

Politechnika Opolska

Wydział Elektrotechniki i Automatyki



mgr inż. Ryszard Kopka

**Problemy Bezpieczeństwa Stosowania
Systemów Optycznych
w Środowiskach Wybuchowych**

rozprawa doktorska

Promotor: Prof. dr hab. inż. Jerzy Frączek

Opole 2004

Spis treści

Wykaz ważniejszych oznaczeń	4
1 Wprowadzenie	5
1.1 Wstęp	5
1.2 Przegląd literatury	6
1.3 Problematyka i teza pracy	7
2 Promieniowanie optyczne jako przyczyna zapłonu	12
2.1 Wprowadzenie	12
2.2 Wymiana ciepła przez promieniowanie optyczne	13
2.3 Nagrzewanie ciała stałego promieniowaniem optycznym	15
2.4 Sposoby zapłonu mieszanin gazowo i pyłowo powietrznych	20
2.4.1 Wprowadzenie	20
2.4.2 Termiczna teoria samozapłonu	21
2.4.3 Chemiczna teoria zapłonu	23
2.4.4 Zapłon iskrowy	24
2.4.5 Wybuchy pyłów	24
2.5 Energia, powierzchnia i czas naświetlania	26
2.6 Promieniowanie ciągłe	28
2.6.1 Promieniowanie ciągłe naświetlające małą powierzchnię	29
2.6.1.1 Elementy naświetlane wykonane z materiałów niepalnych	29
2.6.1.2 Elementy naświetlane wykonane z materiałów palnych	30
2.6.2 Promieniowanie ciągłe naświetlające dużą powierzchnię	31
2.6.2.1 Elementy naświetlane wykonane z materiałów niepalnych	32
2.6.2.2 Elementy naświetlane wykonane z materiałów palnych	33
2.7 Promieniowanie pulsujące	34
2.7.1 Wyładowanie w powietrzu	35
2.7.2 Impulsy nanosekundowe	35
2.7.3 Impulsy mikrosekundowe	35
2.7.4 Impulsy milisekundowe	36
2.7.5 Ciąg impulsów	36
3 Analiza statystyczna prawdopodobieństwa powstania wybuchu	38
3.1 Wprowadzenie	38
3.2 Statystyczna metoda oceny bezpieczeństwa przeciwwybuchowego	41
3.3 Funkcja <i>probit</i>	42
3.4 Wyznaczenie krzywej wzorcowej	45
3.4.1 Wyznaczenie równania regresji	45
3.4.2 Ujęcie macierzowe równania regresji	50
3.4.3 Współczynniki wagowe	53
3.4.4 Dokładność estymacji	58
3.4.5 Niejednorodność częstości względnych powstania wybuchu	61
3.4.6 Minimalne parametry zapalające	62
3.5 Liczba wymaganych naświetleń	63
3.5.1 Rozkłady graniczne liczby zaobserwowanych wybuchów	63
3.5.2 Określenie przedziału ufności prawdopodobieństwa p	66
3.5.3 Wyznaczenie wymaganej liczby naświetleń	68
3.6 Przedziały ufności nieznannej wartości częstości względnej powstania wybuchu h - estymatora nieznanego prawdopodobieństwa powstania wybuchu p	69
3.6.1 Wprowadzenie	69
3.6.2 Odchylenie standardowe i przedział ufności estymatorów \mathbf{b} oraz wartości \mathbf{Y}	70
3.6.3 Sumowanie niepewności	71
3.6.3.1 Funkcja gęstości prawdopodobieństwa zmiennej przekształconej	71
3.6.3.2 Ogólna metoda przenoszenia niepewności	72
3.7 Sprawdzenie jednorodności statystycznej wyników badań	74
3.8 Sprawdzenie możliwości pominięcia ucięcia rozkładu normalnego	76

4	Układ sprawdzeń energii oraz mocy promieniowania	84
4.1	Metody pomiaru mocy i energii promieniowania optycznego	84
4.2	Metody przekazania wzorców	89
4.3	Wyposażenie laboratorium badawczego	91
5	Podsumowanie	94
5.1	Podsumowanie pracy	94
5.2	Najistotniejsze osiągnięcia pracy	95
5.3	Kierunki dalszych badań	96
	Załączniki	97
Z.1	Wyznaczenie minimalnych parametrów zapalających	97
Z.2	Współczynniki bezpieczeństwa	100
	Literatura	106

Wykaz ważniejszych oznaczeń

h	–	Częstość względna powstania wybuchu
m	–	Liczba zaobserwowanych wybuchów
z	–	Liczba naświetleń do wybuchu
n	–	Liczba wykonanych naświetleń
p	–	Prawdopodobieństwo powstania wybuchu w przypadku pojedynczego naświetlenia
P, Φ	–	Moc promieniowania optycznego
λ	–	Długość fali świetlnej; Przewodność cieplna
E, Q	–	Energia promieniowania optycznego
A	–	Wielkość naświetlanej powierzchni
t	–	Czas oddziaływania promieniowania optycznego
μ	–	Wartość oczekiwana
σ	–	Odchylenie standardowe
X, Y, Z	–	Zmienna losowa (duże litery)
x, y, z	–	Realizacja zmiennej losowe
y_d	–	Wartość częstości względnej h w dziedzinie <i>probit</i> – doświadczalna
y_s	–	Wartość częstości względnej h w dziedzinie <i>probit</i> – spodziewana
y_r	–	Wartość częstości względnej h w dziedzinie <i>probit</i> – robocza
$E(X)$	–	Wartość oczekiwana zmiennej losowe
$D^2(X)$	–	Wariancja zmiennej losowej
$D(X)$	–	Odchylenie standardowe zmiennej losowe
w	–	Współczynniki wagowe
q	–	Współczynnik niejednorodności
$\kappa_{v,\beta}$	–	Kwantyl zadanej statystyki na zadanym poziomie ufności o zadanej liczbie stopni swobody (w zależności od wymagań danej statystyki)
v	–	Liczba stopni swobody
β	–	Poziom ufności
α	–	Poziom istotności
i	–	Numer pomiaru w pojedynczej serii $i \in (1 \div k)$
j	–	Numer serii pomiarowej $j \in (1 \div l)$
k	–	Liczba pomiarów w jednej serii
l	–	Liczba serii powtórzeń
$D_n^2(h_i)$	–	Wariancja częstości względnej otrzymana na podstawie wykonanych n naświetleń
$D_y^2(h_i)$	–	Wariancja częstości względnej otrzymana na podstawie przyjętego modelu
$D_\Sigma^2(h_i)$	–	Wariancja łączna

1. Wprowadzenie

1.1. Wstęp

Postęp w dziedzinie optoelektroniki spowodował ogromny rozwój zastosowań systemów optycznych w różnych dziedzinach techniki. Doskonale znane są zastosowania światłowodów w telekomunikacji, przemyśle czy w medycynie. Coraz częściej spotyka się wykorzystanie systemów optycznych w metrologii.

Szczególne medium transmisyjne jakim jest światło oraz charakterystyczny sposób wykonywania pomiarów, sam pomiar wykonywany jest tylko i wyłącznie na drodze optycznej bez użycia energii elektrycznej sprawia, że systemy takie mogłyby rozwiązać wiele problemów związanych z wykorzystywaniem elektronicznych systemów pomiarowych czy transmisyjnych w środowiskach niebezpiecznych pod względem wybuchowym. Jednak już od momentu pojawienia się urządzeń optycznych na początku lat 80-tych, okazało się, że mogą one również stać się źródłem zapłonu. Mowa tutaj tylko i wyłącznie o części optycznej zakładając, że część elektryczna związana z funkcjonalnym działaniem całego układu, albo znajduje się w strefie bezpiecznej, albo sama spełnia odpowiednie wymagania dotyczące bezpieczeństwa przeciwybuchowego. Przyczyną zapłonu jest gwałtowny wzrost temperatury mieszaniny wybuchowej powstały na skutek dostarczenia do niej energii poprzez promieniowanie optyczne. Dlatego już od lat 80-tych trwają prace mające na celu określenie stopnia niebezpieczeństwa użytkowania takich systemów w przestrzeniach wybuchowych.

Przeprowadzone badania [3, 6, 42, 43, 72, 73] wskazują dużą złożoność mechanizmów w jakich promieniowanie optyczne staje się źródłem zapalenia otaczającej atmosfery prowadzącej do powstania wybuchu [5]. To sprawia, że pomimo upływu już ponad 20 lat, nie opracowano norm określających parametry bezpieczne promieniowania optycznego ani procedur atestujących takie systemy.

Ponieważ zapalenie otaczającej mieszaniny wybuchowej ma charakter losowy, podczas przeprowadzania badań określających poziom bezpieczeństwa użytkowania systemów optycznych w środowiskach wybuchowych, można

postępować tak jak np. podczas badań obwodów iskrobezpiecznych. Można więc wykorzystać do określenia optobezpieczeństwa zasadę oceny prawdopodobieństwa powstania wybuchu [32].

Urządzenia służące do przeprowadzania badań wraz z badanym obwodem, będzie można potraktować jako przyrząd pomiarowy [16]. Wzorcowanie takiego przyrządu będzie polegać na wyznaczeniu ciągłej zależności częstości względnej powstania wybuchu od wielkości wymuszających, a właściwości metrologiczne oraz warunki jego eksploatacji będą miały wpływ na jego dokładność.

1.2. Przegląd literatury

Pierwsze publikacje na temat badań urządzeń optycznych pod kątem możliwości spowodowania zapalenia otaczającej atmosfery wybuchowej pojawiły się w latach osiemdziesiątych [72,73]. Prowadzone prace były związane ze znalezieniem mechanizmów przedstawiających w jaki sposób promieniowanie optyczne staje się przyczyną wybuchu. Stwierdzono, że zapłon następuje na drodze termicznej, tzn. promieniowanie optyczne nagrzewa naświetlane elementy doprowadzając je do temperatury powodującej zapalenie otaczającej atmosfery. Badania prowadzono w celu znalezienia tzw. najgorszego przypadku, charakteryzującego się maksymalną czułością. Ważne znaczenie miało dobranie materiału z jakiego były wykonane elementy naświetlane charakteryzującego się dużą absorpcją padającego na nie promieniowania optycznego o danej długości fali świetlnej. Pojedyncze doświadczenie polegało na naświetleniu cząsteczki zawieszanej na cienkiej nici w otoczeniu atmosfery wybuchowej. Wyznaczona minimalna moc optyczna powodująca zapalenie wynosiła 80 mW dla cząsteczki o średnicy 130 μm .

Kolejne prace obejmowały możliwość zainicjowania wybuchu naświetlając stosunkowo duże powierzchnie w postaci kulek o średnicy ok. 1 mm wykonanych z cienkich włókien bawełnianych lub ceramicznych [6, 43]. Minimalne natężenia promieniowania optycznego powodujące zapalenie zawierały się w granicach od 150 do 22 mW/mm^2 w zależności od zastosowanej mieszaniny wybuchowej.

Równoległe z pracami doświadczalnymi prowadzono prace teoretyczne [42]. Otrzymane wyniki obliczeń potwierdzały wpływ zmian niektórych czynników (np. średnicy naświetlanych cząsteczek), ale wyznaczone wartości mocy i energii promieniowania różniły się znacznie od danych doświadczalnych. Potwierdziło to

bardzo skomplikowaną naturę powstania wybuchu, wpływ czynników losowych oraz konieczność prowadzenia i udoskonalania badań doświadczalnych.

Zasadnicze znaczenie miał opublikowany w 1995 r. raport podsumowujący prace prowadzone w pięciu laboratoriach Unii Europejskiej [47]. Opisano w nim mechanizmy powstania wybuchu oraz powiązано je ze znanymi, dla danych mieszanin wybuchowych, parametrami zapalającymi takimi jak minimalna energia zapalająca oraz temperatura samozapłonu. W raporcie po raz pierwszy zaproponowano wartości graniczne mocy i natężenia promieniowania, odpowiednio 35 mW i 5 mW/mm², określone jako wartości bezpieczne. Podane wartości zostały jednak skrytykowane przez niektóre organizacje normalizacyjne, jako zbyt restrykcyjne [40, 41]. Wskazano konieczność wprowadzenia podziału wartości granicznych parametrów promieniowania w zależności od strefy użytkowania oraz klas temperaturowych. To spowodowało podjęcie kolejnych prac, w których użyto innych mieszanin wybuchowych, zastosowano promieniowanie pulsujące [66] oraz elementy naświetlane wykonane z materiałów palnych występujących w postaci pojedynczej cząsteczki, warstwy lub obłoku pyłu [61]. Pomimo rozszerzenia zakresu badań, nie uzyskano jednak mniejszych wartości mocy i natężenia promieniowania optycznego powodujących zapalenie.

1.3. Problematyka i teza pracy

Dopuszczenie do użytkowania urządzeń emitujących promieniowanie optyczne tylko na podstawie określenia górnych wartości granicznych parametrów promieniowania optycznego, pomimo rozróżnienia na klasy temperaturowe oraz grupy aparaturowe, może okazać się zbyt rygorystyczne. Istnieje wiele przypadków, w których systemy optyczne mogłyby pracować ze zdecydowanie większymi wartościami mocy lub energii promieniowania niż zaproponowane wartości graniczne. Przykładem mogą być:

- systemy optyczne użytkowane w przestrzeniach, gdzie występują szczególne kombinacje atmosfer i naświetlanych elementów wymagających zdecydowanie większych wartości prowadzących do zapalenia niż użyte podczas przeprowadzonych badań tzw. „najgorsze przypadki” [9],
- urządzenia emitujące promieniowanie o złożonym kształcie fali świetlnej,
- urządzenia emitujące promieniowanie o pośrednich wartościach pomiędzy średnicą promienia, a czasem trwania impulsu, przekraczające

poszczególne wartości graniczne, ale pomimo tego niezdolne do spowodowania zapłonu,

- urządzeń emitujących promieniowanie pulsujące o niewielkich częstotliwościach.

Między innymi takie urządzenia mogłyby być dopuszczone do użytkowania z większymi wartościami mocy czy energii promieniowania, ale dopiero po przeprowadzeniu odpowiednich badań.

Szczegółowa analiza cytowanej literatury wskazuje ogromną złożoność mechanizmów zapalenia mieszaniny wybuchowej pod wpływem padającego na nie promieniowania optycznego. Zapalenie zależy od właściwości źródła promieniowania, materiału z którego są wykonane elementy naświetlane oraz samej atmosfery i nie ma możliwości ich miarodajnej oceny bez przeprowadzenia badań doświadczalnych [30, 31]. Dlatego stopień ryzyka dla danego urządzenia emitującego promieniowanie optyczne lub systemu optycznego musi być wyznaczany drogą wielokrotnych doświadczeń. Badania te należy przeprowadzić generując ściśle określoną liczbę impulsów laserowych o znanej energii promieniowania, oddziałującego na cząsteczki ciała stałego. Liczba wywołanych wybuchów mieszaniny określi częstość wywołania zapłonu przez dane urządzenie, w trakcie późniejszego użytkowania [15, 20, 35]. Należy mierzyć więc jedynie liczbę naświetleń oraz liczbę zainicjowanych w mieszaninie wybuchów dla stałych parametrów, takich jak: średnica pyłku, temperatura, wilgotność i ciśnienie mieszaniny oraz natężenie lub moc promieniowania laserowego.

Badania prowadzone w związku z określeniem zasad bezpiecznego użytkowania urządzeń w przestrzeniach zagrożonych wybuchem można podzielić na dwie grupy. Pierwszą grupę stanowią *badania atestacyjne*, drugą *badania doświadczalne*. Taki sam podział można zastosować w przypadku systemów optycznych. Badania atestacyjne będą związane ze sprawdzeniem możliwości dopuszczenia danego urządzenia lub systemu optycznego do użytkowania w danym środowisku. Badania doświadczalne będą natomiast ogólnie obejmować wszystkie prace związane z określeniem mechanizmów powodujących zapalenie na skutek oddziaływania promieniowania optycznego, określenia sposobu budowy stanowisk pomiarowych charakteryzujących się największymi czułościami oraz określeniem sposobu przeprowadzenia samych badań atestacyjnych. Badania doświadczalne związane będą również z wyznaczeniem krzywej wzorcowej stanowiska pomiarowego czy wyznaczeniem minimalnych parametrów zapalających. Mogą one

obejmować również prace mające na celu porównanie właściwości różnych stanowisk pomiarowych czy analizę samego sposobu prowadzenia doświadczeń w celu uzyskania poprawnych wyników, z jednoczesną poprawą czasu i ceny przeprowadzania badań.

Niniejsza praca swym zakresem zawiera się w drugiej grupie badań, a w szczególności związana jest z analizą w jaki sposób wyznaczyć krzywą wzorcową stanowiska pomiarowego oraz minimalne parametry zapalające.

Przyjmując do określenia optobezpieczeństwa zasadę prawdopodobieństwa powstania wybuchu, badanie urządzeń optycznych polega na wyznaczeniu częstości względnej powstania wybuchu:

$$h = \frac{m}{n} \quad (1.1)$$

gdzie:

m – liczba zaobserwowanych wybuchów,
 n – liczba wykonanych naświetleń.

Wyznaczona w ten sposób częstość względna jest estymatorem nieznanego prawdopodobieństwa powstania wybuchu p .

Tak przedstawiony sposób postępowania podczas prowadzenia badań doświadczalnych, spowodował konieczność rozwiązania następujących problemów badawczych:

Problem 1.

Prowadzenie badań atestacyjnych wymaga stanowiska pomiarowego, dla którego wyznaczono krzywą wzorcową przedstawiającą ciągłą zależność pomiędzy wielkością wymuszającą a prawdopodobieństwem powstania wybuchu. W jaki sposób wyznaczyć krzywą wzorcową?

Z wyznaczeniem krzywej wzorcowej związany jest wybór równania regresji. Chodzi o możliwość przyjęcia równania liniowego, pierwszego stopnia. Aby było możliwe przyjęcie modelu liniowego, konieczne jest wprowadzenie pewnych przekształceń zmiennych. Dostępne są różne postacie przekształceń każdej ze zmiennych. Rozwiązanie tego problemu będzie polegało na dobraniu takiego przekształcenia, aby przyjęcie zaproponowanego powyżej modelu liniowego było możliwe i najlepsze.

Problem 2.

Określenie wartości bezpiecznych mocy i energii promieniowania optycznego jest możliwe w oparciu o tzw. minimalne wartości zapalające promieniowania

optycznego. Jakemu poziomowi prawdopodobieństwa muszą odpowiadać minimalne wartości zapalające?

Poziom prawdopodobieństwa odpowiadający minimalnym parametrom zapalającym należy dobrać tak, aby niepewność prawdopodobieństwa odpowiadająca tym wartościom była najmniejsza. Rozwiązanie tego problemu musi być połączone z zastosowanymi przekształceniami oraz określoną liczbą naświetleń.

Problem 3.

Porównanie stanowisk atestacyjnych jest możliwe tylko w oparciu o krzywą wzorcową stanowiska oraz otrzymane minimalne parametry zapalające odpowiadające pewnemu poziomowi prawdopodobieństwa. Wynik pomiaru musi zawierać niepewność szacowania tego prawdopodobieństwa. W jaki sposób wyznaczyć całkowitą niepewność pomiaru?

Rozwiązanie tego problemu musi się sprowadzić do podania algorytmu wyrażającego niepewność zawierającą nie tylko niepewność z analizy równania regresji, ale również niepewność wynikającą z pojedynczego pomiaru.

Problem 4.

Jaka musi być minimalna liczba naświetleń?

Minimalna liczba koniecznych naświetleń związana jest bezpośrednio ze spełnieniem zachowania przyjętego przedziału ufności z zadaniem poziomem ufności. Wpływ na liczbę naświetleń ma przyjęty poziom prawdopodobieństwa odpowiadający minimalnym parametrom zapalającym. Rozwiązanie tego problemu musi stanowić kompromis pomiędzy dokładnością szacowania niepewności, a czasem realizacji badań.

Tak postawione problemy badawcze pozwoliły na sformułowanie następującej tezy pracy:

Jest możliwe ustalenie zasad przeprowadzenia badań doświadczalnych dla wybranego poziomu prawdopodobieństwa wybuchu, urządzenia optycznego przeznaczonego do stosowania w atmosferze zagrożenia wybuchem gazu, z kontrolą dopuszczalnej niepewności szacowania tego prawdopodobieństwa.

Dla udowodnienia tezy konieczna była realizacja następującego programu pracy:

- ocena stanu badań międzynarodowych związanych z wyznaczeniem dopuszczalnych parametrów granicznych układów optycznych przeznaczonych do stosowania w środowiskach zagrożonych wybuchem gazów i pyłów;

- wyznaczenie współzależności statystycznej pomiędzy częstością względną powstania wybuchu h , a mocą, natężeniem lub energią promieniowania;
- wyznaczenie minimalnej wartości liczby naświetleń n dla danej wartości h tak, aby zachować przyjęty poziom ufności dla zadanego przedziału ufności;
- ustalenie metod pomiaru mocy oraz energii promieniowania z dopuszczalną niepewnością przy dostępnym układzie sprawdzeń.

Rozdział drugi zawiera opis zagadnień teoretycznych związanych ze sposobem zainicjowania wybuchu poprzez promieniowanie optyczne. Zagadnienia te obejmują analizę matematyczną: wymiany energii pomiędzy dwoma ciałami przy pomocy promieniowania optycznego, wzrostu temperatury naświetlanego promieniowaniem optycznym ciała stałego oraz analizę możliwości zapalenia wybuchowej mieszaniny gazowej lub pyłowej na skutek jej ogrzewania. W rozdziale tym przedstawiono również szczegółowy opis wyników doświadczalnych uzyskanych w ramach prowadzonych międzynarodowych prac badawczych, opisujących sposób w jaki promieniowania optycznego staje się przyczyną zapalenia mieszaniny wybuchowej.

Rozdział trzeci stanowi właściwą część pracy. Opisano w nim sposób wykorzystania przekształcenia *probit* do dopasowania równania regresji. Podano sposób wyznaczenia przedziału ufności uwzględniającego niepewności wynikające z przyjęcia danego modelu oraz niepewności pomiarowe. Podano procedury sprawdzenia dokładności dopasowania równania regresji oraz sposoby poprawienia jakości dopasowania poprzez uwzględnienie niejednorodności wyników i wpływ ucięcia rozkładu.

W rozdziale czwartym zawarto opis podstawowych sposobów pomiaru mocy i energii promieniowania optycznego oraz metody przeniesienia wzorców tych wielkości na poziom laboratorium pomiarowego.

Określono również wymagane parametry źródeł promieniowania oraz właściwości przyrządów pomiarowych stanowiących wyposażenie laboratorium pomiarowego, jak i stan możliwości kalibracji tych przyrządów w Polsce.

Pracę uzupełniono dwoma załącznikami, w których opisano możliwość wyznaczenia minimalnych parametrów zapalających promieniowania optycznego opierając się na definicji minimalnych prądów zapalających obowiązującej w Anglii oraz przedstawiono możliwość wykorzystania metody niezawodnościowej do wyznaczenia współczynników bezpieczeństwa.

2. Promieniowanie optyczne jako przyczyna wybuchu

2.1. Wprowadzenie

Naświetlając promieniowaniem optycznym mieszaninę wybuchową można wyróżnić dwa mechanizmy prowadzące do jej zapalenia. Pierwszy sposób związany jest ze spowodowaniem wyładowania plazmowego w gazie, drugi z nagraniem do odpowiednio wysokiej temperatury niewielkiego naświetlanego elementu. Bezpośrednie wyładowanie plazmowe wymaga źródeł promieniowania o bardzo dużych energiach [26, 44, 62, 63], dlatego z punktu widzenia techniki przeciwwybuchowości rozważa się jedynie mechanizm termiczny. Sam proces powstania wybuchu obejmuje trzy etapy. Pierwszy etap związany jest z wymianą ciepła poprzez promieniowanie optyczne pomiędzy źródłem promieniowania (np. laserem, końcówką światłowodu) a naświetlaną powierzchnią. Drugi etap obejmuje procesy związane ze wzrostem temperatury naświetlanego elementu na skutek dostarczenia do niego ciepła w postaci energii promieniowania. Ostatni etap związany jest z powstaniem zapalenia mieszaniny wybuchowej od nagrzanego poprzez naświetlanie elementu.

Analiza przeprowadzonych doświadczeń przez światowe ośrodki naukowe pozwala wyodrębnić kilka przypadków charakteryzujących się pewnymi szczególnymi właściwościami. Podstawowe doświadczenie polega na naświetlaniu pojedynczej cząsteczki zawieszonyj w otoczeniu atmosfery wybuchowej [72]. Kolejne przypadki to naświetlanie obłoku pyłu zawieszonyego w atmosferze wybuchowej lub w powietrzu oraz naświetlanie warstwy pyłu w otoczeniu gazu wybuchowego lub w otoczeniu obłoku pyłu zawieszonyego w powietrzu [5, 61, 66]. Każdy tak opisany przypadek, dla szczególnych kombinacji źródła promieniowania, elementu naświetlanego oraz atmosfery wybuchowej, charakteryzuje się minimalnymi wartościami: energii promieniowania, wielkością naświetlanej powierzchni oraz czasem naświetlania,

powodującymi zapalenie otaczającej mieszaniny wybuchowej prowadzące do powstania wybuchu.

Stopień niebezpieczeństwa użytkowania urządzeń elektrycznych, w występujących w warunkach przemysłowych gazowych i pyłowych mieszaninach wybuchowych, związany jest z określoną dla poszczególnych mieszanin, minimalną energią zapalającą lub temperaturą samozapłonu. Dlatego jednym z celów badań była próba wykorzystanie tych wielkości do określenia parametrów promieniowania optycznego zapewniających bezpieczeństwo. Zauważono, że w zależności od kombinacji energii promieniowania, wielkości naświetlanej powierzchni i czasu naświetlania, mechanizm wybuchu na skutek oddziaływania promieniowania optycznego może być podobny do zapalenia od iskry elektrycznej, a więc charakteryzowany przez minimalną energię zapalającą, lub podobny do zapalenia od gorącej powierzchni, a więc opisany temperaturą samozapłonu.

2.2. Wymiana ciepła przez promieniowanie optyczne

Energia promieniowania jest przenoszona przez drgania elektromagnetyczne o różnych długościach fali. Ze względu na wymianę ciepła najbardziej istotne jest promieniowanie w zakresie długości fal $0.4 \div 1000 \mu\text{m}$, czyli obejmujące zakres fal świetlnych (promieniowanie widzialne) $0.38 \div 0.77 \mu\text{m}$, bliskiej ($0.77 \div 25 \mu\text{m}$) oraz dalekiej ($25 \div 1000 \mu\text{m}$) podczerwieni [69, 74].

W ujęciu fenomenologicznym wymiana ciepła przez promieniowanie polega na przekształceniu energii wewnętrznej w energię fal elektromagnetycznych promieniowania termicznego, które przedostaje się przez ośrodek całkowicie lub częściowo przezroczysty do drugiego ciała, gdzie energia promieniowania ulega ponownemu przekształceniu na energię wewnętrzną. W ujęciu statystycznym wymiana ciepła przez promieniowanie jest traktowana jako przenoszenie energii przez fotony, które opuszczają wzbudzone atomy i poruszają się, aż do momentu pochłonięcia przez inne atomy.

Promieniowanie optyczne padające na pewne ciało może zostać przez nie pochłonięte, przepuszczone lub odbite. Energia promieniowania pochłonięta przez ciało zwiększa jego energię wewnętrzną i może być z kolei znowu wypromieniowana. Energia odbita od ciała lub przepuszczona przez nie może trafić na inne ciało i zostać przez nie pochłonięta. Każde ciało nie tylko pochłania promieniowanie

padające, lecz i samo je wysyła i dopiero różnica energii wysyłanej i pochłanianej decyduje o wymianie energii w otoczeniu.

Rysunek 2.1 przedstawia dwa elementy powierzchni doskonale czarnych dS_1 oraz dS_2 których temperatury bezwzględne wynoszą T_1 oraz T_2 , a odległość pomiędzy nimi jest równa r . Kąty, jakie tworzą normalne do obu powierzchni z linią łączącą środki tych powierzchni, są równe odpowiednio Φ_1 oraz Φ_2 . Zakładając, że w otoczeniu nie ma innych ciał, można przyjąć, że rozpatrywane ciała wymieniają energię tylko między sobą.

Ilość ciepła wypromieniowanego przez element powierzchni dS_1 w kierunku dS_2 zgodnie z prawem Lamberta określona jest równaniem:

$$dQ_1 = \frac{1}{\pi} E_{10} \cos \Phi_1 d\Omega dS_1 \quad (2.1)$$

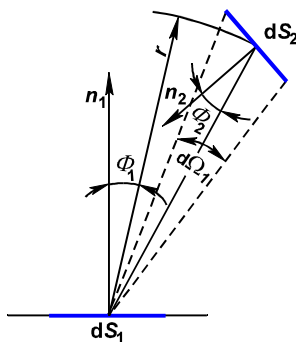
gdzie E_{10} jest całkowitą ilością energii wypromieniowaną przez ciało pierwsze, a $d\Omega$ jest kątem przestrzennym odpowiadającym elementowi powierzchni dS_2 , tzn.:

$$d\Omega = \frac{dS_2 \cos \Phi_2}{r^2} \quad (2.2)$$

a więc:

$$dQ_1 = \frac{1}{\pi} E_{10} \frac{\cos \Phi_1 \cos \Phi_2}{r^2} dS_1 dS_2 \quad (2.3)$$

Ciepło to jest pochłaniane całkowicie przez element dS_2 .



Rys. 2.1. Wymiana ciepła pomiędzy dwiema, dowolnie ustawionymi względem siebie, powierzchniami

Analogiczne wyrażenie otrzymuje się dla ciepła wypromieniowanego przez element dS_2 i pochłoniętego przez element dS_1 , a mianowicie:

$$dQ_2 = \frac{1}{\pi} E_{20} \frac{\cos \Phi_1 \cos \Phi_2}{r^2} dS_1 dS_2 \quad (2.4)$$

E_{20} jest całkowitą ilością energii wypromieniowaną przez ciało drugie.

Różnica obu ilości ciepła stanowi ciepło wymienione przez promieniowanie między obu elementami powierzchni:

$$dQ_{1-2} = dQ_1 - dQ_2 = \frac{1}{\pi} (E_{10} - E_{20}) \frac{\cos \Phi_1 \cos \Phi_2}{r^2} dS_1 dS_2 \quad (2.5)$$

Natomiast ilość ciepła, która zostanie wymieniona pomiędzy powierzchniami o skończonych wymiarach, można otrzymać po scałkowaniu równania (2.5) względem powierzchni S_1 oraz S_2 :

$$Q_{1-2} = (E_{10} - E_{20}) \iint_{S_1 S_2} \frac{\cos \Phi_1 \cos \Phi_2}{\pi r^2} dS_1 dS_2 \quad (2.6)$$

Całkę podwójną występującą we wzorze (2.6), można zapisać w postaci:

$$\iint_{S_1 S_2} \frac{\cos \Phi_1 \cos \Phi_2}{\pi r^2} dS_1 dS_2 = S_1 \varphi_{1-2} = S_2 \varphi_{2-1} \quad (2.7)$$

gdzie wielkości φ_{1-2} oraz φ_{2-1} są nazywane współczynnikami kierunkowymi. Współczynniki te są parametrami geometrycznymi, zależnymi od kształtu obu powierzchni, ich wymiarów, wzajemnego rozmieszczenia i odległości pomiędzy nimi. Współczynnik φ_{1-2} określa, jaka część całkowitego promieniowania wysyłanego przez powierzchnię S_1 zostaje pochłonięte przez powierzchnię S_2 , a φ_{2-1} określa jaką część promieniowania wychodzącego z powierzchni S_2 pochłania powierzchnia S_1 .

Przedstawione warunki wymiany ciepła przez promieniowanie znacznie się komplikują w przypadku, gdy ciała wymieniające ciepło są ciałami szarymi. Dochodzi wtedy jeszcze dodatkowa energia odbijana przez powierzchnie. W praktyce jednak wpływ energii odbijanej może być pominięty, jeśli zdolność absorpcji powierzchni jest większa od 0.9.

2.3. Nagrzewanie ciała stałego promieniowaniem optycznym

Poprawne rozwiązanie równania różniczkowego związane jest z określeniem warunków jednoznaczności jego rozwiązania. Dla przypadku nieustalonego przewodzenia ciepła są to: warunki geometryczne – określające kształt i wymiary ciała, warunki fizyczne – określające własności fizyczne substancji i rozkład wewnętrznych źródeł ciepła, warunki początkowe i warunki brzegowe – określające warunki wymiany ciepła na powierzchni ciała [7].

Nieustalony proces przewodzenia ciepła w materiale przy braku wewnętrznych źródeł ciepła opisany jest równaniem:

$$\rho \frac{\partial(cT)}{\partial \tau} = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) \quad (2.8)$$

gdzie:

- ρ – gęstość,
- c – ciepło właściwe,
- T – temperatura,
- τ – czas,
- λ – przewodność cieplna,

a właściwości cieplne: c oraz λ mogą zmieniać się wraz ze zmianami temperatury. Do opisu oddziaływań laserowych w wielu przypadkach przyjmuje się, że własności cieplne elementu absorbującego nie zależą od temperatury. Założenie to nie jest słuszne, ale w pewnych przypadkach daje wystarczająco dobre rezultaty, gdyż często zmiany tych parametrów nie są zbyt wielkie. Naświetlając promieniowaniem laserowym powierzchnie o średnicach od kilkudziesięciu mikrometrów do kilku milimetrów (gdy rozważane czasy naświetlenia nie są długie), można zagadnienie rozpatrywać jako jednowymiarowe, gdyż wymiary poprzeczne wiązki są duże w porównaniu z głębokością, na jaką wnika ciepło doprowadzane w czasie trwania impulsu. Nie odbita część promieniowania laserowego praktycznie całkowicie pochłonięta jest w warstwie powierzchniowej materiału. Przy takim cieplnym oddziaływaniu można strumień pochłonięty przedstawić za pomocą warunku brzegowego drugiego rodzaju zadanego na powierzchni poddanej promieniowaniu, a przy uwzględnieniu strat ciepła z tej powierzchni przejść do warunku brzegowego trzeciego rodzaju.

