

## Spis treści

Wstęp .....	7
<b>Ireneusz Kuropka:</b> Przydatność wybranych modeli umieralności do prognozowania natężenia zgonów w Polsce .....	9
<b>Joanna Krupowicz:</b> Wykorzystanie zmiennych wyprzedzających do prognozowania procesu urodzeń .....	21
<b>Wioletta Wolańska:</b> Perspektywy starzenia się ludności Polski do roku 2035 .....	36
<b>Marcin Błażejowski:</b> Prognozowanie miesięcznej stopy bezrobocia dla Polski oraz województw za pomocą algorytmów X-12-ARIMA oraz TRAMO/SEATS .....	49
<b>Jacek Szandula:</b> Diagnostowanie i prognozowanie długości cykli nieregularnych .....	60
<b>Włodzimierz Szkutnik, Maciej Pichura:</b> Analiza wewnątrzsesyjnej zmienności wartości kontraktów terminowych z zastosowaniem modeli klasy ARCH/GARCH .....	72
<b>Maria Szmuksta-Zawadzka, Jan Zawadzki:</b> O prognozowaniu na podstawie modeli Holta-Wintersa dla pełnych i niepełnych danych .....	85
<b>Konstancja Poradowska:</b> Prawo propagacji niepewności w ocenie dopuszczalności prognoz .....	100
<b>Dorota Appenzeller:</b> Wartość kapitału intelektualnego firmy a prognozowanie upadłości .....	112

## Summaries

<b>Ireneusz Kuropka:</b> Selected mortality models utility in death density forecasting in Poland .....	20
<b>Joanna Krupowicz:</b> The leading indicators used to forecasting the number of birth in Poland .....	35
<b>Wioletta Wolańska:</b> Ageing of the Polish population till the year 2035 .....	48
<b>Marcin Błażejowski:</b> Forecasting monthly unemployment rate in Poland and Poland's voivodeships with the use of X-12-ARIMA and TRAMO/SEATS algorithms .....	59
<b>Jacek Szandula:</b> Diagnosing and forecasting a length of irregular cycles .....	71
<b>Włodzimierz Szkutnik, Maciej Pichura:</b> Intraday volatility analysis of futures contracts using ARCH/GARCH models .....	83

<b>Maria Szmuksta-Zawadzka, Jan Zawadzki:</b> Forecasting on the basis of holt-winter's models for complete and incomplete data .....	99
<b>Konstancja Poradowska:</b> Law of propagation of uncertainty in measuring forecast accuracy .....	111
<b>Dorota Appenzeller:</b> Value of companies' intellectual capital in business failure forecasting .....	120

**Jacek Szandula**

Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu

---

## DIAGNOZOWANIE I PROGNOZOWANIE DŁUGOŚCI CYKLI NIEREGULARNYCH

---

**Streszczenie:** Artykuł przedstawia procedurę wykrywania i prognozowania długości cykli nieregularnych. Do identyfikacji występowania wahań cyklicznych proponuje się analizę *R/S*. Długość cyklu określana jest na podstawie odległości kolejnych maksimumów lokalnych lub minimumów lokalnych. W celu wyznaczenia prognozy długości cyklu proponuje się potraktować szereg długości cykli jako realizację pewnego nieznanego procesu stochastycznego. Postępowanie takie umożliwia skorzystanie ze standardowych metod prognozowania szeregów czasowych. Procedurę zobrazowano na przykładzie szeregu generowanego oraz średnich miesięcznych indeksu S&P500.

**Słowa kluczowe:** prognozowanie, cykle nieregularne, analiza *R/S*, punkty zwrotne.

### 1. Wstęp

Wiele procesów gospodarczych charakteryzuje się nieregularną cyklicznością – np. koniunktura gospodarcza czy wartość indeksu giełdowego. Umiejętność prognozowania szeregów opisujących takie procesy nie jest trywialna. Co prawda, problem diagnostyki i prognozowania punktów zwrotnych jest w literaturze szeroko opisany (zob. np. [Zarnowitz, Moore 1982; Neftçi 1982; Andersson, Bock, Frisén 2004]), jednakże z pewnością nie jest rozwiązany. Autor proponuje wykorzystać wiedzę o średniej długości cyklu do prognozowania kolejnych punktów zwrotnych, a procedura przedstawia się następująco:

1. Identyfikacja wahań cyklicznych.
2. Identyfikacja punktów zwrotnych.
3. Prognoza punktów zwrotnych.

### 2. Identyfikacja wahań cyklicznych

Do identyfikacji wahań cyklicznych można wykorzystać analizę *R/S*, zaproponowaną przez Hursta [1951]. Jej istotą jest sprawdzenie, czy badany proces zachowuje się jak błądzenie przypadkowe. Zakres zmienności procesu można opisać równaniem:

$$(R/S)_n = cn^H, \quad (1)$$

gdzie:  $(R/S)_n$  – (przeskalowany) zakres zmienności  $n$  obserwacji,

$n$  – liczba obserwacji,

$H$  – wykładnik Hursta,

$c$  – dodatnia stała.

