

PRACE NAUKOWE

Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu

RESEARCH PAPERS

of Wrocław University of Economics

254

Inwestycje finansowe i ubezpieczenia – tendencje światowe a rynek polski



Redaktorzy naukowi

Krzysztof Jajuga

Wanda Ronka-Chmielowiec



Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu
Wrocław 2012

Recenzenci: Diarmuid Bradley, Jan Czekaj, Marek Gruszczyński, Jacek Lisowski, Paweł Miłobędzki,
Włodzimierz Szkutnik, Mirosław Szreder, Adam Szyszka, Waldemar Tarczyński,
Stanisław Wieteska, Tomasz Wiśniewski

Redaktor Wydawnictwa: Aleksandra Śliwka

Redaktor techniczny: Barbara Łopusiewicz

Korektor: Barbara Cibis

Łamanie: Małgorzata Czupryńska

Projekt okładki: Beata Dębska

Publikacja jest dostępna w Internecie na stronach:

www.ibuk.pl, www.ebscohost.com,

The Central and Eastern European Online Library www.ceeol.com,

a także w adnotowanej bibliografii zagadnień ekonomicznych BazEkon

http://kangur.uek.krakow.pl/bazy_ae/bazekon/nowy/index.php

Informacje o naborze artykułów i zasadach recenzowania znajdują się
na stronie internetowej Wydawnictwa

www.wydawnictwo.ue.wroc.pl

Kopiowanie i powielanie w jakiegokolwiek formie
wymaga pisemnej zgody Wydawcy

© Copyright by Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu
Wrocław 2012

ISSN 1899-3192

ISBN 978-83-7695-293-2

Wersja pierwotna: publikacja drukowana

Druk: Drukarnia TOTEM

Spis treści

| | |
|---|-----|
| Wstęp | 9 |
| Barbara Będowska-Sójka: Zastosowanie zmienności zrealizowanej i modeli typu ARCH w wyznaczaniu wartości zagrożonej | 11 |
| Jacek Bialek: Zastosowanie statystycznych indeksów łańcuchowych do oceny przeciętnego zwrotu grupy OFE | 23 |
| Beata Bieszk-Stolorz, Iwona Markowicz: Zastosowanie modelu logitowego i modelu regresji Coxa w analizie zmian cen akcji spółek giełdowych w wyniku kryzysu finansowego | 33 |
| Katarzyna Byrka-Kita: Premia z tytułu kontroli na polskim rynku kapitałowym – wyniki badań | 42 |
| Krzysztof Echaust: Analiza przekroczeń wysokości depozytów zabezpieczających na podstawie kontraktów futures notowanych na GPW w Warszawie. | 52 |
| Magdalena Frasyniuk-Pietrzyk, Radosław Pietrzyk: Rentowność inwestycji na rynku regulowanym i w alternatywnym systemie obrotu w Polsce | 61 |
| Daniel Iskra: Wartość zagrożona instrumentu finansowego szacowana przedziałowo | 74 |
| Bogna Janik: Analiza stóp zwrotu z inwestycji w indeksy akcji spółek społecznie odpowiedzialnych | 83 |
| Paweł Kliber: Niestacjonarność aktywności transakcyjnej na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie | 93 |
| Krzysztof Kowalke: Ocena przydatności rekomendacji giełdowych opartych na metodzie DCF na przykładzie spółek budowlanych | 103 |
| Mieczysław Kowerski: Modele selekcji próby stóp dywidend spółek notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie | 113 |
| Dominik Krężolek: Granica efektywności portfeli inwestycyjnych a indeks ogona rozkładu stopy zwrotu – analiza empiryczna na przykładzie GPW w Warszawie | 124 |
| Monika Kubik-Kwiatkowska: Znaczenie raportów finansowych dla wyceny spółek notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie SA | 133 |
| Agnieszka Majewska: Wycena opcji menedżerskich – wybrane problemy ... | 142 |
| Sebastian Majewski: Pomiar nastroju inwestycyjnego jako metoda wspomagająca strategię inwestycyjne | 152 |
| Piotr Manikowski: Cykle ubezpieczeniowe w Europie Środkowej | 162 |

| | |
|--|-----|
| Artur Mikulec: Metody oceny wyników inwestycyjnych przy braku normalności rozkładu stóp zwrotu | 171 |
| Joanna Olbryś: Tarcie w procesach transakcyjnych i jego konsekwencje | 181 |
| Andrzej Paliński: Spłata zadłużenia kredytowego w ujęciu teoriogrowym ... | 190 |
| Monika Papież, Stanisław Wanat: Modele autoregresji i wektorowej autoregresji w prognozowaniu podstawowych zmiennych charakteryzujących rynek ubezpieczeń działu II | 199 |
| Daniel Papla: Przykład zastosowania metod analizy wielowymiarowej w analizie zarażania rynków finansowych | 209 |
| Tomasz Pisula: Zastosowanie sztucznych sieci neuronowych do prognozowania upadłości przedsiębiorstw | 219 |
| Agnieszka Przybylska-Mazur: Wybrane reguły nastawione na cel a prognozowanie wskaźnika inflacji | 235 |
| Paweł Siarka: Wykorzystanie modeli scoringowych w bankowości komercyjnej..... | 246 |
| Rafał Siedlecki: Struktura kapitału w cyklu życia przedsiębiorstwa | 262 |
| Anna Sroczyńska-Baron: Wybór portfela akcji z wykorzystaniem narzędzi teorii gier..... | 271 |
| Michał Stachura, Barbara Wodecka: Zastosowania kopuli niesymetrycznych w modelowaniu ekonomicznym | 281 |
| Michał Stachura, Barbara Wodecka: Zastosowanie estymatora k -to-rekordowego do szacowania wartości narażonej na ryzyko | 289 |
| Piotr Staszkiwicz: Multi entry framework for financial and risk reporting... | 298 |
| Anna Szymańska: Czynniki decydujące o wyborze ubezpieczyciela w przypadku ubezpieczeń komunikacyjnych AC..... | 310 |
| Sławomir Śmiech, Wojciech Zysk: Oceny ratingowe jako element konkurencyjności wybranych systemów gospodarczych – weryfikacja na przykładzie agencji Fitch..... | 323 |
| Rafał Tuzimek: Wpływ wypłat dywidendy na wartość akcji spółek notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie | 333 |
| Jacek Welc: Rewersja do średniej dynamiki przychodów oraz rentowności spółek a zmiany relatywnej dynamiki zysków | 347 |
| Ryszard Węgrzyn: Zastosowanie delty „wolnej od modelu” w hedgingu opcyjnym | 356 |
| Stanisław Wieteska: Wyładowania atmosferyczne jako element ryzyka w ubezpieczeniach majątkowo-osobowych w polskim obszarze klimatycznym..... | 367 |
| Alicja Wolny-Dominiak: Modelowanie liczby szkód w ubezpieczeniach komunikacyjnych w przypadku występowania dużej liczby zer..... | 381 |

