

Aneta Włodarczyk, Marcin Zawada

Politechnika Częstochowska

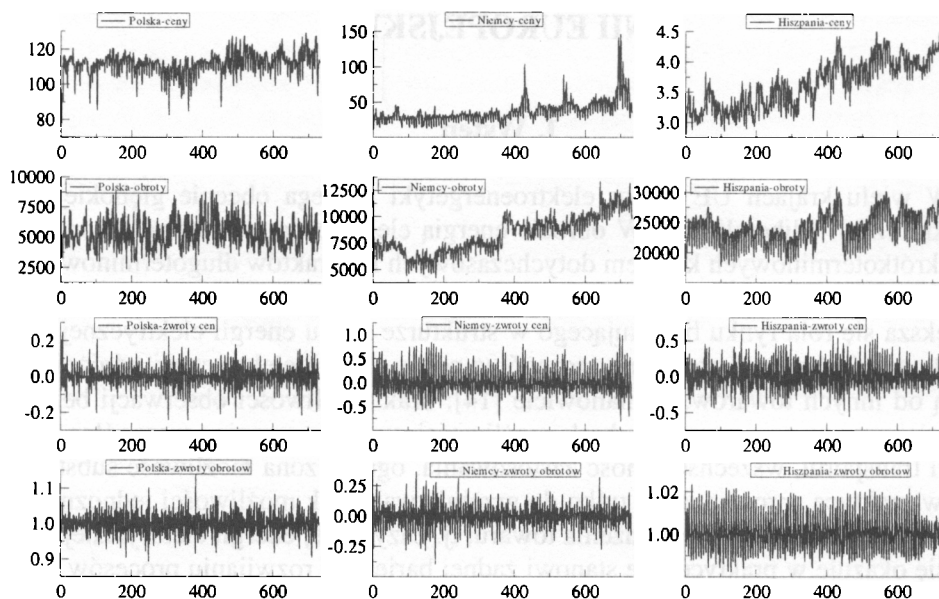
MODELOWANIE CEN ENERGII ELEKTRYCZNEJ NA GIEŁDACH ENERGII W WYBRANYCH PAŃSTWACH UNII EUROPEJSKIEJ

1. Wstęp

W wielu krajach UE sektor elektroenergetyki podlega obecnie głębokiej restrukturyzacji i liberalizacji. W obrocie energią elektryczną wzrasta rola kontraktów krótkoterminowych kosztem dotychczasowych kontraktów długoterminowych, rośnie liczba transakcji zawieranych na otwartych aukcjach (giełdach energii), zwiększa się rola rynku bilansującego w strukturze rynku energii elektrycznej [6]. Warto zwrócić uwagę na pewne szczególne cechy energii elektrycznej odróżniające ją od innych towarów, a mianowicie [14]: brak możliwości obserwacji bezpośredniej za pomocą zmysłów, brak możliwości magazynowania, szczególne warunki transportu, wszechstronność zastosowania, ograniczona możliwość substytucji (w praktyce sprowadza się tylko do grzejnictwa), brak możliwości jednoznacznej identyfikacji źródła pochodzenia towaru, tj. zużywanej energii elektrycznej (co, jak się okazuje w praktyce, nie stanowi żadnej bariery w rozwijaniu procesów rynkowych, np. przez możliwość wyboru producenta).

Wymienione cechy energii jako towaru będącego przedmiotem obrotu giełdowego wpływają na znaczną i szybką fluktuację cen, dlatego poziom ryzyka jest wyjątkowo wysoki w tym segmencie rynku. Deregulacja rynku energii elektrycznej – poprzez uwolnienie cen oraz zwiększenie liczby oferowanych produktów (również instrumentów pochodnych) – sprawiła, że stał się on bardziej narażony na ryzyko, stąd też celem badań autorów jest zweryfikowanie przydatności modeli klasy ARX-GARCH do opisu kształtowania się giełdowych cen energii elektrycznej i ich zmienności.