Dla procesu błędzenia przypadkowego wykładnik Hursta  $H = 0,5$ , czyli zakres zmienności, zwiększa się z pierwiastkiem liczby obserwacji. O procesach, dla których  $H \in (0,5, 1)$ , mówi się, że posiadają własność długiej pamięci. Ich funkcja autokorelacyjna maleje w wolnym tempie, co może powodować, że nawet zdarzenie dość odległe w czasie może oddziaływać na bieżące realizacje procesu, a efekty ewentualnych zaburzeń są długo obserwowalne. Procesy takie określa się też mianem persystentnych, ponieważ najbardziej prawdopodobne jest utrzymanie się do tychczas obserwowanych tendencji rozwojowych.

W przypadku gdy  $H \in (0, 0,5)$  proces jest antypersystentny. Mało prawdopodobne jest utrzymywanie się długich tendencji rozwojowych. Charakterystyczne za to są szybkie zmiany. Bardziej prawdopodobne jest, że najbliższa zmiana wartości realizacji procesu będzie przeciwnego znaku w stosunku do zmiany poprzedniej, tzn. jeżeli ostatnio obserwowany był wzrost, to bardziej prawdopodobny jest spadek i odwrotnie.

Badanie wykładnika Hursta może też być użyteczne do wykrywania cykliczności. Procesy cykliczne są persystentne, zmiany kierunku trendu następują bowiem stosunkowo rzadko. Dlatego, gdy proces jest cykliczny, wartość  $H$  dla  $n$  krótszych od średniej długości cyklu powinna się kształtować powyżej 0,5. Spadek wartości  $H$  dla pewnej wartości  $n$  do poziomu 0,5 lub niżej oznacza, że proces „traci długą pamięć”. Wartość  $n$ , dla której następuje taka zmiana, oznacza przeciętną długość cyklu [Peters 1997, s. 75].

W pierwszym kroku analizy  $R/S$   $N$ -elementową próbę należy podzielić na  $m$  równych, rozłącznych podokresów o długości  $n$  ( $m \times n = N$ ). Liczebność próby  $N$  dobiera się w ten sposób, aby miała możliwie jak najwięcej podzielników. Postępowanie takie ma na celu przeprowadzenie analizy dla maksymalnie wielu przedziałów różnych długości. Z kolei minimalna wartość  $n$  na ogół ustalana jest na 10, ponieważ dla mniejszych wartości oszacowania bywają niestabilne [Peters 1994, s. 63].

Dla każdego z podokresów oblicza się wartości skorygowane o średnią podokresu:

$$\tilde{y}_{i,j} = y_{i,j} - \bar{y}_j, \quad (2)$$

gdzie:  $\tilde{y}_{i,j}$  –  $i$ -ta skorygowana wartość w  $j$ -tym podokresie;  $i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m$ ,

$y_{i,j}$  –  $i$ -ta wartość w  $j$ -tym podokresie,

$\bar{y}_j$  – średnia  $j$ -tego podokresu:

$$\bar{y}_j = \frac{\sum_{i=1}^n y_{i,j}}{n}. \quad (3)$$

Na podstawie wartości skorygowanych  $\tilde{y}_{i,j}$  tworzone są szeregi skumulowane:

$$x_{i,j} = \sum_{s=1}^i \tilde{y}_{s,j}. \quad (4)$$

Zakres szeregu skumulowanego odpowiada rozstępowi:

$$R_j = \max_i(x_{i,j}) - \min_i(x_{i,j}). \quad (5)$$

Aby móc porównywać poszczególne zakresy, należy je znormalizować. W tym celu oblicza się odchylenia standardowe dla poszczególnych podokresów:

$$S_j = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_{i,j} - \bar{y}_j)^2}{n}}. \quad (6)$$

Statystyka  $R/S$  dla  $n$  obserwacji jest średnią z uzyskanych przeskalowanych zakresów:

$$(R/S)_n = \frac{\sum_{j=1}^m \frac{R_j}{S_j}}{m}. \quad (7)$$

Aby sprawdzić, czy uzyskana wartość jest znacząca, można ją porównać z wartością oczekiwaną dla procesu błędzenia przypadkowego. Peters [1997, s. 71] podał uproszczony wzór:

$$E(R/S)_n = \left( \frac{n-0,5}{n} \right) \sqrt{\frac{2}{n\pi}} \sum_{i=1}^{n-1} \sqrt{\frac{n-i}{i}}. \quad (8)$$

