

Tadeusz Kufel

Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

EKONOMETRYCZNE MODELOWANIE CYKLICZNOŚCI W PROCESACH SPRZEDAŻY NA PODSTAWIE DANYCH DZIENNYCH

1. Wstęp

Badania cykliczności procesów ekonomicznych można znaleźć najczęściej w literaturze dla danych miesięcznych i kwartalnych, za pomocą których opisuje się tylko cykl roczny, czyli sezonowy [Hylleberg 1992; Zieliński 1979; Zieliński 2002 i inne]. Ograniczanie badań tylko do cyklu rocznego – sezonowego jest zbyt dużym uproszczeniem analizy. Na potrzebę szerszego spojrzenia badań cykliczności zwrócił już uwagę W.S. Jevons w pracy z 1862 r. Napisał on następujące zdanie [Jevons 1862, s. 4, za: Hendry, Morgan 1995, s. 113-121]:

Every kind of periodic fluctuation, whether daily, weekly, monthly, quarterly, or yearly, must be detected and exhibitivite, not only as a subject of study in itself, but because we must ascertain and eliminate such periodic variations before we can correctly exhibit those which are irregular or non-periodic, and probably of more interest and importance¹

Potrzeba takich badań dostrzeżona została przez Jevonsa na podstawie analiz dziennych raportów handlowych [Jevons 1862, s. 4, za: Hendry, Morgan 1995, s. 113-121].

¹Tłumaczenie: Każdy rodzaj periodycznych wahań, czy to dziennych, tygodniowych, miesięcznych, kwartalnych lub rocznych, musi zostać zbadany i zaprezentowany, nie tylko jako temat studiów sam w sobie, ale musi być to wahanie wyodrębnione i wyznaczone, zanim przejdzie się do prezentowania (badania) tych zmienności, które są nieregularne i nieperiodyczne, i prawdopodobnie te zmienności są bardziej interesujące i o większym znaczeniu.

Poprawna analiza związków wymaga, aby uwzględniać lub eliminować obserwowane cykliczne składniki z procesów.

Koncepcja dynamicznego modelowania zgodnego autorstwa prof. Z. Zielińskiego [Talaga, Zieliński 1986] zakłada harmoniczną zgodność struktur lewej i prawej strony równania ekonometrycznego, co oznacza, że już na etapie specyfikacji modelu należy uwzględniać elementy wewnętrznej struktury wykorzystywanych procesów ekonomicznych. Wśród elementów wewnętrznej struktury procesów ekonomicznych najczęściej występuje składnik trendowy, cykliczny i autoregresyjny. Obserwowana cykliczność w procesach ekonomicznych zależy od typu danych i dotyczy najczęściej następujących okresowości:

- cykliczność koniunkturalna – dane co najmniej roczne,
- cykliczność roczna – sezonowa – dane co najmniej półroczne,
- cykliczność kwartalna – dane co najmniej miesięczne,
- cykliczność miesięczna – dane co najmniej dekadowe,
- cykliczność tygodniowa – dane co najmniej dzienne,
- cykliczność dobową – dane co najmniej kilkugodzinowe.

Dla danych rocznych można obserwować tylko składnik cykliczności koniunkturalnej. Dla danych kwartalnych, miesięcznych i dekadowych dodatkowo składnik cykliczności rocznej, a dla danych dziennych liczba możliwych cykliczności wzrasta do następujących składników: koniunkturalnego, rocznego, miesięcznego i tygodniowego. Dane tygodniowe są najmniej przydatne do analiz cykliczności.

Istnieje kilka metod opisu cykliczności. W pierwszej, najczęściej stosowanej, cykliczność opisywana jest za pomocą zestawu periodycznych zmiennych zero-jedynkowych, w drugiej – za pomocą składowych harmonicznych. Kolejne to metody mechaniczne wykorzystujące średnie ruchome do eliminacji trendu i wyodrębniania cykliczności.