Summaries

| | |
|---|-----|
| Barbara Będowska-Sójka: Modeling value-at-risk when realized volatility and ARCH-type models are used..... | 22 |
| Jacek Bialek: The application of chain indices to evaluate the average rate of return of a group of Open Pension Funds..... | 32 |
| Beata Bieszk-Stolorz, Iwona Markowicz: The application of the logit model and the Cox regression model in the analysis of financial crisis related price changes of listed companies' shares | 41 |
| Katarzyna Byrka-Kita: Control premium on Polish capital market – empirical evidence | 51 |
| Krzysztof Echaust: Analysis of margin exceedances on the basis of futures contracts quoted on the Warsaw Stock Exchange..... | 60 |
| Magdalena Frasyniuk-Pietrzyk, Radosław Pietrzyk: Return on investment on a regulated market and multilateral trading facility in Poland | 73 |
| Daniel Iskra: Confidence interval for Value at Risk..... | 82 |
| Bogna Janik: Analysis of rates of return on investments in equity SRI indices | 92 |
| Paweł Kliber: Non-stationarity in transaction activity on the Warsaw Stock Exchange..... | 102 |
| Krzysztof Kowalke: Assessment of the usefulness of Stock Exchange recommendations based on the DCF method on the example of construction companies..... | 112 |
| Mieczysław Kowerski: The sample selection models of dividend yield of companies quoted on the Warsaw Stock Exchange..... | 123 |
| Dominik Krężolek: The efficient frontier of investment portfolios and the tail index of distribution of returns – an empirical analysis on the WSE | 132 |
| Monika Kubik-Kwiatkowska: Value relevance of financial reporting on the Warsaw Stock Exchange..... | 141 |
| Agnieszka Majewska: The value of employee stock options – selected problems..... | 151 |
| Sebastian Majewski: Measuring of investment sentiment as a method of supporting investment strategies..... | 161 |
| Piotr Manikowski: Insurance cycles in Central Europe..... | 170 |
| Artur Mikulec: Investment performance evaluation methods in the absence of normality of the rates of return..... | 180 |
| Joanna Olbryś: Friction in trading processes and its implications | 189 |
| Andrzej Paliński: The game theoretic approach to bank credit repayment.... | 198 |
| Monika Papież, Stanisław Wanat: The application of autoregressive models and vector autoregressive models in forecasting basic variables on the non-life insurance market | 208 |

| | |
|---|-----|
| Daniel Papla: Example of using multidimensional methods in analyzing the contagion on the financial markets | 218 |
| Tomasz Pisula: Application of artificial neural networks for forecasting corporate bankruptcy | 234 |
| Agnieszka Przybylska-Mazur: Selected targeting rules and forecasting inflation rate | 245 |
| Paweł Siarka: The use of scoring models in commercial banking..... | 261 |
| Rafał Siedlecki: The structure of capital in the company life cycle | 270 |
| Anna Sroczyńska-Baron: The choice of shares portfolio based on the theory of games..... | 280 |
| Michał Stachura, Barbara Wodecka: Asymmetric copulas applications in economic modelling..... | 288 |
| Michał Stachura, Barbara Wodecka: Value-at-Risk estimation using ‘ <i>k</i> -th record’ estimator | 297 |
| Piotr Staszewicz: Zapis poczwórny jako mechanizm pozwalający na integrację sprawozdawczości finansowej i ostrożnościowej | 309 |
| Anna Szymańska: Factors determining a choice of an insurer in case of motor hull insurance | 322 |
| Sławomir Śmiech, Wojciech Zysk: Assessments of rating as part of competitiveness of selected economies – verification on the example of Fitch agency | 332 |
| Rafał Tuzimek: Effect of dividend payments on the value of shares listed on the Warsaw Stock Exchange | 346 |
| Jacek Welc: Impact of mean-reversion of sales growth and profitability on the relative growth of corporate earnings | 355 |
| Ryszard Węgrzyn: Application of model free delta to option hedging | 366 |
| Stanisław Wieteska: Lightning as an element of risk in non-life insurance in the Polish area of climate..... | 380 |
| Alicja Wolny-Dominiak: Zero-inflated claim count modeling in automobile insurance. Case Study | 390 |

Barbara Będowska-Sójka

Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu

ZASTOSOWANIE ZMIENNOŚCI ZREALIZOWANEJ I MODELI TYPU ARCH W WYZNACZANIU WARTOŚCI ZAGROŻONEJ¹

Streszczenie: W szacowaniu wartości zagrożonej istotną rolę odgrywa przyjęta miara zmienności zwrotów z instrumentu finansowego. Do oszacowania nieobserwowalnej zmienności stosuje się modele parametryczne, zmienność implikowaną, wykorzystuje się kwadraty dziennych stóp zwrotu bądź szacuje dzienną zmienność zrealizowaną na podstawie danych wysokiej częstotliwości. W pracy podjęto próbę wyznaczenia prognoz wartości zagrożonej dla indeksu WIG20 i najbardziej płynnych spółek notowanych na GPW w Warszawie, wykorzystując różne miary zmienności zrealizowanej i porównano z prognozami wartości zagrożonej uzyskanymi z modeli GARCH. Wykazano, że z punktu widzenia prognozowania wartości zagrożonej lepsze wyniki uzyskuje się, stosując metody oparte na modelach z rodziny GARCH.

