

**Bartosz Lawędziak, Włodzimierz Szkutnik**

Akademia Ekonomiczna w Katowicach

## **ASPEKT SEKURYTYZACJI I HAZARDU MORALNEGO W PROGNOZOWANIU DZIAŁALNOŚCI LOKACYJNEJ FIRMY UBEZPIECZENIOWEJ**

Powszechny postęp cywilizacyjny i rozwój nowoczesnych technologii, w tym systemów wczesnego ostrzegania sprawia, że ludzie coraz częściej, ufając w ich skuteczność, zajmują tereny zagrożone wystąpieniem potencjalnych katastrof naturalnych. Szczególnie widoczna jest ta wiara w krajach bogatszych, co paradoksalnie sprawia, że wystąpienie któregoś z rodzajów ryzyka pociąga za sobą szkody znacznie większe niż w krajach biedniejszych. Oprócz działań technicznych o charakterze ochronnym – zapewniającym bezpieczeństwo ludziom i całej infrastrukturze, prowadzona jest jednocześnie działalność ubezpieczeniowa. Firmy przyjmujące na siebie finansową odpowiedzialność za skutki wystąpienia określonego, ale nieprzewidywalnego w wielkościach strat, ryzyka katastrofalnego muszą posiadać odpowiednio wysoki kapitał i zdywersyfikowany portfel. W tym celu dokonuje się klasyfikacji ryzyka oraz regionów jego występowania. Zgodnie z teorią ubezpieczeń zagrożenie powinno się rozkładać pomiędzy odpowiednio dużą, niezależną liczbę zdarzeń, aby działalność ubezpieczeniowa nie miała charakteru gry, a opierała się na prawie wielkich liczb. Działania te są konieczne do utrzymania bezpiecznego poziomu ryzyka, jakie może przyjąć na siebie ubezpieczyciel. I to właśnie pojemność rynku ubezpieczeń sprawia, że firmy poszukują dodatkowego kapitału, aby zabezpieczyć ryzyko. Poszukując dodatkowych źródeł dochodów, zwraca się uwagę na rynki finansowe.

Łączenie rynków finansowych i ubezpieczeniowych może prowadzić do zwiększenia siły finansowej, a tym samym stanowić narzędzie do rozpraszania potencjalnych niebezpieczeństw generujących ryzyko. Współdziałanie oparte na wzajemnych doświadczeniach i rozwiązaniach otwiera nowe możliwości inwestycji podmiotom niezwiązanym bezpośrednio z ubezpieczeniami. Można już mówić o transferze, a nawet handlu ryzykiem katastrof [Doherty, Richter 2002], dzięki szczególnym instrumentom

finansowym, które określa się jako ILS (*insurance-linked securities*). Instrumentami ILS można handlować na giełdzie. Zalicza się do nich m.in. obligacje katastrofalne (*cat bond*), opcje giełdowe na CBOT (*Chicago board of trading*) czy CatEPut (*catastrophe equity put options*) [Doherty 1997]. Rosnąca popularność tych metod wynika z faktu zmiany również sposobu podejścia do zagadnień ryzyka i myślenia zarządów firm. Efektem wzajemnego przenikania się rynku finansowego i ubezpieczeniowego jest zbiór metod i produktów określanych jako ART – Alternatywny Transfer Ryzyka. W ramach tej dyscypliny finansiści potrafią stworzyć instrument finansowy, oparty na określonym zdarzeniu, a dokładniej na wszystkim, co można oszacować. Idea tworzenia takich narzędzi, którymi można dodatkowo handlować, leży u podstaw sekurytyzacji, przez którą rozumiemy zabezpieczenie przed ryzykiem poniesienia strat mogących zachwiać pozycją finansową firmy ubezpieczeniowej. Sekurytyzację można też rozumieć [Ławędziak, Szkutnik 2004] jako pewien proces złożony z takich działań w sferze finansowych operacji, który umożliwia ochronę ubezpieczeniową dla ryzyka nieubezpieczonego w typowych systemach funkcjonujących na rynku reasekuracji.

