

Marcin Błażejowski

Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

WYKORZYSTANIE EKONOMETRYCZNYCH MODELI SPRZEDAŻY DO OPISU „BĄBLI PROMOCYJNYCH” I BUDOWY SCENARIUSZY CENOWYCH AKCJI PROMOCYJNYCH

1. Charakterystyka zjawiska „bąbla promocyjnego”

Zjawisko krótkookresowych zaburzeń układu cen obserwowane jest na wielu rynkach, szczególnie na rynkach konsumenta. Promocje sprzedaży, stosowane zarówno przez producentów, jak i przez sieci handlowe, dotyczyć mogą produktów nowo wprowadzanych na rynek bądź chęci wyprzedaży zapasów. Ponieważ rynek jest rynkiem konsumenta, stosowane akcje promocyjne mają przejściowy i cykliczny charakter, co wynika m.in. z tego, iż rynek pozostaje w stanie równowagi dynamicznej. W efekcie nagłe, przejściowe i głębokie obniżki cen produktów¹ można traktować jako świadomą próbę przejściowego wytrącenia rynku z równowagi dynamicznej i wykorzystania wysokich wartości współczynników elastyczności cenowej do okresowego zwiększenia ilości sprzedawanych opakowań. Takie zjawisko nazywać będziemy „bąblem promocyjnym”.

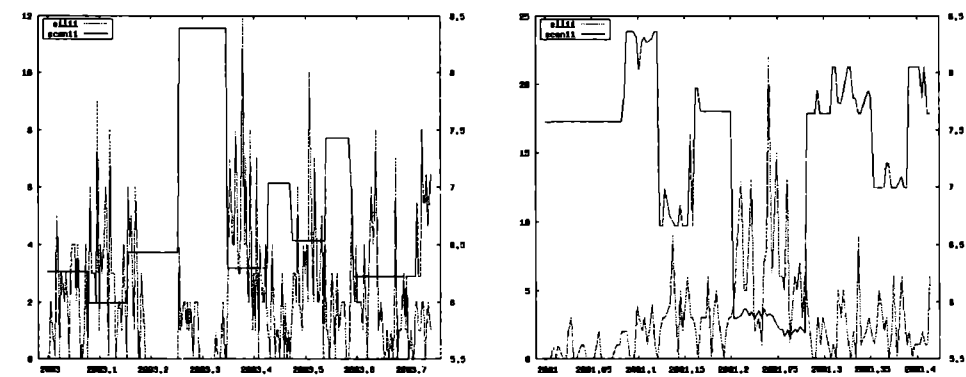
Większość akcji promocyjnych dotyczy dużych sieci handlowych oraz pojedynczych supermarketów. Konsument dokonujący zakupów w dużym markecie znajduje się w specyficznej sytuacji polegającej na tym, iż w rzeczywistości posiada on pełną informację o dostępnych na rynku produktach oraz o aktualnej strukturze cen². Ponieważ zjawisko „bąbli promocyjnych” jest obserwowane m.in. na rynku proszków do prania, analiza empiryczna będzie dotyczyła właśnie tego rynku. Dane wykorzystane do modelowania pochodzą z jednego z toruńskich supermarketów, w którym sprzedaż odbywa

¹ W analizowanych przykładach obniżki cen dochodziły do 30%.

² Szerzej będzie to wyjaśnione w dalszej części artykułu.

się w trybie tygodnia sześciodniowego, przy czym w sobotę firma pracuje w niepełnym wymiarze godzin. Wykorzystane szeregi czasowe dotyczą sprzedaży detalicznej (sprzedaż paragonowa), przy czym dane zostały zagregowane do danych dziennych. W analizowanym okresie udział uwzględnionych w analizie marek w łącznej sprzedaży proszków do prania wyniósł 81%. Z punktu widzenia analizy ww. efektów moment zaistnienia bąbla można potraktować jako impuls rynkowy.

Na rys. 1 przedstawiono dwa przykładowe „bąble promocyjne”, jakie w analizowanym przykładzie wystąpiły dla proszku marki Vizir. Linie ciągłe „sil1” oznaczają liczbę sprzedanych sztuk średnich opakowań proszku Vizir w danym dniu, linie przerywane „scen1” oznaczają cenę w PLN za kilogram proszku Vizir danego dnia.