Uwzględnienie w procesie modelowania cen instrumentów finansowych relacji o charakterze przyczynowo-skutkowym często wpływa na poprawę zdolności predycyjnych konstruowanych modeli [1; 3]. Z tego powodu autorzy zaproponowali obrót giełdowy jako zmienną egzogeniczną w konstruowanych modelach zwrotów cen *spot* energii elektrycznej. Ponadto warto podkreślić, iż charakterystycznym zjawiskiem na rynku energii elektrycznej jest okresowość w kształtowaniu się cen energii elektrycznej ze względu na specyfikę tego produktu i jego szczególną wrażliwość na działanie czynników sezonowych. Rodzina modeli ARMAX (k, l, m) umożliwia z jednej strony modelowanie zjawiska autokorelacji stóp zwrotu cen energii, a z drugiej strony uwzględnienie istotnych dla kształtowania się cen energii relacji o charakterze przyczynowo-skutkowym [7; 9]. Jednakże zastosowanie modeli tej klasy nie rozwiązuje problemu heteroskedastyczności składnika losowego. Z tego powodu do modelowania zmienności w szeregach stóp zwrotu cen energii, ze względu na występujące w nich zjawisko grupowania wariancji, wykorzystano rodzinę modeli GARCH(p, q) [4; 8].



Rys. 1. Kształtowanie się dziennych cen energii (panel pierwszy), dziennych wielkości obrotów (panel drugi), logarytmicznych stóp zwrotu cen (panel trzeci), stóp zwrotu obrotów (panel czwarty) na giełdach energii w Polsce, Niemczech i Hiszpanii w latach 2004-2005

Źródło: opracowanie własne na podstawie [11; 12; 13].

W przykładzie empirycznym autorzy porównali możliwości wykorzystania modeli z warunkową wartością oczekiwaną i warunkową wariancją do opisu zachowania się szeregów stóp zwrotu cen energii elektrycznej pochodzących z trzech europejskich giełd energii.

2. Własności szeregów cen *spot* energii elektrycznej

Badania empiryczne zostały przeprowadzone na podstawie średnich dziennych cen *spot* energii elektrycznej oraz dziennej wielkości obrotów energią na Polskiej Giełdzie Energii (*Polish Power Exchange*), Niemieckiej Giełdzie Energii (*European Power Exchange*) oraz Hiszpańskiej Giełdzie Energii (*Spanish Power Exchange*) w latach 2004-2005.

W celu przeprowadzenia właściwej specyfikacji równań modeli opisujących kształtowanie się cen *spot* energii na wybranych europejskich giełdach energii sprawdzono, jakimi własnościami charakteryzują się analizowane szeregi czasowe [4; 10].

Tabela 1. Statystyki opisowe dla stóp zwrotu cen energii elektrycznej^{a)}

Statystyka	Polska	Niemcy	Hiszpania
Średnia	0,000408	0,001376	0,001579
Odchylenie standardowe	0,061381	0,262440	0,187810
Skośność	-0,040716	0,825620	0,353530
Kurtoza	5,0197	4,2496	3,35110
Minimum	-0,242460	-0,80040	-0,553120
Maksimum	0,248230	1,0170	0,60344
L-B(7)	222,875	387,447	217,679
L-B ² (7)	69,0429	205,069	85,8079
J-B	124,28 [0,0000] ^{b)}	130,43 [0,0000] ^{b)}	18,956 [0,0001] ^{b)}
ADF	-36,41 ^{b)}	-30,06 ^{b)}	-34,89 ^{b)}

^{a)} Istotność współczynników autokorelacji do rzędu 7 dla stóp zwrotu cen energii zbadano łącznie, wykorzystując test Ljunga-Boxa, którego statystykę testową oznaczono symbolem L-B (7). Zmienną w czasie wariancję (heteroskedastyczność) w szeregu zwrotów cen energii badano testem McLeoda i Li (ozn. L-B²(7)), wyznaczanym na podstawie współczynników autokorelacji kwadratów stóp zwrotu cen energii. Do testowania zgodności rozkładu empirycznego stóp zwrotu z rozkładem normalnym wykorzystano test Jarque'a-Bera (ozn. J-B). Z kolei do badania stacjonarności szeregów czasowych zwrotów cen energii zastosowano rozszerzony test Dickeya i Fullera (ADF).