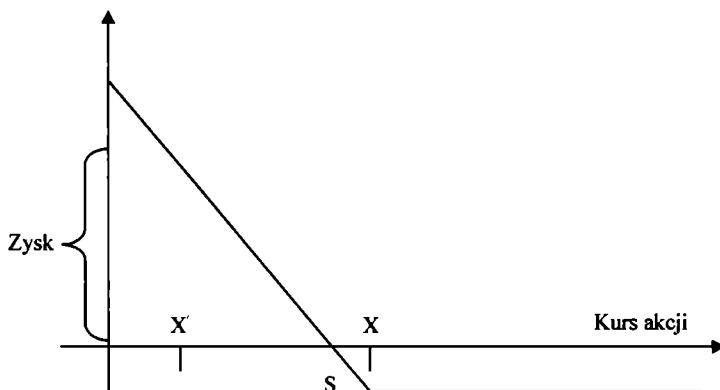
W porównaniu z tradycyjną reasekuracją, w sekurytyzacji ryzyka zabezpieczenie nie jest uzależnione od przyszłych płatności, które tu już zostały zapewnione poprzez premie za polisy. Z faktu ubezpieczenia firma otrzymuje kapitał z góry, który może ewentualnie stracić, ale lepiej mieć kapitał niż tylko obietnicę jego otrzymania. Idea obligacji katastrofalnych wywodzi się ze średniowiecznego sposobu finansowania ryzykownych przedsięwzięć. Włoscy kupcy zaciągali pożyczkę na pokrycie wartości statku, który jednocześnie był jej zabezpieczeniem, przy czym w przypadku jego zatonięcia dług był umarzany [Boryczka, Bobek, Lizak 1998]. Zasada ta znajduje dzisiaj odzwierciedlenie w postaci np. obligacji katastrofalnych *Cat bonds*, odpowiadających wartości sekurytyzowanego ryzyka, dawniej wartości statku. Zatem ta swoista pożyczka na zabezpieczenie ryzyka katastrofalnego występuje w bezpośredniej relacji z możliwością wystąpienia katastrofy. Wypłata odsetek dla inwestorów jest uzależniona od wystąpienia lub nie określonej katastrofy oraz od określonego indeksu, który jest współczynnikiem strat dla danego rodzaju katastrofy.

Do najpopularniejszych opcji ILS należą obligacje katastrofalne. Instrument ten posiada opcję „zapomnienia” [Front 1999], co oznacza, że nabywca takich obligacji może częściowo lub całkowicie stracić odsetki lub kapitał. Opcja ta uwarunkowana jest odpowiednio ustalonym poziomem strat katastrofalnych, który jest oceniany, gdy dochodzi do zdarzenia katastrofalnego. Jako indeks bazowy przyjmuje się: indywidualne straty ubezpieczyciela/ubezpieczonego, szacunki strat całego sektora czy parametry fizyczne zjawiska. Obligacje mogą zawierać podwójne opcje [Smith, Stutzer 1995], w tym precyzujące region geograficzny czy rodzaj szkody. Emisje są oferowane w transzach o zróżnicowanym stopniu ryzyka i stopie zwrotu, a więc zróżnicowanej atrakcyjności i dostępności dla różnych podmiotów. Obligacje te mogą podlegać również ratingowi, co ułatwia podejmowanie decyzji inwestycyjnych potencjalnym inwestorom. Emitentem papierów zajmuje się nie sama firma ubezpieczeniowa, ale powołana przez nią spółka

specjalnego przeznaczenia SPV (*special purpose vehicle*), najczęściej ustanawiana w tzw. raju podatkowym (Kajmany czy Bermudy). W transakcję są zaangażowane trzy strony: inwestor nabywający obligacje od emitenta papierów sekurytyzacyjnych (SPV), który jednocześnie zawiera kontrakt z cedentem, będącym ubezpieczycielem lub reasekuratorem. Forma ta może być dalej modyfikowana tak, aby eliminować ryzyko bazo- we, a więc to, które jest przedmiotem transakcji prowadzonych przez emitenta papierów. Może to polegać np. na oparciu kontraktu między cedentem a reasekuratorem na stratach cedenta, a kontraktu między reasekuratorem na indeksie strat. Zwrócić tu należy uwagę na to, że indeksy strat są mierzone przez odpowiednie parametry fizyczne (np. przy trzęsieniu ziemi indeks strat wyrażony jest przez parametr fizyczny, jakim jest stopień skali Richtera). W ten sposób indeksy strat przyczyniają się do eliminacji ryzyka hazardu moralnego oraz umożliwiają inwestorom szybszy zwrot kapitału, gdyż możliwe jest wtedy bardziej efektywne i obiektywne oszacowanie strat powstałych w wyniku zdarzenia katastrofalnego.

Modyfikacją obligacji katastrofalnej jest *Cat bond* wywodząca się z rynku europejskiego. Ma ona uchronić emitenta przed nadmiernym wzrostem stawek reasekuracji po wystąpieniu katastrofy o wysokich roszczeniach oraz umożliwić emisję obligacji po wcześniej ustalonej cenie. Inwestor nabywa obligację, w której odsetki i sam kapitał są objęte ryzykiem wystąpienia zdarzenia katastrofalnego. Jeśli w okresie trwania obligacji nastąpi katastrofa, która doprowadzi do określonego poziomu wartości szkód, wtedy emitent korzysta z wbudowanej w obligację opcji. Jeśli nie zostanie osiągnięty ustalony poziom wartości szkód (ceny reasekuracji nie wzrosną), nie wykonuje się takiej opcji.