Z równania (1) wynika, że:

$$\log(R/S)_n = \log(c) + H \times \log(n), \quad (9)$$

zatem wykładnik Hursta jest równy współczynnikowi kierunkowemu linii regresji  $\log(R/S)_n$  względem  $\log(n)$ . Zamiast analizować wartość wykładnika Hursta, można poddać analizie tzw. statystykę  $V$ :

$$V_n = \frac{(R/S)_n}{\sqrt{n}}, \quad (10)$$

gdzie:  $V_n$  – statystyka  $V$  dla  $n$  obserwacji.

Dodatnie nachylenie wykresu  $V_n$  oznacza, że proces jest persystentny. Z kolei ujemne nachylenie wykresu oznaczać będzie proces antypersystentny. Punkty, w których wykres osiąga swoje lokalne maksimum, wyznaczają długość cyklu, przy której proces „traci długą pamięć”, tzn. nie należy oczekiwać cykli dłuższych od wartości  $n$ , dla której statystyka  $V_n$  osiąga swoje maksimum.

Jeżeli analiza  $R/S$  wskazuje na możliwość występowania wahań cyklicznych, badanie jest kontynuowane, w przeciwnym razie postępowanie zostaje zakończone.

### 3. Wykrywanie i prognozowanie punktów zwrotnych

Przed przystąpieniem do wykrywania punktów zwrotnych warto dokonać wygładzenia szeregu średnią centrowaną:

$$\bar{y}_t = \frac{0,5y_{t-\frac{k-1}{2}} + y_{t-\frac{k-1}{2}+1} + y_{t-\frac{k-1}{2}+2} + \dots + y_{t+\frac{k-1}{2}-1} + 0,5y_{t+\frac{k-1}{2}}}{k}, \quad (11)$$

gdzie:  $\bar{y}_t$  – średnia centrowana dla okresu  $t$ ,

$$t = \frac{k+1}{2}, \frac{k+1}{2} + 1, \dots, N - \frac{k-1}{2},$$

$k$  – stała wygładzania, będąca liczbą nieparzystą.

Postępowanie takie w znacznym stopniu zmniejsza efekt występowania wahań przypadkowych. Jednocześnie wygładzenie w ten sposób szeregu nie narusza znacząco położenia maksimów i minimów lokalnych, jeśli cykle są dłuższe od wybranej wielkości stałej wygładzania. Przy wyborze stałej wygładzania należy zatem mieć na uwadze, że zbyt mała jej wartość może nie „wytłumić” w wystarczający sposób wahań przypadkowych, a wartość zbyt duża może uniemożliwić wykrycie krótkich cykli.

W celu wyznaczenia punktów zwrotnych cyklu szeregu wygładzonego należy obliczyć współczynniki kierunkowe linii regresji na podstawie  $s$ -elementowych fragmentów badanego szeregu:

$$b_t = \frac{12 \sum_{i=1}^s \bar{y}_{t+i-1} \left(i - \frac{s+1}{2}\right)}{s(s^2 - 1)}, \quad (12)$$

gdzie  $b_t$  – współczynnik regresji dla okresu  $t$ .

Parametry dodatnie  $b_t$  oznaczają, że wartości szeregu rosną, ujemne – że maleją. Wektor znaków współczynników kierunkowych można zapisać jako:

$$\mathbf{z} = [z_1 \quad z_2 \quad \dots \quad z_{N-k+1}], \quad (13)$$

gdzie:

$$z_i = \text{sgn}\left(b_{i + \frac{k-1}{2}}\right). \quad (14)$$

Zmiana znaków parametrów z dodatnich na ujemne oznacza przejście przez szczyt, natomiast zmiana z ujemnych na dodatnie – przez dołek. Aby ograniczyć wpływ wahań przypadkowych, autor proponuje, aby zmianę fazy cyklu (przejście przez dołek lub szczyt) odnotowywać, jeśli zmiana znaku parametru linii regresji jest trwała – utrzymuje się w kolejnych  $p$  okresach, czyli jeżeli dotychczas występowała wzrostowa faza cyklu i pojawia się kolejno  $p$  wartości ujemnych współczynników regresji  $b_p$ , to znaczy, że w jednym z  $p$  pojawił się szczyt. Odpowiednio, jeżeli dotychczas obserwowana była faza spadkowa, to pojawienie się kolejnych  $p$  dodatnich parametrów oznacza przejście przez dołek i zmianę na fazę wzrostu. Precyzyjne określenie szczytów i dołków odbywa się w następujący sposób. Szczytem jest okres  $\tau$ , dla którego zachodzi:

$$\tau : \bar{y}_\tau = \max_j(\bar{y}_j), \quad j = t^-, \dots, t^- + s - 1, \quad (15)$$

gdzie  $t^-$  jest pierwszym z  $p$  okresów, w którym pojawia się ujemny parametr regresji. Z kolei dołkiem jest  $\tau$ , dla którego zachodzi:

$$\tau : \bar{y}_\tau = \min_j(\bar{y}_j), \quad j = t^+, \dots, t^+ + s - 1, \quad (16)$$

przy czym  $t^+$  jest pierwszym z  $p$  okresów, w którym pojawia się dodatni parametr regresji.

