

# **ACTA SCIENTIARUM POLONORUM**

Czasopismo naukowe założone w 2001 roku przez polskie uczelnie rolnicze

## **Geodesia et Descriptio Terrarum**

**Geodezja i Kartografia**

7(3) 2008



Bydgoszcz Kraków Lublin Olsztyn  
Poznań Siedlce Szczecin Warszawa Wrocław

## **Rada Programowa *Acta Scientiarum Polonorum***

Kazimierz Banasik (Warszawa), Janusz Falkowski (Olsztyn),  
Florian Gambuś (Kraków), Franciszek Kluza (Lublin), Edward Niedźwiecki (Szczecin),  
Janusz Prusiński (Bydgoszcz), Jerzy Sobota (Wrocław) – przewodniczący,  
Stanisław Socha (Siedlce), Waldemar Uchman (Poznań)

## **Rada Naukowa serii *Geodesia et Descriptio Terrarum***

Bernard Kontny (Wrocław) – przewodniczący, Hieronim Olenderek (Warszawa),  
Alojzy Wasilewski (Olsztyn), Josef Weigel (Brno), Mirosław Żak (Kraków)

Korekta:

Janina Szydłowska  
Elżbieta Winiarska-Grabosz

Łamanie

Halina Sebzda

Projekt okładki

Daniel Morzyński

ISSN 1644-0668

*Wydanie publikacji dofinansowane ze środków Uniwersytetu Przyrodniczego  
we Wrocławiu*

© Copyright by Wydawnictwo Uniwersytetu Przyrodniczego we Wrocławiu,  
Wrocław 2008

Redaktor Naczelny – prof. dr hab. Andrzej Kotecki  
ul. Sopocka 23, 50-344 Wrocław, tel./fax 071 328-12-77  
e-mail: [wyd@up.wroc.pl](mailto:wyd@up.wroc.pl) <http://www.up.wroc.pl>

Nakład 200 + 16 egz. Ark. druk. 4,5  
Druk i oprawa: Wydawnictwo Tekst Sp. z o.o.  
ul. Kossaka 72, 85-307 Bydgoszcz

## **TWORZENIE NUMERYCZNEGO MODELU DNA ZBIORNIKA WODNEGO W OPARCIU O JEDNOWIĄZKOWY SONDAŻ HYDROAKUSTYCZNY I SYSTEM DGPS**

Tomasz Templin, Dariusz Popielarczyk  
Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie

**Streszczenie.** W artykule przedstawiono analizę wyników uzyskanych z pomiarów hydrograficznych fragmentu jeziora Śniardwy. Badania wykonano z wykorzystaniem technologii pomiarów batymetrycznych. Pomiary przeprowadzono dwukrotnie przy różnym poziomie szczegółowości zbierania surowych danych pomiarowych.

Dane wejściowe zostały pozyskane na podstawie sondażu hydroakustycznego z wykorzystaniem jednowiązkowej echosondy hydrograficznej oraz satelitarnego systemu pozycjonowania DGPS. Na podstawie pomiarów opartych na profilach pomiarowych odległych od siebie o 5 oraz 50 m opracowany został Numeryczny Model Terenu (NMT) wybranego fragmentu dna.

W pracy zaprezentowano technologię zintegrowanych pomiarów batymetrycznych, zasady opracowania pozyskanych danych i budowy numerycznego modelu terenu.

**Słowa kluczowe:** batymetria jezior, GPS, Numeryczny Model Terenu

### **WSTĘP**

„Jeżeli obraz wart jest tysiąca słów, to trójwymiarowa płaszczyzna, którą możesz dowolnie manipulować i kontrolować, musi być warta milion” (ESRI 2002). Ziemia nie jest płaska, stąd tradycyjne mapy nie są w stanie zaspokoić naszej potrzeby przestrzennej wizualizacji. Opracowany w Katedrze Geodezji Satelitarnej i Nawigacji – Zintegrowany System Batymetryczny pozwala na automatyzację procesu zbierania danych przestrzennych niezbędnych do tworzenia trójwymiarowych modeli dna zbiorników wodnych. Zastosowanie nowoczesnych technologii pomiarowych opartych na satelitarnym systemie pozycjonowania GPS i jednoczesotliwościowej sondzie ultradźwiękowej pozwala w pełni wykorzystywać trzeci wymiar w pomiarach batymetrycznych.

Dokładność tworzonego modelu przestrzennego jest ściśle uzależniona od jakości pozyskiwanych danych źródłowych. Prawidłowe oddanie kształtu dna zbiornika mierzonego z wykorzystaniem sondy jednowiązkowej zależy w dużym stopniu od założeń

---

Adres do korespondencji – Corresponding author: Tomasz Templin, Katedra Geodezji Satelitarnej i Nawigacji, Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie ul. Heweliusza 5, 10-957 Olsztyn, [www.kgsin.pl](http://www.kgsin.pl)

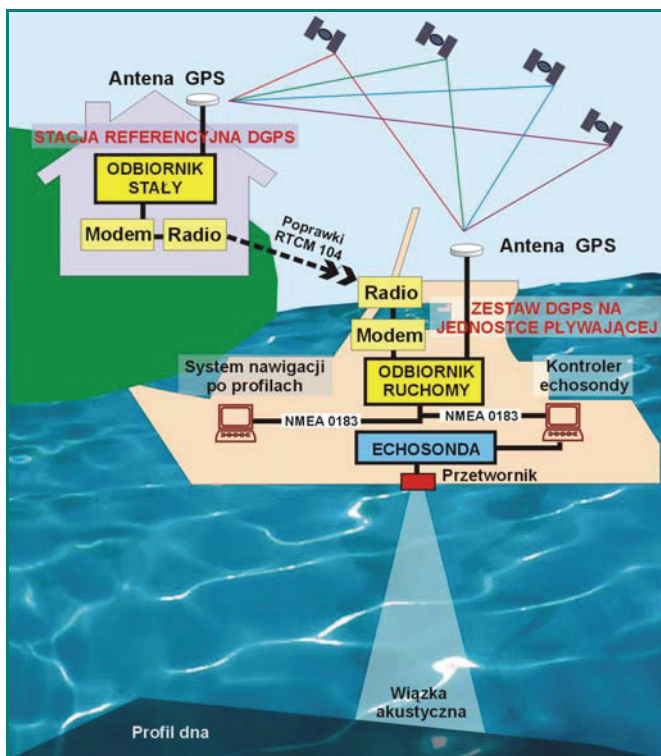
przyjętych na etapie planowania pomiaru. Wydaje się, że szczególnie istotne znaczenie ma rozkład projektowanych profili pomiarowych, po których poruszać się będzie jednostka wykonująca pomiar. W celu zbadania wpływu odległości między profilami na dokładność tworzonego modelu wykonano pomiary hydrograficzne fragmentu jeziora Śniardwy na podstawie profili pomiarowych oddalonych od siebie o 5 oraz 50 m. Na podstawie surowych danych batymetrycznych opracowano numeryczne modele terenu (NMT), a następnie przeanalizowano uzyskane wyniki.

W ramach prowadzonych badań na wybranym obszarze testowym wykonano precyzyjne pomiary DGPS z wykorzystaniem odbiorników firmy Ashtech Z-Xtreme oraz jednowiązkowej sondy ultradźwiękowej SIMRAD EA 501P. Do opracowania, analizy i wizualizacji danych wykorzystano autorską aplikację „Echokonwerter” oraz oprogramowanie ArcGIS firmy ESRI wraz z rozszerzeniami Spatial Analyst i 3D Analyst.

## ZINTEGROWANY SYSTEM BATYMETRYCZNY

W Katedrze Geodezji Satelitarnej i Nawigacji opracowano i uruchomiono technologię zintegrowanych pomiarów batymetrycznych, umożliwiającą nawigację jednostki pływającej po wcześniej zaprojektowanych profilach pomiarowych, badania kształtu dna zbiornika, zbieranie danych do obliczeń objętości mas wodnych, tworzenie map batymetrycznych naturalnych i sztucznych śródlądowych zbiorników wodnych [Popielarczyk 2002].

Technologia prac hydrograficznych prowadzonych na stosunkowo niewielkich akwenach śródlądowych wymaga zastosowania dwóch zintegrowanych ze sobą systemów pomiarowych: satelitarnego systemu pozycjonowania DGPS lub RTK oraz jednowiązkowej sondy ultradźwiękowej. W trakcie sondażu hydroakustycznego zbierane są następujące, podstawowe dane pomiarowe: pozycja pozioma jednostki pływającej i głębokość. Do opracowania cyfrowej mapy głębokościowej niezbędna jest precyzyjna korelacja obydwu danych w celu uniknięcia błędów wynikających z przesunięcia pomiaru obydwu danych w czasie. System satelitarnego pozycjonowania GPS wyznacza pozycję jednostki pływającej w czasie rzeczywistym z dokładnością do kilku centymetrów. Umożliwia to precyzyjną nawigację łodzi po wcześniej zaprojektowanych profilach pomiarowych (rys. 1).

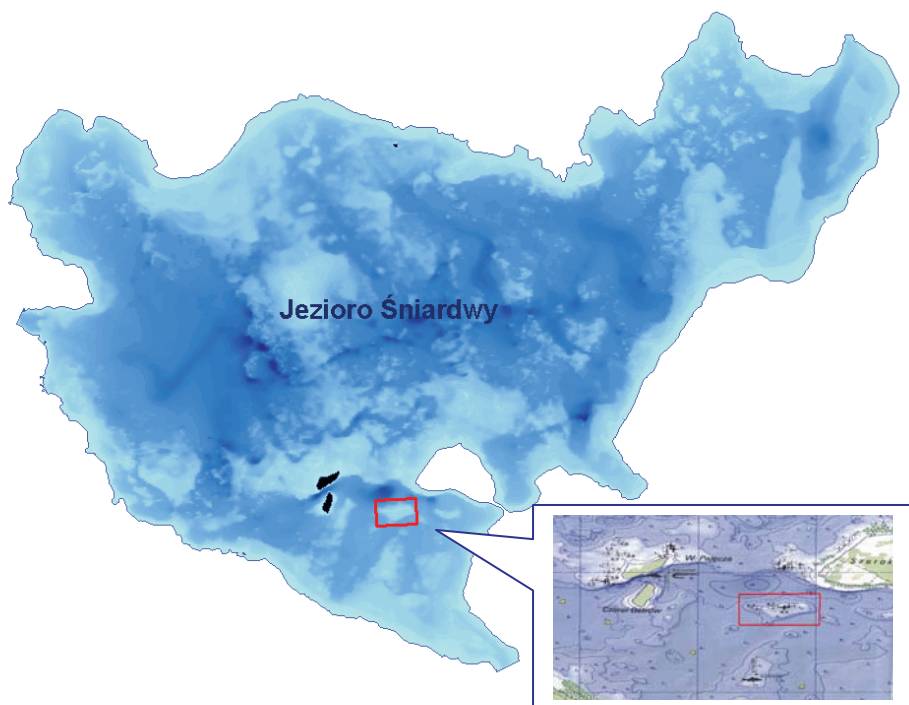


Rys. 1. Zintegrowany System Batymetryczny  
 Fig. 1. Integrated Bathymetric System

## WYBÓR OBSZARU TESTOWEGO

W przypadku pomiarów batymetrycznych zbiorników śródlądowych obszar do pomiaru głębokościowego jest zazwyczaj określony poprzez linię brzegową danego zbiornika wodnego. Przed przeprowadzeniem pomiaru przygotowany został podkład mapowy zawierający przebieg linii brzegowej jeziora Śniardwy, na którym zaprojektowano w kierunkach północ-południe linie profili do pomiarów głębokości. Opracowany projekt profili umożliwił pokrycie całego obszaru testowego sondażem akustycznym, śledzenie drogi i nawigację jednostki pływającej podczas wykonywania pomiaru jeziora. Pomiaru wykonano w różnych terminach, przy wykorzystaniu tego samego sprzętu pomiarowego i oprogramowania dla profili oddalonych od siebie odpowiednio o 5 i 50 metrów.

Badania przeprowadzono na fragmencie jeziora Śniardwy zlokalizowanym pomiędzy wyspami Pajęczą, Czarczi Ostrów i półwyspem Szeroki Ostrów. Obszar został wybrany do „zagęszczenia” pomiarów wykonanych co 50 m, ze względu na urozmaiconą rzeźbę dna oraz występujące podwodne płycizny i kamienie stanowiące szczególnie zagrożenie dla uprawiania turystyki wodnej, a także żeglugi śródlądowej. Powierzchnia mierzonego fragmentu wynosiła około 4 ha.



Rys. 2. Jezioro Śniardwy – wybrany obszar testowy  
Fig. 2. Lake Śniardwy – test area location

## PRZYGOTOWANIE PROFILI POMIAROWYCH, WYKONANIE POMIARU

Przygotowanie projektu profili ma na celu systematyczne pokrycie sondowanego akwenu na całej jego powierzchni systemem linii w taki sposób, aby zebrane w czasie prac dane pomiarowe zapewniły zobrazowanie zmian ukształtowania dna zbiornika, wykrycie przeszkód podwodnych i miejsc niebezpiecznych.

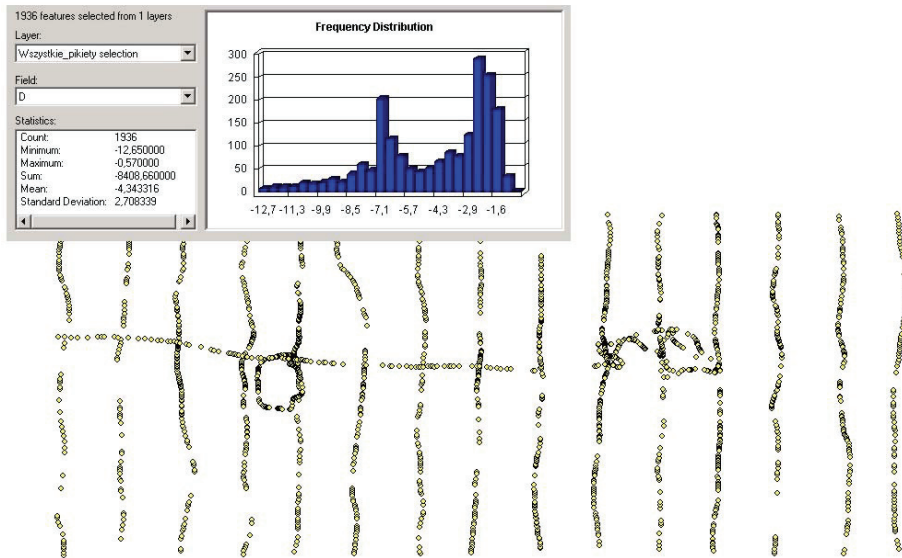
Pomiary terenowe dla profili oddalonych o 50 m przeprowadzono w 2005 roku, natomiast pomiary dla profili rozmieszczonych co 5 m – w roku 2006. Do wyznaczania pozycji łodzi w czasie rzeczywistym posłużono się satelitarnym systemem pozycjonowania pracującym w trybie DGPS. Jako stację referencyjną wykorzystano zlokalizowaną w Powiatowym Ośrodku Dokumentacji Geodezyjnej i Kartograficznej w Giżycku oraz lokalną stację referencyjną. Druga stacja została założona na punkcie o dokładnie wyznaczonych współrzędnych i służyła do zbierania danych w trybie *postprocessing*. Średnia prędkość łodzi podczas sondażu po profilach wynosiła 2.5 m/s.

Do nawigacji satelitarnej w czasie rzeczywistym oraz zbierania danych pozycyjnych wykorzystano odbiornik satelitarny Ashtech Z-Xtreme pracujący w trybie DGPS. Ruchomy odbiornik na łodzi odbierał poprawki korekcyjne z lokalnej stacji referencyjnej i określał pozycję w czasie rzeczywistym.

Wyznaczona pozycja łodzi, będąca jednocześnie pozycją przetwornika echosondy, była wysyłana w formacie NMEA do komputera służącego do nawigacji po zaprojekt-

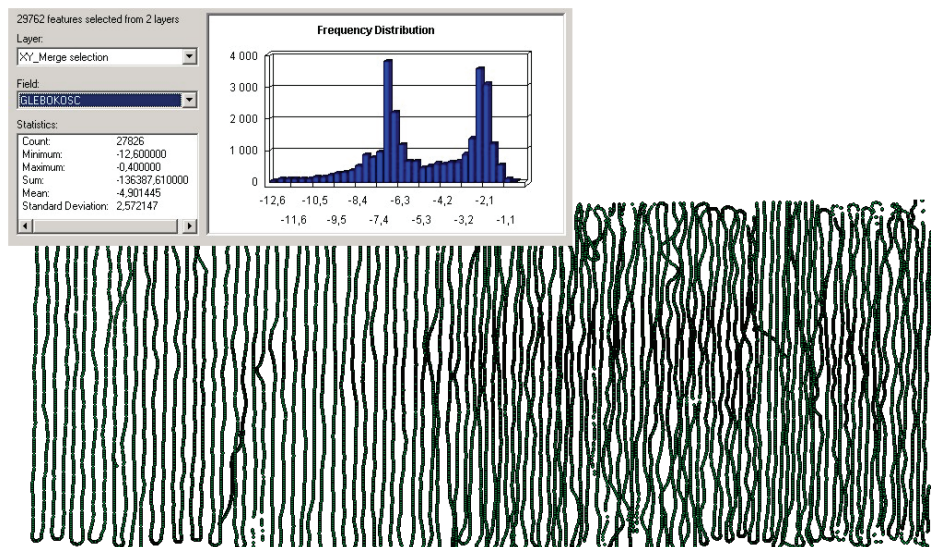
towanych profilach pomiarowych. Pozycja była także przesyłana do pamięci echosondy, korelowana w czasie z pomiarami głębokości i zapisywana w pamięci komputera echosondy.

W wyniku pomiaru przeprowadzonego na wybranym obszarze testowym, dla profili zaprojektowanych co 50 m, uzyskano 1936 pikiet wysokościowych. Minimalna pomierzona głębokość wynosiła  $-0,57$  m, natomiast maksymalna  $-12,65$  m. Średnia głębokość określona została na poziomie  $-4,34$ . Rozkład częstotliwości występowania głębokości w poszczególnych przedziałach wraz z przestrzenną lokalizacją pomierzonych pikiet przedstawiono na rysunku 3.



Rys. 3. Szkic pomiarów głębokości dla profili rozmieszczonych co 50 m  
 Fig. 3. Bathymetric survey draft – the measurement profiles designed every 50 meters one after another

W wyniku pomiaru przeprowadzonego na wybranym obszarze testowym, dla profili zaprojektowanych co 5 m, uzyskano 27 826 pikiet wysokościowych. Minimalna pomierzona głębokość wynosiła  $-0,40$  m, natomiast maksymalna  $-12,60$  m. Średnia głębokość określona została na poziomie  $-4,90$  m. Rozkład częstotliwości występowania głębokości w poszczególnych przedziałach wraz z przestrzenną lokalizacją pomierzonych pikiet przedstawiono na rysunku 4.



Rys. 4. Szkic pomiarów głębokości dla profili rozmieszczonych co 5 m  
 Fig. 4. Bathymetric survey draft – the measurement profiles designed every 5 meters one after another

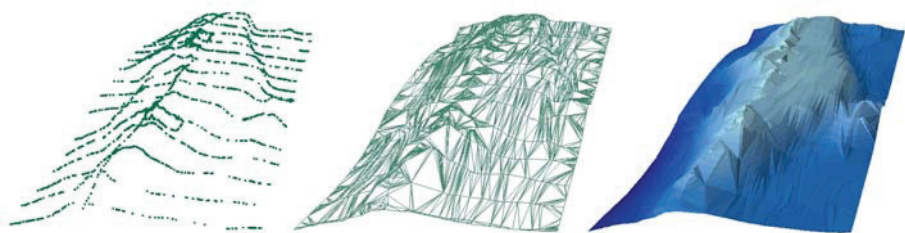
## NUMERYCZNY MODEL TERENU

Efektywnym sposobem analizowania powierzchni są modele TIN (nieregularna sieć triangulacyjna). Wykorzystywane są najczęściej do wizualizacji niejednorodnych powierzchni, bardziej zróżnicowanych w wybranych częściach mierzonego terenu. Pozwalają na różnicowanie liczby punktów opisujących powierzchnię w zależności od urozmaicenia danego terenu. W modelu tym przestrzeń przedstawiana jest w postaci siatki przylegających do siebie trójkątów, powstałej wskutek połączenia nieregularnie rozmieszczonych punktów o współrzędnych  $x$ ,  $y$ ,  $z$ .

Wyznaczona przez odbiornik satelitarny DGPS pozycja wraz z pomiarami głębokości zapisana została w pliku tekstowym. Oprócz współrzędnych jednostki pływającej plik ten zawiera dodatkowo podstawowe parametry systemu oraz wyniki sondażu dna. W celu uniknięcia błędów dane poddano korelacji czasowej i filtracji z wykorzystaniem autorskiej aplikacji Echokonwerter. Na podstawie uzyskanych pikiet opracowane zostały dwa modele TIN zawierające przestrzenną, nieregularną siatkę trójkątów, charakteryzującą powierzchnię dna zbiornika wodnego.

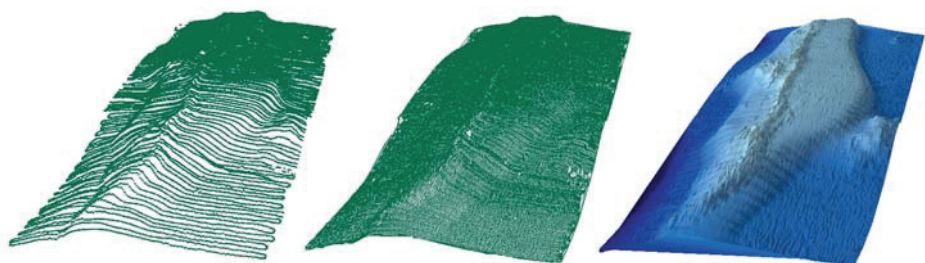
Proces tworzenia numerycznego modelu dna wybranego fragmentu jeziora Śniardwy przedstawiono na rysunkach 5 i 6. Do opracowania NMT wykorzystano pakiet oprogramowania ArcGIS firmy ESRI.





Rys. 5. Numeryczny Model Terenu (NMT): pikiety wysokościowe, nieregularna siatka trójkątów TIN – krawędzie oraz model wysokościowy (na podstawie pomiaru profili co 50 m)

Fig. 5. Digital Terrain Model (DTM): 3D points, Triangulated Irregular Network (TIN) – edges and face elevation (the measurement profiles designed every 50 meters one after another)



Rys. 6. Numeryczny Model Terenu (NMT): pikiety wysokościowe, nieregularna siatka trójkątów TIN – krawędzie oraz model wysokościowy (na podstawie pomiaru profili co 5 m)

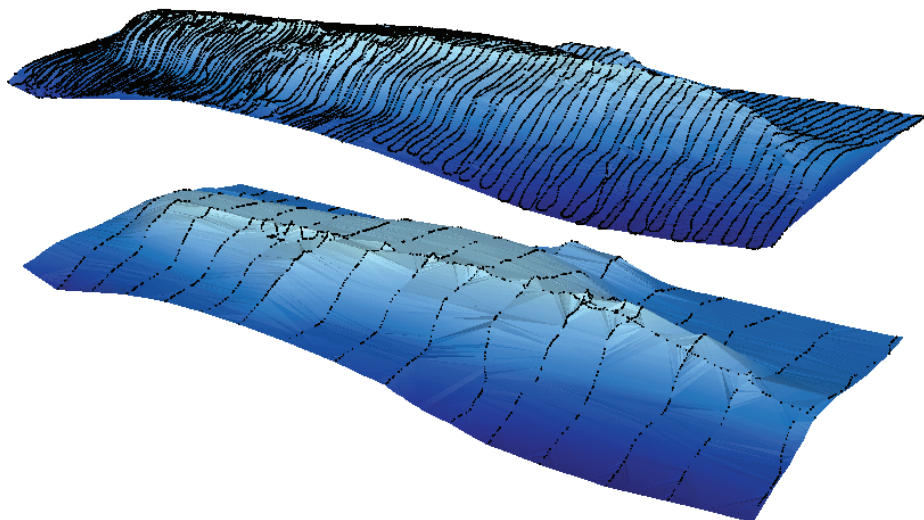
Fig. 6. Digital Terrain Model (DTM): 3D points, Triangulated Irregular Network (TIN) – edges and face elevation (the measurement profiles designed every 5 meters one after another)

Analizując częstotliwość występowania pomierzonych głębokości, można zauważyć wyraźne podobieństwo ich procentowego rozkładu w przyjętych przedziałach głębokości. Pomimo ponad dziesięciokrotnie większej liczby pikiet dla pomiarów wykonywanych przy profilach co 5 m (27 826 w stosunku do 1 936) udział poszczególnych wielkości został zachowany. Fakt ten świadczy o braku na danym obszarze niewielkich obiektów o zróżnicowanej w stosunku do pozostałego terenu wysokości. Występowanie takich obiektów nie zostałyby wykryte przy szerszym rozkładzie profili pomiarowych i wykazane dopiero dla gęstszej siatki profili. Zestawienie dwóch modeli zaprezentowano na rysunku 7.

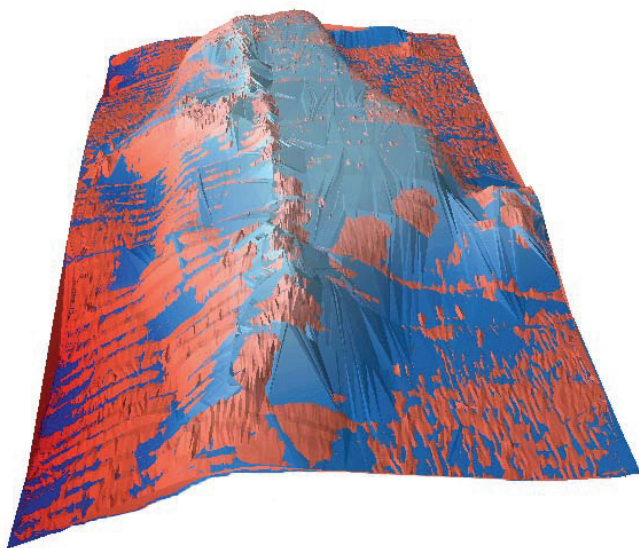
Zestawienie wygenerowanych numerycznych modeli dna wybranego obszaru jeziora Śniardwy pozwala na ich wstępne porównanie. Model wygenerowany przy wykorzystaniu większej liczby pikiet zdecydowanie bardziej precyzyjnie oddaje kształt mierzynnego dna. Jednak w analizowanym przypadku nie wnosi dodatkowych, istotnych z punktu widzenia np. bezpieczeństwa żeglugi na danym obszarze informacji dotyczących jego usytuowania lub występujących płyczn, kamieni albo innych zagrożeń.

Nakładając oba modele na siebie (rys. 8), możemy dokładniej przeanalizować różnice, jakie na nich występują. Wyraźnie widać, że wybrany obszar pozbawiony jest obiektów, których kształt i wysokość nie pozwalałaby na ich wykrycie przy wykorzystaniu pomiaru z profilami co 50 m. Można stwierdzić, że akurat w tym przypadku oba wyge-

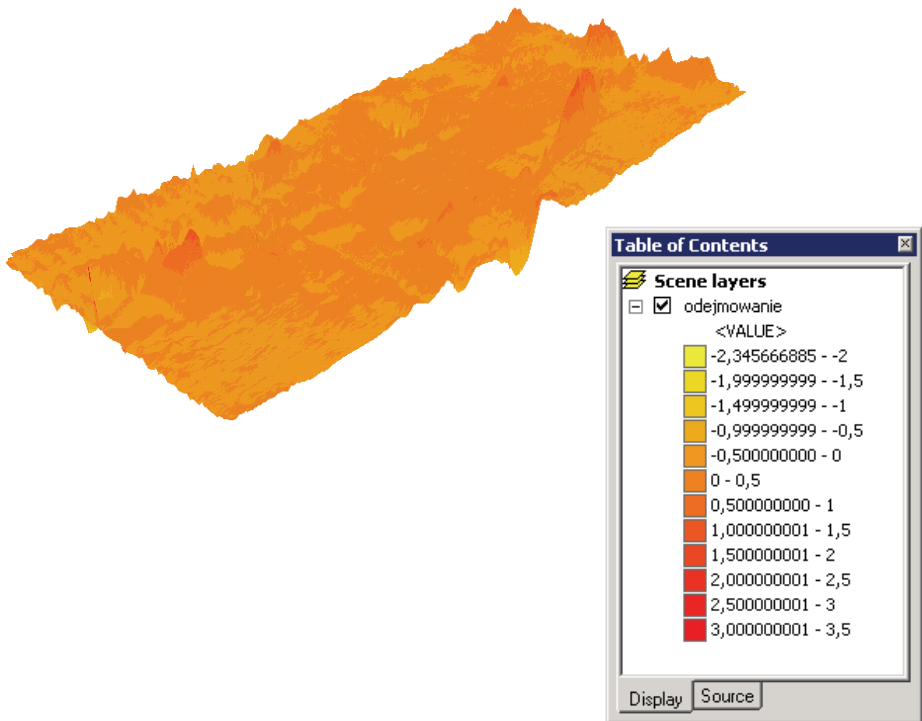
nerowane modele wiernie oddają kształt mierzonego terenu i są wystarczające do większości zastosowań.