Omawiane wcześniej instrumenty dotyczyły zabezpieczeń przed nadmierną stratą kapitału dla przyszłych zdarzeń i ryzyka katastrofalnego. Firmy ubezpieczeniowe muszą również chronić się przed nadmiernymi stratami już po samej katastrofie. Jednym z takich instrumentów jest wspomniany już CatEPut (struktura skonstruowana przez Aon-Re) [Croson, Kunreuter 2000]. Często instrument ten jest traktowany jako sposób dywersyfikacji portfela ze względu na brak jego skorelowania z warunkami ekonomicznymi, a jedynie uzależnionym od charakteru zjawisk katastrofalnych. Ubezpieczyciel, będąc narażonym na straty po wystąpieniu zdarzenia, nabywa od inwestorów prawo do emisji akcji po wcześniej ustalonym kursie. Warunkiem koniecznym wykonania opcji jest przekroczenie ustalonego poziomu strat na skutek katastrofy. Drugim uwarunkowaniem jest spadek akcji poniżej ceny wykonania. Wtedy firma nabywa w ten sposób opcję put na emisję akcji. Pozwala to na szybki dostęp do kapitału po z góry ustalonym koszcie. Dodatkową korzyścią tego rozwiązania jest większy napływ kapitału niż ten, który jest obecny na rynku. Obrazuje to rys. 1, typowy dla takich sytuacji nabycia opcji [Baird 1998]. Różnica  $X - X'$  jest oferowaną wartością dodatkowego kapitału z akcji po nastąpieniu katastrofy. W przypadku ceny akcji poniżej wartości  $S$  (cena wykonania  $X$  po odliczeniu premii) ubezpieczyciel zyskuje na tej operacji.



Rys. 1. Schemat działania opcji CatEPut

Źródło: [Baird 1998].

Słabą stroną opcji CatEPut jest wystawienie firmy ubezpieczeniowej na ryzyko kredytowe w przypadku niewywiązania się inwestorów z nałożonego zobowiązania. Ochroną przed tym jest wybór inwestorów o wysokich ratingach przy jednoczesnych zapisach o dodatkowym zabezpieczeniu, w przypadku jego obniżenia. Od strony inwestycyjnej nabywcy są narażeni na utratę wypłacalności ewentualnie bankructwo wystawcy z powodu wierzitelności wynikających z rozmiarów katastrofy. Aby uchronić inwestorów, stosuje się zapisy o możliwości odstąpienia od wykonania opcji lub wprowadza się barierę ograniczającą prawo ich nabycia. Stosowane w CatEPut rozwiązania kształtują charakter ryzyka, ale również wprowadzają ryzyko hazardu moralnego. Firma ubezpieczeniowa może wpływać na wysokość strat tak, aby osiągnęły wymagany poziom i opcja została wykonana, lub odwrotnie – zaniżać poziom strat, aby cena akcji nie wyszła poza określoną barierę. Opierając się na indeksach fizycznych lub ocenie strat całej branży, można ograniczać ryzyko moralne, ale znowu wystawia to ubezpieczyciela na ryzyko bazy.

Niezwykle ważną rolę w prowadzeniu usług ubezpieczeniowych odgrywa odpowiednie rozłożenie ryzyka, czyli dywersyfikacja portfela. W celu ułatwienia redystrybucji ryzyka powstał CATEX (*catastrophe risk exchange*) – internetowy rynek reasekuracji. Operacje wykonywane na giełdzie polegają na uzyskaniu premii za przyjęte ryzyko. Oferty prezentowane w internecie są anonimowe, co ma uzasadnienie ze względu na pozycję rynkową zbywcy – oferta sprzedaży ryzyka może zaszkodzić ratingowi firmy lub świadczyć o nadmiernej ekspozycji czy wrażliwości finansowej. Sukces giełdy oparty jest również na szerokiej gamie oferowanych rodzajów ryzyka i indywidualnej, elastycznej konstrukcji zawieranych kontraktów. CATEX umożliwia także handel lub wymianę ryzyka już trwającego, co jest nie bez znaczenia dla zdarzeń katastrofalnych.

Inną formą obrotu ryzykiem są opcje katastrofalne Cat dostępne na CBOT. Zapewnia to standaryzację opcji, a tym samym przejrzystość rynku. Wartość opcji jest ustalana na podstawie oszacowanych wielkości strat wywołanych katastrofą. Zajmują się tym niezależne instytucje, które tworzą odpowiednie indeksy, np. PCS (*property claim services*). Zasada handlu na CBOT jest następująca: nabywamy prawo (po cenie premii równej cenie opcji) do kupna (sprzedaży) danego indeksu PCS za cenę rozliczenia na koniec okresu szacowania strat. Zbywając opcję jako wystawcy, sami narażamy się na skutki katastrofy. Z tytułu ryzyka dostarczenia obowiązkowego zapewnienia instrumentu bazowego po ustalonej przyszłej cenie, otrzymujemy premię. Opcje katastrofalne są pomocne w sytuacji, gdy zwykła reasekuracja jest niewystarczająca lub za droga. Dzięki nim firma może w krótkim okresie uzupełnić ewentualne luki w programach reasekuracyjnych czy dokonać przemieszczeń w lokalizacji geograficznej ryzyka.