Ekonometryczny model opisujący cykliczne wahania o okresie m za pomocą zmiennych zero-jedynkowych musi spełniać założenie $\sum_{i=1}^m d_i = 0$, co oznacza, że model cy-

kliczności może przyjmować następujące trzy postacie [Kufel 2004, s. 74-76]:

1. Model składnika cyklicznego bez wyrazu wolnego:

$$Y_t = \sum_{i=1}^m d_i Q_{it}, \quad \text{gdzie: } d_i^* = d_i - a_0, \quad a_0 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m d_i. \quad (1)$$

2. Model składnika cyklicznego bez ostatniej zmiennej Q_{it}

$$Y_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{m-1} d_i Q_{it}, \quad \text{gdzie: } d_i^* = d_i - d_m^*, \quad d_m^* = -\frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m-1} d_i. \quad (2)$$

3. Model składnika cyklicznego ze zmodyfikowaną zmienną Q_{it}^*

$$Y_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{m-1} d_i^* Q_{it}^*, \text{ gdzie: } Q_{it}^* = Q_{it} - Q_{mt}, \quad d_m^* = -\sum_{i=1}^{m-1} d_i^*. \quad (3)$$

Model 3 jest najwygodniejszy, ponieważ nie wymaga dodatkowych przeliczeń oszacowanych parametrów - amplitud, a z istotnością wahań cyklicznych mamy do czynienia wtedy, gdy przynajmniej jeden parametr istotnie różni się od zera.

2. Modelowanie cykliczności tygodniowej

Metody modelowania cykliczności tygodniowej opisywanej na podstawie danych dziennych są zależne od typu danych statystycznych, tzn. od tego jaki rodzaj zjawiska jest badany, ponieważ analizowany proces może obejmować:

- tygodnie pełne – siedmiodniowe,
- tygodnie bez niedziel – sześciodniowe,
- tygodnie robocze bez sobót i niedziel – pięciodniowe.

Układ danych statystycznych dla wielu zjawisk ekonomicznych wynika z organizacji pracy firm, przedsiębiorstw lub sklepów. Praca urzędów jest realizowana w układzie tygodnia roboczego – pięciodniowego, podobnie funkcjonują giełdy papierów wartościowych, ale najwięcej przykładów procesów ekonomicznych jest w układzie tygodnia sześciodniowego, gdzie przerwa w pracy dotyczy tylko niedziel. Odnosi się to przede wszystkim do sektora handlowego i bankowego, gdzie praca w soboty odbywa się, ale w skróconym wymiarze czasu. Istnieją też przykłady firm funkcjonujących bez przerw sobotnio-niedzielných, np. super- i hipermarkety, stacje benzynowe, wodociągi, energetyka.

Jeżeli przez $m = 5, 6, 7$ oznaczmy liczbę dni w tygodniu, to periodyczna zmienna zero-jedynkowa Q_{it} ($i=1, 2, \dots, m$) przyjmuje wartość 1 w dniu tygodnia i , a w pozostałe dni 0. Ale do estymacji modelu najlepiej wykorzystać zmodyfikowaną zmienną Q_{it}^* do postaci $Q_{it}^* = Q_{it} - Q_{mt}$, co ułatwia ocenę amplitud wahanía tygodniowego, a przykładowa macierz Q^* zmienných periodycznych dla tygodnia 5-dniowego ($m=5$) ma następującą postać:

$$Q^* = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Podobnie formułuje się zmienne periodyczne dla tygodnia 6-dniowego i 7-dniowego.

Wykorzystanie wielomianu trygonometrycznego – składowych harmoniczných do szacowania amplitud cykliczności jest możliwe tylko dla tygodnia z parzystą liczbą dni, tj. 6-dniowego. W przypadku tygodnia 5- i 7-dniowego nie jest możliwe wykorzystanie analizy harmonicznej. Wybranie pojedynczych składowych harmoniczných jest tylko formą uproszczonego opisu, dlatego zaleca się wybór periodycznych zmienných 0-1 jako formy pełnego opisu cyklu tygodniowego.