Słowa kluczowe: zmienność zrealizowana, prognozy zmienności, wartość zagrożona.

1. Wstęp

Jednym z głównych wyzwań w finansach jest oszacowanie zmienności, nieobserwowalnej wielkości, która ma kluczowe znaczenie w inżynierii finansowej, zarządzaniu portfelem czy zarządzaniu ryzykiem. W związku z istotnym znaczeniem wartości zagrożonej (*Value at Risk*) w szacowaniu ryzyka dobre oszacowanie zmienności i jej trafne krótkoterminowe prognozy nabierają olbrzymiej wagi.

W szacowaniu zmienności powszechnie stosuje się modele bazujące na dziennych zwrotach (modele GARCH, zmienność implikowana czy też kwadraty zwrotów dziennych) bądź też miary oparte na zmienności zrealizowanej, a więc wymagające danych o wysokiej częstotliwości. Popularność wykorzystywania danych o wysokiej częstotliwości w szacowaniu zmienności idzie w parze z coraz większą dostępnością tego rodzaju danych i rosnącymi możliwościami obliczeniowymi kom-

¹ Praca naukowa finansowana ze środków na naukę w latach 2010-2012 jako projekt badawczy nr N N111 346039.

puterów. Idea stosowania danych śróddziennych w szacowaniu zmienności pojawia się u Mertona [1980]. W artykułach Taylora i Xu [1997] oraz Andersena i Bollersleva [1998] wprowadza się pojęcie zmienności (wariancji) zrealizowanej. W ciągu ostatnich lat pojawiło się wiele prac, w których wykorzystano koncepcję zmienności zrealizowanej: jako punkt odniesienia dla prognoz z modeli GARCH [Doman 2003] oraz do prognozowania zmienności (np. z wykorzystaniem modeli HAR-RV Corsiego [2009] czy modeli ARFIMA [Andersen i in. 2003]).

Decyzja co do tego, które z podejść szacowania zmienności zastosować, oparte na danych dziennych (np. zmienność warunkowa z modeli GARCH) czy śróddziennych (takich jak np. zmienność zrealizowana), nie jest łatwa: dostępność tych ostatnich jest ograniczona, ich przygotowanie wymaga sporo czasu i zasobów (pliki z danymi mają duże objętości), ale istnieje przekonanie, że informacje zawarte w tych danych są bardziej dokładne niż te, które uzyskujemy z powszechnie dostępnych danych dziennych. Dodatkową zaletą stosowania zmienności zrealizowanej jest jej nieparametryczny charakter: nie ma konieczności szacowania modelu, a jedynie przeprowadza się prostą procedurę obliczeniową. Są jednak pewne ograniczenia stosowania tej metody: w przypadku mało płynnych walorów uzyskane oszacowania nie będą zadowalające.

W literaturze nie ma jednoznacznej wskazówki co do tego, jak szacować zmienność na potrzeby wartości zagrożonej: Müller [1999] stwierdza, że oszacowania wartości zagrożonej na podstawie danych dziennych w dużej mierze zależą od momentu, w którym wyznacza się zwroty: inne wartości uzyskujemy, koncentrując się na kursach otwarcia, a inne na kursach zamknięcia. Bauwens i Giot [2001] prognozuje wartość zagrożoną dla bardzo krótkich interwałów czasowych, wykorzystując dane wysokiej częstotliwości. Natomiast Giot i Laurent [2011] wykazują, że w przypadku indeksów CAC40 i S&P dobór odpowiedniego modelu GARCH pozwala na uzyskanie porównywalnych co do trafności prognoz wartości zagrożonej jak te uzyskiwane na podstawie danych śróddziennych.

Celem artykułu jest odpowiedź na pytanie, czy w warunkach polskiego rynku kapitałowego prognozy wartości zagrożonej wykorzystujące dane śróddzienne są lepsze od prognoz opartych na danych dziennych. Postawione prognozy wartości zagrożonej oparte na danych śróddziennych bazują na modelu ARFIMA, podczas gdy prognozy oparte na danych dziennych – na modelach z rodziny GARCH. Badanie przeprowadzono dla zwrotów z indeksu WIG20 oraz następujących spółek notowanych na GPW: KGHM (KGH), PEKAO SA (PEO), PKN Orlen (PKN) oraz TPSA (TPS). Jest ono kontynuacją prac zaprezentowanych w artykule Będowskiej-Sójki [2011], w którym wykazano, że prognozy zmienności z modelu ARFIMA są lepsze od prognoz z modelu HAR-RV.

2. Zmienność (wariancja) zrealizowana

Koncepcja zmienności zrealizowanej osadzona jest w procesach z czasem ciągłym. Dany jest geometryczny ruch Browna:

$$dp(t) = \mu(t)dt + \sigma(t)dW(t),$$

gdzie $p(t)$ jest logarytmem ceny waloru, $\mu(t)$ jest procesem średniej, $W(t)$ jest geometrycznym ruchem Browna i $\sigma(t)$ jest procesem stochastycznym niezależnym od $W(t)$ [Laurent 2010]. Zauważmy, że zmienność zintegrowana w dniu t jest całką z wariancji na przestrzeni 1 dnia:

$$IV_{t+1}(\Delta) = \int_t^{t+1} \sigma^2(s)ds.$$

Barndorff-Nielsen i Shephard [2002] wykazali, że do wyznaczenia zmienności zintegrowanej można wykorzystać kwadraty zwrotów o wysokiej częstotliwości.

