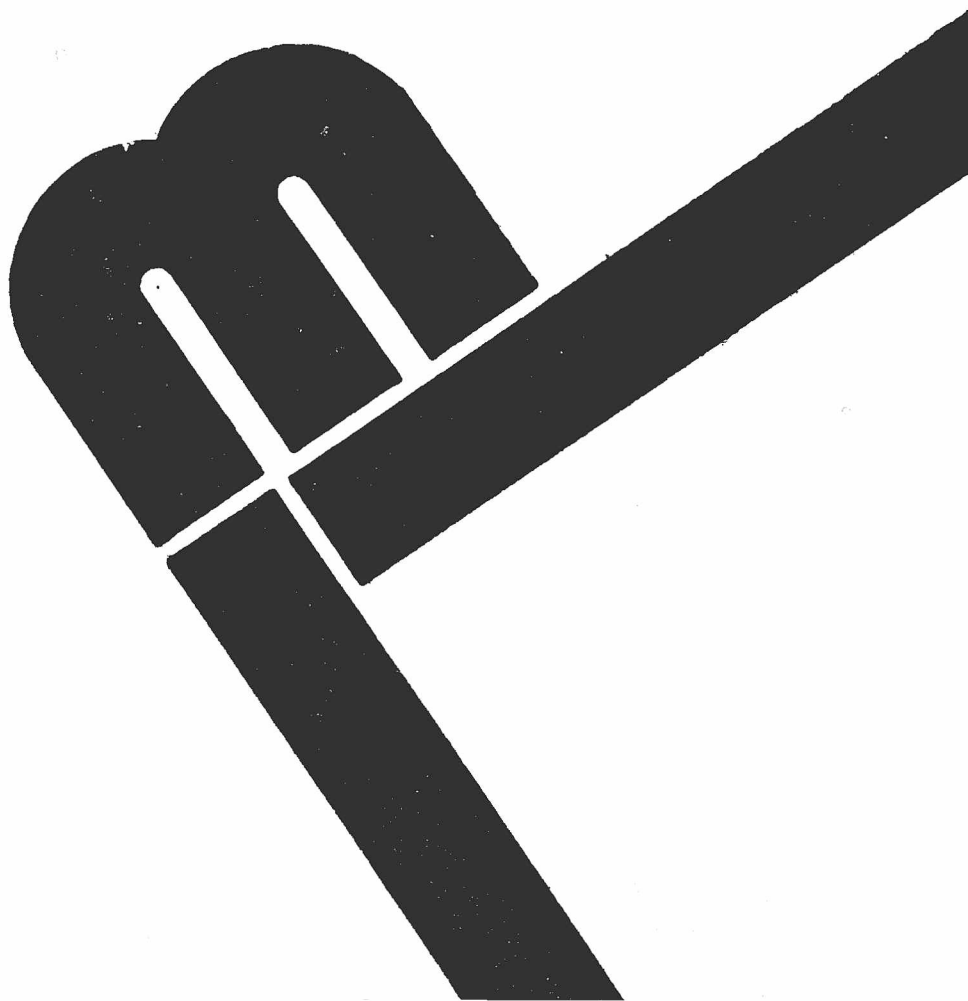


Teresa Orłowska-Kowalska

**Obserwatory zmiennych stanu i parametrów
w układach sterowania silników indukcyjnych
klatkowych**

Wrocław 1990



PRACE NAUKOWE POLITECHNIKI WROCŁAWSKIEJ

Scientific Papers of the Institute of Electric Machine Systems
No. 41 of the Technical University of Wrocław No. 41

Monographs

No. 9

1990

Teresa ORŁOWSKA-KOWALSKA

State and parameter observers in the induction motor
control systems

Teresa Orłowska-Kowalska

**Obserwatory zmiennych stanu
i parametrów w układach
sterowania silników
indukcyjnych klatkowych**



Recenzenci

Krzysztof KUŹMIŃSKI
Ludger SZKLARSKI

Redaktor naukowy

Jan ZAWILAK

Opracowanie redakcyjne

Teresa JARMAKOWICZ

Korekta

Aleksandra ŁUKASZEWICZ

© Copyright by Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1990

WYDAWNICTWO POLITECHNIKI WROCŁAWSKIEJ

Wybrzeże Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław

ISSN 0137-6284

Nakład 200+75 egz. Ark. wyd. 8,75. Ark. druk. 7⁷/₈. Papier offset. kl. III, 70 g. B1.
Oddano do druku w grudniu 1989 r. Druk ukończono w styczniu 1990 r.
Zakład Graficzny Politechniki Wrocławskiej. Zam. nr 1733/89. Cena zł 800.-

Silnik indukcyjny klatkowy, model matematyczny, obserwator wektora stanu, układ sterowania

Teresa ORŁOWSKA-KOWALSKA*

OBSERWATORY ZMIENNYCH STANU I PARAMETRÓW W UKŁADACH STEROWANIA SILNIKÓW INDUKCYJNYCH KLATKOWYCH

Przedstawiono zagadnienia związane z zastosowaniem teorii obserwatorów stanu do odtwarzania na bieżąco zmiennych stanu i wybranych parametrów silnika indukcyjnego klatkowego w układach sterowania wektorowego lub optymalnego. Wykazano, że zmienne stanu silnika mogą być odtwarzane za pomocą różnych rodzajów obserwatorów, w zależności od wymagań stawianych przez układ sterowania napędem. Zaproponowano metody syntezy nieliniowych, biliniowych i liniowych niestacjonarnych obserwatorów zmiennych stanu silnika indukcyjnego sterowanego w układzie wymuszenia napięcia lub prądu stojana, o dowolnie kształtowanych wartościach własnych. Przedstawiono oryginalną metodę syntezy rozszerzonego obserwatora stanu i parametrów silnika. Przedstawiono wyniki komputerowych badań symulacyjnych oraz ocenę możliwości realizacji mikroprocesorowej obserwatorów stanu i parametrów.