Scharakteryzowane wybrane instrumenty tworzą grupę aktywów związanych z sekurytyzacją ryzyka katastrofalnego i dają inwestorom, niekoniecznie związanym z rynkiem ubezpieczeń, nowe możliwości zarządzania swoimi portfelami, tak aby przy niższym ryzyku osiągnąć wyższy zysk. Przedstawione opcje, mając niską korelację z dotychczasowym portfelem inwestora, zwiększają również jego rentowność. Warto także uwzględnić dodatkowy wzrost premii za nowość na rynku, która w miarę przyjęcia się i zaakceptowania przez rynek finansowy straci na wartości i będzie wyceniana według rzeczywistej stopy zwrotu. Mimo przedstawionych korzyści z wykorzystania emisji ILS: potencjalna pojemność, stabilizacja cen i elastyczność, rynek ten nadal stanowi uzupełnienie tradycyjnej reasekuracji. Nie można nie zauważyć, że cała koncepcja ART wpływa na tradycyjny rynek ubezpieczeń głównie za sprawą wkroczenia na rynek inwestycyjny i pojawienia się nowych graczy spoza sektora ubezpieczeniowego. A to oznacza utorowaną drogę dla odważnych menedżerów zarządzających ryzykiem oraz banków inwestycyjnych posiadających znaczny kapitał, który może zostać „wpompowany” w sektor ubezpieczeniowy.

W tej części artykułu zostanie określony pewien model [Doherty, Richter 2002] uwzględniający aspekt sekurytyzacji i wskazujący na możliwości lokacyjne firmy w celu zwiększenia jej zysku z działalności ubezpieczeniowej. Zabezpieczenie ubezpieczenia będzie uwarunkowane stratą indywidualną i drugą zmienną losową, która tutaj nie pełni funkcji informacyjnej, a została wybrana, ponieważ powiązana jest ze stratą.

Niech  $I$  oznacza wskaźnik powiązany ze stratą posiadacza polisy,  $L$ . Niech  $\alpha$  określa współczynnik zabezpieczenia, a zatem wypłata z tego produktu to  $\alpha I$ .

Wielkość  $G$ , zdefiniowaną jako różnicę pomiędzy  $L$  i tą wypłatą, nazywamy luką:

$$G = L - \alpha I \quad \text{gdzie } 0 \leq \eta_{I,L} \leq 1, \quad (1)$$

gdzie:  $\eta_{I,L}$  – współczynnik korelacji.

Przy standardowej umowie ubezpieczenia, tj. kompensaty (tzn. wyrównania straty w odszkodowaniu posiadacza polisy), posiadacz polisy ubezpiecza stratę  $L$ , więc wypłata w tym przypadku dotyczy tylko straty  $L$ . Poruszony tutaj problem ma zabezpieczyć lub

ubezpieczyć  $I$  i  $G$  osobno. Instrumenty zabezpieczające są określone jako **wskaźnik zabezpieczenia** i **ubezpieczenie luki**. Jeśli współczynnik zabezpieczenia dla luki, oznaczający udział  $\beta$  luki  $G$ , jaki jest pokryty poprzez ubezpieczenie luki, jest jednością, wówczas kombinacja wskaźnika i ubezpieczenia luki stworzy idealne zabezpieczenia lub pełne ubezpieczenie. Jednakże zróżnicowanie współczynników zabezpieczenia  $\alpha$  i  $\beta$  oferuje różne kontrole moralnego hazardu dla prostej umowy kompensaty, w której  $L$  jest zabezpieczone bezpośrednio.

Zabezpieczenie wskaźnikowe oferuje wypłatę  $\alpha I$  w zamian za składkę  $(1+m)\alpha EI$  (tutaj i w dalszej części  $E$  wskazuje przewidywanie zmiennej stochastycznej). Określenie  $m$  jest kosztem transakcji poniesionym przez ubezpieczyciela, który, będąc neutralnym wobec ryzyka, jest obojętny na sprzedanie pokrycia przy tej cenie lub na niezrobienie tego. Pokrycie luki spłaci pewną proporcję ryzyka stopy bazowej pozostałego z zabezpieczenia wskaźnikowego, tzn.  $\beta(L-\alpha I)$ , w zamian za składkę  $\beta\{EL(a) - \alpha EI + n\}$ . Zakłada się, że potrącenie  $(\beta n)$  zależy jedynie od poziomu pokrycia, ponieważ spodziewane opłaty z ubezpieczenia luki mogą być bliskie zeru, kiedy  $\alpha = 0$  polisa kompensaty istnieje z pokryciem  $\alpha I + \beta(L - \alpha I) = \beta L$ .

Dystrybucja straty zależy od poziomu zapobiegania jej powstawaniu przez posiadacza polisy ( $\alpha$ , które jest formalnie wydatkiem na zapobieganie stracie). Zapobieganie stratom wpływa na dystrybucję, czego głównym efektem jest redukcja przewidywanej wartości straty:  $EL(a)$ , przy  $EL < 0$ ,  $EL > 0$ . Taki model jest wystarczająco ogólny, aby zezwolić na czynności, jakie wpływają na wielkość lub prawdopodobieństwo straty, i w związku z tym może być wykorzystany do poruszania kwestii moralnego hazardu zarówno przed faktem, jak i po fakcie.