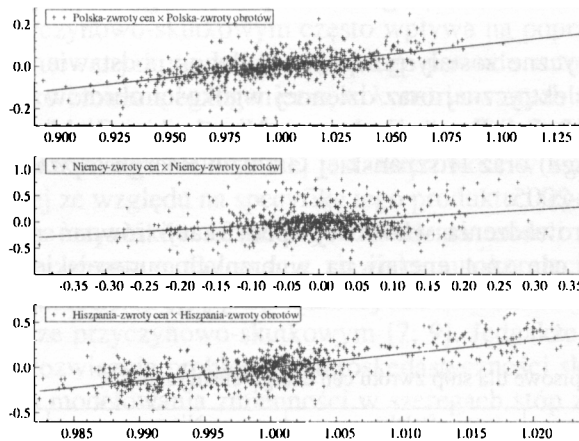
^{b)} Istotność wyniku na poziomie istotności 0,01.

Źródło: obliczenia własne.

Dla obliczonych logarytmicznych stóp zwrotu cen energii elektrycznej wyznaczono podstawowe charakterystyki ich rozkładów, które zamieszczono w tab. 1.

Podsumowując wstępne badania, można stwierdzić, że analizowane szeregi stóp zwrotu cen energii charakteryzują się następującymi własnościami: efektem grupowania wariancji, efektem leptokurtozy i grubych ogonów rozkładów stóp zwrotu, efektem skośności rozkładów stóp zwrotu, efektem autokorelacji.

Następnie podjęto próbę przeniesienia znanej na rynkach finansowych zależności ceny-obrotu na rynek energii.



Rys. 2. Korelacyjne wykresy rozrzutu punktów dla stóp zwrotu cen energii i stóp zwrotu wartości obrotów dla Polski (panel górny), Niemiec (panel środkowy), Hiszpanii (panel dolny)
Źródło: opracowanie własne na podstawie [11; 12; 13].

Wstępna analiza korelacji pomiędzy stopami zwrotu cen energii elektrycznej a zwrotami obrotów na wybranych giełdach energii pozwala przypuszczać, iż siła tego związku (mimo iż zmienna w czasie) jest istotna z punktu widzenia modelowanego zjawiska.

3. Stochastyczne modele szeregów czasowych

Szereg czasowy zwrotów cen energii można – po usunięciu składowej okresowej – opisywać za pomocą stochastycznych modeli szeregów czasowych. Specyfikacja równań modelu wyjściowego obejmuje specyfikację części deterministycznej modelu związaną z warunkową wartością oczekiwaną procesu oraz specyfikację części stochastycznej modelu związaną z warunkową wariancją procesu i wyborem postaci funkcji gęstości standaryzowanych, niezależnych reszt modelu [4; 8].

Do opisu części deterministycznej procesu można wykorzystać rodzinę modeli ARMAX (k, l, m):

$$\phi(B)r_t = \sum_{i=1}^m \psi_i v_{it} + \theta(B)\varepsilon_t, \quad (1)$$

gdzie: B – operator opóźnienia: $B^s r_t = r_{t-s}$,

$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \dots - \phi_k B^k$ – operator autoregresji rzędu k ,

$\theta(B) = 1 + \theta_1 B + \dots + \theta_l B^l$ – operator średniej ruchomej rzędu l ,

$\varepsilon_t \sim iidD(0, \sigma^2)$ – biały szum,

m – liczba zmiennych egzogenicznych uwzględnionych w modelu,

ψ_i – parametr obrazujący wpływ danej zmiennej egzogenicznej na zmienną endogeniczną.

