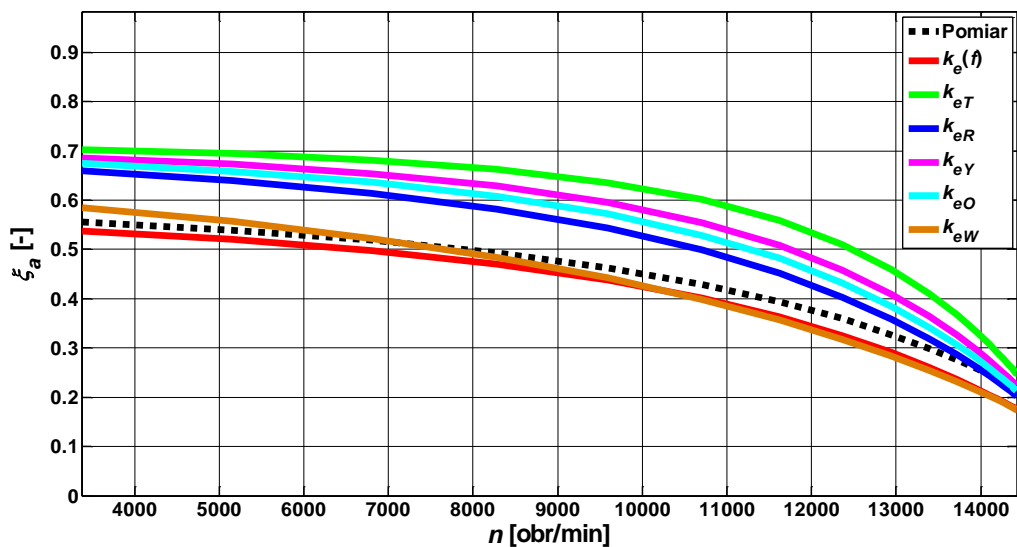
Rys. 4.50. Charakterystyki wartości skutecznej prądu fazowego fazy a w funkcji prędkości obrotowej dla maszyny z wirnikiem z nacięciami osiowymi przez całą długość przy $U_{DC} = 100$ V (współczynnik efektu krańcowego obliczony numerycznie niezależnie dla obszarów centralnego i nacięć).



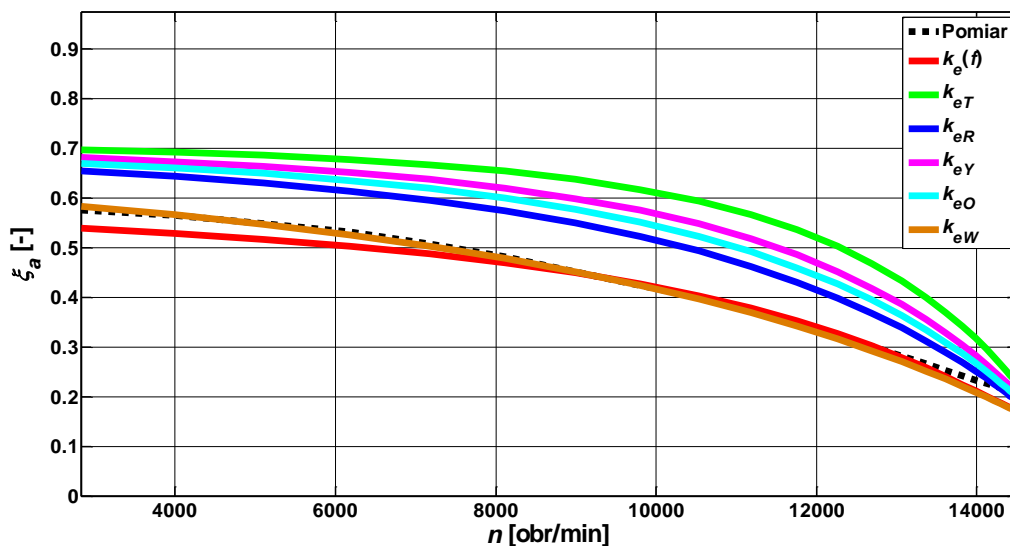
Rys. 4.51. Charakterystyki wartości skutecznej prądu fazowego fazy a w funkcji prędkości obrotowej dla maszyny z wirnikiem z nacięciami osiowymi przez całą długość przy $U_{DC} = 150$ V (współczynnik efektu krańcowego obliczony numerycznie niezależnie dla obszarów centralnego i nacięć).



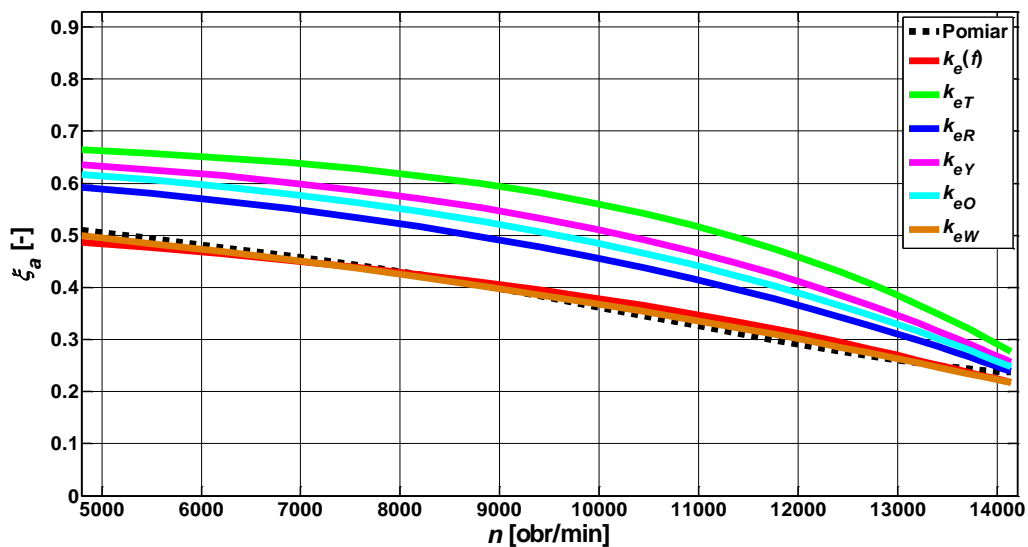
Rys. 4.52. Charakterystyki wartości skutecznej prądu fazowego fazy a w funkcji prędkości obrotowej dla maszyny z wirnikiem z nacięciami osiowymi przez całą długość przy $U_{DC} = 200$ V (współczynnik efektu krańcowego obliczony numerycznie niezależnie dla obszarów centralnego i nacięć)



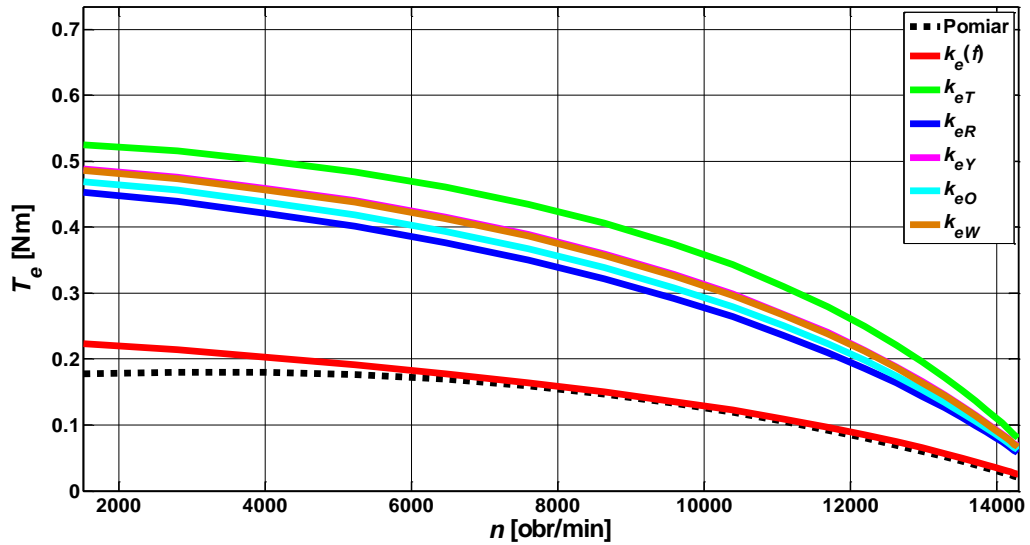
Rys. 4.53. Charakterystyka współczynnika mocy fazy a w funkcji prędkości obrotowej dla maszyny z wirnikiem z nacięciami osiowymi przez całą długość przy $U_{DC} = 100$ V (współczynnik efektu krańcowego obliczony numerycznie niezależnie dla obszarów centralnego i nacięć).



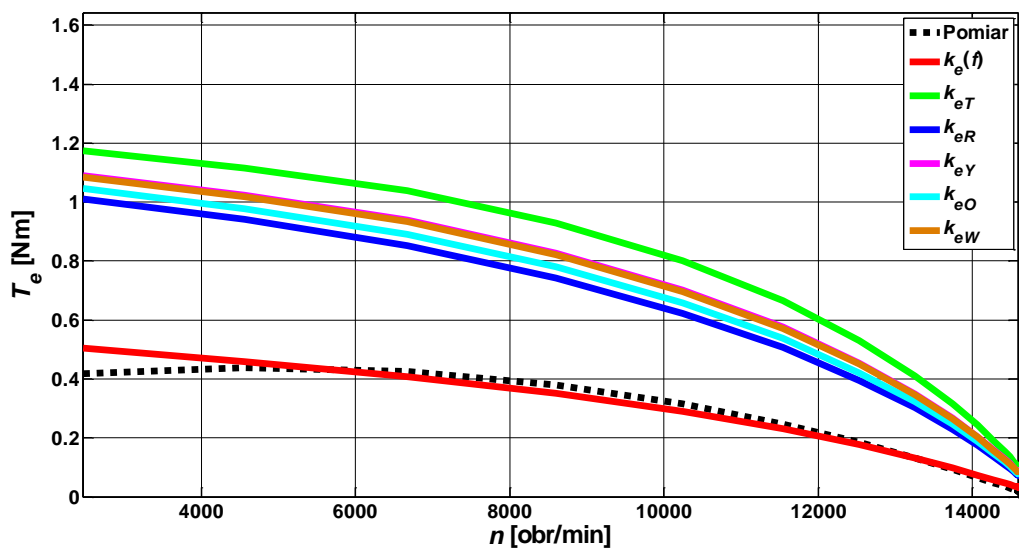
Rys. 4.54. Charakterystyka współczynnika mocy fazy a w funkcji prędkości obrotowej dla maszyny z wirnikiem z nacięciami osiowymi przez całą długość przy $U_{DC} = 150$ V (współczynnik efektu krańcowego obliczony numerycznie niezależnie dla obszarów centralnego i nacięć).



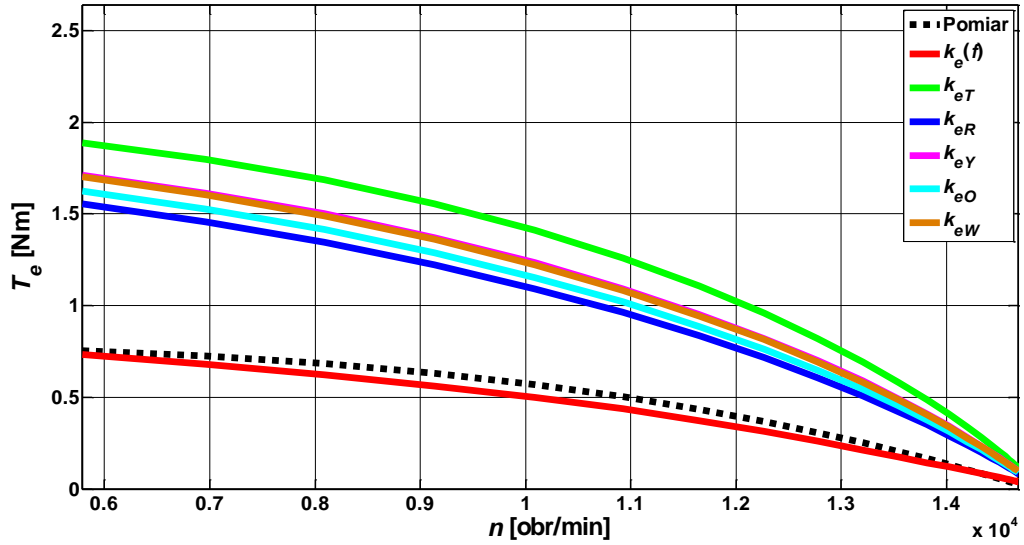
Rys. 4.55. Charakterystyka współczynnika mocy fazy a w funkcji prędkości obrotowej dla maszyny z wirnikiem z nacięciami osiowymi przez całą długość przy $U_{DC} = 200$ V (współczynnik efektu krańcowego obliczony numerycznie niezależnie dla obszarów centralnego i nacięć).



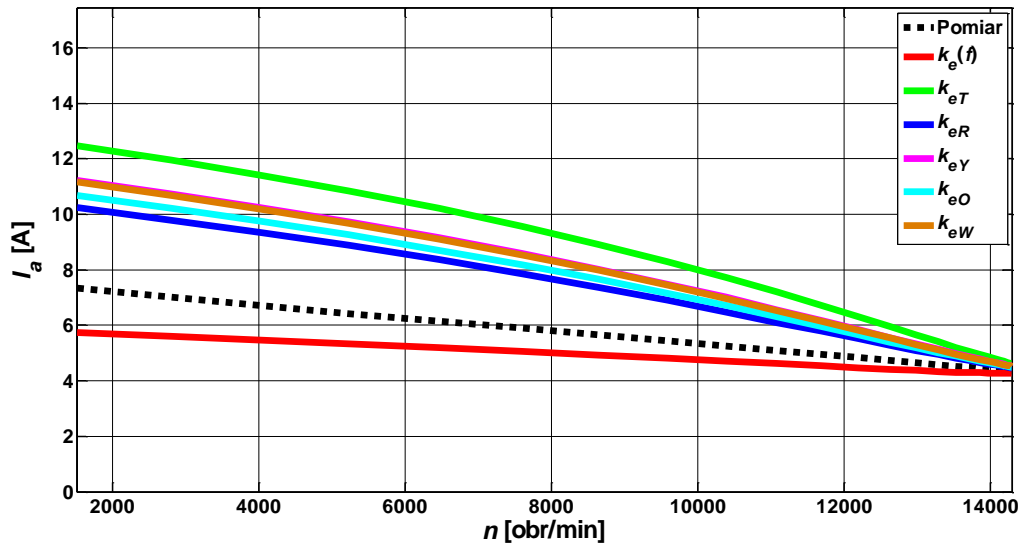
Rys. 4.56. Charakterystyki momentu elektromagnetycznego w funkcji prędkości obrotowej dla maszyny z wirnikiem z nacięciami osiowymi oraz jednorodnymi obszarami krańcowymi stanowiącymi pierścienie zwierające przy $U_{DC} = 100$ V (współczynnik efektu krańcowego obliczony numerycznie niezależnie dla obszarów centralnego i nacięć).



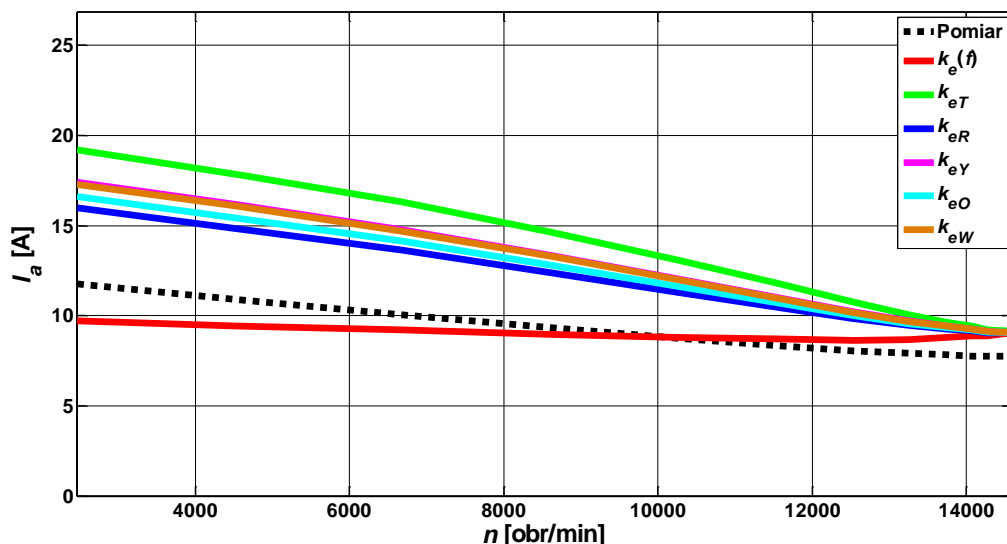
Rys. 4.57. Charakterystyki momentu elektromagnetycznego w funkcji prędkości obrotowej dla maszyny z wirnikiem z nacięciami osiowymi oraz jednorodnymi obszarami krańcowymi stanowiącymi pierścienie zwierające przy $U_{DC} = 150$ V (współczynnik efektu krańcowego obliczony numerycznie niezależnie dla obszarów centralnego i nacięć).



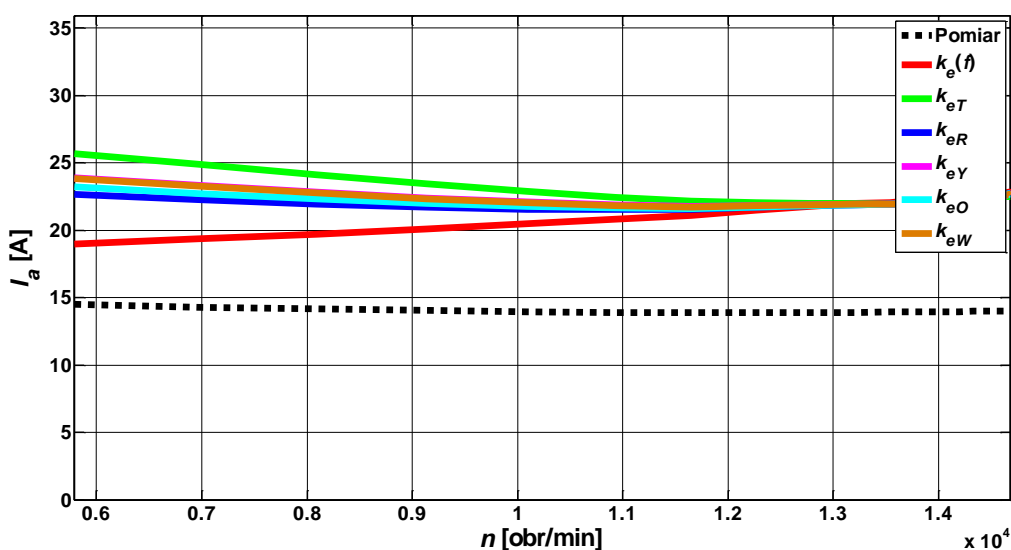
Rys. 4.58. Charakterystyki momentu elektromagnetycznego w funkcji prędkości obrotowej dla maszyny z wirnikiem z nacięciami osiowymi oraz jednorodnymi obszarami krańcowymi stanowiącymi pierścienie zwierające przy $U_{DC} = 200$ V (współczynnik efektu krańcowego obliczony numerycznie niezależnie dla obszarów centralnego i nacięć).