Przy wymienionych uproszczeniach (zadanie jednowymiarowe, stałe właściwości cieplne) dla ciała półograniczonego, którego powierzchnia $z=0$ jest poddana naświetlaniu od chwili $\tau=0$, problem sprowadza się do rozwiązania równania [7]:

$$a \frac{\partial^2 T(z, \tau)}{\partial z^2} = \frac{\partial T}{\partial \tau} \quad (2.9)$$

z następującymi warunkami brzegowymi:

$$-\lambda \frac{\partial T(z, \tau)}{\partial z} = E(\tau)[1 - R(\tau)] - \alpha(\tau)[T(0, \tau) - T_f] - \varepsilon(\tau)\sigma_0 [T(0, \tau)^4 - T_f^4] \quad (2.10)$$

$$T(z, 0) = T_0 \quad \text{lub} \quad T(z, 0) = T(z) \quad (2.11)$$

$$T(\infty, \tau) = T_0 \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial T(\infty, \tau)}{\partial z} = 0 \quad (2.13)$$

gdzie:

- a – dyfuzyjność cieplna,
- z – współrzędna w układzie kartezjańskim,
- $E(\tau)$ – natężenie promieniowania laserowego,
- $R(\tau)$ – zdolność odbijania promieniowania – refleksyjność,
- α – współczynnik przejmowania ciepła,
- T_f – temperatura ośrodka,
- σ_0 – stała promieniowania ciała doskonale czarnego,
- ε – emisyjność cieplna.

Analiza określonego równaniem (2.10) warunku, jest utrudniona ze względu na istotne braki w danych materiałowych: R , ε , λ . Również problemem jest uwzględnienie rozkładu mocy w przekroju poprzecznym wiązki. Zogniskowana wiązka promieniowania wytwarza na powierzchni materiału rozkład mocy opisany funkcją Gaussa. Dla wiązki wielomodowej rozkład mocy w przekroju poprzecznym zależy od konstrukcji rezonatora optycznego i może być bardzo nierównomierny. Bardzo często podczas symulacji matematycznej wielu autorów zakłada stałość natężenia promieniowania w przekroju poprzecznym wiązki. Jeszcze trudniej w procesach modelowania ocenić zmianę współczynnika odbicia R oraz współczynnika przejmowania ciepła α . Trudne do określenia są również zmiany emisyjności powierzchni w czasie. Emisyjność danej powierzchni zależy od materiału, sposobu wykonania i temperatury. Wiele prac poświęconych jest badaniom zmian R oraz α w zależności od powierzchni oraz dla różnych długości fali. Stwarza to istotne trudności w modelowaniu procesu pochłaniania promieniowania przez ciała stałe. Trudny do określenia jest także warunek oddawania ciepła z powierzchni ($z=0$). Łatwo wykazać, że dla ciał stałych w podwyższonych temperaturach strumień ciepła wypromieniowany jest do pominięcia w porównaniu do strumienia dostarczonego przez promieniowanie impulsowe laserów. Można więc generalnie przyjąć uproszczenie, że dla laserów impulsowych straty ciepła przez promieniowanie i konwekcję z powierzchni poddanej działaniu promieniowania są możliwe do pominięcia. Jednak jeżeli impuls trwa przez długi czas

(a zagadnienie nie jest jednowymiarowe), ciepło może być rozproszony na dużą powierzchnię, a straty do otoczenia mogą być znaczne. Tak więc dla długich impulsów o małych mocach straty te muszą być każdorazowo szacowane.

Aby móc rozważać rozkład temperatury dla czasów dłuższych, należy rozwiązać nowe zagadnienie, a więc zmiany temperatury w półprzestrzeni o znanym rozkładzie początkowym temperatury z uwzględnieniem wymiany ciepła na powierzchni $z = 0$. Odpowiednie zależności mają postać:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad z > 0 \quad 0 < \tau < +\infty \quad (2.14)$$

$$-\lambda \frac{\partial T(0, \tau)}{\partial z} = \sigma T^4(0, \tau) + \alpha T(0, \tau) \quad 0 < \tau < +\infty \quad (2.15)$$

$$T(z, 0) = f(z) \quad 0 < z < +\infty \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial T(\infty, \tau)}{\partial z} = 0 \quad 0 < \tau < +\infty \quad (2.17)$$

przy założeniu, że temperatura otoczenia jest równa zero. Po zastosowaniu do powyższych równań funkcji Greena, rozkład temperatury przyjmuje postać:

$$\begin{aligned} T(z, \tau) = & \frac{1}{2\sqrt{\pi a \tau}} \int_0^{+\infty} f(\xi) \left(e^{-\frac{(z-\xi)^2}{4a\tau}} + e^{-\frac{(z+\xi)^2}{4a\tau}} \right) d\xi + \\ & - \frac{\sigma\sqrt{a}}{\lambda\sqrt{\pi}} \int_0^\tau \frac{T^4(t)|_{z=0}}{\sqrt{\tau-t}} e^{-\frac{z^2}{4a(\tau-t)}} dt + \\ & - \frac{\sigma\sqrt{a}}{\lambda\sqrt{\pi}} \int_0^\tau \frac{T(t)|_{z=0}}{\sqrt{\tau-t}} e^{-\frac{z^2}{4a(z-t)}} dt \end{aligned} \quad (2.18)$$

Wyznaczenie zmiennego w czasie pola temperatury dla danego początkowego rozkładu temperatury jest więc możliwe, lecz dość kłopotliwe. Wielkości ξ oraz t są zmiennymi całkowania odpowiednio dla współrzędnej przestrzennej i czasu. Aby uwzględnić zmianę mocy impulsu w czasie oraz przestrzenny rozkład energii w wiązce promieniowania w pracy [7] zaproponowano następujący sposób postępowania (przy założeniu, że ciało ma dobry współczynnik pochłaniania a więc, że całe ciepło jest pochłaniane na powierzchni). Rozkład temperatury w ciele półnieskończonym poddanym na powierzchni działaniu natychmiastowego źródła pierścieniowego opisany jest zależnością:

$$T_{zp}(r, z, \tau) = \frac{Q_c}{4\rho c(\pi a \tau)^{3/2}} e^{-\frac{r^2 - r'^2 - z^2}{4a}} I_0\left(\frac{rr'}{2a\tau}\right) \quad (2.19)$$

gdzie:

- Q_c – całkowita dostarczona ilość ciepła,
- r' – promień źródła,
- I_0 – zmodyfikowana funkcja Bessela rzędu zerowego,
- r – promieniowa odległość od źródła.

Zależność ta pozwala określić temperaturę T w funkcji głębokości z , promieniowej odległości r od źródła i czasu τ po impulsie cieplnym. Przechodząc do źródła o rozkładzie energii opisanym funkcją Gaussa i całkując otrzymuje się:

$$T_{zG}(r, z, \tau) = \frac{Q}{2\rho c \sqrt{\pi a^3 \tau^3}} e^{-\frac{r^2+z^2}{4a\tau}} \int_0^\infty e^{-r'^2 \left(\frac{1}{4a\tau} + \frac{1}{d^2} \right)} I_0 \left(\frac{rr'}{2a} \right) r' dr' \quad (2.20)$$

gdzie:

- Q – ilość energii wyzwolonej na jednostkę powierzchni,
- d – promień Gaussowski wiązki promieniowania laserowego.

Wyrażenie to można uprościć, używając przekształcenia Laplace'a, do postaci:

$$T_{zG}(r, z, \tau) = \frac{Qd^2}{2\rho c \sqrt{\pi a \tau} (4a\tau + d^2)} e^{-\left(\frac{-z^2}{4a\tau} - \frac{r^2}{4a\tau - d^2} \right)} \quad (2.21)$$

Dla źródła, które ma określony czas trwania, temperaturę dla czasu τ można wyznaczyć przez całkowanie względem czasu. W wyrażeniach określających rozkład temperatury wygodnie jest stosować zredukowany kształt impulsu $\gamma(\tau)$ opisany jako:

$$\gamma(\tau) = \frac{E(\tau)}{E_0} \quad (2.22)$$

gdzie $E(\tau)$ jest mocą absorbowaną na jednostkę powierzchni w centrum gaussowskiej wiązki, a E_0 określa natężenie promieniowania w centrum wiązki.

Wprowadzając zmienne bezwymiarowe zdefiniowane w następujący sposób:

$$\begin{aligned} t &= \frac{4a\tau}{d^2} \\ \xi &= \frac{r}{d} \\ \theta &= \frac{2\lambda T}{dE_0} \\ \zeta &= \frac{z}{d} \end{aligned} \quad (2.23)$$

w wyniku całkowania, można wyznaczyć zależność przedstawiającą przyrost temperatury pod wpływem padającego na daną powierzchnię promieniowania [7]:

$$\theta(\xi, \zeta, t) = \int_0^t \frac{\gamma(t-t') e^{-\frac{\xi^2}{t'+1}} e^{-\frac{\zeta^2}{t'}}}{\sqrt{t'(t'+1)}} dt' \quad (2.24)$$

Złożone procesy cieplno fizyczne powodowane przez naświetlanie promieniowaniem laserowym powodują, że w celu możliwości prowadzenia symulacji numerycznej tych procesów i uzyskania możliwości wyznaczenia pól temperatury w materiale poddanym naświetleniu promieniowaniem laserowym opis tych zjawisk jest znacznie upraszczany. Przy obliczeniach procesów wymiany ciepła przez promieniowanie termiczne bardzo istotne znaczenie ma znajomość realnych parametrów materiałowych (emisyjność i absorpcyjność). Jednym z podstawowych punktów podziału stosowanych uproszczeń jest przyjęcie kryterium oddziaływania szybko – i wolno – zmiennych. Jako następne kryterium dotyczące zakresu i stosowanych uproszczeń należy wymienić problem występowania przemian fazowych (topnienie, parowanie, utlenianie), a także powstawania obłoku plazmowego. Kryterium to dotyczy zarówno naświetlania szybko – jak i wolno – zmiennego, jest bowiem zależne od ilości i gęstości energii doprowadzonej w jednostce czasu do jednostki powierzchni oraz właściwości materiałowych – dyfuzyjności cieplnej w funkcji temperatury.

2.4. Sposoby zapłonu mieszanin gazowo i pyłowo powietrznych

2.4.1. Wprowadzenie

Zapłon gazowej mieszaniny palnej, przy założeniu że jest ona jednorodna i jej skład zawiera się w granicach zapalności, może być wywołany następującymi sposobami [38]:

1. przez ogrzewania do odpowiednio wysokiej temperatury (wyższej lub równej temperaturze samozapłonu),
2. przez działanie otwartym płomieniem lub iskrą elektryczną,
3. przez oddziaływanie gorącej ścianki lub powierzchni,
4. przez oddziaływanie fali uderzeniowej,
5. przez zainicjowanie reakcji chemicznych prowadzących do eksplozji.

Pierwsze cztery przypadki zapłonu opisuje mechanizm termiczny. Zgodnie z nim zapłon następuje na skutek doprowadzenia energii w postaci ciepła do mieszaniny, co powoduje że osiąga ona temperaturę większą od temperatury zapłonu. Piąty

sposób ma naturę chemiczną i daje się wyjaśnić jedynie wzrostem wolnych rodników powyżej stężenia krytycznego, co prowadzi do powstania wybuchu.

2.4.2. Termiczna teoria samozapłonu

Każdy wybuch musi być zainicjowany przez zapłon, który może mieć charakter wymuszony lub samorzutny. Zapłon wymuszony może być spowodowany przez różne postacie energii wyzwolone na skutek różnych przemian energetycznych. Warunkiem koniecznym wywołania zapłonu jest osiągnięcie odpowiedniej temperatury mieszaniny poprzez dostarczenie wystarczającej porcji energii. Ilość wymaganej do spowodowania zapłonu energii zależy od rodzaju paliwa, składu mieszanki oraz warunków zapłonu. Samorzutny charakter inicjacji wybuchu następuje, jeśli temperatura w zgromadzonej mieszaninie osiągnie taką wartość, że następuje lawinowy rozwój reakcji bez jakichkolwiek wymuszeń zewnętrznych. Charakter tej wstępnej fazy wybuchu może mieć charakter cieplny lub łańcuchowy [36].

Przyjmując, że naczynie o objętości V i powierzchni S jest wypełnione mieszanką palną o temperaturze T , to szybkość wydzielania ciepła wewnątrz zbiornika q_1 jest proporcjonalna do szybkości reakcji chemicznej r , objętości zbiornika V oraz ciepła spalania Q zgodnie z zależnością:

$$q_1 = VQr \quad (2.25)$$

Szybkość reakcji chemicznej r wyraża się zależnością:

$$r = kc^v \quad (2.26)$$

gdzie stała szybkości k , określona jest wzorem Arrheniusa:

$$k = k_0 e^{-\frac{E}{RT}} \quad (2.27)$$

Pozostałe zmienne oznaczają:

- c – koncentrację molową paliwa,
- v – rząd reakcji,
- k_0 – współczynnik zderzeń,
- E – energię aktywacji,
- R – stałą gazową.

Jeżeli temperatura wewnątrz objętości V nie przekroczy pewnej charakterystycznej wartości T_z , szybkość reakcji chemicznej kc^v będzie bardzo mała, a stężenie reagentów będzie zmieniało się bardzo powoli. Pozwala to przyjąć założenia, że do momentu powstania zapłonu stężenie reagentów jest prawie stałe.

Szybkość przekazywania ciepła q_2 z rozważanej objętości V do otoczenia o temperaturze T_{ot} określona jest wzorem:

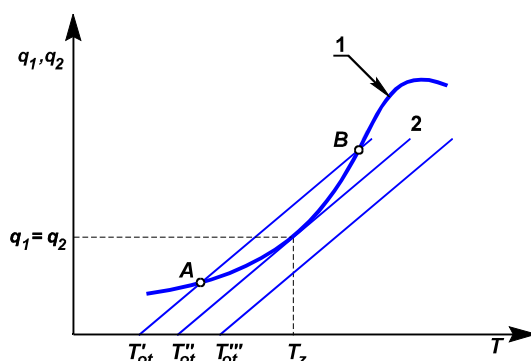
$$q_2 = \alpha S(T - T_{ot}) \quad (2.28)$$

gdzie:

α - współczynnik przyjmowania ciepła.

Między badaną objętością V wypełnioną reagującym medium a otoczeniem ustali się równowaga termiczna, jeśli szybkość wydzielenia energii w wyniku reakcji q_1 będzie równa szybkości przekazywania ciepła do otoczenia q_2 :

$$q_1 = q_2 \quad (2.29)$$



Rys. 2.2. Graficzna interpretacja termicznej teorii samozapłonu

1 – ciepło reakcji chemicznej; 2 – ciepło przyjmowane przez otoczenie; T_z – temperatura samozapłonu; T_{ot} – temperatura otoczenia, w granicznym przypadku ($T_{ot} = T_{ot}''$) temperatura zapłonu;

Krzywa 1 na rysunku 2.2 przedstawia szybkość wydzielenia się ciepła w wyniku reakcji chemicznej i ma przebieg właściwy dla reakcji utleniania się węglowodorów. Szybkość przekazywania ciepła do otoczenia przedstawiają proste 2, wychodzące z punktu T o wartościach: T'_{ot} , T''_{ot} , T'''_{ot} (różne wartości temperatury otoczenia).

Przy temperaturze otoczenia T'_{ot} prosta 2 przecina krzywą 1 w dwóch punktach: A i B. Poniżej punktu A i powyżej punktu B ilość ciepła wytwarzanego jest większe od traconego, czyli $q_1 > q_2$, co oznacza, że samozapłon zachodzi, gdy otoczenie ma temperaturę T'_{ot} . Pomiędzy punktami A i B ciepło generowane jest mniejsze od traconego, czyli $q_1 < q_2$ i samozapłon nie zachodzi. Oznacza to, że po samozapłonie należałoby doprowadzić ciepło do mieszaniny, aby podtrzymać reakcję wywiązywania ciepła. Przy wyższej temperaturze ścianki T'''_{ot} straty ciepła do otoczenia są zawsze mniejsze niż ciepło generowane $q_2 < q_1$ i samozapłon zachodzi zawsze. W granicznym przypadku samozapłonu, tj. gdy temperatura otoczenia

wynosi T''_{ot} , krzywa 1 i prosta 2 mają tylko jeden punkt wspólny. Po samozapłonie w temperaturze $T = T_z$ zawsze $q_1 > q_2$ i reakcja chemiczna nie wygasa, aż substraty przereagują do końca. Prosta 2 dla tego przypadku odpowiada granicznemu stanowi równowagi termicznej, a temperatura otoczenia T''_{ot} nazywana jest temperaturą krytyczną zapłonu T_{kr} . Matematycznie warunki krytyczne wybuchu cieplnego wyrażają się równaniem styczności krzywej wydzielania ciepła q_1 i strat ciepła q_2 :

$$\frac{dq_1}{dT} = \frac{dq_2}{dT} \quad (2.30)$$

Po podstawieniu odpowiednich zależności na q_1 i q_2 do (2.30) oraz pewnych przekształceniach, ostatecznie można otrzymać:

$$T_z \approx T_{ot} \frac{T_{ot}^2 R}{E} \quad (2.31)$$

Temperatura samozapłonu T_z jest temperaturą, w której w wyniku ogrzewania mieszaniny następuje jej samozapłon. Jest ona nieco wyższa niż temperatura T_{ot} otaczająca ogrzewaną objętość. Temperatura otoczenia, w której następuje samozapłon mieszaniny jest nazywana temperaturą zapłonu.

2.4.3. Chemiczna teoria zapłonu

Doświadczalne wyznaczenie temperatury samozapłonu nie pokrywa się z wartościami wyznaczonymi na podstawie teorii wybuchu cieplnego. Przyczyną tego zjawiska jest bardziej złożony mechanizm reakcji chemicznej. Podstawową rolę spełniają w nich wolne rodniki, które są powielane w wyniku reakcji łańcuchowych [23]. Szybkość zmian wolnych rodników w jest określona równaniem:

$$\frac{dw}{dt} = \Theta + (f - q)w \quad (2.32)$$

gdzie:

- Θ – prędkość inicjacji zapłonu,
- f – współczynnik rozgałęzienia łańcucha,
- q – współczynnik szybkości przerywania łańcucha.

W stanie ustalonym, gdy $dw/dt = 0$, liczba wolnych rodników jest określona równaniem:

$$w = \frac{\Theta}{f - q} \quad (2.33)$$

Gdy $f - q$ jest większe od zera, liczba rodników rośnie eksponentalnie do nieskończoności i stan równowagi termicznej, określony równością szybkości rozgałęzienia i rekombinacji, nie występuje.

2.4.4. Zapłon iskrowy

Gdy energia dostarczona do pewnej objętości gazu jest dostatecznie duża do podtrzymania rozwoju powstałego płomienia w mieszaninie palnej, wówczas następuje dalszy wzrost obszaru objętego płomieniem, który rozprzestrzenia się na pozostałą objętość mieszaniny. Do podtrzymania rozprzestrzeniania się płomienia nie jest już potrzebna energia z zewnątrz, lecz wystarcza energia reakcji chemicznej zachodzącej w płomieniu. Jeśli energia wyładowania iskrowego jest zbyt mała, to straty energii w skutek przejmowania i promieniowania przewyższają ilość energii elektrycznej doprowadzonej do gazu i obszar objęty wyładowaniem zanika [59, 60].

Krytyczna, minimalna energia powodująca zapalenie jest nazywana *minimalną energią zapłonu* [54] i wyznacza się ją jako najmniejszą energię kondensatora w obwodzie elektrycznym, którego wyładowanie iskrowe wywołuje zapłon mieszaniny gazowo-powietrznej [1, 29].

Zapłon mieszaniny jednorodnej jest zjawiskiem losowym. Dla energii wyładowania iskrowego zbliżonych do energii krytycznej zapłon może się pojawić lub nie. Wygaszenie jądra wczesnego płomienia w mieszaninie palnej może nastąpić z następujących przyczyn:

- chłodzącego oddziaływania elektrod (za pomocą których dokonano wyładowania iskrowego),
- zbyt dużego odstępu między elektrodami, wskutek czego obszar wyładowania występuje na stosunkowo dużej powierzchni, co jest przyczyną znacznej utraty energii wyładowania do otoczenia przez przejmowanie ciepła; w takim przypadku doprowadzona do gazu energia jest zbyt mała, aby podtrzymać rozprzestrzenianie się wczesnego płomienia i następuje jego wygaszenie,
- zbyt dużej prędkości lokalnej ośrodka gazowego, co powoduje, że powierzchnia obszaru objętego wczesnym płomieniem nadmiernie się powiększa.

2.4.5. Wybuchy pyłów

Wybuchy pyłów pod wieloma względami różnią się od wybuchów gazowych. Pył składa się z indywidualnych cząstek, których proces spalania zależy od materiału

cząstki i od warunków spalania. Dodatkowo mieszanka pyłowo-powietrzna występuje jedynie podczas ruchu przynajmniej jednej z faz: gazowej lub stałej. Zapłon czynnika będącego w ruchu jest utrudniony, dlatego, między innymi, energia inicjacji wybuchu pyłowego jest większa niż w przypadku wybuchu gazowego [36]. Mierzone w laboratorium parametry wybuchowe pyłów często różnią się istotnie od wartości podawanych w literaturze. Główną przyczyną rozbieżności jest wpływ wielu czynników na właściwości wybuchowe pyłów, wśród nich do najważniejszych należą: różnice gatunkowe substancji, granulacja pyłu i jego wilgotność. Ważny wpływ na parametry wybuchowe pyłu ma rozmiar cząsteczek, ponieważ od rozdrobnienia zależy wielkość powierzchni pyłu przypadającej na jednostkę masy, a zatem i prędkość reagowania z tlenem. Im pył jest drobniejszy, tym jest bardziej wybuchowy, i odwrotnie pył o rozmiarach cząstek ponad 500 μm nie stwarza zagrożenia wybuchowego [57].

W przypadku pyłów rozróżnia się temperaturę samozapalenia warstwy pyłu od gorącej powierzchni i temperaturę samozapalenia chmury pyłowej. Temperaturę samozapłonu warstwy pyłu wyznacza się, zwiększając temperaturę gorącej powierzchni, na której leży 5 mm warstwa pyłu, aż do zaobserwowania zapłonu. Temperaturę samozapłonu chmury pyłowej mierzy się przez wdmuchnięcie 0.2 g pyłu do gorącej komory wybuchowej.

Wartość minimalnej energii zapłonu obłoku pyłu wyznaczana jest, podobnie jak minimalna energia zapalająca mieszaninę gazową, poprzez pomiar energii kondensatora, którego wyładowanie iskrowe powoduje jego zapłon [55, 56]. Wartości minimalnych energii zapłonu mieszanin pyłowo powietrznych są najczęściej o dwa rzędy większe od minimalnych energii zapłonu mieszanin gazowych i zależą od własności pyłu.

Opisane procesy związane z przekazywaniem energii poprzez promieniowanie optyczne oraz sam proces powstania zapłonu są niezwykle złożone. Dodatkowo, pomimo zapewnienia powtarzalności badań, powstanie wybuchu ma charakter losowy. To sprawia, że przedstawione rozwiązania teoretyczne mogą być traktowane tylko jako opis jakościowy określający wpływ poszczególnych parametrów na sam proces powstania wybuchu. Dla potrzeb bezpieczeństwa przeciwwybuchowego właściwości wybuchowe mieszanin oraz warunki, dla których energie wyładowań powodujących zapalenie są minimalne, muszą więc być wyznaczone doświadczalnie.

2.5. Energia, powierzchnia i czas naświetlania

Niebezpieczeństwo związane z użytkowaniem systemów optycznych w przestrzeniach zagrożonych wybuchem zależy od kombinacji: *źródło promieniowania* – *element naświetlany* – *mieszanina wybuchowa*, charakteryzujących się różnym stopniem ryzyka. Podstawowe parametry promieniowania, to długość fali, moc lub energia promieniowania, średnica promienia oraz charakter pracy, tj. praca ciągła lub impulsowa. Naświetlane materiały mogą posiadać różne właściwości chemiczne. Mogą być to elementy z materiałów niepalnych (np. węgiel krzemowy, tlenki żelaza) lub materiałów palnych (np. różnego rodzaju węgiel, toner, sadza, siarka, skrobia). Materiały posiadają różne współczynniki absorpcji padającego na nie promieniowania optycznego. Elementy naświetlane mogą występować w postaci pojedynczej cząsteczki, chmury lub warstwy pyłków. Nagrzewanie naświetlanych elementów może odbywać się w otoczeniu atmosfery wybuchowej. Atmosfery te są określane poprzez charakterystyczne dla nich parametry wybuchowe, takie jak minimalna energia zapłonu oraz temperatura samozapłonu. Powstanie wybuchu dla różnych mieszanin jest zależne od stężenia oraz temperatury mieszaniny, jak również od wielkości naświetlanej powierzchni oraz czasu naświetlania.

Jednym z podstawowych celów przeprowadzonych badań było scharakteryzowanie warunków w jakich promieniowanie optyczne o różnych długościach fali, naświetlając elementy wykonane z różnych materiałów, staje się źródłem zapłonu [2, 5, 43, 47, 66, 72]. Warunki te uzależniono od: energii promieniowania E , pola naświetlanej powierzchni A oraz czasu oddziaływania promieniowania t (zwykle był to czas do powstania zapłonu). Wyznaczono cztery szczególne przypadki, dla których określono jaki parametr promieniowania optycznego jest przyczyną zapłonu.

Tabela 2.1.
Kryterium powstania zapłonu w funkcji powierzchni i czasu naświetlania [5]

	Wielkość naświetlanej powierzchni ₁	Czas naświetlania ₂	Kryterium zapłonu ₃
1	mała	długi	minimalna moc
2	duża	długi	minimalne natężenie
3	mała	krótki	minimalna energia
4	duża	krótki	gęstość energii

Prowadzone prace [47], były skupione na znalezieniu tzw. „najgorszego przypadku”. Jako atmosferę wzorcową zaproponowano 2.5% mieszaninę dwusiarczku węgla z powietrzem. Elementem naświetlanym była mata wykonana z

włókien ceramicznych pokrytych pyłem węgla drzewnego. Źródłem światła był laser jonowo argonowy. W tak opisanym doświadczeniu stwierdzono, że natężenie promieniowania równe 67 mW/mm^2 powoduje powstanie zapłonu w przypadku naświetlania dużej powierzchni oraz w długim czasie oddziaływania. Moc równa 319 mW powoduje zapłon w przypadku naświetlania małej powierzchni, a energia równa 169 mJ była energią zapalającą w przypadku krótkiego impulsu. Analiza otrzymanych wyników pozwoliła na stworzenie pewnego hipotetycznego równania wiążącego podstawowe parametry promieniowania [41, 47]:

$$E = E_{min} + P_{min}t + F_{min}A + I_{min}At \quad (2.34)$$

Równanie to może być wyrażone w jednostkach mocy promieniowania po podzieleniu przez t :

$$P = E_{min} / t + P_{min} + F_{min}A / t + I_{min}A \quad (2.35)$$

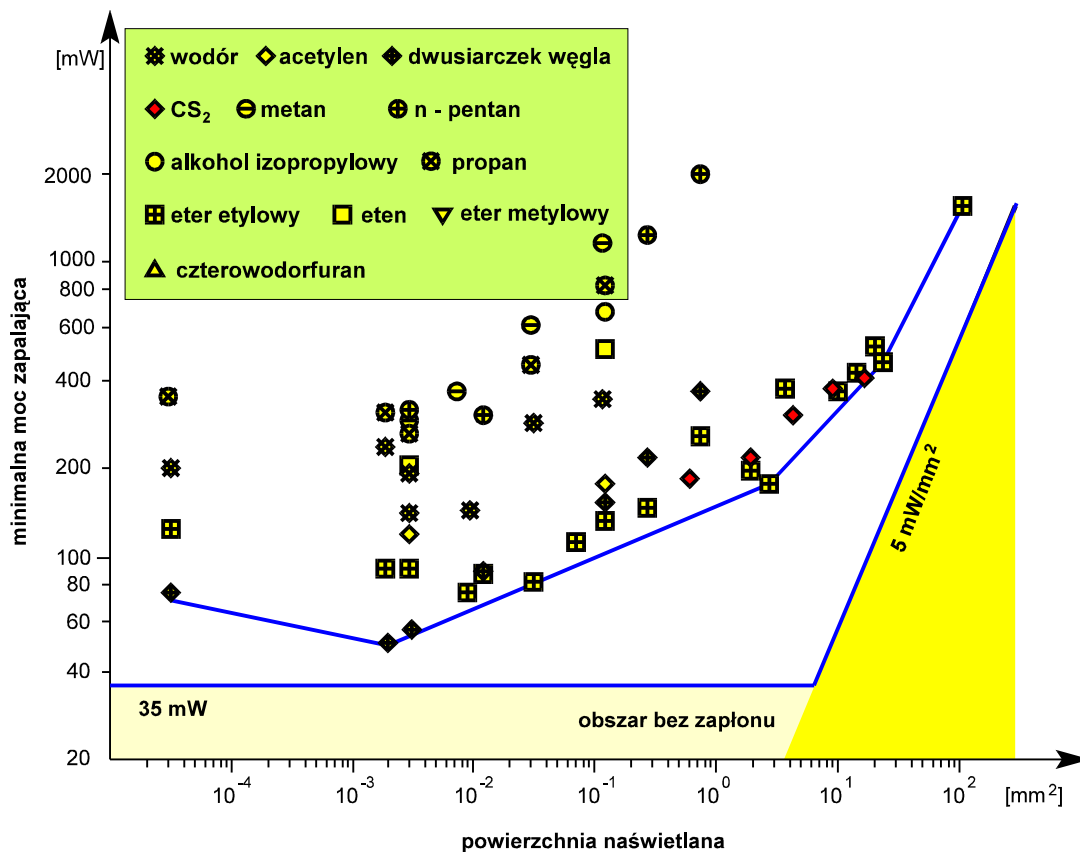
oraz w jednostkach natężenia promieniowania przez następane podzielenie przez A :

$$I = E_{min} / At + P_{min} / A + F_{min} / t + I_{min} \quad (2.36)$$

Z równania (2.34) wynika, że w przypadku gdy powierzchnia i czas dążą do zera podstawowym parametrem decydującym o powstaniu wybuchu będzie energia promieniowania. W przypadku, gdy powierzchnia i czas dążą do nieskończoności podstawowe znaczenie będzie miało natężenie promieniowania, a gdy powierzchnia jest mała, a czas dąży do nieskończoności, wtedy na podstawie równania (2.35), podstawowe znaczenie ma moc promieniowania. Przedstawione równania pozwalają przewidzieć jaki parametr promieniowania będzie musiał być uwzględniany w przypadku różnych kombinacji czasu i powierzchni oddziaływania. Jednak wartości współczynników tych równań będą zależały od sytuacji w jakiej będą użytkowane, tj. od materiału elementu naświetlanego, długości fali promieniowania czy atmosfery w jakiej się znajdują. Na podstawie uzyskanych wyników stwierdzono, że urządzenia emitujące promieniowanie ciągłe w zakresie widzialnym i bliskiej podczerwieni nie jest zdolne do zapalenia otaczającej mieszaniny wybuchowej jeśli [47]:

- a. moc promieniowania nie przekroczy 35 mW ,
- b. szczytowa wartość natężenia promieniowania nie przekroczy 5 mW/mm^2 .

Wartości te zostały określone na podstawie minimalnych wartości, które jeszcze spowodowały zapalenie z uwzględnieniem współczynnika bezpieczeństwa wynoszącego 2 (rys. 2.3).



Rys. 2.3. Graniczne wartości mocy i natężenia promieniowania [47]

2.6. Promieniowanie ciągłe

Właściwości oddziaływania promieniowania ciągłego należy rozpatrywać w zależności od wielkości naświetlanej powierzchni. Analizując różne systemy optyczne można wyróżnić tzw.: *układy otwarte* oraz *układy zamknięte*. Przykładem systemów otwartych mogą być układy zliczające, pozycjonujące czy optyczne metody detekcji gazów. W takich zastosowaniach średnica promienia lasera jest rzędu kilku milimetrów. Przykładem systemów zamkniętych mogą być systemy światłowodowe doprowadzające światło do czujników optycznych. Również systemy impulsowe przesyłające dane z dużymi szybkościami (częstotliwość impulsów powyżej 100 Hz) należy rozpatrywać jako systemy z promieniowaniem ciągłym. Średnice typowych włókien światłowodowych zawierają się w granicach od 9 μm do 1500 μm .

Zagadnienie *mała* lub *duża* powierzchnia naświetlająca należy odnieść w stosunku do *odległości krytycznej* dla danej mieszaniny. Odległość krytyczną należy rozumieć jako odległość pomiędzy elektrodami obwodu elektrycznego, dla której osiąga się minimalne energie powodujące zapalenie danej mieszaniny.

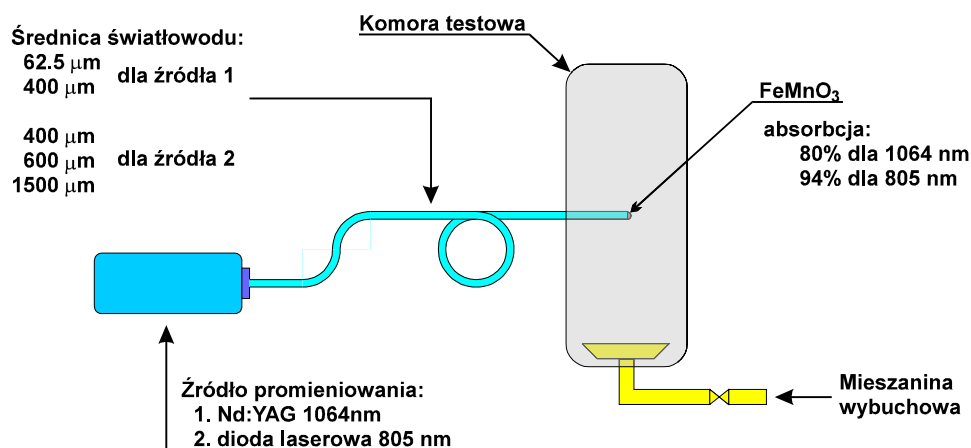
Dla promieniowania otwartego naświetlającego powierzchnię o średnicach kilku milimetrów można traktować jako *dużą*. W przypadku promieniowania zamkniętego, gdzie naświetlenie jest możliwe po przecięciu włókna światłowodowego, umieszczenie elementu naświetlanego bardzo blisko miejsca wydostawania się światła z systemu (w najgorszym przypadku elementy naświetlane mogą ulec przyklejeniu do końcówki światłowodu) należy traktować jako *małą*.

2.6.1. Promieniowanie ciągłe naświetlające małą powierzchnię

Promieniowanie ciągłe naświetlające małą powierzchnię należy traktować jako przypadek, gdy powierzchnia dąży do zera, a czas dąży do nieskończoności. Ponieważ czas dąży do nieskończoności, kryterium zapłonu będzie osiągnięcie temperatury zapłonu. Odpowiednim parametrem promieniowania będzie więc jego moc, która w długim okresie czasu będzie nagrzewać niewielką powierzchnię [5, 6, 42, 61, 66].

2.6.1.1. Elementy naświetlane wykonane z materiałów niepalnych

Podczas przeprowadzonych badań użyto szesnaście różnych atmosfer wybuchowych. Źródłem promieniowania był laser Nd:YAG. Zastosowano promieniowanie o długości fali 1064 nm. Elementem naświetlanym był tlenek żelazawy (FeMnO_3) bezpośrednio naklejony na końcówkę światłowodu doprowadzającego promieniowanie optyczne do komory testowej (rys. 2.4). Zastosowano światłowody o średnicach 400 μm i 62.5 μm . Zastosowanie światłowodów o mniejszych średnicach wymagało doprowadzenia większych mocy.