Niech Δr będzie dyskretnym zwrotem obserwowanym z częstotliwością $1/\Delta$ (gdzie $1/\Delta$ jest liczbą całkowitą większą od zera), wyznaczanym jako $r_{t,\Delta} = 100 \times (\ln P_t - \ln P_{t-\Delta})$. Zmienność (wariancja) zrealizowana określona jest wówczas jako suma kwadratów zwrotów obserwowanych z częstotliwością $1/\Delta^2$:

$$RV_{t+1}(\Delta) = \sum_{j=1}^{1/\Delta} r_{t+j,\Delta}^2.$$

W przypadku rynku akcji wariancja zrealizowana wyznaczona w ten sposób jest obciążona szumem wynikającym z faktu, że giełdy są zamknięte w okresie, w którym obserwuje się napływ informacji. W rezultacie pierwszy zwrot, tzw. zwrot nocny, jest najczęściej największym co do wartości bezwzględnej zwrotem obserwowanym w ciągu dnia sesyjnego [Będowska-Sójka, Kliber 2010]. W wielu badaniach stosuje się wariancję zrealizowaną dzienną, a więc bez uwzględniania zwrotu nocnego [Andersen i in. 2001]. W artykule porównane zostaną prognozy wartości zagrożonej z uwzględnieniem zwrotu nocnego w szacowaniu zmienności zrealizowanej (RV) i z pominięciem tego zwrotu (RVd).

Warto zwrócić uwagę na stosowane pojęcia: w literaturze często zamiennie stosuje się zmienność zrealizowaną i wariancję zrealizowaną. Wariancja zrealizowana to suma kwadratów zwrotów śróddziennych, a zmienność zrealizowana odnosi się do różnych miar zmienności bazujących na kwadratach zwrotów śróddziennych (a więc może oznaczać wariancję zrealizowaną, zrealizowane odchylenie standardowe, logarytm wariancji zrealizowanej). W dalszej części artykułu prognozuje się szereg logarytmów wariancji zrealizowanej.

² Teoretyczne uzasadnienie, założenia leżące u podstaw metodologii oraz inne sposoby obliczania zmienności zrealizowanej znaleźć można np. w pracy [Doman 2003; Doman, Doman 2009].

3. Dane i statystyki opisowe

Postawienie prognoz wartości zagrożonej wymaga określenia częstotliwości obserwacji zwrotów służących do wyznaczania zmienności zrealizowanej, tak aby prognozy były możliwie najbardziej trafne. Wskazania płynące z literatury są bardzo niejednoznaczne: Dacorogna i in. [1998] stosują zwroty godzinne, w pracy Corsi i in. [2009] sugeruje się, że częstotliwość zwrotów wymaganych do obliczenia zmienności zrealizowanej przy bardzo płynnych rynkach kursów walutowych powinna być w granicach 20-30 minut, a w odniesieniu do mniej płynnych rynków zakłada się, że częstotliwość obserwacji powinna być odpowiednio niższa. Giot i Laurent [2011] opierają się na zwrotach 5- i 15-minutowych dla indeksów rynku akcji i obie częstotliwości dają zbliżone wyniki. W pracy Andersena i in. [2001] stosowane są dane 5-minutowe, podczas gdy Zumbach i Müller [2001] wykorzystują dane niehomogeniczne (*tick-by-tick*)³.

Dane wyjściowe w badaniu stanowią pięciominutowe notowania cen akcji spółek (KGH, PEO, PKO, PKN oraz TPS) i indeksu (WIG20) pochodzące z serwisu www.stooq.pl. Ceny te zostały następnie przekształcone w procentowe logarytmiczne zwroty 30-minutowe. Obliczenia zostały przeprowadzone w Ox version 6.10 [Doornik 2007] i Arfima package version 1.00 [Doornik, Ooms 2003] oraz G@RCH 6.1 [Laurent 2010]. Rozpatrywany okres jest niejednorodny pod względem długości dnia sesyjnego. Tabela 1 przedstawia rozpatrywane okresy i liczbę zwrotów 5- i 30-minutowych.

Tabela 1. Liczba zwrotów 5- i 30-minutowych w poszczególnych okresach

| Okres | Sesja | Liczba zwrotów 5-minutowych | Liczba zwrotów 30-minutowych |
|-----------------------|------------|-----------------------------|------------------------------|
| 2007.09.01-2008.08.31 | 9:30-16:10 | 80 | 15 |
| 2008.09.01-2010.12.31 | 9:00-16:10 | 86 | 16 |
| 2011.01.01-2011.04.21 | 9:00-17:20 | 100 | 18 |

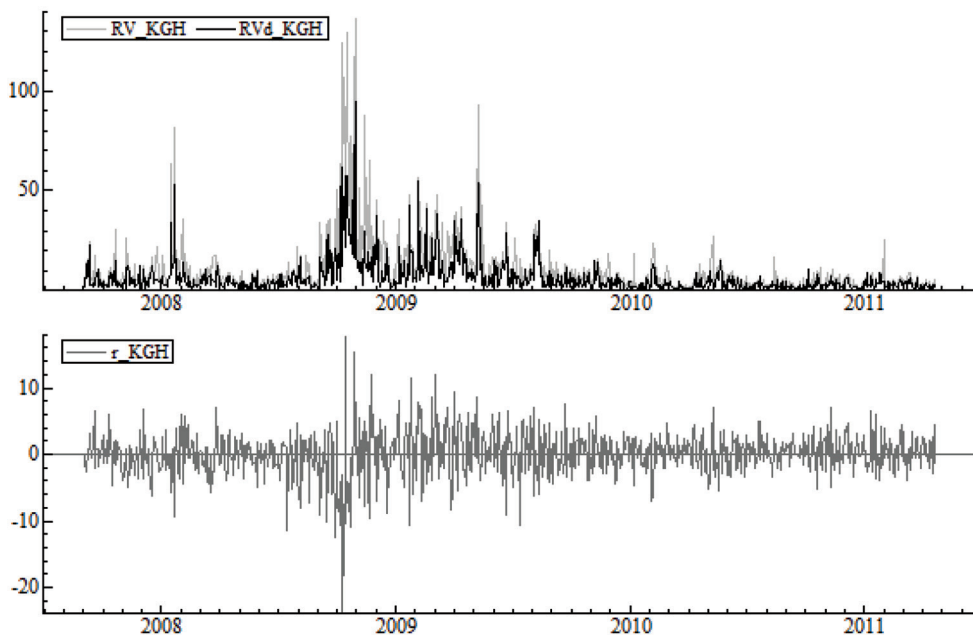
Źródło: obliczenia własne.