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ

- A - macierz stanu obiektu/silnika
a_{ij} - element macierzy stanu
B - macierz wejścia obiektu/silnika
C - macierz wyjścia obiektu/silnika
e - wektor błędu rekonstrukcji obserwatora
F - macierz stanu obserwatora

* Instytut Układów Elektromaszynowych Politechniki Wrocławskiej,
ul. Smoluchowskiego 19, 50-327 Wrocław

\underline{H}	- macierz wejścia obserwatora
h	- krok całkowania
\underline{i}_s	- wektor przestrzenny prądu stojana
i_{sx}, i_{sy}	- składowe wektora przestrzennego prądu stojana w układzie współrzędnych kartezjańskich x-y
\underline{i}_r	- wektor przestrzenny prądu wirnika
\underline{i}_M	- wektor przestrzenny prądu magnesującego
\underline{K}	- macierz wagowa obserwatora
k_{ij}	- element macierzy wagowej obserwatora
l	- wymiar wektora stanu obserwatora zredukowanego
M_e	- moment elektromagnetyczny silnika
M_o	- moment obciążenia
M_N	- moment znamionowy silnika
m	- wymiar wektora wyjścia obiektu
n	- wymiar wektora stanu obiektu
p	- wymiar wektora parametrów
R_R	- rezystancja uzwojenia wirnika
R_S	- rezystancja uzwojenia stojana
t	- czas
\underline{T}	- macierz transformacji wektora stanu obiektu/silnika
T_a	- przedział aktualizacji parametru w obserwatorze rozszerzonym
T_i	- i-ta stała czasowa elektromagnetyczna silnika
T_M	- elektromechaniczna stała czasowa silnika
T_r	- elektromagnetyczna stała czasowa obwodu wirnika
\underline{u}	- wektor wejścia obiektu/silnika
\underline{u}_o	- wektor wejścia obiektu/silnika w znamionowym punkcie pracy
\underline{u}_s	- wektor przestrzenny napięcia stojana
u_{sx}, u_{sy}	- składowe wektora przestrzennego napięcia stojana w układzie współrzędnych kartezjańskich x-y
\underline{u}_r	- wektor przestrzenny napięcia wirnika
\underline{x}	- wektor stanu obiektu/silnika
\underline{x}_o	- wektor stanu obiektu/silnika w znamionowym punkcie pracy
$\hat{\underline{x}}$	- estymata wektora stanu obiektu/silnika
\underline{x}_p	- wektor nie znanych parametrów obiektu/silnika
$\hat{\underline{x}}_p$	- estymata wektora parametrów obiektu/silnika
\underline{x}_r	- rozszerzony wektor stanu obiektu/silnika
X_s	- reaktancja własna uzwojenia stojana silnika
X_r	- reaktancja własna uzwojenia wirnika
X_M	- reaktancja magnesująca
\underline{y}	- wektor wyjścia obiektu/silnika
z	- wektor stanu obserwatora

γ_{Ψ}	- kąt fazowy wektora strumienia skojarzonego wirnika
$\Delta\gamma_{\Psi}$	- błąd rekonstrukcji fazy wektora strumienia skojarzonego wirnika
$\underline{\varepsilon}$	- wektor błędu rekonstrukcji wektora stanu w obserwatorze zredukowanego rzędu
λ_i	- i-ta wartość własna obserwatora stanu
λ_{Ψ}	- wartość własna podukładu obserwatora strumienia wirnika
λ_R	- wartość własna podukładu identyfikatora stałej czasowej wirnika
$\underline{\xi}$	- estymata wektora stanu obserwatora rozszerzonego
τ_e	- cieplna stała czasowa wirnika
τ_r^*	- odwrotność elektromagnetycznej stałej czasowej obwodu wirnika
ϕ_i	- i-ta wartość własna modelu matematycznego obiektu/silnika
$\underline{\psi}_S$	- wektor przestrzenny strumienia skojarzonego stojana
$\underline{\psi}_M$	- wektor przestrzenny strumienia głównego
$\underline{\psi}_R$	- wektor przestrzenny strumienia skojarzonego wirnika
ψ_{rx}, ψ_{ry}	- składowe wektora przestrzennego strumienia skojarzonego wirnika w układzie współrzędnych kartezjańskich x-y
Ψ_R	- amplituda wektora przestrzennego strumienia skojarzonego wirnika
$\Delta \Psi_R$	- błąd rekonstrukcji amplitudy przestrzennego wektora skojarzonego strumienia wirnika
ω_b	- pulsacja bazowa (odniesienia)
ω_e	- pulsacja napięcia zasilającego stojan
ω_k	- prędkość kątowa wirowania układu współrzędnych kartezjańskich
ω_r	- prędkość kątowa wirnika (elektryczna)
ω_s	- pulsacja poślizgu