Rys. 2.4. Schemat stanowiska doświadczalnego podczas badań promieniowania ciągłego naświetlającego małą powierzchnię

Badania prowadzono dla różnych stężeń mieszaniny wybuchowej stosując światłowód o średnicy 400 μm i szukając stężenia charakteryzującego się minimalną mocą powodującą zapalenie. Następnie dla takiego właśnie stężenia wyznaczano moc potrzebną do zapalenia w przypadku zastosowania światłowodu o średnicy 62.5 μm .

Dodatkowo badania powtórzono dla promieniowania z diody laserowej (długość 805 nm) doprowadzanego przy pomocy światłowodów o średnicy 400 μm , 600 μm i 1500 μm . Zanotowano nieco mniejsze minimalne moce powodujące zapalenie w stosunku do poprzedniego źródła światła, jednak było to związane z większą absorpcją (93.7%) oraz samymi różnicami w budowie stanowiska badawczego.

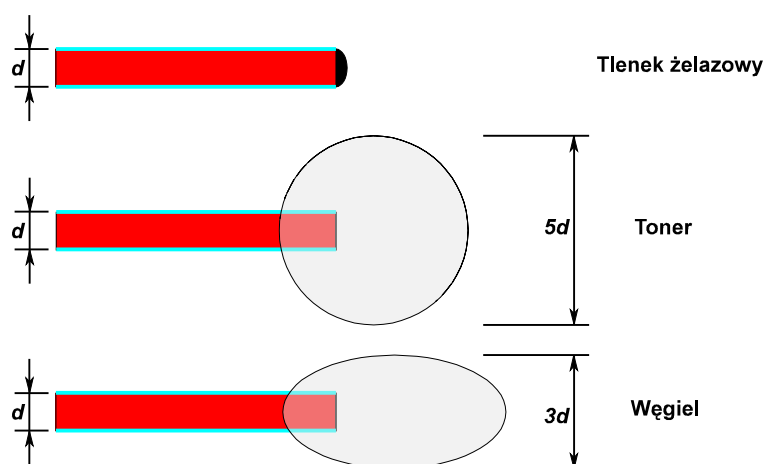
Dla tak przeprowadzonych badań minimalne moce powodujące zapalenie otrzymano dla światłowodu o mniejszej średnicy (62.5 μm). Mniejsza średnica odpowiada większemu natężeniu promieniowania, a jednocześnie ogrzewana jest mniejsza powierzchnia, tak więc powierzchnia ta osiąga większą temperaturę. Jednak dalsze zmniejszania średnicy włókna nie powodowało już spadku mocy zapalającej. Nie udało się jednak określić współzależności pomiędzy minimalną energią zapłonu dla iskry elektrycznej oraz temperaturą samozapłonu, a uzyskanymi wartościami mocy i energii promieniowania. Teoretycznie minimalna moc optyczna powodująca zapalenie powinna rosnać wraz ze wzrostem minimalnej energii zapalającej dla danej mieszaniny wybuchowej. Okazało się jednak, że istnieje kilka wyjątków. Eter etylowy ulega zapaleniu przy niskiej mocy promieniowania optycznego (89 mW), chociaż posiada stosunkowo wysoką wartość minimalnej energii zapalającej (0.45 mJ), odwrotnie zaś wodór charakteryzujący się niską wartością minimalnej energii zapalającej (0.019 mJ) ulega zapaleniu przy stosunkowo dużej wartości mocy optycznej (140 mW) (tabela 2.2).

2.6.1.2. Elementy naświetlane wykonane z materiałów palnych

Jako naświetlane elementy palne zastosowano: różny gatunkowo węgiel, sadzę oraz toner. Współczynnik absorpcji padającego promieniowania optycznego tych elementów był większy niż dla materiałów niepalnych. Otrzymane wyniki świadczą o występowaniu innego mechanizmu zapłonu niż zapalenie od gorącej powierzchni. Zauważono powstawanie reakcji chemicznych elementów naświetlanych z otaczającymi gazami (np. żarzenie) w czasie do powstania wybuchu.

Dla mieszaniny eteru etylowego z powietrzem minimalna moc powodująca zapalenie w przypadku naświetlania czarnego węgla była porównywalna z minimalną mocą dla FeMnO_3 . Natomiast zdecydowanie mniejszą moc otrzymano w przypadku naświetlania tonera. Naświetlając elementy palne w otoczeniu mieszaniny dwusiarczku węgla z powietrzem nie zaobserwowano znaczących różnic.

Stosując materiały palne najmniejsze wartości powodujące zapalenie otrzymano w przypadku, gdy materiał był naklejony na końcówkę światłowodu nie w postaci warstwy, lecz w postaci bryły o grubości od jednej do pięciu średnic światłowodu (rys. 2.5). Grubość zależała od materiału z jakiego był wykonany element naświetlany oraz mieszaniny wybuchowej. Najmniejszą moc powodującą zapalenie otrzymano w przypadku zastosowania tonera. Wykazywał on inne zachowanie niż tlenek żelazawy. W czasie naświetlania zmieniał swój kolor na czerwony, podczas gdy tlenek żelazawy pozostawał cały czas czarny. Najłatwiej zapalaną mieszaniną podczas naświetlania tonera była mieszanina eteru etylowego z powietrzem o stężeniach stechiometrycznych.



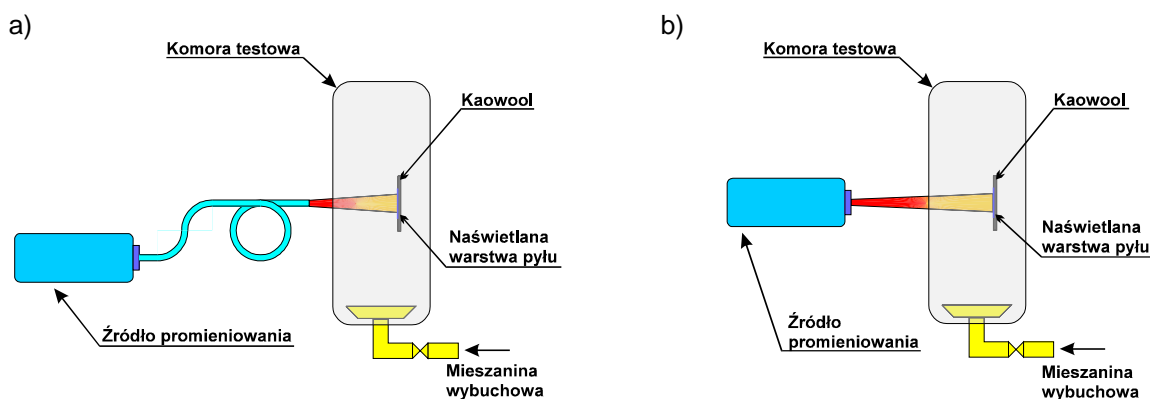
Rys. 2.5. Najbardziej niebezpieczne sposoby naklejenia elementu naświetlanego na końcówkę światłowodu zapalającego eter etylowy [66]
 d – średnica światłowodu

2.6.2. Promieniowanie ciągłe naświetlające dużą powierzchnię

Promieniowanie ciągłe naświetlające dużą powierzchnię należy traktować jako przypadek, gdy powierzchnia i czas dążą do nieskończoności. Kryterium powstania zapłonu będzie osiągnięcie przez otaczającą naświetlaną powierzchnię atmosferę temperatury samozapłonu. Decydujące znaczenie będzie więc miało natężenie promieniowania nagrzewające dużą powierzchnię w stosunkowo długim czasie.

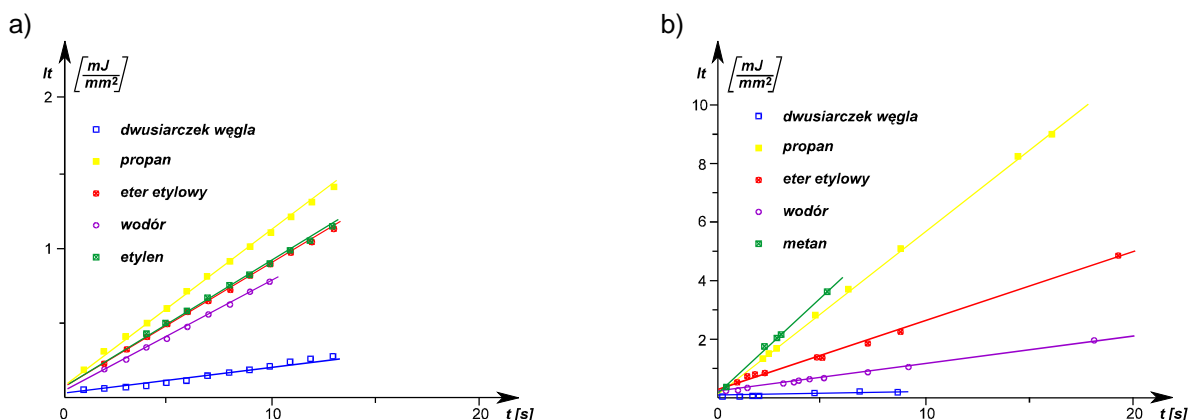
2.6.2.1. Elementy naświetlane wykonane z materiałów niepalnych

Badania prowadzono poprzez naświetlanie elementów inicjujących wybuch napylnych na matę stanowiącą izolację termiczną. Dokładne pomiary wykazały, że temperatura jaką osiągała naświetlana warstwa była dużo wyższa od temperatury samozapłonu używanych mieszanin wybuchowych. Dodatkowo okazało się, że mieszaniny posiadające mniejsze temperatury samozapłonu wymagały większych natężeń promieniowania niż mieszaniny o wyższych temperaturach samozapłonu.



Rys. 2.6. Schemat stanowiska doświadczalnego podczas badań promieniowania ciągłego naświetlającego dużą powierzchnię
 a) wykorzystanie światłowodu jako medium transmisyjnego;
 b) bezpośrednie naświetlanie promieniowaniem laserowym;

Minimalne wartości natężenia promieniowania powodującego zapalenie, zakładając, że czas dąży do nieskończoności, wyznaczono na podstawie nachylenia charakterystyk przedstawiających zależność iloczynu natężenia promieniowania i czasu naświetlania do powstania wybuchu It w funkcji czasu naświetlania t .



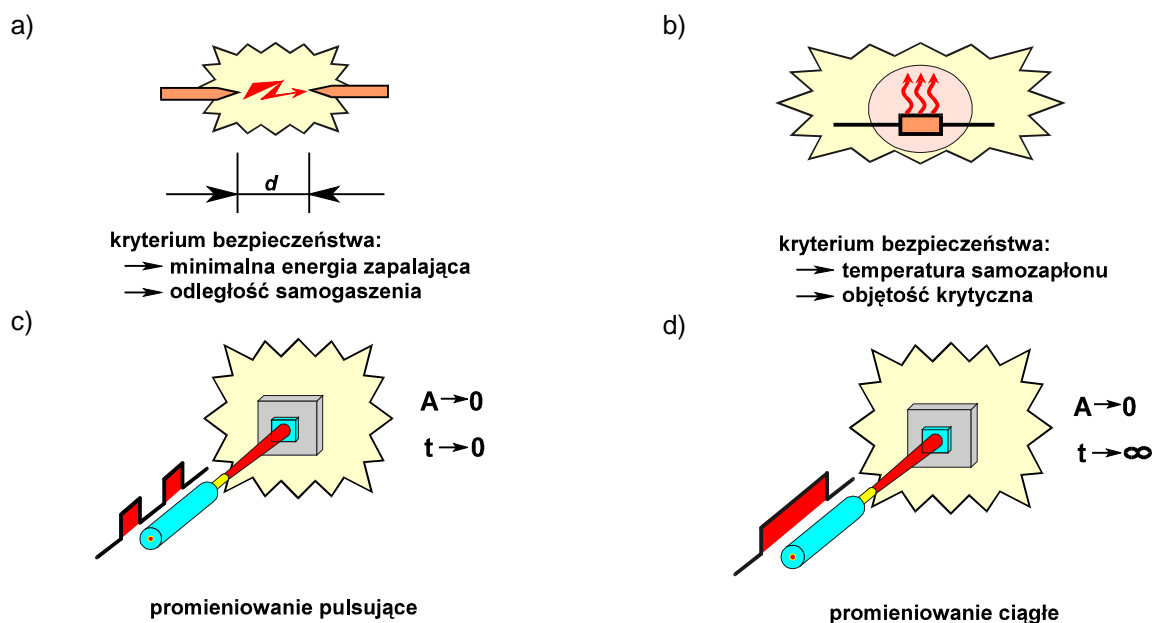
Rys. 2.7. Wykres zależności It w funkcji t [43]
 a) promieniowanie z lasera CO₂ naświetlające matę ceramiczną (Kaowool);
 b) promieniowanie z lasera Nd-YAG naświetlające matę ceramiczną pokrytą SiC;

Tabela 2.2.

Porównanie minimalnych wartości zapalających promieniowania optycznego z temperaturą samozapłonu, minimalną energią iskry elektrycznej oraz szybkością spalania dla wybranych mieszanin wybuchowych; minimalne natężenie promieniowania wg [6]; minimalna moc promieniowania wg [41]

Lp.	mieszanina wybuchowa	temperatura samozapłonu	minimalna energia zapalająca	szybkość spalania	minimalne natężenie promieniowania	minimalna moc promieniowania*
-	-	°C	mJ	cm/s	mW/mm ²	mW
1	2	3	4	5	6	7
1	metan	632	0.340	36	150	304
2	propan	481	0.310	49	110	250
3	eter etylowy	193	0.450	38	90	89
4	etylen	490	0.100	68	85	-
5	wodór	574	0.019	290	80	140
6	dwusiarczek węgla	120	0.015	52	22	50

* - wartości otrzymane w przypadku doprowadzenia światła światłowodem o średnicy 62.5 μm



Rys. 2.8. Porównanie mechanizmów powstania zapłonu na skutek oddziaływania promieniowania optycznego z mechanizmami zapłonem od iskry elektrycznej oraz gorącej powierzchni

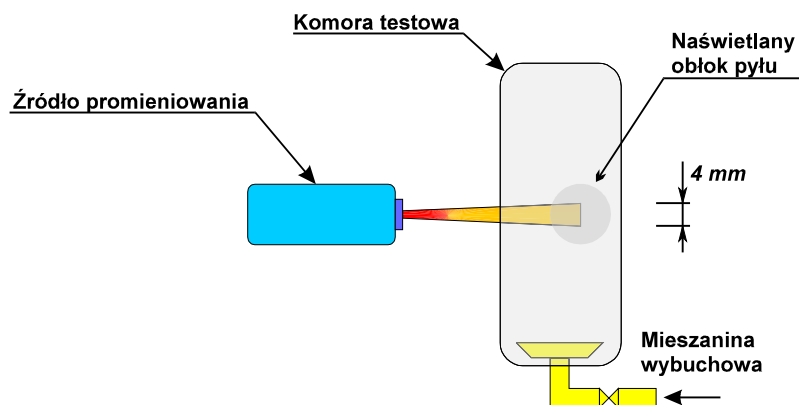
- zapalenie iskry elektryczną – charakteryzowane minimalną energią zapalającą (MEZ);
- zapalenie od gorącej powierzchni – charakteryzowane temperaturą samozapłonu (TS);
- zapalenie promieniowaniem pulsującym – charakteryzowane minimalną mocą promieniowania;
- zapalenie promieniowaniem ciągłym – charakteryzowane minimalną mocą promieniowania;

d – odległość samogaszenia; A – naświetlana powierzchnia; t – czas naświetlania.

2.6.2.2. Elementy naświetlane wykonane z materiałów palnych

Zapalenie mieszaniny wybuchowej otaczającej warstwę pyłków z materiałów palnych wymagało zdecydowanie większych natężeń promieniowania optycznego niż w przypadku materiałów niepalnych. Naświetlanie np. warstwy tonera powodowało jego żarzenie, ale nie prowadziło do powstania wybuchu.

Badania obejmowały również możliwość zapalenia obłoku pyłków zawieszonego w powietrzu poprzez jego bezpośrednie naświetlenie. Badania prowadzono dla różnych wymiarów ziaren oraz ich koncentracji. Otrzymane wyniki mocy promieniowania oraz obliczone wartości natężenia promieniowania w przypadku naświetlania powierzchni o średnicy ok. 4 mm, przedstawiono w tabeli 2.3.



Rys. 2.9. Bezpośrednie naświetlanie obłoku pyłu

Tabela 2.3.

Moc oraz obliczone natężenie promieniowania zapalające obłoki pyłków z materiałów palnych [5]

	Jednostka	Materiał naświetlanych pyłków				
		Skrobia	Siarka	Lignit	ABS	Likopodium
Średnica ziaren	μm	36	48	17	15	30
Stężenie	g/m^3	100 ÷ 1400	100 ÷ 1000	100 ÷ 900	30 ÷ 700	30 ÷ 700
Moc zapalająca	mW	2700	1200	2500	5300	4000
Natężenie	mW/mm^2	<200	100	<200	<400	<300

2.7. Promieniowanie pulsujące

Praca impulsowa laserów pozwala na generowanie impulsów o bardzo dużych energiach, ale stosunkowo krótkich czasach trwania. Aby spowodować nagrzanie do odpowiednio wysokiej temperatury w tak krótkim czasie, powierzchnia naświetlana musi być niewielka. Gdy czas oddziaływania i naświetlana powierzchnia dążą do zera, kryterium zapłonu jest minimalna energia przenoszona przez pojedynczy krótki impuls promieniowania optycznego [3, 5, 66].

Badania z użyciem promieniowania pulsującego były zrealizowane głównie w laboratorium PTB w Niemczech. Były one prowadzone poprzez naświetlanie elementów inicjujących wybuch jak i naklejonych na końcówkę światłowodu. Źródłem promieniowania był laser Nd:YAG umożliwiający generowanie impulsów nano i mikro sekundowych. Aparatura pomiarowa umożliwiała pomiar energii jak i kształtu generowanych impulsów.

2.7.1. Wyładowanie w powietrzu

Jednym ze sposobów zapalenia mieszaniny wybuchowej w krótkim czasie oddziaływania promieniowania optycznego jest spowodowanie wyładowania plazmowego w gazie bez obecności elementów naświetlanych. Jednak energie wymagane do spowodowania wybuchu w taki sposób muszą być bardzo duże. Dlatego mechanizm ten odrzucono, a uwagę skupiono na zapaleniu podobnym do zapalenia iskrowego, ale powstałego na skutek naświetlania promieniowaniem laserowym niewielkich elementów inicjujących wybuch.

2.7.2. Impulsy nanosekundowe

Impulsami nanosekundowymi (szerokość impulsu mierzona w połowie amplitudy wynosiła 26 ns) naświetlano elementy niepalne z tlenku żelaza naklejone na końcówkę światłowodu. Stwierdzono, że impulsy nanosekundowe wymagają większych energii niż impulsy mikrosekundowe.

2.7.3. Impulsy mikrosekundowe

Czas trwania impulsów zmieniano w zakresie od 70 μ s do 400 μ s. Badania prowadzono poprzez naświetlanie elementów naklejonych na końcówkę światłowodu oraz poprzez bezpośrednie naświetlanie promieniowaniem laserowym. okazało się, że najbardziej niebezpieczną mieszaniną wybuchową jest wodór (minimalna energia powodująca zapalenie wynosiła 2.3 mJ), a nie dwusiarczek węgla, dla którego otrzymano minimalne wartości mocy i natężenia promieniowania optycznego. Takie wyniki wskazują wyraźnie, że w przypadku krótkich impulsów mechanizm powstania wybuchu jest inny niż zapalenie od gorącej powierzchni i jest bardziej podobny do zapalenia iskrowego.

Zmierzone wartości minimalnych energii promieniowania optycznego powodujących zapalenie były o rząd większe od minimalnych energii zapalających iskry elektrycznej dla tych mieszanin. Analizując nagrania video zauważono, że naklejona warstwa naświetlanych elementów ulega oderwaniu. Środek płomienia pojawia się na końcu światłowodu, a oderwane cząsteczki nie wpływają na proces palenia. Dopiero w przypadku dużych energii promieniowania, dużo większych niż minimalne energie powodujące zapalenie, oderwane cząsteczki stają się źródłem oddalonych zapłonów. Szczegółowa analiza czasowa pokazała, że elementy

naświetlane w całości pochłaniają energię padającego na nie impulsu, a następnie są odrywane. Po ok. 2 ms są całkowicie poza obszarem płomienia.

Tabela 2.4.

Minimalne energie zapalające dla pojedynczych impulsów zapalających bezpośrednio tlenki żelaza pokrywające 400 μm włókno [3]

		minimalna energia zapalająca			
		mJ			
materiał łatwopalny	stężenie najłatwiej zapalna	impuls o czasie trwania równym			
	% objętości	400 μs	70 μs	20 ns	
1	2	3	4	5	
1	n – pentan	6.4	14.4	9.0	>18.1
2	eter etylowy	6.0	14.3	13.5	>15.1
3	dwusiarczek węgla	20.0	4.1	2.5	4.7
4	wodór	13.0	4.0	2.3	3.3

2.7.4. Impulsy milisekundowe

Czas trwania impulsu regulowano przy pomocy zewnętrznego urządzenia otwierającego i czas ten był zmieniany w zakresie od 1 ms do 1 s. Badania prowadzono dla różnych czasów trwania impulsu, różnych średnic promienia oraz różnych stężeń mieszanin wybuchowych. Otrzymane wyniki przedstawiono w tabeli 2.6, gdzie porównano wyniki otrzymane z eksperymentu z wartościami wyznaczonymi na podstawie nachylenia prostych It w funkcji t (rys. 2.7).

Tabela 2.5.

Minimalne energie zapalające promieniowania pulsującego, impulsy milisekundowe [5]

Lp.	Stężenie stechiometryczne gazu	Minimalna energia zapalająca	
		ekstrapolowane	doświadczalna
	-	mJ	mJ
1	2	3	4
1	propanol	77	72
2	metan	67	67
3	wodór	16	15
4	etylen	26	24
5	dwusiarczek węgla	12	12

2.7.5. Ciąg impulsów

Dla ciągu impulsów zasadnicze znaczenie ma częstotliwość powtarzania impulsów. W przypadku dużej częstotliwości ciąg impulsów może być traktowany tak, jak promieniowanie ciągłe. Kryterium powstania zapłonu staje się wtedy moc średnia promieniowania optycznego, którą należy odnieść do promieniowania ciągłego. W

przypadku niskich częstotliwości, kryterium zapłonu będzie energia przenoszona przez pojedyncze impulsy promieniowania.

Prawdopodobieństwo powstania wybuch na skutek oddziaływania promieniowania optycznego jest zagadnieniem niezwykle złożonym. Występuje tutaj duża liczba kombinacji charakteryzujących się różnym stopniem ryzyka. Dodatkowo na stopień wybuchowości wpływ mają inne czynniki, których nie można w sposób miarodajny ocenić kierując się tylko rozważaniami teoretycznymi. Dlatego stopień wybuchowości dla danego urządzenia laserowego musi być wyznaczany doświadczalnie, drogą wielokrotnych badań dla każdego urządzenia osobno. Badania te będą polegały na generacji ściśle określonej liczby naświetleń laserowych o znanych parametrach promieniowania, oddziałującego na cząsteczki ciała stałego. Liczba wywołanych zapaleń atmosfery wybuchowej będzie określać prawdopodobieństwo wywołania zapłonu przez dane urządzenie. Należy więc mierzyć jedynie ilość naświetleń i ilość wygenerowanych w mieszaninie wybuchów dla stałych pozostałych parametrów. Ważne jest również zapewnienie tych samych warunków w jakich doświadczenia są wykonywane.

3. Analiza statystyczna prawdopodobieństwa powstania wybuchu

3.1. Wprowadzenie

Stanowisko badawcze składające się z komory pomiarowej, naświetlanego elementu oraz badanego źródła promieniowania można traktować jako przyrząd pomiarowy [16, 17, 19]. Wzorcowanie takiego przyrządu będzie polegało na wyznaczeniu ciągłej zależności pomiędzy wielkością lub wielkościami wymuszającymi, a prawdopodobieństwem powstania wybuchu p . Przedstawiona w rozdziale 2 analiza dostępnych wyników badań, wskazuje, że prawdopodobieństwo to można wyrazić w funkcji energii promieniowania (E), wielkości naświetlanej powierzchni (A) oraz czasu naświetlania (t):

$$p = f(E, A, t) \quad (3.1)$$

Prowadzone badania będą miały na celu wyznaczenie minimalnych wartości zapalających x_{zm} . Wartościom tym będą odpowiadać pewne wartości prawdopodobieństwa zapalenia p . Właściwości metrologiczne oraz warunki użytkowania stanowiska badawczego będą miały wpływ na przedział ufności dla otrzymanych podczas badań odpowiednich wartości tego prawdopodobieństwa. Traktując stanowisko badawcze jako przyrząd pomiarowy należy zapewnić aby posiadało ono właściwości odpowiadające takim przyrządom [16, 53], szczególnie chodzi o zapewnienie: *powtarzalności pomiarów*, *odtworzalności pomiarów* oraz zapewnienie *stałości narzędzia pomiarowego*. Największe znaczenie będzie miało zapewnienie *odtworzalności pomiarów*, rozumianej jako zapewnienie zgodności wyników pomiarów tej samej wielkości w przypadku, gdy poszczególne pomiary są wykonywane za pomocą różnych metod, przy pomocy różnych narzędzi pomiarowych, przez różnych obserwatorów, w różnych laboratoriach lub w różnych warunkach użytkowania oraz w stosunkowo długich odcinkach czasu w porównaniu z

czasem trwania pojedynczego pomiaru. Stanowisko pomiarowe, które ma być wykorzystywane do wyznaczania charakterystyk optobezpieczeństwa, powinno być przebadane na tyle, aby wymienionym właściwościom metrologicznym umieć przypisać odpowiednie wartości liczbowe [10, 65]. Otrzymane podczas badań wyniki, tylko wówczas będzie można uznać za wiarygodne, gdy będzie podany pełny wynik z uwzględnieniem tych właściwości. Ich określenie jest szczególnie ważne w przypadku, gdy brak jest sposobu definicji minimalnych parametrów zapalających promieniowania optycznego. Nie jest możliwe również porównanie czułości stanowiska pomiarowego względem innych stanowisk, a tym samym nie można dokonać porównania otrzymanych wartości granicznych. Jako pierwszy musi więc być określony model statystyczny, który będzie najlepszym odwzorowaniem krzywej wzorcowej. Wyznaczony przedział ufności dla takiej krzywej będzie najlepszym sposobem porównaniem wyznaczonych wartości parametrów dopuszczalnych.

Wykorzystanie do oceny optobezpieczeństwa metody, polegającej na wyznaczeniu częstości względnej zajścia wybuchu, związane jest z rozwiązaniem podanych w rozdziale 1 problemów badawczych. Dotyczyły one:

- sposobu wyznaczenia krzywej wzorcowej,
- określeniem poziomu prawdopodobieństwa odpowiadającego minimalnym parametrom zapalającym,
- określeniem szerokości przedziału ufności,
- określeniem liczby wymaganych naświetleń.

Wyznaczenie **krzywej wzorcowej** związane jest z wyborem równania regresji. Wraz ze wzrostem wartości wielkości wymuszającej wartość prawdopodobieństwa wybuchu rośnie dążąc do jedności. Jednocześnie, gdy wartość wymuszająca dąży do zera, prawdopodobieństwo powstania wybuchu dąży do zera. Analiza literaturowa [11, 17, 68] pokazuje, że pomimo nieliniowej zależności, po wprowadzeniu pewnych przekształceń zmiennych, jest możliwe przyjęcie modelu liniowego. Typ wprowadzonych przekształceń zależeć będzie od wartości prawdopodobieństw dla których należy wyznaczyć równanie regresji. Przeprowadzenie pojedynczego doświadczenia będzie polegało na ustaleniu pewnych wartości wymuszających, tj.: energii promieniowania optycznego, czasu naświetlania oraz wielkości naświetlanej powierzchni a następnie wygenerowaniu określonej liczby naświetleń. Dla tak przeprowadzonego badania, wartości wielkości wymuszających mogą być określone na tyle dokładnie, że można uznać je za wartości znane. Jedynie właściwości stanowiska pomiarowego będą wynikiem wpływu czynników będących poza kontrolą

[16]. Przyjęcie takich założeń prowadzi do możliwości przyjęcia tzw. zmodyfikowanego równania regresji [14], w którym wartości wielkości wymuszających są traktowane jako parametry, a jedynie prawdopodobieństwo powstania wybuchu p jest zmienną losową obarczoną pewną niepewnością. Dla wyznaczonej w ten sposób krzywej wzorcowej należy określić przedział ufności opisujący właściwości metrologiczne stanowiska pomiarowego. Ostatecznie, wyznaczając prawdopodobieństwo powstania wybuchu, w przypadku gdy będą przeprowadzone badania polegające na wykonaniu jednej serii naświetleń, przedział ufności tego prawdopodobieństwa będzie musiał zawierać niepewności wynikające z przyjętego modelu oraz niepewności pomiarowe [18, 33].

Minimalne parametry zapalające pełnią w technice bezpieczeństwa przeciwwybuchowego szczególną rolę. Wartości te wykorzystuje się np. do klasyfikacji mieszanin wybuchowych, przy ich pomocy określa się wartości bezpieczne lub wykorzystuje się je podczas projektowania i budowy urządzeń spełniających określone wymagania bezpieczeństwa. Powstanie wybuchu dla danej wartości wielkości wymuszającej ma charakter losowy, dlatego niezmiernie ważnym parametrem związanym z minimalnymi parametrami zapalającymi jest podanie poziomu prawdopodobieństwa dla jakiego zostały one wyznaczone oraz procedur postępowania podczas ich wyznaczania. Ma to szczególne znaczenie w przypadku porównania tych wartości podawanych przez różne ośrodki badawcze. Szczególne funkcje jakie pełnią minimalne wartości zapalające powoduje, że powinny one być wyznaczone z największą dokładnością. Dlatego poziom prawdopodobieństwa odpowiadający tym wartościom powinien być dobrany tak, aby korzystając z przyjętego sposobu wyznaczenia krzywej wzorcowej oraz sposobu przeprowadzenia badań, niepewności odpowiadające tym wartościom były minimalne.

W technice iskrobezpieczeństwa wymaga się sprawdzenie prawdopodobieństwa powstania wybuchu p z dokładnością $\Delta = \pm 0.5p$ i poziomem ufności $\beta = 0.95$. Aby spełnić tak przyjęte założenia dla poziomu prawdopodobieństwa $p = 0.001$, należy wykonać $n = 16000$ naświetleń. Przeprowadzenie pojedynczego doświadczenia polegającego na naświetleniu promieniowaniem optycznym cząsteczki zawieszanej w mieszaninie wybuchowej lub naświetlenie obłoku pyłu jest bardzo czasochłonne. Dobór **szerokości przedziału ufności** musi stanowić więc kompromis pomiędzy dokładnością z jaką należy wyznaczyć szukaną wartość prawdopodobieństwa, a czasem trwania

przeprowadzanych badań, wynikającym z konieczności wykonania określonej liczby naświetleń.

Korzystając z teorii estymacji przedziałowej, szerokość przedziału ufności zależy od przyjętego poziomu ufności oraz od **liczby wykonanych naświetleń**. Przyjmując szerokość przedziału ufności dla ustalonego w praktyce badań przeciwwybuchowych poziomu ufności, można tak wyznaczyć liczbę koniecznych naświetleń, aby spełnić przyjęte założenia [34].

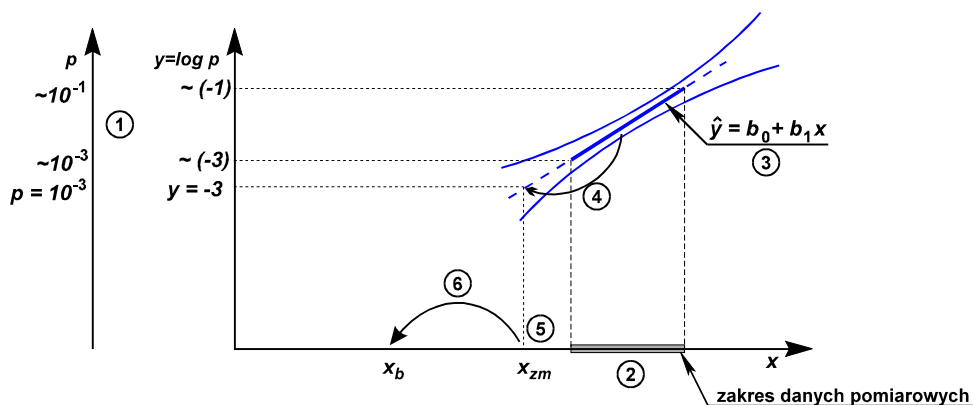
3.2. Statystyczna metoda oceny bezpieczeństwa przeciwwybuchowego

Ze względu na brak przepisów dotyczących sposobu przeprowadzania badań atestacyjnych i doświadczalnych urządzeń emitujących promieniowanie optyczne, można skorzystać z doświadczeń w sposobie przeprowadzania badań z innych dziedzin bezpieczeństwa przeciwwybuchowego. Mechanizmy powstania wybuchu otaczającej atmosfery pod wpływem oddziaływania promieniowania optycznego podobne są do zapalenia od iskier elektrycznych lub nagranych urządzeń lub elementów elektrycznych (rozdział 2). Dlatego słuszne wydaje się wykorzystać do wyznaczenia parametrów granicznych promieniowania optycznego, metod stosowanych w iskrobezpieczeństwie.

Zgodnie ze statystyczną oceną iskrobezpieczeństwa [55, 56] *wartości bezpieczne* x_b wyznacza się w oparciu o *minimalne parametry zapalające* x_{zm} przy pomocy współczynników bezpieczeństwa K :

$$x_b = \frac{x_{zm}}{K} \quad (3.2)$$

Minimalne parametry zapalające x_{zm} są to takie wartości wielkości wymuszających (prądu lub napięcia), dla których prawdopodobieństwo powstania wybuchu wynosi $p_{zm} = 10^{-3}$.



Rys. 3.1. Wyznaczenie minimalnych wartości zapalających i wartości bezpiecznych zgodnie ze statystyczną metodą oceny bezpieczeństwa

Minimalne wartości zapalające wyznacza się podczas badań doświadczalnych. Procedura polega na określeniu trzech punktów odpowiadających poziomowi prawdopodobieństwa w okolicach 10^{-2} do 10^{-3} , a następnie na wyznaczeniu równania liniowego.