Rys. 1. Przykładowe „bąble promocyjne” dla proszku Vizir

Źródło: opracowanie własne.

2. Modele odpowiedzi rynku oraz budowa scenariuszy cenowych akcji promocyjnych

Na wstępie pewnego rozstrzygnięcia wymaga kwestia identyfikacji okresu występowania impulsu cenowego. Wiele promocji sprzedaży polega na pośrednim obniżeniu ceny danego produktu poprzez dołączenie produktu bonusowego lub sprzedaży produktów w układzie „2 w 1” czy nawet „3 w 1”. Z tego powodu, w celu identyfikacji okresu występowania promocji, ceny nominalne produktów należy przeliczyć na ceny za jednostkę opakowania (masy, objętości, itd.). Okresy, w których występują okresowe obniżki cen połączone z przejściowymi wzrostami sprzedaży, to właśnie „bąble promocyjne”. Ekonometryczny model sprzedaży, który będzie opisywał reakcje sprzedaży różnych marek produktów na impuls pochodzący z ceny tylko jednej marki, będzie się mieścił w szerokiej klasie modeli odpowiedzi rynku. W klasie modeli jednorówna-

niowych najczęściej w tym kontekście wymienia się model funkcji transferowej [Hanssens, Parsons, Schultz 1990, s. 140] wprowadzonej przez Boxa i Jenkinsa [1983]:

$$Y_t = c + \sum \frac{A_i(L)}{B_i(L)} L^{b_i} X_{it} + \frac{\Theta(L)}{\Phi(L)} \varepsilon_t, \quad (1)$$

gdzie: $A_i(L)$ i $B_i(L)$ – operatory o rzędzie odpowiednio s oraz s ,

X_{it} – macierz zmiennych wejściowych,

ε_t – proces białoszumowy.

Wszystkie procesy są stacjonarnymi i odwracalnymi procesami ARMA³. Niestety, model (1) nie wydaje się odpowiedni do opisu kształtowania się sprzedaży jako efektu częstych promocji sprzedaży w super- i hipermarketach. Specyfika tak dużych jednostek handlowych polega m.in. na tym, iż konsument, dokonując tam zakupów, uzyskuje pełną informację zarówno o produktach, jak i o aktualnej strukturze cen. Wynika to z tego, iż z zasady produkty tego samego rodzaju zgromadzone są obok siebie. Stwarza to zasadniczo inną sytuację dla konsumenta, niż gdyby dokonywał zakupów w mniejszych sklepach. Rzeczywista (a nie tylko deklarowana) dostępność produktów substytucyjnych pozwala na uzewnętrznienie się faktycznych preferencji konsumpcyjnych, przy czym jedynymi parametrami decydującymi o wyborze są ceny. Można zatem powiedzieć, że konsument, znajdując się w super- czy hipermarkecie, ma cały rynek danej kategorii produktu niejako „przed oczami”. Należy przy tym założyć, że substytucja, jakiej będą dokonywali konsumenci, będzie dotyczyła nie tylko poszczególnych marek danej kategorii produktów, ale także różnych wielkości opakowań, w jakich te produkty występują. W związku z tym wydaje się, że w celu prawidłowego opisu wpływu impulsów pochodzących z cen poszczególnych marek na reakcje konsumentów dotyczące zakupów należy skorzystać z klasy modeli wielorównaniowych, przy czym można tutaj wykorzystać dwie metodologie:

- strukturalny model wielorównaniowy, na podstawie którego parametry odpowiedzi impulsowych można wyznaczyć jako efekty mnożnikowe,
- metodologie wektorowej autoregresji.

W niniejszym artykule przedstawiono podejście wektorowo-autoregresyjne do wielorównaniowego modelowania funkcji odpowiedzi rynku.