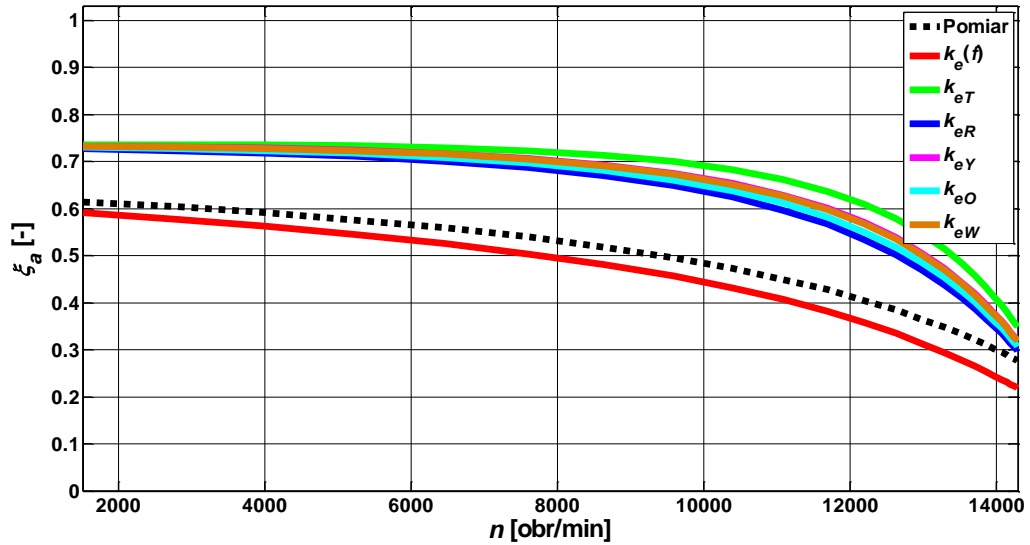
Rys. 4.59. Charakterystyki wartości skutecznej prądu fazowego fazy a w funkcji prędkości obrotowej dla maszyny z wirnikiem z nacięciami osiowymi oraz jednorodnymi obszarami krańcowymi stanowiącymi pierścienie zwierające przy $U_{DC} = 100$ V (współczynnik efektu krańcowego obliczony numerycznie niezależnie dla obszarów centralnego i nacięć).



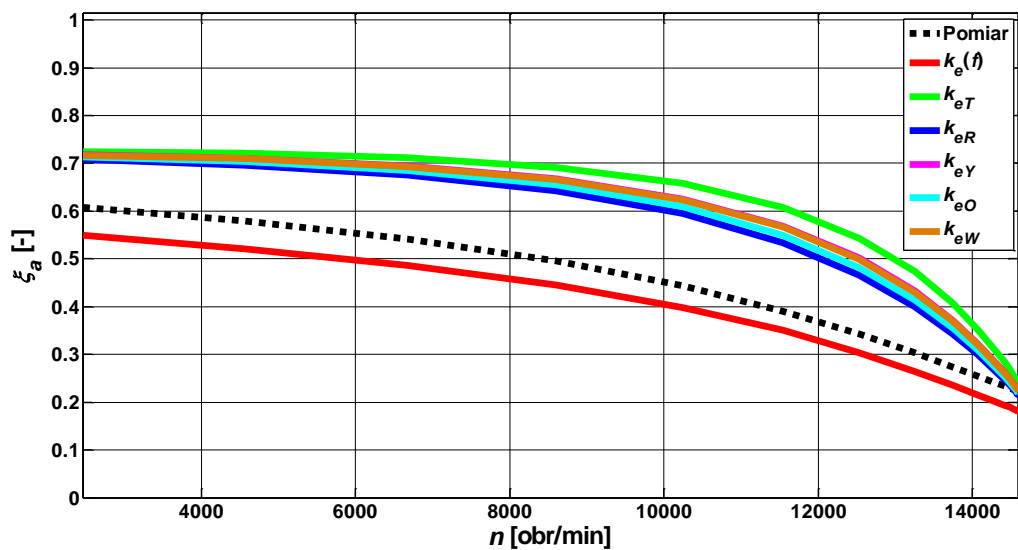
Rys. 4.60. Charakterystyki wartości skutecznej prądu fazowego fazy a w funkcji prędkości obrotowej dla maszyny z wirnikiem z nacięciami osiowymi oraz jednorodnymi obszarami krańcowymi stanowiącymi pierścienie zwierające przy $U_{DC} = 150$ V (numeryczny współczynnik efektu krańcowego obliczony numerycznie niezależnie dla obszarów centralnego i nacięć).



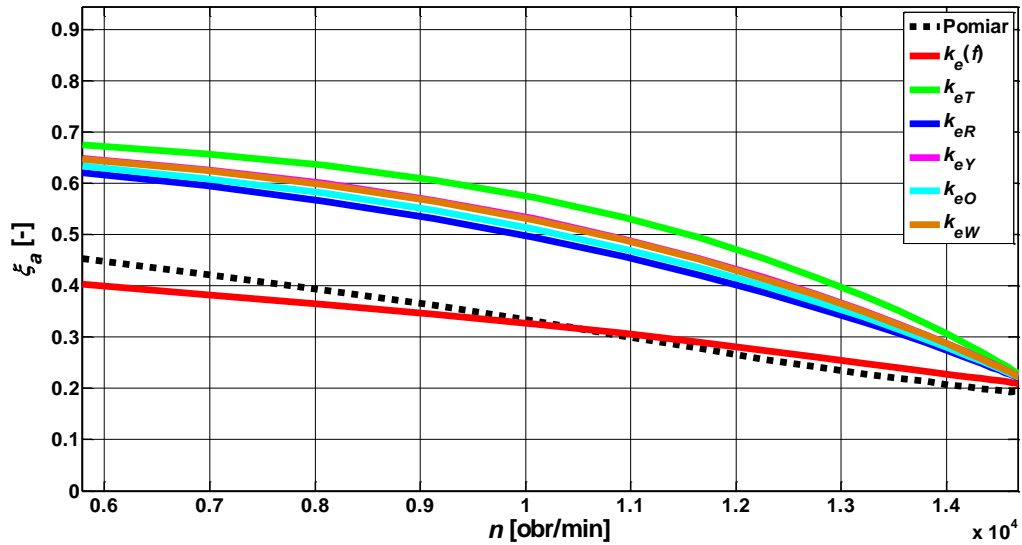
Rys. 4.61. Charakterystyki wartości skutecznej prądu fazowego fazy a w funkcji prędkości obrotowej dla maszyny z wirnikiem z nacięciami osiowymi oraz jednorodnymi obszarami krańcowymi stanowiącymi pierścienie zwierające przy $U_{DC} = 200$ V (współczynnik efektu krańcowego obliczony numerycznie niezależnie dla obszarów centralnego i nacięć).



Rys. 4.62. Charakterystyki współczynnika mocy fazy a w funkcji prędkości obrotowej dla maszyny z wirnikiem z nacięciami osiowymi oraz jednorodnymi obszarami krańcowymi stanowiącymi pierścienie zwierające przy $U_{DC} = 100$ V (współczynnik efektu krańcowego obliczony numerycznie niezależnie dla obszarów centralnego i nacięć).



Rys. 4. 63. Charakterystyki współczynnika mocy fazy a w funkcji prędkości obrotowej dla maszyny z wirnikiem nacinanym z jednorodnymi obszarami krańcowymi stanowiącymi pierścienie zwierające przy $U_{DC} = 150$ V (współczynnik efektu krańcowego obliczony numerycznie niezależnie dla obszarów centralnego i nacięć).



Rys. 4. 64. Charakterystyki współczynnika mocy fazy a w funkcji prędkości obrotowej dla maszyny z wirnikiem z nacięciami osiowymi oraz jednorodnymi obszarami krańcowymi stanowiącymi pierścienie zwierające przy $U_{DC} = 200$ V (współczynnik efektu krańcowego obliczony numerycznie niezależnie dla obszarów centralnego i nacięć).

Tab. 4.11. Wartość wskaźnika rozbieżności pomiarów i obliczeń charakterystyk eksploatacyjnych dla różnych metod obliczania współczynnika efektu krańcowego dla maszyny z wirnikiem z nacięciami osiowymi przez całą długość przy $U_{DC} = 100$ V (współczynnik efektu krańcowego obliczony numerycznie niezależnie dla obszarów centralnego i nacięć).

	k_{eT}	k_{eR}	k_{eY}	k_{eO}	k_{eW}	$k_e(f)$
I_a	23.53	3.02	11.84	7.00	12.52	8.49
ξ_a	34.09	16.25	26.10	21.65	5.85	5.83
T_e	96.71	38.76	67.71	53.87	7.40	6.08
Średnia	51.44	19.34	35.22	27.51	8.59	6.80

Tab. 4.12. Wartość wskaźnika rozbieżności pomiarów i obliczeń charakterystyk eksploatacyjnych dla różnych metod obliczania współczynnika efektu krańcowego dla maszyny z wirnikiem z nacięciami osiowymi przez całą długość przy $U_{DC} = 150$ V (współczynnik efektu krańcowego obliczony numerycznie niezależnie dla obszarów centralnego i nacięć).

	k_{eT}	k_{eR}	k_{eY}	k_{eO}	k_{eW}	$k_e(f)$
I_a	25.27	4.66	14.37	9.57	7.56	2.63
ξ_a	37.37	18.43	28.79	24.08	1.34	3.43
T_e	84.97	32.11	58.67	46.00	8.02	6.84
Średnia	49.20	18.40	33.94	26.55	5.64	4.30

Tab. 4.13. Wartość wskaźnika rozbieżności pomiarów i obliczeń charakterystyk eksploatacyjnych dla różnych metod obliczania współczynnika efektu krańcowego dla maszyny z wirnikiem z nacięciami osiowymi przez całą długość przy $U_{DC} = 200$ V (współczynnik efektu krańcowego obliczony numerycznie niezależnie dla obszarów centralnego i nacięć).

	k_{eT}	k_{eR}	k_{eY}	k_{eO}	k_{eW}	$k_e(f)$
I_a	21.80	8.74	14.26	11.65	4.52	6.63
ξ_a	41.85	19.87	31.63	26.20	2.06	4.17
T_e	105.17	46.69	76.16	62.12	9.03	6.67
Średnia	56.27	25.10	40.68	33.32	5.20	5.82

Tab. 4.14. Porównanie wskaźnika rozbieżności pomiarów i obliczeń charakterystyk eksploatacyjnych maszyny z wirnikiem z nacięciami osiowymi przez całą długość dla współczynnika efektu krańcowego obliczonego globalnie dla całego wirnika i w sposób niezależny dla obszarów centralnego i nacięć.

	$k_e(f)$ obliczony globalnie	$k_e(f)$ obliczony w niezależny sposób dla obszarów centralnego i nacięć
$I_a(100 V)$	14.27	8.49
$I_a(150 V)$	9.15	2.63
$I_a(200 V)$	5.02	6.63
$\xi_a(100 V)$	4.94	5.83
$\xi_a(150 V)$	3.04	3.43
$\xi_a(200 V)$	5.10	4.17
$T_e(100 V)$	8.58	6.80
$T_e(150 V)$	11.56	6.84
$T_e(200 V)$	5.89	6.67
Średnia (100 V)	9.26	6.80
Średnia (150 V)	7.92	4.30
Średnia(200V)	5.37	5.82

Tab. 4.15. Wartość wskaźnika rozbieżności pomiarów i obliczeń charakterystyk eksploatacyjnych dla różnych metod obliczania współczynnika efektu krańcowego dla maszyny z wirnikiem z nacięciami osiowymi oraz jednorodnymi obszarami krańcowymi stanowiącymi pierścienie zwierające przy $U_{DC} = 100$ V (współczynnik efektu krańcowego obliczony numerycznie niezależnie dla obszarów centralnego i nacięć).

	k_{eT}	k_{eR}	k_{eY}	k_{eO}	k_{eW}	$k_e(f)$
I_a	53.07	28.11	38.82	32.77	38.07	12.89
ξ_a	36.34	26.73	31.48	28.94	31.19	8.11
T_e	188.98	128.78	155.76	140.77	153.94	6.99
Średnia	92.80	61.20	75.35	67.49	74.40	9.33

Tab. 4.16. Wartość wskaźnika rozbieżności pomiarów i obliczeń charakterystyk eksploatacyjnych dla różnych metod obliczania współczynnika efektu krańcowego dla maszyny z wirnikiem z nacięciami osiowymi oraz jednorodnymi obszarami krańcowymi stanowiącymi pierścienie zwierające przy $U_{DC} = 150$ V (współczynnik efektu krańcowego obliczony numerycznie niezależnie dla obszarów centralnego i nacięć).

	k_{eT}	k_{eR}	k_{eY}	k_{eO}	k_{eW}	$k_e(f)$
I_a	52.68	31.01	40.28	35.04	39.63	8.17
ξ_a	38.96	27.64	33.16	30.18	32.81	10.51
T_e	163.34	110.01	133.98	120.67	132.37	6.39
Średnia	84.99	56.22	69.14	61.96	68.27	8.37

Tab. 4.17. Wartość wskaźnika rozbieżności pomiarów i obliczeń charakterystyk eksploatacyjnych dla różnych metod obliczania współczynnika efektu krańcowego dla maszyny z wirnikiem z nacięciami osiowymi oraz jednorodnymi obszarami krańcowymi stanowiącymi pierścienie zwierające przy $U_{DC} = 200$ V (współczynnik efektu krańcowego obliczony numerycznie niezależnie dla obszarów centralnego i nacięć).

	k_{eT}	k_{eR}	k_{eY}	k_{eO}	k_{eW}	$k_e(f)$
I_a	70.03	56.29	61.82	58.60	61.40	40.01
ξ_a	57.81	40.80	48.88	44.50	48.37	8.52
T_e	155.07	102.70	126.33	113.24	124.76	8.92
Średnia	94.30	66.60	79.01	72.11	78.18	19.15

Tab. 4.18. Porównanie wskaźnika rozbieżności pomiarów i obliczeń charakterystyk eksploatacyjnych maszyny z wirnikiem z nacięciami osiowymi oraz jednorodnymi obszarami krańcowymi stanowiącymi pierścienie zwierające dla współczynnika efektu krańcowego obliczonego globalnie dla całego wirnika i w sposób niezależny dla obszarów centralnego i nacięć.

	$k_e(f)$ obliczony globalnie	$k_e(f)$ obliczony w niezależny sposób dla obszarów centralnego i nacięć
$I_a(100$ V)	11.58	12.89
$I_a(150$ V)	7.62	8.17
$I_a(200$ V)	40.97	40.01
$\xi_a(100$ V)	8.74	8.11
$\xi_a(150$ V)	10.42	10.51
$\xi_a(200$ V)	8.12	8.52
$T_e(100$ V)	7.31	6.99
$T_e(150$ V)	5.69	6.39
$T_e(200$ V)	7.93	8.92
Średnia(100 V)	9.21	9.33
Średnia(150 V)	7.91	8.37
Średnia(200 V)	19.01	19.15

Na podstawie porównania obliczonych charakterystyk z wynikami pomiarów na modelu fizycznym maszyny można wyciągnąć przedstawione niżej wnioski.

- W przypadku rozważanej w niniejszej pracy maszyny, obserwowana jest znaczna rozbieżność wyników obliczeń jej charakterystyk eksploatacyjnych przeprowadzonych przy wykorzystaniu współczynnika efektu krańcowego wyznaczonego według analitycznych wyrażeń dostępnych w literaturze, co w praktyce uniemożliwia wybór najwłaściwszego spośród z nich bez dokonania pomiarów na modelu fizycznym. W analizowanych przypadkach najwyższą zgodność wyników obliczeń z wynikami pomiarów zaobserwowano dla charakterystyk wyznaczonych z wykorzystaniem współczynnika efektu krańcowego obliczonego według wyrażenia zaproponowanego przez Woolley'a. Jednocześnie można zaobserwować, że błąd związany z odwzorowaniem wpływu efektu krańcowych w dwuwymiarowym połowo-obwodowym modelu maszyny jest tym większy, im bardziej złożona jest konstrukcja wirnika (najwyższą dokładność uzyskano przy obliczeniach maszyny z wirnikiem jednorodnym, a najmniejszą dla maszyny wyposażonej w wirnik nacinany z jednorodnymi obszarami krańcowymi), oraz im mniej informacji o jego budowie zawiera wzór na współczynnik efektu krańcowego.
- Dla maszyny wyposażonej w wirnik jednorodny, najwyższą zgodność wyników obliczeń z wynikami pomiarów na jej modelu fizycznym, biorąc pod uwagę wszystkie rodzaje charakterystyk eksploatacyjnych, osiągnięto wykorzystując współczynnik efektu krańcowego obliczony numerycznie. Wykorzystanie proponowanej w niniejszej pracy metody uwzględniania wpływu efektów krańcowych pozwoliło na osiągnięcie zdecydowanie większej dokładności obliczeń szczególnie w przypadku wyznaczania charakterystyk momentu elektromagnetycznego (średni błąd względny nie przekracza 9 % w całym zakresie badanej zmienności napięcia zasilającego, podczas gdy charakterystyki wyznaczone z wykorzystaniem k_e obliczonego analitycznie charakteryzują się wskaźnikiem rozbieżności e na poziomie od 30 do 90 %, w zależności od wartości napięcia i wykorzystanego wzoru). Z drugiej strony wyniki obliczeń współczynnika mocy dla wszystkich rozważanych wartości napięcia oraz wartości skutecznej prądu fazowego stojana przy $U_{DC} = 100 \text{ V}$ wykazują większą zgodność z wynikami pomiarów przy wykorzystaniu k_e obliczanego analitycznie (szczególnie przy wykorzystaniu wzoru Woolley'a), choć jednocześnie największa wartość wskaźnika e dla wymienionych wyżej charakterystyk obliczonych z wykorzystaniem numerycznie wyznaczonego współczynnika efektu krańcowego nie przekracza 18 %.
- Dla maszyny z wirnikiem z nacięciami przez całą długość, najwyższą zgodność wyników obliczeń z wynikami pomiarów na modelu fizycznym, biorąc pod uwagę wszystkie rodzaje charakterystyk eksploatacyjnych maszyny, również osiągnięto przy wykorzystaniu współczynnika efektu krańcowego obliczonego numerycznie. W przypadku tego wirnika obserwowalny jest pozytywny wpływ na dokładność obliczeń użycia dwóch współczynników korekcyjnych, zamiast jednego, obliczonego w sposób globalny dla całego wirnika. Zbliżoną wartością wskaźnika e dla maszyny

wyposażonej w ten rodzaj wirnika wykazują się charakterystyki eksploatacyjne obliczone przy wykorzystaniu współczynnika efektu krańcowego wyznaczonego według wzoru Woolley'a (średni błąd względny nie przekracza 9 % dla wszystkich badanych wartości napięcia zasilającego). Jednocześnie można zaobserwować znaczną rozbieżność wyników obliczeń przeprowadzonych przy wykorzystaniu współczynnika efektu krańcowego obliczonego za pomocą wyrażeń analitycznych podanych przez Trickey'a, Russell'a, Yee oraz O'Kelly'ego (średni błąd względny dla wszystkich rodzajów charakterystyk eksploatacyjnych sięga 57 %), szczególnie w przypadku obliczeń charakterystyk momentu elektromagnetycznego.