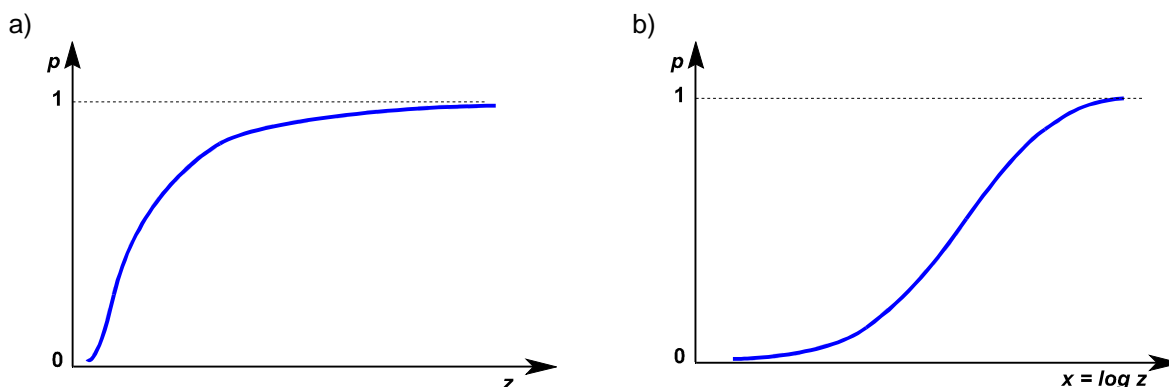
Minimalną wartość zapalającą określa odcięta punktu przecięcia się prostej otrzymanej z wyznaczonego równania regresji oraz prostej odpowiadającej poziomowi $p = 10^{-3}$ (rys. 3.1):

$$x_{zm} \Rightarrow p = 10^{-3} \quad (3.3)$$

Otrzymane punkty pomiarowe są nanoszone w układzie współrzędnych prostokątnych, dla którego osie są odłożone w skali logarytmicznej. Przyjęcie zależności logarytmicznej zostało potwierdzone badaniami doświadczalnymi i jest słuszne tylko dla podanego zakresu zmian wartości prawdopodobieństwa.

3.3. Funkcja *probit*

Wraz ze wzrostem wartości wielkości wymuszającej prawdopodobieństwo powstania wybuchu dąży do jedności. Jednocześnie zmniejszanie wartości wymuszającej powoduje zmniejszanie się prawdopodobieństwa powstania wybuchu do zera. Zależność taką schematycznie przedstawia rysunek 3.2 a. Przedstawiając wartości wielkości wymuszającej w skali logarytmicznej otrzymamy krzywą sigmoidalną przedstawioną na rysunku 3.2 b.



Rys. 3.2. Zależność prawdopodobieństwa powstania wybuchu w przypadku odłożenia na osi odciętych wartości wielkości wymuszającej w skali: a) liniowej; b) logarytmicznej;

Zależność liniową pomiędzy prawdopodobieństwem p , a wielkością wymuszającą x otrzyma się wprowadzając kolejne przekształcenie, tym razem wartości prawdopodobieństw, zgodnie z zależnością [11, 13]:

$$y = \text{probit } p \quad (3.4)$$

gdzie funkcja *probit* jest przekształceniem odwrotnym do funkcji:

$$p = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^y e^{-\frac{1}{2}u^2} du \quad (3.5)$$

(przekształcenie odwrotne do funkcji dystrybuanty rozkładu normalnego o wartości oczekiwanej 0 i odchyleniu standardowym 1). Funkcja *probit* przyporządkowuje argumentom w zakresie od 0 do 1 wartości od $-\infty$ do $+\infty$. Jeśli zależność pomiędzy dwiema wielkościami ma kształt dystrybuanty rozkładu normalnego, to po przekształceniu wartości tej zależności przy pomocy przekształcenia *probit*, otrzymamy pomiędzy nimi zależność liniową. Przekształcenie *probit* definiuje się zgodnie ze wzorem (3.5), gdyż nie istnieje funkcja odwrotna tego równania (rys. 3.4a).

Jeśli zgodnie z rozkładem normalnym p jest prawdopodobieństwem odpowiedzi na pewną wielkość wymuszającą x_0 , zgodnie z równaniem:

$$p = \int_{-\infty}^{x_0} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx \quad (3.6)$$

to, podstawiając:

$$x_0 = \mu + \sigma u \quad (3.7)$$

otrzymujemy:

$$u = \frac{x_0 - \mu}{\sigma} \quad \text{oraz} \quad dx = \sigma du \quad (3.8)$$

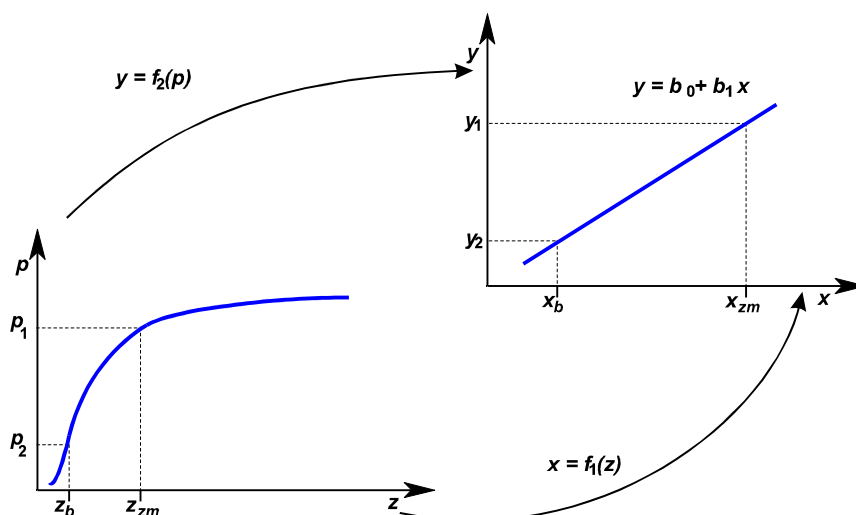
i ostatecznie:

$$p = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{x_0 - \mu}{\sigma}} e^{-\frac{1}{2}u^2} du \quad (3.9)$$

Porównując otrzymane wyrażenie z równaniem (3.5), można zapisać:

$$y = \frac{x_0 - \mu}{\sigma} \quad (3.10)$$

Wprowadzając podane przekształcenie, zależność pomiędzy wielkością wymuszającą x , a prawdopodobieństwem odpowiedzi na tę wielkość y , będzie linią prostą.



Rys. 3.3. Przekształcenie zmiennych, tak aby było możliwe przyjęcie modelu liniowego

Zgodnie z przekształceniem (3.5) dla prawdopodobieństw poniżej 0.5 wartości $y = \text{probit } p$ przyjmują wartości ujemne. Ponieważ wielkość y przedstawiona jako $y = \text{probit } p$ odnosi się do prawdopodobieństwa, które przyjmuje tylko wartości dodatnie, do każdej wartości y dodaje się wartość 5. Ostatecznie równanie (3.5) przyjmuje postać:

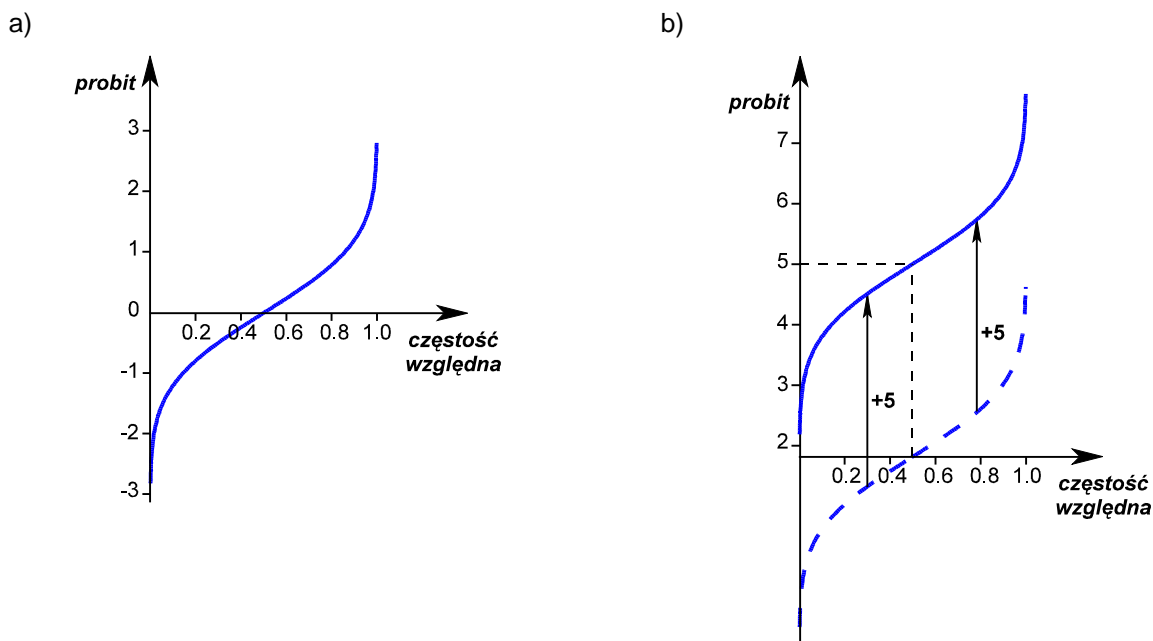
$$p = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{y-5} e^{-\frac{1}{2}u^2} du \quad (3.11)$$

Dla każdej wartości p *probit* jest wartością zgodnie z (3.5) powiększoną o 5 i dzięki temu wartości ujemne uzyska się dopiero dla bardzo małych wartości prawdopodobieństw. Zgodnie z równaniem (3.11) można zapisać:

$$y = 5 + \frac{1}{\sigma}(x - \mu) \quad (3.12)$$

Ostatecznie równanie to może być przedstawione jako:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x \quad (3.13)$$



Rys. 3.4. Zależność pomiędzy częstością względną, a wartością *probit*
 a) zgodnie z zależnością (3.5);
 b) po dodaniu wartości 5 zgodnie z zależnością (3.11);

Wykorzystanie przekształcenia *probit* pozwala na przyjęcie modelu liniowego dla szerokiego zakresu zmian wartości wielkości wymuszających. Przekształcenie to zapewnia najlepsze dopasowanie modelu liniowego dla wartości $y = 5$, a więc dla $p = 0.5$. Najmniejszą niepewność p można osiągnąć dla takiej wartości wielkości wymuszającej, dla których p będzie równe 0.5. Praktycznie, korzystając z przekształcenia *probit* uważa się, że wielkości wymuszające doświadczalne muszą być zawarte w takim przedziale, aby y należał do przedziału od 4 do 6 ($p \in (0.16, 0.84)$).

3.4. Wyznaczenie krzywej wzorcowej

3.4.1 Wyznaczenie równania regresji

W celu wyznaczenia równania regresji pomiędzy wielkościami wymuszającymi, a częstością względną powstania wybuchu można skorzystać z teorii liniowych funkcji regresji drugiego rodzaju [16]. Jednak, aby otrzymana na podstawie danych pomiarowych zależność nieliniowa mogła być aproksymowana modelem liniowym należy wprowadzić przedstawione w rozdziałach 3.2 oraz 3.3 przekształcenia.

Jak przedstawiono w rozdziale 2 prawdopodobieństwo powstania wybuchu na skutek promieniowania optycznego jest funkcją trzech zmiennych: energii promieniowania (E), wielkości naświetlanej powierzchni (A) i czasu naświetlania (t). Przedstawiona w tym rozdziale analiza matematyczna, ze względu na czytelność, została ograniczona jedynie do jednej zmiennej, energii promieniowania (E). Rozszerzenie o pozostałe zmienne zostanie opisane w rozdziale 3.4.2, gdzie wyznaczenie równania regresji zostanie przedstawione w ogólnej postaci macierzowej.

Zgodnie z przedstawionymi przekształceniami wprowadza się nowe zmienne:

$$x = \log E \quad (3.14)$$

oraz

$$y = \text{probit } h \quad (3.15)$$

gdzie funkcja *probit* opisana jest wzorem (3.11).

Wprowadzenie tak otrzymanych nowych zmiennych, pozwala na przewidywanie możliwości przyjęcia modelu liniowego pierwszego stopnia:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon \quad (3.16)$$

gdzie β_0 , β_1 są to parametry modelu, a ε przyrost powodujący rozrzut poszczególnych wartości y poza linią regresji [8].

Podstawowym celem badań jest wyznaczenie krzywej wzorcowej i minimalnych parametrów zapalających x_{zm} . Wiadomo, że wariancja przewidywanej wartości zmiennej y jest najmniejsza dla takiej wartości wielkości wymuszającej x , która jest równa wartości średniej z przedziału, dla którego wyznacza się linię regresji. Zaproponowany model będzie najlepszy dla takiej wartości wielkości wymuszającej x , dla której x_{zm} będzie wartością średnią z tego przedziału. Zgodnie z uzasadnieniem teoretycznym wprowadzonym w rozdziale 3.3 dokonane przekształcenie zmiennych (3.14) oraz (3.15) pozwala na przyjęcie modelu liniowego (3.16) w szerokim zakresie zmian częstości względnej powstania wybuchu h . Tak więc, z punktu widzenia modelu, nie ma znaczenia wartość h , dla której dokonuje się wyznaczenie minimalnych wartości zapalających. Poziom ten może więc być określony z punktu widzenia spełnienia innych wymagań np. dokładności oszacowania p odpowiadającego minimalnym parametrom zapalającym lub liczby koniecznych naświetleń w celu zachowania przyjętego poziomu ufności.

Prowadząc badania doświadczalne dąży się do ograniczenia wpływu zmian innych wielkości mogących wpłynąć na wynik badań. Zakłada się więc, że jedyną zmienną niezależną jest wielkość wymuszająca x , natomiast własności stanowiska pomiarowego są wynikiem wpływu czynników losowych będących poza możliwością ich kontroli. Tak więc Y , odpowiadający częstości względnej H , jest zmienną losową zależną od parametru x i obarczoną pewną niepewnością, natomiast x nie jest zmienną losową. Odpowiada to sytuacji, w której niepewność wartości wielkości wymuszającej x jest na tyle mała w stosunku do niepewności H , że może być pominięta. Dodatkowo zakłada się, że zmienna losowa Y podlega rozkładowi normalnemu o parametrach:

$$N(\beta_0 + \beta_1 x, \sigma) \quad (3.17)$$

Takie założenia pozwalają na przyjęcie tzw. *zmodyfikowanego równaniem regresji* [14, 16], które jest pokrewne z zagadnieniem regresji drugiego rodzaju. Estymowane równanie regresji ma postać:

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x \quad (3.18)$$

gdzie \hat{y} jest przewidywaną wartością y dla danego x , a b_0 oraz b_1 są estymatorami parametrów β_0 oraz β_1 .

Przyjmując do oceny optobezpieczeństwa zasadę oceny prawdopodobieństwa powstania wybuchu, pojedyncze doświadczenie będzie polegało na wygenerowaniu określonej liczby naświetleń n , dla danej wartości energii promieniowania E i zaobserwowaniu liczby uzyskanych wybuchów m . Na podstawie tak przeprowadzonego badania będą wyznaczone pary liczb (E, h) , przy czym:

$$h = \frac{m}{n} \quad (3.19)$$

gdzie:

- E – energia promieniowania optycznego,
- h – częstość względną zajścia wybuchu,
- n – liczba wykonanych naświetleń,
- m – liczba zaobserwowanych wybuchów w przypadku wykonania n wymuszeń.

W przypadku, gdy pomiary będą wykonywane k razy dla różnych wartości energii E , otrzyma się dane pomiarowe zgodnie z tabelą 3.1.

Przeprowadzone doświadczenie można powtórzyć l razy. Dla każdego doświadczenia j , gdzie $j = 1, 2, \dots, l$ można wyznaczyć prostą stosownie do modelu (3.16). Jednak aby opisać właściwości stanowiska pomiarowego łącznie, można

wyznaczyć jeden model średni, który będzie poszukiwaną krzywą wzorcową stanowiska [16].

Tabela 3.1.

Dane pomiarowe na podstawie serii pomiarów

nr pomiaru	Dane pomiarowe			Wielkości obliczone		
	E	n	m	x	h	y_d
1	E_1	n_1	m_1	x_1	h_1	y_{d1}
2	E_2	n_2	m_2	x_2	h_2	y_{d2}
...
k	E_k	n_k	m_k	x_k	h_k	y_{dk}

Wielkości obliczone zawarte w tabeli 3.1 należy wyznaczyć na podstawie następujących zależności:

$$x_i = \log E_i \quad (3.20)$$

$$h_i = \frac{m_i}{n_i} \quad (3.21)$$

$$y_{di} = \text{probit } h_i \quad (3.22)$$

dla $i = 1, 2, \dots, k$. Indeks d wskazuje, że wartości y są określone na podstawie danych pomiarowych (*doświadczalne*). Wartości funkcji *probit* można odczytać z odpowiednich tablic lub skorzystać z dostępnych programów komputerowych (np. funkcja `ROZKLAD.NORMALNY.S.ODW` programu Excel lub funkcja `norminv` pakietu Matlab). Na podstawie tak otrzymanych danych można wyznaczyć współczynniki równania regresji, stanowiące pierwsze przybliżenie (indeks A) [8]:

$$b_{A1} = \frac{n \sum_{i=1}^k x_i y_i - \sum_{i=1}^k x_i \sum_{i=1}^k y_i}{n \sum_{i=1}^k x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^k x_i \right)^2} \quad (3.23)$$

$$b_{A0} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i^2 \sum_{i=1}^k y_i - \sum_{i=1}^k x_i \sum_{i=1}^k x_i y_i}{n \sum_{i=1}^k x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^k x_i \right)^2} \quad (3.24)$$

Korzystając z wyznaczonych współczynników równia regresji, po podstawieniu ich do założonego modelu liniowego, należy wyznaczyć wartości y -ów dla danych punktów pomiarowych:

$$y_{si} = b_{A0} + b_{A1} x_i \quad (3.25)$$

Indeks s wskazuje, że wartości y są otrzymane na podstawie przeprowadzonej regresji liniowej, a więc są to *wartości spodziewane* dla poszczególnych punktów pomiarowych [11].

Ponieważ wartości y_i otrzymano na podstawie przyjętego przekształcenia, dlatego nie można założyć, że ich niepewności są takie same. Dodatkowo dokonując pomiaru częstości względnej h dla różnych wartości wielkości wymuszających, każde doświadczenie może być wykonane z inną liczbą naświetleń n [11, 70]. Dlatego konieczne jest wprowadzenie wag statystycznych dla każdego pomiaru i wykorzystanie w dalszej analizie ważonej regresji liniowej. Wartości poszczególnych wag w_i określa się jako [11]:

$$w_i = n_i g_i \quad (3.26)$$

gdzie:

$$g_i = \frac{z_i^2}{h_{si}(1-h_{si})} \quad (3.27)$$

a z_i jest rzędną standaryzowanego rozkładu normalnego w danym punkcie o odciętej y_{si} :

$$z_i = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(y_{si})^2} \quad (3.28)$$

Jednocześnie:

$$h_s = \text{probit}^{-1} y_s \quad (3.29)$$

i wprowadza się zmienną *probit roboczy* y_{ri} jako:

$$y_{ri} = y_{si} + \frac{h_i - h_{si}}{z_i} \quad (3.30)$$

Po otrzymaniu wartości y_r oraz mając wartości x i współczynniki wagowe w , można wyznaczyć wartości współczynników b_1 oraz b_0 , korzystając z metody najmniejszych kwadratów z wagami statystycznymi. Na jej podstawie otrzymuje się [8]:

$$b_0 = \frac{\sum_{i=1}^k w_i x_i^2 \sum_{i=1}^k w_i y_{ri} - \sum_{i=1}^k w_i x_i \sum_{i=1}^k w_i x_i y_{ri}}{\sum_{i=1}^k w_i \sum_{i=1}^k w_i x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^k w_i x_i \right)^2} \quad (3.31)$$

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^k w_i \sum_{i=1}^k w_i x_i y_{ri} - \sum_{i=1}^k w_i x_i \sum_{i=1}^k w_i y_{ri}}{\sum_{i=1}^k w_i \sum_{i=1}^k w_i x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^k w_i x_i \right)^2} \quad (3.32)$$

Zmienne losowe b_1 , b_0 mają rozkłady normalne i są nieobciążonymi estymatorami parametrów β_1 i β_0 . Ostatecznie równanie regresji będzie miało postać [8]:

$$y_i = b_0 + b_1 x_i \quad (3.33)$$

3.4.2. Ujęcie macierzowe równania regresji

Dotychczasowa analiza obejmowała przypadek, gdy prawdopodobieństwo powstania wybuchu było uzależnione od jednej wielkości wymuszającej. Jak podano w rozdziale 2, w przypadku oddziaływania promieniowania optycznego znaczący wpływ mają trzy zmienne: energii promieniowania, wielkość naświetlanej powierzchni oraz czas naświetlania. Rozpatrywane równanie regresji należy rozszerzyć na trzy wielkości wymuszające:

$$h = f(E, A, t) \quad (3.34)$$

Wprowadzając nowe zmienne tak aby przyjęcie modelu liniowego było możliwe, otrzymuje się:

$$\begin{aligned} y &= \text{probit } h \\ x_1 &= \log E \\ x_2 &= \log A \\ x_3 &= \log t \end{aligned} \quad (3.35)$$

Równanie regresji można wyznaczyć wprowadzając ogólną postać w ujęciu macierzowym [8]:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (3.36)$$

gdzie:

- \mathbf{Y} - wektor obserwacji o wymiarach $n \times 1$,
- \mathbf{X} - macierz o znanej postaci o wymiarach $n \times r$,
- $\boldsymbol{\beta}$ - wektor parametrów o wymiarach $r \times 1$,
- $\boldsymbol{\varepsilon}$ - wektor błędów o wymiarach $n \times 1$

i gdzie $E(\boldsymbol{\varepsilon}) = \mathbf{0}$, $D^2(\boldsymbol{\varepsilon}) = \mathbf{I}\sigma^2$, tak że elementy $\boldsymbol{\varepsilon}$ są nieskorelowane.

Ponieważ $E(\boldsymbol{\varepsilon}) = \mathbf{0}$, ogólną postać równania można przedstawić w postaci:

$$E(\mathbf{Y}) = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} \quad (3.37)$$

Dla tak przedstawionego równania suma kwadratów błędów wynosi:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\varepsilon}'\boldsymbol{\varepsilon} &= (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})'(\mathbf{Y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) = \\ &= \mathbf{Y}'\mathbf{Y} - \boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{Y} - \mathbf{Y}'\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} = \\ &= \mathbf{Y}'\mathbf{Y} - 2\boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{Y} + \boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}\end{aligned}\quad (3.38)$$

Estymator $\boldsymbol{\beta}$, otrzymany metodą najmniejszych kwadratów, ma wartość \mathbf{b} , która po podstawieniu do równania (3.38) minimalizuje $\boldsymbol{\varepsilon}'\boldsymbol{\varepsilon}$. Po zróżniczkowaniu równania (3.38) względem $\boldsymbol{\beta}$ i przyrównaniu do zera macierzy wypadkowej, z jednoczesnym zastąpieniem $\boldsymbol{\beta}$ przez \mathbf{b} otrzyma się następujące równanie normalne:

$$(\mathbf{X}'\mathbf{X})\mathbf{b} = \mathbf{X}'\mathbf{Y} \quad (3.39)$$

Dla tak przedstawionego równania mogą wystąpić dwa ogólne przypadki: albo równanie (3.39) składa się z r niezależnych równań o r niewiadomych, albo kilka równań zależy od innych w taki sposób, że jest mniej niż r niezależnych równań o r niewiadomych. Jeżeli kilka równań normalnych zależy od innych, to macierz $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ jest osobliwa, zaś $(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}$ nie istnieje. Wtedy albo w modelu należy uwzględnić mniejszą liczbę parametrów, albo muszą być podane lub założone dodatkowe warunki na parametry. Jeżeli niezależnych jest r równań normalnych, to macierz $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ jest nieosobliwa i istnieje jej odwrotność. W takim przypadku rozwiązanie równań normalnych można zapisać w postaci:

$$\mathbf{b} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Y} \quad (3.40)$$

Takie rozwiązanie \mathbf{b} ma następujące właściwości [8]:

1. Jest ono estymatorem $\boldsymbol{\beta}$, który minimalizuje sumę kwadratów błędów $\boldsymbol{\varepsilon}'\boldsymbol{\varepsilon}$, niezależnie od rozkładu błędów. Założenie rozkładu normalnego błędów $\boldsymbol{\varepsilon}$ nie jest konieczne do uzyskania estymatorów \mathbf{b} , ale jest potrzebne do wyznaczenia przedziałów ufności.
2. Elementy wektora \mathbf{b} są liniowymi funkcjami obserwacji y_1, y_2, \dots, y_n i stanowią estymatory nieobciążone elementów wektora $\boldsymbol{\beta}$ o najmniejszych wariancjach (spośród dowolnych funkcji liniowych y -ów, dających estymatory nieobciążone), niezależnie od własności rozkładu błędów.
3. Jeżeli błędy są niezależne i podlegają rozkładowi normalnemu $N(0, \sigma^2)$, \mathbf{b} stanowi najbardziej wiarygodny estymator $\boldsymbol{\beta}$, z tym że $\boldsymbol{\varepsilon}$ podlega n -wymiarowemu rozkładowi normalnemu o $E(\boldsymbol{\varepsilon}) = \mathbf{0}$, a $D^2(\boldsymbol{\varepsilon}) = \mathbf{I}\sigma^2$.

Wektor współczynników \mathbf{b} określony wzorem (3.40) odpowiada wyznaczonym w rozdziale 3.4.1 współczynnikom b_{A1} oraz b_{A0} (wzory (3.23) oraz (3.24)).

Rozwiązanie to należy rozszerzyć o podane współczynniki wagowe. Zasada rozszerzenia, podanego ujęcia macierzowego rozwiązania równania liniowego uwzględniającego wagi statystyczne, polega na przekształceniu wektora obserwacji \mathbf{Y} na zmienne \mathbf{Z} , które będą spełniać podstawowe założenia, że $\mathbf{Z} = \mathbf{Q}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{f}$, $E(\mathbf{f}) = \mathbf{0}$, $D^2(\mathbf{f}) = \mathbf{I}\sigma^2$ oraz, że \mathbf{f} podlega rozkładowi o parametrach $N(\mathbf{0}, \mathbf{I}\sigma^2)$ [8].

Jeśli rozpatrywany model miał postać:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (3.41)$$

gdzie:

$$E(\boldsymbol{\varepsilon}) = \mathbf{0} \quad D^2(\boldsymbol{\varepsilon}) = \mathbf{V}\sigma^2 \quad \boldsymbol{\varepsilon} \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{V}\sigma^2) \quad (3.42)$$

Udowadnia się, że istnieje możliwość znalezienia jedynej nieosobliwej macierzy symetrycznej \mathbf{P} , takiej że:

$$\mathbf{P}'\mathbf{P} = \mathbf{P}\mathbf{P} = \mathbf{P}^2 = \mathbf{V} \quad (3.43)$$

Jeśli zapisze się, że $\mathbf{f} = \mathbf{P}^{-1}\boldsymbol{\varepsilon}$ to $E(\mathbf{f}) = \mathbf{0}$. Jeśli \mathbf{f} jest wektorową zmienną losową, taką że $E(\mathbf{f}) = \mathbf{0}$, to $E(\mathbf{f}\mathbf{f}') = D^2(\mathbf{f})$, gdzie wartość oczekiwaną wzięto oddzielnie dla każdego wyrazu macierzy kwadratowej $\mathbf{f}\mathbf{f}'$ o wymiarze $n \times n$. W takim przypadku:

$$\begin{aligned} D^2(\mathbf{f}) &= E(\mathbf{f}\mathbf{f}') = E(\mathbf{P}^{-1}\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}'\mathbf{P}^{-1}) = \\ &= \mathbf{P}^{-1}E(\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}')\mathbf{P}^{-1} = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{P}\mathbf{P}\mathbf{P}^{-1}\sigma^2 = \mathbf{I}\sigma^2 \end{aligned} \quad (3.44)$$

Ponieważ elementy \mathbf{f} składają się z kombinacji liniowych elementów wektora $\boldsymbol{\varepsilon}$, podlegającego rozkładowi normalnemu, prawdą jest, że $\mathbf{f} \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{I}\sigma^2)$, tj. ma rozkład normalny. Jeżeli wstępnie pomnoży się równanie (3.41) przez \mathbf{P}^{-1} , uzyska się nowy model:

$$\mathbf{P}^{-1}\mathbf{Y} = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{P}^{-1}\boldsymbol{\varepsilon} \quad (3.45)$$

czyli:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{Q}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{f} \quad (3.46)$$

Dla tak przedstawionego równania (3.46) można już zastosować podstawową teorię najmniejszych kwadratów, ponieważ $E(\mathbf{f}) = \mathbf{0}$ i $D^2(\mathbf{f}) = \mathbf{I}\sigma^2$. Równania normalne $\mathbf{Q}'\mathbf{Q}\mathbf{b} = \mathbf{Q}'\mathbf{Z}$ przybiorą postać:

$$\mathbf{X}'\mathbf{V}^{-1}\mathbf{X}\mathbf{b} = \mathbf{X}'\mathbf{V}^{-1}\mathbf{Y} \quad (3.47)$$

z rozwiązaniem:

$$\mathbf{b} = (\mathbf{X}'\mathbf{V}^{-1}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{V}^{-1}\mathbf{Y} \quad (3.48)$$

jeżeli występująca we wzorze macierz odwrotna jest nieosobliwa, a macierz współczynników wagowych \mathbf{V} będzie miała postać:

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \frac{1}{w_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{w_2} & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \frac{1}{w_n} \end{bmatrix} \quad (3.49)$$

3.4.3. Współczynniki wagowe

Prawdopodobieństwo, że w przypadku wykonania n naświetleń otrzyma się $m = n, (n-1), \dots, 2, 1, 0$ wybuchów, gdy prawdopodobieństwo powstania wybuchu w przypadku pojedynczego naświetlenia wynosi p , określa rozkład dwumianowy (3.96). Zgodnie z (3.100) odchylenie standardowe zaobserwowanej częstości względnej $h = \frac{m}{n}$, wokół jej wartości oczekiwanej $h^* = p$, wynosi $\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$. Zmieniając wartość wielkości wymuszającej x , zmienia się wartość prawdopodobieństwa powstania wybuchu w pojedynczym naświetleniu p , a tym samym ulega zmianie wartość odchylenia standardowego zaobserwowanej częstości względnej h . Tak więc każda wartość y_i posiada inne odchylenie standardowe określone σ_i . Dodatkowo dokonując pomiaru częstości względnej h dla różnych wartości wielkości wymuszających, każde doświadczenie może być wykonane z inną liczbą naświetleń n .

Wprowadzając przekształcenie zmiennej p w y zgodnie z $y = \text{probit } p$, tak aby było możliwe przyjęcie modelu liniowego, niepewności z jakimi zostały wyznaczone wartości p muszą również zostać przekształcone.

Należy więc zastosować regresję liniową z uwzględnieniem wag statystycznych. Ogólnie wagi statystyczne określa się jako:

$$w_{y_i} = \frac{1}{\sigma_{y_i}} \quad (3.50)$$

gdzie:

$$\sigma_{y_i} = \left| \frac{\partial y}{\partial p} \right| \sigma_{p_i} \quad (3.51)$$

Ponieważ nie można wyznaczyć wartości $\left| \frac{\partial y}{\partial \rho} \right|$, gdyż nie istnieje funkcja y , wartość współczynników wagowych można wyznaczyć wykorzystując metodę iteracyjną [11]. Zgodnie z nią, jeśli:

$$\rho = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x_0} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx \quad (3.52)$$

oraz:

$$y = \alpha + \beta x \quad (3.53)$$

to nowe wartości α oraz β są powiązane z μ oraz σ zależnościami:

$$\mu = \frac{5 - \alpha}{\beta} \quad (3.54)$$

$$\sigma = \frac{1}{\beta} \quad (3.55)$$

a y jest określony przez:

$$\rho = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{y-5} e^{-\frac{1}{2}u^2} du \quad (3.56)$$

Kolejne przybliżenia równania regresji będą miały postać:

$$y_1 = a_1 + b_1 x \quad (3.57)$$

$$y_2 = a_2 + b_2 x \quad (3.58)$$

gdzie wartości a_2 oraz b_2 można otrzymać z zależności:

$$a_2 = a_1 + \delta a \quad (3.59)$$

$$b_2 = b_1 + \delta b \quad (3.60)$$

Problem metody iteracyjnej sprowadza się do wyznaczenia wartości δa oraz δb .

Wartości przyrostów δa oraz δb można wyznaczyć korzystając z metody największej wiarygodności [11]. Zgodnie z nią oszacowanie θ^* nieznanego parametru θ funkcji $L(\theta)$ wyznacza się poprzez rozwiązanie równania wynikającego z przyrównania pochodnej funkcji $L(\theta)$ względem argumentu θ do zera.

$$\left. \frac{\partial L(\theta)}{\partial \theta} \right|_{\theta=\theta^*} = 0 \quad (3.61)$$

Jeżeli rozważana funkcja L zależy od dwóch parametrów np. θ oraz ϕ , to dokonuje się różniczkowanie po obydwu zmiennych. Zakładając, że θ_1 oraz ϕ_1 są wartościami otrzymanymi z rozwiązania równania (3.61), wartości $\delta\theta$ oraz $\delta\phi$ można wyznaczyć

korzystając z rozwinięcia funkcji $f(x, y)$ w szereg potęgowy zgodnie ze wzorem Taylora:

$$f(x+h, y+k) = f(x, y) + \left(\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} h + \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} k \right) + \dots \quad (3.62)$$

Dla $\theta_1 + \delta\theta$ i $\phi_1 + \delta\phi$ oraz ograniczając się do pierwszego przybliżenia, otrzymuje się:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \theta_1} + \delta\theta \frac{\partial^2 L}{\partial \theta_1^2} + \delta\phi \frac{\partial^2 L}{\partial \theta_1 \partial \phi_1} &= 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \phi_1} + \delta\theta \frac{\partial^2 L}{\partial \theta_1 \partial \phi_1} + \delta\phi \frac{\partial^2 L}{\partial \phi_1^2} &= 0 \end{aligned} \quad (3.63)$$

Prawdopodobieństwo, że w przypadku wykonania n naświetleń, otrzyma się m wybuchów, gdy prawdopodobieństwo powstania wybuchu w pojedynczym naświetleniu wynosi p określone jest rozkładem dwumianowym zgodnie z (3.96). Rozkład prawdopodobieństwa dla k różnych wartości wielkości wymuszającej, może być opisany przez x_i, n_i, m_i , gdzie $i = 1, 2, \dots, k$.

$$L = \ln \prod_{i=1}^k P\{x_i\} \quad (3.64)$$

$$\frac{\partial L(\theta)}{\partial \theta} = \frac{\partial}{\partial \theta} \ln \prod_{i=1}^k P\{M = m_i\} = \frac{\partial}{\partial \theta} \sum_{i=1}^k \ln P\{M = m_i\} \quad (3.65)$$

$$P\{M = m_i\} = \binom{n_i}{m_i} p_i^{m_i} (1-p_i)^{n_i-m_i} \quad (3.66)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = \sum \frac{m}{p_s} \frac{\partial p_s}{\partial \theta} + \sum \frac{n-m}{q_s} \frac{\partial q_s}{\partial \theta} = \sum \frac{n(p_d - p_s)}{p_s q_s} \frac{\partial p_s}{\partial \theta} \quad (3.67)$$

gdzie:

$$p_d = \frac{m}{n} \quad p_s = \text{probit}^{-1} y_s \quad q_s = 1 - p_s \quad (3.68)$$

a sumowanie przeprowadza się dla $i = 1, 2, \dots, k$.