Przedstawmy model (1) w tzw. formie odpowiedzi impulsowej (*impulse response form*) [Hanssens, Parsons, Schultz 1990, s. 143; Piłatowska 2003, s. 176]:

$$Y_t = c + V_1(L)x_{1t} + V_2(L)x_{2t} + \dots + \eta_t. \quad (2)$$

Następnie zapiszmy model wektorowej autoregresji w formie strukturalnej [Kusideł 2000, s. 35; Osińska 2002, s. 139]:

$$Bx_t = \Gamma_0 D_t + \Gamma_1 x_{t-1} + \Gamma_2 x_{t-2} + \dots + \Gamma_p x_{t-p} + \zeta_t, \quad (3)$$

³ Warto zwrócić uwagę, iż model (1) w istocie posiada charakter modelu zgodnego w sensie Z. Zielińskiego [1991, s. 102].

gdzie: x_t – wektor obserwacji wszystkich zmiennych modelu,

D_t – wektor deterministycznych składników równania,

Γ_0 – macierz parametrów przy zmiennych wektora D_t ,

B – macierz przy bieżących wartościach zmiennych x_t ,

Γ_i – macierze parametrów przy opóźnionych wartościach zmiennych x_t ,

ξ_t – wektor zakłóceń losowych modelu strukturalnego.

Mnożąc równanie (3) lewostronnie przez B^{-1} oraz dokonując następujących podstawień: $\Phi_i = B^{-1}\Gamma_i$ oraz $e_t = B^{-1}\xi_t$, otrzymuje się model VAR w postaci standardowej:

$$x_t = \Phi_0 D_t + \Phi_1 x_{t-1} + \Phi_2 x_{t-2} + \dots + \Phi_p x_{t-p} + e_t, \quad (4)$$

gdzie: Φ_i – macierze przy opóźnionych wartościach zmiennych x_{t-1} ,

e_t – wektorowy proces zakłóceń losowych.

Zauważmy, że model (4) jest szczególnym przypadkiem uogólnienia formy odpowiedzi impulsowej (2) na przypadek wielorównaniowy. Ten szczególny przypadek uogólnienia polega na tym, że rząd operatorów $V_i(L)$ modelu (2) może być różny, podczas gdy rząd opóźnień zmiennych w modelach wektorowo-autoregresyjnych jest zawsze taki sam.

Wykorzystując związek między macierzami wariancji - kowariancji modeli (3) i (4):

$$\Sigma_\xi = B \Sigma_e B^T, \quad (5)$$

gdzie: Σ_ξ – diagonalna macierz wariancji - kowariancji zakłóceń modelu (3),

Σ_e – macierz wariancji - kowariancji zakłóceń modelu (4),

oraz po dokonaniu odpowiednich przekształceń, funkcje odpowiedzi rynku konstruuje się przekształcając model VAR w jego nieskończoną reprezentację średniej ruchomej VMA [Pesaran, Shin 1998, s. 18]:

$$x_t = \sum_{i=0}^{\infty} A_i e_{t-i} + \sum_{i=0}^{\infty} G_i \omega_{t-i}, \quad t = 1, 2, \dots, T, \quad (6)$$

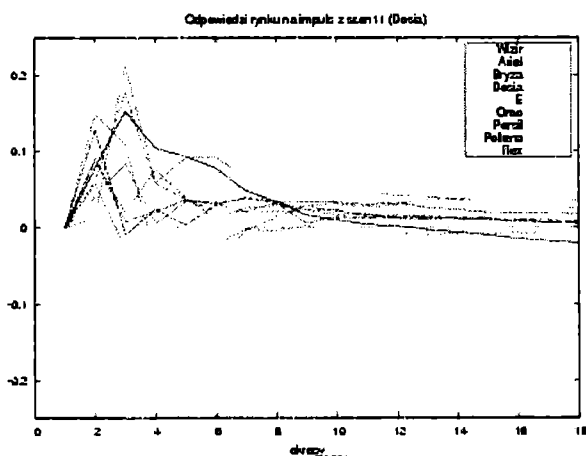
gdzie: $A_i = \Phi_1 A_{i-1} + \Phi_2 A_{i-2} + \dots + \Phi_p A_{i-p}$.