STOSOWANE SYMBOLE

$\underline{u} \times \underline{v}$	- iloczyn wektorowy = $u_x v_y - u_y v_x$
$[\cdot]^T$	- operacja transponowania macierzy
$[\cdot]^{-1}$	- operacja odwracania macierzy
$\dot{\underline{u}}$	- operacja różniczkowania = du/dt

Czas t i stałe czasowe T_i , T_M , T_R są wyrażone w sekundach, pulsacja odniesienia $\omega_b = 2\pi f_N$ ($f_N = 50$ Hz). Pozostałe zmienne i parametry są wyrażone w wartościach względnych.

1. WSTĘP

1.1. Wprowadzenie

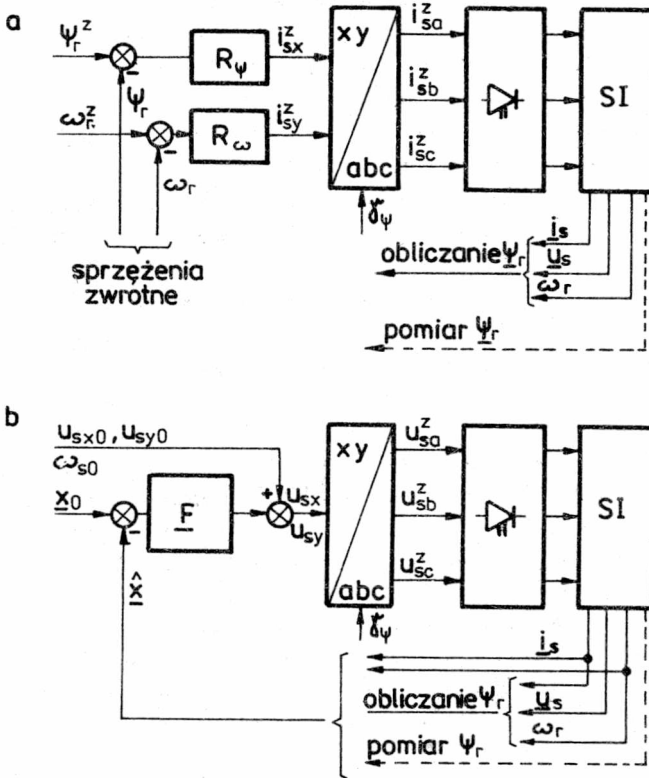
Intensywny rozwój urządzeń półprzewodnikowych, elektroniki przemysłowej oraz techniki mikroprocesorowej spowodował w ostatnim dziesięcioleciu zasadniczy postęp w dziedzinie układów napędowych z silnikami indukcyjnymi klatkowymi. Postęp ten był możliwy również dzięki rozwojowi metod opisu matematycznego silników indukcyjnych za pomocą wektorów przestrzennych [44], [50], [82], [94], który w znacznej mierze przyczynił się do uproszczenia ich modeli matematycznych i schematów strukturalnych, a ponadto spowodował istotne zmiany w spojrzeniu na maszynę indukcyjną jako obiekt regulacji napędów przekształtnikowych.

Analiza schematów strukturalnych maszyny indukcyjnej i porównanie ich ze strukturą obcowzbudnej maszyny prądu stałego, która stanowi pewien wzorzec własności regulacyjnych, doprowadziła między innymi do powstania odpowiednich metod sterowania maszynami prądu przemiennego oraz intensyfikacji prób przeniesienia na grunt układów z silnikami indukcyjnymi najnowszych osiągnięć teorii sterowania.

W precyzyjnych układach napędowych pożądane jest szybkie sterowanie momentem rozwijanym przez maszynę elektryczną. Najlepsze właściwości dynamiczne uzyskuje się wówczas, gdy moment na wale silnika nadąża prawie bezinercyjnie za wartością zadaną, podawaną przez regulator nadrzędny, np. regulator prędkości.

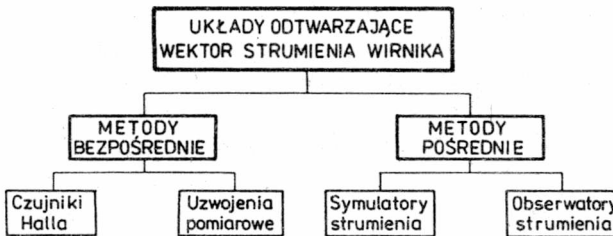
Takie warunki spełniają układy napędowe z bezpośrednim sterowaniem strumienia silnika, a zwłaszcza układy wykorzystujące metody sterowania wektorowego [11], [21], [22], [32], [37], [51], [61], [66]. Umożliwiają one sprowadzenie cech maszyny indukcyjnej klatkowej do właściwości regulacyjnych maszyny obcowzbudnej prądu stałego, poprzez wymuszanie w układzie sterowania odpowiednich przebiegów dwóch zorientowanych połowo składowych wektora prądu stojana: składowej i_{sx} - decydującej o wartości i przebiegu strumienia skojarzonego wirnika i prostopadłej do niej składowej i_{sy} - decydującej o momencie elektromagnetycznym rozwijanym przez silnik. Układ napędowy ma wówczas dwa niezależne tory regulacji: tor regulacji strumienia i tor regulacji momentu (rys. 1.1a).