Do modelowania zmienności w szeregach stóp zwrotu cen energii proponuje się rodzinę modeli GARCH(p, q) [4; 8]:

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i}, \quad (2)$$

gdzie: $\alpha_0 \geq 0$, $\alpha_i \geq 0$ dla $i = 1, 2, \dots, q-1$, $\alpha_q > 0$, $\beta_i \geq 0$ dla $i = 1, 2, \dots, p-1$, $\beta_p > 0$.

Natomiast do opisu niesymetryczności reakcji zmienności na pozytywne i negatywne zmiany stóp zwrotu można wykorzystać [4; 5; 8]:

• wykładniczy model GARCH, a mianowicie EGARCH(p, q) (*exponential GARCH*):

$$\ln h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i [\vartheta_1 z_{t-i} + \vartheta_2 (|z_{t-i}| - E|z_t|)] + \sum_{i=1}^p \beta_i \ln h_{t-i}, \quad (3)$$

gdzie: $E|z_t| = \sqrt{\frac{2}{\pi}}$ w przypadku gdy $z_t \sim N(0, 1)$;

• progowy i asymetryczny model ARCH, czyli TAGARCH(p, q) (*asymmetric and threshold ARCH*):

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i (\varepsilon_{t-i} - \kappa_1)^2 + \kappa_2 D_{t-1} (\varepsilon_{t-1} - \kappa_1)^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i}, \quad (4)$$

gdzie: $D_{t-1} = 1$, jeśli $\varepsilon_{t-1} < \kappa_1$ oraz 0 w przeciwnym wypadku,

κ_1 – parametr asymetrii odpowiedzialny za modelowanie skośności rozkładów stóp zwrotu,

κ_2 – parametr progowy.

Do empirycznego rozkładu standaryzowanych reszt modelu dopasowuje się w praktyce przede wszystkim rozkład normalny, rozkład t-Studenta, skośny rozkład t-Studenta, uogólniony rozkład błędu (*general error distribution* – GED) [2; 7; 9].

4. Badania empiryczne

Dla rozważanych w pracy logarytmicznych stóp zwrotu cen energii elektrycznej pochodzących z trzech europejskich giełd energii metodą największej wiarygodności oszacowano parametry następujących modeli: ARX-EGARCH, ARX-ATGARCH. Estymację przeprowadzono w pakiecie PcGive, a uzyskane wyniki zamieszczono w tab. 2-4.

Oceniając dopasowanie modelu do danych empirycznych, brano pod uwagę następujące kryteria: istotności parametrów modelu weryfikowaną testem t-Studenta, kryterium heteroskedastycznego błędu średniokwadratowego (*heteroscedasticity-adjusted mean square error* – HMSE), kryterium Akaikego (AIC), kryterium oparte na wartościach funkcji wiarygodności (*likelihood ratio test* – LLF) [5].

Tabela 2. Statystyki podsumowujące modele klasy ARX-GARCH dla Polskiej Giełdy Energii