Jeśli funkcja $L(\theta, \phi)$ zależy od dwóch parametrów, to zgodnie z (3.63) otrzymuje się:

$$\begin{aligned} \delta\theta \sum \frac{n}{p_{s1} q_{s1}} \left(\frac{\partial p_{s1}}{\partial \theta_1} \right)^2 + \delta\phi \sum \frac{n}{p_{s1} q_{s1}} \left(\frac{\partial p_{s1}}{\partial \theta_1} \frac{\partial p_{s1}}{\partial \phi_1} \right) &= \sum \frac{n(p_d - p_{s1})}{p_{s1} q_{s1}} \frac{\partial p_{s1}}{\partial \theta_1} \\ \delta\theta \sum \frac{n}{p_{s1} q_{s1}} \left(\frac{\partial p_{s1}}{\partial \theta_1} \frac{\partial p_{s1}}{\partial \phi_1} \right) + \delta\phi \sum \frac{n}{p_{s1} q_{s1}} \left(\frac{\partial p_{s1}}{\partial \phi_1} \right)^2 &= \sum \frac{n(p_d - p_{s1})}{p_{s1} q_{s1}} \frac{\partial p_{s1}}{\partial \phi_1} \end{aligned} \quad (3.69)$$

gdzie współczynniki różniczkowania drugiego rzędu zostały uproszczone poprzez podstawienie $p_d = p_s$ z wyjątkiem tych składowych, dla których wyrażenie $(p_d - p_s)$

jest różniczkowane. Wyrażenie (3.69) przedstawia dwa równania liniowe, z których można wyznaczyć wartości $\delta\theta$ oraz $\delta\phi$. Tak więc cały proces może zostać powtórzony dla nowych wartości, otrzymanych z:

$$\begin{aligned}\theta_2 &= \theta_1 + \delta\theta \\ \phi_2 &= \phi_1 + \delta\phi\end{aligned}\quad (3.70)$$

Na podstawie równania (3.5), otrzymuje się:

$$\frac{\partial p}{\partial y_s} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(y_s-5)^2} = z \quad (3.71)$$

gdzie z jest rzędną rozkładu normalnego w punkcie o odciętej $y_s - 5$, oraz:

$$\begin{aligned}\frac{\partial p}{\partial \alpha} &= \frac{\partial p}{\partial y_s} \frac{\partial y_s}{\partial \alpha} = z \\ \frac{\partial p}{\partial \beta} &= \frac{\partial p}{\partial y_s} \frac{\partial y_s}{\partial \beta} = zx\end{aligned}\quad (3.72)$$

Jeśli:

$$y_{s1} = a_1 + b_1 x \quad (3.73)$$

jest pierwszym przybliżeniem równania (3.53) zgodnie z metodą największej wiarygodności, to równania (3.69) będą miały postać:

$$\begin{aligned}\delta a \sum nw + \delta b \sum nwx &= \sum nw \left(\frac{\rho_d - \rho_s}{z} \right) \\ \delta a \sum nwx + \delta b \sum nwx^2 &= \sum nwx \left(\frac{\rho_d - \rho_s}{z} \right)\end{aligned}\quad (3.74)$$

gdzie:

$$w = \frac{z^2}{\rho_s q_s} \quad (3.75)$$

Podane równania (3.74) przedstawiają ważoną regresję liniową $\left(\frac{\rho_d - \rho_s}{z} \right)$ względem x , gdzie współczynniki wagowe mają wartość nw dla każdej wartości $\left(\frac{\rho_d - \rho_s}{z} \right)$.

Korzystając z podanych zależności wprowadza się zmienną y -roboczą (*working probit*) y_r dla każdej wielkości wymuszającej:

$$y_r = y_{s1} + \frac{\rho_d - \rho_{s1}}{z_1} \quad (3.76)$$

Jeśli do każdej strony pierwszego równania (3.74) doda się $\sum nwy_{s1}$, a do każdej strony drugiego równania wartość $\sum nwx y_{s1}$, otrzyma się następujący układ równań:

$$\begin{aligned}(a_1 + \delta a) \sum nw + (b_1 + \delta b) \sum nwx &= \sum nwy_r \\ (a_1 + \delta a) \sum nwx + (b_1 + \delta b) \sum nwx^2 &= \sum nwy_r x\end{aligned}\quad (3.77)$$

Jeśli zgodnie z (3.70), oznaczy się:

$$\begin{aligned}a_2 &= a_1 + \delta a \\ b_2 &= b_1 + \delta b\end{aligned}\quad (3.78)$$

oraz definiując średnie jako:

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{\sum nwx}{\sum nw} \\ \bar{y} &= \frac{\sum nwy}{\sum nw}\end{aligned}\quad (3.79)$$

na podstawie ważonej regresji liniowej można wyznaczyć współczynniki równania regresji [11]:

$$b_2 = \frac{\sum nw(x - \bar{x})(y_r - \bar{y}_r)}{\sum nw(x - \bar{x})^2}\quad (3.80)$$

oraz

$$a_2 = \bar{y}_r - b_2 \bar{x}\quad (3.81)$$

Ostatecznie otrzymane równanie:

$$y_{s2} = a_2 + b_2 x\quad (3.82)$$

przedstawia ważoną regresję liniową y_s względem x o współczynnikach wagowych nw .

Pierwszym krokiem podczas obliczeń zgodnie z metodą największej wiarygodności jest wyznaczenie równania regresji przedstawiającego zależność pomiędzy wielkością wymuszającą, a otrzymaną z doświadczenia wartością *probit* - y_d . Na podstawie otrzymanego równania regresji należy wyznaczyć wartości spodziewane *probit* - y_s . Na ich podstawie wyznacza się współczynniki wagowe oraz wprowadza *probit roboczy* y_r . Zmiennej tej nie należy rozumieć jako korekcji wartości spodziewanej. Zmienna ta pojawia się jedynie, aby otrzymać rozwiązanie po wprowadzeniu równań wynikających z metody największej wiarygodności. Jeśli y_s jest wartością spodziewaną otrzymaną na podstawie pierwszej regresji liniowej, p_s oraz z odpowiadają y_s zgodnie z (3.5) oraz (3.28), p_d jest częstością względną otrzymaną na podstawie uzyskanych pomiarów zgodnie z (3.21), a wartości q_s oraz

q_d odpowiadają odpowiednio p_s oraz p_d . *Probit roboczy* dla danej wartości wielkości wymuszającej jest określony jako:

$$y_r = y_s + \frac{p_d - p_s}{z} = y_s - \frac{q_d + q_s}{z} \quad (3.83)$$

Z powyższych zależności wynika również, że o ile wartościom 0 i 1 częstości względnych odpowiada nieskończona wartość y_d , to probit roboczy y_r przyjmuje wartości skończone. Dla $p_d = 0$, y_r przyjmuje wartość minimalną:

$$y_r = y_s - \frac{p_s}{z} \quad (3.84)$$

a dla $p_d = 1$, y_r przyjmuje wartość maksymalną:

$$y_r = y_s + \frac{q_s}{z} \quad (3.85)$$

3.4.4. Dokładność estymacji

Korzystając z metody najmniejszych kwadratów do wyznaczenia współczynników równania regresji zakłada się, że wyniki doświadczeń podlegają rozkładowi normalnemu. Formalnie należy jednak dokonać sprawdzenia hipotezy, czy otrzymany rozkład wyników jest zgodny z założonym rozkładem teoretycznym, dla poszczególnych wartości wielkości wymuszających.

Badanie zgodności rozkładu empirycznego cechy mierzalnej z założonym jej rozkładem teoretycznym polega, na wysunięciu określonej hipotezy co do rozkładu teoretycznego tej cechy, a następnie zakładając słuszność tej hipotezy, sprawdzeniu, odpowiednim testem zgodności, zgodność zaobserwowanego rozkładu empirycznego badanej cechy z założonym jej rozkładem teoretycznym [4]. Można również badać rozkład jednoznacznej funkcji danej cechy X , np. jej logarytm.

Jeśli założy się [12], że rozkład badanej cechy X w rozważanym zbiorze jest określony dystrybuantą $F(x)$, która jest nieznaną, to na podstawie zaobserwowanego w przeprowadzonym badaniu rozkładu empirycznego cechy X wysuwa się hipotezę, że nieznaną dystrybuantą $F(x)$ jest dystrybuanta hipotetyczna $F_H(x)$. Hipotezę tę weryfikuje się zakładając jej słuszność i sprawdzając zgodność zaobserwowanego rozkładu empirycznego cechy X z założonym jej rozkładem teoretycznym. Korzysta się w tym celu z odpowiednio dobranej statystyki U , której wartość u jest funkcją dystrybuanty $F(x)$ badanej cechy X , zaobserwowanych

wartości tej cechy w przeprowadzonym badaniu próbki losowej o danej liczności k oraz interesującego nas przedziału ω_x wartości cechy X . Jeżeli zbiór zaobserwowanych wartości cechy X w danej próbce o liczności k oznaczy się przez $\omega_{X',k}^*$, to:

$$u = u(F(x), \omega_x, \omega_{X',k}^*) \quad (3.86)$$

Na danym poziomie istotności α hipotezę o zgodności zaobserwowanego rozkładu empirycznego cechy X z założonym jej rozkładem teoretycznym należy odrzucić, jeśli jest spełniony warunek:

$$P(U \geq u | F(x) = F_H(x), \omega_x, \omega_{X',k}^*) \leq \alpha \quad (3.87)$$

w przeciwnym natomiast przypadku nie ma podstaw do kwestionowania jej słuszności.

Do sprawdzenia zgodności zaobserwowanego rozkładu empirycznego badanej cechy z założonym jej rozkładem teoretycznym są stosowane najczęściej trzy testy zgodności:

- a. test Kołmogorowa,
- b. test Rényi'ego,
- c. test χ^2 Pearsona.

Testy te różnią się doбором statystyki U , stanowiącej podstawy weryfikacji wysuniętej hipotezy $F(x) = F_H(x)$ oraz tym, że:

- a. testy Kołmogorowa i Rényi'ego wymagają szczegółowego określenia dystrybuanty hipotetycznej $F_H(x)$ z podaniem wartości parametrów, natomiast test χ^2 uwzględnia zastąpienie nieznanymi parametrów rozkładu hipotetycznego ich oszacowaniami z badanej próbki losowej;
- b. test Kołmogorowa oraz χ^2 dotyczą weryfikacji hipotezy $F(x) = F_H(x)$ w całym obszarze możliwych wartości argumentu x , natomiast test Rényi'ego obejmuje wartości argumentów x z przedziału $[x_0, \infty]$, przy czym x_0 jest dowolnie dobraną liczbą rzeczywistą.

Podstawiając znane wartości wielkości wymuszającej x do wyznaczonego równania regresji można wyznaczyć spodziewane wartości y_s zgodnie z równaniem (3.25). Na ich podstawie można wyznaczyć spodziewaną wartość prawdopodobieństwa zajścia wybuchu p_s . Mnożąc z kolei tak otrzymane prawdopodobieństwo przez liczbę wykonanych naświetleń n , otrzyma się

spodziewaną liczbę wybuchów w przypadku wykonania n naświetleń, jeśli wyznaczone równanie regresji (3.25) jest poprawne. Porównanie liczby np_s (spodziewanych wybuchów) z liczbą m (zaobserwowanych wybuchów) będzie wskaźnikiem zgodności przeprowadzonych obliczeń i założeń teoretycznych z przeprowadzonym doświadczeniem. W przypadku odchyłeń dodatnich i ujemnych różnice powyższe mogą się wzajemnie znosić, stąd wygodnie brać pod uwagę kwadraty tych różnic.

Tabela 3.2.

Tabela pomiarowa do sprawdzenia zgodności założonego rozkładu doświadczalnego z założonym rozkładem teoretycznym

				Liczba wybuchów			
				zaobserwowana	przewidywana	różnica	
x	y_s	p_s	n	m	np_s	$m - np_s$	$\frac{(m - np_s)^2}{np_s(1 - p_s)}$
1	2	3	4	5	6	7	8
x_1	y_{s1}	p_{s1}	n_1	m_1	$n_1 p_{s1}$	$m_1 - n_1 p_{s1}$	$\frac{(m_1 - n_1 p_{s1})^2}{n_1 p_{s1}(1 - p_{s1})}$
x_2	y_{s2}	p_{s2}	n_2	m_2	$n_2 p_{s2}$	$m_2 - n_2 p_{s2}$	$\frac{(m_2 - n_2 p_{s2})^2}{n_2 p_{s2}(1 - p_{s2})}$
...
x_k	y_{sk}	p_{sk}	n_k	m_k	$n_k p_{sk}$	$m_k - n_k p_{sk}$	$\frac{(m_k - n_k p_{sk})^2}{n_k p_{sk}(1 - p_{sk})}$
							$\chi_{obl}^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(m_i - n_i p_{si})^2}{n_i p_{si}(1 - p_{si})}$

Na podstawie przedstawionych wcześniej wzorów wartość χ_{obl}^2 można obliczyć w następujący sposób [11]:

$$\chi_{obl}^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(m_i - n_i p_{si})^2}{n_i p_{si}(1 - p_{si})} = \sum_{i=1}^k \frac{n_i (p_i - p_{si})^2}{p_{si} q_{si}} = \sum_{i=1}^k n_i w_i \left(\frac{p_i - p_{si}}{z_i} \right)^2 \quad (3.88)$$

o $\nu = (k - 2)$ stopniach swobody, gdzie k jest liczbą różnych wartości wielkości wymuszającej, dla której zostały przeprowadzone badania.

Porównując obliczoną wartość testu χ_{obl}^2 z wartością statystyki $\chi_{\nu, 1-\alpha}^2$ o $\nu = k - 2$ stopniach swobody należy weryfikowaną hipotezę o rozkładzie badanej cechy na danym poziomie istotności α odrzucić, jeżeli jest spełniona nierówność:

$$P \left\{ \chi_{\nu, 1-\alpha}^2 \geq \sum_{i=1}^k \frac{(m_i - n_i P_i)^2}{n_i P_i (1 - P_i)} \right\} \leq \alpha \quad (3.89)$$

lub tożsamościowa z nią nierówność:

$$\chi_{obl}^2 \geq \chi_{v,1-\alpha}^2 \quad (3.90)$$

W przeciwnym wypadku nie ma podstaw do kwestionowania zgodności rozkładu badanej cechy z założonym rozkładem teoretycznym.

3.4.5. Niejednorodność częstości względnych powstania wybuchu

Badania związane z wyznaczeniem krzywej wzorcowej stanowiska pomiarowego, będą polegać na wyznaczeniu prawdopodobieństwa powstania wybuchu dla różnych wartości wielkości wymuszającej. Niektóre z zaobserwowanych wyników mogą dość wyraźnie odbiegać od wyznaczonej krzywej regresji. Sprawdzenie słuszności, czy otrzymane podczas badań atestacyjnych wyniki prawdopodobieństwa powstania wybuchu są jednorodne w oparciu o test χ^2 jest słuszne tylko w przypadku, gdy liczba powstałych wybuchów jest „duża”. W przypadku, gdy wartości wielkości wymuszającej zmieniają się w szerokim zakresie swych wartości prawdopodobieństwo powstania wybuchu p lub $1-p$ dążą do zera. Jeśli więc badania będą prowadzone przy stałej wartości liczby wykonanych naświetleń n , spodziewana liczba wybuchów np lub spodziewana liczba przypadków, kiedy wybuch nie nastąpi $n(1-p)$, są zbyt małe, aby wykorzystać je do budowy testu χ^2 . Fisher sugeruje [11], jako wartość graniczną, aby nastąpiło co najmniej pięć przypadków pozytywnych (np. powstanie wybuchu). Jednak wartość taka nie ma żadnego uzasadnienia formalnego. Często badania prowadzi się przy mniejszych poziomach prawdopodobieństwa, a czasami wyższe wartości prawdopodobieństw również wykazują niejednorodność.

Korzystanie z testu χ^2 , jest utrudnione, gdy dla większości otrzymanych wyników wartość np jest duża, a jeden albo dwa wyniki są małe. Natomiast w przypadku, gdy wszystkie lub prawie wszystkie prawdopodobieństwa są małe rozrzut poszczególnych wartości jest zbyt duży, aby można było traktować test χ^2 jako miarodajny. Problem z małymi prawdopodobieństwami może być w pewnym stopniu rozwiązany poprzez grupowanie danych otrzymanych dla skrajnych wartości wielkości wymuszających z wartościami je poprzedzającymi. Takie rozwiązanie powoduje jednak zmniejszenie dokładności. Obliczona na podstawie wszystkich

danych wartość testu χ^2 musi zostać ponownie przeliczona uwzględniając mniejszą liczbę danych, z jednoczesnym zmniejszeniem liczby stopni swobody testu χ^2 o liczbę pomiarów, które zostały połączone.

Jeżeli pomimo zgrupowania danych, uzyskane wyniki wciąż wykazują niejednorodność, tzn. spełniona jest zależność:

$$\chi_{obl}^2 > \chi_{\nu, 1-\alpha}^2 \quad (3.91)$$

wprowadza się tzw. *współczynnik niejednorodności*:

$$q = \frac{\chi_{obl}^2}{k-2} \quad (3.92)$$

przez który należy pomnożyć wyznaczone wariancje. Jednocześnie wszystkie wariancje należy przyjmować z $\nu = k - 2$ stopniami swobody. Do wyznaczenia przedziałów ufności należy, zamiast kwantyli rozkładu normalnego, zastosować kwantyle statystyki t studenta dla $k - 2$ stopni swobody.

Dużo większym niebezpieczeństwem jest, jeśli duża wartość χ_{obl}^2 nie jest przyczyną losowego rozrzutu otrzymanych wyników, a przyjęciem błędnego modelu matematycznego, tzn. gdy przyjęcie modelu (3.16) nie jest prawdziwe. Punkty pomiarowe będą się wtedy układały bardziej wokół pewnej krzywej niż wokół linii prostej. Lepiej przyjąć wtedy inne przekształcenia zapewniające lepsze dopasowanie linii prostej. Niestety, często trudno jednoznacznie stwierdzić jaka niejednorodność: losowa czy systematyczna, jest przyczyną dużej wartości χ_{obl}^2 . Jediną pewną decyzją jest konieczność wykonania dodatkowych pomiarów.

Analiza wartości χ_{obl}^2 musi być przeprowadzona z dużą rozwagą. Zastosowanie współczynnika niejednorodności można wprowadzić dopiero po wnikliwej analizie, że przyczyną zaobserwowanej niejednorodności nie są odchylenia systematyczne, a jedynie mają one charakter losowy.

3.4.6. Minimalne parametry zapalające

Wykorzystanie przekształcenia *probit* do wyznaczenia krzywej wzorcowej, pozwala na najlepsze dopasowanie modelu liniowego dla takich wartości wielkości wymuszających, dla których prawdopodobieństwo powstania wybuchu zawiera się wokół wartości $p = 0.5$ ($y = 5$). Dlatego proponuje się, aby minimalne parametry zapalające w przypadku oddziaływania promieniowania optycznego były określone

dla takiego właśnie poziomu prawdopodobieństwa. Należy zwrócić uwagę jednak, że szerokość przedziału ufności wyznaczana na podstawie przeprowadzonych doświadczeń, będzie najmniejsza dla wartości średniej z przedziału dla którego wyznacza się równanie regresji. Należy więc tak przeprowadzić badania, aby wartość wielkości wymuszającej odpowiadająca prawdopodobieństwu $p = 0.5$ była wartością średnią z przedziału, dla którego wyznacza się równanie regresji.

3.5. Liczba wymaganych naświetleń

3.5.1. Rozkłady graniczne liczby zaobserwowanych wybuchów

Przeprowadzenie pojedynczego doświadczenia polegającego na wykonaniu naświetlenia elementu inicjującego zapłon promieniowaniem optycznym może spowodować zapalenie otaczającej atmosfery prowadzące do powstania wybuchu lub jej nie zapalenie. Jeśli przypadkowi powstania zapłonu prowadzącego do powstania wybuchu przyporządkuje się wartość $x_1 = 1$, a przypadkowi, że zapłon nie powstanie wartość $x_2 = 0$, to wynik pojedynczego doświadczenia będzie zero jedynkową zmienną losową X o rozkładzie określonym prawdopodobieństwami [12]:

$$P\{X = 1\} = p \quad P\{X = 0\} = 1 - p \quad (0 < p < 1) \quad (3.93)$$

Jeśli zostanie wykonane doświadczenie polegające na wykonaniu n naświetleń, w układzie w którym dla danych parametrów prawdopodobieństwo powstania zapłonu w pojedynczym naświetleniu będzie wynosiło p , to otrzymane wyniki dla poszczególnych naświetleń n_i są wzajemnie niezależnymi zmiennymi losowymi x_1, x_2, \dots, x_n o jednakowym rozkładzie zero-jedynkowym. W tak przeprowadzonym doświadczeniu liczba zaobserwowanych zapaleń m jest zmienną losową (statystyką) M określoną wzorem:

$$M = \sum_{i=1}^n x_i \quad (3.94)$$

a częstość zdarzenia polegającego na zapaleniu otaczającej atmosfery h jest zmienną losową (statystyką) H określoną wzorem:

$$H = \frac{M}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (3.95)$$

przy czym x_i jest wynikiem i -tego naświetlenia. Statystyka M może przyjmować wartości ze zbioru liczb $(0, 1, \dots, n)$, a statystyka $H = \frac{M}{n}$ może przyjmować wartości ze

zbioru liczb $\left(0, \frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \dots, \frac{n-1}{n}, 1\right)$, przy czym prawdopodobieństwa zdarzeń $M = m$ oraz $H = \frac{m}{n}$ (gdzie m – jest liczbą zaobserwowanych wybuchów) są jednakowe i określone wzorem:

$$P\{M = m; n, p\} = P\left\{H = \frac{m}{n}; n, p\right\} = \binom{n}{m} p^m (1-p)^{n-m} \quad (3.96)$$

$$(0 < p < 1, \quad m = 0, 1, \dots, n)$$

gdzie:

$$\binom{n}{m} = \frac{n!}{m!(n-m)!} \quad (3.97)$$

jest liczbą różnych kombinacji m zapaleń w przypadku wykonania n naświetleń.

Wzór (3.96) pozwala na wyznaczenie prawdopodobieństwa, że dla danego doświadczenia, w którym zostanie wykonanych n naświetleń otrzymamy m zapaleń, lub określoną częstość $h = \frac{m}{n}$ zapaleń. Prawdopodobieństwo, że dla danego doświadczenia zajdzie co najwyżej m zapaleń, lub częstość zapaleń wyniesie co najwyżej $h = \frac{m}{n}$, jest określona wzorem:

$$P\{M \leq m; n, p\} = P\left\{H \leq \frac{m}{n}; n, p\right\} = \sum_{i=0}^m P\{M = i; n, p\} \quad (3.98)$$

Wartość oczekiwana i wariancja statystyk M i $H = \frac{M}{n}$ wynoszą:

$$E(M) = np \quad D^2(M) = np(1-p) \quad (3.99)$$

$$E(H) = p \quad D^2(H) = \frac{p(1-p)}{n} \quad (3.100)$$

Przy dostatecznie dużym n oraz gdy $np(1-p) > 4$, na podstawie twierdzenia Moivre'a-Laplace'a, można aproksymować rozkład dwumianowy rozkładem

normalnym o parametrach $N\left(p, \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right)$ [12].

Prowadząc badania doświadczalne ogromne znaczenie ma zapewnienie powtarzalności przeprowadzanych badań podczas całego procesu pomiarowego. Jednym ze wskaźników stałości tych warunków może być kontrola czułości stanowiska pomiarowego. Kontrolę taką można prowadzić poprzez obserwację liczby wykonanych naświetleń do powstania wybuchu lub określonej liczby wybuchów [20].

Otrzymuje się wtedy ustaloną liczbę wybuchów m , natomiast liczba wykonanych naświetleń jest zmienną losową, która będzie oznaczona przez Z .

Jeśli założy się, że prawdopodobieństwo powstania wybuchu przy pojedynczym naświetleniu wynosi p , a badania prowadzi się do momentu uzyskania pierwszego wybuchu, zapewniając jednakowe prawdopodobieństwo powstania wybuchu przy każdym naświetleniu, wówczas liczba wymaganych naświetleń będzie zmienną losową Z , przyjmującą wartości naturalne $z = 1, 2, \dots$ z prawdopodobieństwami [12]:

$$P\{Z = z; p\} = p(1-p)^{z-1} \quad (3.101)$$

$$(0 < p < 1, \quad z = 1, 2, \dots)$$

gdyż prawdopodobieństwo powstania wybuchu jest równe p , a prawdopodobieństwo, że wybuch nie powstanie $z-1$ razy jest równe $(1-p)^{z-1}$. Rozkład określony takim wzorem jest nazywany rozkładem geometrycznym. Wartość oczekiwana i wariancja zmiennej losowej Z o rozkładzie geometrycznym wg wzoru (3.101) są określone wzorami [12]:

$$E(Z) = \frac{1}{p} \quad D^2(Z) = \frac{1-p}{p^2} \quad (3.23)$$

Jeśli natomiast badania będzie się prowadzić do stwierdzenia m wybuchów, to liczba wykonanych naświetleń będzie zmienną losową Z o rozkładzie Pascala, określonym wzorem [12]:

$$P\{Z = z; m, p\} = \binom{z-1}{m-1} p^m (1-p)^{z-m} \quad (3.102)$$

$$(0 < p < 1, \quad z = m, m+1, m+2, \dots)$$

przy czym $\binom{z-1}{m-1}$ jest liczbą różnych kombinacji $m-1$ wybuchów w przypadku wykonania $z-1$ naświetleń przed stwierdzeniem m -tego wybuchu. Wartość oczekiwana i wariancja zmiennej losowej Z o rozkładzie Pascala są określone wzorami:

$$E(Z) = \frac{m}{p} \quad D^2(Z) = \frac{m(1-p)}{p^2} \quad (3.103)$$

Rozkład geometryczny jest szczególnym przypadkiem rozkładu Pascala o parametrze $m=1$, a rozkład Pascala o parametrach m i p jest sumą m niezależnych zmiennych losowych o jednakowym rozkładzie geometrycznym z parametrem p [12].

3.5.2. Określenie przedziału ufności prawdopodobieństwa p

Badanie optobezpieczeństwa oparte na *zasadzie prawdopodobieństwa* będzie polegać na wyznaczeniu prawdopodobieństwa p spowodowania zapalenia atmosfery wybuchowej przez urządzenie optyczne. Estymatorem tego prawdopodobieństwa jest częstość względna zajścia wybuchu określona jako:

$$h = \frac{m}{n} \quad (3.104)$$

gdzie n będzie liczbą wykonanych naświetleń, a m liczbą zaobserwowanych wybuchów.

Badania mogą być prowadzone przy ustalonej liczbie wymuszeń (naświetleń) n , lub przy ustalonej liczbie wybuchów m jakie muszą powstać, gdy badania będą prowadzone do zaobserwowania m wybuchów. Jeżeli ustali się liczbę wymuszeń n , to liczba powstałych podczas badań wybuchów M będzie zmienną losową o rozkładzie dwumianowym. Jeżeli natomiast ustali się liczbę wybuchów m jakie muszą powstać, to liczba naświetleń Z będzie zmienną losową o rozkładzie Pascala. Dla uproszczeń obliczeń można stosować aproksymację rozkładu dwumianowego zmiennej losowej $H = \frac{M}{n}$ o parametrach n i p przez rozkład

normalny $N\left(p, \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right)$, jeżeli $np(1-p) > 4$.

W przypadku badań urządzeń iskrobezpiecznych badania prowadzi się przy ustalonej liczbie wymuszeń n , a liczba zaobserwowanych wybuchów jest zmienną losową M . Oszacowaniem nieznanego prawdopodobieństwa p jest wówczas zaobserwowana dla danego badania częstość $h = \frac{m}{n}$ zdarzenia „zaobserwowano

wybuch”. Częstość $h = \frac{m}{n}$ jest zaobserwowaną w danym doświadczeniu realizacją

statystyki $H = \frac{M}{n}$, będącej estymatorem nieznanego prawdopodobieństwa p .

Statystyka $H = \frac{M}{n}$ jest, zgodnie z prawem wielkich liczb Bernoulliego, stochastycznie

zbieżna do prawdopodobieństwa p i dla każdego naturalnego n ma wartość oczekiwaną równą prawdopodobieństwu p , jest więc estymatorem zgodnym i

nieobciążonym prawdopodobieństwa p [12]. Ponadto statystyka $\frac{M}{n}$ jest

estymatorem najefektywniejszym prawdopodobieństwa p . Jest to więc najlepszy estymator nieznanego prawdopodobieństwa p .

Znając liczbę zaobserwowanych wybuchów dla danego doświadczenia można:

1. wyznaczyć przedział ufności dla nieznanego prawdopodobieństwa p ;
2. sprawdzić, czy badane urządzenie, reprezentowane przez dane doświadczenie, spełnia ustalone wymaganie co do założonego poziomu prawdopodobieństwa.

W przypadku wykonania n naświetleń, prawdopodobieństwo, że otrzymam się $M = m$ wybuchów, gdy prawdopodobieństwo powstania wybuchu w pojedynczym naświetleniu wynosi p , jest określone rozkładem dwumianowym:

$$P\{M = m\} = \binom{n}{m} p^m (1-p)^{n-m} \quad (3.105)$$

Każde dwie wielkości $p_1 = f_1(\beta, m, n-m)$ i $p_2 = f_2(\beta, m, n-m)$, które spełniają równanie:

$$P\{p_1 < p < p_2\} = \beta \quad (3.106)$$

określają granice przedziału ufności (p_1, p_2) dla prawdopodobieństwa p na poziomie ufności β [76]. Wielkości p_1 i p_2 zwykle dobiera się tak, aby:

$$P\{p_1 < p\} = P\{p < p_2\} = \frac{1-\beta}{2} \quad (3.107)$$

wówczas pomiędzy p_1 a p_2 zachodzi zależność:

$$f_2(\beta, m, n-m) = 1 - f_1(\beta, n-m, m) \quad (3.108)$$

a przedziały $(p_1, 1)$ oraz $(0, p_2)$ są jednostronnymi przedziałami ufności dla parametru p na poziomie ufności $\frac{1-\beta}{2}$.

W przypadku aproksymacji rozkładem normalnym o parametrach:

$$N\left(p, \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right) \quad (3.109)$$

w którym estymatorem wartości średniej jest $\hat{p} = h = \frac{m}{n}$, po podstawieniu otrzymuje się równanie [64]:

$$P\left\{-k_\beta \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} < h - p < k_\beta \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right\} = \beta \quad (3.110)$$

a po przeniesieniu, daje wzór:

$$P\left\{p - k_{\beta}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} < h < p + k_{\beta}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right\} = \beta \quad (3.111)$$

Po pewnych obliczeniach matematycznych, otrzymuje się ostatecznie wzór na przedział ufności nieznaney wartości prawdopodobieństwa p , w przypadku wykorzystania estymatora $\hat{p} = \frac{m}{n}$ [14]:

$$P\left\{\frac{n}{n+k_{\beta}^2}\left[h + \frac{k_{\beta}^2}{2n} - k_{\beta}\sqrt{\frac{h(1-h)}{n} + \left(\frac{k_{\beta}}{2n}\right)^2}\right] \leq p \leq \frac{n}{n+k_{\beta}^2}\left[h + \frac{k_{\beta}^2}{2n} + k_{\beta}\sqrt{\frac{h(1-h)}{n} + \left(\frac{k_{\beta}}{2n}\right)^2}\right]\right\} = \beta \quad (3.112)$$

3.5.3. Wyznaczenie wymaganej liczby naświetleń

Dokładność oszacowania, czyli szerokość przedziału ufności, zależy od przyjętego poziomu ufności oraz liczby wykonanych naświetleń [64]. Zakładając więc szerokość przedziału ufności można określić licznosc próby tak, aby spełnić żądania dotyczące dokładności oszacowania na zadanym poziomie ufności:

$$\Delta = p_{dg} - p_{dd} = f(n, \kappa_{g(\beta, n)}) \quad (3.113)$$

gdzie:

- p_{dg} – górna granica dwustronnego przedziału ufności,
- p_{dd} – dolna granica dwustronnego przedziału ufności,
- n – licznosc próby,
- $\kappa_{g(\beta, n)}$ – kwantyl rozkładu prawdopodobieństwa dla zadanego poziomu ufności i licznosci próby.

Aproksymując rozkład dwumianowy rozkładem normalnym, otrzymuje się:

$$\Delta = p_{dg} - p_{dd} = 2 \frac{n}{n+k_{\beta}^2} k_{\beta} \sqrt{\frac{h(1-h)}{n} + \frac{k_{\beta}^2}{4n^2}} \quad (3.114)$$

gdzie $h = \frac{m}{n}$ jest oszacowaniem na podstawie próby nieznaney wartości prawdopodobieństwa p . Równanie (3.114) można rozwiązać względem n . Po odrzuceniu rozwiązania zerowego $n=0$, rozwiązanie równania (3.114) można przedstawić w postaci:

$$An^2 + Bn + C = 0 \quad (3.115)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} A &= 4\Delta^2 \\ B &= 8\Delta^2 k_\beta - 16k_\beta^2(h(1-h)) \\ C &= 4\Delta^2 k_\beta^2 - 4k_\beta^4 \end{aligned} \quad (3.116)$$

dające dwa rozwiązania względem n . Ponieważ n przyjmuje tylko wartości dodatnie, rozwiązanie ujemne należy odrzucić.

Chcąc wyznaczyć liczbę koniecznych naświetleń należy przyjąć szerokość przedziału ufności. Proponuje się, aby szerokość przedziału ufności wynosiła:

$$\Delta = 0.5p \quad (3.117)$$

Podstawiając przyjęty poziom prawdopodobieństwa $p = 0.5$ odpowiadający minimalnym parametrom zapalającym (rozdział 3.4.6) oraz założoną szerokość przedziału ufności $\Delta = 0.5p$, dla poziomu ufności $\beta = 0.95$ ($k_\beta = 1.96$) można wyznaczyć wymaganą liczbę naświetleń. Zgodnie z (3.115) oraz (3.116) otrzymuje się $n \geq 62$. Oznacza to, że wykonując n naświetleń i obserwując w wyniku tego m wybuchów, zakładając, że wymaga się oszacowania parametru p z poziomem ufności β , ze wzoru (3.114) otrzyma się przedział ufności odpowiadający założonemu β .