W takim układzie sterowania, podobnie jak w układzie ze sprzężeniem zwrotnym od stanu [8], [20] (rys. 1.1b), niezbędna jest informacja o aktualnej wartości amplitudy i fazy wektora strumienia wirnika. Informację taką można uzyskać za pomocą specjalnych układów odtwarzających strumień, które wykorzystują metody pomiaru bezpośredniego i pośredniego. Podział tych układów przedstawiono na rys. 1.2.



Rys. 1.1. Schematy ideowe układów napędowych z silnikami indukcyjnymi klatkowymi (SI): a - ze sterowaniem wektorowym, b - ze sprzężeniem zwrotnym od wektora stanu (R_ψ - regulator strumienia, R_ω - regulator prędkości)

Fig. 1.1. Schematic diagrams of drive systems with the squirrel-cage induction motor: a - with the vector control, b - with state vector feedback (R_ψ - flux controller, R_ω - speed controller)



Rys. 1.2. Podział układów stosowanych do odtwarzania wektora strumienia wirnika

Fig. 1.2. Classification of systems for the rotor flux vector reconstruction

Metody bezpośrednie pomiaru strumienia są związane z umieszczeniem w szczelinie silnika czujników Halla lub specjalnych uzwojeń pomiarowych [11], [83], co wiąże się z koniecznością ingerencji w konstrukcję maszyny, a to nie zawsze jest możliwe w warunkach przemysłowych.

Z tych powodów w ostatnich latach rozwijane są metody pośrednie rekonstrukcji strumienia, które polegają na obliczaniu na bieżąco jego wartości na podstawie pomiaru łatwo mierzalnych wielkości elektrycznych i mechanicznych silnika, takich jak prąd i napięcie stojana, prędkość kątowna wirnika.

W stosowanych obecnie metodach pośrednich wykorzystuje się modele matematyczne obwodów elektromagnetycznych silnika, które w realizacji analogowej lub cyfrowej stanowią symulatory tych obwodów w czasie rzeczywistym [27], [32], [38], [51]. Stąd też pochodzi ich nazwa - symulatory strumienia. Właściwości dynamiczne takich układów odtwarzających strumień są analogiczne do właściwości obwodów elektromagnetycznych silnika, a więc szybkość estymacji strumienia jest determinowana wartościami elektromagnetycznych stałych czasowych tych obwodów. Ponadto symulatory strumienia charakteryzują się znaczną wrażliwością na zmiany parametrów silnika, a zwłaszcza rezystancji wirnika [30], [47], [56], [89], [100].

Szybkość i dokładność estymacji strumienia silnika można polepszyć stosując tzw. obserwatory strumienia. Idea ich wprowadzenia została zaczerpnięta z teorii sterowania, przede wszystkim zaś z teorii obserwatorów zmiennych stanu układów dynamicznych, zapoczątkowanej w latach 1966-70 przez Luenbergera [53]-[55].

Teoria ta była rozwijana początkowo tylko w odniesieniu do układów liniowych, a jej osiągnięcia (w zakresie ogólnej teorii sterowania) zostały zebrane w monografii O'Reilly'ego [67]. Obecnie rozwijana jest teoria obserwatorów układów nieliniowych, przy czym najbardziej znaczące prace z tego zakresu to artykuły Roitenberga, Kou, Thau, Koehne, Zeitza, Kawaji i Walcott'a [40]-[43], [84], [92], [93], [96], [101], [102] oraz obszerna bibliografia w nich zawarta.

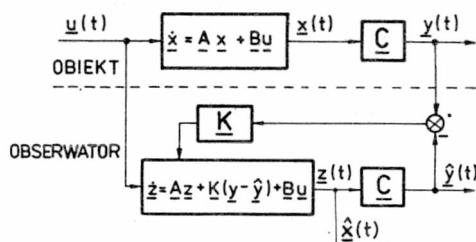
W ostatnim dziesięcioleciu pojawiły się próby przeniesienia dokonań teoretycznych teorii obserwatorów stanu w dziedzinę układów fizycznych, poczynając od klasycznego wahadła [86], poprzez układy sterowania obiektami latającymi [33], zawieszeniem elektromagnetycznym eksperymentalnego pojazdu szybkiej kolei [25], [26], reaktory chemiczne [42], [101] aż do generatorów synchronicznych [58], [60], [91], silników prądu stałego [29], [87] i silników indukcyjnych [2], [4]-[6], [15], [17], [18], [39], [52], [68]-[77], [95], [100]-[102].

Poczynione zostały również pierwsze próby praktycznych realizacji obserwatorów za pomocą techniki mikroprocesorowej [7], [8], [13], [20]. Dowodzą one, że układy dynamiczne odtwarzające zmienne stanu obiektów

fizycznych, projektowane na podstawie teorii obserwatorów, stanowią rozwiązania konkurencyjne i przyszłościowe w stosunku do obecnie stosowanych układów odtwarzających trudno mierzalne sygnały, głównie ze względu na duże możliwości kształtowania własności dynamicznych obserwatorów stanu.