Zwroty 30-minutowe wyznaczone są według następujących zasad: zwrot nocny traktowany jest oddzielnie, a więc jest to zwrot liczony od ceny zamknięcia do pierwszej ceny (np. 16:10-9:05). Kolejne zwroty wyznaczane są co 30 minut jako suma sześciu 5-minutowych logarytmicznych zwrotów procentowych (9:10-9:35). Ostatni zwrot nie jest zwrotem 30-minutowym, ale składa się z tylu zwrotów 5-minutowych, ile pozostało w danym dniu. Obcięcie ostatnich „niepełnych” 30-minutowych zwrotów dawało gorsze oszacowania.

³ Dane homogeniczne, czyli dane o równym interwale obserwacji, charakteryzują się większą dostępnością i są – co istotne z punktu widzenia inwestora – mniej wymagające i czasochłonne w opracowaniu niż dane niehomogeniczne, przez co są częściej wykorzystywane w badaniach.

Następnie na podstawie zwrotów 30-minutowych wyznaczona jest wariancja zrealizowana (RV) oraz dzienna wariancja zrealizowana (RVd) z pominięciem pierwszego zwrotu (tzw. zwrotu nocnego). W naszym przypadku interesujące jest to, czy uwzględnienie zwrotu nocnego ma wpływ na jakość prognoz zmienności i w rezultacie na szacowaną wartość zagrożoną. Uwzględniono również dane dzienne (ceny zamknięcia) dla wymienionych spółek i indeksu i na ich podstawie wyznaczono dzienne procentowe zwroty logarytmiczne.

Na rysunku 1 zaprezentowano obie zmienności zrealizowane wraz ze zwrotami dla KGH.



Rys. 1. Wariancja zrealizowana RV i RVd wraz ze zwrotami dla spółki KGH

Źródło: obliczenia własne.

Okresy podwyższonej zmienności zwrotów charakteryzują się wyższą zmiennością zrealizowaną. Zgodnie z oczekiwaniami zmienność zrealizowana dzienna (RVd) osiąga niższe wartości niż zmienność zrealizowana (RV).

Z całej próby, która obejmuje 925 dni, odjęto 200 obserwacji i oszacowano zmienność w próbie (2007.09.03-2010.07.09), a następnie postawiono jednodniowe prognozy zmienności na 200 kolejnych dni (2010.07.12-2011.04.21), powtarzając estymację modelu co 50 obserwacji.

4. Dwie konkurencyjne klasy modeli dla prognoz wartości zagrożonej

Do prognozowania wartości zagrożonej zastosowano dwie klasy konkurencyjnych modeli pozwalających postawić prognozy zmienności: modele z rodziny GARCH dla danych dziennych oraz modele ARFIMA dla logarytmu wariancji zrealizowanej (RV) i wariancji zrealizowanej dziennej (RVd) dla danych śróddziennych. W klasie metod parametrycznych modele GARCH są chyba najczęściej wykorzystywanymi modelami. Obok standardowego modelu GARCH(1,1) wybrano również model APARCH(1,1) ze względu na jego specyfikację obejmującą zarówno efekty dźwigni, jak i asymetrię rozkładu. Modele ARFIMA zostały zaproponowane w pracy Andersena i in. [2001; 2003], gdyż pozwalają dobrze modelować długą pamięć obecną w zmienności instrumentów finansowych. Dodatkowo dla obu klas modeli zastosowano dwa rozkłady stóp zwrotu: rozkład normalny i rozkład t -Studenta.

4.1. Wartość zagrożona

Na potrzeby badania wyznaczono wartość zagrożoną dla pozycji długiej i krótkiej przy trzech poziomach istotności α . Wartość pozycji długiej określono na podstawie:

$$VaR_{t+1}^l(\alpha) = \mu_t(1) - \sigma_t(1)z_\alpha.$$

A pozycji krótkiej:

$$VaR_{t+1}^s(\alpha) = \mu_t(1) + \sigma_t(1)z_{1-\alpha},$$

gdzie $\mu_t(1)$ i $\sigma_t(1)$ oznaczają prognozy średniej warunkowej i wariancji warunkowej (w przypadku modelu klasy GARCH dla zmienności zrealizowanej jest to prognoza wynikająca z modelu ARFIMA) jeden dzień naprzód, a z_α i $z_{1-\alpha}$ oznaczają odpowiednie kwantyle rozkładu.

Wewnątrz każdej klasy modeli porównano trafności prognoz VaR, wykorzystując zwyczajowo stosowane w literaturze testy: test Kupca oraz test Engla i Manganellego [Giot, Laurent 2011; Doman, Doman 2009]. W celu przeprowadzenia testu Kupca wyznaczono liczbę przekroczeń f i sprawdzono, czy ich udział jest równy założonemu poziomowi α . Hipoteza zerowa dla tego testu mówi, że $H_0 : f = \alpha$ wobec hipotezy alternatywnej $H_1 : f \neq \alpha$. Statystyka testowa ma rozkład chi-kwadrat o 1 stopniu swobody.

Test kwantyli dynamicznych Engla i Manganellego [1999] służy określeniu, czy przekroczenia w próbie są równomiernie rozmieszczone. W uproszczeniu hipoteza zerowa tego testu zakłada, że w przekroczeniach nie występuje autokorelacja.

4.2. Modele GARCH

W celu uzyskania prognoz wartości zagrożonej oszacowano modele GARCH [Bollerslev 1985] i APARCH (*asymmetric power ARCH* [Ding, Granger i Engle 1993]).

Wybór modelu GARCH wynika z tego, że jest to popularny i stosunkowo najprostszy model w tej klasie stosowany w praktyce. Wybór modelu APARCH jest podyktowany tym, że jest to model zagnieżdżający w sobie kilka innych modeli GARCH, który pozwala na uwzględnienie efektu dźwigni oraz ewentualnej asymetrii w pojawiających się szokach. Giot i Laurent [2011] stosują model APARCH ze skośnym rozkładem t -Studenta, natomiast zastosowanie tego rozkładu w przypadku badanych tutaj szeregów nie wpłynęło na poprawę rezultatów. Dla wszystkich szeregów liczba opóźnień w równaniu wariancji warunkowej jest taka sama, a równanie średniej warunkowej jest zredukowane do procesu innowacji.