- W przypadku maszyny wyposażonej w wirnik nacinany z jednorodnymi obszarami krańcowymi, wykorzystanie w obliczeniach charakterystyk eksploatacyjnych współczynnika efektu krańcowego wyznaczonego według proponowanej w niniejszej pracy metody pozwoliło osiągnąć najlepszą zgodność ich wyników w stosunku do rezultatów pomiaru. Dla tego typu wirnika, wyniki obliczeń z wykorzystaniem współczynnika efektu krańcowego obliczonego analitycznie, charakteryzują się największą, spośród badanych w pracy wirników, rozbieżnością w stosunku do wyniku pomiaru, sięgającą 190 % w przypadku wyznaczania charakterystyk momentu elektromagnetycznego. Jednocześnie, można zauważyć, że w przeciwieństwie do dwóch opisywanych wcześniej wirników, w tym przypadku, żaden z obliczonych analitycznie współczynników efektu krańcowego nie zapewnił dobrego odwzorowania wpływu tych zjawisk, oraz że wykorzystanie dwóch numerycznie obliczonych k_e nie miało większego wpływu na zwiększenie dokładności obliczeń.
- Z analizy charakterystyk wartości skutecznej prądu fazowego stojana można zauważyć rosnącą rozbieżność wyników obliczeń w stosunku do wyniku pomiaru wraz ze wzrostem amplitudy napięcia zasilającego. Prawdopodobnie główną przyczyną tych rozbieżności jest nieprawidłowe modelowanie zjawiska nasycania się obwodu magnetycznego w metodzie wykorzystującej zespolony magnetyczny potencjał wektorowy, szczególnie przy znacznym poziomie nasycenia występującym dla badanego przetwornika przy $U_{DC} = 200$ V. Słuszność tego spostrzeżenia potwierdza obserwowany wzrost błędu obliczeń wartości skutecznej prądu przy prędkościach bliskich synchronicznej, przy których ze względu na stopniowe zanikanie zjawiska indukowania prądu w wirniku, największy wpływ na jego wartość w uzwojeniu stojana ma stan nasycenia obwodu magnetycznego maszyny.

Rozdział 5

**Wpływ wybranych parametrów
konstrukcyjnych wirnika na efekt
krańcowy oraz charakterystyki
eksploatacyjne maszyny**

5.1. Uwagi ogólne

Opracowaną w niniejszej pracy metodę obliczania współczynnika efektu krańcowego można wykorzystać do analizy wpływu wybranych parametrów konstrukcyjnych wirnika na charakterystyki eksploatacyjne maszyny. W tym celu, obliczono odpowiednie funkcje opisujące współczynniki efektu krańcowego, a następnie przy ich wykorzystaniu, wykonano obliczenia podstawowych charakterystyk eksploatacyjnych dla wybranych wartości rozważanego parametru konstrukcyjnego. Zdecydowano, że najbardziej interesujące będą przypadki wirników z osiowymi nacięciami powierzchni, w których badane będą wpływy:

- głębokości nacięć w wirniku z nacięciami przez całą jego długość, przy stałej długości, średnicach zewnętrznej i wewnętrznej, liczbie par biegunów pola magnetycznego, długości obwodu magnetycznego stojana oraz liczbie i szerokości nacięć,
- głębokości nacięć w wirniku z nacięciami osiowymi oraz z jednorodnymi obszarami krańcowymi, przy stałej jego długości, średnicach zewnętrznej i wewnętrznej, liczbie par biegunów pola magnetycznego, długości obwodu magnetycznego stojana, liczbie i szerokości nacięć oraz długości jednorodnych obszarów krańcowych,
- długości jednorodnych obszarów krańcowych w wirniku z nacięciami, przy stałej długości obszaru nacinanego, średnicach zewnętrznej i wewnętrznej wirnika, liczbie par biegunów pola magnetycznego, długości obwodu magnetycznego stojana, liczbie i wymiarach nacięć,
- konduktywności materiału, z którego wykonano jednorodne obszary krańcowe, przy stałej długości wirnika, średnicach zewnętrznej i wewnętrznej, liczbie par biegunów pola magnetycznego, długości obwodu magnetycznego stojana, liczbie i wymiarach nacięć oraz długości obszarów krańcowych. W obliczeniach tych przyjęto, że obszary krańcowe są wykonane z materiału paramagnetycznego.

5.2. Wyniki obliczeń

5.2.1 Wpływ wybranych parametrów konstrukcyjnych na współczynnik efektu krańcowego

W każdym z opisanych powyżej czterech przypadków wyznaczono zależności współczynnika efektu krańcowego od częstotliwości poślizgowej dla siedmiu wybranych wartości danego parametru konstrukcyjnego. Obliczenia przeprowadzono przyjmując taką samą długość stojana jak w poprzednim rozdziale (równą 32 mm), liczbę par biegunów pola magnetycznego ($p=2$) oraz przenikalność magnetyczną względną (równą 160). Ze względu na to, że w każdym przypadku rozważany był wirnik z osiowymi nacięciami, zależności współczynnika efektu krańcowego od częstotliwości zostały wyznaczone niezależnie dla obszaru nacięć i jednorodnego obszaru centralnego, zgodnie z wnioskami zawartymi w rozdziale czwartym pracy (strona 104).

Wyniki obliczeń wraz z wartościami pozostałych parametrów konstrukcyjnych wirnika przedstawiono na rys. 5.1-5.4. Na podstawie analizy uzyskanych wyników można wyciągnąć przedstawione niżej wnioski.

W pierwszym z rozważanych przypadków (rys. 5.1) wraz ze wzrostem głębokości nacięć obserwowalny jest wzrost wartości współczynnika efektu krańcowego w jednorodnym obszarze centralnym oraz jej spadek w obszarze nacięć. Jest to spowodowane spadkiem wartości efektywnego czynnego przekroju poprzecznego wirnika, w efekcie którego wzrasta gęstość mocy w jednorodnym obszarze centralnym wirnika, głównie w jego częściach krańcowych. Zjawisko to jest wyraźniej obserwowalne wraz ze wzrostem częstotliwości poślizgowej. Przyczyną tego jest szybszy wzrost zastępczej impedancji w obszarach nacięć niż w jednorodnym obszarze centralnym.

W drugim przypadku (rys. 5.2) wraz ze wzrostem głębokości nacięć obserwowalny jest spadek wartości współczynnika efektu krańcowego w obszarze nacięć. W jednorodnym obszarze centralnym przy niskiej częstotliwości zmian pola k_e jest tym większy im głębsze są nacięcia, przy wyższej częstotliwości (ponad 80 Hz) obserwowalna jest odwrotna zależność. Dla częstotliwości zmian pola równej około 60 Hz wpływ głębokości nacięć na wartość współczynnika efektu krańcowego obliczonego dla jednorodnego obszaru centralnego jest niewielki. W oparciu o uzyskane wyniki można sformułować wnioski, że obecność jednorodnych obszarów krańcowych nie wpływa znacząco na charakter zjawisk zachodzących w obszarze nacięć, natomiast bardzo znacząco wpływa na wartość współczynnika efektu krańcowego obliczonego dla jednorodnego obszaru centralnego. Zjawisko to nie powinno mieć jednak istotnego wpływu na charakterystyki eksploatacyjne maszyny, gdyż ze wzrostem głębokości nacięć maleje udział obszaru centralnego wirnika w rozkładzie gęstości mocy w wirniku.

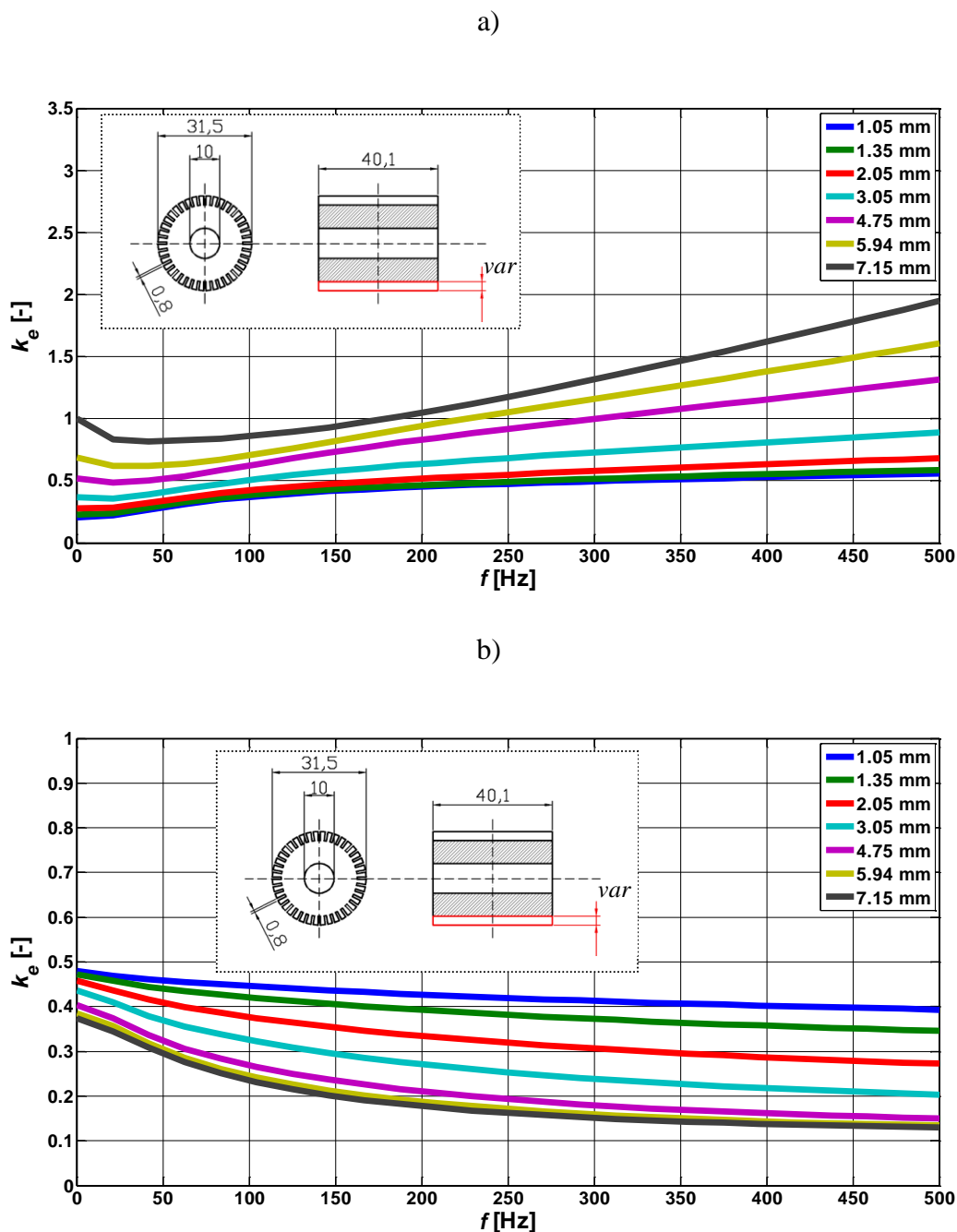
W trzecim przypadku dotyczącym wpływu długości jednorodnych obszarów krańcowych (rys. 5.3), można zauważyć, że ze wzrostem długości obszaru krańcowego maleje współczynnik efektu krańcowego zarówno dla obszaru nacięć jak i dla jednorodnego obszaru centralnego wirnika. Warty podkreślenia jest ponadto bardzo widoczny wpływ obecności jednorodnych obszarów krańcowych na charakter zjawisk zachodzących w wirniku.

W ostatnim przypadku, w którym analizowany jest wpływ konduktywności materiału, z którego wykonane są jednorodne obszary krańcowe (rys. 5.4), wraz ze wzrostem konduktywności następuje wzrost wartości współczynnika efektu krańcowego w obszarze nacięć oraz jego spadek w jednorodnym obszarze centralnym.

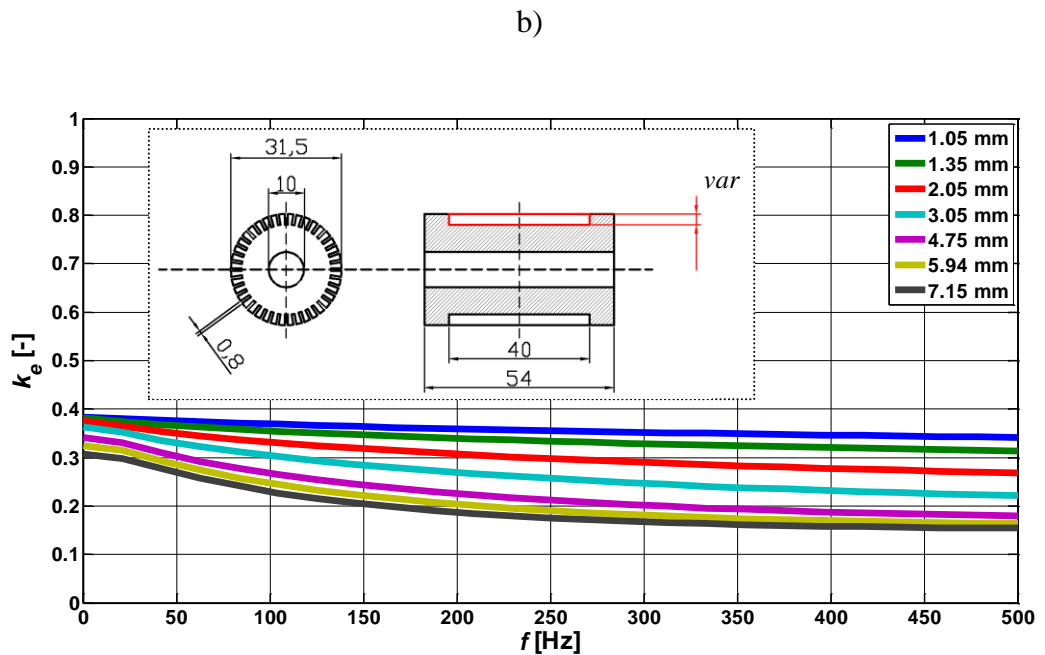
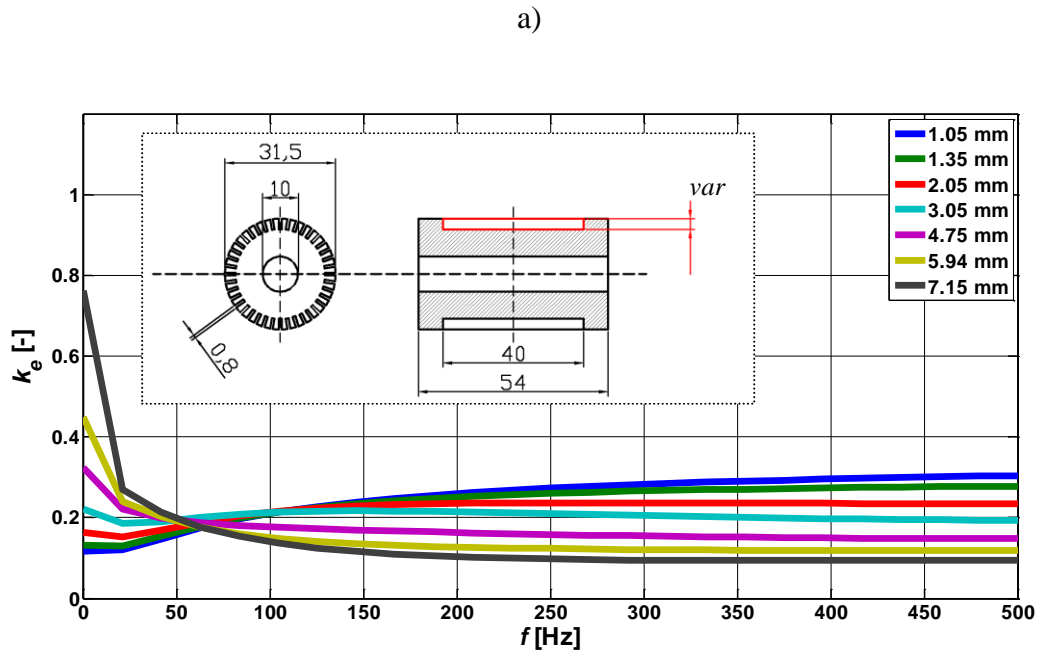
5.2.2. Wpływ parametrów konstrukcyjnych na charakterystyki eksploatacyjne maszyny

W kolejnym etapie dysponując zależnościami opisującymi współczynniki efektu krańcowego dla różnych parametrów konstrukcyjnych, dokonano analizy ich wpływu na charakterystyki

eksploatacyjne analizowanego silnika. Wykorzystując opracowany model połowo-obwodowy wyznaczono rodziny charakterystyk eksploatacyjnych maszyny (moment elektromagnetyczny, fazowy prąd skuteczny, współczynnik mocy oraz sprawność) w funkcji prędkości obrotowej. Obliczenia przeprowadzono dla napięcia $U_{DC} = 150$ V oraz częstotliwości $f = 500$ Hz.