3.6. Przedziały ufności nieznaney wartości częstości względnej powstania wybuchu h – estymatora nieznanego prawdopodobieństwa powstania wybuchu p

3.6.1. Wprowadzenie

Dokonując n naświetleń dla poszczególnych wartości wielkości wymuszającej E_i , gdzie $i = 1, 2, \dots, k$ otrzyma się odpowiadające im wartości częstości względnej powstania wybuchu h_i . Następnie wprowadza się nowe zmienne: $x = f_x(E)$ oraz $y = f_y(h)$ tak, aby przyjęcie modelu było najodpowiedniejsze. Takie postępowanie powtarza się l -razy. Na podstawie analizy regresji można wyznaczyć równanie prostej dla każdego powtórzenia j , gdzie $j = 1, 2, \dots, l$, lub wyznaczyć jeden model średni.

W przypadku tak opisanego doświadczenia, wariancja nieznannej wartości częstości względnej powstania wybuchu h_i , musi obejmować wariancję obliczoną na podstawie wielokrotnych powtórzeń dla tej samej wielkości wymuszającej $D_n^2(h_i)$ oraz wariancję oszacowaną przez obliczenie wariancji z próby $D^2(y_{s,i})$ [16].

Ponieważ wariancja obliczona z próby $D^2(y_{s,i})$, związana jest z wartościami $y_{s,i}$ powiązаныmi z częstościami względnymi h_i zależnością $y_i = \text{probit } h_i$. Tak więc aby było możliwe sumowanie wariancji musimy przenieść wariancję otrzymaną na podstawie regresji do częstości względnych. Można to zrobić dwoma sposobami:

- poprzez wyznaczenie funkcji gęstości prawdopodobieństwa,
- poprzez ogólną metodę przenoszenie niepewności.

3.6.2. Odchylenie standardowe i przedział ufności estymatorów \mathbf{b} oraz wartości Y

Macierz kowariancji estymatora współczynników \mathbf{b} wyznacza się jako [8]:

$$D^2(\mathbf{b}) = (\mathbf{X}'\mathbf{V}^{-1}\mathbf{X})^{-1}q \quad (3.118)$$

Wariancja b_i jest równa $D^2(b_i) = c_{ii}q$, gdzie c_{ii} jest elementem diagonalnym macierzy $(\mathbf{X}'\mathbf{V}^{-1}\mathbf{X})^{-1}$, odpowiadającym i -tej zmiennej niezależnej. Kowariancja b_i, b_j , równa jest $\text{cov}(b_i, b_j) = c_{ij}q$, gdzie c_{ij} jest elementem spoza przekątnej w macierzy $(\mathbf{X}'\mathbf{V}^{-1}\mathbf{X})^{-1}$. Odchylenia standardowe estymatorów współczynników równania regresji wyznacza się jako:

$$D(b_i) = \sqrt{qc_{ii}} \quad (3.119)$$

Stąd przedział ufności dla estymatorów współczynników równania regresji \mathbf{b} wynosi:

$$b \pm \sqrt{qc_{ii}} \quad (3.120)$$

Wartość współczynnika niejednorodności q należy wyznaczyć na podstawie (3.92) jeśli uzyskane wyniki wykazują niejednorodność (spełniona jest zależność (3.91)). W przeciwnym przypadku wartość tego współczynnika należy przyjąć równą 1.

Wartość przewidywana:

$$\hat{y}_s = b_0 + b_1x_1 + \dots + b_px_p \quad (3.121)$$

jest estymatorem wartości oczekiwanej:

$$E(y_s) = \beta_0 + \beta_1x_1 + \dots + \beta_px_p \quad (3.122)$$

Wariancja \hat{y}_s , $D^2(b_0 + b_1x_1 + \dots + b_px_p)$, jest równa:

$$D^2(b_0) + x_1^2 D^2(b_1) + \dots + x_p^2 D^2(b_p) + 2x_1 \text{cov}(b_0, b_1) + \dots + 2x_{p-1}x_p \text{cov}(b_{p-1}, b_p) \quad (3.123)$$

lub w ujęciu macierzowym:

$$D^2(\hat{y}_{s,i}) = q(\mathbf{X}'_i \mathbf{C} \mathbf{X}_i) \quad (3.124)$$

gdzie macierz \mathbf{C} jest określona jako:

$$\mathbf{C} = (\mathbf{X}' \mathbf{V}^{-1} \mathbf{X})^{-1} \quad (3.125)$$

Przedziały ufności na poziomie $1 - \alpha$ prawdziwej wartości oczekiwanej y_s w punkcie o \mathbf{X}_i są dane przez [11]:

$$\hat{y}_{s,i} \pm \kappa \sqrt{q \mathbf{X}'_i \mathbf{C} \mathbf{X}_i} \quad (3.126)$$

gdzie:

κ - jest kwantylem, na zadanym poziomie ufności $1 - \alpha$, rozkładu normalnego, gdy współczynnik niejednorodności $q = 1$ lub κ - jest kwantylem, na zadanym poziomie ufności $1 - \alpha$ i o odpowiedniej liczbie stopni swobody ν , rozkładu Studenta, gdy współczynnik niejednorodności $q \neq 1$.

3.6.3. Sumowanie niepewności

3.6.3.1. Funkcja gęstości prawdopodobieństwa zmiennej przekształconej

Wartość oczekiwana ciągłej zmiennej losowej X o funkcji gęstości prawdopodobieństwa $f(x)$ jest określona funkcją [37]:

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \quad (3.127)$$

Wariancją zmiennej losowej X jest wartość:

$$D^2(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^2 \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right)^2} dx \quad (3.128)$$

Każda jednoznaczna funkcja zmiennej losowej X jest zmienną losową. Wartość y zmiennej losowej $Y = \varphi(X)$ jest funkcją $y = \varphi(x)$ wartości x zmiennej losowej X . Jeżeli zmienna losowa X jest ciągła i przekształcenie $y = \varphi(x)$ jest ciągłe, to zmienna losowa $Y = \varphi(X)$ jest zmienną losową ciągłą, a jej gęstość jest związana z gęstością f_x zmiennej losowej X wzorem [12]:

$$f_y(y) = f_x(\varphi^{-1}(y)) \left| \frac{d\varphi^{-1}(y)}{dy} \right| \quad (3.129)$$

przy czym $\varphi^{-1}(y)$ jest funkcją odwrotną względem funkcji $\varphi(x)$.

Wprowadzając przekształcenie *probit* należy przeprowadzić następujące obliczenia. Opis, ze względu na czytelność, ograniczono jedynie do jednej wielkości wymuszającej. Zgodnie z rozdziałem (3.4.1) zakłada się, że zmienna losowa Y_s ma rozkład normalny $N(\beta_0 + \beta_1 X, \sigma)$. Odchylenie standardowe ρ , można wyznaczyć na podstawie funkcji gęstości estymatora tego prawdopodobieństwa f_h . Należy więc najpierw wyznaczyć funkcję gęstości prawdopodobieństwa f_h , gdzie wartość h otrzymuje się na podstawie funkcji odwrotnej przekształcenia *probit*. Zmienna losowa Y_s ma rozkład normalny $N(\mu, \sigma)$, tak więc znana jest funkcja gęstości

prawdopodobieństwa $f_y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{u-\mu}{\sigma}\right)^2} du$. Ponieważ wartości zmiennej losowej

y_s otrzymano na podstawie zaobserwowanych częstości h zgodnie z przekształceniem $y_s = \text{probit } h$, więc:

$$h = \text{probit}^{-1} y_s \quad (3.130)$$

oraz:

$$\varphi = \text{probit}^{-1} \quad (3.131)$$

i:

$$\varphi^{-1} = \text{probit} \quad (3.132)$$

Aby wyznaczyć funkcję gęstości prawdopodobieństwa częstości względnej zmiennej losowej H , na podstawie funkcji gęstości zmiennej Y_s , zgodnie z (3.129), otrzymuje się:

$$f_h(h) = f_y(\varphi^{-1}(h)) \left| \frac{d\varphi^{-1}(h)}{dh} \right| = f_y(\text{probit } h) \left| \frac{d\text{probit } h}{dh} \right| \quad (3.133)$$

Równania tego nie można rozwiązać, gdyż funkcja *probit* nie istnieje, a więc nie można policzyć jej pochodnej.

3.6.3.2. Ogólna metoda przenoszenia niepewności

Jeśli funkcja $f(x_1, \dots, x_r)$ jest obliczana na podstawie funkcji x_1, \dots, x_r , które były zmierzone z niepewnościami odpowiednio $\delta x_1, \dots, \delta x_r$, a niepewności te są

niezależne i przypadkowe, to niepewność wyznaczenia wartości funkcji f jest równa [25, 70, 75]:

$$\delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 (\delta x_1)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_r}\right)^2 (\delta x_r)^2} \quad (3.134)$$

Dla zaobserwowanej częstości względnej, otrzymuje się:

$$D_y^2(h_i) = \delta h = \left| \frac{\partial h}{\partial y} \right| \delta y = \left| \frac{\partial \text{probit}^{-1} y}{\partial y} \right| D^2(y_{s,i}) \quad (3.135)$$

a ponieważ:

$$\left| \frac{\partial \text{probit}^{-1}(y)}{\partial y} \right| = \left| \frac{\partial \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{y-5} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{u-\mu}{\sigma}\right)^2} du \right)}{\partial y} \right| = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(y-5)^2} \quad (3.136)$$

ostatecznie:

$$D_y^2(h_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(y-5)^2} D^2(y_{s,i}) \quad (3.137)$$

Ponieważ wariancje $D_y^2(h_i)$ oraz $D_n^2(h_i)$ są wzajemnie niezależne, łączna wariancja wypadkowa będzie ich sumą:

$$D_\Sigma^2(h_i) = D_y^2(h_i) + D_n^2(h_i) \quad (3.138)$$

gdzie:

$D_\Sigma^2(h_i)$ – wariancja łączna,

$D_y^2(h_i)$ – wariancja wynikająca z zastosowanego modelu liniowego, otrzymana na podstawie analizy statystycznej serii wyników, dla wektora wejściowego \mathbf{X}_i ,

$D_n^2(h_i)$ – wariancja wynikająca z wykonania pojedynczego wyznaczenia wartości częstości względnej h_i .

Ostatecznie można określić przedział ufności [16], który ujmuje niepewności wynikające z przyjętego modelu regresji oraz niepewności wynikające z pojedynczego pomiaru, gdy podczas badań dokona się sprawdzenia optobezpieczeństwa wyznaczając tylko jedną wartość h_i . Należy w tym celu wykorzystać nierówność Czybyszewa obowiązującą dla dowolnej zmiennej losowej o skończonej wariancji:

$$P\{|E(X) - X| < \varepsilon\} \geq 1 - \frac{D(X)}{\varepsilon^2} \quad (3.139)$$

w której uwzględnia się równanie (3.138). Za ε należy przyjąć liczbę, która będzie k_D krotnością $D_{\Sigma}^2(h_i)$, co ostatecznie prowadzi do wyrażenie:

$$P\left\{\left|\frac{h_i - p}{D_{\Sigma}(h_i)}\right| < k_D\right\} \geq 1 - \frac{1}{k_D^2} \quad (3.140)$$

Wartość prawej strony równania (3.140) zależy od przyjętej wartości k_D , i tak dla $1 - \frac{1}{k_D^2} = 0.95$ wartość k_D jest równa 4.47, co oznacza, że ponad 95% przedziałów ufności, których połowa szerokości jest 4.47-krotnością odchylenia standardowego $D_{\Sigma}(h_i)$, zawiera rzeczywistą wartość parametru p .

3.7. Sprawdzenie jednorodności statystycznej wyników badań

Wartość zaobserwowanej częstości względnej powstania wybuchu oblicza się ze stosunku liczby zaobserwowanych wybuchów m do liczby wykonanych naświetleń n . Takie postępowanie jest równoznaczne z założeniem, że wszystkie przeprowadzone doświadczenia pochodzą z tego samego zbioru, w którym ilość naświetleń do powstania wybuchu Z ma rozkład normalny $N(\mu, \sigma)$, co jest równoznaczne z założeniem, że prawdopodobieństwo powstania wybuchu w przypadku pojedynczego naświetlenia jest stałe ($p = const.$) podczas całego doświadczenia. Można więc śledzić prawidłowość jego przebiegu poprzez obserwację liczby wykonanych naświetleń poprzedzających każdy wybuch.

Sam przebieg doświadczenia, jak pokazano w rozdziale 2, jest bardzo złożony. Każde doświadczenie wymaga precyzyjnego przygotowania naświetlanego elementu, pomiaru parametrów promieniowania czy ustawienia biegu promienia. Powoduje to znaczne wydłużenie się czasu trwania procesy pomiarowego, a tym samym podlega dodatkowo wpływom zmian czynników zewnętrznych. Pomimo tego, że wymagane jest aby podczas badań podjąć zabiegi mające na celu utrzymanie stanowiska pomiarowego w warunkach „praktycznie jednorodnych”, to konieczne jest sprawdzenie hipotezy o jednorodności statystycznej otrzymanych wyników.

Zakładając, że podczas badań wykonano n naświetleń i uzyskano m wybuchów, należy zaobserwować liczbę wykonanych naświetleń z do uzyskania wybuchu. Ponieważ uzyska się m wybuchów, otrzyma się m wartości z_i , gdzie

$i = 1, 2, \dots, m$. Oczywiście $\sum_{i=1}^m z_i = n$. Jeśli najmniejsza lub największa zaobserwowana wartość z_i odbiega dość wyraźnie od skupienia pozostałych zaobserwowanych wartości, to może to wynikać nie z losowości wykonywanego doświadczenia, lecz z błędnego pomiaru i wobec tego wynik ten należy wyeliminować z dalszej analizy [12, 24].

Po uporządkowaniu otrzymanych wartości z_1, z_2, \dots, z_m w kolejności niemalejącej otrzymuje się szereg rozdzielczy $z_{(1)} \leq z_{(2)} \leq \dots \leq z_{(m)}$, którego i -ty wyraz $z_{(i)}$ jest zaobserwowaną wartością statystyki pozycyjnej $Z_{(i)}$ cechy Z w próbie o liczności m .

Zakładając statystyczną jednorodność próbki, W. J. Dixon obliczył kwantyle różnych ilorazów różnic statystyk pozycyjnych zmiennej losowej Z o rozkładzie normalnym, a mianowicie [12]:

a. kwantyle $d_{1,m,1-\alpha}$ określone wzorem:

$$P\left\{\frac{Z_{(m)} - Z_{(m-1)}}{Z_{(m)} - Z_{(1)}} < d_{1,m,1-\alpha}\right\} = P\left\{\frac{Z_{(2)} - Z_{(1)}}{Z_{(m)} - Z_{(1)}} < d_{1,m,1-\alpha}\right\} = 1 - \alpha \quad (3.141)$$

b. kwantyle $d_{2,m,1-\alpha}$ określone wzorem:

$$P\left\{\frac{Z_{(m)} - Z_{(m-1)}}{Z_{(m)} - Z_{(2)}} < d_{2,m,1-\alpha}\right\} = P\left\{\frac{Z_{(2)} - Z_{(1)}}{Z_{(m-1)} - Z_{(1)}} < d_{2,m,1-\alpha}\right\} = 1 - \alpha \quad (3.142)$$

c. kwantyle $d_{3,m,1-\alpha}$ określone wzorem:

$$P\left\{\frac{Z_{(m)} - Z_{(m-2)}}{Z_{(m)} - Z_{(1)}} < d_{3,m,1-\alpha}\right\} = P\left\{\frac{Z_{(3)} - Z_{(1)}}{Z_{(m)} - Z_{(1)}} < d_{3,m,1-\alpha}\right\} = 1 - \alpha \quad (3.143)$$

Wartość poszczególnych kwantyli podano w tablicach w [12]. Korzystając z kwantyli $d_{1,m,1-\alpha}$ można zweryfikować hipotezę, że wynik skrajny $z_{(1)}$ albo $z_{(m)}$ odbiega od pozostałych wyników w sposób losowy, jeżeli losowość drugiego wyniku skrajnego nie budzi wątpliwości. Na danym poziomie istotności α wynik $z_{(m)}$ należy uznać za naruszający statystyczną jednorodność próbki, jeżeli jest spełniona nierówność:

$$\frac{Z_{(m)} - Z_{(m-1)}}{Z_{(m)} - Z_{(1)}} \geq d_{1,m,1-\alpha} \quad (3.144)$$

a losowość wyniku $z_{(1)}$ nie budzi wątpliwości, zaś wynik $z_{(1)}$ należy uznać za naruszający statystyczną jednorodność próbki, jeżeli jest spełniona nierówność:

$$\frac{z_{(2)} - z_{(1)}}{z_{(m)} - z_{(1)}} \geq d_{1,m,1-\alpha} \quad (3.145)$$

a losowość wyniku $z_{(m)}$ nie budzi wątpliwości.

Jeżeli oba wyniki skrajne odbiegają od skupienia pozostałych wyników, to podstawą zakwestionowania statystycznej jednorodności próbki na danym poziomie istotności α jest spełnienie nierówności:

$$\max \left(\frac{z_{(m)} - z_{(m-1)}}{z_{(m)} - z_{(2)}}, \frac{z_{(2)} - z_{(1)}}{z_{(m-1)} - z_{(1)}} \right) \geq d_{2,m,1-\alpha} \quad (3.146)$$

Z kolei, jeżeli para wyników $z_{(m)}$ i $z_{(m-1)}$ odbiegają od skupienia pozostałych wyników, to podstawą zakwestionowania statystycznej jednorodności próbki jest spełnienie nierówności:

$$\frac{z_{(m)} - z_{(m-2)}}{z_{(m)} - z_{(1)}} \geq d_{3,m,1-\alpha} \quad (3.147)$$

a jeżeli para wyników $z_{(1)}$ i $z_{(2)}$ odbiega od skupienia pozostałych wyników, to podstawą zakwestionowania statystycznej jednorodności próbki jest spełnienie nierówności:

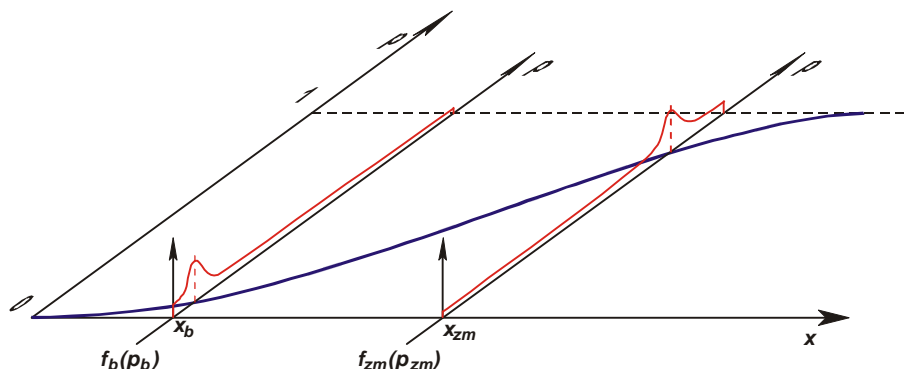
$$\frac{z_{(3)} - z_{(1)}}{z_{(m)} - z_{(1)}} \geq d_{3,m,1-\alpha} \quad (3.148)$$

Wyniki naruszające statystyczną jednorodność próbki należy wykluczyć z dalszej analizy, a liczbę zaobserwowanych wybuchów zmniejszyć o liczbę usuniętych wyników. Dopiero dla tak skorygowanych danych należy prowadzić dalsze obliczenia związane z wyznaczeniem krzywej wzorcowej.

3.8. Sprawdzenie możliwości pominięcia ucięcia rozkładu normalnego

W przeprowadzonych rozważaniach związanych z wyznaczeniem równania regresji, a następnie z analizą dotyczącą jakości dopasowania założono, że częstość względna powstania wybuchu jest zgodna z rozkładem normalnym. Jednak w przypadku rozkładu normalnego zmienna losowa X może przyjmować wartości z zakresu $x \in (-\infty, \infty)$, natomiast w przypadku analizowanej zmiennej losowej częstości względnej H , będą się one zawsze zawierać w przedziale $h \in (0, 1)$. Rozkład normalny ograniczony jednostronnie lub dwustronnie nazywany jest

rozkładem odpowiednio jedno lub dwustronnie uciętym. Należy więc sprawdzić, czy możliwe jest pominięcie ucięcia rozkładu normalnego, a jeżeli nie, to parametry rozkładu częstości względnej powstania wybuchu należy wyznaczyć z uwzględnieniem tego ucięcia [13, 17].



Rys. 3.5. Dwustronne ucięcie rozkładu częstości względnej powstania wybuchu h
 $f_b(p_b)$ – funkcja gęstości prawdopodobieństwa rozkładu częstości względnej powstania wybuchu odpowiadającego wartościom bezpiecznym; $f_{zm}(p_{zm})$ – funkcja gęstości prawdopodobieństwa rozkładu częstości względnej powstania wybuchu odpowiadającego minimalnym wartościom zapalającym;

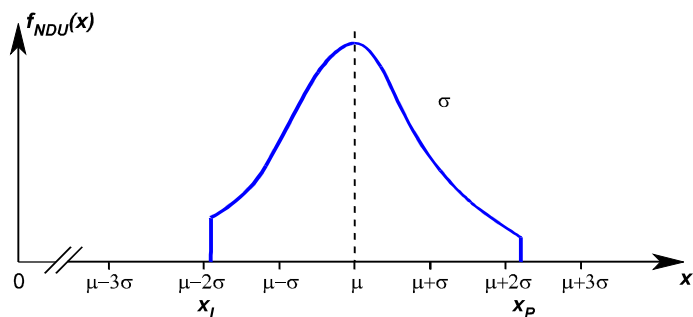
Funkcja gęstości prawdopodobieństwa zmiennej losowej o rozkładzie normalnym $f(x)$ jest opisana zależnością:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad -\infty \leq x \leq +\infty \quad (3.149)$$

Jeśli jednak x nie może przybierać wartości poniżej pewnej wartości granicznej x_L lub powyżej pewnej wartości x_P , funkcja gęstości prawdopodobieństwa takiego rozkładu jest określona wyrażeniem [12, 27, 28]:

$$f_{NDU}(x) = \begin{cases} 0 & -\infty \leq x < x_L \\ f(x) & x_L \leq x \leq x_P \\ \int_{x_L}^{x_P} f(x) dx & \\ 0 & x_P < x \leq +\infty \end{cases} \quad (3.150)$$

gdzie $f_{NDU}(x)$ jest funkcją gęstości prawdopodobieństwa rozkładu normalnego dwustronnie uciętego, a funkcja $f(x)$ jest gęstością prawdopodobieństwa rozkładu normalnego zgodnie z równaniem (3.149).



Rys. 3.6. Rozkład normalny dwustronnie ucięty

Wprowadzając zmienną:

$$z = \frac{X - \mu}{\sigma} \quad (3.151)$$

dokonyje się przekształcenia rozkładu normalnego o parametrach μ oraz σ do standaryzowanego rozkładu normalnego oznaczonego jako $f(z)$, gdzie:

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} \quad -\infty \leq z \leq \infty \quad (3.152)$$

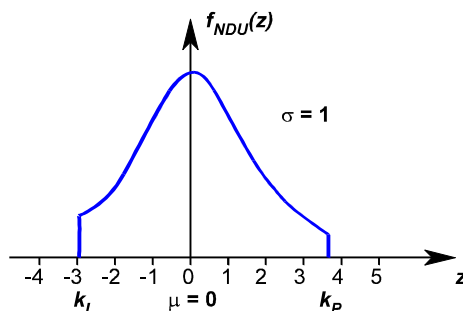
Wprowadzając standaryzowany rozkład normalny $f(z)$, punkty ucięcia oznaczone wcześniej jako x_L oraz x_P zostaną oznaczone jako k_L oraz k_P , a ich wartości można otrzymać na podstawie równań:

$$k_L = \frac{x_L - \mu}{\sigma} \quad \text{oraz} \quad k_P = \frac{x_P - \mu}{\sigma} \quad (3.153)$$

Zapisując rozkład normalny dwustronnie ucięty przy pomocy standaryzowanego rozkładu normalnego, otrzyma się:

$$f_{NDU}(z) = \begin{cases} 0 & -\infty \leq z < k_L \\ f(z) & k_L \leq z \leq k_P \\ \int_{z_L}^{z_P} f(z) dz & \\ 0 & k_P < z \leq +\infty \end{cases} \quad (3.154)$$

który przedstawia rysunek 3.7.

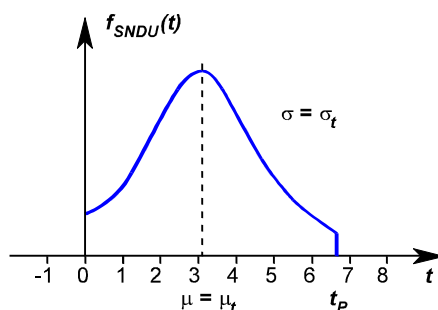


Rys. 3.7. Rozkład normalny zero-jedynkowy ($N(0, 1)$) dwustronnie ucięty

Jeśli cecha Z ma rozkład normalny ucięty od dołu w punkcie k_L , to zmienna losowa $T = Z - k_L$, ma rozkład normalny ucięty od dołu w punkcie $t = 0$. Rozkład losowy takiej zmiennej jest nazywany standaryzowanym rozkładem normalnym dwustronnie uciętym, a funkcję gęstości takiego rozkładu określa wzór:

$$f_{SNDU}(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \frac{f(t + k_L)}{k_p} & 0 \leq t \leq t_p \\ \int_{k_L}^{k_p} f(z) dz & \\ 0 & t_p < t \end{cases} \quad (3.155)$$

Rozkład taki przedstawia rys. 3.8.



Rys. 3.8. Standaryzowany rozkład normalny dwustronnie ucięty

Zakładając wartość lewego punktu ucięcia standaryzowanego rozkładu normalnego dwustronnie uciętego, jako $t_L = 0$, wartość prawego punktu ucięcia można wyznaczyć ze wzoru $t_p = k_p - k_L$.

Prowadząc badania optobezpieczeństwa, na podstawie uzyskanych pomiarów, można wyznaczyć parametry rozkładu częstości względnej jako [12]:

$$\bar{h} = \frac{m}{n} \quad (3.156)$$

$$s_0^2 = \frac{h(1-h)}{n} \quad (3.157)$$

Będą to zaobserwowane w danej próbkce losowej wartości nieobciążonych estymatorów \bar{H} i S_0 nieznannej wartości oczekiwanej $E(H)$ i nieznannej wariancji $D^2(H)$ zmiennej losowej H , gdyż dla dowolnego rozkładu zmiennej losowej:

$$E(\bar{H}) = E(H) \quad (3.158)$$

$$E(S_0^2) = D^2(H) \quad (3.159)$$

W przypadku rozkładu uciętego zmiennej losowej H , μ i σ nie są wartością oczekiwaną oraz odchyleniem średnim zmiennej losowej H .

W celu sprawdzenia możliwości pominięcia ucięcia rozkładu można skorzystać z faktu, że jeżeli jest ono pomijalne, tzn. gdy zmienna losowa ucięta H ma w przybliżeniu rozkład normalny $N(\mu, \sigma)$, to estymator:

$$V = \frac{S_0}{H} \quad (3.160)$$

współczynnika zmienności:

$$\delta = \frac{\sigma}{\mu} \quad (3.161)$$

przy dużej liczności próbki n , ma w przybliżeniu rozkład normalny o parametrach:

$$N\left(\delta, \delta \sqrt{\frac{1+2\delta^2}{2(n-1)}}\right) \quad (3.162)$$

Wynika z tego, że jeżeli ucięcie rozkładu uważa się za pomijalne przy $\frac{\sigma}{\mu} \leq \delta_0$, to doświadczalne sprawdzenie pomijalności ucięcia sprowadza się do sprawdzenia spełnienia nierówności:

$$v \leq \delta_0 \left[1 - y_{1-\alpha} \sqrt{\frac{1+2\delta_0^2}{2(n-1)}} \right] \quad (3.163)$$

w której α jest przyjętym poziomem istotności, zaś $y_{1-\alpha}$ jest kwantylem standaryzowanego rozkładu normalnego $N(0,1)$. Przy spełnieniu nierówności (3.163) prawdopodobieństwo błędnego uznania ucięcia rozkładu normalnego $N(\mu, \sigma)$ za pomijalne nie przekracza wartości α . Przyjmując $\alpha = 0.05$ oraz $\delta_0 = 1/3$, ucięcie rozkładu cechy H należy uznać za pomijalne, gdy jest spełniona nierówność

$$\frac{s_0}{h} \leq \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1.28}{\sqrt{n-1}} \right) \quad (3.164)$$

a w przeciwnym przypadku należy to ucięcie uwzględnić.

W przypadku, gdy nie można pominąć ucięcia rozkładu normalnego oszacowanie μ_u^* oraz σ_u^* nieznanymi parametrów μ oraz σ rozkładu normalnego uciętego, można wyznaczyć w oparciu o wartość oczekiwaną oraz odchylenie standardowe standaryzowanego rozkładu normalnego dwustronnie uciętego [28]. Otrzymuje się wtedy:

$$\mu_u^* = \bar{h} + s_0(\mu_t + k_L) \quad (3.165)$$

$$\sigma_u^* = \sigma_t s_0 \quad (3.166)$$

Należy wyznaczyć najpierw parametry standaryzowanego rozkładu normalnego dwustronnie uciętego, a następnie na ich podstawie parametry rozkładu normalnego uwzględniające ucięcie.

Wartość oczekiwana μ_t standaryzowanego rozkładu normalnego dwustronnie uciętego, dla punktów ucięcia k_L oraz k_P , jeśli funkcja $f(t)$ jest określona przez (3.155), wyraża wzór:

$$\mu_t = E(t) = \int_0^{t_P} t f(t) dt \quad (3.167)$$

Zgodnie z przyjętym założeniem dla $t = z - k_L$, otrzymuje się $dt = dz$ oraz $z = k_L$ dla $t = 0$ i $z = k_P$ dla $t = t_P$.

Wykorzystując powyższe zależności w równaniu (3.167), można otrzymać:

$$\begin{aligned} \mu_t &= \frac{1}{\int_{k_L}^{k_P} f(z) dz} \int_{k_L}^{k_P} (z - k_L) f(z) dz = \\ &= \frac{1}{\int_{k_L}^{k_P} f(z) dz} \left[\int_{k_L}^{k_P} z f(z) dz - k_L \int_{k_L}^{k_P} f(z) dz \right] \end{aligned} \quad (3.168)$$

Korzystając z rozwiązania:

$$\int x e^{-x^2} dx = -\frac{1}{2} e^{-x^2} \quad (3.169)$$

pierwszy człon w nawiasie prostokątnym wyrażenia (3.168) można rozwiązać w następujący sposób:

$$\begin{aligned} \int_{k_L}^{k_P} z f(z) dz &= \int_{k_L}^{+\infty} z f(z) dz - \int_{k_P}^{+\infty} z f(z) dz = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{k_L}^{+\infty} z e^{-\frac{1}{2}z^2} dz - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{k_P}^{+\infty} z e^{-\frac{1}{2}z^2} dz = \\ &= -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^2} \Big|_{\frac{k_L}{\sqrt{2}}}^{+\infty} + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^2} \Big|_{\frac{k_P}{\sqrt{2}}}^{+\infty} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}k_L^2} - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}k_P^2} = \\ &= f(k_L) - f(k_P) \end{aligned} \quad (3.170)$$

Korzystając z definicji dystrybuanty rozkładu $F(k)$, jako:

$$F(k) = \int_{-\infty}^k f(z) dz \quad (3.171)$$

oraz z równania (3.170), po podstawieniu do równania (3.168), ostatecznie można otrzymać:

$$\mu_t = \frac{1}{F(k_P) - F(k_L)} [f(k_L) - f(k_P) - k_L(F(k_P) - F(k_L))] \quad (3.172)$$

Na podstawie równania (3.172) wartość oczekiwana standaryzowanego rozkładu normalnego dwustronnie uciętego zależy jedynie od punktów ucięcia: k_L oraz k_P .

Odchylenie standardowe σ_t można wyznaczyć, jako:

$$\sigma_t^2 = E(t^2) - \mu_t^2 \quad (3.173)$$

Należy więc wyznaczyć jedynie wartość $E(t^2)$.

$$\begin{aligned} E(t^2) &= \int_0^{t_P} t^2 f(t) dt = \frac{1}{F(k_P) - F(k_L)} \int_{k_L}^{k_P} (z - k_L)^2 f(z) dz = \\ &= \frac{1}{F(k_P) - F(k_L)} \left[\int_{k_L}^{k_P} z^2 f(z) dz - 2k_L \int_{k_L}^{k_P} z f(z) dz + k_L^2 \int_{k_L}^{k_P} f(z) dz \right] \end{aligned} \quad (3.174)$$

Ostatnie dwie całki zawarte w nawiasie kwadratowym równania (3.174) zostały rozwiązane i przedstawione jako równania (3.170) oraz (3.171). Pierwszy człon może być natomiast rozwiązany poprzez całkowanie przez części:

$$\begin{aligned} \int_{k_L}^{k_P} z^2 f(z) dz &= -zf(z) \Big|_{k_L}^{k_P} + \int_{k_L}^{k_P} f(z) dz = \\ &= -k_P f(k_P) + k_L f(k_L) + F(k_P) - F(k_L) \end{aligned} \quad (3.175)$$

Korzystając z równań (3.170), (3.171) oraz (3.175), ostatecznie równanie (3.174) przybierze postać:

$$\begin{aligned} E(t^2) &= \frac{1}{F(k_P) - F(k_L)} \times \\ &\quad \times (-k_P f(k_P) + k_L f(k_L) + F(k_P) - F(k_L) - \\ &\quad - 2k_L (f(k_L) - f(k_P)) + k_L^2 (F(k_P) - F(k_P))) = \\ &= \frac{1}{F(k_P) - F(k_L)} \left[(2k_L - k_P) f(k_P) - k_L f(k_L) + (1 + k_L^2) (F(k_P) - F(k_L)) \right] \end{aligned} \quad (3.176)$$

Podobnie jak μ_t również odchylenie standardowe σ_t , standaryzowanego rozkładu normalnego dwustronnie uciętego zależy jedynie od punktów ucięcia: k_L oraz k_P .

Tabela 3.3.