Postać szacowanych modeli jest następująca:

$$r_t = a_t,$$

$$\text{GARCH}(1,1): a_t = \sigma_t \varepsilon_t \quad \sigma_t^2 = \varpi + \alpha a_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2,$$

$$\text{APARCH}(1,1): a_t = \sigma_t \varepsilon_t \quad \sigma_t^\delta = \varpi + \alpha (|a_{t-1}| - \gamma a_{t-1})^\delta + \beta \sigma_{t-1}^\delta,$$

$$\delta > 0, -1 < \gamma < 1.$$

Poniżej przedstawiono oszacowania 4 rodzajów modeli dla szeregu zwrotów z TPS.

Tabela 2. Oszacowania modelu GARCH(1,1) i APARCH(1,1) z rozkładem normalnym i rozkładem t -Studenta dla zwrotów z TPS w okresie 2007.09.03-2010.07.09.

| | ω | α | β | γ | δ | DF | LL |
|--------------------|---------------|---------------|---------------|----------|---------------|--------|----------|
| APARCH t Student | 0.0510 | 0.0571 | 0.9085 | 0.0528 | 0.2554 | 8.4274 | -1477.50 |
| | (0.0209) | (0.0226) | (0.0274) | (0.2805) | (0.1580) | | |
| APARCH normalny | 0.0528 | 0.0493 | 0.9115 | -0.0689 | 0.2090 | | -1486.72 |
| | (0.0175) | (0.0144) | (0.0218) | (0.2449) | (0.0786) | | |
| GARCH t Student | 0.1558 | 0.0923 | 0.8734 | | | 7.1094 | -1479.90 |
| | (0.1010) | (0.0324) | (0.0463) | | | | |
| GARCH normalny | 0.1424 | 0.0576 | 0.9071 | | | | -1494.10 |
| | (0.1030) | (0.0224) | (0.0431) | | | | |

W nawiasach znajdują się wartości błędów standardowych oszacowanych parametrów. Statystycznie istotne oszacowania parametrów są pogrubione. DF oznacza liczbę stopni swobody w rozkładzie t -Studenta. LL oznacza wartość logarytmicznej funkcji wiarygodności.

Źródło: obliczenia własne.

Z zaprezentowanych oszacowań dla TPS wynika, że szereg dziennych stóp zwrotu wykazuje stosunkowo wysoką persystencję w zmienności (wartość parametru β jest bliska 0.9), ale nie obserwujemy efektu dźwigni (γ nie jest statystycznie istotnie różna od zera). Z punktu widzenia dobroci dopasowania modelu najlepszym mode-

lem okazuje się model APARCH z rozkładem t -Studenta (najwyższa wartość LL). Przeprowadzone zostały testy specyfikacji modeli: we wszystkich przypadkach reszty modelu spełniają założenia – nie obserwujemy autokorelacji w standaryzowanych resztach ani w kwadratach standaryzowanych reszt.

4.3. Modele ARFIMA

Drugie weryfikowane podejście do prognozowania wartości zagrożonej oparte jest na zmienności zrealizowanej wyznaczonej jako suma kwadratów stóp zwrotu z uwzględnieniem (RV) bądź pominięciem (RVd) zwrotu nocnego. Następnie wyznaczono logarytmny zmienności zrealizowanych (aby uniknąć ewentualnej ujemnej wartości zmienności) i poddano modelowaniu modelem ARFIMA. Liczba opóźnień AR waha się od 1 do 3, wartość parametru zintegrowania ułamkowego dla poszczególnych szeregów zawiera się w przedziale 0.4-0.5, liczba opóźnień MA wynosi 0. Podobnie jak w przypadku prognoz z modeli GARCH każda prognoza z modelu ARFIMA jest postawiona 1 dzień naprzód, a modele są reestymowane co 50 obserwacji. Na podstawie uzyskanych prognoz zmienności po odpowiednich przekształceniach wyznaczono prognozy wartości zagrożonej.

5. Wyniki i konkluzje

Uzyskane z obu podejść prognozy wartości zagrożonej zostały zweryfikowane za pomocą testu Kupca i testu Engle'a i Manganellego. Porównano prognozy wartości zagrożonej w obrębie dwóch metod dla dwóch rozkładów i dwóch typów modeli. Wyniki zawarte zostały w tab. 3 i 4.

W przypadku prognoz wartości zagrożonej z modeli GARCH trudno jest określić, który model, klasyczny GARCH czy bardziej skomplikowany APARCH, gwarantuje lepsze prognozy zmienności. Poza przypadkiem KGH (tab. 3), gdzie prognozy dla pozycji długiej z modelu GARCH są niezadowolające, ale z kolei w pozycji krótkiej APARCH daje gorsze rezultaty, nie ma wyraźnej różnicy między modelami. Oba nie radzą sobie z długą pozycją w WIG20 bez względu na przyjęty rozkład. W PKN w pozycji długiej najlepiej wypada model APARCH z rozkładem normalnym. Dla PEO i TPS liczba przekroczeń w prognozach wartości zagrożonych dla wszystkich poziomów istotności i obu pozycji jest zgodna z założoną. Wyniki testu kwantyli dynamicznych Engle'a i Manganellego są dość zbliżone (nie przedstawiono ich z racji ograniczonego miejsca): dla PEO przekroczenia są równomiernie rozłożone, w przypadku szeregu TPS w jednym przypadku są podstawy do odrzucenia hipotezy zerowej.