Przy określaniu problemu każdy pragnie być zdolnym do ustalenia optymalnej umowy, biorąc pod uwagę moralny hazard. Zakłada się, że ubezpieczyciel jest neutralny wobec ryzyka i że rynek ubezpieczeniowy jest konkurencyjny w taki sposób, że ubezpieczyciele pobierają składkę wystarczającą do pokrycia przewidywanych roszczeń (co z kolei zależy od przewidywanych kosztów czynności  $a^*$  i innych transakcji). Optymalna umowa jest ustalona przez zezwolenie posiadaczowi polisy na wybór współczynników zabezpieczenia przy powyższych składkach i następnie wybór czynności zabezpieczającej.

Majątek posiadacza polisy  $M$  wynosi teraz ( $M_0$  wskazuje majątek początkowy):

$$\begin{aligned} M &= M_0 - L - \alpha EI - \beta\{EL(a^*) - \alpha EI\} + \alpha I + \beta(L - \alpha I) - a = \\ &= M_0 - L(1 - \beta) + I\alpha(1 - \beta) + I\alpha(1 - \beta) + EL\alpha(\beta - 1) - EL(a^*)\beta - a. \end{aligned} \quad (2)$$

Podjmującym decyzję jest firma, której wartość jest wzrastająca w  $EM$ . Co więcej, ponieważ firma ma pewne koszty (koszty bankructwa, koszty agencyjne itd.), jakie rosną wraz z ryzykiem, wartość firmy maleje w  $\sigma(M)$ . Bardzo ważną cechą tego modelu jest związek między wskaźnikiem  $I$  a stratą posiadacza polisy  $L$ , a analiza średniej zmiennej pozwala na prostą porównawczą statystykę dotyczącą współczynnika korelacji. Średnia zmienna pozwala na wyciągnięcie takich wniosków, chociaż są one ograni-

czone w zastosowaniu. Szczególnym ograniczeniem analizy średniej zmiennej jest jej nieumiejętność pozyskania własności dystrybucji długoogonowych, które opisują wiele rodzajów ryzyka zbiorowego.

Z równania (2) po wykonaniu operacji uśrednienia mamy

$$EM = M_0 - \beta EL(a^*) - (1 - \beta)EL(a) - mEI\alpha - a \quad (3)$$

oraz

$$\begin{aligned} \sigma(M) &= \sigma(L)(1 - \beta) + \sigma(I)\alpha(1 - \beta) - 2\alpha(1 - \beta)COV(I; L) = \\ &= (1 - \beta)\{\sigma(L) + \alpha\sigma(I) - 2\alpha COV(I; L)\}. \end{aligned} \quad (4)$$

Wartość firmy  $V$  to średnia zmiennej, gdzie  $\delta$  jest miernikiem kosztów związanych z ryzykiem i może być interpretowany jako miara awersji do ryzyka:

$$V = EM - \delta \cdot \sigma(M). \quad (5)$$

Wybór  $a$  po fakcie (*ex post*) oznacza, że

$$-(1 - \beta) \cdot \frac{dL(a)}{da} - 1 - \delta \cdot (1 - \beta)^2 \cdot \left[ \frac{d\sigma^2 L}{da} - 2 \cdot \alpha \cdot \frac{d \text{cov}(I, L)}{da} \right] = 0. \quad (6)$$

W związku z definicją (5) wartości firmy powstaje możliwość formalnego podejścia do problemu optymalnego ubezpieczenia w postaci:

$$\max\{EW - \delta \cdot \sigma(M)\} \quad (7)$$

przy warunku ograniczającym (6), ze względu na optymalne wielkości  $\alpha^*$ ,  $\beta^*$ ,  $a^*$

Rozwiązanie powyższego problemu [Lawędziak, Szkutnik 2004] jest oparte na metodzie mnożników Lagrange'a. Z postaci funkcji Lagrange'a

$$\begin{aligned} L(\alpha, \beta, a, \lambda) &= E(M) - \delta \cdot \sigma^2(M) - \lambda \cdot \left\{ -(1 - \beta) \cdot \frac{dL(a)}{da} - \right. \\ &\quad \left. - 1 - \delta \cdot (1 - \beta)^2 \cdot \left[ \frac{d\sigma^2 L}{da} - 2 \cdot \alpha \cdot \frac{d \text{cov}(I, L)}{da} \right] \right\} \end{aligned}$$

dla zadania na ekstremum warunkowe wynikają następujące dwa równania

$$\frac{\partial L}{\partial \alpha} = -2 \cdot \delta \cdot (1 - \beta^*) \cdot \left[ \alpha^* \cdot \sigma^2(I) - \text{cov}(I, L) - \lambda \cdot \frac{d \text{cov}(I, L)}{da} \right] = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \beta} = \lambda \cdot \frac{dE(L(a))}{da} + 2 \cdot \theta \cdot (1 - \beta^*) \cdot \left[ \left( \sigma^2(L) + \alpha^{*2} \cdot \sigma^2(I) - 2 \cdot \alpha^* \cdot \text{cov}(I, L) \right) + \right. \\ \left. + \lambda \cdot \frac{d\sigma^2 L}{da} - 2 \cdot \alpha^* \cdot \lambda \cdot \frac{d\text{cov}(I, L)}{da} \right] = 0. \quad (9)$$