Model	LLF	AIC	HMSE	Liczba parametrów	Parametry nieistotne
AR(7)- GARCH(1,1)	1212,783	-3,3508	4,9912	11	φ_0, β_1
AR(7)-GARCH _{it} (1,1)	1268,497	-3,4758	6,9324	12	φ_0, α_0
AR(7)- EGARCH(1,1)	1223,318	-3,3508	4,3236	12	φ_0, ν_1
AR(7)-EGARCH_GED(1,1)	1269,613	-3,4761	6,4713	13	-
ARX(7)- GARCH(1,1)	1310,646	-3,5924	8,7400	12	α_0
ARX(7)-GARCH _{it} (1,1)	1385,107	-3,7956	11,9572	13	-
ARX(7)- EGARCH(1,1)	1326,719	-3,6341	7,0683	13	α_0, ν_2
ARX(7)-EGARCH_GED(1,1)	1326,720	-3,7879	11,1409	14	α_0, ν_1
AR(7)-AGARCH(1,1)	1219,303	-3,3397	5,05181	12	$\varphi_0, \kappa_1, \alpha_0, \alpha_1, \beta_1$
AR(7)-TGARCH(1,1)	1214,679	-3,3269	4,68584	12	$\varphi_0, \kappa_2, \beta_1$
AR(7)-ATGARCH(1,1)	1219,988	-3,3388	5,04915	13	$\varphi_0, \kappa_2, \alpha_0$
AR(7)-AGARCH _{it} (1,1)	1270,527	-3,4786	5,96577	13	φ_0
AR(7)-TGARCH _{it} (1,1)	1268,498	-3,4730	6,88642	13	$\varphi_0, \kappa_2, \alpha_0$
AR(7)-ATGARCH _{it} (1,1)	1270,618	-3,4761	6,32342	14	φ_0, κ_2
ARX(7)-AGARCH(1,1)	1327,990	-3,6376	6,5838	13	α_1
ARX(7)-TGARCH(1,1)	1312,723	-3,5954	7,02445	13	$\kappa_2, \alpha_0, \alpha_1$
ARX(7)- ATGARCH(1,1)	1328,230	-3,6355	6,59327	14	κ_2
ARX(7)-AGARCH _{it} (1,1)	1389,018	-3,8037	8,77512	14	-
ARX(7)-TGARCH _{it} (1,1)	1385,115	-3,7929	11,9023	14	κ_2
ARX(7)- ATGARCH _{it} (1,1)	1389,412	-3,8020	10,0229	15	κ_2

Źródło: obliczenia własne.

Tabela 3. Statystyki podsumowujące modele klasy ARX-GARCH dla Niemieckiej Giełdy Energii

Model	LLF	AIC	HMSE	Liczba parametrów	Parametry nieistotne
AR(7)- GARCH(1,1)	247,848	-0,6552	3,5798	11	φ_0
AR(7)-GARCH _{it} (1,1)	266,402	-0,7037	3,7656	12	φ_0, α_0
AR(7)- EGARCH(1,1)	252,730	-0,6659	3,5209	12	φ_0, ν_1
AR(7)-EGARCH_GED(1,1)	271,818	-0,7160	3,7398	13	φ_0
ARX(7)- GARCH(1,1)	249,135	-0,6560	3,6083	12	φ_0, ψ_1
ARX(7)-GARCH _{it} (1,1)	268,512	-0,7068	3,8056	13	$\varphi_0, \psi_1, \alpha_0$
ARX(7)- EGARCH(1,1)	254,375	-0,6677	3,5281	13	φ_0, ψ_1
ARX(7)-EGARCH_GED(1,1)	274,890	-0,7217	3,7798	14	φ_0
AR(7)-AGARCH(1,1)	254,989	-0,6722	3,4537	12	φ_0, α_0
AR(7)-TGARCH(1,1)	252,149	-0,6643	3,5012	12	φ_0, κ_2
AR(7)-ATGARCH(1,1)	255,080	-0,6697	3,4465	13	$\varphi_0, \kappa_2, \alpha_0$
AR(7)-AGARCH _{it} (1,1)	272,259	-0,7172	3,61792	13	φ_0, α_0
AR(7)-TGARCH _{it} (1,1)	269,905	-0,7107	3,6067	13	φ_0, κ_2
AR(7)-ATGARCH _{it} (1,1)	272,3	-0,7145	3,62381	14	$\varphi_0, \kappa_2, \alpha_0$
ARX(7)-AGARCH(1,1)	256,768	-0,6743	3,4881	13	$\varphi_0, \alpha_0, \psi_1$
ARX(7)-TGARCH(1,1)	253,691	-0,6658	3,5173	13	$\varphi_0, \kappa_2, \alpha_0, \psi_1$
ARX(7)- ATGARCH(1,1)	256,874	-0,6719	3,4815	14	$\varphi_0, \kappa_2, \alpha_0, \psi_1$
ARX(7)-AGARCH _{it} (1,1)	274,808	-0,7215	3,6545	14	φ_0, α_0
ARX(7)-TGARCH _{it} (1,1)	272,059	-0,7139	3,6298	14	$\varphi_0, \kappa_2, \alpha_0, \psi_1$
ARX(7)- ATGARCH _{it} (1,1)	274,869	-0,7188	3,6599	15	$\varphi_0, \kappa_2, \alpha_0$