Porównując prognozy dla dwóch podejść wykorzystujących zmienność zrealizowaną (tab. 4), stwierdzono, że nieco lepiej wypadają prognozy wartości zagrożonej stawiane na podstawie zmienności zrealizowanej RV ze zwrotem nocnym (pozycja krótka) i bez uwzględnienia zwrotu nocnego (pozycja długa). Generalnie lepsze są

Tabela 3. Wyniki testu Kupca dla prognoz wartości zagrożonej jeden dzień naprzód na okres 200 obserwacji z modelu GARCH(1,1) i APARCH(1,1) z rozkładem normalnym i rozkładem *t*-Studenta

| | VaR dla pozycji krótkiej | | | | VaR dla pozycji długiej | | | |
|--------------|--------------------------|---------------|--------|---------|-------------------------|---------------|---------------|---------------|
| | Gauss | Student | Gauss | Student | Gauss | Student | Gauss | Student |
| α | 0.05 | 0.01 | 0.025 | 0.05 | 0.01 | 0.025 | 0.05 | 0.01 |
| KGH | | | | | | | | |
| GARCH(1,1) | 0.1297 | 0.5082 | 0.3925 | 0.1297 | 1.0000 | 0.0274 | 0.0080 | 0.0274 |
| APARCH(1,1) | 0.0722 | 0.0025 | 0.2109 | 0.0722 | 0.5082 | 0.1228 | 0.0737 | 0.1228 |
| PEO | | | | | | | | |
| GARCH(1,1) | 0.5020 | 1.0000 | 1.0000 | 0.5020 | 1.0000 | 0.1228 | 0.3047 | 0.1228 |
| APARCH(1,1) | 0.5020 | 0.6391 | 0.6391 | 0.5020 | 1.0000 | 0.1228 | 0.0275 | 0.1228 |
| PKN | | | | | | | | |
| GARCH(1,1) | 0.7493 | 0.6604 | 0.2109 | 0.7416 | 1.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| APARCH(1,1) | 0.2198 | 0.0457 | 0.2109 | 0.5287 | 0.6604 | 0.0274 | 0.0080 | 0.0274 |
| TPS | | | | | | | | |
| GARCH(1,1) | 0.8084 | 0.9716 | 0.9965 | 0.7164 | 0.9931 | 0.8075 | 0.8564 | 0.8075 |
| APARCH(1,1) | 0.4492 | 0.9018 | 1.0000 | 0.1220 | 0.9018 | 0.8075 | 0.8084 | 0.8075 |
| WIG20 | | | | | | | | |
| GARCH(1,1) | 0.5287 | 0.6604 | 1.0000 | 0.5287 | 0.6604 | 0.0000 | 0.0080 | 0.0000 |
| APARCH(1,1) | 1.0000 | 0.6391 | 0.2109 | 1.0000 | 0.6391 | 0.0000 | 0.0275 | 0.0000 |

Pogrubieniem zaznaczono przypadki, w których liczba przekroczeń nie jest równa założonemu kwantylowi.

Źródło: obliczenia własne.

Tabela 4. Wyniki testu Kupca dla prognoz wartości zagrożonej jeden dzień naprzód na okres 200 obserwacji z modelu ARFIMA (p, d, q) z rozkładem normalnym i rozkładem t -Studenta.

| | | VaR dla pozycji krótkiej | | | | VaR dla pozycji długiej | | | | |
|--------------|--|--------------------------|---------------|---------------|---------------|-------------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| | | Gauss | Student | | | Gauss | Student | | | |
| α | | 0.05 | 0.05 | 0.01 | 0.025 | 0.01 | 0.05 | 0.01 | 0.025 | 0.01 |
| KGH | | | | | | | | | | |
| RV | | 0.0000 | 0.0013 | 0.0013 | 0.2107 | 0.0218 | 0.0737 | 0.4315 | 0.1228 | 0.4315 |
| RV/d | | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 1.0000 | 0.0457 | 0.6391 | 1.0000 |
| PEO | | | | | | | | | | |
| RV | | 0.7493 | 0.5020 | 0.4315 | 0.6604 | 0.7493 | 0.0080 | 0.0000 | 0.0274 | 0.0000 |
| RV/d | | 0.2198 | 1.0000 | 0.0218 | 0.6604 | 0.5287 | 0.7416 | 0.5082 | 0.3283 | 0.4315 |
| PKN | | | | | | | | | | |
| RV | | 0.1297 | 0.7416 | 0.2109 | 0.6391 | 0.7493 | 0.0080 | 0.0000 | 0.0274 | 0.0000 |
| RV/d | | 0.0190 | 0.0003 | 0.0003 | 0.0187 | 0.0722 | 0.3047 | 0.2109 | 0.6391 | 1.0000 |
| TPS | | | | | | | | | | |
| RV | | 0.3512 | 0.3047 | 1.0000 | 0.3283 | 0.5287 | 0.3047 | 0.0056 | 0.3925 | 0.2109 |
| RV/d | | 0.0190 | 1.0000 | 0.2109 | 0.2107 | 0.3512 | 0.5287 | 0.0013 | 0.2107 | 0.0218 |
| WIG20 | | | | | | | | | | |
| RV | | 0.0190 | 0.5287 | 0.0733 | 0.2107 | 0.1622 | 0.0737 | 0.4315 | 0.0274 | 0.0000 |
| RV/d | | 0.0003 | 0.0381 | 0.0013 | 0.0187 | 0.3512 | 0.1622 | 1.0000 | 0.6391 | 1.0000 |

Pogrubieniem zaznaczono przypadki, w których liczba przekroczeń nie jest równa założonemu kwantylowi. Zmiennosć zrealizowana ($RV, RV/d$) wyznaczona jest na podstawie zwrotów 30-minutowych.

Źródło: obliczenia własne.

prognozy, w których założono rozkład t -Studenta. Jednakże w przypadku każdej spółki test Kupca wykazuje podstawy do odrzucenia hipotezy zerowej, podobnie jest z testem Engle'a i Manganellego.