Rys. 7. NMT wygenerowany dla profili co 5 m (model górny) oraz co 50 m (model dolny)  
Fig. 7. Digital Terrain Model (DTM) made for the measurement profiles designed every 50 meters one after another (upper model) and every 5 meters one after another (lower model)

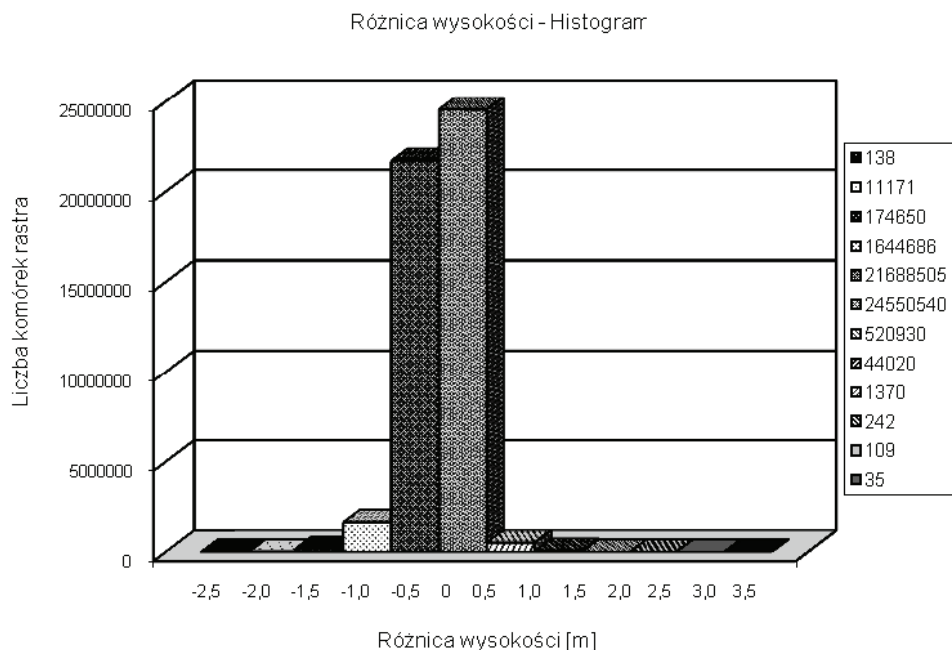


Rys. 8. NMT wygenerowany dla profili co 5 m (kolor czerwony) nałożony na model wygenerowany na podstawie profili zaprojektowanych co 50 m (niebieski)  
Fig. 8. DTM overlay analysis of the models (measurement profiles designed every 50 meters one after another – blue color and every 5 meters one after another – red color)



Rys. 9. Rozkład różnic głębokości  
Fig. 9. Depth differences

W celu przeprowadzenia dokładnej analizy różnic pomiędzy obydwooma modelami dokonano porównania głębokości w poszczególnych punktach powierzchni wygenerowanych modeli dna jeziora. Określono maksymalne występujące różnice wyznaczonych głębokości, które wyniosły odpowiednio  $-2,34$  m (wynik ujemny oznacza większą głębokość dla modelu wyznaczonego z zastosowaniem profili odległych o 50 m) oraz  $3,14$  m. Średnia różnica wysokości dla całego modelu wyniosła  $0,015$  m, odchylenie standardowe  $0,21$  m. Niewielka wartość średnia świadczy o dobrym dopasowaniu obu modeli. Szczegółowy rozkład obliczonych różnic głębokości przedstawiony został na rysunkach 9 i 10.



Rys. 10. Histogram – obliczone różnice głębokości  
Fig. 10. Histogram – depth differences

## WNIOSKI

Znaczna część śródlądowych zbiorników wodnych w Polsce to stosunkowo płytkie jeziora ze średnią głębokością, która nie przekracza kilku metrów. Jednocześnie wiele z nich posiada bardzo zróżnicowany kształt dna, niejednokrotnie wręcz zaskakujący. Przykładem jest chociażby badany fragment jeziora Śniardwy.

Stworzenie dokładnego modelu fragmentu dna zbiornika wodnego z wykorzystaniem sondy jednowiązkowej wymaga odpowiedniego zaplanowania pomiarów. W celu zbadania różnic w dokładności numerycznego modelu dna zbiornika wykonanego na podstawie pomiarów o różnym stopniu szczegółowości przeanalizowano dwa modele wykonane dla fragmentu dna jeziora Śniardwy. W przypadku analizowanego obszaru fragmentu dna nie stwierdzono istotnych różnic pomiędzy modelami dna jeziora wykonanymi na podstawie pomiarów.

Należy jednak zauważyć, że na wybranym obszarze występują płycizny mogące stanowić istotne zagrożenie dla uprawiania turystyki wodnej oraz dla żeglugi śródlądowej. Dokładne pokazanie tych zagrożeń na mapie jest kluczowe dla zachowania bezpieczeństwa żeglugi i wymaga przeprowadzenia pomiarów w oparciu o gęstsze profile zapewniające odpowiednią wiarygodność uzyskanych wyników.

Badania terenowe, opracowanie danych pomiarowych oraz analizy numerycznego modelu terenu wykonano w ramach realizacji projektu badawczego własnego pt.: „Tworzenie Interaktywnej Bazy Śródlądowych Przeszkód Podwodnych w oparciu o dynamiczne pomiary DGPS/EGNOS/RTK/GPRS oraz bezpośredni sondaż hydroakustyczny”.

## PIŚMIENNICTWO

- Popielarczyk D., 2002. Rozprawa doktorska. Zastosowanie zintegrowanych technik pomiarowych GPS oraz echosondy cyfrowej do tworzenia map batymetrycznych cieków i śródlądowych zbiorników wodnych. Olsztyn.
- Longley P. A., Goodchild M., Maguire D. J., Rhin D. W., Przekład pod redakcją naukową A. Magnuszewskiego, 2006. GIS Teoria i praktyka. PWN, Warszawa.
- GIS Best Practices. Using GIS with GPS. ESRI 2007.
- Materiały firmy ESRI, [www.esri.com](http://www.esri.com).
- Osada E., 1998. Analiza, wyrównanie i modelowanie Geo-Danych. Wrocław.

## CREATION OF DIGITAL MODEL OF WATER RESERVOIR BOTTOM SURFACE USING SINGLE BEAM ECHOSOUNDER AND DGPS SYSTEM

**Abstract.** The paper presents results of the experiments carried out on the Lake Sniardwy using satellite integrated technology. Bathymetric survey at the Lake Sniardwy have been conducted with the measurement profiles designed every 50 meters and 5 meters one after another.

Raw-data have been collected using integrated Differential GPS, GIS and single frequency digital hydrographic echo sounder to construct a Digital Terrain Model and prepare three dimensional visualizations.

The paper presents Integrated Bathymetric System technology, principles of raw-data and Digital Terrain Model (DTM) elaboration.

**Key words:** bathymetric survey, GPS, Digital Terrain Model

Zaakceptowano do druku – Accepted for print: 25.09.2008

Do cytowania – For citation: Templin T., Popielarczyk D., 2008. Tworzenie numerycznego modelu dna zbiornika wodnego w oparciu o jednowiązkowy sondaż hydroakustyczny i system DGPS. *Acta Sci. Pol. Geod. Descr. Terr.* 7(3), 3–13.



## **ZNACZENIE DANYCH GRAWIMETRYCZNYCH, NUMERYCZNEGO MODELU TERENU ORAZ GLOBALNEGO MODELU GEOPOTENCJAŁU EGM96 W ZAGADNIENIU INTERPOLACJI WYSOKOŚCI QUASI-GEOIDY NA PRZYKŁADZIE DOLNEGO ŚLĄSKA**

Marek Trojanowicz

Uniwersytet Przyrodniczy we Wrocławiu

**Streszczenie.** Punkty o znanych wysokościach normalnych oraz elipsoidalnych (uzyskanych technikami satelitarnymi) pozwalają na budowę tzw. satelitarno-niwelacyjnych modeli quasigeoidy. Dokładność takich modeli jest uzależniona od lokalnych zmian anomalii wysokości pomiędzy punktami znanymi. W pracy przedstawiono oszacowania błędów spowodowanych nieuwzględnieniem w budowie takich prostych modeli dodatkowych danych w postaci anomalii grawimetrycznych, informacji o rzeźbie terenu oraz globalnego modelu geopotencjału. Obliczenia odniesione do obszaru Dolnego Śląska dotyczą terenów górskich (Sudety), podgórszych i nizinnych. W analizach przyjęto odległość pomiędzy znanymi punktami wynoszącą 30 km (przybliżona, średnia odległość pomiędzy punktami sieci POLREF). Przeprowadzone prace wskazują na istotne znaczenie analizowanych składowych dla wyznaczanych anomalii wysokości także dla terenów nizinnych.

**Słowa kluczowe:** interpolacja wysokości quasi-geoidy

### **WSTĘP**

Wykorzystanie technik satelitarnych do wyznaczania wysokości punktów w obwiązującym w danym kraju systemie wysokości stwarza konieczność budowy dokładnych modeli geoidy lub quasi-geoidy. Jest wiele metod wyznaczania tych powierzchni. Ich ogólny opis znaleźć można w opracowaniach [Heiskanen, Moritz 1967], [Sansò, Rummel (Eds.) 1997], [Torge 2001] oraz [Hofmann-Wellenhof, Moritz 2005]. Ogólnie metody te podzielić można na dwie grupy [Tscherning 2001]: metody oparte na rozwiązaniu Stokesa oraz aproksymacje oparte na metodzie najmniejszych kwadratów (najbardziej popularną w tej grupie jest kolokacja metodą najmniejszych kwadratów). Niezależnie od zastosowanej metody, podstawą dokładnych lokalnych wyznaczeń geoidy i quasi-geoidy są powierzchniowe dane grawimetryczne.

---

Adres do korespondencji – Corresponding author: Marek Trojanowicz, Instytut Geodezji i Geoinformatyki; Uniwersytet Przyrodniczy we Wrocławiu, ul. Grunwaldzka 53, 50-357 Wrocław, e-mail: marek.trojanowicz@up.wroc.pl

Wyznaczając wysokości elipsoidalne  $h$  na podstawie pomiarów satelitarnych dla punktów o znanych wysokościach ortometrycznych  $H^o$  lub normalnych  $H^n$ , można określić tzw. satelitarno-niwelacyjne wysokości geoidy ( $N = h - H^o$ ) lub quasi-geoidy ( $\zeta = h - H^n$ ). Porównanie tych wysokości z wysokościami geoidy i quasi-geoidy wyznaczonymi na podstawie danych grawimetrycznych wskazuje na pewną systematyczną różnicę polegającą na przesunięciu i pochyleniu względem siebie powierzchni wyznaczonych za pomocą obu podejść. Wykorzystanie praktyczne grawimetrycznych wysokości geoidy lub quasi-geoidy do wykonywania niwelacji satelitarnej wymaga więc dodatkowo ich dostosowania do danych satelitarno-niwelacyjnych. Na dane satelitarno-niwelacyjne patrzeć więc można jako na dane uzupełniające grawimetryczne wyznaczenia geoidy i quasi-geoidy. Z drugiej strony, coraz większe zagęszczenie punktów o znanych, satelitarno-niwelacyjnych wysokościach geoidy lub quasi-geoidy może pozwolić na potraktowanie tych danych jako podstawy do wyznaczenia modelu geoidy i quasi-geoidy, z pominięciem żmudnych obliczeń wykorzystujących dane grawimetryczne (takim modelem quasi-geoidy dla obszaru polski jest opracowany w 2001 r. model QGEOID'PL01). Korzystając z tak zbudowanych modeli, należy przede wszystkim oszacować wielkości błędów wynikających z nieuwzględnienia nieregularności w przebiegu geoidy i quasi-geoidy pomiędzy punktami znanymi. Dokładną analizę dotyczącą tego zagadnienia od strony wymagań ilościowych i jakościowych danych wykorzystywanych do grawimetrycznego wyznaczenia geoidy znaleźć można w publikacji Łyszkowicza [1991]. Praca niniejsza jest próbą oszacowania wielkości tych błędów dla konkretnego obszaru. Obliczenia przeprowadzono z wykorzystaniem techniki usunięcia i odtworzenia zarówno mas topograficznych, jak i globalnego modelu geopotencjału. Stąd, oszacowane błędy zostały rozdzielone na odpowiednie składowe wynikające z zastosowanej techniki obliczeniowej.

W tym miejscu warto zaznaczyć, iż wspomniany wyżej model quasi-geoidy QGEOID'PL01 jest jednym z kilku modeli opracowanych dla obszaru Polski. Prace nad budową regionalnego modelu geoidy dla Polski rozpoczęto jeszcze w latach pięćdziesiątych dwudziestego wieku. Zaowocowały one pierwszym modelem geoidy opracowanym na podstawie astronomiczno-geodezyjnych odchyłań pionu oraz anomalii grawimetrycznych w 1961 r. [Bokun 1961]. Pierwszy model quasi-geoidy grawimetrycznej, o nazwie GEOID92 i dokładności ok. 10 cm, dla obszaru Polski został opracowany w CBK w 1992 r. [Łyszkowicz 1993]. Do budowy tego modelu wykorzystano kombinację kolokacji z metodą całkową. Kolejny model opracowany na bazie danych grawimetrycznych o większej rozdzielczości ( $1' \times 1'$ ) charakteryzował się dokładnością ok. 2.8 cm [Kryński 2007]. Model ten o nazwie quasi97b został opracowany z wykorzystaniem techniki FFT [Łyszkowicz 1998]. Model quasi97b był podstawą zaleconego w 2001 roku do stosowania w praktyce geodezyjnej, przez Głównego Geodetę Kraju, modelu quasi-geoidy o nazwie „geoida niwelacyjna 2001” [Pażusz 2001]. W ostatnich latach podjęto działania nad wyznaczeniem nowego modelu quasi-geoidy dla obszaru Polski. Przeprowadzone przez zespół naukowców pod kierunkiem profesora Kryńskiego z Instytutu Geodezji i Kartografii w Warszawie prace pozwoliły przede wszystkim na ocenę całego zbioru danych niezbędnych do wyznaczenia modelu quasi-geoidy oraz stworzyły możliwość lepszej weryfikacji budowanych modeli (oszacowana w ramach tych prac dokładność modelu quasi-geoidy „geoida niwelacyjna 2001” wynosi 1.8 cm [Kryński 2007]). Opracowano także kilka nowych modeli quasi-geoidy wyznaczonych



za pomocą różnych, także nowych rozwiązań [Kryński 2007]. Żaden z nowych modeli nie został jeszcze wprowadzony do praktycznego stosowania.

## TECHNIKA OBLICZENIOWA

Punktem wyjścia przeprowadzanych analiz jest rozkład wysokości quasi-geoidy na trzy składowe:

$$\zeta = \zeta_{GM} + \zeta_t + \zeta_{\Delta g} \quad (1)$$

gdzie:  $\zeta_{GM}$  oznacza składową wyznaczoną na podstawie globalnego modelu potencjału,  $\zeta_t$  – to składowa wynikająca z wpływu mas topograficznych oraz  $\zeta_{\Delta g}$  – to składowa wyznaczana na podstawie danych grawimetrycznych.

Rozkład ten jest w zasadzie klasyczną postacią techniki remove-restore [np. Torge 2001, s. 286] zastosowanej do wyznaczenia wysokości quasi-geoidy. Warto zaznaczyć, że w tej technice składowa  $\zeta_{\Delta g}$  może być wyznaczona na podstawie różnych rozwiązań zagadnienia Mołodeńskiego. W pracy niniejszej posłużono się rozwiązaniem znanym jako „*analytical continuation*” [Hofmann-Wellenhopf, Moritz 2005, s. 303]. Sposób realizacji obliczeń zapiszemy następująco:

- Anomalie wolnopoietrzne  $\Delta g$  odniesione do powierzchni terenu są redukowane ze względu na składową globalnego modelu potencjału  $\Delta g_{GM}$  oraz masy topograficzne  $\Delta g_t$  zalegające ponad geoidą (redukcja topograficzna):

$$\Delta g^c = \Delta g - \Delta g_{GM} - \Delta g_t \quad (2)$$

Składową globalnego modelu geopotencjału wyznaczymy na podstawie równania [np. Torge 2001, s. 272]:

$$\Delta g_{GM} = \frac{GM}{r^2} \sum_{n=2}^{\infty} (n-1) \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n \left( \overline{\Delta C}_{nm} \cos m\lambda + \overline{\Delta S}_{nm} \sin m\lambda \right) \overline{P}_{nm}(\cos \theta) \quad (3)$$

gdzie:  $r, \theta, \lambda$  są współrzędnymi sferycznymi punktu, w którym anomalię wyznaczamy ( $r$  – odległość od środka sfery,  $\theta$  – odległość biegunowa,  $\lambda$  – długość geograficzna),  $GM$  jest geocentryczną stałą grawitacyjną,  $a$  – dłuższą półosią elipsoidy,  $\overline{P}_{nm}$  jest znormalizowaną stowarzyszoną funkcją Legendre’a o stopniu  $n$  i rzędu  $m$  oraz  $\overline{\Delta C}_{nm}, \overline{\Delta S}_{nm}$  to różnice znormalizowanych współczynników harmonicznych sferycznych pola rzeczywistego i normalnego.

W obliczeniach przykładowych zrealizowanych w niniejszej pracy wykorzystano model EGM96 do stopnia i rzędu  $n_{max} = m_{max} = 360$ .

Redukcję topograficzną  $\Delta g_t$  określić można, wychodząc z potencjału mas topograficznych  $V_{top}$  zapisanego w postaci [np. Hofmann-Wellenhopf, Moritz 2005, s. 6]:

$$V_{top} = G \iiint_{top} \frac{dm}{l} \quad (4)$$

gdzie:  $G$  jest stałą grawitacji,  $l$  – odległością pomiędzy elementem masy  $dm$  a punktem przyciąganym.

Wprowadzając prostokątny układ współrzędnych z osiami  $X, Y$  leżącymi w płaszczyźnie horyzontu oraz osią  $Z$  skierowaną ku zenitowi, równanie (4) zapiszemy w postaci:

$$V_{top}(x_p, y_p, z_p) = G \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} \int_{z_1}^{z_2} \frac{\rho}{l} dx dy dz \quad (5)$$

gdzie:  $\rho = \frac{dm}{dx dy dz}$  jest gęstością mas topograficznych, współrzędne  $x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2$

definiują obszar całkowania oraz  $l = \sqrt{(x-x_p)^2 + (y-y_p)^2 + (z-z_p)^2} = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}$ .

Wykorzystując do obliczeń numeryczny model terenu (NMT) w postaci prostopadłościennych bloków oraz przyjmując stałą gęstość mas topograficznych, równanie (5) zapiszemy w postaci:

$$V_{top} = G\rho \sum_{i=1}^n \left( \int_{x_{i1}}^{x_{i2}} \int_{y_{i1}}^{y_{i2}} \int_{z_{i1}}^{z_{i2}} \frac{1}{\sqrt{(x_i - x_p)^2 + (y_i - y_p)^2 + (z_i - z_p)^2}} dx_i dy_i dz_i \right) \quad (6)$$

gdzie:  $n$  jest liczbą bloków NMT, a współrzędne  $x_{i1}, y_{i1}, z_{i1}, x_{i2}, y_{i2}, z_{i2}$  definiują blok  $i$ .

Praktyczna realizacja obliczeń wymaga rozwiązania całki (6). Rozwiązanie to jest dobrze znane i zapiszemy je jako [Nagy, Papp, Benedyk 2000, s. 553]:

$$\int_{z_{i1}}^{z_{i2}} \int_{y_{i1}}^{y_{i2}} \int_{x_{i1}}^{x_{i2}} \frac{1}{l} dx dy dz = \left\| \left\| \Delta x \Delta y \ln |\Delta z + l| + \Delta y \Delta z \ln |\Delta x + l| + \Delta x \Delta z \ln |\Delta y + l| \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{2} \Delta x^2 \arctan \left[ \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x l} \right] - \frac{1}{2} \Delta y^2 \arctan \left[ \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y l} \right] - \frac{1}{2} \Delta z^2 \arctan \left[ \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z l} \right] \right\|_{x_{i1}}^{x_{i2}} \left\| \right\|_{y_{i1}}^{y_{i2}} \left\| \right\|_{z_{i1}}^{z_{i2}} \quad (7)$$

W powyższym równaniu przyjęto oznaczenia  $\Delta x^2 = (x_i - x_p)^2$ ,  $\Delta y^2 = (y_i - y_p)^2$ ,  $\Delta z^2 = (z_i - z_p)^2$  oraz  $l = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}$ .

Różniczkując równania (6) i (7) względem zmiennej  $z_p$ , otrzymamy odpowiednie wyrażenia służące obliczeniu redukcji  $\Delta g_r$ . Zapiszemy więc:

$$\Delta g_t = G\rho \sum_{i=1}^n \left( \int_{z_{i1}}^{z_{i2}} \int_{y_{i1}}^{y_{i2}} \int_{x_{i1}}^{x_{i2}} \frac{\Delta z}{l^3} dx_i dy_i dz_i \right) \quad (8)$$

Przy czym [Nagy, Papp, Benedyk 2000, s. 554]:

$$\int_{z_{i1}}^{z_{i2}} \int_{y_{i1}}^{y_{i2}} \int_{x_{i1}}^{x_{i2}} \frac{\Delta z}{l^3} dx dy dz = \left\| \Delta x \ln |\Delta y + l| + \Delta y \ln |\Delta x + l| - \Delta z \arctan \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z l} \right) \Big|_{x_{i1}}^{x_{i2}} \Big|_{y_{i1}}^{y_{i2}} \Big|_{z_{i1}}^{z_{i2}} \quad (9)$$

- Po usunięciu mas topograficznych zmianie uległo położenie telluroidy, na której zgodnie z definicją potencjał normalny musi być równy potencjałowi rzeczywistemu w punkcie na powierzchni Ziemi. Do anomalii  $\Delta g^c$  wprowadzamy więc poprawkę ze względu na efekt odwrotny usunięcia [Hofmann-Wellenhof, Moritz 2005, s. 318]

$$\Delta g_c = \Delta g^c - \frac{1}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial h} V_{top} \quad (10)$$

- Anomalie  $\Delta g_c$  są redukowane na geoidę [Hofmann-Wellenhof, Moritz 2005, s. 303]

$$\Delta g_c^* = \Delta g_c - \frac{\partial \Delta g_c}{\partial h} H \quad (11)$$

przy czym gradient pionowy anomalii  $\Delta g_c$  dany jest równaniem [Torge 2001, s. 291]:

$$\frac{\partial \Delta g_c}{\partial h} = \frac{R^2}{2\pi \sigma} \iint_{\sigma} \frac{\Delta g_c - \Delta g_{c,p}}{l_o^3} d\sigma \quad (12)$$

gdzie:  $R$  jest promieniem Ziemi,  $\sigma$  oznacza sferę jednostkową,  $p$  jest punktem, w którym  $\frac{\partial \Delta g_c}{\partial h}$  obliczamy oraz  $l_o = 2R \sin \frac{\psi}{2}$ ,  $\psi$  to odległość sferyczna pomiędzy punktem  $p$  i elementem powierzchni  $d\sigma$ ,  $H$  jest wysokością punktu ponad powierzchnię odniesienia.

Jądro całki (12) bardzo szybko maleje wraz z rosnącą odległością sferyczną  $\psi$ . Biorąc dodatkowo pod uwagę, że całkowane są anomalie rezydualne  $\Delta g_c$ , możemy ograniczyć obszar całkowania do najbliższego otoczenia anomalii podlegającej redukcji, a otoczenie to przybliżyć płaszczyzną. Jeżeli przyjmiemy zdefiniowany wyżej prostokątny układ współrzędnych, to równanie (12) zapiszemy w postaci:

$$\frac{\partial \Delta g_c}{\partial h} = \frac{1}{2\pi} \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} \frac{\Delta g_c - \Delta g_{c,p}}{l_o^3} dx dy \quad (13)$$

gdzie:  $l_o = \sqrt{(x - x_p)^2 + (y - y_p)^2} = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$  oraz  $x_1, y_1, x_2, y_2$  definiują obszar całkowania.

Wykorzystując do obliczeń numeryczny model anomalii grawimetrycznych w postaci regularnej siatki kwadratów, równanie (13) przyjmie postać:

$$\frac{\partial \Delta g_c}{\partial h} = \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^n (\Delta g_{ci} - \Delta g_{cp}) \int_{x_{i1}}^{x_{i2}} \int_{y_{i1}}^{y_{i2}} \frac{1}{l_o^3} dx_i dy_i \quad (14)$$

gdzie:  $n$  jest liczbą oczek siatki numerycznego modelu anomalii, a współrzędne  $x_{i1}, y_{i1}, x_{i2}, y_{i2}$  definiują oczko  $i$ .

Praktyczna realizacja obliczeń wymaga rozwiązania całki (14). Rozwiązanie to zapiszemy w postaci:

$$\int_{x_{i1}}^{x_{i2}} \int_{y_{i1}}^{y_{i2}} \frac{1}{l_o^3} dx_i dy_i = \left| -\frac{l_o}{\Delta x \Delta y} \right|_{x_{i1}}^{x_{i2}} \Big|_{y_{i1}}^{y_{i2}} \quad (15)$$

- Na podstawie anomalii  $\Delta g_c^*$  obliczane są wysokości quasi-geoidy w punktach na powierzchni terenu (składowa  $\zeta_{\Delta g}$ ) [Torge 2001, s. 291]:

$$\zeta_{\Delta g} = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} \Delta g_c^* S(\psi) d\sigma + \frac{\partial \zeta_{\Delta g}}{\partial H} H \quad (16)$$

gdzie:  $S(\psi) = \frac{1}{\sin \frac{\psi}{2}} - \sin \psi + 1 - 5 \cos \psi - 3 \cos \psi \ln \left( \sin \frac{\psi}{2} + \sin^2 \frac{\psi}{2} \right)$  jest funkcją Stokesa

$$\text{oraz} \quad \frac{\partial \zeta_{\Delta g}}{\partial H} = -\frac{\Delta g_c^*}{\gamma}$$

Wprowadzając biegunowy układ współrzędnych na powierzchni sfery, w którym punkt wyznaczany znajduje się w biegunie układu, natomiast anomalie grawimetryczne mają współrzędne: odległość biegunową  $\psi$  oraz azymut  $\alpha$ , równanie (16) zapiszemy w postaci:

$$\zeta_{\Delta g} = \frac{R}{2\pi\gamma} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{1}{2} \Delta g_c^* S(\psi) \sin \psi d\psi d\alpha + \frac{\partial \zeta_{\Delta g}}{\partial H} H \quad (17)$$

Przyjmując, że anomalie grawimetryczne dane są w postaci siatki biegunowej oraz zakładając stałą ich wartość w każdym oczku takiej siatki, równanie (17) zapiszemy jako:

$$\zeta_{\Delta g} = \frac{R}{2\pi\gamma} \sum_{i=1}^n \int_{\alpha_i^1}^{\alpha_i^2} \int_{\psi_i^1}^{\psi_i^2} \frac{1}{2} \Delta g_{ci}^* S(\psi_i) \sin \psi_i d\psi_i d\alpha_i + \frac{\partial \zeta_{\Delta g}}{\partial H} H \quad (18)$$

gdzie:  $n$  jest liczbą oczek siatki,  $\alpha_i^1, \alpha_i^2, \psi_i^1, \psi_i^2$  są współrzędnymi definiującymi oczko  $i$ .