W układzie danych dzienných często pojawiają się w procesach sprzedaży detalicznej odstające dane dla dni poprzedzających dodatkowe dni wolne od pracy, np. Boże Ciało, 1 i 3 maja, 15 sierpnia, 11 listopada oraz Wielkanoc i Boże Narodzenie. W takich przypadkach należy utworzyć zestaw zmienných 0-1 do opisu zwiększonej sprzedaży w tych dniach, a także do opisu dni wolnych. Wykorzystując zmienne periodyczne do szacowania cykliczności, można usunąć brakujące obserwacje z bazy danych (dni wolne – świąteczne), ale wykorzystując składowe harmoniczne, należy brakujące dane uzupełnić, np. zastępując brakującą informację średnią arytmetyczną z sąsiadujących jednoimienných dni. Uzupełnienie bazy danych nadaje lepszą interpretację zmienným opóźnioným w czasie.

3. Modelowanie cykliczności miesięcznej

Modelowanie cykliczności miesięcznej jest bardziej trudnym zagadnieniem niż opis jakiegokolwiek innej cykliczności. Dodatkowym elementem utrudniającym opis cyklu jest różna liczba dni w miesiącu.

W zależności od typu danych: tydzień 7-, 6- lub 5-dniowy długość miesiąca ulega zmianie i dodatkowo jest zależna od kalendarza. Liczba wystąpień danego dnia tygodnia także ulega zmianie. W tab. 1 przedstawiono liczbę powtórzeń danego dnia tygodnia w miesiącu w zależności od typu danych dzienných.

Analiza zmienności liczby dni w miesiącu oznacza, że analiza cykliczności miesięcznej musi być wykonywana razem z cyklicznością tygodniową, ponieważ łączna estymacja dwóch cykliczności jednocześnie: miesięcznej i tygodniowej za pomocą KMNK daje efekt oczyszczenia wpływów z drugiej cykliczności.

Dane dekadowe nie zawsze poprawnie opiszą cykl miesięczny, ponieważ na kształtowanie się zjawiska zbyt mocno wpływa zmienność liczby dni tygodnia.

Oszacowania amplitud cykliczności miesięcznej można wykonać za pomocą zmienných zero-jedynkowych Q_{it} , gdzie zmienna Q_{it} przyjmuje wartość 1 w i -tym dniu miesiąca, a w pozostałych przyjmuje wartość 0. Zmodyfikowana zmienna $Q_{it}^* = Q_{it} - Q_{mi}$ powstaje według formuły (3). Można do wyznaczenia zmodyfikowanej zmiennej periodycznej odjąć dowolną inną zmienną Q_{it} , co pozwoli otrzymać oszacowanie błędu oceny parametru Q_{mi} , którego nie można wyznaczyć w sposób analityczny (np. opuszczać dzień pierwszy w miesiącu zamiast ostatniego).

Drugim sposobem szacowania amplitud cykliczności jest analiza harmoniczna, która okazuje się całkowicie nieprzydatna do badania cykliczności miesięcznej. Wykorzystanie analizy harmonicznej jest możliwe tylko dla okresów o parzystej liczbie obserwacji (dni). Dla typu danych z:

Tabela 1. Liczba powtórzeń danego dnia tygodnia w miesiącu w zależności od typu danych dziennych

Liczba dni w miesiącu	Liczba powtórzeń danego dnia w miesiącu	
	4 razy	5 razy
typ danych – tydzień 7-dniowy		
28 dni	7	0
29 dni	6	1
30 dni	5	2
31 dni	4	3
typ danych – tydzień 6-dniowy		
24 dni	6	0
25 dni	5	1
26 dni	4	2
27 dni	3	3
typ danych – tydzień 5-dniowy		
20 dni	5	0
21 dni	4	1
22 dni	3	2
23 dni	2	3

Źródło: obliczenia własne.

- tygodniem 7-dniowym średnia liczba dni w miesiącu: 30.4166, (rok przestępny: 30.5000), w zaokrągleniu 30 dni,
- tydzień 6-dniowy: średnia liczba dni w miesiącu: 26.0833 (rok przestępny: 26.1667), w zaokrągleniu 26 dni,
- tydzień 5-dniowy: średnia liczba dni w miesiącu: 21.7500 (rok przestępny: 21.8333), w zaokrągleniu 22 dni.