Źródło: obliczenia własne.

Tabela 4. Statystyki podsumowujące modele klasy ARX-GARCH dla Hiszpańskiej Giełdy Energii

Model	LLF	AIC	HMSE	Liczba parametrów	Parametry nieistotne
AR(7)- GARCH(1,1)	349,142	-0,9354	2,5736	11	$\varphi_0, \alpha_0, \alpha_1$
AR(7)-GARCH_t(1,1)	351,838	-0,9401	2,4127	12	φ_0
AR(7)- EGARCH(1,1)	338,473	-0,9031	2,5136	12	$\varphi_0, \beta_1, v_1, v_2$
AR(7)-EGARCH_GED(1,1)	351,649	-0,9368	2,6499	13	φ_0, α_0, v_1
ARX(7)- GARCH(1,1)	489,866	-1,3247	2,5486	11	α_0
ARX(7)-GARCH_t(1,1)	493,713	-1,3325	2,6045	12	α_0
ARX(7)- EGARCH(1,1)	489,799	-1,3217	2,5332	12	α_0, v_1
ARX(7)-EGARCH_GED(1,1)	496,177	-1,3366	2,6054	13	α_0, v_1
AR(7)-AGARCH(1,1)	349,148	-0,9326	2,5711	12	φ_0, κ_1
AR(7)-TGARCH(1,1)	349,141	-0,9326	2,5712	12	φ_0, κ_2
AR(7)-ATGARCH(1,1)	349,142	-0,9299	2,5704	13	$\varphi_0, \kappa_1, \kappa_2$
AR(7)-AGARCH_t(1,1)	352,071	-0,9380	2,5874	13	φ_0, κ_1
AR(7)-TGARCH_t(1,1)	352,051	-0,9379	2,5790	13	$\varphi_0, \kappa_2, \alpha_0$
AR(7)-ATGARCH_t(1,1)	352,068	-0,9352	2,5871	14	$\varphi_0, \kappa_1, \kappa_2, \alpha_0$
ARX(7)-AGARCH(1,1)	490,162	-1,3200	2,5582	13	$\psi_7, \kappa_1, \alpha_0$
ARX(7)-TGARCH(1,1)	489,995	-1,3195	2,5493	13	$\psi_7, \kappa_2, \alpha_0, \alpha_1$
ARX(7)- ATGARCH(1,1)	490,470	-1,3180	2,5456	14	$\psi_7, \kappa_1, \kappa_2, \alpha_0, \alpha_1$
ARX(7)-AGARCH_t(1,1)	494,123	-1,3281	2,6243	14	$\psi_7, \kappa_1, \alpha_0$
ARX(7)-TGARCH_t(1,1)	493,228	-1,3257	2,6727	14	ψ_7, κ_2
ARX(7)- ATGARCH_t(1,1)	494,362	-1,3260	2,6125	15	$\psi_7, \kappa_1, \kappa_2, \alpha_0, \alpha_1$

Źródło: obliczenia własne.