Rozwiązując całkę równania (18), otrzymamy praktyczny wyrażenie umożliwiające realizację obliczeń:

$$\zeta_{\Delta g} = \frac{R}{2\pi\gamma} \sum_{i=1}^n \Delta g_{ci}^* \Delta \alpha_i K_i + \frac{\partial \zeta_{\Delta g}}{\partial H} H \quad (19)$$

przy czym wyrażenie  $K_i$  jest rozwiązaniem podanym przez Lamberta i Darlinga, przytoczonym tutaj za Łyszkowiczem [Łyszkowicz 1991, s. 171]:

$$K_i = \int_{\psi_i^1}^{\psi_i^2} \frac{1}{2} S(\psi) \sin \psi d\psi$$

$$= \left| 1 + 4 \sin \frac{\Psi}{2} - \cos \psi - 6 \sin^3 \frac{\Psi}{2} - 7 \sin^2 \frac{\Psi}{2} - \frac{3}{2} \left( \sin^2 \psi \ln \left( \sin \frac{\Psi}{2} + \sin^2 \frac{\Psi}{2} \right) \right) \right|_{\psi_i^1}^{\psi_i^2} \quad (20)$$

Obliczenia prowadzone według równania (19) wymagają generowania siatki biegunowej dla każdego punktu oraz obliczenia poprawki  $\frac{\partial \zeta_{\Delta g}}{\partial H} H$  będącej przeniesieniem anomalii wysokości obliczonej na powierzchni odniesienia do powierzchni terenu. Alternatywnym rozwiązaniem może być zastosowanie prostokątnego, jednakowego dla wszystkich punktów układu współrzędnych oraz rozwiązania zadania Stokesa dla przestrzeni zewnętrznej – rozwiązanie Pizzettiego. Zastosowanie układu prostokątnego wiąże się z lokalnym przybliżeniem sfery płaszczyzną oraz ograniczeniem obszaru całkowania. W przypadku uprzedniego usunięcia z wartości anomalii grawimetrycznych składowej globalnego modelu potencjału, modyfikacji podlega również funkcja Stokesa, która w zależności od stopnia usuniętego modelu globalnego, znacznie szybciej przyjmuje wartości bliskie zeru niż funkcja oryginalna. Pozwala to na ograniczenie obszaru całkowania i zmniejszenie błędów związanych z przybliżeniem sfery płaszczyzną.

Przyjmując prostokątny układ współrzędnych oraz rozwiązanie zagadnienia Stokesa dla przestrzeni zewnętrznej w postaci wzoru Pizzettiego [Hofmann-Wellenhopf, Moritz 2005, s. 103], równanie (16) dla przybliżenia płaskiego zapiszemy w postaci:

$$\zeta_{\Delta g} = \frac{1}{2\pi\gamma} \int_{y^1}^{y^2} \int_{x^1}^{x^2} \frac{\Delta g_c^*}{\sqrt{(x-x_p)^2 + (y-y_p)^2 + (z-z_p)^2}} dx dy$$

$$= \frac{1}{2\pi\gamma} \int_{y^1}^{y^2} \int_{x^1}^{x^2} \frac{\Delta g_c^*}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}} dx dy \quad (21)$$

$$= \frac{1}{2\pi\gamma} \int_{y^1}^{y^2} \int_{x^1}^{x^2} \frac{\Delta g_c^*}{l} dx dy$$

gdzie:  $x^1, x^2, y^1, y^2$  definiują obszar całkowania,  $x, y, z$  są współrzędnymi punktu o anomalii  $\Delta g_c^*$  (przy czym  $z = 0$ ),  $x_p, y_p, z_p$  są współrzędnymi punktu obliczanego ( $Z = H$ ).

Zakładając, że anomalie grawimetryczne dane są w postaci regularnej siatki prostokątnej, o stałej wartości anomalii w każdym jej oczku, równanie (21) zapiszemy jako:

$$\zeta_{\Delta g} = \frac{1}{2\pi\gamma} \sum_{i=1}^n \left( \Delta g_{ci}^* \int_{y_i^1}^{y_i^2} \int_{x_i^1}^{x_i^2} \frac{1}{\sqrt{(x-x_p)^2 + (y-y_p)^2 + (z-z_p)^2}} dx_i dy_i \right) \quad (22)$$

$$= \frac{1}{2\pi\gamma} \sum_{i=1}^n \left( \Delta g_{ci}^* \int_{y_i^1}^{y_i^2} \int_{x_i^1}^{x_i^2} \frac{1}{l} dx_i dy_i \right)$$

gdzie:  $n$  jest liczbą oczek siatki,  $\Delta g_{ci}^*$  jest wartością anomalii grawimetrycznej w oczku  $i$  oraz współrzędne  $x_i^1, x_i^2, y_i^1, y_i^2$  definiują oczko  $i$ .

Rozwiązanie całki występującej w równaniu (22) ma postać następującą:

$$\int_{y_i^1}^{y_i^2} \int_{x_i^1}^{x_i^2} \frac{1}{l} dx_i dy_i = \left| \Delta x \ln |\Delta y + l| + \Delta y \ln |\Delta x + l| - \Delta z \arctan \left[ \frac{\Delta y \Delta x}{\Delta z l} \right] \right|_{x_i^1}^{x_i^2} \Big|_{y_i^1}^{y_i^2} \quad (23)$$

Uproszczenie, jakiemu podlega funkcja Stokesa w przypadku zastąpienia sfery płaszczyzną  $S(\psi) \cong \frac{1}{\sin \frac{\psi}{2}} \cong \frac{2}{\psi}$ , pozwala również na uproszczenie obliczeń realizowanych

w układzie biegunowym. Równanie (19) zapiszemy w tym wypadku jako:

$$\zeta_{\Delta g} = \frac{R}{2\pi\gamma} \sum_{i=1}^n \Delta g_{ci}^* \Delta \alpha_i \Delta \psi_i + \frac{\partial \zeta_{\Delta g}}{\partial H} H \quad (19a)$$

- Ostateczne wysokości quasi-geoidy obliczamy poprzez przywrócenie wpływu modelu globalnego oraz mas topograficznych (1)  $\zeta = \zeta_{GM} + \zeta_t + \zeta_{\Delta g}$ .

Przy czym składową  $\zeta_t$  obliczymy na podstawie równania (6) oraz formuły Brunsza:

$$\zeta_t = \frac{V_{top}}{\gamma} \quad (24)$$

natomiast składową  $\zeta_{GM}$  na podstawie zależności [Torge 2001, s. 271]:

$$\zeta_{GM} = \frac{GM}{r\gamma} \sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{a}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n \left( \overline{\Delta C}_{nm} \cos m\lambda + \overline{\Delta S}_{nm} \sin m\lambda \right) \overline{P}_{nm}(\cos \theta) \quad (25)$$

Jak zaznaczono we wstępie, obliczone według równania (1) anomalie wysokości zwykle różnią się od satelitarno-niwelacyjnych anomalii wysokości ( $\zeta_{SN}$ ). Uwzględniając te różnice, satelitarno-niwelacyjne wysokości quasi-geoidy zapiszemy w postaci:

$$\zeta_{SN} = \zeta_{GM} + \zeta_t + \zeta_{\Delta g} + \zeta_L \quad (26)$$

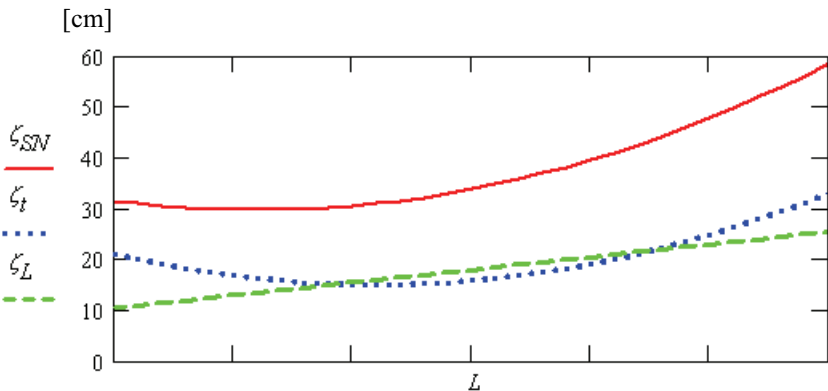
gdzie: składowa  $\zeta_L$  jest resztową wartością anomalii wysokości, która podlega interpolacji.

W dalszej części analizowany będzie wpływ składowych  $\zeta_{GM}$ ,  $\zeta_t$  i  $\zeta_{Ag}$  równania (26) na wynik interpolacji satelitarno-niwelacyjnych anomalii wysokości  $\zeta_{SN}$ , przy czym analizie będą podlegały profile o długości 30 km (przybliżona średnia odległość punktów sieci POLREF).

Sposób wyznaczenia tych wpływów przedstawiono, posługując się następującym przykładem. Załóżmy, że dwa punkty o pomierzonych wartościach  $\zeta_{SN}$  są oddalone od siebie o odległość  $L$ . Pomiędzy tymi punktami, w linii prostej znajduje się  $n$  punktów, w których chcemy wyznaczyć satelitarno-niwelacyjne anomalie wysokości z wykorzystaniem równania (26). Aby zrealizować takie zadanie, posługujemy się następującym schematem obliczeniowym:

- obliczamy składowe  $\zeta_{GM}$ ,  $\zeta_t$  i  $\zeta_{Ag}$  według odpowiednich równań (1)–(25) dla wszystkich punktów (zarówno danych, jak i nowych),
- usuwamy wpływ tych składowych na punktach danych, obliczając składowe  $\zeta_L$ ,
- interpolujemy składowe  $\zeta_L$  dla  $n$  punktów nowych,
- korzystając z równania (26) obliczamy wartości  $\zeta_{SN}$  dla  $n$  punktów nowych.

Założmy na chwilę, że składowe  $\zeta_{GM}$  i  $\zeta_{Ag}$  są równe zero. Satelitarno-niwelacyjne anomalie wysokości będą więc sumą składowych  $\zeta_t$  oraz  $\zeta_L$ . Ustalmy dalej, że pomiędzy punktami A i B oddalonymi od siebie o odległość  $L$  quasi-geoida satelitarno-niwelacyjna oraz składowe  $\zeta_t$  i  $\zeta_L$  mają przebieg jak na rysunku 1.

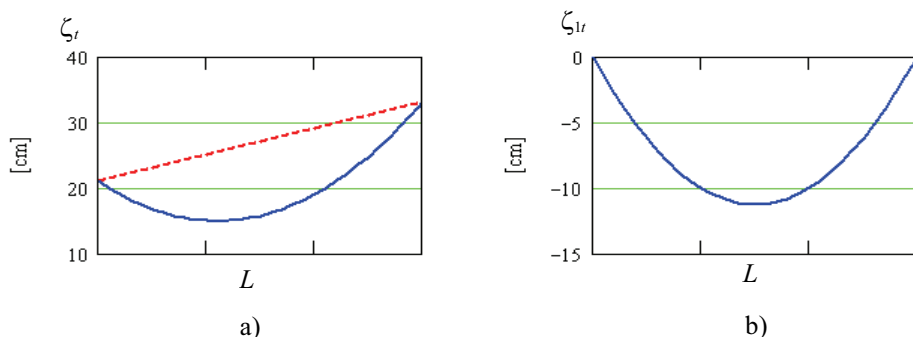


Rys. 1. Przykładowy przebieg wysokości quasi-geoidy satelitarno-niwelacyjnej oraz składowych  $\zeta_t$  i  $\zeta_L$  na odcinku o długości  $L$

Fig. 1. The course of satellite-leveling quasi-geoid heights and components  $\zeta_t$  and  $\zeta_L$  on a line segment  $L$

Wartości składowej  $\zeta_t$  wahają się w granicach od 15 do ok. 33 cm. Jednak wpływ tej składowej na wynik interpolacji nie będzie taki duży, a zależał będzie przede wszystkim od odchyżeń składowej  $\zeta_t$  od funkcji przyjętej do interpolacji składowej  $\zeta_L$ .

Jeżeli nie mamy żadnych wskazań co do postaci tej funkcji, to można założyć, że przebieg składowej  $\zeta_L$  jest dany równaniem prostej. Przy takim założeniu prosta łącząca końce wykresu składowej  $\zeta_L$  będzie prostą odniesienia dla analizy wpływu tej składowej na wynik interpolacji. Przedstawia to rysunek 2.



Rys. 2. Składowa  $\zeta_r$  (a) oraz oznaczony jako  $\zeta_{lr}$  wpływ tej składowej na wynik interpolacji składowej  $\zeta_L$  (b)

Fig. 2. The component  $\zeta_r$  (a) and, signed as  $\zeta_{lr}$ , its influence on result of interpolation of the component  $\zeta_L$  (b)

Różnice pomiędzy wartościami składowej  $\zeta_r$  i odpowiednią wartością na prostej odniesienia oznaczone jako  $\zeta_{lr}$  stanowią rzeczywisty wpływ tej składowej na wynik interpolacji. W przytoczonym przykładzie wpływ ten nie przekracza  $-12$  cm.

W taki sam sposób określimy wpływ składowych  $\zeta_{GM}$  i  $\zeta_{\Delta g}$ , który oznaczony zostanie jako  $\zeta_{1GM}$  i  $\zeta_{1\Delta g}$ .

Podsumowując, sposób wyznaczania wartości  $\zeta_{lr}$ ,  $\zeta_{1GM}$  i  $\zeta_{1\Delta g}$  można krótko opisać w następujących punktach:

1. Obliczamy wartości składowych  $\zeta_{GM}$ ,  $\zeta_r$  i  $\zeta_{\Delta g}$  dla wszystkich punktów analizowanego profilu.
2. Dla każdej składowej definiujemy prostą odniesienia łączącą punkty końcowe profilu.
3. Wyznaczamy wartości  $\zeta_{lr}$ ,  $\zeta_{1GM}$  i  $\zeta_{1\Delta g}$  jako różnice pomiędzy składową obliczoną i „teoretyczną” wartością tej składowej obliczoną na prostej odniesienia.

## OBLICZENIA TESTOWE

Obszar obliczeń testowych obejmuje rejon Dolnego Śląska (rys. 3). Jest to teren w przeważającej części równinny. W południowo-zachodniej jego części rozpościera się pasmo górskie Sudetów.



Obliczenia testowe wykonano w oparciu o numeryczny model terenu o rozdzielczości 300 m dla najbliższego (do odległości 33 km) otoczenia punktów testowych oraz 1000m dla stref dalszych (do 167 km). Dane te posłużyły do wyznaczenia składowych  $\zeta_i$ . Do obliczeń wykorzystano także dane grawimetryczne w systemie IGSN 71, w postaci gęstej (ok. 3 pkt/km<sup>2</sup>) sieci punktów grawimetrycznych udostępnionych przez Państwowy Instytut Geologiczny dla obszaru Dolnego Śląska, siatkę uśrednionych anomalii wolnopoietrnych o rozdzielczości 5'×5', w systemie Poczdam dla pozostałej części Polski oraz siatkę uśrednionych anomalii Bouguera o rozdzielczości 7.5'×5' w systemie IGSN 71 dla obszaru Czech. Uśrednione anomalie zarówno z obszaru Polski, jak i Czech są odniesione do elipsoidy GRS 80 i dostępne na stronie internetowej Bureau Gravimétrie International<sup>1</sup>. Anomalie w systemie Poczdam zostały przeliczone do systemu IGSN 71 według zależności  $\Delta g_{IGSN71} = \Delta g_{Poczdam} - 14 \text{ mGal}$ . Na podstawie takich danych grawimetrycznych wyznaczone zostały siatki anomalii  $\Delta g_c^*$  będące podstawą obliczenia składowych  $\zeta_{\Delta g}$ . Dla przybliżenia płaskoziemnego i siatki prostokątnej wyznaczono metodą triangulacji siatkę o boku 1 km. Dla przybliżenia sferycznego, dla każdego punktu przyjęto siatkę biegunową o parametrach<sup>2</sup>:

$$\Delta\alpha = 5^\circ \text{ oraz } \Delta\psi = \begin{cases} 1\text{ km} & \text{dla } 0 \leq \psi \leq 10\text{ km} \\ 2\text{ km} & \text{dla } 10 < \psi \leq 70\text{ km} \\ 5\text{ km} & \text{dla } 70 < \psi \leq 210\text{ km} \\ 10\text{ km} & \text{dla } 210 < \psi \leq 220\text{ km} \end{cases}$$

Średnie wartości anomalii w każdym oczku wygenerowanej siatki biegunowej wyznaczono na podstawie dodatkowych dwóch siatek pomocniczych o rozdzielczościach 500 m dla stref do 10 km oraz 2000 m dla stref dalszych. Siatki pomocnicze zostały wyznaczone metodą triangulacji. Wartość anomalii w każdym oczku siatki biegunowej była średnią z wartości anomalii w węzłach siatek pomocniczych leżących wewnątrz oczka siatki biegunowej.

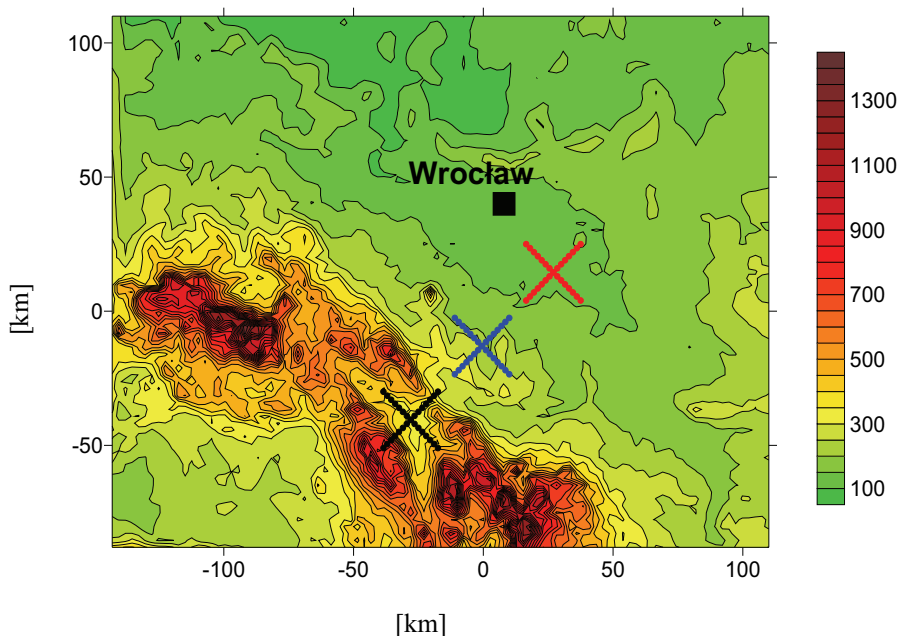
Obliczenia składowych  $\zeta_i$  zrealizowano, wykorzystując lokalny, prostokątny układ współrzędnych. Początek układu zaczepiony jest w punkcie  $B = 50.8^\circ$ ,  $L = 17^\circ$  (przybliżony środek obszaru opracowania). Oś  $Z$  tego układu pokrywa się z linią pionu, osie  $X, Y$  leżą w płaszczyźnie horyzontu, przy czym oś  $X$  skierowana jest w przybliżeniu na północ, natomiast oś  $Y$  na wschód.

Składową  $\zeta_{\Delta g}$  obliczono w trzech wariantach. Jako wariant podstawowy przyjęto obliczenia według równania (19), a więc dla układu biegunowego na sferze. Dodatkowo dla porównania, te same obliczenia przeprowadzono, wykorzystując lokalne przybliżenie sfery płaskoziemną. Przy czym do obliczeń wykorzystano siatkę biegunową – równanie (19a) oraz prostokątną – równanie (22).

<sup>1</sup> [http://bgi.cnes.fr:8110/bgi\\_service\\_a.html](http://bgi.cnes.fr:8110/bgi_service_a.html)

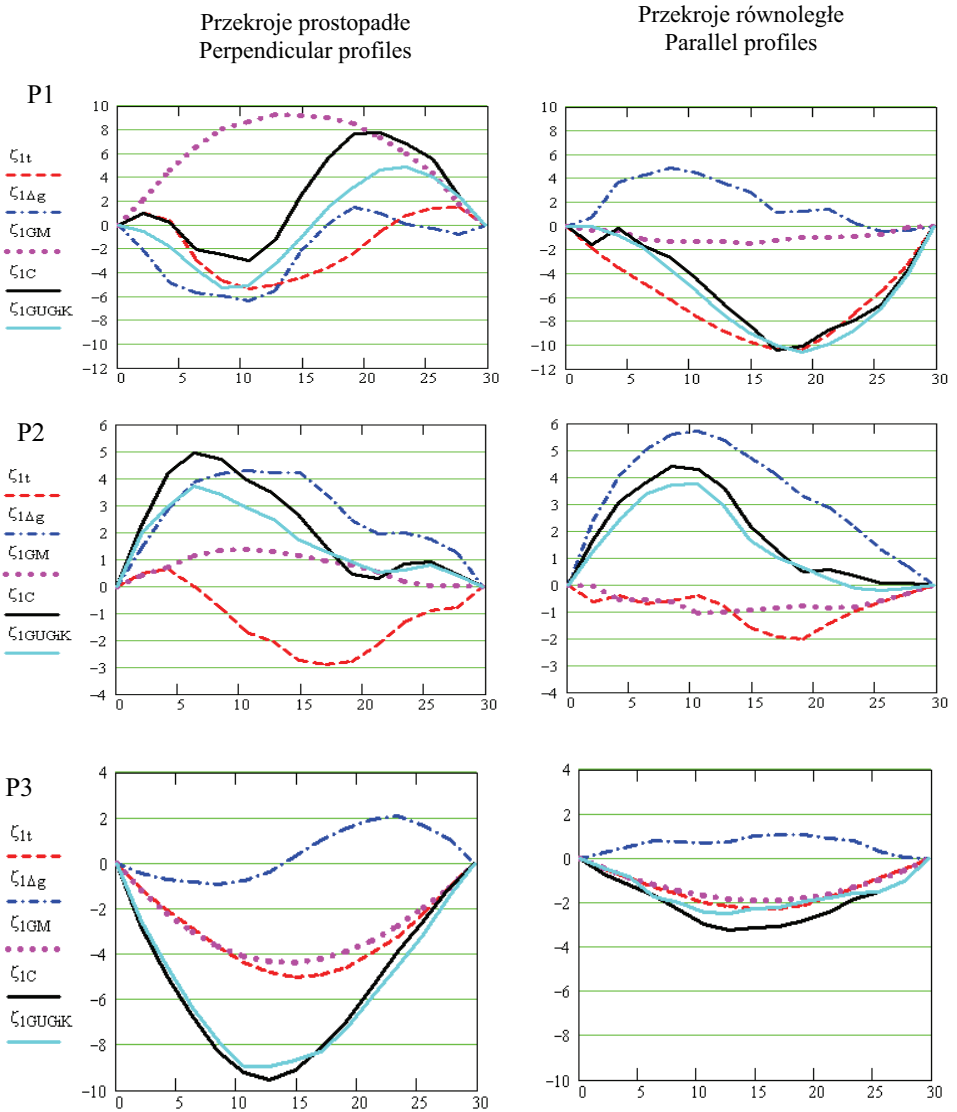
<sup>2</sup> W ramach prac testowych dla wybranych punktów zrealizowano obliczenia, przyjmując także większą rozdzielczość siatek, lecz nie miało to istotnego wpływu na rezultat końcowy.

Korzystając z przedstawionych wyżej danych, obliczono składowe  $\zeta_{GM}$ ,  $\zeta_t$  i  $\zeta_{\Delta g}$  dla szeregu punktów testowych. Punkty te tworzą swego rodzaju przekroje o długości 30 km, które można podzielić na dwie grupy. Grupę pierwszą tworzą przekroje położone w przybliżeniu równoległe do głównego pasma Sudetów, natomiast grupę drugą – przekroje prostopadłe. Zarówno przekroje równoległe, jak i prostopadłe umieszczone są w różnych odległościach od głównego pasma Sudetów. Przekroje te zaznaczone są na rysunku 3. W dalszej części pracy wyniki obliczeń odnoszące się do przekrojów (prostopadłego i równoległego) położonych na terenie Sudetów (Kotlina Kłodzka) i zaznaczonych na rys. 3 kolorem czarnym będą oznaczone jako P1, dla przekrojów środkowych (kolor niebieski) oznaczone będą jako P2 oraz dla przekrojów położonych najdalej od Sudetów (kolor czerwony) jako P3. Dla poszczególnych przekrojów wyznaczone zostały wartości  $\zeta_{It}$ ,  $\zeta_{IGM}$  i  $\zeta_{I\Delta g}$  oraz ich suma oznaczona jako  $\zeta_{IC}$ . Wyniki tych obliczeń prezentują wykresy zamieszczone na rysunku 4. Niezależną kontrolę przeprowadzonych obliczeń stanowi porównanie składowej  $\zeta_{IC}$  z obliczonymi na podstawie modelu quasi-geoidy „geoida niwelacyjna 2001” składowych  $\zeta_{IGUGIK}$ .



Rys. 3. Mapa wysokościowa z zaznaczonymi przekrojami, dla których wykonano obliczenia testowe

Fig. 3. The test area with marked test profiles



Rys. 4. Wykresy składowych  $\zeta_{1t}$ ,  $\zeta_{1GM}$ ,  $\zeta_{1\Delta g}$ ,  $\zeta_{1C}$  oraz  $\zeta_{1GUGIK}$  w przekrojach prostopadłych (po stronie lewej) i równoległych (po stronie prawej) – w centymetrach

Fig. 4. Diagrams of the components  $\zeta_{1t}$ ,  $\zeta_{1GM}$ ,  $\zeta_{1\Delta g}$ ,  $\zeta_{1C}$  and  $\zeta_{1GUGIK}$  for perpendicular profiles (left side) and parallel profiles (right side) – in centimeters

Wartości maksymalne, minimalne oraz odchylenia standardowe składowej  $\zeta_{1C}$  i odchylenie standardowe różnicy  $\zeta_{1C} - \zeta_{1GUGiK}$  w poszczególnych przekrojach przedstawia tabela 1.