Powyższa procedura pozwala określić punkty zwrotne zgodnie z intuicyjną oceną linii na wykresie – punkty zwrotne są wykrywane w lokalnych maksimach (minimach) z pominięciem krótkookresowych wahań. Umożliwia ona dokładne ustalenie *ex post* punktów zwrotnych.

W celu wyznaczenia prognozy punktu zwrotnego autor proponuje potraktować szereg długości cykli jako realizację pewnego nieznanego procesu stochastycznego.

Należy zauważyć, że szereg długości cykli w rzeczywistości nie jest typowym szeregiem czasowym, gdyż jednostką czasu jest tu cykl, który zmienia swoją długość. Takie rozwiązanie, zdaniem autora, nie zniekształca w istotny sposób badanego problemu, a umożliwia skorzystanie z szeregu metod prognostycznych charakterystycznych dla szeregów czasowych.

#### 4. Przykład

Proponowanej procedurze poddane zostały dwa szeregi. Pierwszy z nich jest szeregiem generowanym w następujący sposób:

$$y_t = \sin \left( \frac{2\pi \left( t - \sum_{j=0}^{i-1} \beta_j \right)}{\beta_i} \right), \quad (17)$$

gdzie:  $y_t$  – wartość szeregu w okresie  $t$ ,

$\varepsilon_i$  – wartość realizacji zmiennej losowej o standaryzowanym rozkładzie normalnym,

$\beta_i$  – wartość  $i$ -tej realizacji zmiennej losowej  $B$  o rozkładzie jednostajnym dyskretnym  $B \sim U[10, 50]$ , długość  $i$ -tego cyklu,

$i = 1, 2, \dots, m; t = 1, 2, \dots, N; m \ll N; N = 15\ 120$ .

Wartość  $N = 15\ 120$  została dobrana w ten sposób, aby miała możliwie wiele podzielników (wartość ta ma 80 podzielników), co ułatwia późniejszą interpretację wyników analizy  $R/S$ .

Drugi szereg przedstawia średnie miesięczne ceny zamknięcia indeksu Standard & Poors 500 z okresu czerwiec 1953 – maj 2008. Autor zdecydował się na indeks amerykański ze względu na jego dłuższą historię w porównaniu z indeksami polskimi.

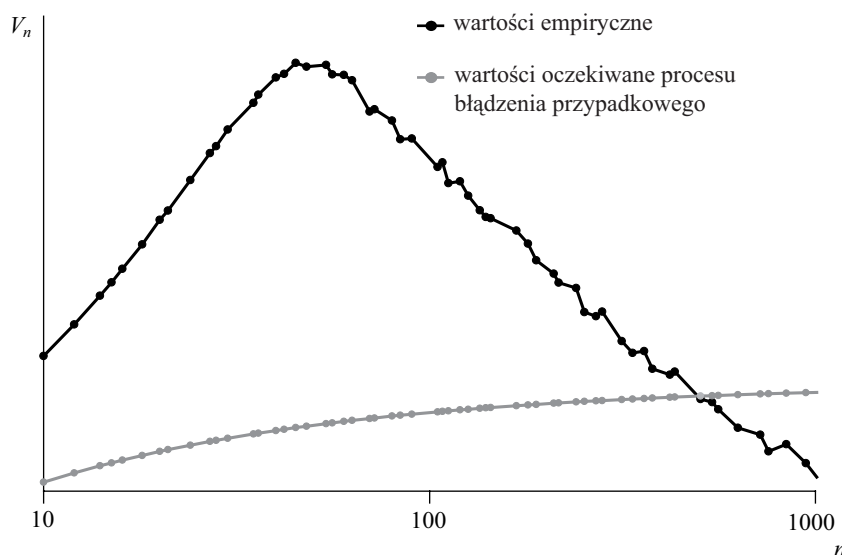
Klemens [1974] wykazał, że analiza  $R/S$  powinna być przeprowadzana dla szeregów stacjonarnych w średniej, w przeciwnym razie można otrzymać obciążone oszacowania statystyki  $R/S$ . W związku z tym w przypadku S&P500 zamiast analizować kurs zamknięcia, w którym może być obserwowana tendencja rozwojowa, poddane badaniu zostały logarytmy stóp zwrotu:

$$\ln\left(\frac{y_i}{y_{i-1}}\right). \quad (18)$$

gdzie:  $y_i$  – średni miesięczny kurs zamknięcia S&P500,  
 $i = 1, 2, \dots, 661$ .