Analizując wyniki zamieszczone w tab. 2-4, ze szczególnym uwzględnieniem rozważanych kryteriów porównawczych oraz testów weryfikujących własności standaryzowanych reszt modeli¹, można wskazać modele najlepiej opisujące zachowanie się szeregów zwrotów cen energii elektrycznej. W przypadku Polskiej Giełdy Energii najlepszymi własnościami charakteryzowały się modele: ARX(7)-GARCH_t(1,1), ARX(7)-AGARCH_t(1,1); w odniesieniu do giełdy niemieckiej najlepsze wyniki weryfikacji otrzymano dla modeli: ARX(7)-EGARCH_GED(1,1), ARX(7)-AGARCH_t(1,1), podczas gdy dla hiszpańskiej: ARX(6)-GARCH_t(1,1).

5. Podsumowanie

Podsumowując wyniki przeprowadzonych badań, można zauważyć, iż:

- w przypadku wszystkich wyestymowanych modeli parametry struktury autoregresyjnej uwzględnionej w równaniu średniej warunkowej procesu (z wyjątkiem wyrazu wolnego) są istotne statystycznie, co może odzwierciedlać tygodniową cykliczność w kształtowaniu się cen energii na wszystkich badanych giełdach energii;

¹ W pracy ze względu na ograniczenia objętościowe nie zamieszczono wyników przeprowadzonych testów na obecność autokorelacji i efektu ARCH w standaryzowanych resztach modelu oraz zgodności rozkładu empirycznego reszt z rozkładem normalnym.

- wprowadzenie wielkości obrotów jako zmiennej egzogenicznej skutkuje poprawieniem istotności wyrazu wolnego modeli, a w przypadku Hiszpanii zmniejszeniem o jeden rząd autoregresji; jedynie w przypadku Niemiec, dla których zależność korelacyjna pomiędzy cenami a obrotami była niska, w niektórych modelach parametr stojący przy tej zmiennej był statystycznie nieistotny;

- wprowadzenie struktury GARCH wpłynęło na poprawę jakości modeli, gdyż w przypadku każdej analizowanej giełdy energii zredukowało to obecną w modelach autoregresyjnych $AR(p)$ (dla $p = 1, 2, \dots, 7$) heteroskedastyczność składnika losowego²;

- modele z warunkowym rozkładem t -Studenta lub GED (rozkłady te charakteryzują się grubszymi ogonami niż rozkład normalny) przewyższają modele z warunkowym rozkładem normalnym;

- w klasie modeli AR-ATGARCH korzystne okazało się wprowadzenie asymetrii w strukturze zmienności; klasa modeli TGARCH pozwala uwzględnić niestale efekty zmienności, gdyż na poziom wariancji warunkowej oddziałuje parametr progowy; natomiast parametr progowy w przypadku każdej giełdy energii jest nieistotny statystycznie, zatem można wnioskować, iż nie występowały okresy charakteryzujące się ekstremalną zmiennością cen energii w rozważanym okresie badawczym; na rynku hiszpańskim, podobnie jak w przypadku klasy EGARCH, parametr asymetrii w każdej podklasie modeli był nieistotny statystycznie;

- modele klasy EGARCH nie powodują znacznej poprawy własności modeli w stosunku do klasy GARCH w świetle kryterium AIC; dodatkowo w przypadku Hiszpanii parametr odpowiedzialny za efekt znaku jest statystycznie nieistotny.

Przedstawione modele można wykorzystać do analizy zarówno obecnej, jak i przyszłej sytuacji na giełdach energii, zwłaszcza w kontekście analizy ryzyka rynkowego towarzyszącego zawieraniem transakcjom kupna i sprzedaży energii, co będzie dalszym etapem badań autorów. W procesie zarządzania ryzykiem rynkowym szczególnie ważne jest prawidłowe oszacowanie parametru zmienności cen energii, który wykorzystywany jest do pomiaru ryzyka czy wyceny instrumentów pochodnych [2; 8]. Warto również podkreślić, iż zarządzanie ryzykiem i podejmowanie strategicznych decyzji rynkowych na rynku energii elektrycznej powinno zainteresować przede wszystkim producentów energii elektrycznej, spółki dystrybucyjne, jak i przedsiębiorstwa obrotu energią elektryczną oraz wielkich odbiorców energii uprawnionych do korzystania z usług przesyłowych.