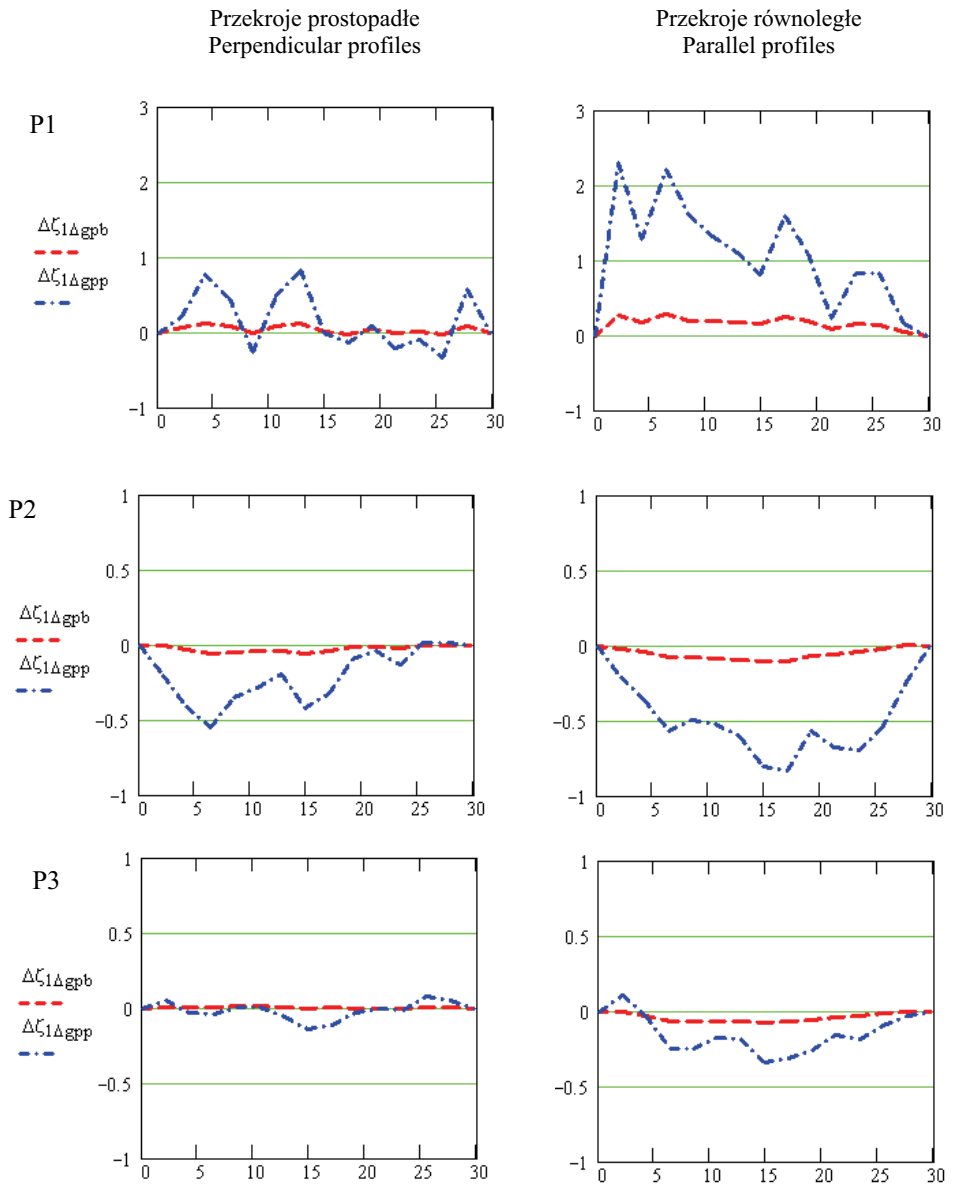
Tabela 1. Wybrane statystyki składowej  $\zeta_{1C}$ Table 1. Selected statistics of  $\zeta_{1C}$ 

statystyka	Profile prostopadłe Perpendicular profiles			Profile równoległe Parallel profiles		
	1	2	3	1	2	3
	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]
$max(\zeta_{1C})$	7.8	4.0	0.0	0.0	4.4	0.0
$min(\zeta_{1C})$	-3.0	0.0	-9.5	-10.4	0.0	-3.2
$stdev(\zeta_{1C})$	3.7	1.7	3.3	3.6	1.6	1.1
$stdev(\zeta_{1C} - \zeta_{1GUGiK})$	1.4	0.6	0.4	0.7	0.3	0.3

Wyżej przedstawione wyniki dotyczą wariantu, dla którego składową  $\zeta_{\Delta g}$  obliczono według równania (19), a więc dla układu biegunowego na sferze. Dla porównania obliczono tę składową przy wykorzystaniu lokalnego przybliżenia sfery płaszczyzną. Przy czym do obliczeń wykorzystano siatkę biegunową – równanie (19a) i prostokątną – równanie (22). Składowe te oznaczmy jako  $\zeta_{\Delta gpb}$  dla siatki biegunowej oraz  $\zeta_{\Delta gpp}$  dla siatki prostokątnej. Na podstawie tych składowych obliczono różnice  $\Delta\zeta_{\Delta gpb} = \zeta_{\Delta gpb} - \zeta_{\Delta g}$ , a także  $\Delta\zeta_{\Delta gpp} = \zeta_{\Delta gpp} - \zeta_{\Delta g}$  w poszczególnych przekrojach oraz wartości  $\Delta\zeta_{1\Delta gpb}$  dla składowej  $\Delta\zeta_{\Delta gpb}$  i  $\Delta\zeta_{1\Delta gpp}$  dla składowej  $\Delta\zeta_{\Delta gpp}$ , których wykresy dla poszczególnych przekrojów zamieszczono na rysunku 5. Wybrane statystyki tych wielkości zawiera tabela 2.

Tabela 2. Wybrane statystyki składowych  $\Delta\zeta_{1\Delta gpb}$  oraz  $\Delta\zeta_{1\Delta gpp}$ Table 2. Selected statistics of  $\Delta\zeta_{1\Delta gpb}$  and  $\Delta\zeta_{1\Delta gpp}$ 

statystyka	Profile prostopadłe Perpendicular profiles			Profile równoległe Parallel profiles		
	1	2	3	1	2	3
	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]
$max(\Delta\zeta_{1\Delta gpb})$	0.12	0.00	0.01	0.28	0.00	0.00
$min(\Delta\zeta_{1\Delta gpb})$	-0.03	-0.06	-0.01	0.00	-0.11	-0.08
$stdev(\Delta\zeta_{1\Delta gpb})$	0.05	0.02	0.01	0.08	0.04	0.03
$max(\Delta\zeta_{1\Delta gpp})$	0.84	0.01	0.08	2.30	0.00	0.11
$min(\Delta\zeta_{1\Delta gpp})$	-0.34	-0.55	-0.14	0.00	-0.83	-0.34
$stdev(\Delta\zeta_{1\Delta gpp})$	0.36	0.18	0.06	0.70	0.25	0.13



Rys. 5. Wykresy składowych  $\Delta\zeta_{1\Delta gpb}$  oraz  $\Delta\zeta_{1\Delta gpp}$  w przekrojach prostopadłych (po stronie lewej) i równoległych (po stronie prawej) – w centymetrach

Fig. 5. Diagrams of the components  $\Delta\zeta_{1\Delta gpb}$  and  $\Delta\zeta_{1\Delta gpp}$  for perpendicular profiles (left side) and parallel profiles (right side) – in centimeters

Analizując powyższe wyniki, zauważyć należy bardzo wyraźną zgodność pomiędzy rozwiązaniem sferycznym i przybliżeniem płaszczyznowym dla siatki biegunowej – równanie (19a). Różnice sięgające zaledwie pojedynczych milimetrów wskazują na możliwość stosowania przybliżenia płaszczyznowego w omawianym zagadnieniu, bez istotnej zmiany wyników. Znaczące są natomiast różnice rozwiązania sferycznego oraz przybliżenia płaszczyznowego dla siatki prostokątnej – równanie (22). Przyczyny takich różnic mogą wynikać zarówno z zastosowania różnych siatek, jak i z niedokładności wyznaczenia gradientu pionowego anomalii wysokości – równanie (16) (w równaniu (22) nie wykorzystywano tego gradientu). W celu weryfikacji drugiej z wymienionych przyczyn wykonano obliczenia składowej  $\zeta_{\Delta g}$  dla przybliżenia płaszczyznowego i siatki prostokątnej, z wykorzystaniem gradientu pionowego anomalii wysokości. Na podstawie równań (16) i (22) zapiszemy:

$$\begin{aligned} \zeta_{\Delta g} &= \frac{1}{2\pi\gamma} \sum_{i=1}^n \left( \Delta g_{ci}^* \int_{y_i^1}^{y_i^2} \int_{x_i^1}^{x_i^2} \frac{1}{\sqrt{(x_i - X)^2 + (y_i - Y)^2}} dx_i dy_i \right) + \frac{\partial \zeta_{\Delta g}}{\partial H} H \\ &= \frac{1}{2\pi\gamma} \sum_{i=1}^n \left( \Delta g_{ci}^* \int_{y_i^1}^{y_i^2} \int_{x_i^1}^{x_i^2} \frac{1}{l_o} dx_i dy_i \right) + \frac{\partial \zeta_{\Delta g}}{\partial H} H \end{aligned} \quad (27)$$

Wybrane statystyki różnic pomiędzy składowymi  $\zeta_{\Delta g}$  obliczonymi na podstawie równań (22) i (27) oznaczonych jako  $\Delta \zeta_{\Delta g 22-27}$  dla poszczególnych profili zawiera tabela 3.

Tabela 3. Wybrane statystyki różnic  $\Delta \zeta_{\Delta g 22-27}$

Table 3. Selected statistics of  $\Delta \zeta_{\Delta g 22-27}$

statystyka	Profile prostopadłe Perpendicular profiles			Profile równoległe Parallel profiles		
	1	2	3	1	2	3
	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]
$\max(\Delta \zeta_{\Delta g 22-27})$	0.21	0.07	0.06	0.37	0.09	0.03
$\min(\Delta \zeta_{\Delta g 22-27})$	-0.06	-0.06	-0.04	-0.01	-0.04	-0.04
$\text{stdev}(\Delta \zeta_{\Delta g 22-27})$	0.07	0.04	0.02	0.12	0.04	0.02

Zaznaczyć należy, że analizowany tutaj – dany wzorem (16) i wynikający z gradientu pionowego anomalii wysokości składnik  $-\frac{\Delta g_c^*}{\gamma} H$  – przyjmuje wartości znaczne. Dla analizowanych profili testowych wybrane statystyki tych wartości prezentuje tabela 4.

Tabela 4. Wybrane statystyki wartości składowych  $-\frac{\Delta g_c^*}{\gamma} H$ Table 4. Selected statistics of  $-\frac{\Delta g_c^*}{\gamma} H$ 

statystyka	Profile prostopadłe Perpendicular profiles			Profile równoległe Parallel profiles		
	1	2	3	1	2	3
	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]
$\max\left(-\frac{\Delta g_c^*}{\gamma} H\right)$	6.1	0.9	0.4	2.9	1.0	0.3
$\min\left(-\frac{\Delta g_c^*}{\gamma} H\right)$	0.9	0.3	0.2	1.0	0.1	0.2
$\text{stdev}\left(-\frac{\Delta g_c^*}{\gamma} H\right)$	1.6	0.2	0.1	0.5	0.3	0.03

Przedstawione w tab. 3 i 4 wyniki potwierdzają poprawność przeprowadzonych obliczeń dla siatki prostokątnej. Maksymalne różnice dla obu rozwiązań nie przekraczają 4 mm, a największe odchylenie standardowe tych różnic wynosi 1.2 mm. Wartości samej poprawki  $-\frac{\Delta g_c^*}{\gamma} H$ , szczególnie dla terenów wyżynnych i górskich, są znaczące, dla terenów nizinnych nie przekraczają 1cm.

Wracając do różnic anomalii wysokości pomiędzy rozwiązaniem sferycznym oraz przybliżeniem płaskoziemnym dla siatki prostokątnej (tab. 2 i rys. 4), stwierdzić należy, iż ich główną przyczyną jest zastosowanie różnych siatek uśrednionych anomalii. Wskazuje to na ogromną wagę przyjętej metodyki wyznaczania uśrednionych anomalii. Chociaż w analizowanym podejściu do wyznaczania anomalii wysokości korzystamy z anomalii Bouguera, które charakteryzują się mniejszą zmiennością od np. anomalii Faye'a lub anomalii wolnopowietrznych, to jednak sposób obliczania anomalii uśrednionych ma istotny wpływ na końcowy wynik obliczeń.

## OSZACOWANIE DOKŁADNOŚCI WYZNACZONYCH SKŁADOWYCH

W zastosowanym do obliczeń rozwiązaniu globalny model geopotencjału jest traktowany jako model odniesienia, stąd w ocenie dokładności nie oszacowano błędów składowej  $\zeta_{1GM}$ .

Ocenę dokładności składowych  $\zeta_{1r}$  i  $\zeta_{1\Delta g}$  przeprowadzono zgodnie z metodyką zrealizowaną w pracy [Baran, Duchnowski 2005]. Postępowanie zmierzające do określenia wpływu błędów numerycznego modelu terenu oraz błędów anomalii grawimetrycznych na wyznaczone składowe polega więc na zakłóceniu danych służących do wyznaczenia odpowiedniej składowej o wartości błędów i dokonaniu powtórnych obliczeń na podstawie zmienionych danych. Nowe wartości składowych są porównywane z wyjściowymi, a różnice służą do oceny wpływu błędów danych na wyznaczone składowe.

Dokładność składowej  $\zeta_{1r}$  zależy w zasadzie jedynie od dokładności numerycznego modelu terenu przyjętego do obliczeń. Obliczenia przeprowadzono w oparciu o dwie siatki NMT o rozdzielczościach 300 m i 1000 m. Obydwa numeryczne modele terenu porównano z wysokościami punktów grawimetrycznych traktowanych jako pikiety pomiarowe, uzyskując różnice  $dh = H_P - H_{NMT}$  pomiędzy wysokością punktu grawimetrycznego i NMT. Na podstawie tych wartości określono błędy obu modeli jako

błędy RMS ( $m_{NMT} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n dh_i^2}{n}}$ , gdzie n jest liczbą punktów pomiarowych). Wartości te wyznaczone dla trzech stref wysokościowych zawiera tabela 5.

Tabela 5. Błędy numerycznych modeli terenu

Table 5. DTM errors

Rozdzielczość [m]	300×300	1000×1000
Wysokości terenu H	$m_{NMT}$ [m]	$m_{NMT}$ [m]
0<H<200	5.8	9.43
200<H<700	33.5	35.0
700<H	86.36	93.5

Wysokości NMT zostały następnie zmienione tak, aby odchylenie standardowe zmian odpowiadało wyznaczonym błędom NMT. Zgodnie z opisaną procedurą wyznaczono z kolei różnice  $\Delta\zeta_{1r} = \zeta_{1r} - \zeta_{1r}^*$  (gdzie  $\zeta_{1r}^*$  jest składową uzyskaną na podstawie zmienionych danych), których ważniejsze statystyki zawiera tabela 6.

Tabela 6. Wybrane statystyki składowych  $\Delta\zeta_{1r}$

Table 6. Selected statistics of  $\Delta\zeta_{1r}$

statystyka	Profile prostopadłe Perpendicular profiles			Profile równoległe Parallel profiles		
	1	2	3	1	2	3
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]
$\max(\Delta\zeta_{1r})$	3.4	1.6	0.5	1.3	1.4	0.9
$\min(\Delta\zeta_{1r})$	-1.4	-1.4	-0.7	-1.1	-1.6	-0.2
$RMS(\Delta\zeta_{1r})$	1.9	0.8	0.3	0.6	0.7	0.5

Aby oszacować dokładność składowej  $\zeta_{1\Delta g}$ , należy w pierwszej kolejności oszacować dokładność zredukowanych do poziomu odniesienia i uśrednionych anomalii grawimetrycznych. Na tę dokładność będą miały wpływ zarówno błędy pomiarowe, jak i wszystkie etapy redukcji i wyznaczania anomalii uśrednionych. Wyróżnimy tu więc:

- błędy pomiaru przyspieszenia siły ciężkości;
- błędy spowodowane usunięciem wpływu mas topograficznych;
- błędy wywołane redukcją anomalii do poziomu odniesienia na podstawie wyznaczonych gradientów pionowych anomalii;
- błędy spowodowane wyznaczeniem anomalii uśrednionych.



Dokładność danych grawimetrycznych w punktach pomiarowych oszacowana została na  $\pm 0.075 \text{ mGal}$  [Kryński 2007]. Opisaną wyżej techniką oceniono wpływ niedokładności numerycznego modelu terenu na redukcję topograficzną, otrzymując błędy  $m_{\Delta g_t}$ :

- dla punktów o wysokości równej i mniejszej od 200 m  $m_{\Delta g_t} = \pm 0.36 \text{ mGal}$
- dla punktów o wysokości większej od 200 m  $m_{\Delta g_t} = \pm 1.44 \text{ mGal}$ .

Na podstawie tak określonych błędów oszacowano, stosując tę samą technikę, wartości błędów redukcji anomalii grawimetrycznych do poziomu morza  $m_{\Delta g_{red}}$ , uzyskując następujące rezultaty:

- dla punktów o wysokości równej i mniejszej od 200 m  $m_{\Delta g_{red}} = \pm 0.10 \text{ mGal}$
- dla punktów o wysokości większej od 200 m  $m_{\Delta g_{red}} = \pm 0.79 \text{ mGal}$ .

Błędy  $m_{\Delta g_t}$  oraz  $m_{\Delta g_{red}}$  wyznaczono, zakładając, że są one równe odpowiednim błędom RMS.

Ostatecznie przyjęto, że anomalie grawimetryczne w punktach pomiarowych, zredukowane do poziomu morza  $\Delta g_c^*$ , wyznaczono z dokładnością:

- dla punktów o wysokości równej i mniejszej od 200 m  $m_{\Delta g_c^*} = \pm 0.38 \text{ mGal}$
- dla punktów o wysokości większej od 200 m  $m_{\Delta g_c^*} = \pm 1.64 \text{ mGal}$ .

Porównując wartości anomalii w punktach pomiarowych z anomaliami uśrednionymi w siatce  $1000 \times 1000 \text{ m}$  wyznaczono błąd anomalii uśrednionych na poziomie:

- dla terenu o wysokości równej i mniejszej od 200 m  $\pm 0.7 \text{ mGal}$
- dla terenu o wysokości większej od 200 m  $\pm 2.3 \text{ mGal}$ .

Powyższe analizy odnoszą się do punktowych danych grawimetrycznych. Dokładność danych w postaci uśrednionych anomalii w siatkach rozdzielczości  $5' \times 5'$  oraz  $7.5' \times 5'$  oszacowano, korzystając z danych o błędach RMS zawartych na stronie internetowej Bureau Gravimétrique International oraz opierając się na szacunkowych formułach zawartych w pracy [Łyszkowicz 1999, s. 169]. Ostatecznie przyjęto do obliczeń średni błąd tych anomalii wynoszący  $\pm 2.3 \text{ mGal}$ .

Zgodnie z opisaną wcześniej procedurą wyznaczono różnice  $\Delta \zeta_{1\Delta g} = \zeta_{1\Delta g} - \zeta_{1\Delta g}^*$  (gdzie  $\zeta_{1\Delta g}^*$  jest składową wyznaczoną na podstawie zmienionych danych), których ważniejsze statystyki zawiera tabela 7.

Tabela 7. Wybrane statystyki składowych  $\Delta \zeta_{1\Delta g}$

Table 7. Selected statistics of  $\Delta \zeta_{1\Delta g}$

statystyka	Profile prostopadłe Perpendicular profiles			Profile równoległe Parallel profiles		
	1	2	3	1	2	3
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]
$\max(\Delta \zeta_{1\Delta g})$	15.7	1.0	0.6	4.6	1.6	0.4
$\min(\Delta \zeta_{1\Delta g})$	-1.8	-3.5	-0.6	-12.0	-0.3	-0.4
RMS( $\Delta \zeta_{1\Delta g}$ )	7.4	1.3	0.4	4.3	0.6	0.2

Niżej zestawione są dodatkowo wybrane statystyki różnic  $\Delta\zeta_{\Delta g} = \zeta_{\Delta g} - \zeta_{\Delta g}^*$  (gdzie  $\zeta_{\Delta g}^*$  jest składową wyznaczoną na podstawie zmienionych danych) dla każdego profilu.

Tabela 8. Wybrane statystyki składowych  $\Delta\zeta_{\Delta g}$

Table 8. Selected statistics of  $\Delta\zeta_{\Delta g}$

statystyka	Profile prostopadłe Perpendicular profiles			Profile równoległe Parallel profiles		
	1	2	3	1	2	3
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]
$\max(\Delta\zeta_{\Delta g})$	8.2	4.2	6.9	10.2	3.1	6.9
$\min(\Delta\zeta_{\Delta g})$	-9.4	-1.7	5.3	-6.3	1.5	4.8
$RMS(\Delta\zeta_{\Delta g})$	5.9	2.7	6.2	6.6	2.1	5.8

Zaprezentowane w tabelach 6 i 7 oszacowania błędów wyznaczonych składowych wydają się bardzo optymistyczne. Porównując jednakże wyniki zawarte w tabelach 7 i 8, zauważyć należy, że bardzo małe wartości błędów składowych  $\Delta\zeta_{1\Delta g}$  są w dużej mierze skutkiem znoszenia się błędów anomalii wspólnych dla punktów profilu. Szczegółową analizę tego problemu, jak i pełną analizę dokładności wyznaczanych różnic wysokości geoidy grawimetrycznej znaleźć można w pracy Łyszkowicz [1991].

## PODSUMOWANIE

Zaprezentowane w niniejszej pracy wyniki przeprowadzonych analiz skłaniają do następujących wniosków:

- W procesie interpolacji wysokości quasi-geoidy satelitarno-niwelacyjnej, jeżeli odległość punktów danych wynosi ok. 30 km, niezbędne jest wykorzystanie dodatkowych danych zarówno grawimetrycznych, jak i o topografii terenu. Brak tych danych może prowadzić do znacznych niedokładności wyników interpolacji (w przeprowadzonych obliczeniach testowych, nawet dla terenu płaskiego wykazano niedokładności sięgające 10 cm – profil P3 prostopadły).
- Dla analizowanych długości profili udowodniono zgodność przybliżenia sferycznego oraz płaskiego przy realizacji wzoru całkowego Stokesa. Biorąc pod uwagę nakład prac obliczeniowych, preferowane jest więc zastosowanie rozwiązania dla przybliżenia płaskiego w prostokątnym układzie współrzędnych. W przypadku obliczeń uwzględniających zaprezentowaną w pracy metodykę wykorzystania globalnego modelu geopotencjału, danych o topografii terenu oraz danych grawimetrycznych, wskazane jest wprowadzenie rozwiązania Pizzettiego, z pominięciem przeniesienia anomalii wysokości z powierzchni odniesienia do poziomu terenu.
- Chociaż wykorzystywane w niniejszej pracy anomalie grawimetryczne nie charakteryzują się dużą zmiennością, to wyznaczone na ich podstawie składowe obliczone z użyciem siatki biegunowej i prostokątnej różnią się mało (poniżej 0.5 cm) tylko dla profili P3 – najbardziej oddalonych od obszaru górskiego. Bliżej obszaru górskiego różnice te sięgają 1 cm, a w obszarze górskim nawet przekraczają 2 cm

(profil P1 – równoległy). Świadczy to o ogromnym znaczeniu sposobu wyznaczania siatki uśrednionych anomalii grawimetrycznych w procesie określania wpływu danych grawimetrycznych na wynik interpolacji wysokości quasi-geoidy.

- Przedstawiona w pracy metodyka wykorzystania globalnego modelu geopotencjału, danych o topografii terenu oraz danych grawimetrycznych pozwoliła na oszacowanie wpływu każdej z tych składowych na wynik interpolacji. Zgodność uzyskanych rezultatów z modelem quasi-geoidy „geoida niwelacyjna 2001”, wyznaczonym inną techniką, świadczy o poprawności zrealizowanych obliczeń.

## PIŚMIENNICTWO

- Baran L.W., Duchnowski R., 2005. Evaluation of the effect of systematic and random errors in gravity data on the quality of geoid model. Workshop II, Summary of the project on a cm geoid in Poland, Warszawa 2005.
- Bokun J., 1961. Zagadnienie wyznaczenia odstępów geoidy w Polsce od elipsoidy Krasowskiego biorąc pod uwagę posiadane materiały astronomiczno-geodezyjne i grawimetryczne. Prace Instytutu geodezji i Kartografii, Warszawa.
- Forsberg, Tscherning C., 1997. Topographic effects in gravity field modelling for BVP. Geodetic Boundary Value Problems in view of the one centimetre geoid. Lecture notes in earth science, Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Heiskanen W.A., Moritz H., 1967. Physical geodesy. Freeman, San Francisco.
- Hofmann-Wellenhof B., Moritz H., 2005. Physical geodesy. SpringerWienNewYork 2005
- Kryński J., 2007. Precyzyjne modelowanie quasi-geoidy na obszarze Polski – wyniki i ocena dokładności. Instytut Geodezji i Kartografii, seria monograficzna nr 13. Warszawa.
- Kryński J., Osada E., Figurski M., 2005. GPS/Levelling data in Poland in view of precise geoid modelling, Workshop II: Summary of the project on a cm geoid in Poland 16-17 November 2005, Warsaw.
- Łyszkowicz A., 1991. Wyznaczanie różnic wysokości z wyników pomiarów GPS i odstępów geoidy od elipsoidy. Geodezja i Kartografia, T. XL, z. 2. Warszawa.
- Łyszkowicz A., 1993. The geoid for the area of Poland. Artificial satellites, Vol 28, No 2.
- Łyszkowicz A., 1998. The Polish gravimetric quasi-geoid QGEOID97 versus vertical reference system Kronsztad 86, Reports of the Finish Geodetic Institute, 98:4.
- Pażus R., Osada E., Olejnik S., 2002. Geoida niwelacyjna 2001. Magazyn Geoinformacyjny Geodeta, Nr 5(84), maj 2002.
- Sansò F. Rummel (Eds.), 1997. Lecture Notes in Earth Sciences. Geodetic Boundary Value Problems in View of the One Centimeter Geoid. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Sjöberg L.E., 2000. Topographic effects by the Stokes-Helmert method of geoid and quasi-geoid determination. Journal of Geodesy 74; Springer-Verlag, 255–268.
- Torge W., 1989. Gravimetry. Walter de Gruyter, Berlin, New York 1989.
- Torge W., 2001. Geodesy. Walter de Gruyter, Berlin, New York 2001.
- Tscherning C.C., 2001. Geoid determination after first satellite gravity missions. Paper prepared at the occasion of the 70 birthday of Wolfgang Torge.

**THE IMPORTANCE OF GRAVITY DATA, DIGITAL ELEVATION MODEL AND GLOBAL GEOPOTENTIAL MODEL EGM96 IN THE QUASI-GEOID HEIGHT INTERPOLATION PROBLEM CASE STUDY AT LOWER SILESIA**

**Abstract.** Points with known normal and ellipsoidal (obtained by satellite techniques) heights provides so-called satellite-leveling quasi-geoid models. An accuracy of the model depends on local disturbances of the quasi-geoid course between known points. In the paper there are estimated the disturbances produced by omission in such simple models an additional data like digital elevation model, gravity data and global geopotential model. Test calculations are related to the are of Lower Silesia and concerns mountains, mountains foreland and low-lying area. The analyses was made for the distance of 30 *km* between known points (approximate, mean distance between POLREF network points). Results of the performed calculations pointed to significant values of examined components for height anomaly interpolation even for low-lying area.

**Key words:** quasi-geoid height interpolation

Zaakceptowano do druku – Accepted for print: 25.09.2008

Do cytowania – For citation: Trojanowicz M., Znaczenie danych grawimetrycznych, numerycznego modelu terenu oraz globalnego modelu geopotencjału EGM96 w zagadnieniu interpolacji wysokości quasi-geoidy na przykładzie Dolnego Śląska. *Acta Sci. Pol. Geod. Descr. Terr.* 7(3), 15–36.

## **MODELOWANIE PRZESTRZENI PLANISTYCZNEJ Z WYKORZYSTANIEM INFORMACJI PODPOWIERZCHNIOWYCH**

Małgorzata Gerus-Gościewska

Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie

**Streszczenie.** Wybór optymalnej funkcji użytkowania ziemi zależy od występowania różnych cech przestrzeni w ocenianym miejscu. Cechy na powierzchni ziemi takie jak ukształtowanie terenu, cechy bonitacji gleb, istniejące elementy naturalne i antropogeniczne, najczęściej wpływają na decyzje planistyczne co do sposobu zagospodarowania przestrzeni. W pracy uwzględniono również informacje dotyczące występowania elementów podpowierzchniowych na analizowanym obszarze, takich jak: rodzaj nośności gruntów, występowanie pustki, złóż materiałów budowlanych, ruin i obiektów historycznych, występujący wysoki poziom wody gruntowej lub infrastruktura techniczna. Przedstawiono warianty kształtu modelu na podstawie cech napowierzchniowych, bez informacji o elementach podziemnych oraz warianty zmian modelu z włączeniem tych elementów. Włączenie elementów podpowierzchniowych w proces modelowania przestrzeni planistycznej przyczyni się do optymalizacji wyboru funkcji planistycznej oraz zmniejszy ilość błędów decyzyjnych planistów w procesie planowania przestrzennego.

**Słowa kluczowe:** planowanie przestrzenne, funkcja planistyczna, modelowanie przestrzeni planistycznej, cechy przestrzeni

### **WSTĘP**

Rozwój cywilizacji, w warunkach stale postępujących ograniczeń przestrzennych, wynikających z warunków gospodarczych, społecznych czy ochrony przyrody, wymaga racjonalnych działań planistycznych realizowanych w oparciu o wielokierunkowe studia i analizy [Bartnicka 1989, Domański 2006]. Obserwowana obecnie duża dynamika zmian struktur przestrzennych skłania ponadto do opracowania efektywnych algorytmów pozyskiwania i przetwarzania informacji, niezbędnych do realizacji prac planistycznych. Wynikające stąd problemy powinny być przedmiotem badań teoretycznych i działań praktycznych prowadzących do opracowania modeli przestrzeni planistycznej a tym samym do usprawnienia procedur planistycznych.

---

Adres do korespondencji – Corresponding author: Małgorzata Gerus-Gościewska, Katedra Planowania i Zagospodarowania Przestrzennego, Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie, ul. Prawocheńskiego 15, 10-957 Olsztyn, e-mail: chagos@uwm.edu.pl

W badaniach wyboru optymalnej funkcji planistycznej zakładamy, że krzyżowane cechy przestrzeni związane są określoną funkcją, oraz że stawiane problemy mają odniesienie w rzeczywistości. Wszystkie te założenia to modele opisujące kształt przestrzeni planistycznej, pod wpływem cech ją warunkujących [Bajerowski 1996, Gerus-Gościewska 2004, Hopfer i in. 1982]. W istocie, modele przestrzeni planistycznej mają wpływ na decyzje planistyczne, ułatwiają planistom wybór optymalnej funkcji planistycznej. Modelowanie jest więc tworzeniem wyidealizowanej, ale użytecznej repliki realnego świata.