1.2. Podstawowe pojęcia teorii obserwatorów

W teorii sterowania obserwatorem stanu systemu dynamicznego - obiektem nazywa się inny system, który na podstawie sygnałów wejściowych $\underline{u}(t)$ i wyjściowych $\underline{y}(t)$ obiektu wyznacza na bieżąco estymatę $\hat{\underline{x}}(t)$ wektora stanu obiektu $\underline{x}(t)$. Schemat blokowy takiego systemu przedstawiono na rys. 1.3.



Rys. 1.3. Schemat ideowy obserwatora stanu obiektu liniowego
Fig. 1.3. Schematic diagram of the state observer for linear system

Zgodnie z teorią Luenbergera [53], [55], dla układu liniowego opisanego równaniem stanu:

$$\dot{\underline{x}} = \underline{A} \underline{x} + \underline{B} \underline{u}, \quad \underline{x}(t_0) = \underline{x}_0, \quad (1.1)$$

i równaniem wyjścia:

$$\underline{y} = \underline{C} \underline{x}, \quad (1.2)$$

w których:

$\underline{x} = \underline{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ - wektor stanu obiektu,

$\underline{y} = \underline{y}(t) \in \mathbb{R}^m$ - wektor wyjścia, $m < n$,

$\underline{u} = \underline{u}(t) \in \mathbb{R}^r$ - wektor wejścia,

$\underline{A}(n \times n)$, $\underline{B}(n \times r)$, $\underline{C}(m \times n)$ - odpowiednio macierz stanu obiektu, macierz wejścia i macierz wyjścia, jeżeli są spełnione następujące warunki:

- (i) para macierzy $\{\underline{C}, \underline{A}\}$ jest obserwowalna [81];
- (ii) macierz \underline{C} jest rzędu m ;
- (iii) istnieje taka macierz $\underline{T}((n-m) \times n)$, że

$$\underline{T} \underline{A} - \underline{F} \underline{T} = \underline{K} \underline{C} \quad (1.3)$$

$$\underline{T} \underline{B} = \underline{H}, \quad (1.4)$$

(iv) macierz \underline{Q} o wymiarze $(n \times n)$:

$$\underline{Q} = \begin{bmatrix} \underline{C} \\ \underline{F} \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

jest nieosobliwa i istnieje jej odwrotność:

$$\underline{W} = \underline{Q}^{-1} = [\underline{V} \ ; \ \underline{P}]; \quad (1.6)$$

wówczas układ dynamiczny opisany równaniem:

$$\dot{\underline{z}} = \underline{F} \underline{z} + \underline{K} \underline{y} + \underline{H} \underline{u} \quad (1.7)$$

jest nazywany obserwatorem zredukowanego rzędu układu (1.1), przy czym $\underline{z} = \underline{z}(t) \in \mathbb{R}^l$ wektor stanu obserwatora ($l = n - m$).

Macierz \underline{T} jest macierzą transformacji wektora zmiennych stanu obiektu i wiąże go z wektorem stanu obserwatora zależnością:

$$\underline{z} = \underline{T} \underline{x}. \quad (1.8)$$

Jeśli macierz $\underline{T} = \underline{1}$, otrzymuje się tożsamościowy obserwator pełnego rzędu, opisany równaniem:

$$\dot{\underline{z}} = \underline{A} \underline{z} + \underline{K}(\underline{y} - \hat{\underline{y}}) + \underline{B} \underline{u}, \quad \underline{z} \in \mathbb{R}^n \quad (1.9)$$

i wówczas estymata stanu obiektu $\hat{\underline{x}}(t)$ równa jest stanowi obserwatora $\hat{\underline{x}}(t) = \underline{z}(t)$ (rys. 1.3).

W przypadku obserwatora zredukowanego rzędu estymatę wektora stanu obiektu oblicza się na podstawie wektora stanu obserwatora \underline{z} oraz wektora wyjść obiektu \underline{y} :

$$\hat{\underline{x}} = \underline{V} \underline{y} + \underline{P} \underline{z}, \quad (1.10)$$

gdzie zgodnie z (1.5) macierz \underline{V} ma wymiar $(n \times m)$, a macierz \underline{P} - $(n \times l)$.

Obserwator stanu jest stabilny, jeśli następująca różnica, nazywana błędem rekonstrukcji obserwatora (błędem obserwacji):

$$\underline{e} = \underline{z} - \underline{T} \underline{x} \quad (1.11)$$

dąży do zera:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |\underline{z} - \underline{T} \underline{x}| = \underline{0}, \quad (1.12)$$

przy czym na ogół $\underline{z}(t_0) \neq \underline{x}(t_0)$.