Wyznaczanie składowych harmonicznych na podstawie zaokrąglonej liczby dni jest błędnym podejściem, ponieważ następuje kumulacja zaokrąglenia, która po roku powoduje przesunięcie cyklu o 5 dni, a w kolejnych latach o bardzo duże przesunięcia, co spowoduje, że oszacowania parametrów nie będą poprawnie wskazywały amplitudy cykliczności miesięcznej.

Faktyczne różnice w dniach dla składowej harmonicznej o długości 30 dni, a końcem miesiąca dla przykładowego okresu od 1998 do 2007 przedstawia tab. 2.

Kolejną metodą oceny amplitud cykliczności miesięcznej jest metoda mechaniczna. W pierwszym kroku należy oczyścić proces z tendencji rozwojowej poprzez wyznacze-

nie średniej ruchomej scentrowanej 30-wyrazowej (dane 7-dniowe), 26-wyrazowej (dane 6-dniowe) lub 22-wyrazowej (dane 5-dniowe) i odjęcie jej od badanego procesu. W drugim kroku wyznacza się średnie dla jednoimiennych okresów, które możemy interpretować jako amplitudy cykliczności. Może się tak zdarzyć, że dla danych 5-dniowych amplituda przypadająca na 31 dzień miesiąca zostanie oszacowana na podstawie tylko kilku obserwacji.

Tabela 2. Różnice w dniach dla cyklu 30-dniowego a końcem miesiąca w okresie od 1998 do 2007 r.

Numer cyklu	Faktyczny okres	Różnica w dniach
1	1998.01.01 – 1998.01.30	-1
2	1998.01.31 – 1998.03.01	+1
3	1998.03.02 – 1998.03.31	0
4	1998.04.01 – 1998.04.30	0
5	1998.05.01 – 1998.05.30	0
6	1998.05.31 – 1998.06.29	-1
7	1998.06.30 – 1998.07.29	-2
8	1998.07.30 – 1998.08.28	-3
9	1998.08.29 – 1998.09.27	-3
10	1998.09.28 – 1998.10.26	-4
11	1998.10.27 – 1998.11.26	-4
12	1998.11.27 – 1998.12.26	-5
24	1999.11.22 – 1999.12.21	-10
36	2000.11.17 – 2000.12.15	-16
48	2001.11.11 – 2001.12.10	-21
60	2002.11.06 – 2002.12.05	-26
72	2003.11.01 – 2003.11.30	-31
84	2004.10.26 – 2004.11.24	-37
96	2005.10.21 – 2005.11.19	-42
108	2006.10.16 – 2006.11.14	-47
120	2007.10.11 – 2007.11.09	-52

Źródło obliczenia własne.

4. Modelowanie cykliczności rocznej

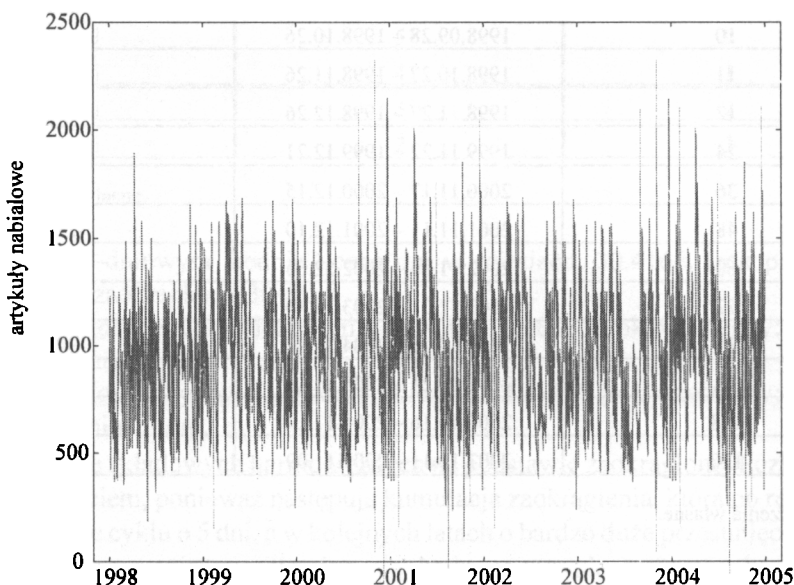
Jeśli się chce wykorzystać dane dzienne do szacowania cykliczności rocznej dla faz miesięcznych, jedynym sposobem jest wprowadzenie do ekonometrycznego modelu ze-