Na podstawie istniejących modeli dokonuje się wyboru określonej funkcji planistycznej [Hopfer i in. 1982]. Są to najczęściej modele wykorzystujące elementy naturalne i antropogeniczne napowierzchniowe. Istniejące modele powinny uwzględniać informacje uzyskane w wyniku pomiaru nowymi technikami. Wyniki otrzymane z pomiarów podpowierzchni ziemi metodami bezinwazyjnymi znajdują zastosowanie w różnych dziedzinach, między innymi w budownictwie drogowym, ochronie środowiska, archeologii. W rezultacie tych badań otrzymuje się obraz przewodności elektrycznej a po jego interpretacji odpowiedź na interesujące zagadnienie, dotyczące np. miejsc występowania kavern, stref i kierunków migracji wód, miejsc kwalifikujących się do badań archeologicznych, grobów, murów czy obiektów historycznych [Gerus-Gościewska 2005, 2006]. Wszystkie te elementy mogą mieć wpływ na wybór optymalnej funkcji użytkowania przestrzeni, stąd powinny znaleźć zastosowanie w procesie modelowania przestrzeni planistycznej. Kompleksowe ujęcie modelowania przestrzeni planistycznych umożliwi rozszerzenie zakresu analiz oraz pozwoli na optymalizację sposobu zagospodarowania przestrzeni. W pracy wykorzystano dwa aspekty modelowania przestrzeni planistycznej. Przedstawiono warianty modelu na podstawie cech napowierzchniowych, bez informacji o elementach podziemnych oraz warianty zmian modelu z włączeniem tych elementów.

## OPIS BADAŃ

W pracy przedstawiono zmiany modelu przestrzeni planistycznej na podstawie danych wejściowych. Na pierwszym etapie określono model przestrzeni planistycznej na podstawie cech napowierzchniowych naturalnych i antropogenicznych. Zastosowano zmodyfikowaną metodę kartograficznej inwentaryzacji Bajerowskiego [1996].

W metodzie optymalnego wyboru sposobu użytkowania dokonuje się na podstawie inwentaryzacji w polu podstawowym szerokiej gamy cech naturalnych i antropogenicznych. Każda cecha identyfikowalna kartograficznie i występująca na danym obszarze z różną siłą „wymusza” przyjęcie na tym obszarze jednego stanu użytkowania – najlepszego z punktu widzenia występowania tej cechy oraz aktualnego popytu na pewne sposoby użytkowania przestrzeni. Wskazanie optymalnej funkcji danego obszaru następuje po zsumowaniu punktacji rozpisanej w wierszach macierzy odpowiadających poszczególnym cechom przestrzeni zinwentaryzowanym w polu podstawowym (tab. 1). Obiektem badawczym jest fragment gminy Giedaży w województwie warmińsko-mazurskim, zaznaczony w obrębie 15 pól podstawowych na mapach: sytuacyjno-wysokościowej i ewidencyjnej w skalach 1:10000 (rys. 1, 2). Po inwentaryzacji kartograficznej i ocenie pól podstawowych z zastosowaniem powyższej metody dokonano wizualizacji wyników z zastosowaniem programu *arc info* (rys. 3). Gmina jest typowo rolnicza, na waloryzowanym obszarze występuje przewaga użytków rolnych IV klasy, stąd w większości model przestrzeni planistycznej to funkcja rolna (zakres skali od 0 do 4).

Tabela 1. Zmodyfikowana macierz cech Bajerowskiego  
 Table 1. Modified matrix of Bajerowski's characteristics

Funkcja terenu Land function	R	Ls	M	Rk	P
1	2	3	4	5	6
Cechy terenu – Land characteristic					
Linie brzegowe jezior – Shorelines of lakes	-2	3	-6	5	-7
Rzeki i strumienie – Rivers and streams	-2	1	1	3	-7
Kanały i rowy – Canals and ditches	5	-1	-1	-1	-1
Bagna i mokradła – Bogs and wetlands	-2	6	-2	-3	-2
Małe wody stojące – Small standing waters	-3	3	6	1	-2
Źródła – Springs	-1	5	3	-1	-5
Granica lasów – Forests borders	-4	2	3	5	-7
Rzędy drzew – Rows of trees	-3	4	4	-3	-1
Grupy drzew, zagajniki – Groups of trees, coppices	-3	6	3	2	-4
Pojedyncze drzewa – Individual trees	3	-11	7	2	-5
Pasy krzaków, żywopłoty – Belts of bushes, hedges	-2	3	5	-2	0
Zarośla, kępy krzaków, trzcinowiska – Shrubs, groups of bushes, reeds	-2	4	0	-3	0
Teren podmokły – Wetland	0	5	-1	-1	-1
Wąwozy, jary – Gorges, ravi	-2	4	-5	3	-2
Skarpy, nasypy, wykopy, wały, leje – Escarp., embank., excav., dykes, funnels	-1	-1	-1	-1	0
Piaski, głazowiska, kamienisk – Sands, boulders, stones	-2	5	-2	-3	-2
Skały, głazy – Rocks, boulders	-4	4	-5	5	-2
Obszary zdewastowane – Devastated areas	-1	-1	-1	-1	10
Użytki kopalniane – Mining areas	-1	-1	-1	-1	10
Zabudowania – Buildings	-3	-4	7	5	-1
Ruiny – Ruins	-2	-3	6	2	0
Napowietrzne linie energetyczne – Overhear power lines	-1	-1	-1	-1	10
Linie kolejowe – Railway lines	-1	-1	-1	-1	10
Drogi utwardzone – Hardened roads	-3	-4	7	1	9
Drogi ulepszone – Improved roads	-4	-6	6	5	9
Drogi gruntowe – Dirt roads	11	-7	-8	-2	-4
Ścieżki – Paths	-2	0	-1	1	0
Ogrodzenia – Fences	-2	-3	7	-3	9
Cmentarze, grzebowiska – Cemeteries, burial grounds	-1	-1	7	-1	0
Obszary chronione – Protected areas	1	6	-8	-1	-6
Zabytki przyrody – Natural monuments	-1	5	-9	4	-6
Zabytki historyczne – Historical monuments	-3	-4	7	5	-1
Wystawa północna – Northern exposure	3	3	-9	-10	5
Wystawa północno-wschodnia – Northeastern exposure	4	2	-6	-11	2
Wystawa wschodnia – Eastern exposure	1	-1	0	0	-1
Wystawa południowo-wschodnia – Southeastern exposure	0	-8	4	8	-5
Wystawa południowa – Southern exposure	-3	-8	4	8	-3
Wystawa południowo-zachodnia – Southwestern exposure	-1	-9	4	7	-3
Wystawa zachodnia – Western exposure	4	-1	0	-1	0
Wystawa północno-zachodnia – Northwestern exposure	-3	2	-1	-4	10

Tabela 1. cd  
Table 1 cont.

	1	2	3	4	5	6
Spadek 0–3% – Slope 0–3%		8	–9	6	–8	8
Spadek 3–6% – Slope 3–6%		7	–4	7	–10	7
Spadek 6–10% – Slope 6–10%		4	4	–5	–3	–3
Spadek 10–15% – Slope 10–15%		4	1	–4	1	–5
Spadek 15–25% – Slope 15–25%		0	3	–5	4	–2
Spadek 25–35% – Slope 25–35%		–3	4	–5	6	–3
Spadki powyżej 35% – Slope over 35%		–3	2	–1	4	–1
Łąki I–III klasy – Meadows class I–III		2	–3	–1	–3	–1
Łąki IV–V klasy – Meadows class IV–V		5	2	–2	–3	–2
Łąki VI klasy – Meadows class VI		3	5	–2	–3	–1
Pastwiska I–III klas – Pastures class I–III		4	–1	–1	–1	–1
Pastwiska IV–V klasy – Pastures class IV–V		1	–3	–1	–1	0
Pastwiska VI–VIz klasy – Pastures class VI–VIz		–3	3	–1	3	–1
Grunty orne I–IIIb klasy – Arable land class I–IIIb		–1	–1	–1	–1	–1
Grunty orne IVa–V klasy – Arable land class IVa–V		7	–3	–1	–1	–1
Grunty orne VI–VIz klasy – Arable land class VI–VIz		1	3	1	3	1
Suma punktów dodatnich – Sum of positive points		100	100	100	100	100
Suma punktów ujemnych – Sum of negative points		–100	–100	–100	–100	–100
Suma ogólna – Total sum		0	0	0	0	0

R – funkcja rolna, Ls – funkcja leśna, M – funkcja mieszkaniowa, Rk – funkcja rekreacyjna,  
P – funkcja przemysłowa.

Źródło: opracowanie własne.

R – agricultural function, Ls – forest function, M – residential function, Rk – recreational function,

P – industrial function

Source: own work





Rys. 1. Mapa sytuacyjno-wysokościowa fragmentu gminy Giedajty w skali 1:10000

Fig. 1. Planimetric and contour map of a fragment of Giedajty municipality, scale 1:10000

Na obszarze badawczym w granicach trzech pól podstawowych występują fragmenty, gdzie cechy terenu wyznaczają jako optymalny sposób użytkowania funkcję budowlaną (zakres skali od 4 do 8).

Na drugim etapie określono modele przestrzeni planistycznej z uwzględnieniem informacji dotyczących występowania elementów podpowierzchniowych na analizowanym obszarze, takich jak: występowanie pustki, wysokiego poziomu wody gruntowej, występowanie ruin i obiektów historycznych

Modele przestrzeni planistycznej określono z uwzględnieniem wyników badań ankietowych metodą ekspertów. Respondentami byli pracownicy naukowcy Wydziału Geodezji i Gospodarki Przestrzennej UWM w Olsztynie. Dane uzyskane w wyniku przeprowadzonych badań ankietowych poddano analizie w odniesieniu do cech, których wpływ na określony stan użytkowania przestrzeni był przedmiotem badań i wyniki zestawiono w tabeli 2.

W drugiej części badań zasymulowano na obszarze badawczym występowanie niektórych cech będących przedmiotem badań ankietowych. Wysoki poziom wody gruntowej zaznaczono w miejscu występowania małych oczek wodnych – pole podstawowe nr 12, występowanie ruin podziemnych – pole podstawowe nr 14 i pustki – w polu podstawowym nr 4. Do zmodyfikowanej metody Bajerowskiego włączono wyniki z badań ankietowych zestawionych w tabeli 2. W miejscu występowania wysokiego poziomu wody gruntowej zmienił się model przestrzeni planistycznej z mieszkaniowego na rekreacyjny (rys. 4, zakres skali powyżej 8). Przewiduje się, że na tym obszarze przestrzeni powinny powstać: stawy rybne w sąsiedztwie oczek wodnych, a w miejscu

występowania użytków rolnych klasy VI obszary leśne ze ścieżkami rowerowymi. Tam, gdzie zaplanowano ruiny, również zmienił się model z rolnego na rekreacyjny i mieszkaniowy. W tej przestrzeni obszarem rekreacyjnym powinien być obszar ruin udostępniony do zwiedzania, a otoczenie tego terenu ma być zaplanowane jako funkcja budowlana. W polu nr 4 zasymulowano występowanie pustki i model nie zmienił się, pozostał funkcją rolną.



Rys. 2. Mapa ewidencyjna fragmentu gminy Giedajty w skali 1:10000

Fig. 2. Cadastral map of a fragment of Giedajty municipality, scale 1:10000

Tabela 2. Procentowy udział udzielonych odpowiedzi przez respondentów w odniesieniu do poszczególnych cech podpowierzchniowych

Table 2. Percentage share of answers given by respondents concerning individual subsurface characteristics

Funkcja Function	R	Ls	M	Rk	P
Cecha – Characteristic					
Słaba nośność gruntu – Poor bearing capacity of soil	47,9	17,9	4,3	11,4	18,6
Dobra nośność gruntu – Good bearing capacity of soil	18,1	18,1	19,0	22,4	22,4
Pustka wyrobisko – Empty space /workings	31,3	31,3	14,7	14,7	8,0
Złoża materiałów budowlanych – Deposits of construction materials	21,7	11,7	11,7	21,7	33,3
Wysoki poziom wody gruntowej – High level of ground waters	20,7	20,7	18,0	26,7	14,0
Podziemna infrastruktura techniczna – Underground technical infrastructure	30,7	19,5	13,0	23,7	13,0
Ruiny podziemne, obiekty historyczne – Underground ruins, historical objects	20,8	20,8	8,3	50,0	0,0

R – funkcja rolna, Ls – funkcja leśna, M – funkcja mieszkaniowa, Rk – funkcja rekreacyjna, P – funkcja przemysłowa.

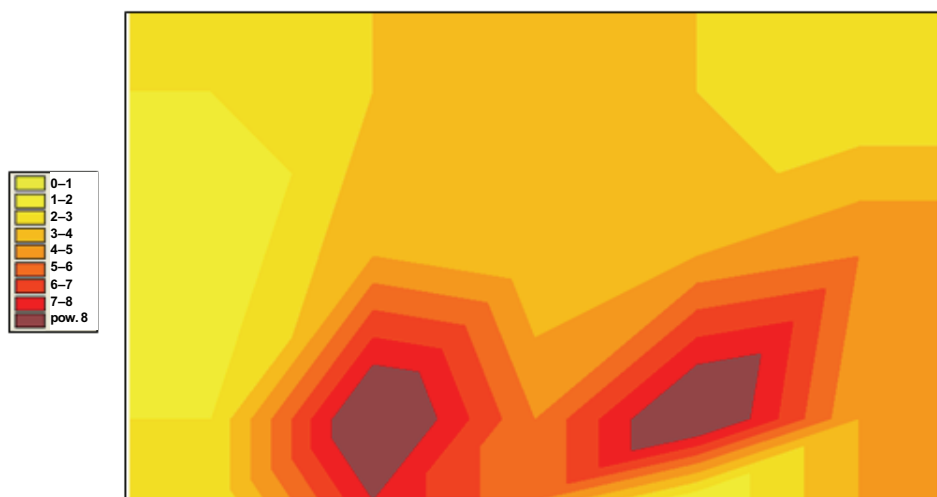
Źródło: opracowanie własne.

R – agricultural function, Ls – forest function, M – residential function, Rk – recreational function, P – industrial function

Source: own work



Rys. 3. Model przestrzeni planistycznej z uwzględnieniem czynników napowierzchniowych  
Fig. 3. Model of planning space considering surface factors



Rys. 4. Model przestrzeni planistycznej z uwzględnieniem czynników powierzchniowych i podpowierzchniowych

Fig. 4. Model of planning space considering surface and subsurface factors

## WNIOSKI

Praktycznym celem pracy, jaki przyświecał badaniom modelowania przestrzeni planistycznej, było uwzględnienie elementów podpowierzchniowych wspomagające poszukiwanie optymalnego sposobu użytkowania przestrzeni. Określenie modelu przestrzeni z wykorzystaniem tych informacji może mieć istotne znaczenie dla zmian tendencji rozwojowych procesów przestrzennych.

Plan powinien stanowić sekwencję zamierzeń odnoszących się do przestrzeni, mając na uwadze jej optymalne zagospodarowanie. Ogromną rolę w procesie kształtowania zjawisk przestrzennych będą pełniły odpowiednie analizy i oceny elementów uzyskanych z badań podpowierzchni ziemi, dostarczając wielu zasadniczych wskazówek do procesu planowania.

Obecny system prawny w Polsce dotyczący zagospodarowania przestrzeni sprawia, że władza człowieka kształtuje przestrzeń. W celu ograniczenia zbyt dużej władzy planisty w decydowaniu o kształcie przestrzeni – korzysta się z różnych opracowań, studiów, analiz i sondaży. Jeszcze jednym elementem aplikacyjnym zmniejszającym zakres podejmowania niewłaściwych decyzji przez planistę powinno stać się uwzględnienie informacji o występowaniu elementów podpowierzchniowych.

Planowanie przestrzenne jest pewnego rodzaju prognozowaniem zmian przestrzeni, a jej odzwierciedleniem jest plan zagospodarowania przestrzennego. Uzyskane wyniki mogą dostarczyć informacji o kształtowaniu się funkcji planistycznych podczas prac praktycznych związanych z opracowywaniem kształtu planów zagospodarowania przestrzennego. Mogą również przyczynić się do zmian w istniejących tendencjach rozwojowych, związanych z tworzeniem modeli przestrzeni planistycznej, poprzez włączenie wyników analiz podpowierzchni ziemi.

## PIŚMIENNICTWO

- Bajerowski T., 1996. Methodology for selecting optimal land use in rural areas. Acta. Acad. Agricult. Tech. Olst. Geodaesia et Ruris Regulatio, No 26, Supplementum B, Olsztyn.
- Bartnicka M., 1989. Representations of urban space of Warsaw. (Study of perception geography). Geographic Documentation No. 2, Wrocław, Warszawa, Kraków, Gdańsk, Łódź.
- Domański R., 2006. Gospodarka przestrzenna. Podstawy teoretyczne. Wyd. PWN, Warszawa.
- Gerus-Gościewska M., 2004. Atrakторы użytkowania ziemi jako element w zarządzaniu rozwojem lokalnym. Przestrzeń w zarządzaniu regionalnym i lokalnym pod redakcją Tomasza Markowskiego. Biuletyn KPZR Zeszyt 211, KPZK PAN, Warszawa.
- Gerus-Gościewska M., 2005. Wykorzystanie wyników z pomiarów geofizycznych w planowaniu przestrzennym. Prace naukowe Instytutu Górnictwa Politechniki Wrocławskiej nr 114. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław.
- Gerus-Gościewska M., 2006. The influence of geophysical measurements applications on land use attractor . 12th FIG Symposium on Deformation Measurement . Research Group of Engineering Geodesy, Vienna University of Technology, Baden.
- Hopfer A., Cymerman R., Nowak A., 1982. Evaluation and valuation of rural land. PWRiL, Warszawa.

## MODELING OF PLANNING SPACE USING SUBSURFACE INFORMATION

**Abstract.** We are all using models. In daily life we need effective models to act efficiently. Similarly, in studies on selecting the optimal development function we assume that the crossed space characteristics are related to a specific function, that the problems formulated relate to reality. Those assumptions are actually models describing the shape of planning space under the influence of characteristics conditioning it. Modeling means creating the idealized but useful replica of the real space.

Civilization development and increase of social needs require development of continuously new fragments of space and, related to it, continual modification of areas already developed. The land use status changes under the influence of needs related to human existence, which causes allocation of agricultural and forest areas for urbanization.

Choice of the optimal land use function depends on the presence of various characteristics of the space in the place assessed. The characteristics on land surface such as terrain relief, fertility characteristics of the soil, existing natural and anthropogenous elements most frequently influence the planning decisions concerning the development method. This paper also considers the information concerning presence of subsurface elements in the analyzed area such as type of soil bearing capacity, presence of empty spaces, construction materials' deposits, ruins and historical objects, high level of ground waters and technical infrastructure. Variants of shape model based on surface characteristics, without information on underground elements and variants of changes to the model including those elements are presented. Inclusion of subsurface element in the planning space modeling process will contribute to optimization of planned function selection and decrease the number of decision mistakes made by planners in the process of physical planning.

**Key words:** physical planning, planning function, modeling of planning space, characteristics of space

Zaakceptowano do druku – Accepted for print: 25.09.2008

Do cytowania – For citation: Gerus-Gościewska M., 2008. Z wykorzystaniem informacji podpowierzchniowych. Acta Sci. Pol. Geod. Descr. Terr. 7(3), 37–45.



## **ANALIZA DOKŁADNOŚCI POMIARÓW SYTUACYJNYCH WYKONYWANYCH METODĄ BIEGUNOWĄ ORAZ DOMIARÓW PROSTOKĄTNYCH**

Adam Duskocz

Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie

**Streszczenie.** Współczesne technologie wyznaczania położenia punktów sytuacyjnych są w ogromnej mierze zautomatyzowane i opierają się na metodach: bezpośrednich pomiarów terenowych, technikach satelitarnych, fotogrametrycznych lub przetwarzania graficzno-numerycznego istniejących opracowań kartograficznych.

Niezmiernie ważną w procesie pozyskiwania danych sytuacyjnych do opracowywania map wielkoskalowych (obecnie w zasadzie w formie cyfrowej) lub realizacji innych przedsięwzięć gospodarczych jest kwestia ich dokładności, co w praktyce sprowadza się do respektowania przepisów prawnych oraz zastosowania standardów technicznych obowiązujących w dziedzinie geodezji i kartografii.

W niniejszej pracy odniesiono się do dokładności wyznaczenia położenia punktów sytuacyjnych w wyniku bezpośrednich pomiarów terenowych metodą biegunową i metodą domiarów prostokątnych. Dokładność pomiarów sytuacyjnych skonfrontowano z wymogami obowiązującej instrukcji G-4 oraz zaleceniami zawartymi w projekcie instrukcji G-4.

Przeprowadzone badania potwierdziły wysoką dokładność (określoną względem najbliższych punktów poziomej osnowy geodezyjnej) szczegółowych pomiarów sytuacyjnych realizowanych z wykorzystaniem współczesnych tachimetrów elektronicznych. Współczesne pomiary sytuacyjne wykonywane tachimetrem elektronicznym zapewniają wyznaczenie położenia pikiety, w zakresie szczegółów sytuacyjnych I grupy dokładnościowej przy ich starannej identyfikacji, z dokładnością rzędu  $0,03 \div 0,05$  m.

Na podstawie przeprowadzonych badań stwierdzono także, iż możliwe jest wyznaczenie położenia szczegółów sytuacyjnych I grupy dokładnościowej (przy ich starannej identyfikacji) metodą domiarów prostokątnych z dokładnością nie gorszą niż  $0,05$  m (względem punktów dowiązania pomiaru). Jednakże ze względu na dużą pracochłonność ortogonalnych pomiarów szczegółowych i znikomą możliwość automatyzacji zarówno pomiarów,

---

Praca powstała w ramach badań zleconych przez Główny Urząd Geodezji i Kartografii w Warszawie (KN-2501-14-05) [http://www.gugik.gov.pl/gugik/w\\_pages/w\\_doc\\_idx.php?loc=2](http://www.gugik.gov.pl/gugik/w_pages/w_doc_idx.php?loc=2)

---

Adres do korespondencji – Corresponding author: Adam Duskocz, Katedra Geodezji Szczegółowej, Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie, ul. Heweliusza 12, 10-957 Olsztyn, e-mail: [adam.duskocz@uwm.edu.pl](mailto:adam.duskocz@uwm.edu.pl)

jak i zapisu ich wyników – w przypadku pomiarów sytuacyjnych (zwłaszcza tych realizowanych na terenach zurbanizowanych) uzasadnione jest stosowanie metody domiarów prostokątnych jedynie jako metody uzupełniającej; wykorzystywanej w niewielkim zakresie w stosunku do dominującej w pomiarach sytuacyjnych metody biegunowej (wykonywanej z zastosowaniem instrumentów typu *total station*).

**Słowa kluczowe:** G-4, pomiar sytuacyjny, total station, metoda biegunowa i ortogonalna

## WPROWADZENIE

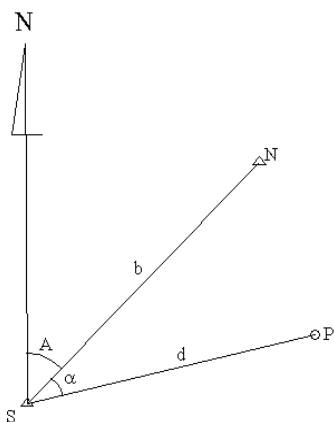
Współczesne technologie wyznaczania położenia punktów sytuacyjnych są w ogromnej mierze zautomatyzowane i opierają się na metodach: bezpośrednich pomiarów terenowych, technik satelitarnych, fotogrametrycznych lub przetwarzania graficzno-numerycznego istniejących opracowań kartograficznych.

Niezmiernie ważną w procesie pozyskiwania danych sytuacyjnych do opracowywania map wielkoskalowych (obecnie w zasadzie w formie cyfrowej) lub realizacji innych przedsięwzięć gospodarczych jest kwestia ich dokładności, co w praktyce sprowadza się do respektowania przepisów prawnych oraz zastosowania standardów technicznych obowiązujących w dziedzinie geodezji i kartografii.

W niniejszej pracy odniesiono się do dokładności wyznaczenia położenia punktów sytuacyjnych w wyniku bezpośrednich pomiarów terenowych metodą biegunową i metodą domiarów prostokątnych. Dokładność pomiarów sytuacyjnych skonfrontowano z wymogami obowiązującej instrukcji G-4 oraz zaleceniami zawartymi w projekcie nowej instrukcji G-4.

## 1. ANALIZA DOKŁADNOŚCI POMIARU SYTUACYJNEGO METODĄ BIEGUNOWĄ

W metodzie biegunowej wyznaczenie położenia szczegółu sytuacyjnego realizowane jest w oparciu o pomierzoną odległość od stanowiska instrumentu do punktu celowania oraz pomierzony kierunek na ten punkt. Ideę pomiaru sytuacyjnego metodą biegunową przedstawia rysunek 1.



Rys. 1. Idea pomiaru sytuacyjnego metodą biegunową

Fig. 1. Idea of topographic survey of the polar method



Współrzędne wyznaczanego punktu sytuacyjnego ( $P$ ), zgodnie z powyższym rysunkiem, określają następujące zależności:

$$\begin{aligned} X_p &= X_s + d \cdot \cos(A + \alpha) \\ Y_p &= Y_s + d \cdot \sin(A + \alpha) \end{aligned} \quad (1)$$

przy czym

$$A = \operatorname{artg} \left( \frac{Y_N - Y_S}{X_N - X_S} \right)$$

Przyjęte oznaczenia:

- $X_S, Y_S$  – współrzędne stanowiska instrumentu,
- $X_N, Y_N$  – współrzędne punktu nawięzania,
- $A$  – azymut boku osnowy (stanowisko-nawięzanie),
- $d$  – pomierzona odległość do pikiety,
- $\alpha$  – pomierzony kąt poziomy, pomiędzy bokiem osnowy a kierunkiem na pikiety.

Kwadrat błędu położenia wyznaczanego punktu wyraża zależność:

$$m_p^2 = m_x^2 + m_y^2 \quad (2)$$

gdzie:

- $m_x$  – bład średni współrzędnej  $X$  punktu sytuacyjnego,
- $m_y$  – bład średni współrzędnej  $Y$  punktu sytuacyjnego.

Zgodnie z prawem przenoszenia się błędów średnich Gaussa, traktując wielkości pomierzone i współrzędne punktów osnowy jako zmienne niezależne, wyznaczono na podstawie zależności (1) i (2) bład położenia punktu sytuacyjnego (pikiety):

$$m_p = \sqrt{m_x^2 + m_y^2} = \sqrt{\left( \frac{d^2}{2b^2} + 1 - \frac{d}{b} \cdot \cos \alpha \right) \cdot m_s^2 + \frac{d^2}{2b^2} \cdot m_N^2 + m_d^2 + d^2 \cdot m_\alpha^2} \quad (3)$$

gdzie:

- $b$  – długość boku osnowy (stanowisko-nawięzanie),
- $m_s$  – bład położenia punktu osnowy (stanowisko),
- $m_N$  – bład położenia punktu osnowy (nawięzanie),
- $m_d$  – bład średni pomiaru odległości,
- $m_\alpha$  – bład średni pomiaru kąta, który – przy założeniu równej dokładności pomiaru kierunków  $S-N$  i  $S-P$  – wynosi  $m_\alpha = \sqrt{2} \cdot m_k$  (gdzie  $m_k$  jest błędem średnim pomiaru kierunku).

W trakcie przekształceń prowadzących do wzoru (3) założono równość błędów średnich  $m_x$  i  $m_y$  w błędach położenia punktów osnowy:

$$m_{x_S} = m_{y_S} = \frac{m_S}{\sqrt{2}}$$

$$m_{x_N} = m_{y_N} = \frac{m_N}{\sqrt{2}} \quad (4)$$

Wzór (3) uwzględnia, obok wpływu błędów pomiaru kąta i odległości, także wpływ błędów położenia punktów dowiązania.