Równanie błędu obserwatora (1.7):

$$\dot{\underline{e}} = \underline{F} \underline{e} \quad (1.13)$$

ma globalnie asymptotycznie stabilne rozwiązanie wówczas, gdy macierz wagowa \underline{K} obserwatora zostanie dobrana tak, że wartości własne macierzy stanu \underline{F} obserwatora leżą w lewej części półpłaszczyzny Gaussa:

$$\operatorname{Re} \{ \lambda_j(\underline{F}) \} < 0, \quad j = 1, 2, \dots, l. \quad (1.14)$$

Żąda się przy tym, aby obserwator miał lepsze własności dynamiczne niż obiekt (w przypadku układów liniowych - mniejsze stałe czasowe), czyli:

$$\operatorname{Re} \{ \lambda_j(\underline{F}) \} < \min_i \operatorname{Re} \{ \varphi_i(\underline{A}) \}, \quad (1.15)$$

gdzie

φ_i - wartości własne macierzy stanu \underline{A} obiektu.

W odniesieniu do obiektów liniowych niestacjonarnych

$$\dot{\underline{x}} = \underline{A}(t) \underline{x} + \underline{B}(t) \underline{u}, \quad (1.16)$$

$$\underline{y} = \underline{C}(t) \underline{x}, \quad (1.17)$$

równanie obserwatora liniowego niestacjonarnego jest następujące:

$$\dot{\underline{z}} = \underline{F}(t) \underline{z} + \underline{K}(t) \underline{y} + \underline{B}(t) \underline{u}, \quad (1.18)$$

przy czym macierze stanu obiektu i obserwatora są powiązane nieco innymi niż (1.3) i (1.4) zależnościami [98]:

$$\underline{F}(t) \underline{A}(t) - \underline{T}(t) \underline{F}(t) = \underline{K}(t) \underline{C}(t) - \dot{\underline{T}}(t), \quad (1.19)$$

$$\underline{H}(t) = \underline{T}(t) \underline{B}(t). \quad (1.20)$$

Przy spełnionych warunkach (1.19) i (1.20) oraz gdy

$$\operatorname{Re} \{ \lambda_j[\underline{F}(t)] \} < \min_i \operatorname{Re} \{ \varphi_i[\underline{A}(t)] \} < 0,$$

równanie błędu obserwatora niestacjonarnego jest podobne jak (1.13):

$$\dot{\underline{e}} = \underline{F}(t) \underline{e}, \quad (1.21)$$

przy czym należy zauważyć, że położenie wartości własnych macierzy $\underline{F}(t)$ na płaszczyźnie Gaussa ulega zmianie w czasie.

Błąd rekonstrukcji wektora stanu (błąd estymacji) definiuje się jako

$$\underline{\varepsilon} = \hat{\underline{x}} - \underline{x}. \quad (1.22)$$

Po uwzględnieniu (1.2), (1.6) i (1.10), otrzymuje się zależność

$$\underline{e} = \underline{F} \underline{e}, \quad (1.23)$$

z której wynika, że dokładność rekonstrukcji wektora stanu obiektu jest liniową funkcją dokładności odtworzenia wektora stanu obserwatora \underline{z} . Jeżeli warunek początkowy $\underline{x}(t_0)$ jest znany, można podstawić $\underline{z}(t_0) = \underline{T} \underline{x}(t_0)$. Wówczas z (1.13) wynika, że $\underline{e}(t) = 0$ dla wszystkich $t \geq t_0$ i w związku z (1.23) uzyskuje się w tym przypadku doskonałą rekonstrukcję wektora stanu obiektu. Na ogół jednak $\underline{x}(t_0)$ nie jest znane i jedynie można założyć, że $\underline{z}(t_0) = \underline{T} \underline{x}_g$ dla pewnego $\underline{x}_g \in \mathbb{R}^n$. Jeśli jednak są spełnione warunki (1.3), (1.4) i (1.6) oraz macierz obserwatora \underline{F} została wybrana tak, że spełniona jest nierówność (1.14) (czyli równanie (1.13) jest asymptotycznie stabilne), to oddziaływanie początkowego błędu obserwatora $\underline{e}(t_0)$ na proces rekonstrukcji wektora stanu obiektu będzie zanikało wykładniczo wraz ze wzrostem $t \geq t_0$.

Z przedstawionego zarysu teorii obserwatorów Luenbergera wynika, że dla obserwowalnego obiektu liniowego można zawsze zaprojektować szybszy (warunek (1.15)) układ dynamiczny, który będzie rekonstruował na bieżąco niedostępne pomiarowo zmienne stanu obiektu.

W związku z tym nazwą obserwator stanu silnika indukcyjnego będzie określany dalej układ równań różniczkowych, którego parametry (elementy macierzy stanu \underline{F} i macierzy wagowej \underline{K}) zostały dobrane tak, że rozwiązania $\underline{z}(t)$ tego układu będą dążyły do odpowiednich zmiennych stanu rozważanego modelu silnika, pomimo że warunki początkowe równań obserwatora $\underline{z}(t_0)$ mogą być różne od warunków początkowych zmiennych stanu silnika $\underline{x}(t_0)$.

Realizacją techniczną takiego obserwatora będzie analogowy lub cyfrowy (mikroprocesorowy) układ pracujący w czasie rzeczywistym (on-line), który korzystając z dostępnych pomiarowo sygnałów wejściowych i wyjściowych silnika będzie wyznaczał rozwiązania $\underline{z}(t)$ równań obserwatora i estymaty zmiennych stanu silnika $\hat{\underline{x}}(t)$.