stawu 11 zmiennych zero-jedynkowych Q_{it} , dla których dana zmienna Q_{it} będzie przyjmowała wartość 1 w dniach miesiąca i , a w pozostałych dniach wartość 0. Zmienną Q_{it} można zmodyfikować do postaci $Q_{it}^* = Q_{it} - Q_{mi}$.

Do wyznaczenia cykliczności rocznej dla faz miesięcznych na podstawie danych dziennych analiza harmoniczna jest nieprzydatna, ponieważ występuje zmienność liczby dni w miesiącu.

5. Przykład empiryczny

Przykład empiryczny przedstawiający oszacowanie cyklu tygodniowego, miesięcznego i rocznego na podstawie danych dziennych dotyczyć będzie sprzedaży detalicznej w supermarkecie na wielotysięcznym osiedlu mieszkaniowym w dużym mieście. Analizowany proces sprzedaży artykułów nabiałowych (informacje z kas fiskalnych) dotyczy danych z tygodnia 7-dniowego za okres od 1.01.1998 do 31.12.2004 roku ($n=2557$). Supermarket czynny jest codziennie, ale o skróconym czasie pracy w niedziele. Rysunek 1 przedstawia proces sprzedaży w analizowanym sklepie (dane przeskalowane).



Rys. 1. Proces sprzedaży artykułów nabiałowych w wybranym supermarkecie za okres 1.01.1998 – 31.12.2004 ($n = 2557$)

Źródło: dane z wybranego supermarketu w Poznaniu.

Oszacowano ekonometryczny model opisujący cykliczność tygodniową, miesięczną i roczną za pomocą zmiennych periodycznych utworzonych według formuły (3). Do opisu cyklu tygodniowego wykorzystano 6 zmiennych periodycznych T_i^* , dla cyklu miesięcznego 30 zmiennych D_i^* , dla cyklu rocznego 11 zmiennych M_i^* , a szacowany model miał postać:

$$Y_t = a_0 + a_1 t + \sum_{i=1}^6 b_i T_{it}^* + \sum_{j=1}^{30} d_j D_{jt}^* + \sum_{s=1}^{11} m_s M_{st}^* + \varepsilon_t. \quad (5)$$

Tabela 3. Model 1 i 2. Estymacja modelu (5) metodą KMNK z wykorzystaniem 2557 obserwacji 1998-01-01 – 2004-12-31. Zmienna zależna: sprzedaż nabiału

Zmienna	Model 1 - bez 31 dnia miesiąca			Model 2 - bez 1 dnia miesiąca		
	Współczynnik	Błąd stand.	p-value	Współczynnik	Błąd stand.	p-value
const	908.908	10.2471	0.00001	908.908	10.2471	0.00001
time	0.019382	0.00695	0.005323	0.0193822	0.00694896	0.005323
m1	-27.6502	16.7492	0.098897	-27.6502	16.7492	0.098897
m2	-9.60912	17.4869	0.582709	-9.60912	17.4869	0.582709
m3	68.9409	16.7253	0.000039	68.9409	16.7253	0.000039
m4	145.561	16.9745	<0.00001	145.561	16.9745	<0.00001
m5	38.4625	16.7116	0.021443	38.4625	16.7116	0.021443
m6	48.9819	16.9666	0.003923	48.9819	16.9666	0.003923
m7	-203.581	16.7088	<0.00001	-203.581	16.7088	<0.00001
m8	-186.945	16.7114	<0.00001	-186.945	16.7114	<0.00001
m9	-11.1141	16.9745	0.512686	-11.1141	16.9745	0.512686
m10	47.244	16.7247	0.004768	47.244	16.7247	0.004768
m11	9.40863	16.993	0.579849	9.40863	16.993	0.579849
m12	80.3005	-	-	80.3005	-	-
d1	-46.6221	27.5715	0.090970	-46.6221		
d2	-14.4156	27.5714	0.601128	-14.4156	27.5714	0.601128
d3	31.403	27.5714	0.254825	31.403	27.5714	0.254825
d4	61.9342	27.5715	0.024771	61.9342	27.5715	0.024771
d5	213.067	27.5714	<0.00001	213.067	27.5714	<0.00001
d6	163.623	27.5714	<0.00001	163.623	27.5714	<0.00001
d7	216.736	27.5714	<0.00001	216.736	27.5714	<0.00001
d8	254.852	27.5714	<0.00001	254.852	27.5714	<0.00001
d9	201.101	27.5713	<0.00001	201.101	27.5713	<0.00001
d10	181.575	27.5713	<0.00001	181.575	27.5713	<0.00001
d11	166.949	27.5713	<0.00001	166.949	27.5713	<0.00001