Po przekształceniu logarytmicznym uzyskano więc 660 obserwacji (liczba 660 ma 24 podzielniki).

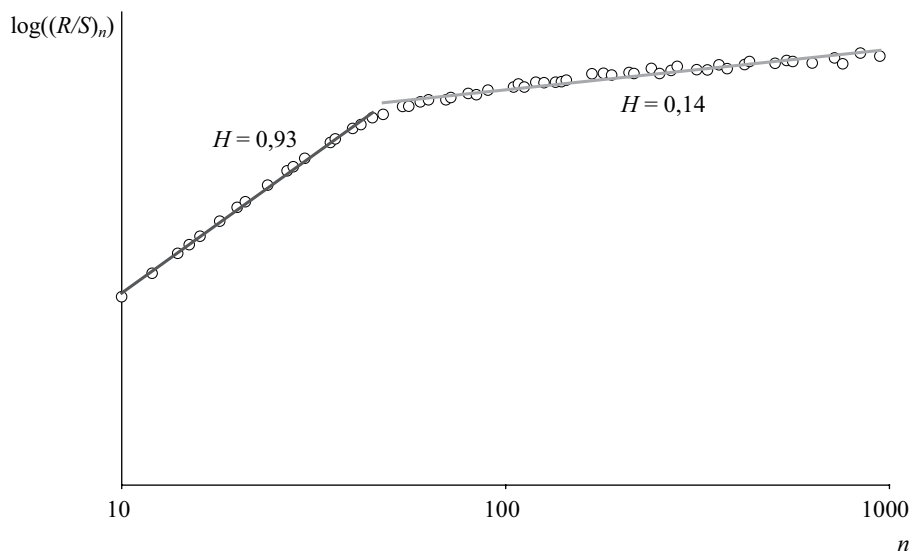


**Rys. 1.** Statystyka  $V$  dla generowanego szeregu z nieregularnymi wahaniami cyklicznymi

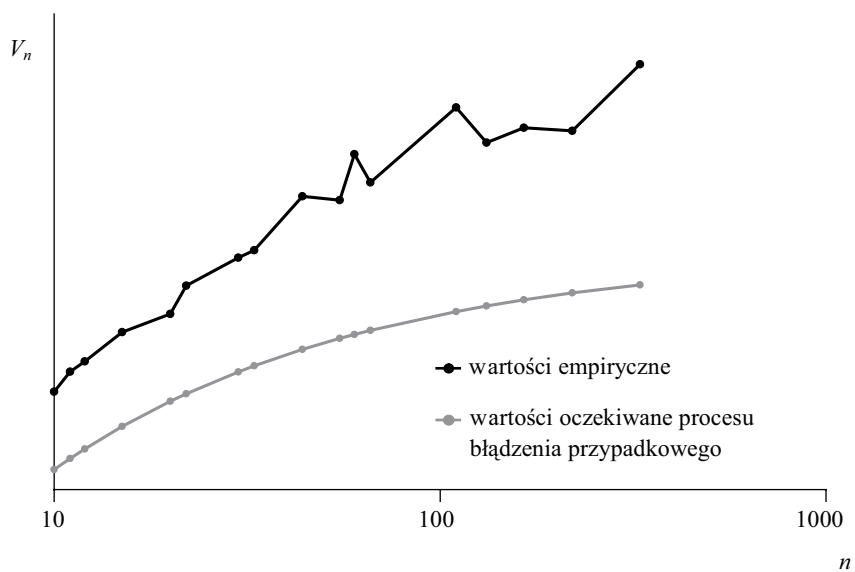
Źródło: opracowanie własne.

Rysunek 1 przedstawia wykres statystyki  $V_n$  dla szeregu generowanego. Wartości empiryczne początkowo rosną, osiągają swoje maksimum dla  $n = 45$ , stabilizują się i od wartości  $n = 54$  zaczynają maleć.