1.3. Krytyczny przegląd literatury dotyczącej obserwatorów stanu silnika indukcyjnego

Pierwsze prace na temat zastosowania teorii obserwatorów do odtwarzania zmiennych stanu silnika indukcyjnego pochodzą z roku 1978 i 1979 [4],[5],[17]. Jednakże do chwili obecnej powstało stosunkowo niewiele publikacji dotyczących tej tematyki. Podstawowe znaczenie mają prace Dote, Belliniego i Verghese.

Dote przedstawił asymptotycznie stabilne, zredukowanego rzędu, nieliniowe obserwatory elektromagnetycznych zmiennych stanu silnika indukcyjnego pracującego w układzie wymuszenia napięcia [17] i prądu [18] stojana, o szybkości zanikania błędu rekonstrukcji stanu wynikającej z właściwości dynamicznych obwodów elektromagnetycznych silnika. Wartości własne tych obserwatorów były równe wartościom własnym modelu matematycznego silnika indukcyjnego.

Bellini i inni [4]-[6] stosowali teorię układów biliniowych do projektowania obserwatorów elektromagnetycznych zmiennych stanu silnika pracującego w układzie wymuszenia napięcia stojana, w którym zarówno wartości własne macierzy stanu obserwatora, jak i szybkość zanikania normy błędu obserwacji były zależne od wartości prędkości kątowej silnika.

W pracy [68] przedstawiono analityczną metodę syntezy nieliniowego obserwatora stanu silnika sterowanego prądowo, wykorzystującą teorię Luenbergera [55] i prace Thau dotyczące specjalnej klasy układów nieliniowych [92]. Obserwator ten stosowano w zamkniętym układzie regulacji prędkości kątowej silnika [69], [75], nie miał on jednak możliwości dowolnego kształtowania wartości własnych.

Arendt [2] zaprojektował biliniowy obserwator elektromagnetycznych zmiennych stanu silnika zarówno pełnego, jak i zredukowanego rzędu. W obserwatorze zredukowanego rzędu można dowolnie kształtować szybkość wykładniczego zanikania normy błędu obserwacji przez wpływanie na części rzeczywiste wartości własnych obserwatora. Części urojone tych wartości własnych zależały natomiast nadal od prędkości kątowej wirnika, co powodowało, że odpowiedź obserwatora miała zawsze przebieg oscylacyjny, przy czym częstotliwość oscylacji zwiększała się wraz ze zwiększeniem się prędkości.

Kubota i inni [48] opracowali biliniowy obserwator pełnego rzędu dla silnika sterowanego w układzie wymuszenia prądu, w którym - podobnie jak u poprzednich autorów - wartości własne zależały od prędkości kątowej silnika; ich moduły zmniejszały się wraz ze zmniejszaniem się prędkości.

Zügelein [100] przedstawił obserwator elektromagnetycznych zmiennych stanu pełnego rzędu, w którym elementy macierzy wagowej dobrał metodą optymalizacyjną, mając na celu zminimalizowanie wrażliwości obserwatora na zmiany parametrów silnika, natomiast nie analizował wpływu współczynników wagowych na położenie wartości własnych obserwatora.

Oprócz wymienionych spotyka się w literaturze prace, w których do odtwarzania strumienia wirnika silnika indukcyjnego stosowane były symulatory strumienia z odpowiednimi korekcyjnymi sprzężeniami zwrotnymi, przyspieszającymi działanie układu odtwarzającego strumień [15], [39].

Układy te można zaliczyć do grupy obserwatorów stanu, chociaż projektowane były intuicyjnie, na podstawie teorii maszyn, a nie teorii obserwatorów. Współczynniki wagowe sprzężeń zwrotnych były dobierane empirycznie, wobec czego nie ma możliwości uogólnienia i sformalizowania metod syntezy tych obserwatorów.

Vergheese i Sanders [95] zaproponowali dwa typy obserwatorów, które pod względem metody projektowania można również zaliczyć do symulatorów strumienia ze sprzężeniami korekcyjnymi. Pierwszy rodzaj obserwatora jest modelem prądowym obwodu wirnika ze sprzężeniem zwrotnym proporcjonalnym do różnicy pomiędzy zmierzonym napięciem stojana i napięciem stojana obliczonym na podstawie wyestymowanej wartości strumienia wirnika. Zasada działania drugiego obserwatora opiera się na napięciowym modelu matematycznym obwodu wirnika z prądowym sprzężeniem zwrotnym, w którym wykorzystuje się różnicę pomiędzy zmierzoną wartością prądu stojana a wartością obliczoną na podstawie równania obwodu wirnika i wyestymowanej wartości strumienia wirnika. W obydwu przypadkach wyznaczono równanie błędu obserwatora i wykazano jego asymptotyczną stabilność. Podobnie jak w pracach [4]–[6], części rzeczywiste i urojone wartości własnych tych obserwatorów zależą od prędkości kątowej silnika.