d12	137.253	27.5713	<0.00001	137.253	27.5713	<0.00001
d13	115.316	27.5713	0.000030	115.316	27.5713	0.000030
d14	78.1469	27.5713	0.004629	78.1469	27.5713	0.004629
d15	88.6205	27.5713	0.001325	88.6205	27.5713	0.001325
d16	36.9514	27.5713	0.180297	36.9514	27.5713	0.180297
d17	45.3916	27.5713	0.099820	45.3916	27.5713	0.099820
d18	22.6066	27.5713	0.412332	22.6066	27.5713	0.412332
d19	-22.7983	27.5712	0.408380	-22.7983	27.5712	0.408380
d20	-20.1499	27.5713	0.464951	-20.1499	27.5713	0.464951
d21	-34.0022	27.5713	0.217600	-34.0022	27.5713	0.217600
d22	-23.7931	27.5713	0.388240	-23.7931	27.5713	0.388240
d23	-64.0918	27.5713	0.020174	-64.0918	27.5713	0.020174
d24	-96.17	27.5713	0.000495	-96.17	27.5713	0.000495
d25	-192.722	27.5714	<0.00001	-192.722	27.5714	<0.00001
d26	-220.803	27.5713	<0.00001	-220.803	27.5713	<0.00001
d27	-207.623	27.5714	<0.00001	-207.623	27.5714	<0.00001
d28	-230.966	27.5714	<0.00001	-230.966	27.5714	<0.00001
d29	-289.839	28.4178	<0.00001	-289.839	28.4178	<0.00001
d30	-310.976	28.7937	<0.00001	-310.976	28.7937	<0.00001
d31	-240.554	-	-	-240.554	36.0832	<0.00001
t1	-108.403	12.4447	<0.00001	-108.403	12.4447	<0.00001
t2	12.0672	12.445	0.332317	12.0672	12.445	0.332317
t3	27.6742	12.4447	0.026253	27.6742	12.4447	0.026253
t4	-13.7689	12.431	0.268131	-13.7689	12.431	0.268131
t5	18.9532	12.4311	0.127471	18.9532	12.4311	0.127471
t6	61.5827	12.445	<0.00001	61.5827	12.445	<0.00001
t7	1.8946	-	-	1.8946	-	-