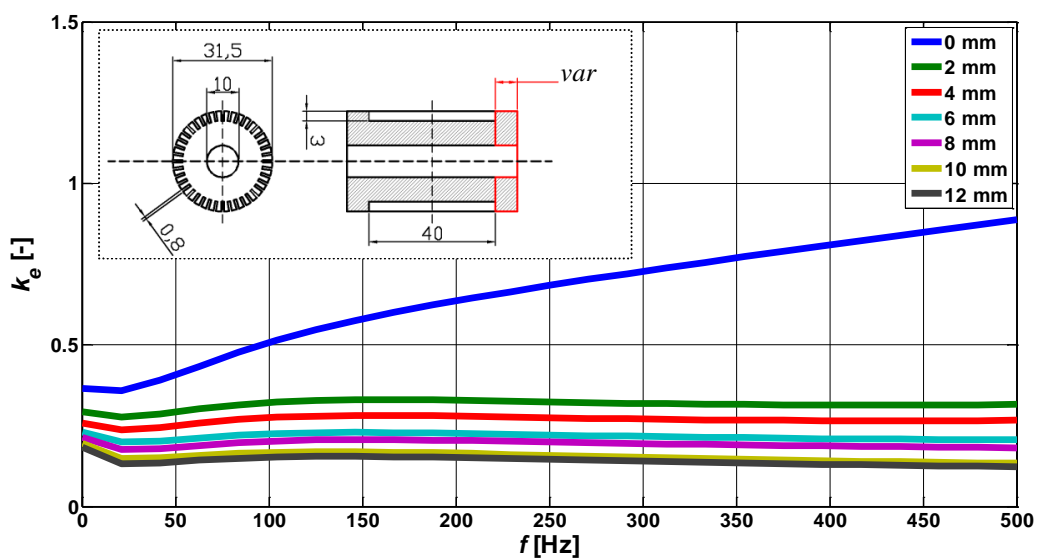


Rys. 5.1. Zależność współczynnika efektu krańcowego od częstotliwości poślizgowej dla różnych głębokości nacięć w wirniku z nacięciami przez całą długość, przy stałej jego długości, średnicach zewnętrznej i wewnętrznej, liczbie par biegunów pola magnetycznego, długości obwodu magnetycznego stojana oraz liczbie i szerokości nacięć: a) współczynnik dla jednorodnego obszaru centralnego wirnika, b) współczynnik dla obszaru nacięć osiowych.

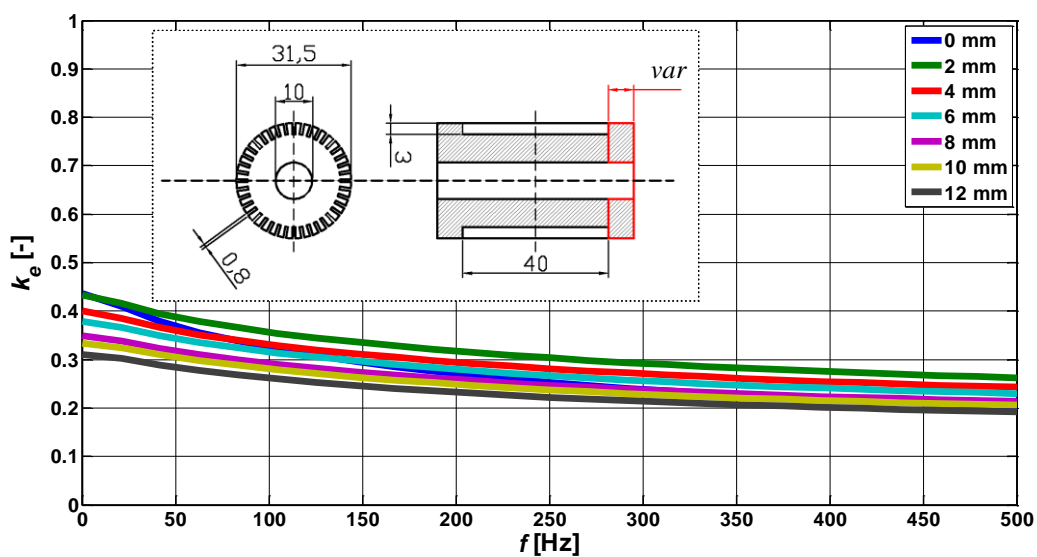


Rys. 5.2. Zależność współczynnika efektu krańcowego od częstotliwości poślizgowej dla różnych głębokości nacięć w wirniku z nacięciami osiowymi i jednorodnymi obszarami krańcowymi przy stałej jego długości, średnicach zewnętrznej i wewnętrznej, liczbie par biegunów pola magnetycznego, długości obwodu magnetycznego stojana, liczbie i szerokości nacięć i długości jednorodnych obszarów krańcowych: a) współczynnik dla jednorodnego obszaru centralnego wirnika, b) współczynnik dla obszaru nacięć osiowych.

a)

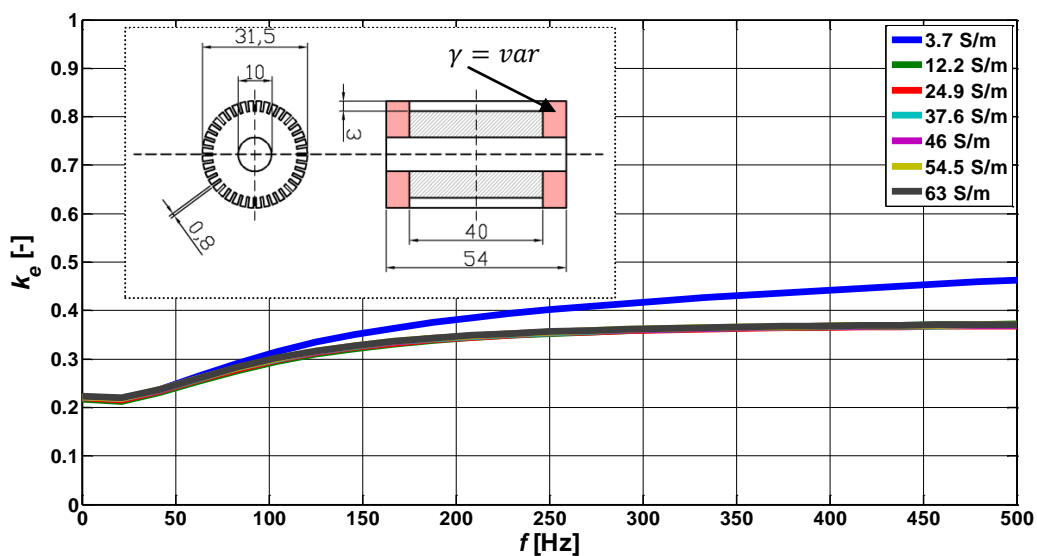


b)

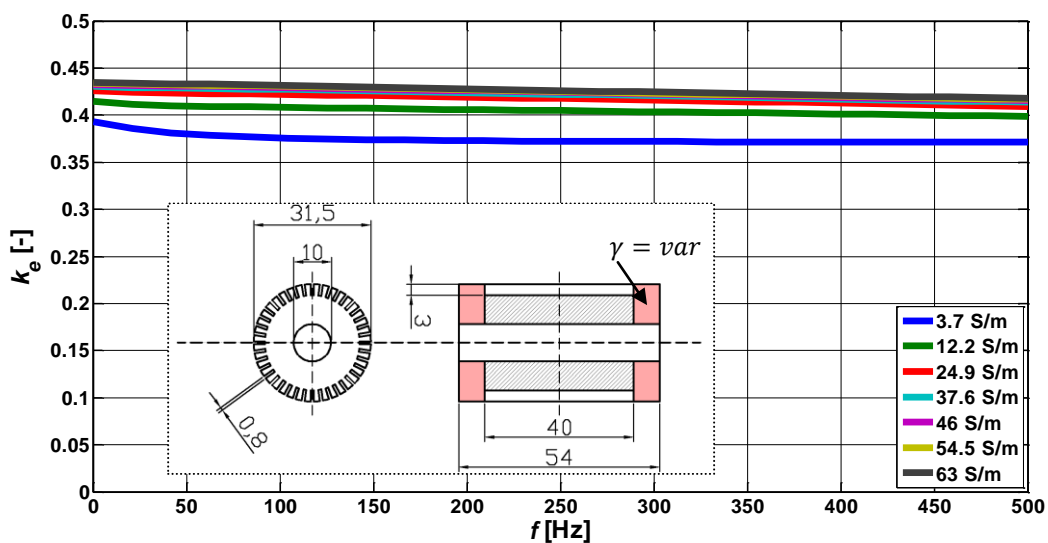


Rys. 5.3. Zależność współczynnika efektu krańcowego od częstotliwości poślizgowej dla różnych długości jednorodnych obszarów krańcowych, przy stałej średnicach zewnętrznej i wewnętrznej wirnika, liczbie par biegunów pola magnetycznego, długości obwodu magnetycznego stojana, liczbie i wymiarach nacięć: a) współczynnik dla jednorodnego obszaru centralnego wirnika, b) współczynnik dla obszaru nacięć osiowych.

a)



b)



Rys. 5.4. Zależność współczynnika efektu krańcowego od częstotliwości poślizgowej dla różnych wartości konduktywności materiału, z którego wykonano jednorodne obszary krańcowe przy stałej ich długości, stałych długości, średnicach zewnętrznej i wewnętrznej wirnika, liczbie par biegunów pola magnetycznego, długości obwodu magnetycznego stojana, liczbie oraz wymiarach nacięć: a) współczynnik dla jednorodnego obszaru centralnego wirnika, b) współczynnik dla obszaru nacięć osiowych.

W opracowanym w pracy modelu połowo-obwodowym maszyny współczynnik sprawności określono zgodnie ze wzorem:

$$\eta = \frac{P_{mec}}{P_1}, \quad (5.1)$$

Obliczone rodziny charakterystyk przedstawiono na rys. 5.5-5.20. Na podstawie ich analizy wyciągnięto przedstawione niżej wnioski.

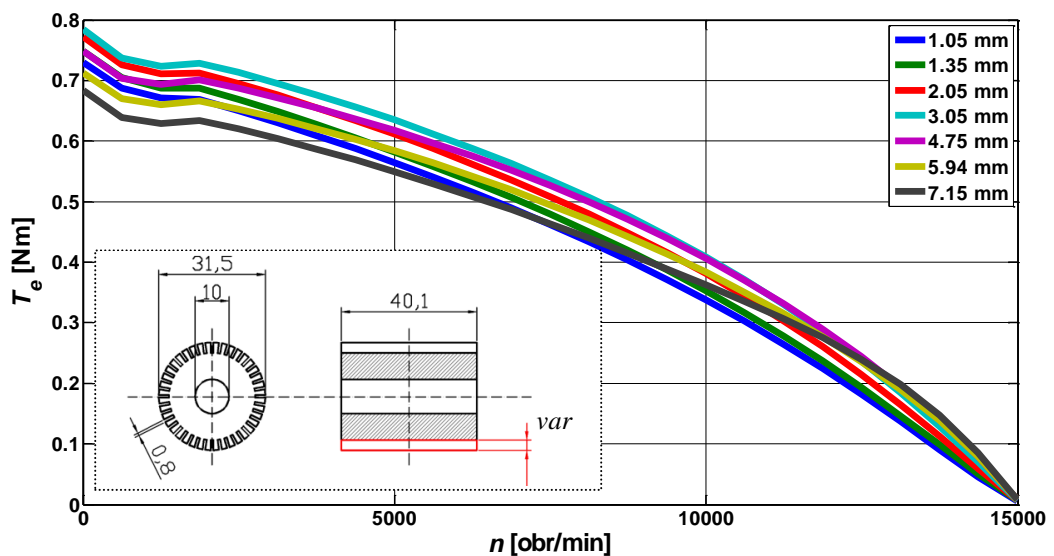
W pierwszym z analizowanych przypadków (rys. 5.5-5.8) można zaobserwować, że przy wzroście głębokości nacięć do ok. 25 % długości promienia wirnika rośnie wartość rozwijanego momentu elektromagnetycznego w całym zakresie prędkości obrotowej. Powyżej tej wartości obserwowalne staje się „spłaszczenie” charakterystyki momentu (spadek jego wartości dla niskiej prędkości obrotowej, wzrost w zakresie prędkości obrotowej bliskiej synchronicznej). Największą średnią wartością w całym zakresie prędkości obrotowych charakteryzuje się krzywa odpowiadająca głębokości nacięć równej 19% długości promienia wirnika (3.05 mm). Przy wzroście głębokości nacięć do ok. 40% długości promienia wirnika obserwowalny jest wzrost wartości skutecznej prądu fazowego stojana. Jednocześnie dla głębokich nacięć (ponad 45%) pojawia się jego znaczny spadek w całym zakresie prędkości obrotowych. Przy wzroście głębokości nacięć do ok. 20% długości promienia wirnika wartość współczynnika mocy rośnie w całym zakresie prędkości obrotowej. Przy dalszym zwiększaniu głębokości (do około 40% długości promienia wirnika) następuje spadek jego wartości. Dla głębokości nacięć większych od 45% długości promienia wirnika następuje ponowny wzrost wartości współczynnika mocy w całym zakresie prędkości obrotowych. Podobną tendencję zmian jak w przypadku współczynnika mocy można zaobserwować w przypadku charakterystyk sprawności. Ograniczając rozważania dla prędkości bliskich znamionowej, obserwowalny jest początkowy wzrost sprawności wraz ze wzrostem głębokości nacięć. Dla głębokości większych od około 20% długości promienia wirnika następuje spadek sprawności, po czym przy dalszym wzroście głębokości obserwowalny jest ponowny jej wzrost. W przypadku wirnika o takiej budowie istnieje zatem optymalna, z punktu widzenia parametrów eksploatacyjnych maszyny, głębokość nacięć osiowych, która powinna być zastosowana w praktycznym projektowaniu.

W drugim przypadku (rys. 5.9-5.12) można zaobserwować, podobny jak uprzednio, wpływ zmian głębokości nacięć na charakterystyki eksploatacyjne. Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że obecność jednorodnych obszarów krańcowych wpływa znacząco jedynie na charakter zmian przebiegu charakterystyk wartości skutecznej prądu fazowego stojana, natomiast stosunkowo słabo na pozostałe parametry. Można zaobserwować, że przy zwiększaniu głębokości nacięć do około 40% długości promienia wirnika dla małych prędkości obrotowych następuje spadek wartości skutecznej pobieranego prądu, natomiast wraz ze wzrostem prędkości charakter tych zmian jest odwrotny. Gdy wirnik posiada nacięcia o głębokości przekraczającej znacznie 40 % długości promienia wirnika

obserwowalne jest znaczne obniżenie wartości pobieranego prądu w całym zakresie prędkości obrotowej.

W trzecim przypadku (rys. 5.13-5.16) można zaobserwować, że wzrost długości jednorodnych obszarów krańcowych powoduje spadek wszystkich parametrów eksploatacyjnych przetwornika w całym zakresie prędkości obrotowej. Jest to stosunkowo oczywisty skutek wzrostu zastępczych impedancji obydwu rozpatrywanych obszarów wirnika.

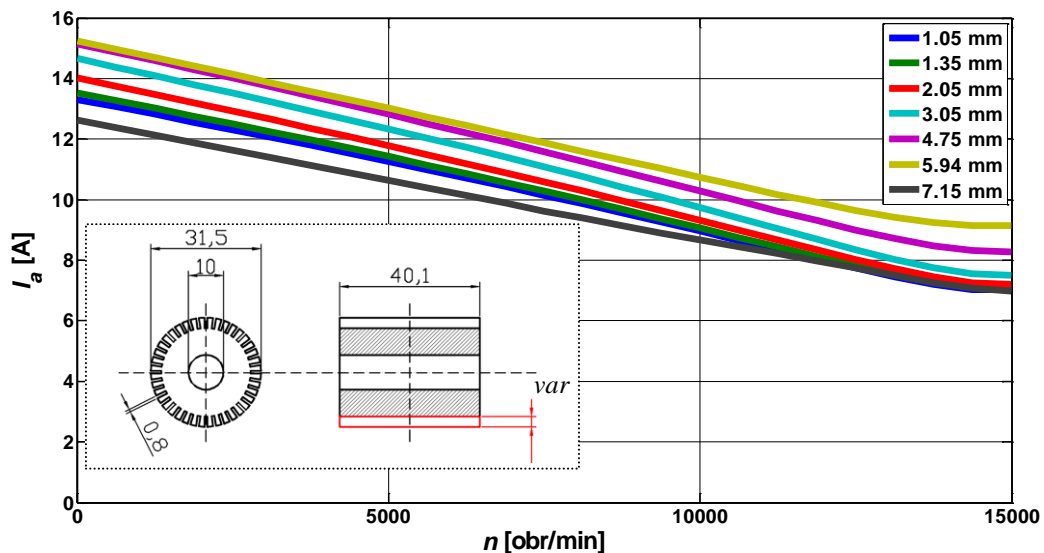
W czwartym przypadku (rys. 5.17-5.20), z przeprowadzonych obliczeń wynika ogólny wniosek, że wzrost konduktywności wiąże się z poprawą wszystkich parametrów eksploatacyjnych maszyny w całym zakresie prędkości obrotowej za wyjątkiem wartości skutecznej prądu fazowego stojana. W przypadku tych charakterystyk, początkowo przy wzroście konduktywności materiału, którego wykonano jednorodne obszary krańcowe następuje spadek wartości pobieranego prądu. Gdy konduktywność jest większa od $12 \cdot 10^6$ S/m i jej wartość wzrasta następuje ponowny wzrost wartości skutecznej prądu, jednakże zmiany te nie mają istotnego znaczenia, gdyż zachodzą w zakresie kilkunastu miliamperów.



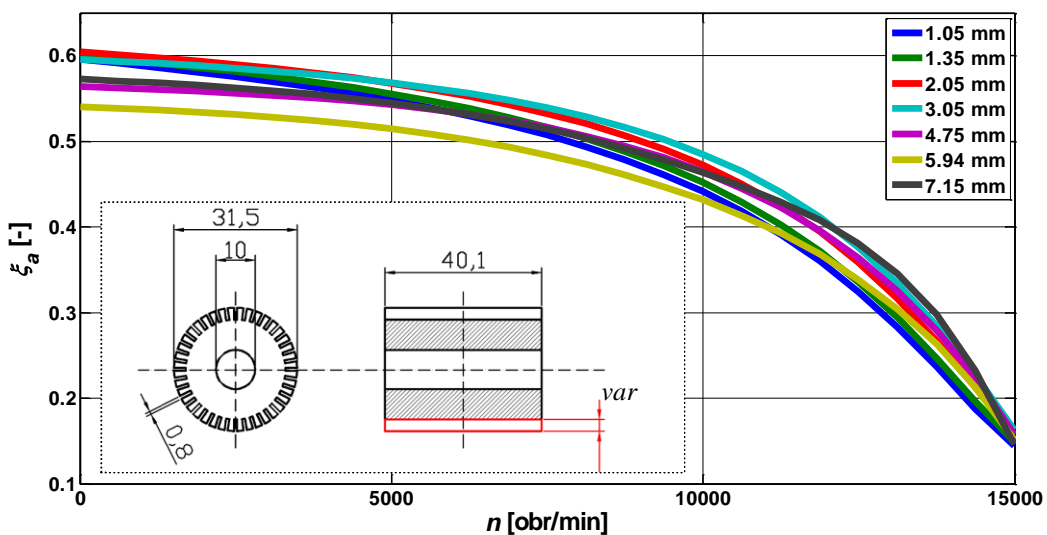
Rys. 5.5. Charakterystyki momentu elektromagnetycznego w funkcji prędkości obrotowej obliczone dla różnych głębokości nacięć w wirniku z nacięciami osiowymi powierzchni przez całą długość.