Rysunek 2 przedstawia wykres  $(R/S)_n$  od  $n$  dla szeregu generowanego w podwójnie logarytmicznym układzie współrzędnych. Początkowo niemal liniowy przebieg wykresu ulega załamaniu w okolicy wartości  $n \approx 50$ . Zgodnie z równaniem (9), współczynnik kierunkowy linii prostej szacowany dla obserwowanych wartości empirycznych odpowiada wykładnikowi Hursta. Wykładnik Hursta szacowany dla  $n$  nieprzekraczającego 45 wynosi 0,93, co oznacza, że analizowany szereg jest persystentny. Dla pozostałych wartości oszacowanie wykładnika Hursta wynosi zaledwie 0,14, czyli szereg jest antypersystentny. Przebieg wykresów na rys. 1 i 2 sugeruje, że w szeregu występują wahania cykliczne oraz że między wartościami 45 i 54 następuje utrata długiej pamięci (nie występują cykle dłuższe). Można stwierdzić, że w tym przypadku analiza  $R/S$  skutecznie zdiagnozowała występowanie wahań cyklicznych, badany szereg jest bowiem sinusoidalną falą, której długości poszczególnych cykli zostały wygenerowane z rozkładu jednostajnego z przedziału  $[10, 50]$ .

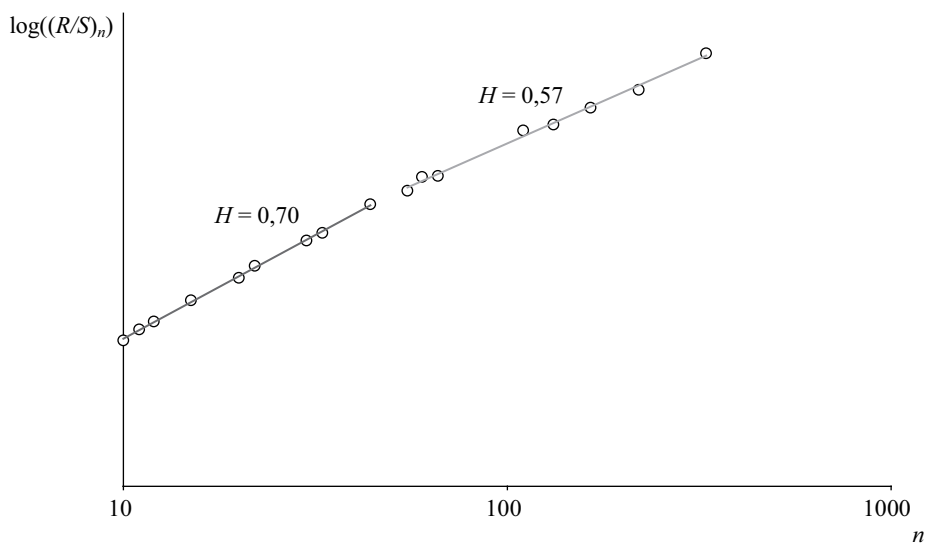


**Rys. 2.** Logarytmy  $(R/S)_n$  dla generowanego szeregu z nieregularnymi wahaniami cyklicznymi  
 Źródło: opracowanie własne.



**Rys. 3.** Statystyka  $V$  dla logarytmów stóp zwrotu indeksu S&P 500  
 Źródło: opracowanie własne.

W przypadku przebiegu statystyki  $V_n$  logarytmów stóp zwrotu indeksu S&P500 nie można wskazać maksimum (rys. 3). Nie jest więc oczywiste wskazanie momentu, w którym szereg „traci długą pamięć”, ani nawet stwierdzenie, czy taki efekt w ogóle występuje. Lokalne maksima występują dla wartości  $n = 44, 60, 110$  i  $165$ . Rysunek 4 przedstawia wykres  $(R/S)_n$  od  $n$  dla logarytmów stóp zwrotu indeksu S&P500 w podwójnie logarytmicznym układzie współrzędnych. Wartość współczynnika kierunkowego (wykładnika Hursta) szacowana dla  $n \leq 44$  wynosi  $H = 0,70$ . W takim razie, tak jak w przypadku wahań cyklicznych, w badanym szeregu bardziej prawdopodobne jest utrzymywanie się dotychczas obserwowanego trendu niż jego zmiana. Nie jest to, co prawda, dowód, że wahania cykliczne istnieją, niemniej wahania cykliczne mogą być przyczyną persystencji szeregu. Dla pozostałych obserwacji  $H = 0,57$ , co jest bliskie wartości oczekiwanej dla procesu błędzenia przypadkowego.