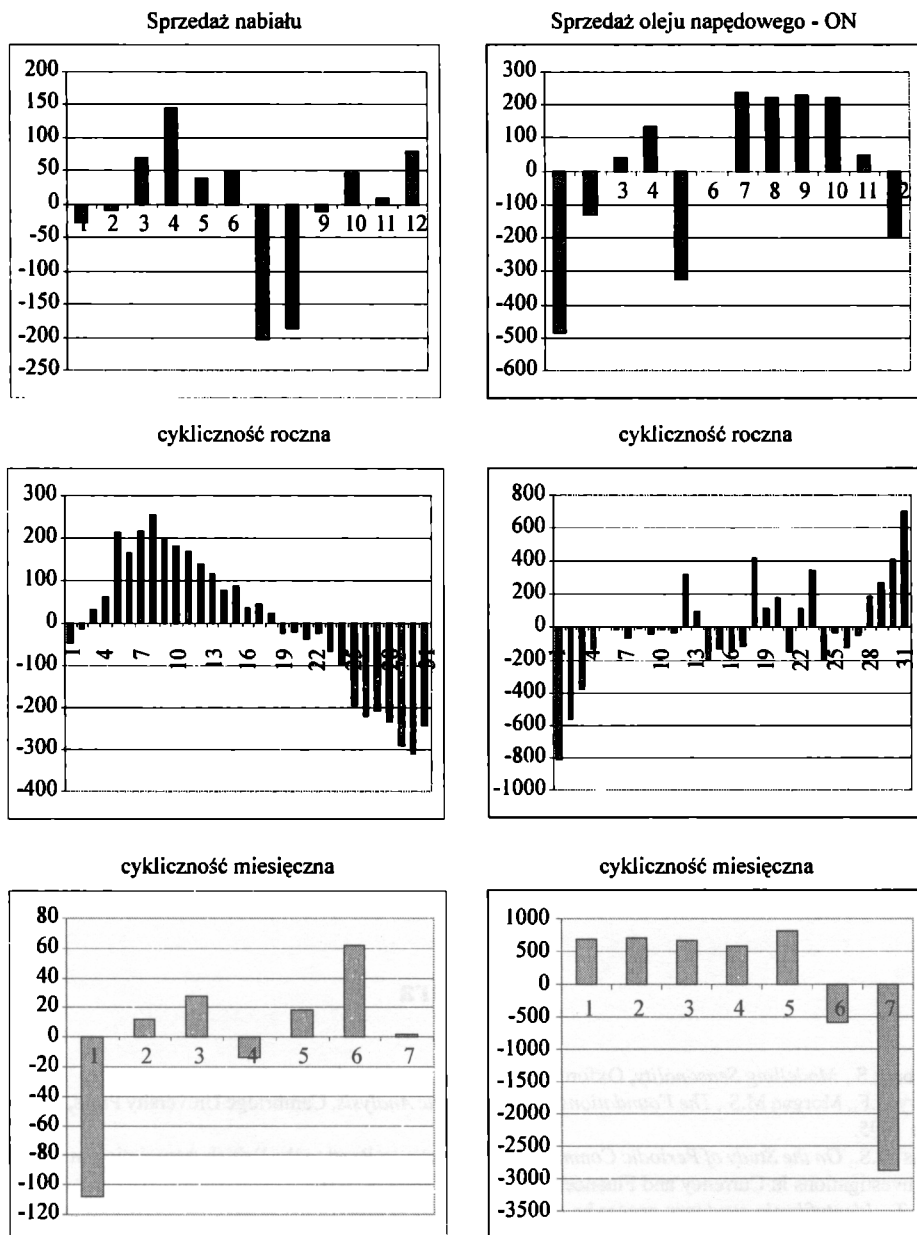
Se = 256.729, $R^2 = 0.363229$, $F(48, 2508) = 29.8046$ (p -value < 0.00001),
 DW = 0.900139, Autokorelacja reszt rzędu pierwszego = 0.549964.

Źródło: obliczenia własne.

Brakujące amplitudy zostały wyliczone według formuły (3) i spełniają założenie o sumie amplitud równych zero.

Na rys. 2 zaprezentowano wykresy amplitud cykliczności dla sprzedaży nabiału w wybranym supermarkecie na podstawie danych z 6 lat.

Drugi przykład prezentujący amplitudy cykliczności wyznaczone na podstawie danych dziennych dotyczy sprzedaży oleju napędowego w wybranej stacji paliw umiejscowionej przy trasie komunikacyjnej nr 1, za okres od 18.08.1999 do 10.11.2002



Rys. 2. Amplitudy cykliczności sprzedaży artykułów nabiałowych w wybranym supermarkecie oraz sprzedaży oleju napędowego na wybranej stacji paliw

Źródło: obliczenia własne.