Porównanie parametrów rozkładu normalnego przed ucięciem
z parametrami uwzględniającymi ucięcie w punktach: $k_L=0$ oraz $k_P=1$

Lp.	Parametry rozkładu przed ucięciem		Punkty ucięcia		Parametry rozkładu po uwzględnieniu ucięcia	
	μ	σ	k_L	k_P	μ_U	σ_U
1	2	3	4	5	6	7
1	0,5	0,12500	0	1	0,500000	0,12493
2	0,4	0,09798	0	1	0,400009	0,09796
3	0,3	0,07338	0	1	0,300007	0,07337
4	0,2	0,04815	0	1	0,200003	0,04815
5	0,1	0,02387	0	1	0,100001	0,02386

4. Metody pomiaru energii i mocy promieniowania

4.1. Wzorce promieniowania optycznego

Promieniowanie optyczne obejmuje zakres fal elektromagnetycznych o długościach od 10 nm do 10^6 nm. Tak szeroki zakres widmowy, a jednocześnie szeroki zakres mocy i energii powoduje, że pomiary parametrów optycznych są bardzo złożone. Tym samym pojawia się problem wyposażenia laboratoriów w odpowiednie wzorce pokrywające tak szerokie zakresy. Dodatkowe utrudnienia wynikają z wyboru jednostki świetlnej – kandeli, jako podstawowej jednostki układu SI. Kandela jako jednostka fotometryczna oparta jest na integralnej ocenie skutków biologicznych wywołanych działaniem promieniowania z obszaru widzialnego. Skuteczność świetlna jest funkcją długości fali, zatem rejestrując wrażenie świetlne nie ma ilościowej informacji, ani o składzie widmowym promieniowania wywołującego to wrażenie, ani też o mocy lub energii tego promieniowania. Pomiary radiometryczne wymagają wzorców i metod absolutnych. Promienie o różnych długościach fali muszą być tak samo oceniane tylko ze względu na ich moc lub energię. W fotometrii występuje różnica w ocenie promieniowania dla różnych długości fali w zależności od krzywej skuteczności. Żaden więc wzorzec fotometryczny nie może pełnić roli wzorca pierwotnego w pomiarach promieniowania optycznego. Otrzymuje się zatem bardzo skomplikowaną dziedzinę pomiarową, w której w zależności od wybranej wielkości jaką chcemy zmierzyć, wymagana jest zróżnicowana aparatura i różne wzorce [22, 51, 52].

Obecnie istnieje kilka rodzajów wzorców promieniowania optycznego pełniących funkcję wzorca pierwotnego. Wzorce te dzieli się ogólnie na dwie zasadnicze grupy. Pierwszą z nich stanowią wzorce oparte na źródłach promieniowania. Drugą wzorce oparte na odbiornikach. Do pierwszej grupy należą

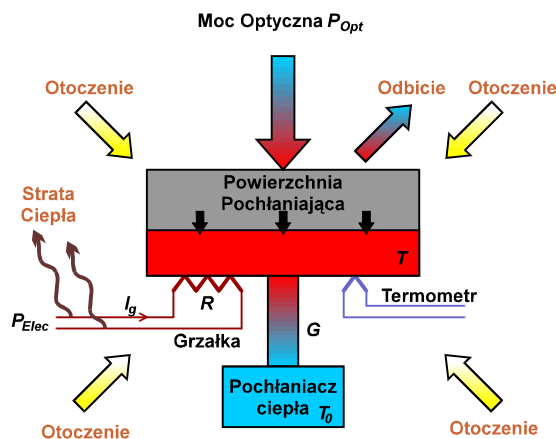
przede wszystkim ciała czarne oraz synchrotrony. Drugą grupę stanowią radiometry podstawienia elektrycznego oraz odbiorniki fotoelektryczne.

Szczególną zaletą ciała czarnego jako wzorca radiometrycznego jest możliwość wyznaczenia wartości widmowej luminancji energetycznej poprzez zmierzenie tylko temperatury termodynamicznej wnęki emitującej promieniowanie. Stosowane początkowo pirometryczne metody wyznaczania temperatury termodynamicznej w przedziale 2000÷3000 K charakteryzowały się niepewnością od ok. 1.5 K do 3.5 K, co skutkowało dużymi niepewnościami wyznaczenia widmowej luminancji energetycznej, wynoszącymi od 1% do 2%. Obecnie stosowana metoda wyznaczania temperatury termodynamicznej ciała czarnego oparta na pomiarze stosunku luminancji energetycznych przy dwóch długościach fali i wykorzystaniu synchrotronu, zredukowała niepewność jej wyznaczenia do ok. 0.4 K dla wartości temperatury 2800 K. Tak niska niepewność wyznaczenia temperatury ciała czarnego w połączeniu ze znacznym polepszeniem stabilności, równomierności i innych parametrów technicznych i materiałowych ciał czarnych spowodowało, że ciała czarne mogą być stosowane jako wzorce w metrologii promieniowania optycznego, charakteryzując się względną niepewnością nie większą niż 0.1 %.

W synchrotronie elektrony poruszając się z bardzo dużymi prędkościami po orbicie kołowej emitują, dający się dokładnie wyznaczyć, strumień fotonowy o energiach fotonów leżących w szerokim przedziale widmowym, obejmującym promieniowanie rentgenowskie, nadfiolet ekstremalny i próżniowy oraz promieniowanie widzialne. Synchrotron jest więc źródłem ciągłego promieniowania optycznego, przy czym zmieniając liczbę elektronów, można zmieniać strumień fotonowy, a tym samym moc promieniowania o wiele rzędów wielkości. W radiometrii promieniowania optycznego opartego na źródłach promieniowania synchrotron może pełnić funkcję wzorca pierwotnego jednostki mocy promienistej (strumienia energetycznego) z względną niepewnością standardową odtwarzania jednostki równą ok. 0.1 % [52]. Synchrotron można również wykorzystać w połączeniu z monochromatorem jako stabilne źródło promieniowania monochromatycznego w nadfiolecie ekstremalnym i próżniowym w radiometrii opartej na odbiornikach promieniowania optycznego. Niestety, zastosowanie synchrotronu jako wzorca promieniowania optycznego bardzo ogranicza jego wysoka cena i skomplikowane rozwiązania konstrukcyjne.

Najlepsze właściwości metrologiczne jako wzorca promieniowania opartego na pochłanianiu promieniowania wykazują radiometry podstawienia elektrycznego,

zwane również radiometrami kalibrowanymi elektrycznie [46, 50, 77, 78]. Są to radiometry absolutne zawierające termiczny odbiornik promieniowania optycznego z dołączonym elektrycznym grzejnikiem i układem elektronicznym do obróbki danych pomiarowych (rys. 4.1). Odbiornik radiometru przetwarza energię promienistą na ciepło i podaje sygnał wyjściowy proporcjonalny do zmiany lub szybkości zmiany temperatury odbiornika. Odbiornik radiometru można również nagrzewać prądem elektrycznym, aż jego sygnał wyjściowy stanie się równy sygnałowi generowanemu przez promieniowanie optyczne. Nieznaną moc promieniowania wyznacza się więc poprzez podstawienie znanej mocy elektrycznej, przy założeniu, że obydwie moce są sobie równoważne, jeśli powodują takie same skutki termiczne. Do radiometrów podstawienia elektrycznego należą m. in. tzw. radiometry kriogeniczne. Pracują one przy temperaturze wnętrza odbiorczej wynoszącej 4 K, w przypadku osłony chłodzącej z ciekłego helu lub temperaturze 15 K, w przypadku chłodzenia przy pomocy przemian termodynamicznych gazu. Radiometry te są obecnie uznawane za uniwersalne wzorce pierwotne jednostki mocy promienistej – wata w większości przodujących laboratoriów metrologicznych na świecie. Niepewność pomiaru mocy promienistej przy stosowaniu radiometru kriogenicznego ocenia się na mniej niż 0.01%.

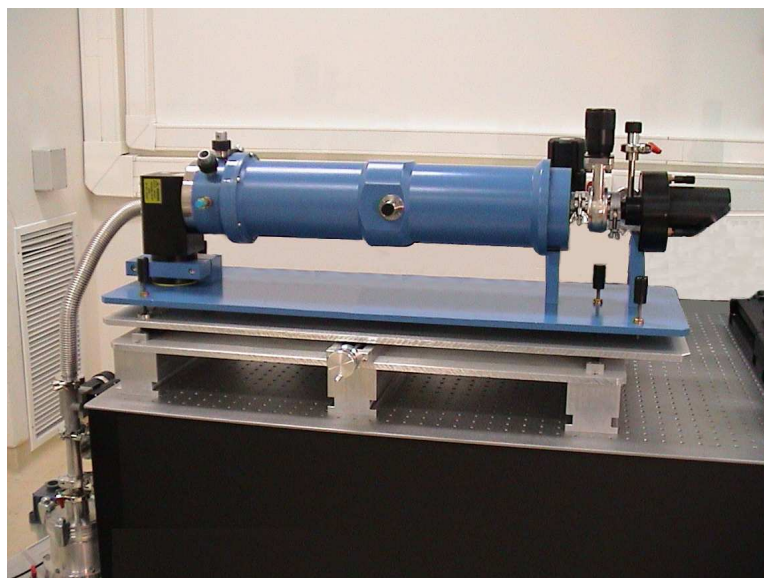


Rys. 4.1. Schemat części odbiorczej radiometru kriogenicznego [21, 78]
 R – rezystancja grzałki, G – konduktancja połączenia termicznego, I_g – prąd grzałki,
 P_{Opt} – moc promieniowania optycznego, P_{Elec} – moc elektryczna,
 T – temperatura pochłaniacza promieniowania, T_0 – temperatura bloku odniesienia

Pierwsze radiometry podstawienia elektrycznego pracowały w temperaturze otoczenia. Nie można było jednak osiągnąć niepewności mniejszych niż 0.1%, a główną przyczyną były problemy z opisem zmian właściwości materiałów w tych temperaturach.

Obecna postać radiometru kriogenicznego została opracowana w latach 80 – tych w National Physical Laboratory w Anglii.

Po raz pierwszy zastosowano do chłodzenia wnęki pochłaniającej promieniowanie, ciekły hel o temperaturze 4 K.



Rys. 4.2. Radiometr kriogeniczny w National Physical Laboratory [77]

Dokładność radiometru określono poprzez wyznaczenie stałej Stefana – Boltzmana promieniowania termicznego ciała doskonale czarnego i porównaniu jej z wartością otrzymaną na podstawie innych pomiarów fizycznych. Niepewność otrzymanego wyniku była na poziomie 0.013 %. Dalsze prace badawcze i modyfikacje radiometru, pozwalają w chwili obecnej osiągnąć niepewność pomiaru na poziomie 0.005 % [77].

Radiometr kriogeniczny posiada dwie osłony chłodzące napełnione ciekłym azotem i ciekłym helem (rys. 4.3). Wnęka odbiorcza chłodzona ciekłym helem pracuje w próżni wytworzonej za pomocą pompy turbomolekularnej. Wnęka mająca kształt cylindra wykonana jest z miedzi elektrolitycznej i jest pokryta specjalną czarną warstwą o bardzo wysokim współczynniku pochłaniania w szerokim zakresie widmowym. Grzejnik radiometru wykonany jest z drutu konstantanowego nawiniętego na zewnętrznej stronie cylindra tworzącego wnękę. Złącza elektryczne wykonane są z niobu i pracują w warunkach nadprzewodnictwa, tak więc ciepło wydziela się tylko w drucie konstantanowym. Promieniowanie laserowe wchodzi do radiometru przez okienko w postaci płytki kwarcowej umieszczonej w specjalnym uchwycie umożliwiającym ustawienie okienka pod kątem Brewstera dla danej długości fali laserowej, co zapewnia jej optymalne warunki przechodzenia [50].

Mierzony strumień promieniowania P_{Opt} wraz z promieniowaniem otoczenia jest pochłaniany przez wyczernioną powierzchnię wnęki odbiorczej. Promieniowanie nagrzewa wnękę odbiorczą aż do powstania stanu równowagi wyznaczonego przez

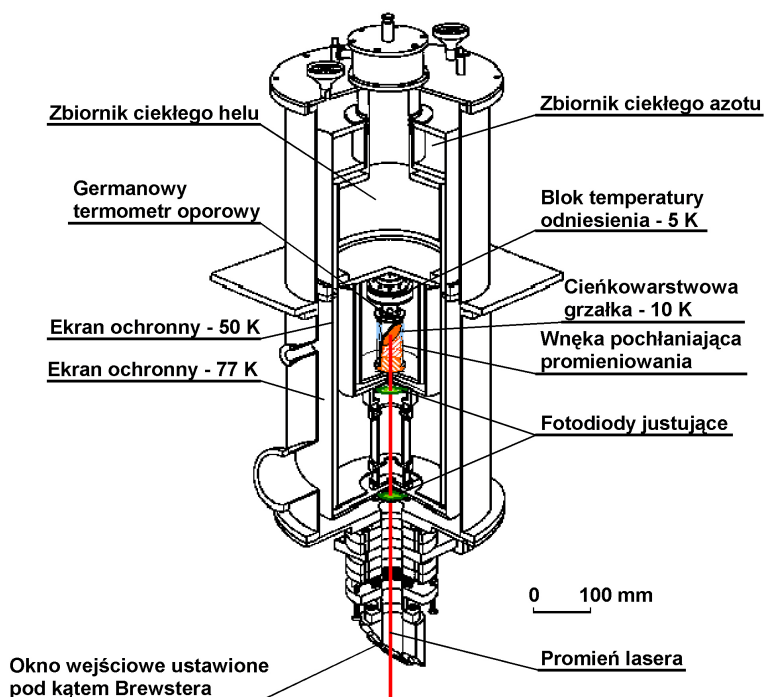
strumień świetlny i opór cieplny G łączy łączącego odbiornik z blokiem temperatury odniesienia T_0 . Stanowi równowagi odpowiada określona temperatura równowagi, którą mierzy się termometrem oporowym. Przesłaniając wiązkę promieniowania zatrzymuje się nagrzewanie odbiornika poprzez promieniowanie optyczne. Następnie zostaje włączona moc elektryczna i grzejnikiem oporowym radiometru podgrzewa się wnękę odbiorczą do tej samej temperatury. Pomijając niewielkie różnice pomiędzy procesami nagrzewania elektrycznego i promienistego można przyjąć, że mierzony strumień światła jest równy mocy elektrycznej wydzielonej w układzie grzejnym [21]. Dla stanu równowagi:

$$T - T_0 \approx \frac{P_{Opt}}{G} \quad (4.1)$$

a więc:

$$P_{Opt} = I_g^2 R \quad (4.2)$$

Innym przykładem wzorców pierwotnych i wtórnych pracujących w oparciu o pochłanianie promieniowania są odbiorniki półprzewodnikowe [50, 51]. Pojawienie się takiej grupy wzorców było możliwe dzięki ogromnemu rozwojowi technik wytwarzania nieselektywnych odbiorników termicznych i półprzewodnikowych. Dokładne poznanie przebiegu przetwarzania fotonów na elektrony w krzemowych fotodiodach półprzewodnikowych doprowadziło do opracowania metod samokalibracji czułości widmowej fotodiod.



Rys. 4.3. Przekrój radiometru kriogenicznego [78]

Metoda ta, obecnie szeroko stosowana w wielu laboratoriach, polega na określeniu wydajności przetwarzania fotonów na elektrony przy równoczesnym uwzględnieniu strat odbiciowych i rekombinacyjnych. Właściwości te sprawiają, że fotodiody krzemowe coraz częściej wykorzystuje się jako wzorce absolutne i pośredniczące w spektrometrii i fotometrii. W celu poprawienia właściwości tego typu odbiorników tworzy się specjalne konfiguracje fotodiod krzemowych zawierające trzy, cztery lub więcej fotodiod. W takim układzie zwanym pułapkowym wiązka promieniowania padając na kolejne fotodiody ulega częściowemu odbiciu. Zarówno samokalibrowane fotodiody krzemowe, jak i zbudowane z nich odbiorniki typu pułapki świetlnej mogą pełnić rolę wzorca pierwotnego jednostki czułości widmowej o względnej niepewności około 0.1 %. Ich zasadniczymi ograniczeniami są nieduży przedział widmowy i wymagana mała rozbieżność kątowa wiązki pomiarowej. Metodę samokalibracji jak i stosowanie odbiorników pułapkowych można rozszerzyć na fotodiody InGaAs czułe na bliską podczerwień, jednak są one nadal bardzo drogie, jeśli ich powierzchnia czynna ma być dostatecznie duża do stosowania w pomiarach radiometrycznych.

Przedstawiony przegląd urządzeń pomiarowych, które mogą pełnić rolę wzorca pierwotnego w metrologii promieniowania optycznego, pokazuje, że żaden z nich nie oznacza się uniwersalnością zastosowań. Radiometr kriogeniczny uznawany obecnie za najlepszy wzorzec absolutny wyróżnia się wśród innych wzorców najniższą niepewnością odtwarzania jednostki mocy promienistej i bardzo szerokim zakresem widmowym (od 200 μm do około 50 μm). Obserwując tendencje światowe wydaje się, że kolejnym osiągnięciem będzie radiometr kriogeniczny, pracujący w połączeniu z ciałem czarnym w punkcie potrójnym wody, mogący mierzyć zarówno promieniowanie laserowe jak i promieniowanie całkowite ciała czarnego.

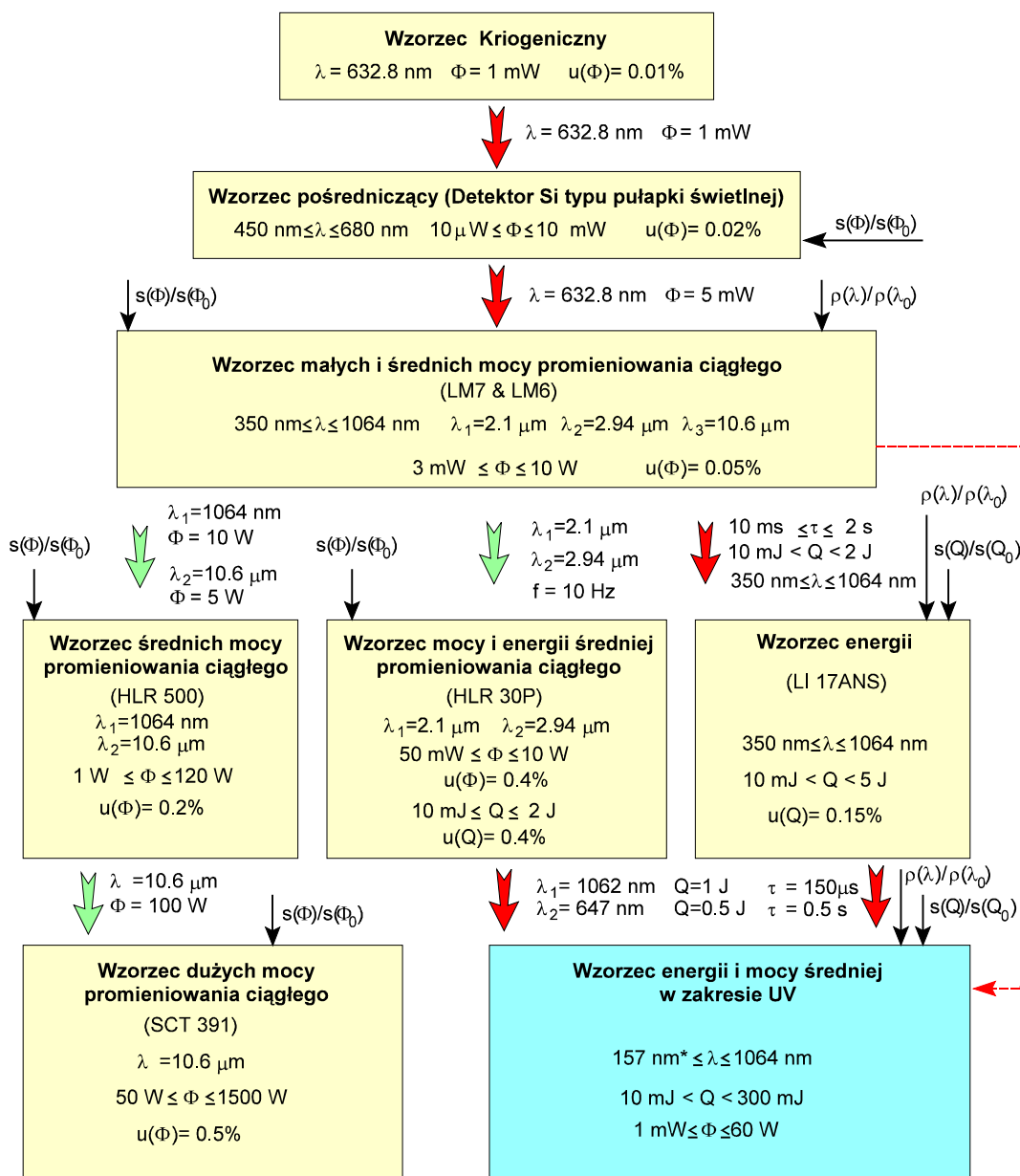
4.2. Łańcuch porównań mocy i energii promieniowania

Zapewnienie spójności pomiarowej w dziedzinie pomiarów promieniowania optycznego realizowane jest poprzez ustalenie łańcucha porównań, który pokazuje drogę przekazywania jednostki lub jednostek wielkości optycznych zaczynając od wzorca pierwotnego i kończąc na wzorcach niższych rzędów [48, 49].

Najlepszym wzorcem, czyli wzorcem pierwotnym, jest wzorzec oparty bezpośrednio na definicji danej jednostki lub na uniwersalnej absolutnej metodzie

pomiaru. Za pomocą tego wzorca wynikającego wprost z zależności fizycznych, można odtworzyć wartość wielkości fizycznej odpowiadającą stosowanej jednostce.

Łańcuch porównań radiometrii laserowej



* w trakcie opracowania

Rys. 4.4. Łańcuch porównań radiometrii laserowej w PTB [79]

Różnica pomiędzy wprowadzanymi obecnie łańcuchami porównań, a dotychczasowymi układami sprawdzeń polega na braku z góry ustalonych niepewności przy przejściu pomiędzy kolejnymi wzorcami. Taki sposób przekazywania wartości wzorcem na niższych szczeblach pozwala na automatyczne polepszanie ich dokładności wraz z ulepszaniem wzorców na wyższych szczeblach, poprawianiem ich dokładności oraz rozwojem lepszych metod przenoszenia wielkości. W opracowanych na świecie, w chwili obecnej, łańcuchach porównań rolę

wzorca pierwotnego pełni radiometr kriogeniczny. Uwzględnia się również, możliwie proste, dojście do podstawowego wzorca fotometrycznego – kandeli.

Powiązanie jednostek fotometrycznych z radiometrycznymi stało się możliwe dzięki modyfikacji definicji kandeli w 1979 r. Zgodnie z nową definicją:

kandela jest światłością w danym kierunku źródła wysyłającego promieniowanie monochromatyczne o częstotliwości 540×10^{12} Hz, którego natężenie promieniowania w tym kierunku wynosi 1/683 wata na steradian.

Łańcuch porównań w pierwszym rzędzie umożliwia przejście od radiometru kriogenicznego jako wzorca pierwotnego do wzorców pośredniczących i wtórnych zapewniających pomiary mocy i energii promieniowania laserowego, światłości i innych wielkości fotometrycznych oraz mocy optycznej w technikach światłowodowych. Jako wzorce pośredniczące stosuje się zarówno odbiorniki pułapkowe, jak i pojedyncze, kalibrowane fotodiody krzemowe, germanowe i InGaAs [51].

4.3. Wyposażenie laboratorium badawczego

Szczegółowa analiza publikacji [5, 6, 40, 42, 43, 47] pozwala określić minimalne wymagania jakie musi spełniać aparatura doświadczalna stanowiąca wyposażenie laboratorium badawczego. Podstawowym elementem takiego wyposażenia będzie źródło (lub źródła) promieniowania optycznego oraz urządzenia pomiarowe mocy i energii tego promieniowania. Źródło promieniowania musi posiadać możliwość generacji promieniowania optycznego o następujących parametrach:

- tryb pracy:
 - praca ciągła,
 - praca impulsowa:
 - generacja pojedynczych impulsów,
 - generacja ciągu impulsów o regulowanej częstotliwości oraz współczynnika wypełnienia,
- długość fali: od ok. 800 nm do ok. 1600 nm,
- moc promieniowania w zakresie: od ok. 40 mW do ok. 5 W,
- czas trwania pojedynczych impulsów: od kilkudziesięciu μ s do kilkudziesięciu ms,

- częstotliwość powtarzania impulsów: od pojedynczych impulsów do częstotliwości ok. 100Hz,
- wielkość naświetlanej powierzchni:
 - wiązka skupiona o średnicy ok. kilkuset μm ,
 - wiązka nie skupiona o średnicy ok. kilku cm,
- energia pojedynczych impulsów: od kilku mJ do kilku J.

Aparatura pomiarowa stanowiąca wyposażenie laboratorium badawczego musi zapewniać pomiar następujących wielkości:

- mocy promieniowania,
- natężenie promieniowania,
- czasu naświetlania,
- rozkładu mocy w przekroju poprzecznym wiązki,
- energii promieniowania.

Wykorzystywana aparatura pomiarowa wielkości optycznych, przez wszystkich członków wspólnego projektu badawczego Unii Europejskiej [5, 66], była kalibrowana w laboratoriach w PTB w Niemczech. Ocenia się, że niepewność przeprowadzonych pomiarów zawierała się w granicach od 1 % do 6 % w zależności od ośrodka badawczego. Dlatego proponuje się, aby niepewność pomiaru parametrów promieniowania optycznego nie przekraczała 5 %.

Obecnie w Polsce istnieją trzy ośrodki mogące przeprowadzić kalibrację urządzeń optycznych w zakresie źródeł i odbiorników promieniowania. Są to:

1. Instytut Łączności, Centralna Izba Pomiarów Telekomunikacyjnych,
2. Główny Urząd Miar, Zakład Akustyki, Drgań i Promieniowania Optycznego,
3. Wojskowa Akademia Techniczna, Instytut Optoelektroniki.

W strukturze organizacyjnej Instytutu Łączności działa Laboratorium Metrologii Elektrycznej, Elektronicznej i Optoelektronicznej, akredytowane przez Polskie Centrum Akredytacji. Laboratorium to prowadzi prace w zakresie wzorcowania przyrządów do pomiaru wielkości elektrycznych, optoelektrycznych oraz czasu i częstotliwości. Laboratorium zapewnia spójność pomiarową z wzorcami państwowymi Głównego Urzędu Miar oraz wzorcami międzynarodowymi (NIST, NPL, PTB). Niestety laboratorium to specjalizuje się głównie w kalibracji urządzeń przeznaczonych do zastosowań w telekomunikacji. Występujące w takich urządzeniach poziomy mocy oraz natężenia promieniowania optycznego są stosunkowo niewielkie. Zakres pomiarowy mocy promieniowania zawiera się w

granicach od 100 pW do 500 mW dla długości fali świetlnej od 600 nm do 1700 nm. Niepewność pomiaru wynosi 2.8 %.

Kalibracja źródeł promieniowania w GUM realizowana jest przy pomocy fotodiod krzemowych i germanowych dla długości fali świetlnej: 488, 514 oraz 633 nm. Moc źródeł nie może przekraczać 2 W. Niepewność kalibracji wynosi 0.4 %. Odbiorniki promieniowania optycznego kalibrowane są przy pomocy przestrajanego lasera oraz monochromatora. Zakres długości fali świetlnej zawiera się w granicach od ok. 400 nm do 1600 nm. Niepewność wzorcowania wynosi 1%.

Przyrządy pomiarowe mocy optycznej Głównego Urzędu Miar zachowują spójność pomiarową z wzorcami wielkości optycznych znajdujących się w laboratoriach PTB w Niemczech. W Głównym Urzędzie Miar nie można wykonać kalibracji przyrządów optycznych w zakresie pomiaru energii promieniowania.

W ramach Instytutu Optoelektroniki WAT działa Akredytowane Laboratorium Badawcze pełniące funkcję Wojskowego Centrum Metrologii w zakresie metrologii optoelektronicznej. Laboratorium to posiada Certyfikat Akredytacji na m.in. następujące procedury badawcze:

- pomiar energii impulsu promieniowania laserowego w zakresie od 0.5 mJ do 2.5 J z ograniczeniem do mocy średniej 5 W i w zakresie długości fali świetlnej od 250 nm do 1600 nm,
- pomiar mocy promieniowania laserowego w zakresie od 100 nW do 3 W z ograniczeniem natężenia promieniowania do 2 W/mm^2 i w zakresie długości fali świetlnej od 400 nm do 1064 nm,
- rejestracja rozkładu natężenia promieniowania w przekroju poprzecznym wiązki laserowej,
- pomiar czasu trwania i współczynnika asymetrii impulsu promieniowania laserowego,
- wyznaczanie współczynnika korekcyjnego, nieliniowości i równoważnej wartości energii / mocy szumów mierników energii / mocy promieniowania laserowego,
- wyznaczanie współczynnika absorpcji materiałów optycznych,
- wyznaczanie klas bezpieczeństwa urządzeń emitujących promieniowanie laserowe.

Do zadań Instytutu należy również pomiar parametrów technicznych i opiniowanie sprzętu optoelektronicznego wprowadzanego na wyposażenie wojska oraz nowych typów urządzeń przekazywanych przez zakłady produkcyjne.

5. Podsumowanie

5.1. Podsumowanie pracy

Jak wykazano w rozdziale 1 i 2 prawdopodobieństwo powstania wybuchu na skutek oddziaływania promieniowania optycznego jest zagadnieniem niezwykle skomplikowanym. Występuje ogromna liczba czynników wpływających na ryzyko zapalenia otaczającej atmosfery. Dlatego stopień niebezpieczeństwa użytkowania urządzeń optycznych należy wyznaczyć doświadczalnie dla każdego urządzenia osobno. Ze względu na brak opisu przeprowadzania badań, zaproponowano oprócz metody badawczej o procedury obowiązujące dla urządzeń iskrobezpiecznych. Statystyczna metoda oceny bezpieczeństwa przeciwwybuchowego pozwala nie tylko na wyznaczenie wartości bezpiecznych. Jak wykazano w [17, 19] najodpowiedniejszym sposobem porównania parametrów dopuszczalnych, ustalonych w oparciu o różne definicje oraz różne systemy współczynników bezpieczeństwa jest stworzenie modelu regresyjnego stanowiska badawczego. Stanowisko takie należy traktować jako przyrząd pomiarowy, zaś wyznaczony model regresyjny jako krzywą wzorcową tego przyrządu.

W pracy dokonano analizy zasad przeprowadzania badań urządzeń optycznych wykorzystując obliczenia statystyczne oraz rachunek prawdopodobieństwa. Najważniejsze etapy statystycznej metody oceny bezpieczeństwa, to:

- wyznaczenie minimalnej wartości liczby koniecznych naświetleń n , dla danego poziomu prawdopodobieństwa p , tak aby zachować założony przedział ufności dla zadanego poziomu ufności,
- wyznaczenie współzależności statystycznej pomiędzy wielkością wymuszającą, a częstością względną powstania wybuchu,
- kontrola niejednorodności częstości względnych powstania wybuchu na podstawie sprawdzenia jakości dopasowania równania regresji,

- wyznaczenie przedziałów ufności uwzględniających niepewności wynikające z przyjętego modelu oraz niepewności pomiaru.

W metodzie statystycznej ogromne znaczenie ma dokładność dopasowania równania regresji, dlatego w pracy zawarto procedury badawcze pozwalające na:

- kontrolę niejednorodności liczby naświetleń poprzedzających powstanie wybuchu charakteryzujących czułość stanowiska badawczego,
- określenie możliwości pominięcia ucięcia rozkładu normalnego lub konieczności jego uwzględnienia.

5.2. Najistotniejsze osiągnięcia pracy

Jako najistotniejsze osiągnięcie pracy należy wymienić:

1. przeprowadzenie analizy sposobu postępowania podczas wyznaczenia krzywej wzorcowej przetwarzania układu pomiarowego przeznaczonego do prowadzenia badań doświadczalnych urządzeń optycznych,
2. wykorzystanie przekształcenia *probit* do wyznaczenia równania liniowego krzywej przetwarzania,
3. określenie sposobu wyznaczenia minimalnych parametrów zapalających promieniowania optycznego odpowiadającego prawdopodobieństwu zapalenia $p = 0.5$,
4. określenie wymagań co do dokładności szacowania niepewności podczas wyznaczania prawdopodobieństwa powstania wybuchu dla zadanego poziomu ufności,
5. podanie algorytmu postępowania w celu wyznaczenia łącznego przedziału ufności obejmującego niepewności wynikające z przyjętego modelu oraz niepewności pomiaru,
6. poprawę jakości dopasowania równania regresji poprzez:
 - 6.1. sprawdzenie jednorodności statystycznej wyników badań,
 - 6.2. wyznaczenie parametrów rozkładu częstości względnej powstania wybuchu w przypadku konieczności uwzględnienia ucięcia rozkładu normalnego.

Zaprezentowany w pracy materiał rozwiązuje postawione na jej początku problemy badawcze. Przedstawiony tok obliczeń oraz algorytm postępowania pozwala na stwierdzenie, że sformułowana w pracy teza została udowodniona.

5.3. Kierunki dalszych badań

Zaproponowane procedury obliczeniowe zostały opracowane na podstawie dostępnych w cytowanej literaturze wynikach badań. Dlatego kolejnym krokiem musi być ich weryfikacja praktyczna. Również zaproponowane wartości szerokości przedziału ufności oraz poziomu prawdopodobieństwa odpowiadającego minimalnym parametrom zapalającym, zostały dokonane na podstawie opracowań literaturowych dotyczących danej problematyki, tak więc muszą zostać zweryfikowane praktycznie. Znaczący wpływ na przyjęte wartości ma czasochłonność wykonania pojedynczego naświetlenia. Liczba wykonanych naświetleń oraz szerokość założonego przedziału ufności musi stanowić kompromis pomiędzy dokładnością, a czasem trwania całego procesu badawczego.

Załączniki

Z.1. Wyznaczenie minimalnych parametrów zapalających

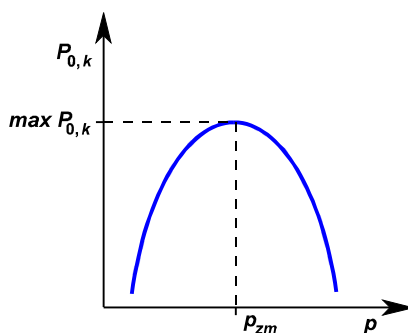
Przedstawiona w rozdziale 3 statystyczna metoda wyznaczenia minimalnych parametrów zapalających, nie jest jedyną metodą służącą do wyznaczenia tych wartości. W Anglii, oraz w krajach, które oparły swe przepisy na normach brytyjskich, minimalny prąd zapalający I_{zm} wyznacza się korzystając z definicji podanej przez Allsop'a. Na jej podstawie, wartość minimalnego prądu zapalającego określa się zgodnie z definicją [19]:

„Jeśli została znaleziona wartość prądu, przy którym zapalenie zachodzi łatwo, to prąd ten należy stopniowo zmniejszać skokami po 5 do 10%, aż na 100 iskier nie uzyska się żadnego zapalenia. Wartość minimalnego prądu zapalającego równa się wówczas średniej arytmetycznej tej ostatniej wartości i wartości bezpośrednio wyższej, dla której otrzymuje się jeszcze zapalenie poniżej 100 iskier.”