Ponieważ metodologia modelowania zgodnego w sensie prof. Z. Zielińskiego realizuje postulat zgodności poprzez badanie wewnętrznej struktury analizowanych procesów i uwzględnienie tych struktur w modelu przyczynowym (por. [Zieliński 1991] oraz [Kufel 2002]), bezpośrednie wykorzystanie procedury modelowania zgodnego w przypadku modeli VAR nie jest możliwe. Uzgodnienia struktur równań modelu należy zatem dokonać poprzez odpowiednie specyfikacje, tj. dla wszystkich zmiennych w modelu należy tak określić ten rząd opóźnień, aby reszty równań były białoszumowe. Wyznaczenia parametrów funkcji impulsowej można dokonać, wykorzystując metodę dekompozycji Choleskiego. Dzięki temu uzyskuje się profil czasowy reakcji sprzedaży na jednookresowe zakłócenie wielkości jednego odchylenia standardowego. Jednak promocje sprzedaży w większości przypadków trwają kilka dni, czasami także takie kilkudniowe okresy promo-

cji powtarzają się cyklicznie przez ustalony przez producenta lub sieć sprzedaży okres. Tym samym przybliżenie reakcji rynku na takie zakłócenie, dokonane na podstawie funkcji odpowiedzi impulsowej postaci (5), może być niedoszacowane. W celu bardziej efektywnego przybliżenia reakcji rynku na potrzeby budowy scenariuszy cenowych akcji promocyjnych, należy wykorzystać metody symulacji deterministycznej, wprowadzając podtrzymane zakłócenie w zmiennych cenowych. Podstawą analizy symulacyjnej będzie tutaj model VAR, jednak można także przeprowadzić symulacje, opierając się na wielorównaniowym modelu odpowiedzi rynku skonstruowanym jako model strukturalny.

3. Przykład empiryczny

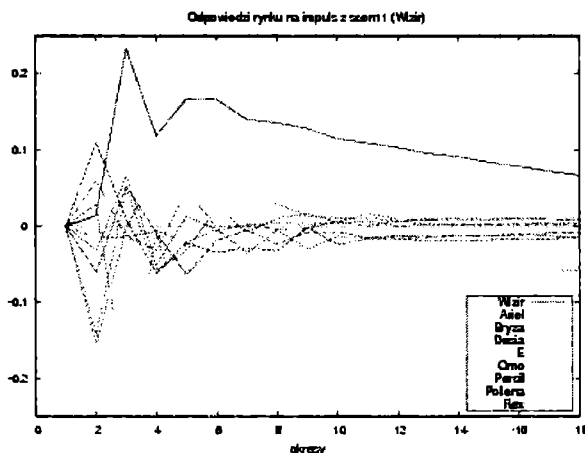
W przykładzie wykorzystano dane pochodzące z jednego z toruńskich supermarketów. Analizie poddane zostały szeregi czasowe dziennej sprzedaży wybranych marek proszków do prania w segmencie średnich opakowań (720g; 3kg] w okresie 2001.09.05 - 2002.04.25 ($n = 200$). Oszacowano modele VAR(3) oraz VAR(6) z uwzględnieniem składnika trendowo-cyklicznego, przy czym stopień wielomianu zmiennej czasowej oraz zasadność włączenia do analizy macierzy zero-jedynkowych reprezentujących cykliczność w układzie dekadowym oraz tygodniowym oceniono na podstawie badania wewnętrznej struktury procesów sprzedażowych. Wyniki estymacji parametrów modeli dały zadowalające rezultaty, reszty modeli charakteryzowały się brakiem autokorelacji oraz rozkładem normalnym, przy czym do dalszych analiz wykorzystano model VAR(3). W celu wyznaczenia funkcji odpowiedzi impulsowych postaci (5) wykorzystano metodę dekompozycji Choleskiego. Na rys. 2 oraz 3 przedstawione są zmiany ilości sprzedanych średnich opakowań wybranych marek



Rys. 2. Zmiany ilości sprzedanych średnich opakowań w odpowiedzi na impuls spadku o 20% średniej ceny proszku marki Dosia