Uzyskane wyniki potwierdzają, zauważoną w kilku pracach prawidłowość, że z punktu widzenia własności elektromagnetycznych maszyny długość jednorodnych obszarów krańcowych powinna być możliwie najmniejsza, natomiast głębokość nacięć możliwie największa. Z prezentowanych wyników obliczeń wynika ponadto, że w przypadku zmian długości jednorodnych obszarów krańcowych oraz konduktywności materiału, z którego je wykonano, ich wpływ na zmiany parametrów eksploatacyjnych charakteryzuje się ogólnie stałym trendem. W przypadku zmian głębokości nacięć, obserwowalny charakter zmian własności eksploatacyjnych przetwornika jest znacznie bardziej

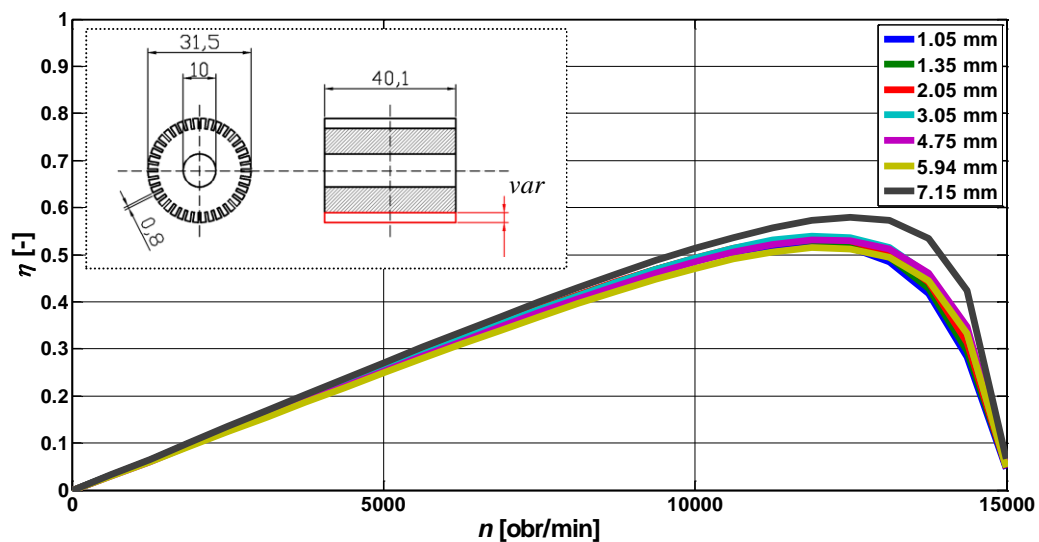
złożony, co zdaniem Autora, uzasadnia konieczność wykorzystania metod optymalizacyjnych celem określenia najwłaściwszych wymiarów nacięć osiowych powierzchni wirnika, szczególnie że w praktycznym projektowaniu należy dodatkowo zdawać sobie sprawę z pogorszenia własności mechanicznych wirnika, w którym zastosowano głębokie nacięcia osiowe.



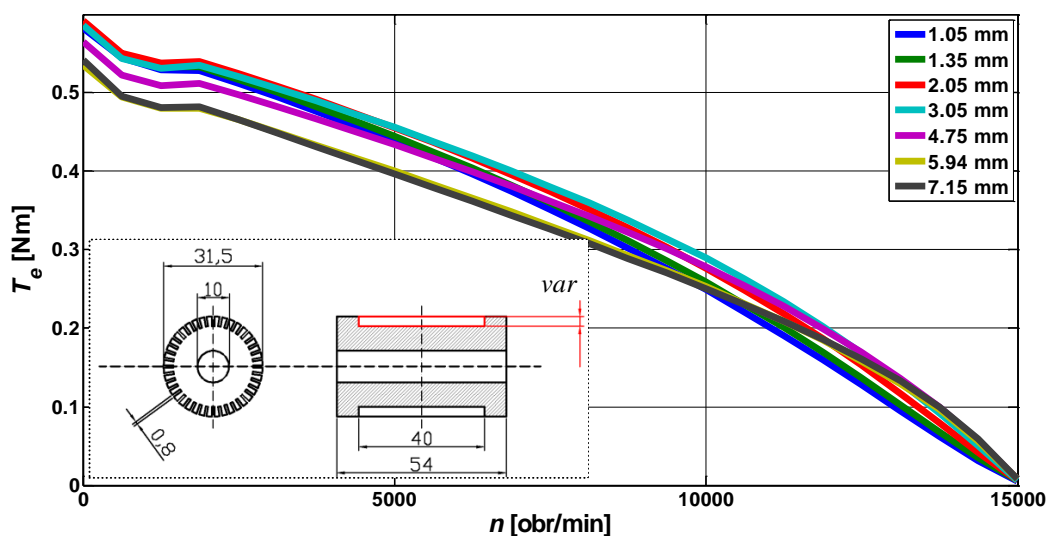
Rys. 5.6. Charakterystyki wartości skutecznej prądu fazowego w funkcji prędkości obrotowej obliczone dla różnych głębokości nacięć w wirniku z nacięciami powierzchni przez całą długość.



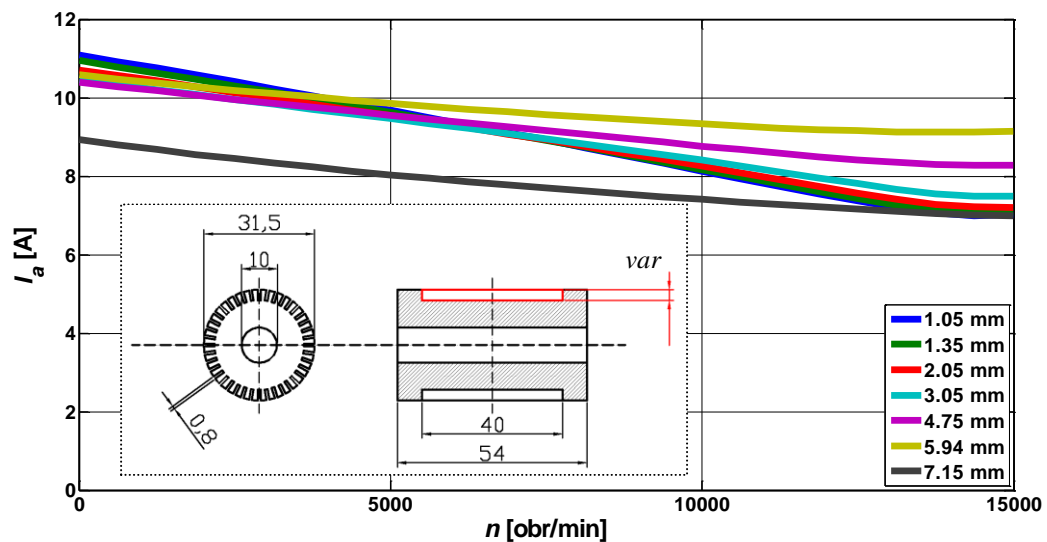
Rys. 5.7. Charakterystyki współczynnika mocy w funkcji prędkości obrotowej obliczone dla różnych głębokości nacięć w wirniku z nacięciami powierzchni przez całą długość.



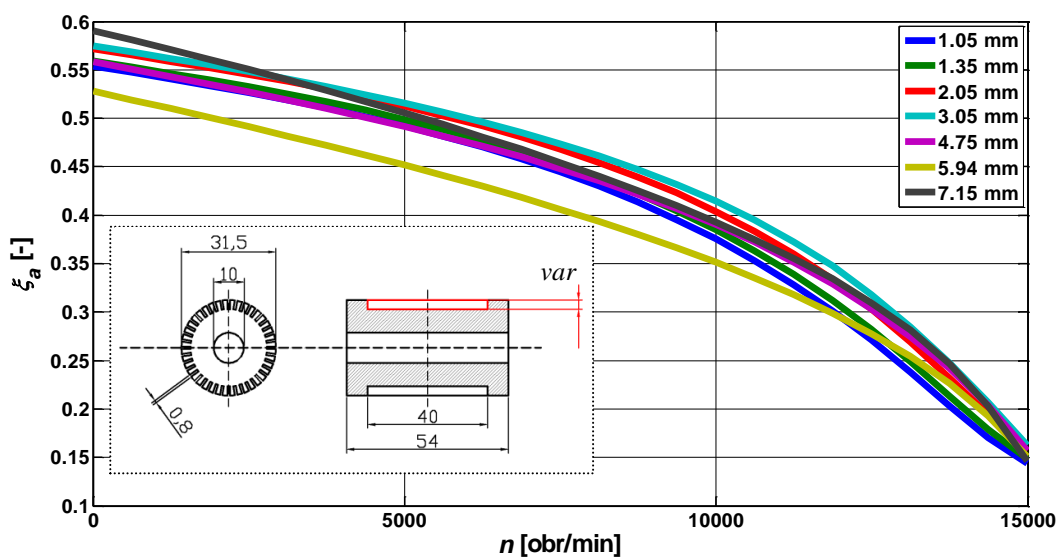
Rys. 5.8. Charakterystyki sprawności w funkcji prędkości obrotowej obliczone dla różnych głębokości nacięć w wirniku z nacięciami powierzchni przez całą długość.



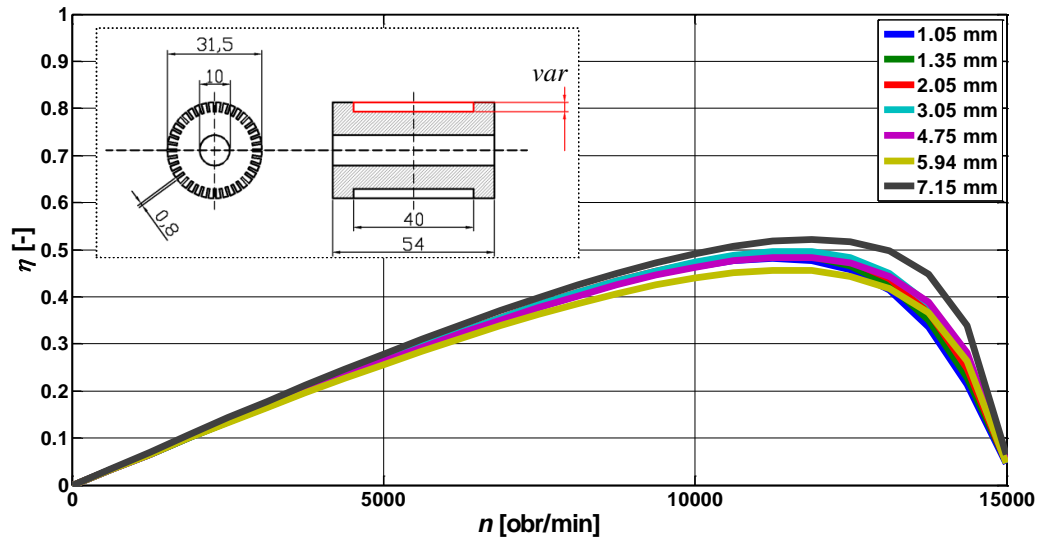
Rys. 5.9. Charakterystyki momentu elektromagnetycznego w funkcji prędkości obrotowej obliczone dla różnych głębokości nacięć w wirniku z nacięciami oraz z jednorodnymi obszarami krańcowymi.



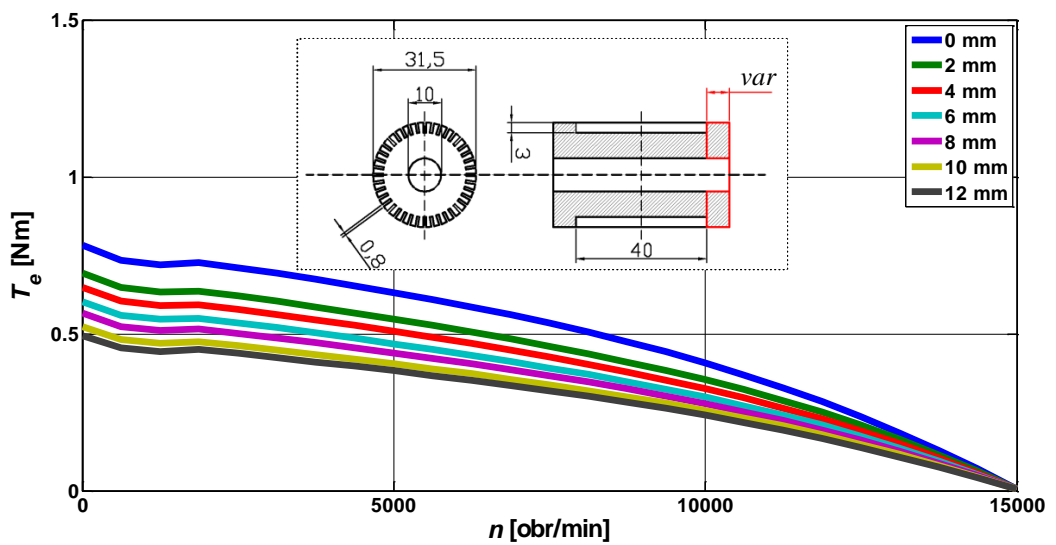
Rys. 5.10. Charakterystyki wartości skutecznej prądu fazowego w funkcji prędkości obrotowej obliczone dla różnych głębokości nacięć w wirniku z nacięciami oraz z jednorodnymi obszarami krańcowymi.



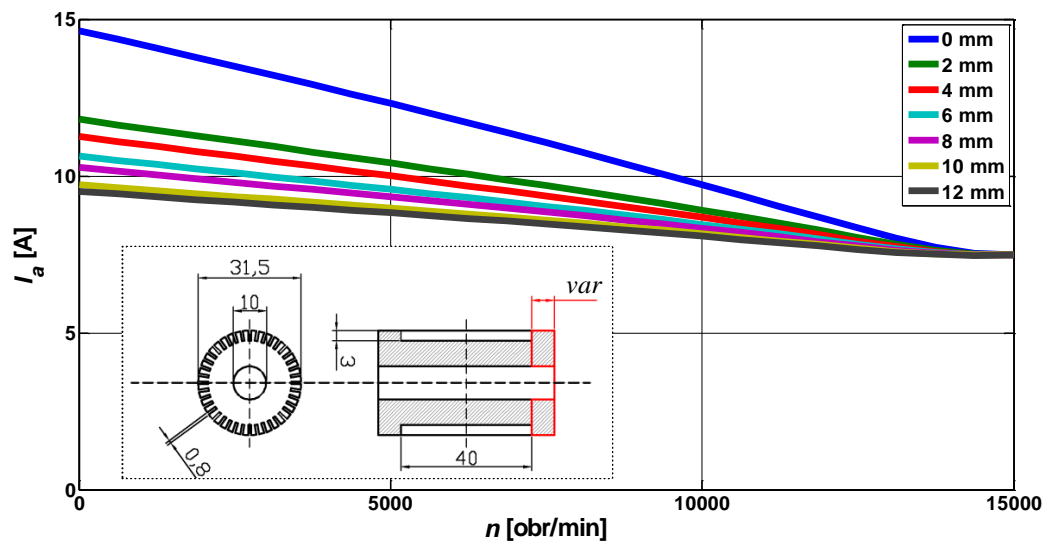
Rys. 5.11. Charakterystyki współczynnika mocy w funkcji prędkości obrotowej obliczone dla różnych głębokości nacięć w wirniku z nacięciami oraz z jednorodnymi obszarami krańcowymi.



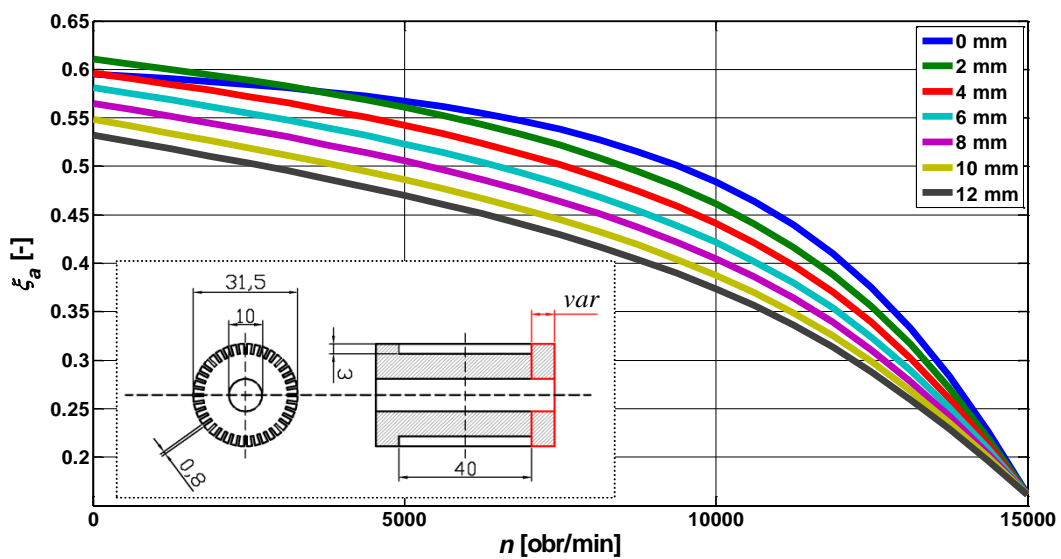
Rys. 5.12. Charakterystyki sprawności w funkcji prędkości obrotowej obliczone dla różnych głębokości nacięć w wirniku z nacięciami oraz z jednorodnymi obszarami krańcowymi.