Wprowadzenie iskiernika IEC spowodowało, że metodę tę nieco zmodyfikowano. Obecnie prąd zmniejsza się aż do momentu, gdy wykonując 400 obrotów uchwytu elektrod nie nastąpi żaden wybuch.

Łącząc definicję Allsop'a z analizą statystyczną, minimalne wartości zapalające promieniowania optycznego, będą to takie wartości parametrów tego promieniowania, dla których prawdopodobieństwo, że w przypadku wykonania n naświetleń, nie uzyskamy (uzyskamy $M = m = 0$ wybuchów) wybuchu będzie maksymalne (rys. Z.1).

Zagadnienie to można rozwiązać korzystając z metody największej wiarygodności. Na jej podstawie za oszacowanie nieznanych parametrów rozkładu danej zmiennej losowej przyjmuje się takie ich wartości, przy których prawdopodobieństwo wyniku zaobserwowanego w danej próbie losowej osiąga maksimum.



Rys. Z.1. Ilustracja do definicji minimalnych parametrów zapalających wyznaczonych zgodnie z definicją Allsop'a [17]

$P_{0,k}$ – prawdopodobieństwo nie otrzymania zapalenia, w przypadku wykonania n naświetleń;
 p - prawdopodobieństwo powstania wybuchu w pojedynczym naświetleniu;
 p_{zm} – prawdopodobieństwo powstania wybuchu odpowiadające minimalnym wartościom zapalającym;

Prawdopodobieństwo to, jest iloczynem prawdopodobieństw zaobserwowanych wyników badań poszczególnych doświadczeń, gdyż zakłada się, że badana próbka losowa jest próbką losową prostą, wobec czego wyniki badań poszczególnych doświadczeń są wzajemnie niezależne, a prawdopodobieństwo jednoczesnego zajścia zdarzeń niezależnych jest równe iloczynowi prawdopodobieństw tych zdarzeń.

Zakładając, że z przeprowadzonego badania próbki losowej o licznosci k otrzymano wartości x_1, x_2, \dots, x_k rozważanej zmiennej losowej X , to jeżeli jest to zmienna losowa skokowa, funkcja wiarygodności L jest określona wzorem [12]:

$$L = \prod_{i=1}^k P(X = x_i) \quad (\text{Z.1})$$

Oszacowanie ϑ^* nieznanego parametru ϑ wyznacza się przez rozwiązanie równania wynikającego z przyrównania pochodnej funkcji $L = f(\vartheta)$ względem argumentu ϑ do zera, jest to bowiem punkt, w którym funkcja $L = f(\vartheta)$ osiąga swe maksimum:

$$\left. \frac{dL(\vartheta)}{d\vartheta} \right|_{\vartheta=\vartheta^*} = 0 \quad (\text{Z.2})$$

Korzystając z wyznaczonej krzywej wzorcowej stanowiska badawczego, pewnym wartościom parametrów promieniowania np.: E_1 , t_1 i A_1 będzie odpowiadać pewna wartość częstości względnej powstania wybuchu h_1 . Prawdopodobieństwo, że przy ustalonym n i konieczności spełnienia warunku, że $M = m = 0$ ze wzoru (3.96) można otrzymać wyrażenie na wartość tego prawdopodobieństwa [17]:

$$P_1\{M = 0\} = (1 - h_1)^n \quad (\text{Z.3})$$

Ogólnie zaś:

$$P_i\{M = 0\} = (1 - h_i)^n \quad (\text{Z.4})$$

Przejdźcie do badania przy następnej wartości częstości względnej powstania wybuchu zrealizowanej poprzez zmniejszenie jednego z parametrów promieniowania optycznego o stały procent δ , nastąpi w przypadku powstania co najmniej jednego wybuchu. Prawdopodobieństwo powstania co najmniej jednego wybuchu wynosi:

$$Q_i = 1 - P_i \quad (\text{Z.5})$$

Zgodnie z definicją Allsop'a należy tak postępować, aż dla danej wartości częstości względnej h_k (h_1, h_2, \dots, h_k) oraz ustalonego n , nie zaobserwuje się żadnego wybuchu.

Ostatecznie, zgodnie z definicją funkcji największej wiarygodności, prawdopodobieństwo, że w przypadku wykonania n naświetleń, uzyskamy $M = m = 0$ wybuchów, gdy badania prowadzi się dla k różnych wartości częstości względnych powstania wybuchu h , jest równe iloczynowi prawdopodobieństwa P_k , że dla wartości h_k , w przypadku wykonania n naświetleń nie nastąpi wybuch oraz iloczynowi $\prod_{i=1}^{k-1} Q_i$, że dla wartości od h_1 do h_{k-1} , w przypadku wykonania n naświetleń, wystąpi co najmniej jeden wybuch:

$$P_{0,1} = P_1 \quad \text{dla } k = 1 \quad (\text{Z.6})$$

$$P_{0,2} = P_2 Q_1 \quad \text{dla } k = 2 \quad (\text{Z.7})$$

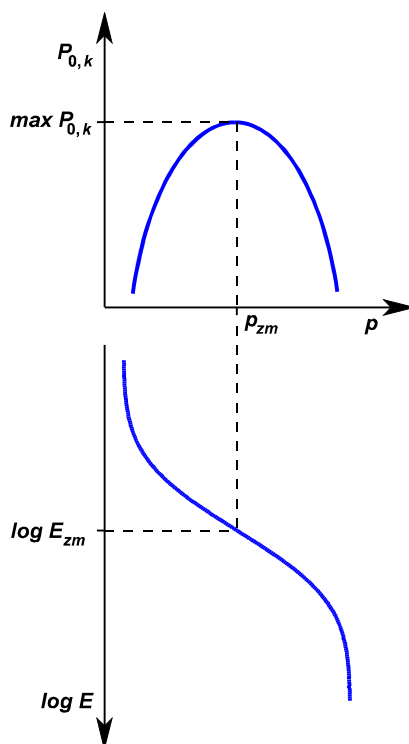
$$P_{0,3} = P_3 Q_1 Q_2 \quad \text{dla } k = 3 \quad (\text{Z.8})$$

$$P_{0,4} = P_4 Q_1 Q_2 Q_3 \quad \text{dla } k = 4 \quad (\text{Z.9})$$

itd., ogólnie zaś:

$$P_{0,k} = P_k \prod_{i=1}^{k-1} Q_i \quad (\text{Z.10})$$

Za minimalne wartości zapalające należy uznać te wartości E_{zm} , t_{zm} oraz A_{zm} , które odpowiadają takiej częstości względnej powstania wybuchu h_{zm} , dla której prawdopodobieństwo $P_{0,k}$ osiąga wartość maksymalną.



Rys. Z.2. Definicja minimalnych parametrów zapalających określonych zgodnie z definicją Allsop'a
 $P_{0,k}$ – prawdopodobieństwo nie otrzymania zapalenia, w przypadku wykonania n naświetleń;
 p - prawdopodobieństwo powstania wybuchu w pojedynczym naświetleniu;
 p_{zm} – prawdopodobieństwo powstania wybuchu odpowiadające minimalnym wartościom zapalającym;
 E_{zm} – energia promieniowania optycznego odpowiadająca minimalnej energii zapalającej;

Zaletą metody Allsop'a podobnie jak zaproponowanej statystycznej metody wyznaczenia minimalnych parametrów zapalających promieniowania optycznego jest to, że wartości tych parametrów są wyznaczone podczas badań (minimalne prądy zapalające wyznacza się na podstawie aproksymacji równania regresji). Wadą metody Allsop'a jest natomiast to, że nie można określić poziomu prawdopodobieństwa odpowiadającego wyznaczonym minimalnym wartościom zapalającym. Dodatkowo wyznaczone zgodnie z definicją Allsop'a wartości znajdują się na skraju zakresu dla którego są prowadzone badania, a więc przedział ufności jest największy dla tak wyznaczonych wartości.

Z.2. Współczynniki bezpieczeństwa

Wyznaczenie wartości bezpiecznych w oparciu o system współczynników bezpieczeństwa powoduje powstanie konieczność określenia ich wartości. Dla obwodów iskrobezpiecznych wartości współczynników bezpieczeństwa przyjmuje się w zależności od kategorii oraz stanu pracy urządzenia. W publikacji [47] podając

graniczne wartości bezpieczne promieniowania optycznego przyjęto współczynnik bezpieczeństwa wynoszący 2.

Wartości współczynników bezpieczeństwa można wyznaczyć w oparciu o analizę statystyczną korzystając z metod niezawodnościowych stosowanych np. w mechanice. Ogólna ocena niezawodności wytrzymałościowej została opracowana i podana dla pojazdów raketowych [67]. Znajdując jednak odpowiedniki odpowiadające naprężeniom i wytrzymałości, metodę tę można wykorzystać w innych dziedzinach techniki np. przy projektowaniu urządzeń elektronicznych, rozpatrywaniu efektów cieplnych czy w metrologii.

Dokładne wyznaczenie wartości współczynników bezpieczeństwa dla techniki przeciwwybuchowej tą metodą jest jednak niemożliwe. Powodem jest brak możliwości wyznaczenia rozkładu funkcji gęstości prawdopodobieństwa powstania wybuchu odpowiadającego wartościom bezpiecznym. W takim przypadku wartości współczynników bezpieczeństwa można dokonać tylko orientacyjnie, wprowadzając pewne założenia zgodnie z (Z.32) [16].

Metody niezawodnościowe oparte są na założeniu, że obiekt staje się niesprawny, jeśli naprężenie σ jakie powstają w materiale przekraczają wytrzymałość z tego materiału, tj. gdy zajdzie przypadek:

$$\sigma - z > 0 \quad (\text{Z.11})$$

Miarą niezawodności obiektu R jest prawdopodobieństwo, że losowo wybrana wytrzymałość z jest większa od losowo wybranego naprężenia σ , co jest zapisywane jako:

$$R = P\{Z - \Sigma > 0\} = P\{Y > 0\} \quad (\text{Z.12})$$

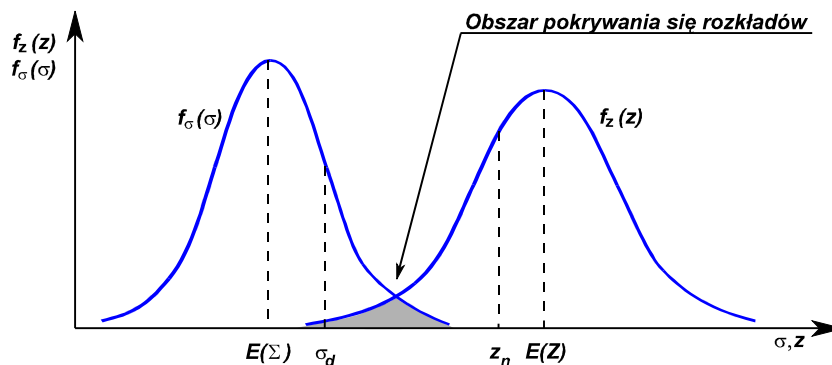
Rys. Z.3 przedstawia funkcje gęstości $f_z(z)$ oraz $f_\sigma(\sigma)$, wartości oczekiwane $E(Z)$ i $E(\Sigma)$ oraz przyjęte wartości: wytrzymałości znamionowej z_n oraz dopuszczalne naprężenia σ_d . Iloraz wartości z_n oraz σ_d nazywany jest współczynnikiem bezpieczeństwa i może być wyrażony jako:

$$x = \frac{z_n}{\sigma_d} = \frac{E(Z) - n_z \sigma_z}{E(\Sigma) + n_\sigma \sigma_\sigma} \quad (\text{Z.13})$$

gdzie

n_z, n_σ – liczby rzeczywiste;

σ_z, σ_σ – odchylenia standardowe zmiennych losowych Z i Σ .

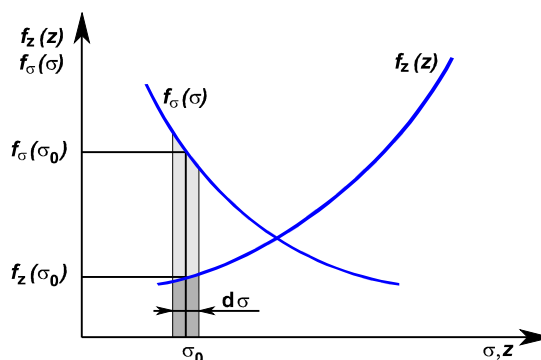


Rys. Z.3. Definicja współczynnika bezpieczeństwa

σ – naprężenia, z – wytrzymałość; $f_\sigma(\sigma)$, $f_z(z)$ – funkcja rozkładu odpowiednio: naprężeń, wytrzymałości;
 $E(\Sigma)$, $E(Z)$ – wartości oczekiwane naprężeń, wytrzymałości; σ_d – naprężenia dopuszczalne, z_n – wytrzymałość znamionowa;

Jak widać z powyższych wzorów zarówno niezawodność R jak i współczynnik bezpieczeństwa x mogą być wyrażone w zależności od parametrów rozkładu funkcji gęstości prawdopodobieństwa wytrzymałości $f_z(z)$ oraz naprężeń $f_\sigma(\sigma)$.

Na rys. Z.3 obszar zakreskowany oznacza pokrywanie się naprężeń z wytrzymałością, co świadczy o określonym prawdopodobieństwie zawodnej pracy.



Rys. Z.4. Ilustracja do obliczenia prawdopodobieństwa niezawodnej pracy obiektu wg wzoru (Z.14) (oznaczenia jak dla rys. Z.3)

Prawdopodobieństwo tego, że pewna wartość naprężenia zawarta jest w niewielkim przedziale szerokości $d\sigma$, jest równa powierzchni elementu szerokości $d\sigma$:

$$P\left\{\sigma_0 - \frac{d\sigma}{2} \leq \sigma \leq \sigma_0 + \frac{d\sigma}{2}\right\} = f_\sigma(\sigma_0)d\sigma \tag{Z.14}$$

Prawdopodobieństwo tego, że wytrzymałość z jest większa od danej wartości naprężenia σ_0 wyraża się zależnością:

$$P\{z > \sigma_0\} = \int_{\sigma_0}^{+\infty} f_z(z)dz \tag{Z.15}$$

Przy założeniu, że zmienne losowe naprężenia i wytrzymałości są niezależne, prawdopodobieństwo tego, że naprężenie zawiera się w małym przedziale $d\sigma$ i

równocześnie wytrzymałość z jest większa od naprężenia zawartego w tym małym przedziale, wyraża się zależnością:

$$f_{\sigma}(\sigma_0)d\sigma \int_{\sigma_0}^{+\infty} f_z(z)dz \quad (Z.16)$$

Niezawodność R jest więc równa prawdopodobieństwu tego, że wytrzymałość Z jest większa od naprężenia Σ dla wszystkich możliwych wartości naprężeń Σ , co można wyrazić zależnością:

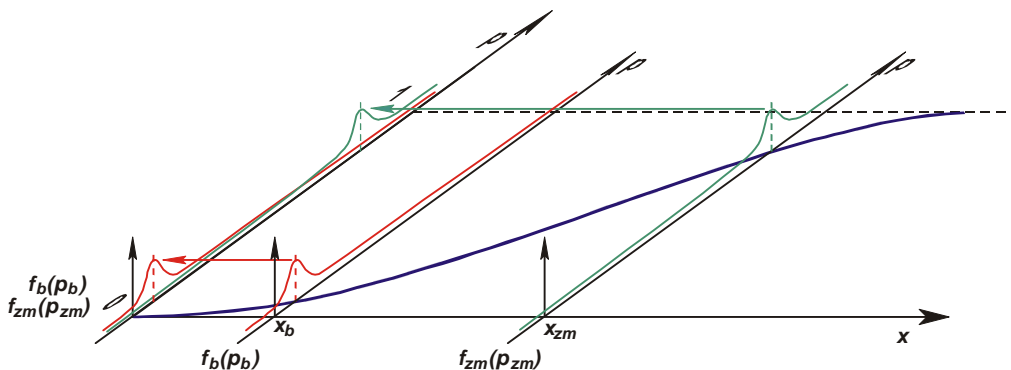
$$R = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{\sigma}(\sigma) \left[\int_{\sigma}^{+\infty} f_z(z)dz \right] d\sigma \quad (Z.17)$$

Korzystając z tak przeprowadzonej analizy, współczynnik bezpieczeństwa systemów optycznych zgodnie z (3.2) oraz na podstawie (Z.13) można zdefiniować jako (rys. Z.5):

$$k_y = \frac{\mu_{y_{zm}}}{\mu_{y_b}} \quad (Z.18)$$

Zgodnie z (Z.12) oraz (Z.18) prawdopodobieństwo poprawnej pracy R jak i współczynnik bezpieczeństwa k_y mogą być wyrażone w zależności od parametrów rozkładu funkcji gęstości prawdopodobieństwa odpowiadającym mocy lub energii promieniowania dla minimalnych parametrów zapalających $(P_{zm}, E_{zm}) f_{zm}(p_{zm})$ oraz wartości bezpiecznych $(P_b, E_b) f_b(p_b)$.

Zadanie sprowadza się do wyznaczenia wartości mocy lub energii promieniowania optycznego (P_b, E_b) , która będzie uważana za bezpieczną tak, aby przy zadanym prawdopodobieństwie bezpiecznej pracy R oraz przyjętym przekształceniu *probit*, współczynnik bezpieczeństwa k_y nie był mniejszy od wymaganego.



Rys. Z.5. Ilustracja definicji współczynnika bezpieczeństwa systemów optycznych wyznaczonego w oparciu o metodę niezawodnościową

$f_b(p_b), f_{zm}(p_{zm})$ – funkcja rozkładu prawdopodobieństwa powstania wybuchu odpowiednio dla wartości bezpiecznych oraz minimalnych parametrów zapalających;

Zmienne losowe $P_{P_{zm}}$ oraz P_{P_b} (oraz odpowiednio dla energii promieniowania optycznego $P_{E_{zm}}$ oraz P_{E_b}) podlegają rozkładowi „probit - normalnemu”, tzn., że zmienne losowe:

$$Y_{P_{zm}} = \text{probit}(P_{P_{zm}}) \quad (\text{Z.19})$$

oraz

$$Y_{P_b} = \text{probit}(P_{P_b}) \quad (\text{Z.20})$$

(oraz odpowiednio $Y_{E_{zm}}$ i Y_{E_b}) mają rozkład normalny, tj.:

$$y_{P_{zm}} \sim N(\mu_{y_{zm}}, \sigma_{y_{zm}}) \quad (\text{Z.21})$$

oraz

$$y_{P_b} \sim N(\mu_{y_b}, \sigma_{y_b}) \quad (\text{Z.22})$$

Jeśli $y_{P_{zm}}$ oraz y_{P_b} mają rozkłady normalne, to zmienna losowa G określona jako [45, 71]:

$$G = Y_{P_{zm}} - Y_{P_b} \quad (\text{Z.23})$$

ma również rozkład normalny o parametrach:

$$g \sim N(\mu_g, \sigma_g) \quad (\text{Z.24})$$

gdzie:

$$\mu_g = \mu_{y_{zm}} - \mu_{y_b} \quad (\text{Z.25})$$

$$\sigma_g = \sqrt{\sigma_{y_{zm}}^2 + \sigma_{y_b}^2} \quad (\text{Z.26})$$

Prawdopodobieństwo bezpiecznej pracy, zdefiniowane zgodnie z (Z.12), będzie określone jako:

$$\begin{aligned} R &= P\{\mu_{y_{zm}} - \mu_{y_b} > 0\} = P\{g > 0\} = \\ &= \int_0^{+\infty} f_g(g) dg = \\ &= \int_0^{+\infty} \frac{1}{\sigma_g \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{g - \mu_g}{\sigma_g} \right)^2} dg \end{aligned} \quad (\text{Z.27})$$

Jeśli wprowadzi się podstawienie:

$$z = \frac{g - \mu_g}{\sigma_g} \quad (\text{Z.28})$$

to:

$$\sigma_g dz = dg \quad (\text{Z.29})$$

Dolna granica całkowanie ($g = 0$) będzie równa:

$$z_1 = \frac{0 - \mu_g}{\sigma_g} = -\frac{\mu_g}{\sigma_g} = -\frac{\mu_{y_{zm}} - \mu_{y_b}}{\sqrt{\sigma_{y_{zm}}^2 + \sigma_{y_b}^2}} \quad (\text{Z.30})$$

Równanie to jest określane *równaniem łączności*, zaś górna granica całkowania, gdy $g \rightarrow +\infty$ będzie również $z \rightarrow +\infty$.

Ostatecznie:

$$\begin{aligned} R &= P\{z > 0\} = \\ &= \int_{z_1}^{+\infty} f_z(z) dz = \\ &= \int_{-\frac{\mu_{y_{zm}} - \mu_{y_b}}{\sqrt{\sigma_{y_{zm}}^2 + \sigma_{y_b}^2}}}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz \end{aligned} \quad (\text{Z.31})$$

Przyjmując daną wartość R , można znaleźć taką wartość z_1 spełniającą równanie (Z.31). Ale wartość z_1 zgodnie z (Z.30) nie zależy tylko od parametrów funkcji $f_{zm}(\rho_{zm})$, lecz również od parametrów funkcji $f_b(\rho_b)$. Ponieważ jednak parametry rozkładu funkcji gęstości prawdopodobieństwa $f_{zm}(\rho_{zm})$ zależą od sposobu przeprowadzenia doświadczenia, można zawsze tak dobrać procedurę pomiarową, aby spełniona była zależność:

$$\frac{\sigma_{y_b}}{\mu_{y_b}} \approx \frac{\sigma_{y_{zm}}}{\mu_{y_{zm}}} = \delta_y \quad (\text{Z.32})$$

wtedy:

$$z_1 = -\frac{k_y - 1}{\delta_y \sqrt{k_y^2 + 1}} \quad (\text{Z.33})$$

Wyznaczonej w ten sposób wartości μ_{y_b} odpowiada maksymalna wartość bezpiecznej mocy lub energii promieniowania P_b (E_b), której wartość można wyznaczyć wykonując przekształcenia odwrotne:

$$P_b = \text{probit}^{-1}(\mu_{y_b}) \quad (\text{Z.34})$$

Literatura

- [1] Blanc M., Guest P., von Elbe G., Lewis B.: *Ignition of explosive gas mixtures by electric sparks*, 3th Symposium on Combustion and Flame and Explosion Phenomena, The Williams & Wilkins Company, Baltimore, Maryland 1949, 363-367.
- [2] Bothe H., Johansmeyer U.: *Explosion protection for optical radiation in hazardous locations*, InTech, August 2001, 38-40.
- [3] Bothe H., Schenk S., Hawksworth S., Carleton F. B., Weinberg F. J.: *The Safe use of Optics in Potentially Explosive Atmospheres. Explosion Safety in Hazardous Areas*, 11-13 November 1999, Conference Publication No. 469©IEE 1999, 44-49.
- [4] Brandt S.: *Analiza danych*, Wydawnictwa Naukowe PWN, Warszawa 1998.
- [5] Carleton F. B., Bothe H., Proust Ch., Hawksworth S.: *Prenormative research on the use of optics in potentially explosive atmospheres PROPEX*, Final Report EUR 19617 EN, Luxembourg 2000.
- [6] Carleton F. B., Weinberg F. J.: *Radiative ignition by loose agglomerates of fine fibres*, SPIE Vol. 1314, 1990, 298-306.
- [7] Domański R.: *Promieniowanie laserowe – oddziaływanie na ciała stałe*, WNT, Warszawa 1990.
- [8] Draper N. R., Smith H.: *Analiza regresji stosowana*, PWN, Warszawa 1973.
- [9] EN 50303: Group I, Category M1, Equipment. Intended to remain functional in atmospheres endangered by firedamp and/or coal dust.
- [10] *Expression of the Uncertainty of Measurement in Calibration. European cooperation for Accreditation of Laboratories*, Publication Reference EAL-R2, April 1997.
- [11] Finney D. J.: *Probit analysis*, Cambridge University Press, Cambridge 1971.
- [12] Firkowicz S.: *Statystyczne badanie wyrobów*, WNT, Warszawa 1970.
- [13] Fisher R., Yates F.: *Statistical Tables for Biological, Agricultural and Medical Research*, 6th Edition, Oliver and Boyd, Edinburgh 1963.
- [14] Fisz M.: *Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna*, PWN, Warszawa 1967.
- [15] Frączek J., Kopka R.: *Sposoby oceny bezpiecznego stosowania intensywnych źródeł światła w strefach zagrożonych wybuchem gazów*, V Konferencja Naukowa Czujniki Optoelektroniczne i Elektroniczne, Jurata, 10-13 maj 1998, tom I, 107-110.
- [16] Frączek J.: *Aparatura przeciwybuchowa w wykonaniu iskrobezpiecznym*, Śląskie Wydawnictwo Techniczne, Katowice 1995.
- [17] Frączek J.: *Metody analizy dopuszczalnych prądów bezpiecznych w iskrobezpiecznych urządzeniach kontrolno – pomiarowych*, Politechnika Śląska, Zeszyty Naukowe Nr 670, Gliwice 1980.
- [18] Frączek J.: *Niepewność szacowania parametrów granicznych w technice przeciwybuchowości aparatury elektrycznej*, Podstawowe Problemy Metrologii '98, Gliwice - Ustroń 1998, 139-149.
- [19] Frączek J.: *Podstawy oceny zagrożenia wybuchowego od urządzeń kontrolno – pomiarowych w wykonaniu iskrobezpiecznym w aspekcie stosowania iskiernika IEC*, Politechnika Śląska, Zeszyty Naukowe Nr 508, Gliwice 1977.

- [20] Frączek J.: *Zagadnienia normalizacyjne bezpiecznego stosowania urządzeń optycznych w przestrzeniach zagrożonych wybuchem*,
- [21] Gentile R. T., Houston M. J., Hardis E. J., Cromer L. C., Parr C. A.: *National Institute of Standards and Technology high-accuracy cryogenic radiometer*, Applied Optics, Vol. 35, No. 7/1 March 1996, 1056-1068.
- [22] Godlewski J.: *Generacja i detekcja promieniowania optycznego*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1997.
- [23] Górecki J.: *Identyfikacja parametrów wybuchowych rozdrobnionych substancji stałych*, Prace Naukowe Instytutu Techniki Ciepłej i Mechaniki Płynów 57, Seria: Monografie 32, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2002 r.
- [24] Grubbs F.: *Sample Criteria for Testing Outlying Observations*, Ann. Math. Stat. 21, 1950.
- [25] *Guide to the expression of uncertainty in measurement*, ISO 1993.
- [26] Heitzmann T., Wolfrum J., Maas U., Warnatz J.: *Experimental and Modeling Studies on the Ignition of CH₃OH/O₂ – Mixtures with a CO₂ – Laser System*, Zeitschrift für Physikalische Chemie, Bd. 188, 1995, 177-196.
- [27] Johson A.: *Characteristics and Tables of the Left-Truncated Normal Distribution*
- [28] Johson A.: *The Cumulative Distribution Function of the Doubly-Truncated Normal Distribution*
- [29] Kono M., Kumagai S., Sakai T.: *The optimum condition for ignition of gases by composite sparks*, 16th Symposium (International) on Combustion, The Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts, 1976, 757-766.
- [30] Kopka R.: „Zagrożenie optyczne” łączności światłowodowej, II Krajowa Konferencja Naukowo – Techniczna „Telekomunikacja w Górnictwie” Szczyrk 17-19 wrzesień 1998, Mechanizacja i Automatyzacja Górnictwa Nr 9/337, 20-22.
- [31] Kopka R.: „Zagrożenie optyczne” systemów światłowodowych, VII Konferencja Światłowodowy i ich zastosowania, Krasnobród, 14-16 październik 1999, tom II, 551 -554.
- [32] Kopka R.: *Możliwości porównania różnych procedur atestacji systemów optycznych*, I Ogólnopolskie Warsztaty Doktoranckie, Istebna – Zaolzie, 17-21 październik 1999, Archiwum Konferencji PTETiS nr 7 1999, 206-209.
- [33] Kopka R.: *Niepewność szacowania parametrów granicznych systemów optycznych w technice przeciwwybuchowości*, III Krajowa Konferencja Naukowo – Techniczna „Telekomunikacja w Górnictwie” Szczyrk 15-18 wrzesień 1999, Mechanizacja i Automatyzacja Górnictwa Nr 8-9/347, 128-132.
- [34] Kopka R.: *Warunki pomiaru przeciwwybuchowych parametrów granicznych systemów optycznych do badań atestacyjnych*, XXX Międzyuczelniana Konferencja Metrologów, Międzyzdroje, 2-4 wrzesień 1998, 309-312.
- [35] Kopka R.: *Wprowadzenie w zagadnienia normalizacyjne dopuszczające użytkowanie urządzeń optycznych w środowiskach wybuchowych*, VI Konferencja Telekomunikacja i Systemy Bezpieczeństwa w Górnictwie, Szczyrk 4-6 czerwiec 2003, Mechanizacja i Automatyzacja Górnictwa nr 12 (395) grudzień 2003, 28-32,
- [36] Kordylewski W.: *Spalanie i paliwa*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1999.
- [37] Kotlarski I.: *Rachunek prawdopodobieństwa dla inżynierów*, WNT, Warszawa 1966.
- [38] Kowalewicz A.: *Podstawy procesów spalania*, WNT, Warszawa 2000.
- [39] Magison E.: *Are Optical Beams an Explosion Hazard?* InTech, September 1997, 61-66.
- [40] Magison E.: *Electrical Instruments in Hazardous Location*, Research Triangle Park, ISA 4th Edition, 1998.
- [41] Magison E.: *Reducing the Hazard of Optical Ignition of Explosions – a Plea for Rationality*. Explosion Safety in Hazardous Areas, 11-13 December 1999, Conference Publication No. 469©IEE 1999, 50-55.
- [42] McGeehin P.: *Are optical fibre intrinsically, inherently or relatively safe?* SPIE Vol. 1504, 1991,

- 75-79.
- [43] McGeehin P.: *Thermal Ignition in Hazardous Environments Due to Stray Light from Optical Fibres*, SPIE Vol. 1795, 1992.
- [44] Meek J. M., Craggs J. D.: *Electrical breakdown of gases*, John Wiley & Sons, Chichester 1978.
- [45] *MIL-HDBK-338B Military Handbook Electronic Reliability Design Handbook*, 1998.
- [46] *New Developments and Applications in Optical Radiometry*, Proceedings of the Second International Conference held at the National Physical Laboratory, London, England, 12-13 April 1988, Bristol, Institute of Physics 1989.
- [47] OSCA Doc No 95/09: *The Danger from High-Intensity Light Sources in Hazardous Atmospheres*, South Hill, Sira Ltd, February 1995.
- [48] Owsik J.: *Analiza rozwoju bazy systemu zabezpieczenia metrologicznego techniki laserowej w Polsce*, Materiały konferencyjne: Metrologia i Systemy Pomiarowe, T. II, 1995.
- [49] Owsik J.: *Podstawy zabezpieczenia metrologicznego laserometrii energetycznej w Polsce*, Materiały konferencyjne: Metrologia i Systemy Pomiarowe, T. II, 1995.
- [50] Parr C. A.: *The Candela and Photometric and Radiometric Measurements*, Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology, Vol. 106, No. 1, January – February 2001, 151-186.
- [51] Pietrzykowski J.: *Odbiorniki promieniowania optycznego typu pułapki świetlnej jako wzorce pośredniczące w radiometrii*, Czujniki Optyczne i Elektroniczne COE'98 Jurata 1998, 123-126
- [52] Pietrzykowski J.: *Problem wzorca pierwotnego w metrologii promieniowania optycznego*, Podstawowe Problemy Metrologii, Gliwice – Ustroń 1998, 250-259;
- [53] PN-71/N-02050: Metrologia. Nazwy i określenia.
- [54] PN-84/C-01200/01: Zagrożenie pożarem i wybuchem. Parametry zapalności i wybuchowości. Nazwy i określenia.
- [55] PN-84/C-01200/09: Zagrożenie pożarem i wybuchem. Parametry zapalności i wybuchowości. Oznaczenie minimalnej energii zapłonu iskrowego pyłów.
- [56] PN-84/E-08107: Elektryczne urządzenia przeciwybuchowe. Urządzenia i obwody iskrobezpieczne. Wymagania i badania.
- [57] PN-84/E-08119: Mieszaniny wybuchowe. Klasyfikacja i metody badań.
- [58] PN-90/N-01051: Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna. Terminologia.
- [59] PN-EN 50014+AC: Urządzenia elektryczne w przestrzeniach zagrożonych wybuchem. Wymagania ogólne.
- [60] PN-EN 50020: Urządzenia elektryczne w przestrzeniach zagrożonych wybuchem. Wykonanie iskrobezpieczne „I”.
- [61] Proust Ch.: *Ignition of dust-air mixtures by a laser beam*, Archivum combustionis, vol. 17 No. 1-4, 1997, 7-18.
- [62] Ronney P. D.: *Laser Ignition Studies*, http://cpl.usc.edu/laser_ignition.
- [63] Ronney P. D.: *Laser versus conventional ignition of flames*, Optical Engineering Vol. 33 No. 2, February 1994, 510-521.
- [64] Sadowski W.: *Statystyka dla ekonomistów*, Państwowe Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa 1972.
- [65] Sauter G.: *Determination of measurement uncertainties in photometry*, CIE TC 2-43, 3. Draft Part A 04/00.
- [66] Schenk S.: *Entzündung explosionsfähiger Atmosphäre durch gepulste optische Strahlung*, PTB-Bericht ThEx-17, Braunschweig 2001.
- [67] Shooman L.: *Probabilistic Reliability: an Engineering Approach*, Malabar Krieger Publ. Co 1990.
- [68] Simpson S. P.: *The Derivation of Confidence Limits for the Interpretation of Incendivity Tests on Mining Explosives*, SMRE Technical Paper P3, Crown 1973.
- [69] Staniszewski B.: *Wymiana ciepła podstawy teoretyczne*, PWN, Warszawa 1979.

- [70] Taylor J. R.: *Wstęp do analizy błęd pomiarowego*, Wydawnictwa Naukowe PWN, Warszawa 1999.
- [71] TM 5-698-3 *Technical Manual Reliability Primer for Command, Control, Communications, Computer, Intelligence, Surveillance and Reconnaissance (C4ISR) Facilities*, 2003.
- [72] Tortoishell G.: *The Safety of Optical Systems in Flammable Atmospheres*, SPIE Fibre Optics-85, 522, 132, 1985, 86-93.
- [73] Tortoishell G.: *The Safety of Optical Systems in hazardous areas*, SPIE Vol. 1266, 1990, 115-124.
- [74] Wiśniewski S., Wiśniewski T.: *Wymiana ciepła*, WNT, Warszawa 1994.
- [75] *Wyrażanie niepewności pomiaru*, Przewodnik. Główny Urząd Miar, Warszawa 1999.
- [76] Zieliński R.: *Tablice statystyczne*, PWN, Warszawa 1972.
- [77] www.npl.co.uk
- [78] www.nist.gov
- [79] www.ptb.de