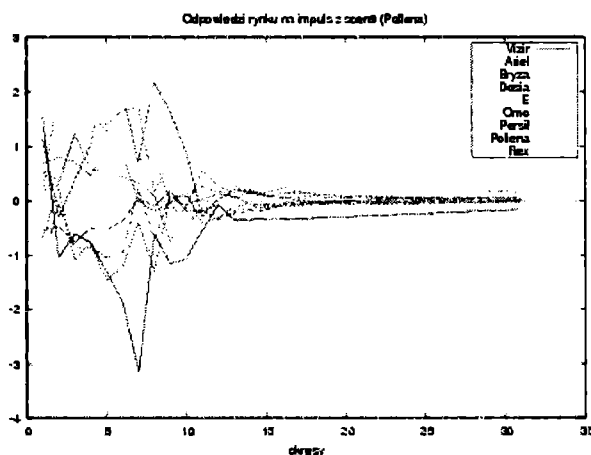
Źródło: opracowanie własne.

proszków do prania w odpowiedzi na jednorazowe impulsy wielkości 20% średniej ceny poszczególnych marek w badanym okresie⁴. Na osi odciętych znajdują się kolejne okresy po wprowadzeniu zaburzenia na rynku; na osi rzędnych znajdują się mnożniki zmian liczby sprzedanych opakowań proszku danej marki (dotyczy to także rys. 3, 4, 5 i 6).



Rys. 3. Zmiany ilości sprzedanych średnich opakowań w odpowiedzi na impuls spadku o 20% średniej ceny proszku marki Vizir

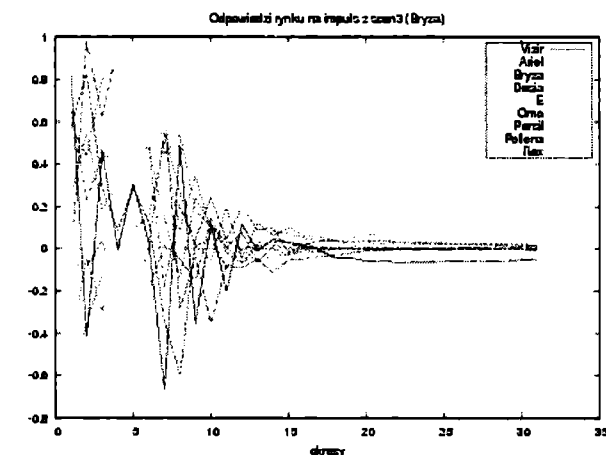
Źródło: opracowanie własne.



Rys. 4. Zmiany ilości sprzedanych średnich opakowań w odpowiedzi na podtrzymany impuls spadku o 20% średniej ceny proszku marki Pollena

Źródło: opracowanie własne.

⁴W kilku przypadkach proces resztowy nie posiadał rozkładu normalnego, jednak dodatkową zmienność udało się opisać modelem ARCH.

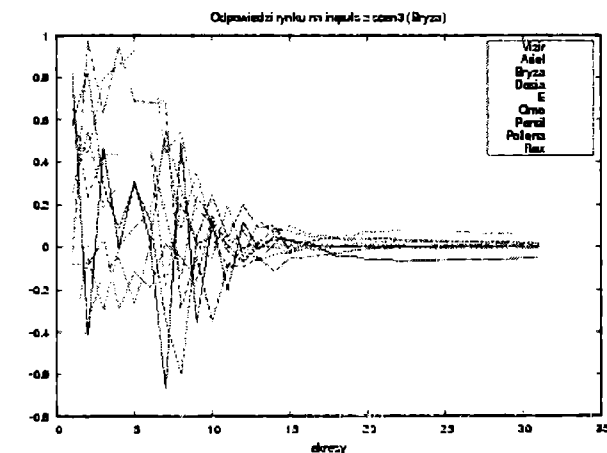


Rys. 5. Zmiany ilości sprzedanych średnich opakowań w odpowiedzi na podtrzymany impuls spadku 20% średniej ceny proszku marki Bryza

Źródło: opracowanie własne.