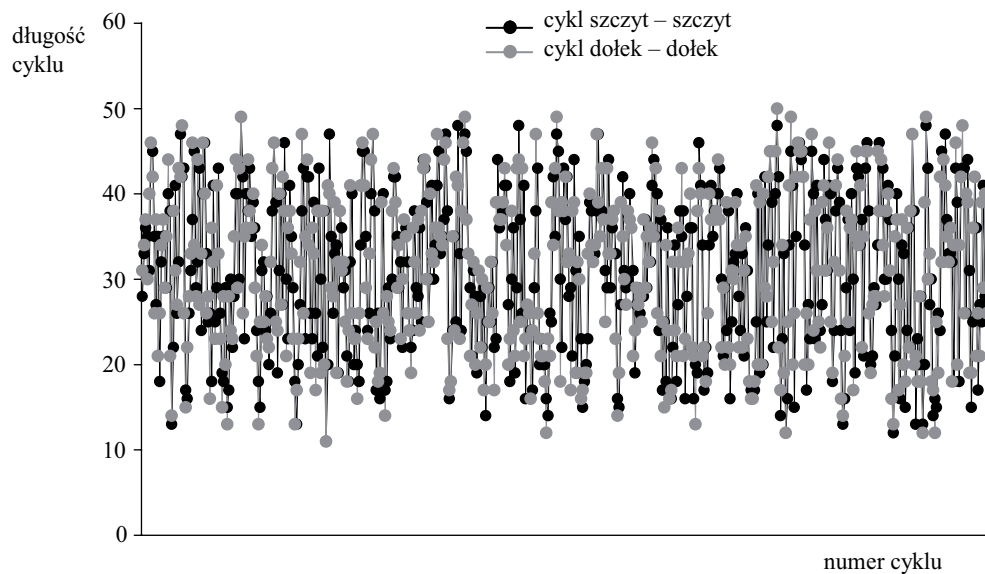


Rys. 4. Logarytmy  $(R/S)_n$  dla logarytmów stóp zwrotu indeksu S&P500

Źródło: opracowanie własne.

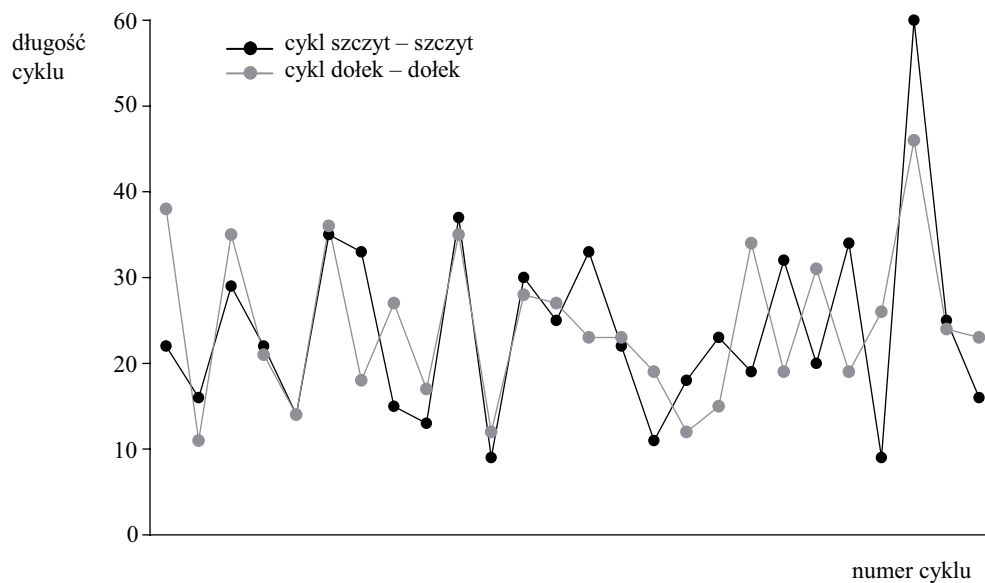
Ponieważ analiza  $R/S$  nie pozwala na jednoznaczne stwierdzenie, co jest przyczyną persystencji szeregu, konieczne jest kontynuowanie badania w celu określenia, czy występują wahania cykliczne.

Do wygładzenia obu szeregów wybrano średnią centrowaną ze stałą wygładzania  $k = 5$ . Wartość parametru oznaczającego długości fragmentów szeregu, na podstawie których szacowano współczynniki kierunkowe linii regresji, ustalono na  $s = 5$ . Podobnie długość serii znaków oszacowanych współczynników określającej zmianę kierunku trendu ustalono na  $p = 5$ .



Rys. 5. Długości cykli szeregu generowanego

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 6. Długości cykli logarytmów stóp zwrotu indeksu S&P500

Źródło: opracowanie własne.

Dla tak ustalonych wartości parametrów wyznaczono punkty zwrotne szeregu. Rysunki 5 i 6 przedstawiają długości cykli badanych szeregów liczone od szczytu do szczytu oraz od dołka do dołka. Długości poszczególnych cykli różnią się nieco, jeżeli liczyć je od szczytu do szczytu oraz od dołka do dołka. Świadczy to o pewnej asymetrii cykli – okresy wzrostów i spadków nie są sobie równe.