### **Wpływ błędów pomiaru kąta i odległości na dokładność wyznaczenia położenia punktu sytuacyjnego**

Określenie wpływu błędów pomiaru kąta i odległości na dokładność wyznaczenia położenia punktu sytuacyjnego wykonano przy założeniu bezbłędności położenia punktów dowiązania:

$$m_{P(pom)} = \sqrt{m_d^2 + d^2 \cdot m_\alpha^2} \quad (5)$$

Analizę przeprowadzono dla:

- wybranych parametrów pomiaru – określonych w tabeli III § 32 obowiązującej instrukcji G-4 z 1983 r. (zgodnie z Rozporządzeniem z 1999 roku w sprawie standardów technicznych dotyczących geodezji, kartografii oraz krajowego systemu informacji o terenie) – tych, które są zgodne ze współcześnie wykorzystywanymi technikami pomiarowymi;
- wymogów dokładności pomiarów sytuacyjnych sformułowanych projekcie instrukcji G-4 z 2002 r.;
- dokładności sytuacyjnych pomiarów szczegółowych, uzyskiwanych z zastosowaniem dostępnych na rynku tachimetrów elektronicznych [Opracowanie 2000, 2001, Pudło 2004] (w pięciu wariantach – konfiguracjach sprzętowych – z ich rozróżnieniem pod względem nominalnej [Lizończyk 2000] dokładności pomiaru kąta i odległości). Przeanalizowano następujące warianty charakteryzujące dokładność pomiarów total station:

I –  $m_\alpha = 3''$  ( $m_k = 2''$ ),  $m_d = 0,002 \text{ m} + 2 \text{ ppm}$

II –  $m_\alpha = 5''$  ( $m_k = 3''$ ),  $m_d = 0,003 \text{ m} + 3 \text{ ppm}$

III –  $m_\alpha = 7''$  ( $m_k = 5''$ ),  $m_d = 0,005 \text{ m} + 3 \text{ ppm}$

IV –  $m_\alpha = 15''$  ( $m_k = 10''$ ),  $m_d = 0,005 \text{ m} + 5 \text{ ppm}$

V –  $m_\alpha = 30''$  ( $m_k = 20''$ ),  $m_d = 0,010 \text{ m} + 5 \text{ ppm}$

Dokładność wyznaczenia położenia punktu sytuacyjnego w zależności od błędów pomiaru kąta i odległości obliczono ze wzoru (5). Wyniki zestawiono w tabelach 1a, 1b, 1c (wartości  $m_{P(pom)}$  wyrażono w metrach).

Tabela 1a. Dokładność wyznaczenia położenia punktu sytuacyjnego w zależności od błędów pomiaru kąta ( $m_\alpha$ ) i odległości ( $m_d$ ) dopuszczalnych zgodnie z wymogami instrukcji G-4

Table 1a. Accuracy of position determination of topographic point due to the angular error ( $m_\alpha$ ) and the distance error ( $m_d$ ) acceptable in accordance with requirements of the G-4 Instruction

$m_\alpha$ ( $m_k$ )	$m_{P(pom)}$ wyznaczony ze wzoru (5) [m] $m_{P(pom)}$ determined basing on the formula (5)													
	Pomierzona odległość do pikiety (d) [m] Surveyed distance to a topographic point (d)													
	10	25	50	75	100	115	140	150	200	400	1350	2000	2250	3500
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
45" (30")	Pomiar odległości – dokładny (sprzęt – dalmierz elektromagnetyczny) $m_d = 0,05$ m (szczegóły I i II grupy) Measurement distance with the EDM $m_d = 0,05$ m (details of the 1 <sup>st</sup> and 2 <sup>nd</sup> accuracy group)													
	0,050	0,050	0,051	0,053	0,055	0,056	0,059	0,060	0,066	0,101	0,299	0,439	-	-
45" (30")	Pomiar odległości – dokładny (sprzęt – dalmierz elektromagnetyczny) $m_d = 0,10$ m (szczegóły III grupy) Measurement distance with the EDM $m_d = 0,10$ m (details of the 3 <sup>rd</sup> accuracy group)													
	0,100	0,100	0,101	0,101	0,102	0,103	0,105	0,105	0,109	0,133	0,311	0,448	0,501	0,770
1,5' (1')	Pomiar odległości – bezpośredni (sprzęt – ruletka stalowa) $m_d = 0,05$ m (szczegóły I grupy dokładnościowej) Measurement distance with the steel tape $m_d = 0,05$ m (details of the 1 <sup>st</sup> accuracy group)													
	0,050	0,051	0,055	0,060	0,066	0,071	0,079	0,082	0,101	-	-	-	-	-
7,5' (5')	Pomiar odległości – bezpośredni (sprzęt – ruletka stalowa) $m_d = 0,05$ m (szczegóły II grupy dokładnościowej) Measurement distance with the steel tape $m_d = 0,05$ m (details of the 2 <sup>nd</sup> accuracy group)													
	0,055	0,074	0,120	0,171	0,224	0,256	0,309	0,331	-	-	-	-	-	-
15' (10')	Pomiar odległości – bezpośredni (sprzęt – ruletka stalowa) $m_d = 0,10$ m (szczegóły III grupy dokładnościowej) Measurement distance with the steel tape $m_d = 0,10$ m (details of the 3 <sup>rd</sup> accuracy group)													
	0,109	0,148	0,240	0,342	0,448	0,512	-	-	-	-	-	-	-	-

Tabela 1b. Dokładność wyznaczenia położenia punktu sytuacyjnego w zależności od błędów pomiaru kąta ( $m_\alpha$ ) i odległości ( $m_d$ ) dopuszczalnych zgodnie z zaleceniami projektu instrukcji G-4

Table 1b. Accuracy of position determination of topographic point due to the angular error ( $m_\alpha$ ) and the distance error ( $m_d$ ) acceptable in accordance with requirements of the draft G-4 Instruction

$m_\alpha = 90^\circ$ $m_k = 60^\circ$ Grupa szczegółów Group of details	$m_{P(pom)}$ wyznaczony ze wzoru (5) [m] $m_{P(pom)}$ determined basing on the formula (5)											
	Pomierzona odległość do pikiety (d) [m] Surveyed distance to a topographic point (d)											
	10	25	50	75	100	160	200	250	500	600	800	
I $m_d = 0,07$ m	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
	0,070	0,071	0,073	0,077	0,082	0,099	0,112	0,130	-	-	-	
II $m_d = 0,20$ m	0,200	0,200	0,201	0,203	0,205	0,212	0,218	0,228	0,296	0,329	-	
III $m_d = 0,35$ m	0,350	0,350	0,351	0,352	0,353	0,357	0,361	0,367	0,412	0,437	0,494	

Tabela 1c. Dokładność wyznaczenia położenia punktu sytuacyjnego w zależności od błędów pomiaru kąta ( $m_\alpha$ ) i odległości ( $m_d$ ) charakteryzujących współczesne tachometry elektroniczne

Table 1c. Accuracy of position determination of topographic point due to the angular error ( $m_\alpha$ ) and the distance error ( $m_d$ ) characteristic to contemporary electronic tacheometers

Wariant Variant	$m_{P(pom)}$ wyznaczone ze wzoru (5) [m] $m_{P(pom)}$ determined basing on the formula (5)													
	Pomierzona odległość do pikiety ( $d$ ) [m] Surveyed distance to a topographic point ( $d$ )													
	10	25	50	75	100	150	200	250	700	1250	2000	3000	3500	4000
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
I	0,002	0,002	0,002	0,002	0,003	0,003	0,004	0,004	0,011	0,019	0,030	0,044	0,052	0,059
II	0,003	0,003	0,003	0,004	0,004	0,005	0,006	0,007	0,018	0,031	0,049	0,074	0,086	0,098
III	0,005	0,005	0,005	0,006	0,006	0,007	0,009	0,010	0,025	0,043	0,069	0,103	0,120	0,137
IV	0,005	0,005	0,006	0,008	0,009	0,012	0,016	0,019	0,052	0,092	0,146	0,219	0,256	0,292
V	0,010	0,011	0,013	0,015	0,018	0,024	0,031	0,038	0,103	0,183	0,292	0,437	0,510	0,583

### Wpływ błędów położenia punktów osnowy na dokładność wyznaczenia położenia punktu sytuacyjnego

Z powyższych analiz oraz z wyników prezentowanych w literaturze przedmiotu [Dąbrowski i in. 1998] wynika, że przy charakterystycznych dla współczesnych tachometrów elektronicznych dokładnościach pomiaru kąta i odległości możliwe jest wyznaczenie położenia szczegółu sytuacyjnego I grupy dokładnościowej – względem punktów osnowy geodezyjnej (przy starannej identyfikacji szczegółu) – z błędem rzędu  $0,03 \div 0,05$  m.

Uwzględnienie charakterystyk dokładnościowych poziomych osnow geodezyjnych, wykorzystywanych w szczegółowych pomiarach sytuacyjnych, zrealizowano poprzez określenie wpływu błędów położenia punktów dowiązania na dokładność wyznaczenia położenia punktu sytuacyjnego (przy założeniu bezbłędności pomiaru kąta i odległości):

$$m_{P(os)} = \sqrt{\left( \frac{d^2}{2b^2} + 1 - \frac{d}{b} \cdot \cos \alpha \right) \cdot m_s^2 + \frac{d^2}{2b^2} \cdot m_N^2} \quad (6)$$

Analizę przeprowadzono dla sześciu wariantów, przyjmując do obliczeń wartości błędów położenia punktów:

- I – osnowy odtwarzalnej III klasy (stwierdzony empirycznie  $m_p \leq 0,03m$ ) [Dąbrowski i in. 1992];
- II – osnowy pomiarowej ściśle wyrównanej w nawiązaniu do osnowy odtwarzalnej III klasy (stwierdzony empirycznie  $m_p \leq 0,05$  m) [Dąbrowska i in. 1995a];
- III – osnowy szczegółowej III klasy (założonej przy użyciu systemu satelitarnego zgodnie z projektem instrukcji G-2 z 2001 roku  $m_p \leq 0,07$  m);
- IV – osnowy szczegółowej III klasy (zgodnie z wymogami obowiązującej instrukcji technicznej G-4  $m_p \leq 0,10$  m, jest to jednocześnie dopuszczalny błąd położenia punktu osnowy pomiarowej założonej zgodnie z zaleceniami projektu instrukcji O-1/O-2 z 2001 r.);
- V – osnowy pomiarowej (zgodnie z wymogami obowiązującej instrukcji G-4  $m_p \leq 0,20$  m);
- VI – osnowy pomiarowej dla terenów rolnych i leśnych (zgodnie z wymogami obowiązującej instrukcji G-4  $m_p \leq 0,50$  m).

W zasadniczych przypadkach (oznaczonych literą *a*) założono równość błędów położenia punktów osnowy (stanowiska tachimetru i punktu nawiązania pomiaru  $m_S=m_N$ ). Natomiast w innych (oznaczonych literą *b*) uwzględniono różnice w dokładności położenia punktu osnowy, na którym zlokalizowano stanowisko instrumentu i punktu nawiązania pomiaru – mianowicie założono, że pomiary zorientowane są na punkty poziomej osnowy geodezyjnej wyższej klasy (o mniejszym błędzie położenia punktu).

Dokładność wyznaczenia położenia punktu sytuacyjnego w zależności od błędów położenia punktów osnowy określono ze wzoru (6). Obliczenia wykonano, przyjmując wartości: założonej wielkości stosunku ( $d/b$ ) pomierzonej odległości do pikiety do długości boku osnowy (nawiązania) oraz pomierzonego kąta  $\alpha$  (odpowiadającego charakterystycznym wartościom funkcji cosinus). Wyniki zestawiono w tabeli 2, wartości  $m_{P(0s)}$  wyrażono w metrach.

Tabela 2. Dokładność wyznaczenia położenia punktu sytuacyjnego w zależności od błędów położenia punktów osnowy

Table 2. Accuracy of position determination of topographic point due to position errors of points of the control network

Wariant Variant	Pomierzony kąt Surveyed angle	$m_{P(0s)}$ wyznaczone ze wzoru (6) [m] $m_{P(0s)}$ determined basing on the formula (6)										
		Wielkość stosunku pomierzonej odległości do długości boku osnowy ( $d/b$ ) Proportion surveyed distance to length of base line of the control network ( $d/b$ )										
		0,1	0,5	1	1,5	2	3	4	5	10	15	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
I – a $m_S = m_N = 0,03$ m	$\alpha = 0^\circ$	0,03	0,03	0,03	0,04	0,05	0,08	0,11	0,14	0,29	0,44	
	$\alpha = 90^\circ$	0,03	0,03	0,04	0,05	0,07	0,09	0,12	0,15	0,30	0,45	
	$\alpha = 180^\circ$	0,03	0,04	0,05	0,07	0,08	0,11	0,14	0,17	0,32	0,47	
II – a $m_S = m_N = 0,05$ m	$\alpha = 0^\circ$	0,05	0,04	0,05	0,07	0,09	0,13	0,18	0,23	0,48	0,73	
	$\alpha = 90^\circ$	0,05	0,06	0,07	0,09	0,11	0,16	0,21	0,25	0,50	0,75	
	$\alpha = 180^\circ$	0,05	0,07	0,09	0,11	0,13	0,18	0,23	0,28	0,53	0,78	
II – b $m_S = 0,05$ m $m_N = 0,03$ m	$\alpha = 0^\circ$	0,05	0,04	0,04	0,05	0,07	0,10	0,14	0,18	0,38	0,59	
	$\alpha = 90^\circ$	0,05	0,05	0,06	0,08	0,10	0,13	0,17	0,21	0,42	0,62	
	$\alpha = 180^\circ$	0,05	0,06	0,08	0,10	0,12	0,16	0,20	0,24	0,44	0,65	
III – a $m_S = m_N = 0,07$ m	$\alpha = 0^\circ$	0,07	0,06	0,07	0,09	0,12	0,19	0,25	0,32	0,67	1,02	
	$\alpha = 90^\circ$	0,07	0,08	0,10	0,13	0,16	0,22	0,29	0,36	0,70	1,05	
	$\alpha = 180^\circ$	0,07	0,09	0,12	0,15	0,19	0,25	0,32	0,39	0,74	1,09	
IV – a $m_S = m_N = 0,10$ m	$\alpha = 0^\circ$	0,10	0,09	0,10	0,13	0,17	0,26	0,36	0,46	0,95	1,45	
	$\alpha = 90^\circ$	0,10	0,11	0,14	0,18	0,22	0,32	0,41	0,51	1,00	1,50	
	$\alpha = 180^\circ$	0,11	0,13	0,17	0,22	0,26	0,36	0,46	0,56	1,05	1,55	
IV – b $m_S = 0,10$ m $m_N = 0,07$ m	$\alpha = 0^\circ$	0,10	0,08	0,09	0,11	0,14	0,22	0,30	0,38	0,81	1,24	
	$\alpha = 90^\circ$	0,10	0,11	0,13	0,16	0,20	0,28	0,36	0,44	0,87	1,30	
	$\alpha = 180^\circ$	0,11	0,13	0,17	0,20	0,24	0,33	0,41	0,50	0,92	1,36	
V – a $m_S = m_N = 0,20$ m	$\alpha = 0^\circ$	0,19	0,17	0,20	0,26	0,35	0,53	0,72	0,92	1,91	2,91	
	$\alpha = 90^\circ$	0,20	0,22	0,28	0,36	0,45	0,63	0,82	1,02	2,01	3,01	
	$\alpha = 180^\circ$	0,21	0,26	0,35	0,44	0,53	0,72	0,92	1,11	2,11	3,10	
V – b $m_S = 0,20$ m $m_N = 0,10$ m	$\alpha = 0^\circ$	0,19	0,16	0,16	0,19	0,24	0,38	0,53	0,68	1,46	2,25	
	$\alpha = 90^\circ$	0,20	0,22	0,25	0,31	0,37	0,51	0,66	0,82	1,59	2,38	
	$\alpha = 180^\circ$	0,21	0,26	0,32	0,40	0,47	0,62	0,77	0,93	1,71	2,50	
VI – a $m_S = m_N = 0,50$ m	$\alpha = 0^\circ$	0,48	0,43	0,50	0,66	0,87	1,32	1,80	2,29	4,77	7,26	
	$\alpha = 90^\circ$	0,50	0,56	0,71	0,90	1,12	1,58	2,06	2,55	5,02	7,52	
	$\alpha = 180^\circ$	0,53	0,66	0,87	1,09	1,32	1,80	2,29	2,78	5,27	7,76	
VI – b $m_S = 0,50$ m $m_N = 0,10$ m	$\alpha = 0^\circ$	0,48	0,40	0,36	0,41	0,52	0,82	1,15	1,50	3,28	5,07	
	$\alpha = 90^\circ$	0,50	0,53	0,62	0,74	0,88	1,19	1,53	1,87	3,64	5,43	
	$\alpha = 180^\circ$	0,53	0,64	0,79	0,96	1,13	1,47	1,82	2,18	3,97	5,77	

### Średni błąd położenia punktu sytuacyjnego wyznaczonego metodą biegunową z uwzględnieniem błędności punktów osnowy geodezyjnej

Średni błąd położenia punktu sytuacyjnego wyznaczonego metodą biegunową, z uwzględnieniem błędności punktów osnowy, określono ze wzoru (3). W niniejszej pracy przedstawiono wyniki uzyskane dla boku nawiazania  $b = 350$  m oraz przy założonych wielkościach stosunku ( $d/b$ ) pomierzonej odległości do pikiety do długości boku osnowy (stanowisko-nawiazanie) wynoszących kolejno: 0,05; 0,1; 0,2; 0,5; 1; 1,5; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 10; 12; 15; 20; 40; 70.

W tabeli 4 przedstawiono wyniki uzyskane dla 1. konfiguracji sprzętowej, pomiar za pomocą tachimetrów o najmniejszych błędach pomiarowych (wartości  $m_p$  wyrażono w metrach). Pomierzone odległości ( $d$ ) do pikiety wyrażono pośrednio poprzez wielkości stosunku  $d/b$  i przyjęte długości boku osnowy, wynoszą one odpowiednio (tab. 3):

Tabela 3. Odległość do pikiety wynikająca z założonych wielkości stosunku  $d/b$  i długości boku nawiazania

Table 3. Distance to a topographic point resultant from proportion  $d/b$  and length of base line of the control network

$d/b$	0,05	0,1	0,2	0,5	1	1,5	2	3	4	5	6	7	10
$d$ [m]	17,5	35	70	175	350	525	700	1050	1400	1750	2100	2450	3500

Tabela 4. Dokładność wyznaczenia położenia punktu sytuacyjnego metodą pomiaru biegunowego (z uwzględnieniem błędów punktów osnowy) wykonanego z wykorzystaniem I konfiguracji sprzętowej przy długości boku nawiazania  $b=350$  m

Table 4. The accuracy of position determination of topographic point with the polar method survey (with consideration errors of points of the control network) realized using I configuration of equipment and length of base line  $b = 350$  m

$m_S = m_N$	Pomierzony kąt Surveyed angle	$m_p$ wyznaczony ze wzoru (3) [m] $m_p$ determined basing on the formula (3)												
		Wielkość stosunku pomierzonej odległości do długości boku osnowy ( $d/b$ ) Proportion surveyed distance to length of base line of the control network ( $d/b$ )												
		0,05	0,1	0,2	0,5	1	1,5	2	3	4	5	6	7	10
1		3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	$\alpha = 0^\circ$	0,029	0,029	0,028	0,026	0,031	0,041	0,053	0,081	0,110	0,140	0,170	0,200	0,291
	$\alpha = 90^\circ$	0,030	0,030	0,031	0,034	0,043	0,055	0,068	0,096	0,125	0,155	0,185	0,215	0,306
0,03 m	$\alpha = 180^\circ$	0,031	0,032	0,033	0,040	0,052	0,066	0,080	0,109	0,139	0,169	0,199	0,229	0,320
	$\alpha = 0^\circ$	0,049	0,048	0,046	0,043	0,050	0,067	0,087	0,133	0,181	0,231	0,280	0,330	0,480
	$\alpha = 90^\circ$	0,050	0,050	0,051	0,056	0,071	0,091	0,112	0,159	0,207	0,256	0,306	0,355	0,505
0,05 m	$\alpha = 180^\circ$	0,051	0,053	0,056	0,066	0,087	0,109	0,133	0,181	0,230	0,280	0,329	0,379	0,529
	$\alpha = 0^\circ$	0,068	0,067	0,064	0,061	0,070	0,093	0,122	0,186	0,253	0,322	0,391	0,460	0,670
	$\alpha = 90^\circ$	0,070	0,070	0,071	0,078	0,099	0,126	0,157	0,222	0,289	0,358	0,427	0,496	0,705
0,07 m	$\alpha = 180^\circ$	0,072	0,074	0,078	0,093	0,121	0,153	0,186	0,253	0,321	0,391	0,460	0,530	0,739
	$\alpha = 0^\circ$	0,098	0,095	0,092	0,087	0,100	0,133	0,174	0,265	0,361	0,459	0,558	0,657	0,955
	$\alpha = 90^\circ$	0,100	0,101	0,102	0,112	0,142	0,180	0,224	0,317	0,413	0,511	0,609	0,708	1,006
0,10 m	$\alpha = 180^\circ$	0,103	0,105	0,111	0,132	0,173	0,218	0,265	0,361	0,459	0,557	0,656	0,756	1,055
	$\alpha = 0^\circ$	0,195	0,191	0,183	0,173	0,200	0,265	0,347	0,529	0,721	0,917	1,114	1,312	1,909
	$\alpha = 90^\circ$	0,200	0,201	0,204	0,224	0,283	0,361	0,447	0,633	0,825	1,020	1,217	1,415	2,011
0,20 m	$\alpha = 180^\circ$	0,205	0,211	0,223	0,265	0,346	0,436	0,529	0,721	0,917	1,114	1,312	1,510	2,108
	$\alpha = 0^\circ$	0,488	0,477	0,458	0,433	0,500	0,661	0,866	1,323	1,803	2,291	2,784	3,279	4,770
	$\alpha = 90^\circ$	0,501	0,502	0,510	0,559	0,707	0,901	1,118	1,581	2,062	2,550	3,042	3,536	5,025
0,50 m	$\alpha = 180^\circ$	0,513	0,527	0,557	0,661	0,866	1,090	1,323	1,803	2,291	2,784	3,279	3,775	5,268

### Podsumowanie przeprowadzonych badań i analiz odnośnie dokładności pomiaru sytuacyjnego metodą biegunową

W zakresie wymogów obowiązującej instrukcji G-4 stwierdzono, dla zawartych w niej parametrów dokładnościowych pomiarów, co następuje (tab. 1a):

- 1) w przypadku pomiaru odległości dalmierzem elektromagnetycznym możliwe jest wyznaczenie położenia szczegółów sytuacyjnych poszczególnych grup, z wymaganą dokładnością położenia punktu (mierzoną względem najbliższych punktów poziomej osnowy geodezyjnej), w następujących odległościach od stanowiska instrumentu: szczegóły I grupy dokładnościowej do 400 m, II grupy dokładnościowej do 1350 m i III grupy dokładnościowej do 2250 m;
- 2) w przypadku pomiaru odległości przymiarem wstęgowym możliwe jest wyznaczenie położenia szczegółów sytuacyjnych poszczególnych grup, z wymaganą dokładnością położenia punktu (mierzoną względem najbliższych punktów poziomej osnowy geodezyjnej), w następujących odległościach od stanowiska instrumentu: szczegóły I grupy dokładnościowej do 200 m, II grupy dokładnościowej do ok. 140 m i III grupy dokładnościowej do ok. 115 m.

W zakresie zalecanych dokładności pomiaru określonych w projekcie instrukcji G-4 stwierdzono (tab. 1b), że możliwe jest wyznaczenie położenia szczegółów sytuacyjnych poszczególnych grup, z wymaganą dokładnością położenia punktu (mierzoną względem najbliższych punktów poziomej osnowy geodezyjnej), w następujących odległościach od stanowiska instrumentu: w przypadku I grupy dokładnościowej do 160 m (potwierdzono zalecenia projektu), II grupy dokładnościowej do 500 m (w projekcie zaleca się odległość nie większą niż 400 m), natomiast dla III grupy dokładnościowej do 800 m (w projekcie zalecana jest odległość nie większą niż 600 m).

Przeprowadzone badania potwierdziły wysoką dokładność (określoną względem najbliższych punktów poziomej osnowy geodezyjnej) szczegółowych pomiarów sytuacyjnych realizowanych z wykorzystaniem współczesnych tachimetrów elektronicznych. Współczesne pomiary sytuacyjne wykonywane *total station* (tachimetrem o przeciętnej dokładności, III lub IV wariant konfiguracji sprzętowej) zapewniają wyznaczenie położenia pikiety, w zakresie szczegółów sytuacyjnych I grupy dokładnościowej przy ich starannej identyfikacji, z dokładnością rzędu  $0,03 \div 0,05$  m (tabela 1c, kolumna 10).

Z przeprowadzonych analiz dokładności pomiaru punktu sytuacyjnego wykonanego metodą biegunową wynika, że dla zapewnienia pożądanej dokładności wyznaczenia położenia sytuacyjnego pikiety (z uwzględnieniem błędności punktów osnowy) kluczowe znaczenie ma zachowanie odpowiedniego układu geometrycznego: stanowisko – nawiązanie – pikieta [Dąbrowski i Duskocz 2000].

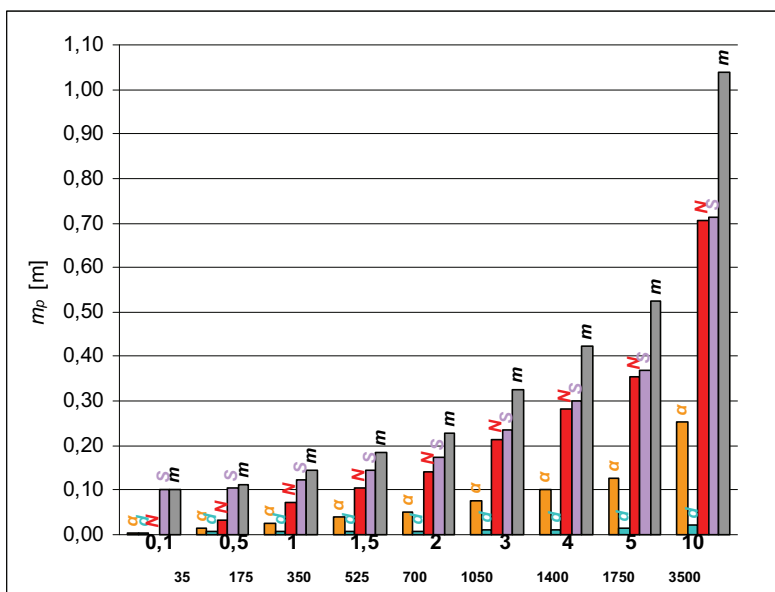
Wielkość wpływu poszczególnych składowych: błędu pomiaru kąta ( $m_\alpha$ ), błędu pomiaru odległości ( $m_d$ ) i błędów położenia punktów osnowy ( $m_S$ ,  $m_N$ ) oraz stosunku pomierzonej odległości do pikiety do długości boku nawiązania pomiaru ( $d/b$ ) ukazano na rysunku 2.

Zależność przedstawiono dla przypadku wyznaczenia położenia punktu sytuacyjnego metodą biegunową zrealizowanego tachimetrem elektronicznym, charakteryzującym się niezbyt wygórowanymi dokładnościami pomiaru ( $m_\alpha = 15''$ ,  $m_d = 0,005 \text{ m} + 5 \text{ ppm}$ ), w oparciu o poziomą osnowę geodezyjną o dokładności  $m_P = 0,10$  m dla przyjętych

wielkości stosunku ( $d/b$ ) pomierzonej odległości do pikiety do długości boku osnowy (stanowisko-nawiązanie) wynoszących kolejno: 0,1; 0,5; 1; 1,5; 2; 3; 4; 5; 10.

Dodatkowo założono, iż długość boku ( $b$ ) nawiązania pomiaru wynosi 350 m, a pomierzony kąt poziomy (pomiędzy bokiem nawiązania pomiaru a kierunkiem na pikietę)  $\alpha = 90^\circ$  (przyjęcie takiej wartości pomierzonego kąta oznacza założenie średniego wpływu błędów położenia punktów osnowy na dokładność wyznaczenia położenia pikiety).