Literatura

- [1] Brzeszczyński J., *Zależność kursy-obroty na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie. Zastosowanie modeli ARCH*, [w:] *Metody ilościowe w naukach ekonomicznych. Drugie warsztaty doktorskie z zakresu ekonometrii i statystyki*, Oficyna Wydawnicza SGH, Warszawa 2002.

² W pracy ze względu na ograniczenia objętościowe nie zamieszczono oszacowań parametrów modeli autoregresyjnych dla poszczególnych giełd energii wraz ze statystykami podsumowującymi.

- [2] Chan K., Gray Ph., *Using Extreme Value Theory to Measure Value-at-Risk for Daily Electricity Spot Prices*, „International Journal of Forecasting” 2006, 22, s. 283-300.
- [3] Epps T.W., Epps M.L., *The Stochastic Dependence of Security Price Changes and Transaction Volumes: Implications of the Mixture-of-Distribution Hypothesis*, „Econometrica” 1976, vol. 44, s. 305-321.
- [4] Franses P.H., van Dijk D., *Non-Linear Time Series Models in Empirical Finance*, Cambridge University Press, Cambridge 2004.
- [5] Hendry D.F., Doornik J., *Empirical Econometric Modelling Using PcGive*, Timberlake Consultants LTD., London 2001.
- [6] Michalski D., Krysta B., Lelaćko P., *Zarządzanie ryzykiem na rynku energii elektrycznej*, Wyd. Instytutu Doskonalenia Wiedzy o Rynku Energii, Warszawa 2004.
- [7] Misiorek A., Weron R., *Interval Forecasting of Spot Electricity Prices*, 3rd International Conference: The European Electricity Market EEM06. Challenge of the Unification, Warsaw 2006, s. 305-312.
- [8] Tsay R., *Analysis of Financial Time Series*, Wiley & Sons, Chicago 2002.
- [9] Weron R., Misiorek A., *Short-term Electricity Price forecasting with Time Series Models: A Review and Evaluation*, [w:] *Complex Electricity Markets*, red. W. Mielczarski, Łódź 2006.
- [10] Włodarczyk A., Zawada M., *Behavior of Prices in the Polish Power Exchange and European Power Exchanges. Statistical – Econometric Analysis*, 3rd International Conference: The European Electricity Market EEM06. Challenge of the Unification, Warsaw 2006, s. 313-321.
- [11] www.eex.de.
- [12] www.omel.es.
- [13] www.polpx.pl.
- [14] Zawada M., *Modelowanie i prognozowanie zapotrzebowania na energię elektryczną w aspekcie rozwoju rynku energii elektrycznej w Polsce*, Wyd. WSZIM w Sosnowcu, Sosnowiec 2002.

POWER PRICE MODELLING ON POWER EXCHANGES IN SELECTED COUNTRIES OF THE EUROPEAN UNION

Summary

There are observable periods of great power price fluctuations in the power market, which arise due to the character of the product, i.e. electric energy (the inability to store power, the influence of weather conditions, days of the week, time of the day and seasons on demand for power). The authors verified the usefulness of models with the conditional expected value and the conditional variance to describe the properties of rates of return series of power prices coming from three

European power exchanges: Polish, Spanish and German. The parameters of the ARX-EGARCH and ARX-ATGARCH models were estimated in relation to logarithmic rates of return of electric energy prices, in which exchange turnover functioned as the exogenic variable. Then, using various comparative criteria, the best models in a given category were pointed out. The above models may be used to analyze the current as well as the future situation on power exchanges, especially in the context of the analysis of market risk that accompanies electric energy purchase and sales transactions.