Dalsze uproszczenie rozważań możliwe jest przy założeniu, że funkcja oczekiwanej straty ma następujące własności:

a)  $\frac{dE(L)}{da} < 0$ , co znaczy, że oczekiwane straty maleją wraz ze wzrostem działań prewencyjnych  $a$ , a inaczej interpretując – jest to założenie o ujemnej wartości hazardu moralnego,

b)  $\frac{d^2 E(L)}{d^2 a} > 0$ , co w interpretacji hazardu znaczy, że ujemny hazard moralny wzrasta,

c)  $\frac{d\sigma^2 L}{da} = 0$ , a więc ryzyko straty nie zależy od działań prewencyjnych,

d)  $\frac{d\text{cov}(I, L)}{da} = 0$ , to znaczy, że zależność korelacyjna zabezpieczenia wskaźnikowego i straty jest niezależna od działań prewencyjnych.

Zatem równania (8) i (9) można zapisać w bardziej zwartej postaci, pamiętając że

$$\text{cov}(I, L) = r_{I,L} \cdot \sigma(L) \cdot \sigma(I), \\ \alpha^* = r_{I,L} \cdot \frac{\sigma(L)}{\sigma(I)}, \quad (10)$$

$$\beta^* = 1 + \frac{\lambda \cdot \frac{dE(L(a^*))}{da}}{2 \cdot \delta \cdot [\sigma^2(L) + \alpha^{*2} \cdot \sigma^2(I) - 2\alpha^* \cdot r_{I,L} \cdot \sigma(I) \cdot \sigma(L)]}. \quad (11)$$

Jeśli występuje dodatnie skorelowanie między zabezpieczeniem wskaźnikowym  $I$  a stratą  $L$ , wówczas firma zabezpieczy przy pewnym dodatnim współczynniku zabezpieczenia ( $\alpha^* > 0$ ) rozważane ryzyko. Zauważmy też, że optymalne pokrycie luki jest równe  $\beta^* = 1$ , gdy nie ma moralnego hazardu, tzn.

$$\frac{dE(L)}{da} = 0.$$

Oczywiście, tak jak założyliśmy nie ma też narztu na składkę. Co więcej,  $\beta^*$  spada, kiedy moralny hazard wzrasta, i jest dodatnio związany z  $\delta$ .

Zaobserwujemy związek pomiędzy  $\alpha^*$  i  $\beta^*$ :

$$\frac{d\beta^*}{d\alpha^*} = \frac{\left( \lambda \cdot \frac{dE(L)}{da} \right) \cdot (r_{1,L} \sigma(I) \cdot \sigma(L) - \alpha^* \cdot \sigma^2(L))}{\theta \cdot (\sigma^2(L) + \alpha^{*2} \cdot \sigma^2(I) - 2 \cdot \alpha^* \cdot r_{1,L} \cdot \sigma(I) \cdot \sigma(L))^2}. \quad (12)$$

Ponieważ  $\delta$  jest dodatnia, tzn. występuje awersja do ryzyka i pierwszy czynnik w liczniku jest ujemny, znak  $d\beta^*/d\alpha^*$  zależy od różnych określeń ryzyka w drugim czynniku licznika. Można wykazać, że

$$\frac{d\beta^*}{d\alpha^*} < 0, \text{ przy } r_{1,L} \cdot \sigma(L) > \alpha^* \cdot \sigma(I), \quad (13)$$

$$\frac{d\beta^*}{d\alpha^*} > 0, \text{ przy } r_{1,L} \cdot \sigma(L) < \alpha^* \cdot \sigma(I). \quad (14)$$

Zatem udział ubezpieczenia luki  $\beta^*$  spada względem ubezpieczenia wskaźnikowego, gdy współczynnik korelacji  $r_{1,L}$  jest bliski jednośc. Tak więc wysoka korelacja prowadzi do negatywnego związku między  $\alpha^*$  i  $\beta^*$ . Ten wynik jest całkiem możliwy do przyjęcia: jeśli zabezpieczenie wskaźnikowe jest bardzo wydajne, prawdopodobne jest, że im mniej ubezpieczenie luki jest potrzebne, tym więcej pokrycia z zabezpieczenia wskaźnikowego jest nabyte.