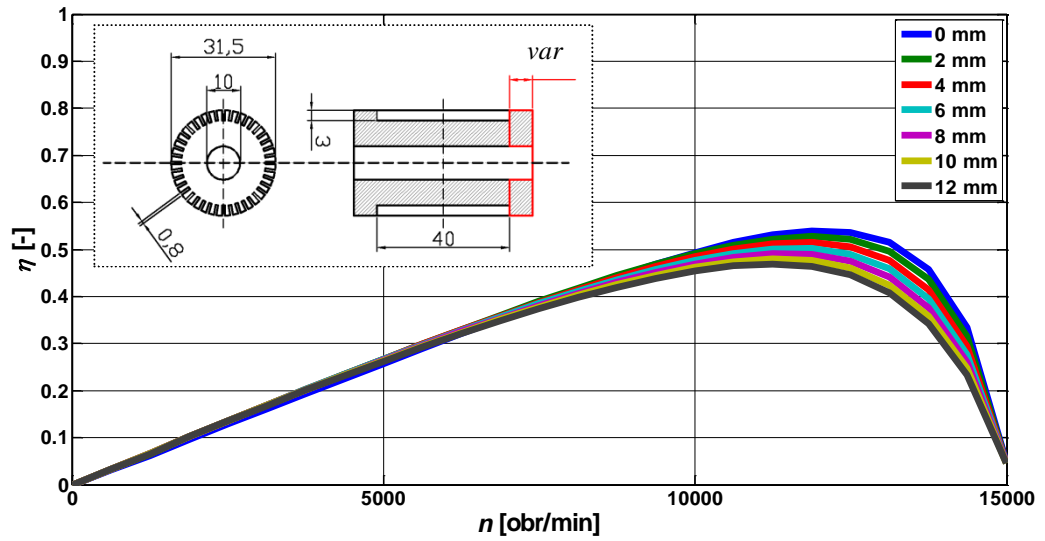
Rys. 5.13. Charakterystyki momentu elektromagnetycznego w funkcji prędkości obrotowej obliczone dla różnych długości jednorodnych obszarów krańcowych.



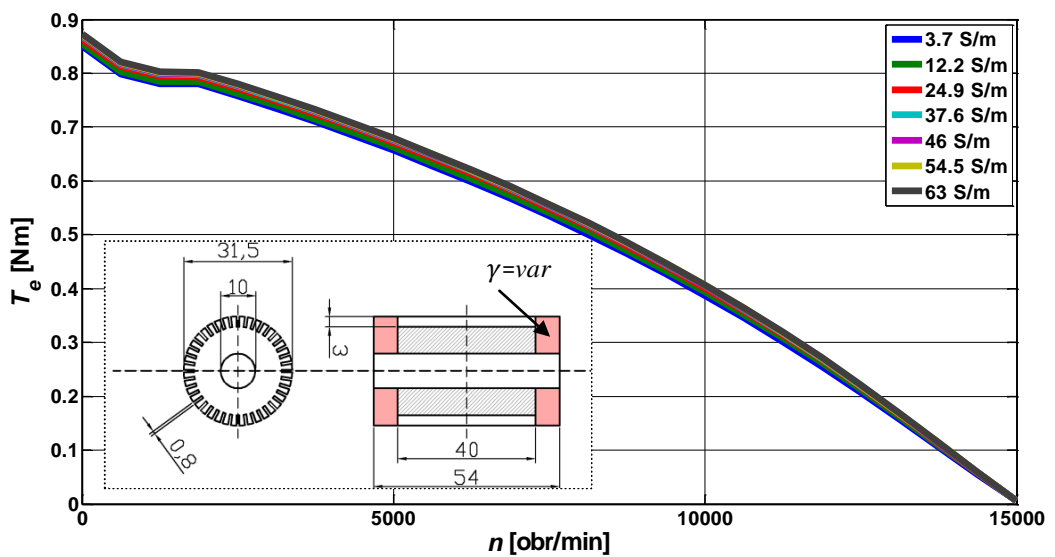
Rys. 5.14. Charakterystyki wartości skutecznej prądu fazowego w funkcji prędkości obrotowej obliczone dla różnych długości jednorodnych obszarów krańcowych.



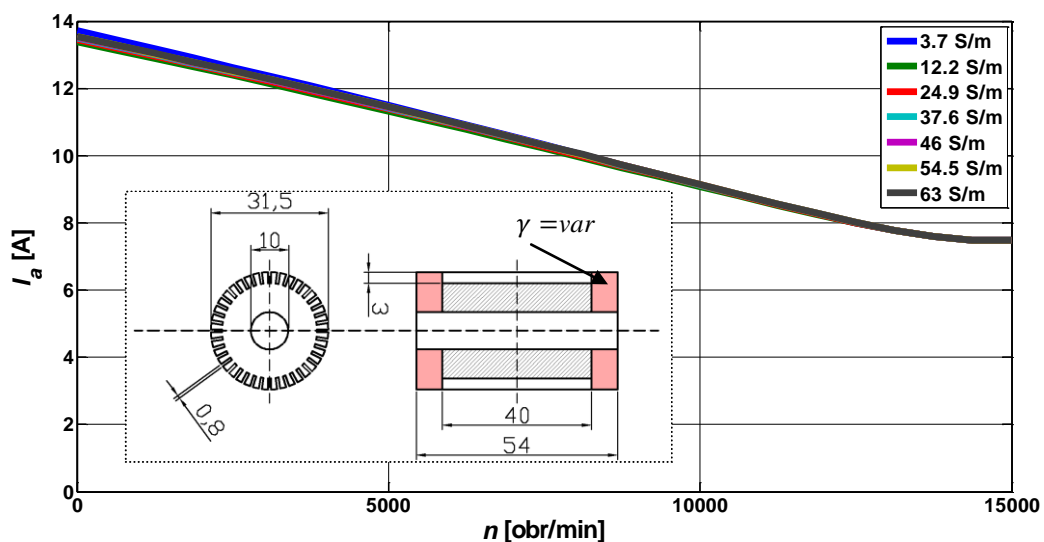
Rys. 5.15. Charakterystyki współczynnika mocy w funkcji prędkości obrotowej obliczone dla różnych długości jednorodnych obszarów krańcowych.



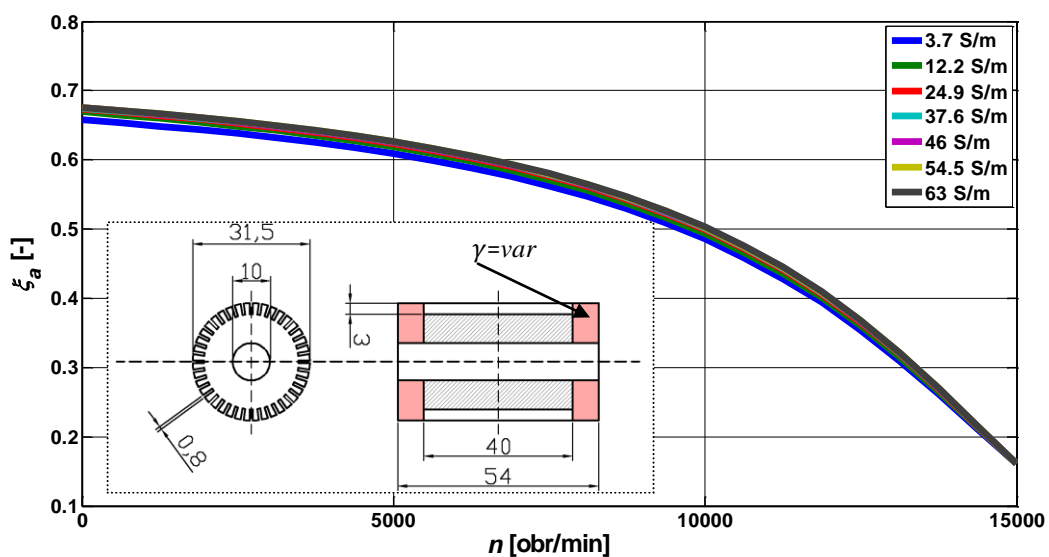
Rys. 5.16. Charakterystyki sprawności w funkcji prędkości obrotowej obliczone dla różnych długości jednorodnych obszarów krańcowych.



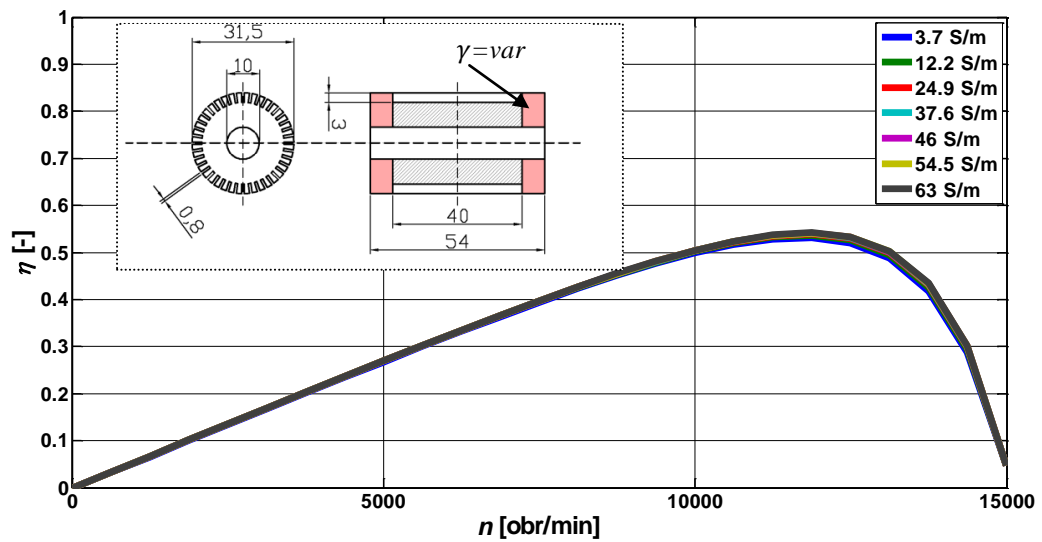
Rys. 5.17. Charakterystyki momentu elektromagnetycznego w funkcji prędkości obrotowej obliczone dla różnych wartości konduktywności materiału, z którego wykonano jednorodne obszary krańcowe.



Rys. 5.18. Charakterystyki wartości skutecznej prądu fazowego w funkcji prędkości obrotowej obliczone dla różnych wartości konduktywności materiału, z którego wykonano jednorodne obszary krańcowe.



Rys. 5.19. Charakterystyki współczynnika mocy w funkcji prędkości obrotowej obliczone dla różnych wartości konduktywności materiału, z którego wykonano jednorodne obszary krańcowe.



Rys. 5.20. Charakterystyki sprawności w funkcji prędkości obrotowej obliczone dla różnych wartości konduktywności materiału, z którego wykonano jednorodne obszary krańcowe.

Rozdział 6

Podsumowanie

Zainteresowanie maszyną indukcyjną z wirnikiem masywnym, związane z możliwością jej wykorzystania w wysokoobrotowych napędach elektrycznych pracujących w ciężkich warunkach eksploatacyjnych, wymusza konieczność ciągłego udoskonalania metod jej projektowania. Pomimo kilku dekad prowadzonych badań brak jest jednolitego podejścia pozwalającego na przygotowanie projektu, przy zachowaniu zadawalającej dokładności i racjonalnego kosztu. Koszt obliczeniowy związany z wykorzystaniem pełnych trójwymiarowych modeli numerycznych, których użycie jest najbardziej wskazane dla tego typu maszyny, ze względu na bardzo złożone zjawiska fizyczne w niej zachodzące (indukowanie prądów wirowych w nieliniowym masywnym obszarze przewodzącym) w chwili obecnej wyklucza ich zastosowanie w praktyce projektowej. Z wymienionych powodów w obliczeniach najczęściej wykorzystuje się podejście obwodowe wspomagane analitycznymi modelami służącymi do oszacowania zastępczej impedancji wirnika lub dwuwymiarowe modele polowo-obwodowe. W obydwu wymienionych przypadkach przyjmuje się znaczną liczbę uproszczeń, takich jak np. pominięcie krzywizny wirnika lub założenie w obliczeniach stałej przenikalności magnetycznej obszaru wirnika. Jednym z kluczowych problemów napotykanym w obliczeniach jest poprawne oszacowanie wpływu na własności przetwornika zjawisk fizycznych zachodzących w krańcowych obszarach wirnika masywnego, gdyż skutkiem ich nieuwzględnienia lub złego oszacowania są bardzo duże błędy w obliczeniach. Z przeprowadzonego przeglądu literatury wynika, że stan wiedzy w zakresie prawidłowego odwzorowania wpływu zjawisk krańcowych jest niewystarczający i jest jedną z głównych przyczyn niepewności projektowania tego typu maszyn.

Opisane problemy były głównymi powodami, dla których Autor zdecydował się prowadzić badania, których rezultaty przedstawiono w niniejszej pracy. Za jej główny cel obrano ulepszenie i rozwinięcie tzw. metody konduktywności efektywnej będącej najczęściej wykorzystywanym sposobem uwzględniania wpływu efektu krańcowego. Cel ten zrealizowano opracowując numeryczną metodę wyznaczania współczynnika efektu krańcowego opartą o obliczenia mocy w wirniku masywnym za pomocą opracowanego trójwymiarowego modelu numerycznego. Z przeprowadzonej inwentaryzacji stanu wiedzy wynika, że przedstawiona w pracy metoda obliczania współczynnika efektu krańcowego nie była dotychczas proponowana i może być uznana za innowacyjną.

Idea proponowanego w niniejszej pracy podejścia polegała na jego numerycznym wyznaczeniu za pomocą specjalnie opracowanych i zaimplementowanych modeli wirnika masywnego. Obszar obliczeniowy ograniczono do wirnika i warstwy otaczającego go powietrza. Wzbudzenie modelowano za pomocą odpowiedniego warunku brzegowego narzuconego na zewnętrznym brzegu obszaru. Współczynnik efektu krańcowego zdefiniowano w postaci ilorazu mocy wydzielanej w wirniku przy uwzględnieniu wpływu efektu krańcowego i tej samej wielkości obliczonej bez uwzględnienia wpływu tego zjawiska. Obliczeń dokonano wykorzystując metodę zespolonego zmodyfikowanego magnetycznego potencjału wektorowego. Równania opisujące rozkład pola magnetycznego, sformułowane w oparciu o równania Maxwella, rozwiązywano za pomocą metody elementów skończonych w ujęciu krawędziowym. Proponowany w pracy model sformułowano przyjmując szereg uproszczeń, z których najważniejszymi były:

- Przyjęcie w obliczeniach stałej wartości przenikalności magnetycznej wirnika, co jest równoznaczne z nieuwzględnieniem wpływu nasycania masywnego wirnika i związaną z tym zjawiskiem, zmianą zastępczej głębokości wnikania pola do jego wnętrza. Uwzględnienie wpływu nasycania się wirnika wymagałoby użycia bardzo kosztownego procesu iteracyjnego, w którym uczestniczyłyby wszystkie wymienione w pracy modele. Proces ten rozpoczynałby się od przyjęcia początkowej wartości współczynnika efektu krańcowego, następnie dla zadanego poślizgu obliczone byłyby charakterystyki eksploatacyjne i brana byłaby wartość potencjału magnetycznego w szczelinie powietrznej. Na jej podstawie obliczany byłby nowy współczynnik efektu krańcowego.
- Założenie, że rozkład wektora gęstości prądu ograniczony jest tylko do podstawowej harmonicznej czasowej oraz, że jest on indukowany przez podstawową harmoniczną czasową i przestrzenną wektora indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej maszyny.

Wymienione najważniejsze uproszczenia należy traktować jako potencjalne źródła błędów proponowanej metody. Z przeprowadzonych badań wynika jednak, że wpływ zmian przenikalności magnetycznej na wartość współczynnika efektu krańcowego zdefiniowanego w proponowany w pracy sposób w zakresie częstotliwości zmian pola w wirniku odpowiadającym znamionowej prędkości maszyny jest nieznaczny.

Poprawność proponowanej metody obliczania współczynnika efektu krańcowego zweryfikowano na przykładzie wysokoobrotowej maszyny indukcyjnej małej mocy. W tym celu dokonano analizy wirników masywnych o różnych konstrukcjach. Dla każdego z badanych wirników wyznaczono następnie współczynnik efektu krańcowego w funkcji częstotliwości zmian pola, odpowiadającym zmianom prędkości obrotowej badanej maszyny od stanu zwarcia do prędkości biegu jałowego. Obliczone zależności wykorzystano następnie do określenia podstawowych charakterystyk eksploatacyjnych maszyny za pomocą jej dwuwymiarowego modelu połowo-obwodowego. Wyniki obliczeń porównano z analogicznymi charakterystykami wyznaczonymi dla współczynnika efektu krańcowego obliczonego na podstawie pięciu najczęściej wykorzystywanych wyrażeń analitycznych oraz charakterystykami wyznaczonymi eksperymentalnie. Na podstawie przeprowadzonego porównania stwierdzono, że proponowana w pracy metoda pozwala znacznie zmniejszyć niepewność projektowania tego typu maszyn związaną z efektem krańcowym, umożliwiając, w większości badanych przypadków, uzyskanie znacznie wyższej dokładności wyników obliczeń w porównaniu do metod używanych dotychczas. Na podstawie wyników przeprowadzonych badań Autor stwierdza, że postawione w pracy tezy zostały udowodnione a główne cele osiągnięte.

Za najważniejsze rezultaty przeprowadzonych badań Autor uznaje:

- Opracowanie innowacyjnej metody obliczania współczynnika efektu krańcowego, dokładniejszej od metod wykorzystywanych dotychczas.
- Opracowanie i implementacja numerycznych modeli wirnika masywnego pozwalających na badanie wpływu efektów krańcowych i wyznaczanie współczynnika efektu krańcowego dla

wirników masywnych o różnej konstrukcji i wymiarach gabarytowych a także ich optymalizację pod względem parametrów eksploatacyjnych.

- Osiągnięcie uniwersalności proponowanej metody dzięki zastosowanej parametryzacji modeli oraz ograniczeniu obszaru rozważań do samego wirnika.

Praca nie wyczerpuje rozważanej problematyki. Wśród najważniejszych otwartych problemów badawczych należy wymienić:

- Implementację dwuwymiarowego modelu połowo-obwodowego maszyny określonego w dziedzinie czasu oraz przeprowadzenie za jego pomocą badań przy dokładniejszym odwzorowaniu wpływu wyższych harmoniczných pola (odkształcenie przebiegów napięcia zasilającego, wpływ ruchu obrotowego oraz nasycania obwodu magnetycznego na rozkład harmoniczných).
- Optymalizacja parametrów eksploatacyjnych maszyny.