Prognozowanie zmienności na potrzeby określenia wartości zagrożonej jest wyzwaniem dla współczesnej ekonometrii finansowej. W dobie dostępu do danych o wysokiej częstotliwości nasuwa się pytanie, czy prognozy wartości zagrożonej postawione z ich uwzględnieniem są lepsze niż prognozy oparte na danych dziennych. Na podstawie badania przeprowadzonego dla pięciu najbardziej płynnych spółek z WIG20 oraz dla indeksu WIG20 w okresie 2007.09-2011.04 stwierdzono, że lepsze prognozy wartości zagrożonej z punktu widzenia liczby i skupienia przekroczeń uzyskano, szacując zmienność metodami parametrycznymi (modele GARCH i APARCH), niż stosując nieparametryczną miarę zmienności, jaką jest zmienność zrealizowana. Choć intuicyjnie korzystanie z danych śróddziennych pozwala na wykorzystanie większego zbioru informacji dotyczącej zmienności zwrotów instrumentów finansowych niż stosowanie wyłącznie danych dziennych, to jednak z punktu widzenia wyznaczania wartości zagrożonej na podstawie przeprowadzonego badania stwierdzono, że korzystanie z tych ostatnich wydaje się bardziej skuteczne i efektywne. Wynika to przede wszystkim z faktu, iż zastosowanie metody nieparametrycznej wyznaczania zmienności, jaką jest zmienność zrealizowana, jest bardziej czasochłonne ze względu na konieczność przygotowania dużych zbiorów danych.

Literatura

- Andersen T.G., Bollerslev T., *Answering the skeptics. Yes, standard volatility models do provide accurate forecasts*, "International Economic Review" 1998, no 39.
- Andersen T.G., Bollerslev T., Diebold F.X., Ebens H., *The distribution of realized stock return volatility*, "Journal of Financial Economics" 2001, no 61.
- Andersen T.G., Bollerslev T., Diebold F.X., Labys P., *Modeling and forecasting realized volatility*, "Econometrica" 2003, no 71.
- Barndorff-Nielsen O.E., Shephard N., *Econometric analysis of realised volatility and its use in estimating stochastic volatility models*, "Journal of the Royal Statistical Society" 2002, seria B, no 64.
- Będowska-Sójka B., *Prognozowanie zmienności zwrotów z akcji w oparciu o dane śróddzienne*, [w:] *Matematyka i informatyka na usługach ekonomii*, red. D. Appenzeller, Wydawnictwo UEP, Poznań 2011.
- Będowska-Sójka B., Kliber A., *Realized volatility versus GARCH and stochastic volatility models. the evidence from the WIG20 Index and the EUR/PLN foreign exchange market*, "Przegląd Statystyczny" 2010, no 4, tom 57.
- Bauwens L., Giot P., *Econometric Modeling of Stock Market Intraday Activity*, Springer, 2001.
- Corsi F., Dacorogna M., Müller U., Zumbach G., *High frequency data do improve volatility and risk estimation*, FCO.2000-03-18, Olsen Ltd. Research Group, 2009.
- Corsi F., *A simple approximate long-memory model of realized volatility*, "Journal of Financial Econometrics" 2009, vol. 7, no 2.
- Dacorogna M., Gaurreau C., Müller U., Olsen R., Pictet O., *Changing time scale for short-term forecasting in financial markets*, "Journal of Forecasting" 1996, vol. 15, Issue 3.

- Ding Z., Granger C.W.J., Engle R., *A long memory property of stock market returns and a new model*, "Journal of Empirical Finance" 1993, no 1.
- Doman M., Doman R., *Modelowanie zmienności*, Wolters Kluwer, Kraków 2009.
- Doman R., *Prognozowanie zmienności zrealizowanej indeksu WIG20 za pomocą modelu GARCH*, „Przegląd Statystyczny” 2003, nr 50 (4).
- Doornik, J.A., *Object-Oriented Matrix Programming Using Ox*, 3rd ed., Timberlake Consultants Press and Oxford, London 2007, www.doornik.com.
- Doornik J.A., Ooms M., *Computational aspects of maximum likelihood estimation of autoregressive fractionally integrated moving average models*, "Computational Statistics and Data Analysis" 2003, no 41.
- Engle R.F., Manganelli S., *CAViaR: Conditional autoregressive Value at Risk by regression quantiles*, [w:] *Econometric Society World Congress 2000*, Contributed Papers 0841, Econometric Society, 1999.
- Giot P., Laurent S., *Modelling daily Value-at-Risk using realized volatility and ARCH-type models*, Working Paper, <http://www.core.ucl.ac.be/econometrics/giot.htm#Papers> (dostęp: 10.10.2011).
- Hecq A., Laurent S., Palm F., *Common intraday periodicity*, prezentacja na: Computational and Financial Econometrics (CFE'10) Conference, London 2010.
- Laurent S., *G@rch 6.0 help*, Timberlake Consultants Ltd., London 2010.
- Merton R., *On estimating the expected return on the market; an exploratory investigation*, "Journal of Financial Economics" 1980, no 8.
- Müller U.A., *Volatility Computed by Time Series Operators at High Frequency*, Internal document UAM.1999-09-01, Olsen & Associates, Zurich 1999.
- Taylor S., Xu X., *The incremental volatility information in one million foreign exchange quotations*, „Journal of Empirical Finance" 1997, no 4.
- Zumbach G.O., Müller U.A., *Operators on inhomogeneous time series*, "International Journal of Theoretical and Applied Finance" 2001, no 4(1).

MODELING VALUE-AT-RISK WHEN REALIZED VOLATILITY AND ARCH-TYPE MODELS ARE USED

Summary: When forecasting value-at-risk the important issue is the method of estimating unobservable volatility. In the article we compare the performance of two types of VaR forecasts: parametric, where volatility is based on two GARCH-type models (GARCH and APARCH) and nonparametric, where volatility is calculated as realized volatility with and without night return. Our sample consists of returns of the most liquid stocks and WIG20 index in the period 2007.09 – 2011.04. Surprisingly, for the financial series considered in the paper the value-at-risk based on GARCH-type models performed better than value-at-risk based on ARFIMA models for realized volatility. As the use of nonparametric measures of volatility is more time-consuming and data requirements are serious we recommend the parametric methods for value-at-risk estimation.

Keywords: intraday data, value at risk, realized volatility, GARCH.