Następnie wykorzystując oszacowania parametrów modelu VAR, przeprowadzono symulacje deterministyczne dla pięciu scenariuszy akcji promocyjnych. Do symulacji wybrano model VAR(3), zaburzenia zostały wprowadzone w cenach następujących marek proszków do prania: Ariel, Bryza, E oraz Pollena. Schemat czterech symulacji zakładał wprowadzenie impulsu w postaci obniżenia o 20% cen wymienionych marek i podtrzymanie tego zaburzenia przez 6 kolejnych okresów. W piątej symulacji dokonano równoczesnego wprowadzenia impulsów w dwóch markach, tj. w cenie proszku Bryza i Pollena. Na rys. 4 i 5 przedstawione są wykresy odchyłeń przebiegów zakłóconych od przebiegów bazowych w symulacji deterministycznej. Są to odchylenia będące wynikiem 20% impulsów pochodzących ze zmiennych cenowych. Rysunek 6 przedstawia przebiegi mnożników w symulacji równoległej. Zasadnicze założenie niniejszej analizy jest takie, że analizowany rynek jest w stanie równowagi i po wprowadzonym zaburzeniu posiada zdolności powrotu do tego stanu. Powinno się to przejawiać m.in. zanikającymi do zera funkcjami odpowiedzi na impuls oraz zanikającymi efektami mnożnikowymi. Wszystkie funkcje odpowiedzi są wyraźnie gasnące, co świadczy o zanikającym w czasie efekcie impulsu cenowego na rynku oraz potwierdza, iż system jest stabilny. Jednocześnie skala zmian wielkości sprzedaży w przypadku zakłóceń podtrzymanych wskazuje, iż łączny efekt w postaci przyrostu sprzedanych jednostek opakowań jest silnie nieoszacowany w przypadku odpowiedzi impulsowych wyprowadzonych dla zakłóceń jednorazowych. Wydaje się, że jest to prawidłowy wynik, gdyż rzeczywiste akcje promocyjne trwają zazwyczaj dłużej niż jeden okres. Dyfuzja informacji nie jest natychmiastowa, przez co konsumenci często dowiadują się o promocjach z opóźnieniem, ponadto w analizowanych szeregach ujawniła się tygodniowa cykliczność sprze-

daży. Wszystkie te zjawiska powodują przesunięcia reakcji w czasie, w związku z tym wyprowadzone funkcje impulsowe dla jednookresowych zaburzeń skutkują niedoszacowanymi przebiegami. W zaprezentowanych na rys. 6 przykładach impuls rynkowy wywołany jednookresową zmianą ceny jednego produktu miał skutki w wahaniach sprzedaży nie dłużej niż 1,5 tygodnia (w układzie tygodnia sześciodniowego). Przesunięcie reakcji rynku na impuls (maksymalne wychylenie sprzedaży) mieściło się w okresie od 2 do 4 dni. Wszystkie odpowiedzi na impuls miały tendencje do zanikania, co świadczy o zasadności przyjętego założenia, iż analizowany rynek pozostaje w stanie równowagi. Z kolei wyniki analizy symulacyjnej wskazały (por. rys. 4), iż efekty podtrzymanych przez 6 kolejnych okresów zaburzeń układu cen skutkują zmianami w sprzedaży poszczególnych marek od ok. 12 okresów (impuls w cenie proszku Pollena), przez ok. 13 okresów (łącznie impuls w cenach proszków Bryza oraz Pollena), aż do ok. 16 okresów (impuls w cenie proszku Bryza). Efekty zaburzenia w cenie proszku Omo skutkują reakcją sprzedaży zanikającą po ok. 30 kolejnych okresach. Zaburzenie w cenie proszku Ariel również skutkuje efektami zmian w sprzedaży przekraczającymi 30 kolejnych okresów, przy czym efekty w sprzedaży marek Vizir oraz Pollena są jeszcze dłuższe. Wyniki symulacji ujawniły także, że reakcja na impulsy cenowe sprzedaży marek E oraz Vizir jest znacznie bardziej gwałtowna niż reakcja sprzedaży pozostałych marek proszków do prania. Wskazuje to na znacznie wyższe (co do modułu) wartości współczynników elastyczności mieszanej popytu tych dwóch marek proszków do prania.