Literatura

- [1] **Agarwal P. D.:** *Eddy-current losses in solid an laminated iron*, AIEE Transactions, 1959, Vol. 78, pp. 169-181.
- [2] **Aglen O., Andersson A.:** *Thermal analysis of a high-speed generator*, Proc. of 38th IAS Annual Meeting, Salt Lake City, USA, 12-16 October, 2003, Vol. 1, pp. 547-554.
- [3] **Aho T.:** *Electromagnetic design of solid steel rotor motor for demanding operation environments*, Ph. D. Diss., Acta Universitatis Lappeenrantaensis, Lappeenranta, 2007.
- [4] **Aho T., Nerg J., Pyrhönen J.:** *Experimental and finite element analysis of solid rotor end effects*, IEEE International Symposium, Vigo, Spain, 4-7 June 2007, pp. 1242-1247.
- [5] **Aho T., Nerg J., Pyrhönen J.:** *The effect of the number of rotor slits on the performance characteristics of medium-speed solid rotor induction motor*, Proc. of the 3rd IET International Conference on Power Electronics, Machines and Drives (PEMD 2006), Dublin, Ireland, 4-6 April, 2006, pp. 515-519.
- [6] **Aho T., Nerg J., Pyrhönen J.:** *Analyzing the effect of the rotor coating on the rotor losses of medium-speed solid-rotor induction motor*, Proc. of International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion (SPEEDAM 2006), Taormina, Italy, 23-26 May, 2006, pp. 103-107.
- [7] **Aho T., Nerg J., Pyrhönen J.:** *Optimizing the axial length of the slitted solid iron rotor*, Proc. of 2nd IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications (ICIEA 2007), Harbin, China, 23-25 May, 2007, pp. 255-259.
- [8] **Aho T., Sihvo V., Nerg J., Pyrhönen J.:** *Rotor materials for medium-speed solid-rotor induction motors*, Proc. of IEEE International Conference on Electric Machines and Drives (IEMDC 2007), Antalya, Turkey, 3-5 May, 2007, pp. 525-530.
- [9] **Ahrens M., Bikle U., Gottkehasamp R., Prenner H.:** *Electrical design of high-speed induction motors of up to 15 MW and 20000 rpm*, Proc. of International conference on Power Electronics, Machines and Drives, Bath, UK, 4-7 June, 2002, pp. 381-386.
- [10] **Albanese R., Rubinacci G.:** *Integral formulation for 3D eddy-current computation using edge elements*, Proc. of IEE Physical Science, Measurement and Instrumentation, Management and Education Rewievs, September 1988, Vol. 7, pp. 457-462.
- [11] **Angst G.:** *Polyphase induction motor with solid rotor, effects of saturation and finite length*, AIEE Transactions, 1962, P.III, No. 81, pp. 902-909.
- [12] **Anuszczyk J.:** *Ferromagnetyki miękkie w polach obrotowych. Badania i właściwości*, WNT, Warszawa, 2008.
- [13] **Arkkio A.:** *Analysis of induction motor based on the numerical solution of the magnetic field and circuit equations*, Acta Polytechnica Scandinavica, Electrical Engineering Series No. 59, Ph. D., Helsinki University of Technology, Espoo, 1987.

- [14] **Arkkio A., Jokinen T., Lantto E.:** *Induction and permanent-magnet synchronous machines for high-speed applications*, Proc. of the 8th International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS 2005), Nanjing, China, 27-29 September 2005, Vol. 2, pp. 871-876.
- [15] **Bacher J., Waldhart F., Grabner C.:** *3D-fem calculation of electromagnetic properties of single phase induction machines*, Proc. of 19th International Conference on Electrical Machines (ICEM 2010), Rome, Italy, 6-8 September, 2010, pp. 1-6.
- [16] **Bae B.-H., Sul S.-K., Kwon J.-H., Byeon J.-S.:** *Implementation of sensorless vector control for super-high-speed PMSM of turbo-compressor*, IEEE Transactions on Industry Applications, May-June, 2003, Vol. 39, No. 3., pp. 811-818.
- [17] **Bianchi N., Bolognani S., Luise F.:** *Potentials and limits of high-speed PM motors*, IEEE Transactions on Industry Applications, November-December 2004, Vol. 40, No. 6, pp. 1570-1578.
- [18] **Bi D., Wang X., Li D.:** *Magnetic analysis and design method for solid rotor induction motors based on directly coupled field-circuit*, Proc. of 3rd International Conference of Power Electronics and Motion Control (IPEMC 2000), Beijing, China, 15-18 August, 2000, vol. 3, pp. 1323-1327.
- [19] **Biró O., Preis K., Richter K.:** *On the use of magnetic vector potential in the nodal and edge analysis of 3D magnetostatic problems*, IEEE Transactions on Magnetics, May 1996, Vol. 32, No. 3, pp. 651-654.
- [20] **Bossavit A.:** *How weak is the Weak Solution in finite element method*, IEEE Transactions on Magnetics, September 1998, Vol. 34, No.5, pp. 2492-2432.
- [21] **Bumby J. R., Spooner E., Jagiela M.:** *Equivalent circuit analysis of solid-rotor induction machines with reference to turbocharger accelerator applications*, IEE Proc., Electric Power Applications, Vol. 153, No. 1, 2006, pp. 31-39.
- [22] **Bumby J. R., Spooner E., Jagiela M.:** *Solid rotor induction machines for use in electrically-assisted turbochargers*, proc. of 3rd International Conference on Power Electronics, Machines and Drives, Dublin, Ireland, 4-6 April, 2006, pp. 341-345.
- [23] **Bolkowski S.:** *Teoria obwodów elektrycznych*, WNT, Warszawa, 2003.
- [24] **Bolkowski S., Sikora J., Skoczylas J., Stabrowski M., Wincenciak S.:** *Komputerowe metody analizy pola elektromagnetycznego*, Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 1986.
- [25] **Chalmers B. J., Spooner E., Abdel-Hamid R. H.:** *Parameters of solid-rotor induction machines with unbalanced supply*, IEE Proc., Electric Power Applications, Vol. 127, No. 3, 1980, pp. 174-182.
- [26] **Chalmers B. J., Woolley I.:** *General theory of solid-rotor induction machines*, Proc. IEE, 1968, Vol. 115, No. 12, pp. 1772-1776.

- [27] **Changhong L., Ruoping Y.:** *A new approach to calculate equivalent circuit parameters of the induction machine with solid rotor*, Proc. of IEEE International Conference on Electric Machines and Drives, Madison, USA, 1-4 June, 2003, Vol. 3, pp. 1612-1615.
- [28] **Concordia C., Portisky H.:** *Synchronous machine with solid cylindrical rotor*, AIEE Transactions, Vol. 56, No. 1, pp. 49-179.
- [29] **Courant R.:** *Variational methods for the solution of problems of equilibrium and vibrations*, Bulletin of the American Mathematical Society, 1943, Vol. 49, No. 1, pp. 1-23.
- [30] **Danilevich J., Antipov V., Krichinina I., Khozikov Y.:** *Design considerations of submersible unprotected solid-rotor induction motor*. Proc. of 18th International Conference on Electrical Machines (ICEM 2008), Vilamoura, Portugal, 6-9 September 2008, pp. 1-4.
- [31] **Davis T. A.:** *Direct methods for sparse linear systems*, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, 2006.
- [32] **Dąbrowski M., Rudeński A.:** *Oprogramowanie do projektowania silników indukcyjnych wysokoobrotowych*, Zeszyty Problemowe – Maszyny Elektryczne, Nr 80/2008, s. 141-145.
- [33] **Dąbrowski M., Gieras J.:** *Maszyny indukcyjne o wirniku masywnym*, PWN, Warszawa-Poznań, 1977.
- [34] **Demenko A.:** *Dyskretne metody opisu pola elektromagnetycznego*, Przegląd Elektrotechniczny, Vol. 85, No. 3, 2009, s. 107-110.
- [35] **Demenko A.:** *Obwodowe modele układów z polem elektromagnetycznym*, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań, 2004.
- [36] **Demenko A.:** *Symulacja dynamicznych stanów pracy maszyn elektrycznych w ujęciu polowym*, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań, 1997.
- [37] **Demenko A., Sykulski J.:** *Network equivalents of nodal and edge elements in electromagnetic*, IEEE Transactions on Magnetics, March 2002, Vol. 38, No. 2, pp. 1305-1308.
- [38] **Demenko A., Sykulski J., Wojciechowski R.:** *On the equivalence of finite element and finite integration formulations*, IEEE Transactions on Magnetics, August 2010, Vol. 46, No. 8, pp. 3169-3172.
- [39] **Demenko A., Nowak L., Szelaż W.:** *Reluctance network formed by means of edge element method*, IEEE Transactions on Magnetics, September 1998, Vol. 34, No. 5, pp. 2485-2488.
- [40] **Deskur J., Pajchrowski T., Zawirski K.:** *Optimal control of current commutation of high speed SRM drive*, Proc. of 13th Power Electronics and Motion Control Conference (EPE-PEMC 2008), Poznan, Poland, 1-3 September, 2008, pp. 1204-1208.

- [41] **Dorairaj K. R., Krinshnarmuthy M. R.:** *Polyphase induction machine with a slitted ferromagnetic rotor: I-Experimental Investigations and a novel slipmeter*: IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, July 1967, Vol. PAS-86, No. 7, pp. 835-843.
- [42] **Ducreux J. P., Nicolas G.:** *Finite length effects study in massive iron rotors using 3D electromagnetic field computation*, IEEE Transactions on Magnetics, May 1995, Vol. 31, No. 3, pp. 2096-2099.
- [43] **Galuszkiewicz Z., Krykowski K., Miksiewicz R., Hetmańczyk J.:** *Wysokoobrotowy silnik PM BLDC*, Przegląd Elektrotechniczny, Vol. 86, No. 2, 2010, s. 160-163.
- [44] **Genda T., Dohmeki H.:** *Characteristics of 4/2 switched reluctance motor for a high speed drive by the excitation angle*, Proc. of International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS 2009), Tokyo, Japan, 15-18 November, 2009, pp. 1-6.
- [45] **Gessese Y., Binder A.:** *Axially slitted, high-speed solid-rotor induction motor technology with copper end-rings*, Proc. of International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS 2009), Tokyo, Japan, 15-18 November, 2009, pp. 1-6.
- [46] **Gessese Y., Binder A., Funieru B.:** *Analysis of the effect of radial rotor surface grooves on rotor losses of high speed solid rotor induction motor*, in Proc. of International Symposium on Power Electronics, Drives Automation and Motion (SPEEDAM 2010), Pisa, Italy, 14-16 June, 2010, pp. 1762-1768.
- [47] **Gibbs W. J.:** *Induction and synchronous motors with unlaminated rotors*, IEE Journal, October 1948, Vol. 95, No. 94, pp. 455-465.
- [48] **Gieras J. F., Saari J.:** *Performance calculation for a high speed solid-rotor induction motor*, Proc. of 36th IEEE Annual Conference on Industrial Electronics Society (IECON 2010), Glendale, USA, 7-10 November, 2010, pp. 1748-1753.
- [49] **Gilon D. C.:** *Design and tests of a 6 MW, 10000 RPM induction motor*, Proc. of 5th International Conference on Electrical Machines and Drives, London, UK, 11-13 September 1991, pp. 6-10.
- [50] **Gotoh Y., Takahashi N.:** *Three-dimensional FEM analysis of electromagnetic inspection of outer side defects on steel tube using inner coil*, IEEE Transactions on Magnetics, April, 2007, Vol. 43, No. 4, pp. 1733-1736.
- [51] **Hippner M., Harley R. G.:** *Looking for an optimal rotor for high speed permanent magnet synchronous machine*, Proc. of IEEE Industry Applications Society Annual Meeting, Houston, USA, 4-9 October, 1992, Vol. 1, pp. 265-270.
- [52] **Ho S. L., Niu S., Fu W. N.:** *A novel solid-rotor induction motor with skewed slits in radial and axial directions and its performance analysis using finite element method*, IEEE Transactions on Applied Superconductivity, 2010, Vol. 20, No. 3, pp. 1089-1092.
- [53] **Hollaus K., Biro O.:** *Derivation of a complex permeability from the Preisach model*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 38, No. 2, 2002, pp. 905-908.

- [54] **Huppunen J.:** *High-speed solid-rotor induction machine – electromagnetic calculation and design*, Ph. D. Diss., Acta Universitatis Lappeenrantaensis, Lappeenranta, 2004.
- [55] **Ibtiouen R., Kechroud R., Touhami O., Mekhtoub S.:** *Complex finite element analysis of a solid rotor induction motor*, Proc. of IEEE International Conference on Electric Machines and Drives (IEMDC 2003), Madison, USA, 1-4 June, 2003, Vol. 3, pp. 1606-1610.
- [56] **Jagiela M.:** *Analiza stanów pracy specjalnych maszyn indukcyjnych w ujęciu polowym*, Studia i Monografie z. 205, Oficyna Wydawnicza Politechniki Opolskiej, Opole, 2007.
- [57] **Jagiela M., Bumby J., Spooner E.:** *Time-domain and frequency-domain finite element models of a solid-rotor induction/hysteresis motor*, Proc. of Institution of Engineering and Technology on Electric Power Applications, March 2010, Vol.4, No. 3, pp. 185-197.
- [58] **Jamieson R. A.:** *Eddy-current effects in solid, unslotted iron rotors*, IEE Proceedings, June 1968, Vol. 115, No. 6, pp. 813-820.
- [59] **Jianming J.:** *The finite element method in electromagnetics*, A Wiley-Interscience Publication, John Wiley & Sons, INC., New York, 1993.
- [60] **Jing Y.:** *Numerical simulation of hysteresis effects in ferromagnetic material with the finite integration technique*, Cuvillier Verlag, Göttingen, 2005.
- [61] **Jin-Woo A., Huynh Khac M. K., Dong-Hee L.:** *Design and analysis of high speed 4/2 SRMs for an air-blower*, Proc. of IEEE International Symposium on Industrial Electronics (ISIE 2010), Bari, Italy, 4-7 July, 2010, pp. 1242-1246.
- [62] **Ki-Chan K., Soo-Jin H.:** *Comparison study of Biot-Savart law and 3D FEM of electromagnetic forces acting on end windings*, Proc of 14th IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation (CEFC), Chicago, USA, 8-12 May, 2010, pp. 1-6.
- [63] **Kim Y. K., Choi M. C., Suh K. H., Ji Y. C., Wang D. S.:** *High-speed induction motor development for small centrifugal compressor*, Proc. of 5th International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS 2001), Shenyang, China, 18-20 August, 2001, Vol. 2, pp. 891-894.
- [64] **Ledder D., Idarashi H., Kost A., Honma A.:** *Modeling of non-linear magnetic material using a complex effective reluctivity*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 35, No. 3, 1999, pp. 3060-3063.
- [65] **Leonard P. J., Rodger D.:** *Comparison of methods for modeling jumps in conductivity using magnetic vector potential based formulation*, IEEE Transactions on Magnetics, March 1997, Vol. 33, No. 2, pp. 1295-1298.
- [66] **MacLean W.:** *Theory of strong electromagnetic waves in massive iron*, Journal of applied physics, New York, 1954, Vol. 25, No. 10, pp. 1267-1270.
- [67] **Markovic M., Perriard Y.:** *An analytical solution for the torque and power of a solid-rotor induction motor*, Proc. of IEEE International Conference on Electric Machines & Drives (IEMDC 2011), Niagara Falls, Canada, 15-18 May, 2011, pp. 1053-1057.

- [68] **McBride W. E., Franks J.:** *9500 hp high speed motor driven compressor*, Proc. of Petroleum and Chemical Industry Conference, San Antonio, USA, 11-13 September, 2000, pp. 155-163.
- [69] **Mekhiche M., Kirley J. I., Tolikas M.:** *High speed motor drive development for industrial applications*, Proc. of International Conference on Electric Machines and Drives (IEMD'99), Seattle, USA, 9-12 May, 1999, pp. 244-248.
- [70] **Mertens A., Sommer R., Brunotte C.:** *Applications of medium voltage drives with IGBT three-level inverter*, Proc. of IEE Seminar on PWM Medium Voltage Drives, Birmingham, UK, 11 May, 2000, pp. 1-4.
- [71] **Mirzayee M., Mehjerdi H., Tsurkerman I.:** *Analysis of high-speed solid rotor induction motor using coupled analytical method and reluctance networks*, Proc. of International Conference on Wireless Communications and Applied Computational Electromagnetics, Honolulu, USA, 3-7 April, 2005, pp. 537-540.
- [72] **Mirzayee M., Mirsalim M., Gholizad H., Javadi S.:** *Combined 3D numerical and analytical computation approach for analysis and design of high speed solid iron rotor induction machines*, Proc of 6th International Conference on Computational Electromagnetics, Aachen, Germany, 4-6 April, 2006, pp. 1-2.
- [73] **Morel L., Fayard H., Vives Fos H., Galindo A., Abba G.:** *Study of Ultra High Speed Switched Reluctance Motor Drive*, Proc. of Industry Applications Conference, Rome, Italy, 8-12 October, 2000, Vol. 1, pp. 87-92.
- [74] **Mrozek B., Mrozek Z.:** *Matlab i Simulink, Poradnik użytkownika*, Wydawnictwo HELION, Gliwice, 2004.
- [75] **Nakata T., Takahashi, N., Fujiwara K., Shiraki Y.:** *Comparison of different finite elements for 3-D eddy current analysis*, IEEE Transactions on Magnetics, March 1990, Vol. 26, No. 2, pp. 434-437.
- [76] **Nertens R., Pahner U., Hameyer K., Belmans R., De Weerd R.:** *Force calculation based on a local solution of Laplace's equation*, IEEE Transactions on Magnetics, March 1997, Vol. 33, No. 2, pp. 1216-1218.
- [77] **Nowak L.:** *Modele polowe przetworników elektromechanicznych w stanach nieustalonych*, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań, 1999.
- [78] **Nowak M, Barlik R.:** *Poradnik inżyniera energoelektronika*, WNT, Warszawa, 1998.
- [79] **O'Kelly D.:** *Theory and performance of solid-rotor induction and hysteresis machines*, IEE Proc., May 1976, Vol. 123, No. 5, pp. 421-428.
- [80] **Oliver J., Samotyj M., Ferrier R.:** *Application of high speed, high horsepower, ASD controlled induction motors to gas pipelines*, Proc. of 5th European Conference on Power Electronics and Applications, Brighton, UK, 13-16 September, 1993, Vol. 5, pp. 430-435.