Na osi pionowej wykresu umieszczono wielkości błędu położenia punktu sytuacyjnego wyrażone w metrach. Na osi poziomej zawarto: w pierwszym rzędzie wielkości stosunku  $d/b$ , natomiast w drugim wielkości pomierzonej odległości ( $d$ ) do pikiety. W etykietach danych zidentyfikowano wpływy błędów poszczególnych zmiennych niezależnych ( $m_\alpha$ ,  $m_d$ ,  $m_N$ ,  $m_S$  – wpisując odpowiednio litery  $\alpha$ ,  $d$ ,  $N$ ,  $S$ ) na bezwzględną dokładność ( $m_P$  – wielkości te oznaczono w etykietach danych literą  $m$ ) wyznaczenia położenia punktu sytuacyjnego (pikiety).



Rys. 2. Wpływ błędu pomiaru kąta ( $m_\alpha$ ) i błędu pomiaru odległości ( $m_d$ ) oraz błędów położenia punktów osnowy ( $m_N$ ,  $m_S$ ) na bezwzględną dokładność pomiaru sytuacyjnego metodą biegunową

Fig. 2. Influence of the angular error ( $m_\alpha$ ) and the distance error ( $m_d$ ) as well as position errors of points of the control network on the absolute horizontal accuracy of the polar method survey

Z wykresu przedstawionego na rys. 2 wynika, że przy założonych błędach pomiarów i błędach położenia punktów osnowy geodezyjnej jedynie przy stosunku  $d/b = 0,1$  możliwe jest wyznaczenie położenia pikiety z dokładnością bezwzględną rzędu 0,10 m. Wyznaczając położenie pikiety oddalonej od stanowiska instrumentu o 700 m (w rozważanej sytuacji  $d/b = 2$ ), błąd jej położenia sytuacyjnego wyniesie  $m_P = 0,23$  m.



Natomiast wyznaczając położenie pikiety oddalonej od stanowiska instrumentu o 3500 m (w rozważanej sytuacji  $d/b = 10$ ), błąd jej położenia sytuacyjnego wyniesie  $m_p = 1,04$  m.

Rozpatrując wielkość wpływu poszczególnych składowych (zmiennych niezależnych), każdej z osobna: błędu pomiaru kąta ( $m_a$ ), błędu pomiaru odległości ( $m_d$ ) i błędów położenia punktów osnowy ( $m_s, m_N$ ), na podstawie rys. 2 stwierdzono, co następuje:

- 1) Jednocześnie ze wzrostem stosunku pomierzonej odległości do pikiety do długości boku nawiązania pomiaru ( $d/b$ ), co w analizowanym przypadku jest jednoznaczne z wyznaczaniem położenia pikiety znajdującej się w większej odległości ( $d$ ) od stanowiska instrumentu, zdecydowanie zwiększa się wpływ składowej wynikającej z tytułu błędu pomiaru kąta ( $m_a$ ). Natomiast wpływ składowej wynikającej z tytułu błędu pomiaru odległości ( $m_d$ ) wzrasta tylko nieznacznie.
- 2) Proporcja wzajemnego stosunku wpływów składowych wynikających z tytułu błędów położenia punktów osnowy geodezyjnej – punktu nawiązania i punktu aktualnego stanowiska instrumentu ( $m_N$  i  $m_s$ ), jednocześnie ze wzrostem wielkości stosunku ( $d/b$ ), zbliża się do jedności (do wartości 1).
- 3) Wyznaczając położenia pikiet znajdujących się w coraz to większej odległości ( $d$ ) od stanowiska instrumentu (w analizowanym przypadku zwiększając wielkość stosunku  $d/b$ ), należy liczyć się ze zdecydowanym spadkiem dokładności pomiaru sytuacyjnego – określonej zarówno wartością błędu bezwzględnego (z uwzględnieniem błędów położenia punktów dowiązania), jak i względną wielkością błędu (wyznaczoną względem najbliższych punktów poziomej osnowy geodezyjnej).

W związku z powyższym należy podkreślić, iż w przypadku rozważania dokładności wyznaczenia położenia pikiety (z uwzględnieniem błędności położenia punktów osnowy) zasadniczy wpływ na nią mają czynniki związane z niedokładnością wykorzystywanych do pomiaru punktów dowiązania.

Ponadto okazuje się, że dominujące znaczenie ma zachowanie odpowiedniego układu geometrycznego: stanowisko – nawiązanie – pikietą, w praktyce odzwierciedlanego przez wielkość stosunku odległości do mierzonej pikiety do długości boku nawiązania pomiaru (optymalnym jest  $d/b \leq 1$ ).

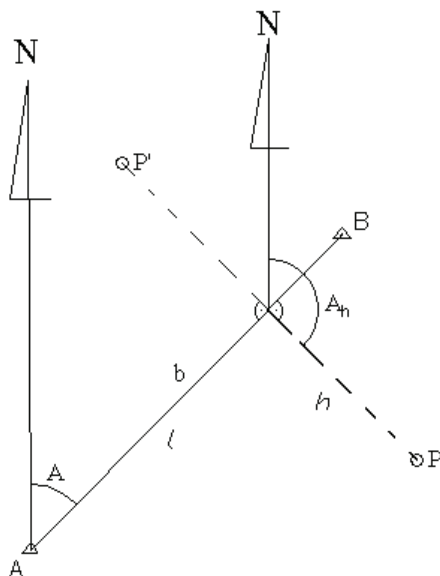
Na podstawie przeprowadzonych badań stwierdzono, że w przypadku pomiarów sytuacyjnych realizowanych na terenach zurbanizowanych możliwość wyznaczenia położenia szczegółów z najwyższą dokładnością (z uwzględnieniem błędności punktów osnowy) zapewnia osnowa III klasy wykonana w technologii odtwarzalnej. Założenie, które – jak wynika z dotychczasowych doświadczeń – w wielu przypadkach eliminuje potrzebę jej rozwijania (przy wykonywaniu szczegółowych pomiarów sytuacyjnych oraz sytuacyjno-wysokościowych [Dąbrowski i Dorzak 1997]) do tradycyjnych ciągów osnowy pomiarowej.

Ponadto punkty osnowy pomiarowej zakładane popularnymi konstrukcjami geodezyjnymi (głównie metodą kątowno-liniowych wcięć wstecz) ściśle wyrównywanymi w nawiązaniu do osnowy odtwarzalnej III klasy również charakteryzują się wysoką dokładnością  $m_p \leq 0,04$  m [Dąbrowska i in. 1995b].

Na znaczenie poprawności geometrycznej, konstrukcji geodezyjnych osnow pomiarowych mierzonych tachimetrem elektronicznym, wskazują również inni autorzy [Beluch 1999, Hatowska 1994].

## 2. ANALIZA DOKŁADNOŚCI POMIARU SYTUACYJNEGO METODĄ DOMIARÓW PROSTOKĄTNYCH

W metodzie domiarów prostokątnych wyznaczenie położenia punktu sytuacyjnego realizowane jest w oparciu o pomierzoną rzędną i odciętą tego punktu względem linii pomiarowej, na którą rzutujemy dany punkt sytuacyjny. Ideę pomiaru sytuacyjnego metodą domiarów prostokątnych przedstawia rysunek 3.



Rys. 3. Idea pomiaru sytuacyjnego metodą domiarów prostokątnych  
Fig. 3. Idea of topographic survey of the orthogonal method

Współrzędne wyznaczanego punktu sytuacyjnego ( $P$ ), zgodnie z powyższym rysunkiem, określają następujące zależności:

$$\begin{aligned} X_P &= X_A + l \cdot \cos(A_{AB}) + h \cdot \cos(A_h) \\ Y_P &= Y_A + l \cdot \sin(A_{AB}) + h \cdot \sin(A_h) \end{aligned} \quad (7)$$

przy czym wartości azymutów wynoszą odpowiednio:

– azymut linii pomiarowej

$$A_{AB} = \operatorname{artg} \left( \frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A} \right)$$

– azymut rzędnej (domiaru) do pikiety ( $P$ ) położonej po prawej stronie linii pomiarowej

$$A_h = A_{AB} + 90^\circ$$

– azymut rzędnej (domiaru) do pikiety ( $P'$ ) położonej po lewej stronie linii pomiarowej

$$A_h' = A_{AB} + 270^\circ$$

Przyjęte oznaczenia:

- $X_A, Y_A$  – współrzędne punktu początkowego linii pomiarowej,
- $X_B, Y_B$  – współrzędne punktu końcowego linii pomiarowej,
- $l$  – pomierzona długość miary bieżącej (odciętej) do pikiety,
- $h$  – pomierzona długość domiaru (rzędnej) do pikiety.

Kwadrat błędu położenia wyznaczanego punktu wyraża zależność:

$$m_P^2 = m_X^2 + m_Y^2 \quad (8)$$

gdzie:

- $m_X$  – błąd średni współrzędnej  $X$  punktu sytuacyjnego,
- $m_Y$  – błąd średni współrzędnej  $Y$  punktu sytuacyjnego.

Zgodnie z prawem przenoszenia się błędów średnich Gaussa, traktując wielkości pomierzone i współrzędne punktów dowiązania pomiaru jako zmienne niezależne, wyznaczono na podstawie zależności (7) i (8) błąd położenia punktu sytuacyjnego:

$$m_P = \sqrt{m_X^2 + m_Y^2} = \sqrt{\left(\frac{l^2 + h^2}{2b^2} + 1 - \frac{l}{b}\right) \cdot m_A^2 + \left(\frac{l^2 + h^2}{2b^2}\right) \cdot m_B^2 + m_l^2 + m_h^2 + h^2 \cdot m_\gamma^2} \quad (9)$$

gdzie:

- $b$  – długość linii pomiarowej,
- $m_A$  – błąd położenia punktu początkowego linii pomiarowej,
- $m_B$  – błąd położenia punktu końcowego linii pomiarowej,
- $m_l$  – błąd średni pomiaru długości miary bieżącej (odciętej) do pikiety,
- $m_h$  – błąd średni pomiaru długości domiaru (rzędnej) do pikiety,
- $m_\gamma$  – błąd średni wyznaczenia kierunku prostopadłego do linii pomiarowej (przebiegającego wzdłuż domiaru (rzędnej) do pikiety).

W trakcie przekształceń prowadzących do wzoru (9) założono równość błędów średnich  $m_X$  i  $m_Y$  w błędach położenia punktów dowiązania pomiaru:

$$\begin{aligned} m_{X_A} = m_{Y_A} &= \frac{m_A}{\sqrt{2}} \\ m_{X_B} = m_{Y_B} &= \frac{m_B}{\sqrt{2}} \end{aligned} \quad (10)$$

Wzór (9) uwzględnia – obok wpływu błędów pomiaru: długości miary bieżącej i długości domiaru do pikiety oraz błędu wyznaczenia kąta prostego – również wpływ błędów położenia punktów osnowy sytuacyjnej (punktu początkowego i końcowego linii pomiarowej) dowiązującej pomiar do poziomej osnowy geodezyjnej.

## Wpływ błędów pomiarowych na dokładność wyznaczenia położenia punktu sytuacyjnego

Określenie wpływu błędów pomiaru długości miary bieżącej (odciętej) i długości domiaru (rzędnej) do pikiety oraz błędu wyznaczenia kąta prostego na dokładność wyznaczenia położenia punktu sytuacyjnego wykonano przy założeniu braku błędów położenia punktów dowiązania pomiaru:

$$m_{P(pom)} = \sqrt{m_l^2 + m_h^2 + h^2 \cdot m_\gamma^2} \quad (11)$$

Analizę przeprowadzono dla:

- parametrów pomiaru określonych w tab. II § 28 obowiązującej instrukcji G-4;
- wymogów dokładności pomiarów sytuacyjnych sformułowanych w projekcie instrukcji G-4;
- dokładności sytuacyjnych pomiarów szczegółowych realizowanych z wykorzystaniem przymiarów wstępowych do pomiaru długości odciętej i rzędnej oraz węgielnicy dwuprzyrmatycznej do wyznaczenia kąta prostego lub z ewentualną możliwością pomiaru długości miary bieżącej (odciętej) tachimetrem elektronicznym – w sytuacji zastosowania metody domiarów prostokątnych jako uzupełniającej w trakcie zdjęcia sytuacyjnego metodą biegunową (w 3 wariantach – konfiguracjach sprzętowych – dla pomiaru liniowego, z ich rozróżnieniem pod względem wielkości błędów pomiarowych).

Tabela 5a. Dokładność wyznaczenia położenia punktu sytuacyjnego w zależności od błędów pomiaru długości odciętej ( $m_l$ ) i rzędnej ( $m_h$ ) dopuszczalnych zgodnie z wymogami obowiązującej instrukcji G-4 oraz potencjalnych wielkości błędu wyznaczenia kąta prostego ( $m_\gamma$ )

Table 5a. Accuracy of position determination of topographic point due to the survey errors of the abscissa length ( $m_l$ ) and of the ordinate length ( $m_h$ ) acceptable in accordance with requirements of the G-4 Instruction as well as potential error of determination of right angle ( $m_\gamma$ )

$m_\gamma$		$m_{P(pom)}$ wyznaczone ze wzoru (11) [m] $m_{P(pom)}$ determined basing on the formula (11)									
		Długość rzędnej do pikiety ( $h$ ) [m] Length of ordinate to a topographic point ( $h$ )									
		0,5	1	2	5	10	15	20	25	30	50
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Szczegóły I grupy dokładnościowej $m_l = m_h = 0,05$ m Details of the 1 <sup>st</sup> accuracy group											
1'	0,071	0,071	0,071	0,071	0,071	0,071	0,071	0,071	–	–	–
2'	0,071	0,071	0,071	0,071	0,071	0,071	0,072	0,072	–	–	–
3'	0,071	0,071	0,071	0,071	0,071	0,072	0,073	0,074	–	–	–
Szczegóły II grupy dokładnościowej $m_l = m_h = 0,05$ m Details of the 2 <sup>nd</sup> accuracy group											
1'	0,071	0,071	0,071	0,071	0,071	0,071	0,071	0,071	0,071	0,072	–
2'	0,071	0,071	0,071	0,071	0,071	0,071	0,072	0,072	0,073	0,076	–
3'	0,071	0,071	0,071	0,071	0,071	0,072	0,073	0,074	0,075	0,083	–
Szczegóły III grupy dokładnościowej $m_l = m_h = 0,10$ m Details of the 3 <sup>rd</sup> accuracy group											
1'	0,141	0,141	0,141	0,141	0,141	0,141	0,142	0,142	0,142	0,142	0,143
2'	0,141	0,141	0,141	0,141	0,142	0,142	0,142	0,142	0,142	0,144	0,147
3'	0,141	0,141	0,141	0,141	0,142	0,142	0,142	0,143	0,144	0,148	0,154

Tabela 5b. Dokładność wyznaczenia położenia punktu sytuacyjnego w zależności od błędów pomiaru długości odciętej ( $m_l$ ) i rzędnej ( $m_h$ ) dopuszczalnych zgodnie z zaleceniami projektu instrukcji G-4 oraz potencjalnych wielkości błędu wyznaczenia kąta prostego ( $m_\gamma$ )

Table 5b. Accuracy of position determination of topographic point due to the survey errors of the abscissa length ( $m_l$ ) and of the ordinate length ( $m_h$ ) acceptable in accordance with requirements of the draft G-4 Instruction as well as potential error of determination of right angle ( $m_\gamma$ )

		$m_{P(pom)}$ wyznaczone ze wzoru (11) [m] $m_{P(pom)}$ determined basing on the formula (11)										
$m_\gamma$		Długość rzędnej do pikiety (h) [m] Length of ordinate to a topographic point (h)										
		0,5	1	2	5	10	15	20	25	30	50	70
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
Szczegóły I grupy dokładnościowej $m_l = m_h = 0,01$ m Details of the 1 <sup>st</sup> accuracy group												
1'	0,014	0,014	0,014	0,014	0,014	0,015	0,015	0,016	–	–	–	–
2'	0,014	0,014	0,014	0,014	0,015	0,017	0,018	0,020	–	–	–	–
3'	0,014	0,014	0,014	0,015	0,017	0,019	0,022	0,026	–	–	–	–
Szczegóły II grupy dokładnościowej $m_l = m_h = 0,05$ m Details of the 2 <sup>nd</sup> accuracy group												
1'	0,071	0,071	0,071	0,071	0,071	0,071	0,071	0,071	0,071	0,072	–	–
2'	0,071	0,071	0,071	0,071	0,071	0,071	0,072	0,072	0,073	0,076	–	–
3'	0,071	0,071	0,071	0,071	0,071	0,072	0,073	0,074	0,075	0,083	–	–
Szczegóły III grupy dokładnościowej $m_l = m_h = 0,10$ m Details of the 3 <sup>rd</sup> accuracy group												
1'	0,141	0,141	0,141	0,141	0,141	0,141	0,142	0,142	0,142	0,142	0,143	0,143
2'	0,141	0,141	0,141	0,141	0,142	0,142	0,142	0,142	0,142	0,144	0,144	0,147
3'	0,141	0,141	0,141	0,141	0,142	0,142	0,142	0,143	0,144	0,148	0,154	0,154

Tabela 5c. Dokładność wyznaczenia położenia punktu sytuacyjnego w zależności od wielkości błędów – pomiaru długości odciętej ( $m_l$ ) i rzędnej ( $m_h$ ) oraz wyznaczenia kąta prostego ( $m_\gamma$ ) – występujących przy realizacji współczesnych ortogonalnych sytuacyjnych pomiarów szczegółowych

Table 5c. Accuracy of position determination of topographic point due to the errors of survey – of the abscissa length ( $m_l$ ) and of the ordinate length ( $m_h$ ) as well as error of determination of right angle ( $m_\gamma$ ) – characteristic to contemporary topographic survey of the orthogonal method

		$m_{P(pom)}$ wyznaczone ze wzoru (11) [m] $m_{P(pom)}$ determined basing on the formula (11)										
$m_\gamma$		Długość rzędnej do pikiety (h) [m] Length of ordinate to a topographic point (h)										
		0,5	1	2	5	10	15	20	25	30	50	70
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
Błąd pomiaru długości: miary bieżącej $m_l = 0,003$ m + 3 ppm, domiaru $m_h = 0,01$ m Error of survey of: the abscissa length $m_l = 0,003$ m + 3 ppm, the ordinate length $m_h = 0,01$ m												
1'	0,010	0,010	0,010	0,011	0,011	0,011	0,012	0,013	0,014	0,018	0,023	0,023
2'	0,010	0,010	0,011	0,011	0,012	0,014	0,016	0,018	0,020	0,031	0,042	0,042
3'	0,010	0,010	0,011	0,011	0,014	0,017	0,020	0,024	0,028	0,045	0,062	0,062
Błąd pomiaru długości: miary bieżącej $m_l = 0,005$ m + 5 ppm, domiaru $m_h = 0,02$ m Error of survey of: the abscissa length $m_l = 0,005$ m + 5 ppm, the ordinate length $m_h = 0,02$ m												
1'	0,021	0,021	0,021	0,021	0,021	0,021	0,021	0,022	0,022	0,025	0,029	0,029
2'	0,021	0,021	0,021	0,021	0,021	0,022	0,024	0,025	0,027	0,036	0,046	0,046
3'	0,021	0,021	0,021	0,021	0,022	0,024	0,027	0,030	0,033	0,048	0,064	0,064
Błąd pomiaru długości: miary bieżącej $m_l = 0,01$ m + 5 ppm, domiaru $m_h = 0,03$ m Error of survey of: the abscissa length $m_l = 0,01$ m + 5 ppm, the ordinate length $m_h = 0,03$ m												
1'	0,032	0,032	0,032	0,032	0,032	0,032	0,032	0,032	0,033	0,035	0,038	0,038
2'	0,032	0,032	0,032	0,032	0,032	0,033	0,034	0,035	0,036	0,043	0,052	0,052
3'	0,032	0,032	0,032	0,032	0,033	0,034	0,036	0,038	0,041	0,054	0,069	0,069

W przeprowadzonych przez autora analizach [Daskocz 2005b] uwzględniono, że maksymalny błąd wyznaczenia kąta prostego węgielnicą może wynieść  $\pm 6'$  (stwierdzona empirycznie maksymalna wielkość błędu [Kluźniak 1954]). Rozpatrzono również minimalną wielkość tego błędu  $\pm 1'$  (wartość wynikająca tylko z tytułu precyzji szlifów pryzmatów węgielnicy [Leśniok 1979]) oraz przeciętną wielkość błędu  $\pm 3'$ .

Dokładność wyznaczenia położenia punktu sytuacyjnego (pikiety) w zależności od błędów pomiaru długości odciętej i rzędnej oraz błędu wyznaczenia kąta prostego obliczono ze wzoru (11). W niniejszej pracy, w obliczeniach przyjęto kolejno następujące wielkości błędu wyznaczenia kąta prostego węgielnicą:  $\pm 1'$ ,  $\pm 2'$ ,  $\pm 3'$ . Wyniki zestawiono w tabelach 5a, 5b i 5c (wartości  $m_{P(pom)}$  wyrażono w metrach).

### Wpływ błędów położenia punktów osnowy na dokładność wyznaczenia położenia punktu sytuacyjnego

Określenie wpływu błędów położenia punktów dowiązania na dokładność wyznaczenia położenia punktu sytuacyjnego wykonano przy założeniu bezbłędności: pomiaru długości miary bieżącej (odciętej) i długości domiaru (rzędnej) do pikiety oraz wyznaczenia kąta prostego, z zastosowaniem następującej formuły:

$$m_{P(as)} = \sqrt{\left(\frac{l^2 + h^2}{2b^2} + 1 - \frac{l}{b}\right) \cdot m_A^2 + \left(\frac{l^2 + h^2}{2b^2}\right) \cdot m_B^2} \quad (12)$$

Analizę przeprowadzono dla 6 wariantów, przyjmując do obliczeń wielkości błędów położenia punktów:

- I – osnowy odtwarzalnej III klasy (stwierdzony empirycznie  $m_p \leq 0,03$  m) [Dąbrowski i in. 1992];
- II – osnowy pomiarowej ściśle wyrównanej w nawiązaniu do osnowy odtwarzalnej III klasy (stwierdzony empirycznie  $m_p \leq 0,05$  m) [Dąbrowska i in. 1995a];
- III – osnowy szczegółowej III klasy (założonej przy użyciu systemu satelitarnego zgodnie z projektem instrukcji G-2  $m_p \leq 0,07$  m) [Projekt 2001a];
- IV – osnowy szczegółowej III klasy (zgodnie z wymogami obowiązującej instrukcji technicznej G-4  $m_p \leq 0,10$  m, jest to jednocześnie dopuszczalny błąd położenia punktu osnowy pomiarowej założonej zgodnie z zaleceniami projektu instrukcji O-1/O-2) [Projekt 2001b];
- V – osnowy pomiarowej (zgodnie z wymogami obowiązującej instrukcji G-4  $m_p \leq 0,20$  m);
- VI – osnowy pomiarowej dla terenów rolnych i leśnych (zgodnie z wymogami obowiązującej instrukcji G-4  $m_p \leq 0,50$  m).

W zasadniczych przypadkach (oznaczonych literą *a*) założono równość błędów położenia punktów osnowy sytuacyjnego dowiązania pomiaru (punktu początkowego linii pomiarowej i punktu końcowego linii pomiarowej  $m_A = m_B$ ). Natomiast w innych (oznaczonych literą *b*) uwzględniono także możliwość zróżnicowania dokładności położenia punktu początkowego i punktu końcowego linii pomiarowej – mianowicie założono, że linie pomiarowe kończą się na punktach poziomej osnowy geodezyjnej wyższej klasy (o mniejszym błędzie położenia punktu).

Dokładność wyznaczenia położenia punktu sytuacyjnego w zależności od błędów położenia punktów osnowy określono ze wzoru (12). W pracy przedstawiono wyniki uzyskane przy długości linii pomiarowej  $b = 300$  m oraz przy założonych wartościach: wielkości stosunku ( $l/b$ ) pomierzonej długości miary bieżącej (odciętej) do długości linii pomiarowej (wynoszące kolejno: 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1; 1,1) oraz długości domiaru (rzędnej) do pikiety (wynoszące kolejno w metrach: 1; 5; 10; 20; 25; 50; 70).

Przyjęte w analizie wielkości długości miary bieżącej ( $l$ ), wyrażone pośrednio poprzez wielkości stosunku  $l/b$  i przyjętą długości linii pomiarowej, wynoszą odpowiednio (tab. 2.2):

Tabela 6. Długość miary bieżącej wynikająca z założonych wielkości stosunku  $l/b$  i długości linii pomiarowej

Table 6. Length of abscissa resultant from proportion  $l/b$  and length of base line of the control network

$l/b$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	1,1
$l$ [m]	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330

Dokładność wyznaczenia położenia punktu sytuacyjnego z zależności (12) zestawiono w tabeli 7 (wartości  $m_{P(0s)}$  wyrażono w metrach).

Tabela 7. Dokładność wyznaczenia położenia punktu sytuacyjnego w zależności od błędów położenia punktów osnowy przy długości linii pomiarowej  $b = 300$  m

Table 7. Accuracy of position determination of topographic point due to position errors of points of the control network and using length of base line of the control network  $b = 300$  m

Wariant Variant	Długość rzędnej Length of ordinate	$m_{P(0s)}$ wyznaczony ze wzoru (12) [m] $m_{P(0s)}$ determined basing on the formula (12)										
		Wielkość stosunku pomierzonej odległości do długości boku osnowy ( $l/b$ ) Proportion surveyed distance to length of base line of the control network ( $l/b$ )										
		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	1,1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$I - a$ $m_A = 0,03$ m $m_B = 0,03$ m	$h = 25$ m	0,029	0,028	0,027	0,026	0,026	0,026	0,027	0,028	0,029	0,030	0,032
	$h = 50$ m	0,029	0,028	0,027	0,027	0,026	0,027	0,027	0,028	0,029	0,030	0,032
	$h = 70$ m	0,029	0,028	0,028	0,027	0,027	0,027	0,028	0,028	0,029	0,031	0,032
$II - a$ $m_A = 0,05$ m $m_B = 0,05$ m	$h = 25$ m	0,048	0,046	0,045	0,044	0,044	0,044	0,045	0,046	0,048	0,050	0,053
	$h = 50$ m	0,048	0,047	0,045	0,044	0,044	0,044	0,045	0,047	0,048	0,051	0,053
	$h = 70$ m	0,049	0,047	0,046	0,045	0,045	0,045	0,046	0,047	0,049	0,051	0,054
$II - b$ $m_A = 0,05$ m $m_B = 0,03$ m	$h = 25$ m	0,048	0,046	0,044	0,042	0,041	0,040	0,040	0,040	0,040	0,041	0,043
	$h = 50$ m	0,048	0,046	0,044	0,043	0,041	0,041	0,040	0,040	0,041	0,042	0,043
	$h = 70$ m	0,049	0,046	0,045	0,043	0,042	0,041	0,041	0,041	0,041	0,042	0,044
$III - a$ $m_A = 0,07$ m $m_B = 0,07$ m	$h = 25$ m	0,067	0,064	0,062	0,061	0,061	0,061	0,062	0,064	0,067	0,070	0,074
	$h = 50$ m	0,068	0,065	0,063	0,062	0,062	0,062	0,063	0,065	0,068	0,071	0,075
	$h = 70$ m	0,069	0,066	0,064	0,063	0,063	0,063	0,064	0,066	0,069	0,072	0,076
$IV - a$ $m_A = 0,10$ m $m_B = 0,10$ m	$h = 25$ m	0,096	0,092	0,089	0,088	0,087	0,088	0,089	0,092	0,096	0,100	0,106
	$h = 50$ m	0,097	0,093	0,090	0,089	0,088	0,089	0,090	0,093	0,097	0,101	0,107
	$h = 70$ m	0,098	0,095	0,092	0,090	0,090	0,090	0,092	0,095	0,098	0,103	0,108

Tabela 7. cd.  
Table 7. cont.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
IV – b $m_A = 0,10$ m $m_B = 0,07$ m	$h = 25$ m	0,096	0,091	0,088	0,085	0,083	0,082	0,082	0,083	0,084	0,087	0,090
	$h = 50$ m	0,096	0,092	0,089	0,086	0,084	0,083	0,083	0,084	0,085	0,088	0,091
	$h = 70$ m	0,097	0,093	0,090	0,087	0,085	0,084	0,084	0,085	0,086	0,089	0,092
V – a $m_A = 0,20$ m $m_B = 0,20$ m	$h = 25$ m	0,192	0,184	0,179	0,175	0,174	0,175	0,179	0,184	0,192	0,201	0,211
	$h = 50$ m	0,194	0,186	0,181	0,178	0,176	0,178	0,181	0,186	0,194	0,203	0,213
	$h = 70$ m	0,196	0,189	0,184	0,180	0,179	0,180	0,184	0,189	0,196	0,205	0,216
V – b $m_A = 0,20$ m $m_B = 0,10$ m	$h = 25$ m	0,191	0,182	0,174	0,168	0,163	0,159	0,156	0,155	0,156	0,159	0,163
	$h = 50$ m	0,192	0,184	0,176	0,169	0,164	0,160	0,158	0,157	0,158	0,160	0,164
	$h = 70$ m	0,194	0,185	0,178	0,171	0,166	0,162	0,160	0,159	0,160	0,162	0,166
VI – a $m_A = 0,50$ m $m_B = 0,50$ m	$h = 25$ m	0,479	0,460	0,446	0,438	0,435	0,438	0,446	0,460	0,479	0,502	0,528
	$h = 50$ m	0,484	0,466	0,452	0,444	0,441	0,444	0,452	0,466	0,484	0,507	0,533
	$h = 70$ m	0,491	0,473	0,459	0,451	0,448	0,451	0,459	0,473	0,491	0,513	0,540
VI – b $m_A = 0,50$ m $m_B = 0,10$ m	$h = 25$ m	0,477	0,454	0,433	0,414	0,398	0,384	0,374	0,366	0,362	0,362	0,365
	$h = 50$ m	0,479	0,457	0,436	0,418	0,401	0,388	0,377	0,370	0,366	0,366	0,369
	$h = 70$ m	0,483	0,461	0,440	0,422	0,406	0,392	0,382	0,375	0,371	0,370	0,373

### Sredni bład położenia punktu sytuacyjnego wyznaczonego metodą domiarów prostokątnych z uwzględnieniem błędności punktów osnowy geodezyjnej

Sredni bład położenia punktu sytuacyjnego wyznaczonego metodą ortogonalną z uwzględnieniem błędności punktów osnowy (punktu początkowego i końcowego linii pomiarowej), obok wpływu błędów: pomiaru odciętej i rzędnej oraz realizacji kąta prostego, określono ze wzoru (9).