Rys. 6. Zmiany ilości sprzedanych średnich opakowań w odpowiedzi na podtrzymany impuls spadku o 20% średnich cen proszków Bryza oraz Pollena w symulacji równoległej

Źródło: opracowanie własne.

4. Podsumowanie

Przedstawiona w niniejszym artykule analiza „bąbli promocyjnych” nie wyczerpuje tematu. Przeprowadzona analiza wyników modelowania odpowiedzi rynku proszków do prania na impulsy cenowe ukazała niedoskonałości metodologii VAR w tym zakresie. Uzyskane dzięki dekompozycji Choleskiego funkcje odpowiedzi impulsowych są zależne od kolejności równań modelu [Person, Shin 1998, s. 17], w związku z czym pojawiają się pojęcia „zmiennej najbardziej endogenicznej” oraz „zmiennej najbardziej egzogenicznej”, które wprowadzają do analizy element uznaniowości. Wyeliminowania problemu znaczenia kolejności równań można dokonać m.in. poprzez wykonanie serii testów przyczynowości i uporządkowanie równań modelu lub zastosowanie uogólnionej metody analizy odpowiedzi impulsowych zaproponowanej przez Pesarana i Shina. Z kolei analiza symulacyjna oparta na równaniach oszacowanego modelu VAR ma tę wadę, że przy wyznaczaniu przebiegów biorą udział nieistotne statystycznie oceny parametrów strukturalnych. Tym samym naturalnym kierunkiem dalszych badań nad zjawiskami „bąbli promocyjnych” jest budowa strukturalnego modelu wielorównaniowego i porównanie uzyskanych wyników, w tym wyznaczonych wartości mnożników, z wynikami otrzymanymi przy użyciu metodologii wektorowo-autoregresyjnej.

Literatura

- Box G., Jenkins G., *Analiza szeregów czasowych. Prognozowanie i sterowanie*, PWN, Warszawa 1983.
- Hanssens D., Parsons L., Schultz R., *Market Response Models: Econometric and Time Series Analysis*, Kluwer Academic Publishers, Boston/Dordrecht/London 1990.
- Kufel T., *Postulat zgodności w dynamicznych modelach ekonometrycznych*, Wydawnictwo Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, Toruń 2002.
- Kusideł E., *Modele wektorowo-autoregresyjne VAR. Metodologia i zastosowania*, Wolumen 3 serii *Dane panelowe i modelowanie wielowymiarowe w badaniach ekonomicznych*, Absolwent, Łódź 2000.
- Osińska M., *Modele wielowymiarowych szeregów czasowych. Analiza szeregów czasowych na początku XXI wieku*, Wydawnictwo Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, Toruń 2002, s. 137-151.
- Pesaran H., Shin Y., *Generalized Impulse Response Analysis in Linear Multivariate Models*, „*Economic Letters*”, 58:17-29, 1998.
- Piłatowska M., *Modelowanie niestacjonarnych procesów ekonomicznych. Studium metodologiczne*, Wydawnictwo Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, Toruń 2003.
- Stawicki J., *Metody filtracji w modelowaniu procesów ekonomicznych*, Wydawnictwo Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, Toruń 1993.
- Zieliński Z., *Liniowe modele ekonometryczne jako narzędzie opisu i analizy przyczynowych zależności zjawisk ekonomicznych*, Uniwersytet Mikołaja Kopernika, Toruń 1991.

USING OF ECONOMETRIC SALES MODELS FOR DESCRIBING „PROMOTIONS BUBBLES” EFFECTS AND BUILDING DIFFERENT PROMOTIONS SCENARIO

Summary

Producers of different products relatively often and quite regular introduce sales promotions to the market by deep and periodic lower of real price of items. The most often, range of reaction of the demand in response to such interference for particular promotion campaigns is not the same in time, although the period of campaign is not the same than period of demand reaction, so effectiveness of different campaigns is limited. The aim of the paper is to show results of econometric modeling the „promotions bubbles” (effects of the promotions) based on sales daily data derived from one of the Toruń’s hypermarket and use these models for building different promotions scenario according to different parameters values.