**Tabela 1.** Modele i prognozy długości cykli

Szereg	Pomiar cyklu	Opis modelu ARMA-GARCH	Prognoza długości kolejnego cyklu
Generowany	szczyt – szczyt	$y_i = 30,8 + a_i - 0,286a_{i-1}; \sigma_i^2 = 82,6$	33,8
	dołek – dołek	$y_i = 30,8 + a_i - 0,303a_{i-1}; \sigma_i^2 = 80,8$	34,0
S&P500	szczyt – szczyt	$y_i = 23,9 + a_i; \sigma_i^2 = 119,8$	23,9
	dołek – dołek	$y_i = 24,3 + a_i; \sigma_i^2 = 79,2$	24,3

Źródło: opracowanie własne.

Dysponując długościami poszczególnych cykli, można pokusić się o próbę wyznaczenia prognozy długości kolejnego cyklu. W badanym przykładzie do modelowania i prognozowania szeregów długości cykli wykorzystane zostały modele GARCH [Bollerslev 1986]. Wybór modelu prognostycznego przeprowadzono na podstawie skorygowanego kryterium Akaike'a [Akaike 1974; Sugiura 1978], dodatkowo parametry modelu musiały być istotne na poziomie  $\alpha = 0,01$ . Obliczeń dokonano w programie Matlab (R2007a) przy użyciu GARCH Toolbox. Modele uzyskane dla poszczególnych szeregów oraz prognozy długości cykli zostały zebrane w tab. 1.

## 5. Podsumowanie

Ze względu na to, że okresy wzrostów i spadków w ramach różnych cykli nie są sobie równe, wybór sposobu pomiaru długości cyklu może mieć znaczenie dla uzyskiwanych wyników. W badanych przypadkach, niezależnie od wyboru sposobu pomiaru długości cyklu, szeregi długości cykli okazały się stacjonarne. Nie stwierdzono także efektów GARCH. Dla średniej miesięcznej indeksu S&P500 prognoza długości cyklu – mierzonego jako różnice zarówno pomiędzy kolejnymi szczytami, jak i pomiędzy kolejnymi dołkami – jest równa średniej wieloletniej i wynosi około 24 miesiące. Analiza empiryczna wskazuje, że proponowana procedura umożliwi zidentyfikowanie wahań cyklicznych i wyznaczenie prognoz długości cykli. Dalsze prace powinny określić ewentualną przewagę takiego sposobu postępowania w stosunku do innych metod.

## Literatura

- Akaike H., *A new look at the statistical model identification*, IEEE Transactions on Automatic Control no. 19(6), 1974.
- Andersson E., Bock D., Frisén M., *Detection of turning points in business cycles*, „Journal of Business Cycle Measurement and Analysis” 2004, no.1.
- Bollerslev T., *Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity*, „Journal of Econometrics” 1986, no. 31.
- Hurst H.E., *The long term storage capacity of reservoirs*, Transactions of the American Society of Civil Engineers no. 116, 1951.
- Klemens V., *The Hurst phenomenon: a puzzle?*, Water Resources Research no. 10, 1974.
- McKenzie M.D., *Non-periodic Australian stock market cycles: evidence from rescaled range analysis*, „The Economic Record” 2001, no. 239.
- Neftçi S., *Optimal prediction of cyclical downturns*, „Journal of Economic Dynamics and Control” 1982, no. 4.
- Peters E.E., *Fractal Markets Analysis: Applying Chaos Theory to Investment and Economics*, John Wiley and Sons, New York 1994.
- Peters E.E., *Teoria chaosu a rynki kapitałowe. Nowe spojrzenie na cykle, ceny i ryzyko*, WIG-Press, Warszawa 1997.
- Sugiura N., *Further analysis of the data by Akaike's information criterion and the finite corrections*, Communications in Statistics, Theory and Methods, A7, 1978.
- Zarnowitz V., Moore G.H., *Sequential signals of recessions and recovery*, „Journal of Business” 1982, no. 55.

### DIAGNOSING AND FORECASTING A LENGTH OF IRREGULAR CYCLES

**Summary:** The article shows the procedure of detecting and forecasting a length of irregular cycles. For the identification of cyclical fluctuations *R/S* analysis is proposed. The length of the cycle is measured on the basis of the distance of next local maxima or local minima. To make the forecast of the cycle length the author proposes to treat the series of cycles lengths as a realization of an unknown stochastic process. Such proceedings enable to take advantage of standard time series forecasting methods. The proposed procedure is depicted on the example of the computer generated data and monthly averages of the S&P500 index.