W badaniach uwzględniono trzy konfiguracje sprzętowe (rozdzielone pod względem dokładności: pomiaru odciętej i rzędnej oraz realizacji kąta prostego) [Doskocz 2005b]:

- I) bład pomiaru długości odciętej i rzędnej ( $m_l = m_h = 0,01$  m) oraz bład wyznaczenia kąta prostego ( $m_\gamma = 3'$ ),
- II) bład pomiaru długości odciętej i rzędnej ( $m_l = m_h = 0,03$  m) oraz bład wyznaczenia kąta prostego ( $m_\gamma = 5'$ ),
- III) bład pomiaru długości odciętej i rzędnej ( $m_l = m_h = 0,05$  m) oraz bład wyznaczenia kąta prostego ( $m_\gamma = 10'$ ).

W obliczeniach założono również wielkość stosunku ( $l/b$ ) pomierzonej długości miary bieżącej (odciętej) do długości linii pomiarowej (wynoszącą kolejno: 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1; 1,1) oraz długość domiaru (rzędnej) do pikiety (wynoszącą kolejno: 10; 25; 50; 70).

W niniejszej pracy przedstawiono wyniki uzyskane dla 1. konfiguracji sprzętowej (charakteryzującej się najwyższą dokładnością pomiaru odciętej i rzędnej oraz realizacji kąta prostego), przy założeniu długości linii pomiarowej równej 100 m. Zestawiono je w tabeli 8 (wartości  $m_p$  wyrażono w metrach).



Tabela 8. Dokładność wyznaczenia położenia punktu sytuacyjnego metodą pomiaru ortogonalnego (z uwzględnieniem błędów punktów osnowy) wykonanego z wykorzystaniem I konfiguracji sprzętowej przy długości linii pomiarowej  $b = 100$  m  
 Table 8. The accuracy of position determination of topographic point with the orthogonal method survey (with consideration errors of points of the control network) realized using I configuration of equipment and length of base line  $b = 100$  m

$m_A = m_B$	Długość rzędnej Length of ordinate	$m_p$ wyznaczony ze wzoru (9) [m] $m_p$ determined basing on the formula (9)											
		Wielkość stosunku pomierzonej odległości do długości boku osnowy ( $l/b$ ) Proportion surveyed distance to length of base line of the control network ( $l/b$ )											
		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	1,1	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
0,03 m	$h = 10$ m	0,033	0,032	0,032	0,031	0,031	0,031	0,032	0,032	0,033	0,034	0,036	
	$h = 25$ m	0,039	0,039	0,038	0,038	0,038	0,038	0,038	0,039	0,039	0,040	0,042	
	$h = 50$ m	0,056	0,056	0,055	0,055	0,055	0,055	0,055	0,056	0,056	0,057	0,058	
	$h = 70$ m	0,072	0,072	0,071	0,071	0,071	0,071	0,071	0,072	0,072	0,073	0,073	
0,05 m	$h = 10$ m	0,051	0,049	0,048	0,047	0,047	0,047	0,048	0,049	0,051	0,053	0,055	
	$h = 25$ m	0,056	0,054	0,053	0,052	0,052	0,052	0,053	0,054	0,056	0,058	0,060	
	$h = 50$ m	0,071	0,069	0,069	0,068	0,068	0,068	0,069	0,069	0,071	0,072	0,074	
	$h = 70$ m	0,086	0,085	0,084	0,084	0,084	0,084	0,084	0,085	0,086	0,088	0,089	
0,07 m	$h = 10$ m	0,069	0,067	0,065	0,064	0,063	0,064	0,065	0,067	0,069	0,072	0,076	
	$h = 25$ m	0,074	0,071	0,070	0,069	0,068	0,069	0,070	0,071	0,074	0,077	0,080	
	$h = 50$ m	0,088	0,086	0,085	0,084	0,084	0,084	0,085	0,086	0,088	0,091	0,094	
	$h = 70$ m	0,104	0,102	0,101	0,100	0,100	0,100	0,101	0,102	0,104	0,106	0,108	
0,10 m	$h = 10$ m	0,097	0,094	0,091	0,089	0,089	0,089	0,091	0,094	0,097	0,102	0,107	
	$h = 25$ m	0,102	0,098	0,096	0,094	0,094	0,094	0,096	0,098	0,102	0,106	0,111	
	$h = 50$ m	0,117	0,114	0,112	0,110	0,110	0,110	0,112	0,114	0,117	0,121	0,125	
	$h = 70$ m	0,134	0,131	0,129	0,128	0,128	0,128	0,129	0,131	0,134	0,137	0,141	
0,20 m	$h = 10$ m	0,193	0,185	0,180	0,176	0,175	0,176	0,180	0,185	0,193	0,202	0,212	
	$h = 25$ m	0,199	0,192	0,186	0,183	0,182	0,183	0,186	0,192	0,199	0,208	0,218	
	$h = 50$ m	0,220	0,214	0,209	0,206	0,205	0,206	0,209	0,214	0,220	0,228	0,238	
	$h = 70$ m	0,245	0,239	0,235	0,232	0,231	0,232	0,235	0,239	0,245	0,252	0,261	
0,50 m	$h = 10$ m	0,480	0,461	0,448	0,439	0,436	0,439	0,448	0,461	0,480	0,503	0,529	
	$h = 25$ m	0,494	0,476	0,462	0,454	0,451	0,454	0,462	0,476	0,494	0,516	0,542	
	$h = 50$ m	0,540	0,524	0,512	0,505	0,502	0,505	0,512	0,524	0,540	0,561	0,585	
	$h = 70$ m	0,595	0,580	0,569	0,563	0,560	0,563	0,569	0,580	0,595	0,614	0,636	

**Podsumowanie przeprowadzonych badań i analiz odnośnie dokładności pomiaru sytuacyjnego metodą domiarów prostokątnych**

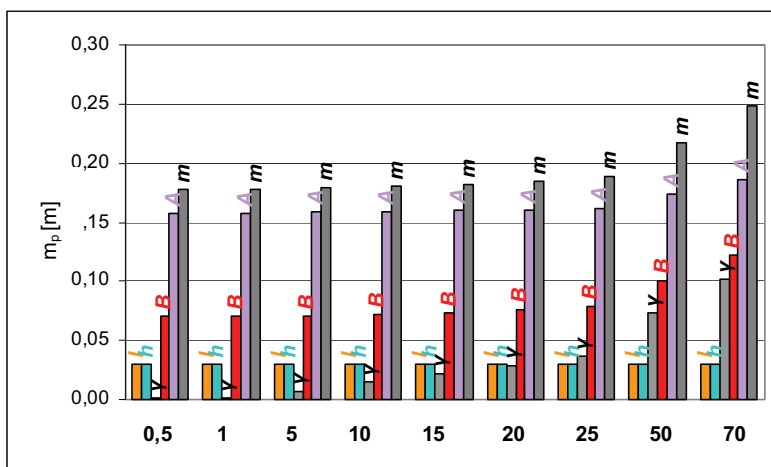
W zakresie obowiązującej instrukcji G-4 potwierdzono poprawność zawartych w niej parametrów dokładnościowych pomiarów. Mianowicie stwierdzono, że – w przypadku wyznaczania położenia szczegółów terenowych poszczególnych grup – możliwe jest zdjęcie sytuacyjne szczegółów z wymaganą dokładnością położenia punktu mierzoną względem najbliższych punktów poziomej osnowy geodezyjnej (tab. 5a).

W zakresie zalecanych dokładności pomiaru określonych w projekcie instrukcji G-4 również potwierdzono poprawność zawartych w nim parametrów dokładnościowych pomiarów (tab. 5b).

Przeprowadzone badania wskazały możliwość zwiększenia wymogów dokładnościowych (określonych względem najbliższych punktów poziomej osnowy geodezyjnej) odnośnie do współcześnie realizowanych szczegółowych pomiarów sytuacyjnych metodą domiarów prostokątnych. Ortogonalne pomiary sytuacyjne zapewniają wyznaczenie położenia pikiety przy długości domiaru (rzędnej) ograniczonej do 25 m, w zakresie szczegółów sytuacyjnych I grupy dokładnościowej przy ich starannej identyfikacji, z dokładnością nie gorszą niż 0,05 m (tab. 5c).

Z przeprowadzonych analiz dokładności pomiaru punktu sytuacyjnego wykonanego metodą domiarów prostokątnych wynika, że dla zapewnienia pożądanej dokładności wyznaczenia położenia sytuacyjnego pikiety (z uwzględnieniem błędności punktów osnowy) kluczowe znaczenie ma dokładność położenia punktów osnowy sytuacyjnego dowiązania pomiaru, tj. punktu początkowego linii pomiarowej ( $A$ ) i punktu końcowego linii pomiarowej ( $B$ ) oraz dokładność wyznaczenia kierunku prostopadłego do linii pomiarowej ( $\gamma$ ).

Wielkość wpływu poszczególnych składowych: błędu pomiaru długości miary bieżącej ( $m_l$ ), błędu pomiaru długości domiaru ( $m_h$ ) do pikiety i błędu wyznaczenia kąta prostego ( $m_\gamma$ ) oraz błędów położenia punktów osnowy ( $m_A$ ,  $m_B$ ) zaprezentowano na rysunku 4.



Rys. 4. Wpływ błędu pomiaru długości miary bieżącej ( $m_l$ ), błędu pomiaru długości domiaru ( $m_h$ ) do pikiety i błędu wyznaczenia kąta prostego ( $m_\gamma$ ) oraz błędów położenia punktów osnowy ( $m_B$ ,  $m_A$ ) na bezwzględną dokładność pomiaru sytuacyjnego metodą domiarów prostokątnych

Fig. 4. Influence of the errors of survey: of the abscissa length ( $m_l$ ), of the ordinate length ( $m_h$ ) and error of determination of right angle ( $m_\gamma$ ) as well as position errors of points of the control network ( $m_B$ ,  $m_A$ ) on the absolute horizontal accuracy of the orthogonal method survey

Zależność przedstawiono dla przypadku wyznaczenia położenia punktu sytuacyjnego metodą domiarów prostokątnych zrealizowanego z wykorzystaniem drugiej konfiguracji sprzętowej ( $m_l = m_h = 0,03 \text{ m}$ ,  $m_\gamma = 5'$ ), w nawiązaniu do poziomej osnowy geodezyjnej o dokładności  $m_p = 0,20 \text{ m}$ , dla przyjętych długości domiaru (rzędnej) do pikiety wynoszących kolejno (w metrach): 0,5; 1; 5; 10; 15; 20; 25; 50; 70.

Dodatkowo założono, iż długość linii pomiarowej ( $b$ ) wynosi 100 m a wielkość stosunku pomierzonej długości miary bieżącej (odciętej) do długości linii pomiarowej  $l/b = 0,5$  (co jest jednoznaczne z długością miary bieżącej równą 50 m).

Na osi pionowej wykresu umieszczono wielkości błędu położenia punktu sytuacyjnego wyrażone w metrach. Na osi poziomej zawarto długości domiaru (rzędnej) do pikiety. W etykietach danych zidentyfikowano wpływy błędów poszczególnych zmiennych niezależnych ( $m_l$ ,  $m_h$ ,  $m_\gamma$ ,  $m_B$ ,  $m_A$  – wpisując odpowiednio litery  $l$ ,  $h$ ,  $\gamma$ ,  $B$ ,  $A$ ) na bezwzględną dokładność ( $m_p$  – wielkości te oznaczono w etykietach danych literą  $m$ ) wyznaczenia położenia punktu sytuacyjnego (pikiety).

Rozpatrując wielkość wpływu poszczególnych składowych (zmiennych niezależnych), każdej z osobna: błędu pomiaru długości miary bieżącej ( $m_l$ ), błędu pomiaru długości domiaru ( $m_h$ ) do pikiety i błędu wyznaczenia kąta prostego ( $m_\gamma$ ) oraz błędów położenia punktów osnowy ( $m_A$ ,  $m_B$ ), na podstawie powyższego rysunku 4 stwierdzono, co następuje:

- 1) Jednocześnie ze wzrostem długości domiaru ( $h$ ) do pikiety zdecydowanie zwiększa się wpływ składowej wynikającej z tytułu błędu wyznaczenia kąta prostego ( $m_\gamma$ ). Natomiast wpływ składowych wynikających z tytułu błędu pomiaru długości odciętej ( $m_l$ ) i błędu pomiaru rzędnej ( $m_h$ ) utrzymuje się na poziomie niezmiennym.
- 2) Proporcja wzajemnego stosunku wpływów składowych wynikających z tytułu błędów położenia punktów osnowy geodezyjnej – punktu końcowego linii pomiarowej i punktu początkowego linii pomiarowej ( $m_B$  i  $m_A$ ), przy zauważalnym wzroście wpływu obu składowych dla długości domiaru powyżej 20 m, przyjmuje wartości rzędu  $0,4 \div 0,6$ .
- 3) Wyznaczając położenia pikiet znajdujących się w coraz to większej odległości od linii pomiarowej (przy długości rzędnej  $h$  powyżej 20 m), należy liczyć się ze spadkiem dokładności pomiaru sytuacyjnego – określonej zarówno wartością błędu bezwzględnego (z uwzględnieniem błędów położenia punktów dowiązania) jak i względną wielkością błędu (wyznaczoną względem najbliższych punktów poziomej osnowy geodezyjnej).
- 4) W przypadku rozważania bezwzględnej dokładności wyznaczenia położenia pikiety zasadniczy wpływ na nią mają czynniki związane z niedokładnością wykorzystywanych do pomiaru punktów dowiązania.

Na podstawie przeprowadzonych badań stwierdzono, że możliwe jest wyznaczenie położenia szczegółów sytuacyjnych I grupy dokładnościowej (przy ich starannej identyfikacji) metodą domiarów prostokątnych (przy długości rzędnej ograniczonej do 25 m) z dokładnością nie gorszą niż 0,05 m (względem punktów dowiązania pomiaru).

W związku z dużą pracochłonnością ortogonalnych pomiarów szczegółowych i znikomą możliwością automatyzacji zarówno pomiarów, jak i zapisu ich wyników – w przypadku pomiarów sytuacyjnych (zwłaszcza tych realizowanych na terenach zurbanizowanych) uzasadnione jest stosowanie metody domiarów prostokątnych jedynie jako metody uzupełniającej; wykorzystywanej w niewielkim zakresie w stosunku do dominującej w pomiarach sytuacyjnych metody biegunowej (wykonywanej z zastosowaniem instrumentów typu *total station*).

## PODSUMOWANIE

Rozpatrując dokładność szczegółowych pomiarów sytuacyjnych realizowanych metodą biegunową względem najbliższych punktów poziomej osnowy geodezyjnej, należy uwzględnić, oprócz błędów pomiaru kierunku i odległości do pikiety, również błąd kierunku nawiązania. Zapewnia to weryfikację wymogów instrukcji technicznych w zakresie dopuszczalnych odległości od stanowiska instrumentu do szczegółu sytuacyjnego. W ramach prezentowanych badań stwierdzono, że parametry pomiaru określone w tab. III instrukcji G-4 są zbyt liberalne. Mianowicie, wyznaczenie szczegółu sytuacyjnego I grupy dokładnościowej (zgodnie z warunkami pomiaru zawartymi w instrukcji G-4) powinno być realizowane w przypadku pikiet oddalonych od stanowiska tachimetru elektronicznego nie dalej niż 400 m (tab. 1a). Przyjęte w Instrukcji G-4 parametry pomiaru nie pozwalają na pomiar szczegółów I grupy przy długościach celowych rzędu 700 m.

Natomiast warunki pomiaru biegunowego zawarte w §19 projektu instrukcji G-4 są nieadekwatne do parametrów dokładnościowych współczesnych tachimetrów elektronicznych – np. I lub II konfiguracja sprzętowa przyjęta w niniejszej pracy ( $m_a = 3''$ ,  $m_d = 0,002 \text{ m} + 2 \text{ ppm}$  lub  $m_a = 5''$ ,  $m_d = 0,003 \text{ m} + 3 \text{ ppm}$ ). W świetle przeprowadzonych badań należy zauważyć, iż możliwe jest wyznaczanie położenia szczegółów sytuacyjnych I grupy dokładnościowej (przy ich starannej identyfikacji) w odległościach do 700 m od stanowiska tachimetru nawet z dokładnością rzędu  $0,01 \div 0,02$  m względem najbliższych punktów poziomej osnowy geodezyjnej (tab. 1c, kol. 10).

Badania zrealizowane w zakresie szczegółowych pomiarów sytuacyjnych wykonywanych metodą domiarów prostokątnych, potwierdziły poprawność parametrów określonych w obowiązującej instrukcji G-4 oraz w jej projekcie z 2002 roku.

Natomiast w sytuacji użycia metody ortogonalnej jako metody uzupełniającej, w pomiarach sytuacyjnych realizowanych metodą biegunową z wykorzystaniem współczesnych tachimetrów elektronicznych, możliwe jest wyznaczanie położenia szczegółów sytuacyjnych I grupy dokładnościowej (przy ich starannej identyfikacji, dla długości domiaru do pikiety ograniczonej do 25 m) z dokładnością rzędu  $0,02 \div 0,04$  m względem punktów dowiązania pomiaru (tab. 5c, kol. 9).

W praktyce geodezyjnej sytuacyjne pomiary terenowe wykonywane są za pomocą nie tylko jednorodnych zestawów pomiarowych, w zakresie stosowanych tachimetrów elektronicznych i przyrządów zwrotnych.

Ponadto położenie punktów szczegółowych i pomiarowych osnów geodezyjnych często wyznaczone jest z niewystarczającą dokładnością [Latoś 2000, Dąbrowski i Duskoc 2000].

Jak widać z zaprezentowanych wyników analiz, istnieje potrzeba weryfikacji obowiązujących wymogów instrukcyjnych w zakresie przyjętych parametrów pomiaru sytuacyjnego metodą biegunową oraz dopuszczalnych błędów położenia punktów osnów geodezyjnych. Działania te są niezbędne w celu zapewnienia realizacji zadań geodezji gospodarczej na obowiązującym poziomie dokładności [Latoś 2000, Duskoc 2005a].

## PIŚMIENNICTWO

- Beluch J., 1999. Accuracy aspect of the densification of geodetic network by means of free stations. *Geodezja i Kartografia*, T. XLVIII, Z. 1–2, 19–37.
- Dąbrowska D., Dąbrowski W., Lewandowicz E., Nojak J., Wierciński T., 1995a. Sytuacyjna mapa numeryczna z pomiarów bezpośrednich – pierwsze doświadczenia nauczania technologii, [w:] V Konferencja Naukowo-Techniczna – *Systemy Informacji Przestrzennej*. Warszawa 9–10 listopada, 339–342.
- Dąbrowska D., Dąbrowski W., Lewandowicz E., Nojak J., Wierciński T., 1995b. Propozycja nauczania technologii mapy numerycznej z pomiarów bezpośrednich. Streszczenie referatu, [w:] *Materiały Seminarium p.t. – Wspomaganie komputerowe nauczania przedmiotów komunikacyjnych i geodezyjnych na Wydziałach Budownictwa Lądowego*. Gliwice 16–17 listopada, „50-lecie Politechniki Śląskiej”, s. 81.
- Dąbrowski W. i in., 1992. Osnowa odtwarzalna III klasy m. Bielsko-Biała zrealizowana z wykorzystaniem techniki GPS. *Prz. Geod. Nr 5*, 9–11.
- Dąbrowski W., Dorzak A., 1997. Perspektywy rozwoju technologii osnów odtwarzalnych w świetle 12-letnich doświadczeń. *Zesz. Nauk. AR Wrocław, Seria: Geodezja i Urządzenia Rolne XIV*, Nr 324, 99–112.
- Dąbrowski W., Dąbrowska D., Lewandowicz E., Wierciński T., 1998. Doświadczalne wyznaczenie dokładności mapy numerycznej z pomiarów bezpośrednich. [w:] VIII Konferencja Naukowo-Techniczna – *Systemy Informacji Przestrzennej*. Warszawa 19–21 maja, Tom 1, 99–102.
- Dąbrowski W., Dąbrowska A., 2000. Osnowy za mało dokładne. *GEODETA* Nr (62) 7, 68–69.
- Dąbrowski A., 2005a. Analiza dokładności obliczenia pola powierzchni ze współrzędnych. *Prz. Geod. Nr 4*, 3–6.
- Dąbrowski A., 2005b. Ekspertyza dotycząca zasad i dokładności pomiarów wykonywanych metodą biegunową i metodą domiarów prostokątnych przy pomocy nowoczesnego sprzętu pomiarowego oraz zasad wykorzystywania wyników tych pomiarów dla potrzeb ewidencji gruntów i budynków w nawiązaniu do obowiązującej instrukcji G-4. Maszynopis powielony (62 s.), Opracowanie wykonane na zamówienie Głównego Urzędu Geodezji i Kartografii z siedzibą w Warszawie.
- Hatowska D., 1994. Osnowa pomiarowa dla celów pomiarów szczegółowych przy pomocy Total Station, [w:] Konferencja Naukowo-Techniczna – *Automatyzacja procesu pozyskiwania danych i tworzenia mapy cyfrowej*. Olsztyn – Kikity 11–12 marca, 6 s.
- Instrukcja techniczna G-1. Pozioma osnowa geodezyjna. GUGiK.
- Instrukcja techniczna G-4. Pomiary sytuacyjne i wysokościowe. GUGiK.
- Kłuźniak S., 1954. *Geodezja*. Tom I. PWN, Warszawa.
- Latoś S., 2000. O potrzebie i kierunkach zmian niektórych przepisów w zakresie poziomych osnów geodezyjnych i szczegółowych pomiarów sytuacyjnych. *Prz. Geod. Nr 3*, 3–8.
- Leśniak H., 1979. *Wykłady z geodezji I*. Tom I. PWN, Warszawa.
- Lizończyk M., 2000. Nominalna dokładność instrumentów pomiarowych a ich dokładność użytkowa – rozważania związane z lekturą normy PN/ISO 8322, *Prz. Geod. Nr 3*, 15–17.
- Opracowanie, 2000. Opracowanie Redakcji Magazynu: *Tachimetry elektroniczne*. *GEODETA* Nr (67) 12, 43–49.
- Opracowanie, 2001. Opracowanie Redakcji Magazynu: *Kup pan tachimetr*. *GEODETA* Nr (79) 12, s. 13–19.
- Projekt, 2001a. Projekt Instrukcji technicznej G-2. Szczegółowa pozioma i wysokościowa osnowa geodezyjna i przeliczenia współrzędnych między układami. Główny Urząd Geodezji i Kartografii.
- Projekt, 2001b. Projekt Instrukcji technicznej O-1/O-2: Ogólne zasady wykonywania prac geodezyjnych i kartograficznych. Główny Urząd Geodezji i Kartografii.
- Projekt, 2002. Projekt Instrukcji technicznej G-4: Pomiary sytuacyjne i wysokościowe. Główny Urząd Geodezji i Kartografii.

Pudło M., 2004. Rok nowych tachimetrów. *GEODETA* Nr (115) 12, 41–48.

Rozporządzenie Ministra Spraw Wew. i Administracji z dnia 24 marca 1999 r. w sprawie standardów technicznych dotyczących geodezji, kartografii oraz krajowego systemu informacji o terenie (Dz. U. Nr 30, poz. 297).

## ANALYSIS OF THE HORIZONTAL ACCURACY OF THE POLAR AND THE ORTHOGONAL SURVEY METHODS

**Abstract.** Present technologies of determination of position a topographic points in a huge measure are automated and are based on methods: direct land measurements, satellite or photogrammetric techniques or the methods of graphical-and-digital processing of existing cartographical works.

In the process of producing of large scale map data (at present in digital form) or realization of different economic tasks, is the most important matter of their accuracy. This means in practice respecting the legal recipes as well as use of technical standards valid in field of geodesy and cartography.

This paper presents the analysis of accuracy of position determination of topographic points using direct measurements of the polar and the orthogonal methods. Accuracy of topographic survey was confronted with requirements of valid G-4 Instruction as well as recommendations contained in draft of (new) G-4 Instruction.

Performed investigations confirmed high accuracy (with respect to the closest points of horizontal geodetic control network) of detailed topographic surveys realized with contemporary electronic tacheometers. Present topographic surveys with a total station provide the determination of topographic point (from 1<sup>st</sup> accuracy group with the careful their identification) with the accuracy of  $0,03 \div 0,05$  m.

Conducted investigations confirmed also that it is possible to determinate topographic features the 1<sup>st</sup> accuracy group (with the careful identification) realized with the orthogonal method survey with the accuracy not worse than 0,05 m (with respect to points of the control network). However according to large time absorbing of detailed surveys of the orthogonal method and scarce possibility of automation, both the measurements and record of their results - in case of topographic surveys (especially these realized on urban areas) the applying the orthogonal method will be well-founded only as supplementary method. This method is used in a small range in relation to predominant in topographic surveys of the polar method (realized with the total station instruments).

**Key words:** G-4, topographic survey, Total Station, polar and orthogonal methods

Zaakceptowano do druku – Accepted for print: 25.09.2008

Do cytowania – For citation: Duskoc A., 2008. Analiza dokładności pomiarów sytuacyjnych wykonywanych metodą biegunową oraz domiarów prostokątnych. *Acta Sci. Pol. Geod. Descr. Terr.* 7(3), 47–70.

# SPIS TREŚCI

## CONTENTS

### **Tomasz Templin, Dariusz Popielarczyk**

- Tworzenie numerycznego modelu dna zbiornika wodnego w oparciu o jednowiązkowy sondaż hydroakustyczny i system DGPS ..... 3  
Creation of digital model of water reservoir bottom surface using single beam echosounder and DGPS system

### **Marek Trojanowicz**

- Znaczenie danych grawimetrycznych, numerycznego modelu terenu oraz globalnego modelu geopotencjału EGM96 w zagadnieniu interpolacji wysokości quasi-geoidy na przykładzie Dolnego Śląska ..... 15  
The importance of gravity data, digital elevation model and global geopotential model EGM96 in the quasi-geoid height interpolation problem case study at Lower Silesia

### **Małgorzata Gerus-Gościewska**

- Modelowanie przestrzeni planistycznej z wykorzystaniem informacji podpowierzchniowych ..... 37  
Modeling of planning space using subsurface information

### **Adam Daskocz**

- Analiza dokładności pomiarów sytuacyjnych wykonywanych metodą biegunową oraz domiarów prostokątnych ..... 47  
Analysis of the horizontal accuracy of the polar and the orthogonal survey methods