- [81] **Pasko M.:** *Wkład Stanisława Fryzego – pioniera polskiej elektrotechniki teoretycznej w rozwój teorii mocy obwodów elektrycznych z przebiegami okresowymi odkształconymi*, Wiadomości Elektrotechniczne, Vol. LXXVIII, No. 6, Sigma-NOT, 2010, s. 5-9.
- [82] **Pasko M., Piątek Z., Topór-Kamiński L.:** *Elektrotechnika Ogólna T. 1*, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice, 2004.
- [83] **Pyrhönen J.:** *The high speed induction motor: Calculating the effects of solid rotor material on machine characteristics*, Ph. D. Diss., Acta Universitatis Lappeenrantaensis, Lappeenranta, 1991.
- [84] **Pyrhönen J., Nerg J. K., Aho T., Kurronen P. T.:** *Solid rotor end effects – analytic and experimental results for high-power high-speed machine*, Proc. of IEEE EUROCON'09, St.-Petersburg, Russia, 18-23 May, 2009, pp. 688-695.
- [85] **Pyrhönen J., Nerg J., Kurronen P., Lauber U.:** *High-speed high-output solid-rotor induction-motor technology for gas compression*, IEEE Transactions on Industrial Electronics, January 2010, Vol. 57, No. 1, pp. 272-280.
- [86] **Pyrhönen J., Nerg J., Kurronen P., Lauber U.:** *High-speed, 8 MW, solid-rotor induction motor for gas compression*, Proc. of 18th International Conference on Electrical Machines, Vilamoura, Portugal, 6-9 September, 2008, pp. 1-6.
- [87] **Rahman M. A., Chiba A., Fukao T.:** *Super high speed electrical machines – summary*, Proc. of Power Engineering Society General Meeting, Denver, USA, 10 June, 2004, Vol. 2, pp. 1272-1275.
- [88] **Rodger D., Leonard P. J., Karaguler T.:** *Optimal formulation for 3D moving conductor eddy-current problems with smooth rotors*, IEEE Transactions on Magnetics, September 1990, Vol. 5, No. 5, pp. 2359-2363.
- [89] **Russell R. L., Norsworthy K. H.:** *Eddy currents and wall losses in screened-rotor induction motors*, Proc. of IEE, Part A: Power Engineering, April 1958, Vol. 105, No. 20, pp. 163-175.
- [90] **Sarma M.:** *Current-density distribution in solid-rotor induction motor*, IEEE Transactions on Magnetics, November 1979, Vol. 15, No. 6, pp. 1473-1475.
- [91] **Savitzky A., Golay M. J. E.:** *Smoothing and Differentiation of Data by Simplified Least Squares Procedures*, Analytical Chemistry, July, 1964, Vol. 36, No. 8, pp. 1627-1639.
- [92] **Seok-Myeong J., Han-Wook C., Sang-Kyu C.:** *Design and analysis of a high-speed brushless dc motor for centrifugal compressor*, IEEE Transactions on Magnetics, June 2007, Vol. 43, No. 6, pp. 2573-2575.
- [93] **Silvester P.:** *Finite element solution of homogenous waveguide problems*, Alta Frequenza, 1968, Vol. 38, pp. 313-317.
- [94] **Soong, W. L., Kliman G. B., Johnson, R. N., White R. A., Miller J. E.:** *Novel high-speed induction motor for a commercial centrifugal compressor*, Proc. of 34th IEEE Industry Applications Conference, Phoenix, USA, 3-7 October 1999, Vol. 1, pp. 494-501.

- [95] **Szeląg W.:** *Analiza stanów pracy i synteza silników synchronicznych magnetoelektrycznych*, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań, 1998.
- [96] **Tomczuk B.:** *Metody numeryczne w analizie pola układów transformatorowych*, Oficyna wydawnicza Politechniki Opolskiej, Opole, 2007.
- [97] **Tonti E.:** *A direct discrete formulation of field laws: the cell method*, Computer Modeling in Engineering & Sciences, 2001, Vol. 2, No. 2, pp. 237-258.
- [98] **Trevisan F., Kettunen L.:** *Geometric interpretation of discrete approaches to solving magnetostatics*, IEEE Transactions on Magnetics, March, 2004, Vol.40, No. 2, pp. 361-365.
- [99] **Trickey P. H.:** *Induction motor resistance ring width*, Transactions of American Institute of Electrical Engineers, February, 1936, Vol. 55, No. 2, pp. 144-150.
- [100] **Turowski J.:** *Elektrodynamika Techniczna*, Wyd. II, WNT, Warszawa, 1993.
- [101] **Valtonen M.:** *Performance Characteristics of an Axial-Flux Solid-Rotor-Core Induction Motor*, Ph. D. Diss., Acta Universitatis Lappeenrantaensis, Lappeenranta, 2007.
- [102] **Walter H., Moehle A., Bade M.:** *Asynchronous solid rotors as high-speed drives in the megawatt range*, Proc. of IEEE Petroleum and Chemical Industry Technical Conference (PCIC 2007), Calgary, Canada, 17-19 September, 2007, pp. 1-8.
- [103] **Weiland T.:** *A discretization method for the solution of Maxwell's equations for six-component fields*, Archiv für Elektronik und Übertragungstechnik, März 1977, Vol. 31, No. 3, pp. 116-120.
- [104] **Weiland T.:** *Time domain electromagnetic field computation with finite difference methods*, International Journal of Numerical Modeling, July 1996, Vol. 9, No. 4, pp. 295-319.
- [105] **Wood A. J.:** *An analysis of solid rotor machines Part I. Operational impedances and equivalent circuits*, Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, December 1959, Vol. 78, No. 4, pp. 1657-1665.
- [106] **Wood J., Concordia C.:** *An analysis of solid rotor machines, Part III: Finite length effects*, Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, April 1960, Vol. 79, No. 3, pp. 21-26.
- [107] **Wood J., Concordia C.:** *An Analysis of solid rotor machines, Part IV: An approximate nonlinear analysis*, Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, April 1960, Vol. 79, No. 3, pp. 26-31.
- [108] **Woolley I., Chalmers B. J.:** *End effects in unlaminated-rotor induction machines*, IEE Proc., June 1973, Vol. 120, No. 6, pp. 641-646.
- [109] **Yan H., Jinzhe C., Xiyang D.:** *Analysis and computations on magnetic field of solid rotor induction motor*, IEEE Transactions on Applied Superconductivity, June 2010, Vol. 20, No. 3, pp. 1844-1847.

- [110] **Yee H.:** *Effects of finite length in solid-rotor induction machines*, IEE Proc., August 1971, Vol. 118, No. 8, pp. 1025-1033.
- [111] **Yee K.:** *Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media*, IEEE Transactions on Magnetics, May 1966, Vol. 14, No. 3, pp. 302-307.
- [112] **Zhou H., Wang F.:** *Comparative study on high speed induction machine with different rotor structures*, Proc. of International Conference on Electrical Machines and Systems, Seoul, South Korea, 8-11 October, 2007, pp. 1009-1012.
- [113] **Zienkiewicz O. C.:** *Metoda elementów skończonych*, Arkady, Warszawa, 1972.
- [114] **Zwysig C., Round S. D., Kolar J. W.:** *An ultrahigh-speed, low power electrical drive system*, IEEE Transactions on Industrial Electronics, February 2008, Vol. 55, No. 2, pp. 577-585.
- [115] <http://www.cs.cmu.edu>, 22.03.2013.
- [116] <http://www.sura.se>, 22.03.2013.

Publikacje własne Autora

- [A1] **Jagiela M., Garbiec T.:** *A field – circuit finite element model of an electromagnetic system using weakly coupled circuit model*, Proc. of XXXI-st IC-SPETO, Gliwice-Ustron, Poland, 28-31 May, 2008, pp. 79-80.
- [A2] **Garbiec T.:** *Modelowanie zjawiska naskórkowego i strat mocy w uzwojeniu masywnym dławika zasilacza impulsowego typu „buck”*, Materiały XV Konferencji Zastosowanie Komputerów w Elektrotechnice (ZKWE 2010), Poznań, Polska, 19-21 Kwiecień, 2010, s.59-60.
- [A3] **Garbiec T.:** *Effect of switching frequency on winding losses in buck-type dc-dc converter*, Zeszyty Naukowe Politechniki Opolskiej, seria Elektryka, z.63, Oficyna Wydawnicza Politechniki Opolskiej, Opole-Pokrzywna, 2010, s. 15-16.
- [A4] **Jagiela M., Garbiec T.:** *Coupling electromagnetic (FE) models to multidomain simulator to analyse electrical drives and complex control systems*, Proc. of XXI-st International Conference on Electromagnetic Phenomena in Nonlinear Circuits (EPNC'2010), Dortmund-Essen, Germany, 4-7 July, 2010, pp. 67-69.
- [A5] **Jagiela M., Garbiec T.:** *Coupling electromagnetic (FE) models to multidomain simulator to analyse electrical drives and complex control systems*. Archives of Electrical Engineering, Polish Academy of Sciences, Warsaw, 2010, Vol. 59, No. 3-4, pp. 189-201.
- [A6] **Garbiec T.:** *Modeling skin effect and power losses in winding of choke inductor of buck-type switched mode power supply*, Poznan University of Technology Academic Journals, Electrical Engineering, No. 62, Poznań 2010, pp. 15-24.

- [A7] **Jagiela M., Garbiec T:** *Obliczenia rozkładu gęstości prądów wirowych w układach trójwymiarowych - zastosowanie opisu form geometrycznych elementu skończonego*, Przegląd Elektrotechniczny, 2/2011, Sigma-Not, 2011, s. 1-4.
- [A8] **Jagiela M., Garbiec T:** *3D eddy-current computations by means of direct description of the finite element forms*, Proc. of XVI Conference Computer Applications in Electrical Engineering, Poznan, Poland, 11-13 April, 2011, pp. 21-22.
- [A9] **Garbiec T., Jagiela M.:** *Improvement of effective conductivity approach for solid-rotors induction motors with smooth rotors*, Proc. of XVI Conference Computer Applications in Electrical Engineering, Poznan, Poland, 11-13 April, 2011, pp. 155-156.
- [A10] **Garbiec T.:** *Influence of the end-factor value on results of electromagnetic torque computation in a solid-rotor induction machine*, Zeszyty Naukowe Politechniki Opolskiej, seria Elektryka, z. 66, Oficyna Wydawnicza Politechniki Opolskiej, Opole-Pokrzywna, 2011, s. 19-20.
- [A11] **Jagiela M., Garbiec T.:** *Evaluation of rotor-end factors in the solid rotor induction motors*, IEEE Transactions on Magnetics, January, 2012, Vol. 48, No. 1, pp. 137-142.
- [A12] **Garbiec T., Jagiela M.:** *Optymalna długość wirnika w silniku indukcyjnym o prędkości 12000 obr/min*, Materiały XIV Sympozjum „Podstawowe Problemy Energoelektroniki, Elektromechaniki i Mechatroniki” PPEEm 2011, 9-12 grudnia 2011 r. Wisła, Polska, s. 225-229 .
- [A13] **Jagiela M., Garbiec T.:** *Determination of best rotor length in solid-rotor induction motor with axial slitting*, Archives of Electrical Engineering, Vol. 61, pp. 267-276.
- [A14] **Garbiec T.:** *Indirect measurement of three-phase star-connected winding phase voltages for nonsinusoidal waveforms*, Zeszyty Naukowe Politechniki Opolskiej, seria Elektryka, z. 68, s. 15-16.
- [A15] **Garbiec T.:** *Indirect measurement of a high-speed electrical motor torque*, Zeszyty Naukowe Politechniki Opolskiej, seria Elektryka, z. 68, s. 71-74.
- [A16] **Jagiela M., Garbiec T.:** *Rotor design for a 50 krpm hysteresis motor*, Proc. of XXII EPNC, 26-29 June, 2012, Pula, Croatia, pp. 151-152.
- [A17] **Garbiec T.:** *Wpływ głębokości nacięć osiowych powierzchni wirnika masywnego na wartość współczynnika efektu krańcowego*, Materiały XV Sympozjum „Podstawowe Problemy Energoelektroniki, Elektromechaniki i Mechatroniki” PPEEm 2012, 11-13 grudnia 2012 r. Gliwice, Polska, s. 40-43.
- [A18] **Łukaniszyn M., Jagiela M., Garbiec T.:** *Zbór zadań z maszyn elektrycznych*, Skrypt Uczelniany nr 293, Oficyna Wydawnicza Politechniki Opolskiej, Opole 2012.

Załącznik

Wyrażenia do obliczeń współczynnika efektu krańcowego za pomocą modelu siatkowego

Starty mocy w pojedynczym i -tym elemencie dyskretyzacyjnym przy (model trójwymiarowy) i bez uwzględnienia (model dwuwymiarowy) wpływu efektu krańcowego wyznaczono na podstawie zależności

$$\Delta P_{3Di} = \frac{1}{2} \iiint_{\Omega_{Mi}} \underline{E}_i \cdot \underline{J}_{-Ei}^* d\Omega_{Mi} = \frac{1}{2} \gamma \iiint_{\Omega_{Mi}} (\underline{E}_{ri} \underline{E}_{ri}^* + \underline{E}_{\psi i} \underline{E}_{\psi i}^* + \underline{E}_{zi} \underline{E}_{zi}^*) d\Omega_{Mi}, \quad (A.1)$$

$$\Delta P_{2Di} = \frac{\ell_z + 2\ell_e}{2} \iint_{S_{Mi}} \underline{E}_{zi} \underline{J}_{-Ezi}^* dS_{Mi} = \gamma \frac{\ell_z + 2\ell_e}{2} \iint_{S_{Mi}} \underline{E}_{zi} \underline{E}_{zi}^* dS_{Mi}, \quad (A.2)$$

Wykorzystując następnie równości (2.65) i (2.73) poszczególne składowe wektora natężenia pola elektrycznego można wyrazić poprzez odpowiednie zespolone amplitudy cyrkulacji zmodyfikowanego potencjału wektorowego wzdłuż krawędzi elementu pierwotnego (rys.2.6)

$$\underline{E}_{ri} = \frac{\underline{e}_{1i} + \underline{e}_{2i} + \underline{e}_{3i} + \underline{e}_{4i}}{4l_{ri}} = \frac{-j\omega(\underline{a}'_{1i} + \underline{a}'_{2i} + \underline{a}'_{3i} + \underline{a}'_{4i})}{4l_{ri}}, \quad (A.3)$$

$$\underline{E}_{\psi i} = \frac{\underline{e}_{5i} + \underline{e}_{6i} + \underline{e}_{7i} + \underline{e}_{8i}}{4l_{\psi i}} = \frac{-j\omega(\underline{a}'_{5i} + \underline{a}'_{6i} + \underline{a}'_{7i} + \underline{a}'_{8i})}{4l_{\psi i}}, \quad (A.4)$$

$$\underline{E}_{zi} = \frac{\underline{e}_{9i} + \underline{e}_{10i} + \underline{e}_{11i} + \underline{e}_{12i}}{4l_{zi}} = \frac{-j\omega(\underline{a}'_{9i} + \underline{a}'_{10i} + \underline{a}'_{11i} + \underline{a}'_{12i})}{4l_{zi}}, \quad (A.5)$$

gdzie $l_{ri}, l_{\psi i}, l_{zi}$ są długościami krawędzi i - tego elementu dyskretyzacyjnego w odpowiednich kierunkach. Odwołując się do numeracji krawędzi jak na rys.2.6 w analogiczny sposób można wyrazić składową z -ową w modelu płaskim

$$\underline{E}_{zi} = \frac{\underline{e}_{9i} + \underline{e}_{10i} + \underline{e}_{11i} + \underline{e}_{12i}}{4(\ell_z + 2\ell_e)} = \frac{-j\omega(\underline{a}'_{9i} + \underline{a}'_{10i} + \underline{a}'_{11i} + \underline{a}'_{12i})}{4(\ell_z + 2\ell_e)}. \quad (A.6)$$

Uwzględniając powyższe, wartość strat mocy w pojedynczym elemencie dyskretyzacyjnym modelu trójwymiarowego przyjmuje postać

$$\begin{aligned}
\Delta P_{3Di} \cong & -\frac{1}{32} \gamma l_{ri} l_{\psi i} l_{zi} \left(\frac{(\underline{a}'_{1i} + \underline{a}'_{2i} + \underline{a}'_{3i} + \underline{a}'_{4i})(\underline{a}'_{1i} + \underline{a}'_{2i} + \underline{a}'_{3i} + \underline{a}'_{4i})}{l_{ri}^2} + \dots \right. \\
& \dots + \frac{(\underline{a}'_{5i} + \underline{a}'_{6i} + \underline{a}'_{7i} + \underline{a}'_{8i})(\underline{a}'_{5i} + \underline{a}'_{6i} + \underline{a}'_{7i} + \underline{a}'_{8i})}{l_{\psi i}^2} + \dots \\
& \left. \dots + \frac{(\underline{a}'_{9i} + \underline{a}'_{10i} + \underline{a}'_{11i} + \underline{a}'_{12i})(\underline{a}'_{9i} + \underline{a}'_{10i} + \underline{a}'_{11i} + \underline{a}'_{12i})}{l_{zi}^2} \right), \tag{A.7}
\end{aligned}$$

natomiast w modelu płaskim

$$\Delta P_{2Di} \cong -\frac{1}{32} \gamma l_{ri} l_{\psi i} \frac{(\underline{a}'_{9i} + \underline{a}'_{10i} + \underline{a}'_{11i} + \underline{a}'_{12i})(\underline{a}'_{9i} + \underline{a}'_{10i} + \underline{a}'_{11i} + \underline{a}'_{12i})}{\ell_z + 2\ell_e}. \tag{A.8}$$

Wartości mocy obliczone powyżej obarczone są błędem wynikającym z przyjęcia takich samych długości krawędzi tworzących górną i dolną ściankę elementu (krawędzie te są równe w układzie kartezjańskim, nie w cylindrycznym), oraz nie uwzględnienia ich krzywizny. Błąd ten maleje wraz ze wzrostem gęstości siatki i na podstawie wyników wstępnych obliczeń uznano, że przy odpowiedniej dyskretyzacji nie wpływa znacząco na ich dokładność. Ostatecznie współczynnik efektu krańcowego wyraża się w postaci

$$k_e = \frac{\sum_{i=1}^{M_{3D}} \Delta P_{3Di}}{\sum_{i=1}^{M_{2D}} \Delta P_{2Di}}, \tag{A.9}$$

gdzie M_{3D} jest liczbą elementów tworzącą siatkę w modelu trójwymiarowym, natomiast M_{2D} liczbą elementów tworzących model dwuwymiarowy.

Analysis of end effects in rotor of a high-speed solid-rotor induction motor

Abstract

The rotor-end factors are dimensionless quantities used in designing the solid-rotor induction motors to approximate the effects of finite length. It is well known that there are a few analytic estimates of these factors available. With certain, generally acceptable accuracy these match the most of configurations of motors with uniform rotors, but are not adequate for those containing axial slits.

In this work, an appropriate three-dimensional model is proposed to numerically evaluate the factors of the rotor-end effect for the uniform (unslitted) and the axially slitted rotors having slits through the whole length or the end-rings at the rotor periphery. For the cases considered these factors are expressed via ratios taken between the rotor powers calculated in three- and two-dimensional systems of coordinates, and are expressed as functions of frequency. The rotor-end factors obtained in such a way are different for the unslitted and slitted rotors.

A special test-stand consisting of a high-speed water-cooled solid-rotor induction motor driven from a voltage inverter is elaborated and used in laboratory tests to validate applicability of the methods proposed.

A notable improvement of accuracy is obtained in comparison with the traditional methodology when the numerically evaluated end-factors are used in the two-dimensional circuit-driven frequency-domain finite element model to determine the motor characteristics.