($n = 1186$) i wskazuje bardzo ważną rolę cykliczności miesięcznej w analizowanym procesie. Tak silna cykliczność miesięczna dla tego procesu sprzedaży paliw wynika z ustawy o płaceniu zaliczek dochodowych podmiotów gospodarczych, dlatego firmy starają się na koniec miesiąca zwiększać koszty działalności, np. tankując paliwo do samochodów 30 lub 31 dnia miesiąca zamiast 1 dnia następnego miesiąca.

Tego typu procesy wymagają precyzyjnych sposobów wyznaczania cykliczności, dlatego jakiekolwiek sposoby uproszonego szacowania amplitud są niewskazane.

Wszystkie obliczenia wykonano w oprogramowaniu GRETl, który na etapie deklaracji typu danych ma możliwość określenia aż 10 typów szeregów czasowych od danych dziesięcioletnich, rocznych, kwartalnych, aż do godzinowych. Istnieje także możliwość własnej deklaracji typu danych, ale w takim przypadku nie są generowane automatycznie periodyczne zmienne zero-jedynkowe².

6. Podsumowanie

Jedynym pełnym poprawnym sposobem szacowania amplitud cykliczności tygodniowej, miesięcznej i rocznej na podstawie danych dziennych jest wykorzystanie periodycznych zmiennych zero-jedynkowych. Dla każdego typu danych dziennych, tj. dla tygodnia 7-, 6- czy 5-dniowego można oszacować te wahania. Braki w danych dla dni świątecznych (dni wolnych od pracy) można w dwojaki sposób zrealizować: po pierwsze – nie uzupełniać brakujących danych, a dnia z brakującymi informacjami nie uwzględniać w analizie lub zastąpić brakującą informację, np. średnią z sąsiadujących jednoimiennych okresów. Wykorzystanie wielomianów trygonometrycznych do opisu cyklu miesięcznego i tygodniowego daje opis o uproszczonym charakterze.

Literatura

- Hylleberg S., *Modelling Seasonality*, Oxford University Press, New York 1992.
- Hendry D.F., Morgan M.S., *The Foundations of Econometric Analysis*, Cambridge University Press, Cambridge 1995.
- Jevons W.S., *On the Study of Periodic Commercial Fluctuations*, Read to the British Association in 1862 oraz "Investigations in Currency and Finance", Macmillan, 1884, s. 3-10.
- Kufel T., *Identyfikacja struktury procesów ekonomicznych dla danych dziennych*, [w:] *Dynamiczne modele ekonometryczne*, Wydawnictwo TNOiK Toruń 1997, s. 233-244.
- Kufel T., *Dane dzienne w modelowaniu ekonometrycznym (przykład empiryczny)*, [w:] *Przestrzenno-czasowe modelowanie i prognozowanie zjawisk gospodarczych*, Zeszyty Naukowe AE Kraków, 1998, s. 141-156.
- Kufel T., *Postulat zgodności w dynamicznych modelach ekonometrycznych*, Wydawnictwo UMK, Toruń 2002.

²Oprogramowanie GRETl z grupy OPEN SOURCE jest dostępne na stronie internetowej <http://www.kufel.torun.pl>.

- Kufel T., *Ekometria. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem programu GRETL*, PWN, Warszawa 2004.
- Talaga L., Zieliński Z., *Analiza spektralna w modelowaniu ekonometrycznym*, PWN, Warszawa 1986.
- Zieliński Z., *Metody analizy dynamiki i rytmiczności zjawisk gospodarczych*, PWN, Warszawa 1979.
- Zieliński, Z., *Analiza ekonomicznych procesów stochastycznych. Pisma wybrane*, Wydawnictwo Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, Toruń 2002.

ECONOMETRIC MODELLING OF PERIODICITY IN SALE PROCESSES FOR DAILY DATA

Summary

The purpose of the paper is to present the problem of sale modelling for daily data with regard to the issue of modelling the complex periodicity, i.e. annual, monthly, weekly cycle. In the paper it has been indicated that the model with periodic dummies outperforms the trigonometric polynomial in describing the complex periodicity.