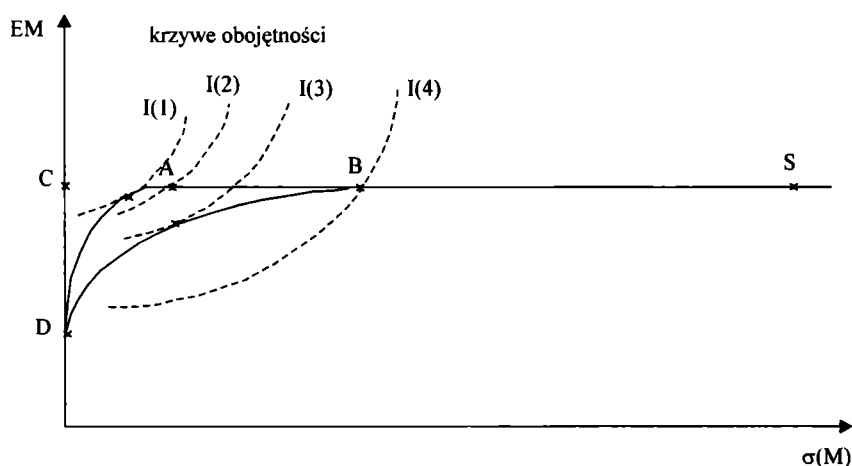
Z równań (10) i (11) wynika związek między udziałami w ubezpieczeniu luki i ubezpieczeniu wskaźnikowym. Przy przyjętych założeniach o braku kosztów transakcji mamy następującą zależność

$$\beta^* = 1 + \frac{\lambda \cdot \frac{dE(L(\alpha^*))}{da}}{2 \cdot \delta \cdot [\sigma^2(L) \cdot (1 - r_{1,L}^2)]}. \quad (15)$$

Można teraz łatwo zinterpretować optymalne zabezpieczenie wskaźnikowe  $\alpha^*$  i optymalne ubezpieczenie luki  $\beta^*$  dla tego uproszczonego przypadku. Równanie (10) pokazuje, że  $\alpha^*$  jest wzrastająca we współczynniku korelacji  $r_{1,L}$ , przy nachyleniu, jakie zależy od względnych wartości odchyłeń standardowych  $\sigma(L)$  i  $\sigma(I)$ . Przy braku moralnego hazardu  $\beta^*$  jest jednością. Ale przy moralnym hazardzie  $\beta^*$  jest mniej niż jednością i zmniejsza się z wraz ze współczynnikiem korelacji, jak pokazano w równaniu (15). Przy zerowej korelacji optymalne pokrycie wynosi  $1 + \{\lambda \cdot dEL(\alpha^*)/da\}/\{2 \cdot \theta \cdot \sigma(L)\}$ . Kiedy korelacja wzrasta, udział  $\beta^*$  zmniejsza się, jako że drugi czynnik w liczniku równania (11) staje się mniejszy (przypomnijmy, że to określenie jest ujemne). Firma jednakże zawsze będzie nabywać dodatnią ilość ubezpieczenia luki.

Jeśli nie istnieją koszty transakcji i przy założeniach przyjętych względem moralnego hazardu a)-d), optymalne pokrycie z zabezpieczenia wskaźnikowego  $\alpha^*$  jest dodatnie, jeśli  $r_{1,L} > 0$  i wzrasta w  $r$ . Optymalna polisa ubezpieczenia luki zawsze oferuje

dotadnie, ale mniej niż pełne, pokrycie ( $0 < \beta^* < 1$ ). Aby wyniki te były intuicyjnie sensowne, zinterpretujemy je, posługując się rys. 2 obrazującym optymalne pokrycie luki w zależności od awersji do ryzyka oraz krzywych obojętności wyrażających niezależność podejmowanych działań zarówno od ryzyka, jak i od wartości oczekiwanej straty lub zysku [Doherty, Richter 2002]. Zaczynając przy początkowej darowiźnie w punkcie  $S$ , można dostrzec, że pokrycie wskaźnikowe jest dostępne bez moralnego hazardu, co może przenieść podejmującego decyzję do punktu  $B$ , jeśli korelacja jest niska, lub do punktu  $A$ , jeśli korelacja jest wyższa. Luka ryzyka,  $AC$  lub  $BC$  (w zależności od korelacji) może być ubezpieczona z pokryciem luki. Daje to możliwość przejścia albo  $AD$  (jeśli korelacja jest wysoka), albo  $BD$  (jeśli korelacja jest niska). W każdym z tych sposobów luka wywołuje moralny hazard i doprowadzi do wspólnego punktu  $D$  ryzyka-zwrotu, jeśli pełna luka jest ubezpieczona.



Rys. 2. Schemat optymalnego pokrycia luki w zależności od awersji do ryzyka i obojętności wobec zysku i ryzyka

Źródło: [Doherty, Richter 2002].

Weźmy pod uwagę najpierw przypadek niskiej korelacji.

Z zerowym potrąceniem,  $m = 0$ , pokrycie wskaźnikowe będzie niezależne od pokrycia luki. Jeśli tylko pokrycie wskaźnikowe jest nabywane, firma będzie na pozycji  $B$  na krzywej obojętności  $I(4)$ . Ponieważ ryzyko jest wysokie, krzywa obojętności jest względnie stroma w  $B$ . Ale pokrycie luki może być kupione wzdłuż linii  $BD$ . Ponieważ nachylenie tej linii wynosi zero dla pozycji  $B$ , zatem jest bardziej płaskie niż krzywa obojętności  $I(4)$ , firma zyskuje z podjęcia pokrycia luki dla osiągnięcia krzywej obojętności  $I(3)$ . A zatem  $0 < \beta^* < 1$ . Ale przy wysokiej korelacji firma może osiągnąć pozycję  $A$  na krzywej obojętności  $I(2)$  przy samym pokryciu wskaźnikowym. Tylko małe pokrycie luki jest kupione, co prowadzi do krzywej obojętności  $I(1)$ .

Rozważając decyzję zarządzania ryzykiem firmy, np. głównego ubezpieczyciela, który ma następującą opcję dla pokrycia ryzyka: zabezpieczenie wskaźnikowe może być nabyte, tzn. rodzaj pokrycia opartego na zmiennej instrumentu takiej jak wskaźnik katastrofy, który jest w znacznej mierze poza kontrolą posiadacza polisy i nie byłby, lub przynajmniej nie do znacznego stopnia, pod wpływem moralnego hazardu. Negatywną stroną tego rodzaju instrumentu byłoby zwykle to, że nie może on być idealnym zabezpieczeniem lub że, mówiąc inaczej, podejmujący decyzję musiałby stawić czoła ryzyku stopy bazowej. Aby więc możliwie zmniejszyć ten problem, wprowadza się jako dodatkowy instrument zabezpieczający możliwość umowy ubezpieczeniowej (reasekuracyjnej), która pokrywa lukę między rzeczywistymi stratami i zabezpieczeniem wskaźnikowym.

Umowa ubezpieczeniowa jest ponownie podatna na moralny hazard. Kombinowanie ubezpieczenia z zabezpieczeniem wskaźnikowym może poszerzyć możliwość ustaloną i w ten sposób doprowadzić do zysków wydajności. To staje się szczególnie pouczające dla przypadku, w którym produkt wskaźnikowy jest bez kosztów transakcji. W tych okolicznościach firma zawsze kupuje przynajmniej pewne pokrycie powiązane ze wskaźnikiem, jeśli wskaźnik jest pozytywnie związany z rzeczywistą stratą. Co więcej, zabezpieczenie wskaźnikowe zawsze byłoby uzupełnione przez dodatkia ilość ubezpieczenia luki. W każdym więc przypadku, w porównaniu z wykorzystaniem jedynie ubezpieczenia kompensaty, istnieje zysk z kombinacji produktów wskaźnikowych i ubezpieczenia luki.

## Literatura

- Baird A.J., *Rynek opcji. Strategie inwestycyjne i analiza ryzyka*, Dom Wydawniczy ABC, Warszawa 1998.
- Boryczka D., Bobek K., Lizak K., *Jak kupić i sprzedać trzęsienie ziemi*, Wydawnictwo Asekuracja&Re, wrzesień 1998.
- Crosen D.C., Kunreuther H.C., *Customizing Indemnity Contracts and Indexed Cat Bonds for Natural Hazard Risk*, „Journal of Risk Finance”, 1:24-41, 2000.
- Doherty N., *Financial Innovation for Financing and Hedging Catastrophe Risk*, [w:] Britton N., Oliver J. (eds.), *Financial Risk Management for Natural Catastrophes*, Proceedings of a conference sponsored by Aon Group Australia Limited, Brisbane: Griffith University, 191-209, 1997.
- Doherty N., Richter A., *Moral Hazard, Basis Risk and Gap Insurance*, „The Journal of Risk&Insurance” 69, no. 1, 2002.
- Froot K.A., *The Evolving Market for Catastrophic Event Risk*, „Risk Management and Insurance Review”, 3: 1-28, 1999.
- Lawędziak B., Szkutnik W., *Sekurytyzacja ryzyka jako forma ubezpieczenia ryzyk katastrofalnych w aspekcie modelowej równowagi hazardu moralnego i ryzyka bazowego*, [w:] *Ryzyko i prognozy*, Zeszyt naukowy nr 10, Wydawnictwo Śląskiej Wyższej Szkoły Zarządzania, Katowice 2004.
- Smith B.D., Stutzer M., *A theory of Mutual Formation and Moral Hazard With Evidence From the History of the Insurance Industry*, „The Review of Financial Studies”, 8: 545-577, 1995.

## **ASPECTS OF SECURITISATION AND MORAL HAZARD IN PREVISIONS OF FINANCIAL INVESTMENTS IN INSURANCE COMPANIES**

### **Summary**

The article presents the analysis (based on a simple model) of effect of the efficiency of risk division on account of utilisation of instruments related to disaster indicator. A decision to manage the risk (property) of the company is being discussed. It is important that there is a possibility to purchase security of an index type that determines catastrophe scale and is a variable of a purchased instrument by a major insurer. Negative side of this kind of instrument is that so called basic risk can appear and at the same time it's not an ideal insurance for the company. To diminish negative effects insurance contract can be introduced (reinsurance) the cover a gap between actual loss and index insurance. In conclusion we try to define most effective ways of company investments which help to avoid financial risk and at the same time increase company's profits.