Wszystkie obserwatory stanu silnika indukcyjnego są wrażliwe na zmiany jego parametrów, a zwłaszcza na zmiany rezystancji wirnika pod wpływem zmian temperatury. W związku z tym, aby zapewnić dokładne odtworzenie wektora stanu silnika, trzeba dodatkowo identyfikować na bieżąco wartość rezystancji lub stałej czasowej wirnika. Zagadnienie to jest istotne również ze względu na sterowanie wektorowe silnika indukcyjnego, ponieważ od prawidłowego określenia wartości stałej czasowej wirnika zależy dokładność odsprzęgania torów regulacji strumienia i momentu w tych układach [30],[48],[63],[65],[88]. Istnieje wiele metod wyznaczania wartości rezystancji lub stałej czasowej wirnika silnika indukcyjnego w czasie jego normalnej pracy [22],[23],[31],[56],[66],[85],[99], ale zagadnienie to jest w nich traktowane niezależnie od zagadnienia estymacji wektora strumienia silnika. Metody te mają różne ograniczenia, z których najistotniejsze jest to, że można je stosować w stanie pracy ustalonej silnika. W pracach [14],[39],[88] zastosowano teorię układów adaptacyjnych do jednoczesnej estymacji wektora stanu i stałej czasowej wirnika, metody te jednak wiążą się ze skomplikowanymi algorytmami obliczeniowymi.

Z analizy literatury dotyczącej zagadnienia obserwatorów stanu silnika indukcyjnego wynika, że:

- wszystkie opracowane dotychczas obserwatory stanu charakteryzują się ograniczeniami związanymi z kształtowaniem ich właściwości dynamicznych;

- w obserwatorach biliniowych [2], [4]-[6], [48] oraz symulatorach strumienia z korekcyjnymi sprzężeniami zwrotnymi [15], [39], [95] (które dalej ze względu na sposób ich projektowania będą nazywane obserwatorami obwodowymi) położenie wartości własnych na płaszczyźnie Gaussa zależy od wartości prędkości kątowej silnika;

- w obserwatorach zakwalifikowanych przez autorów do klasy obserwatorów nieliniowych nie ma w ogóle możliwości wpływania na położenie wartości własnych - obserwatory te są właściwie symulatorami obwodów elektromagnetycznych silnika indukcyjnego [17], [18], [68];

- metody projektowania poszczególnych typów obserwatorów są nie-spójne z teorią Luenbergera: większość autorów przyjmuje arbitralnie postać współczynników wagowych obserwatora (jako wartości stałe [15], [39], [100] lub zależne od prędkości kątowej wirnika [4]-[6], [95]), a następnie wyznacza wartości własne i bada stabilność lub tylko przedstawia postać równań otrzymanych obserwatorów, nie analizując wpływu tych współczynników na wartości własne ani stabilność;

- występuje również niespójność stosowanego nazewnictwa ze zbiorem pojęć teorii Luenbergera; dotyczy to głównie swobodnego używania pojęcia redukcji rzędu obserwatora, przy czym nie podaje się postaci macierzy transformacji T wektora stanu silnika, która ma istotne znaczenie w metodzie syntezy obserwatorów stanu typu Luenbergera [55];

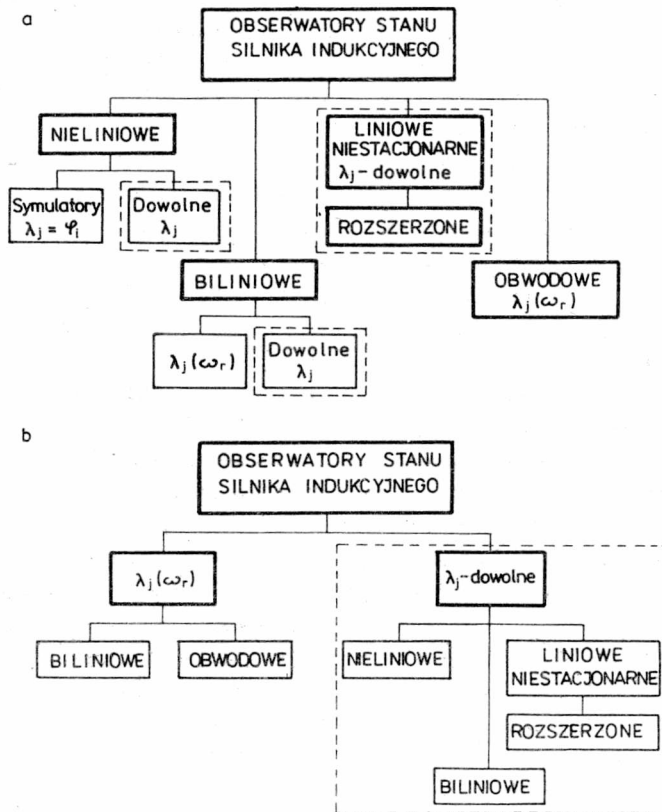
- z wyjątkiem obserwatora adaptacyjnego [14] oraz filtru Kalmana [99], których idea wywodzi się z teorii obserwatorów [67], zagadnienie jednoczesnej estymacji zmiennych stanu i parametrów silnika indukcyjnego nie było dotychczas rozwiązywane za pomocą obserwatorów Luenbergera;

- zaprezentowane w poszczególnych opracowaniach wyniki badań obserwatorów strumienia wirnika są fragmentaryczne, ilustrują najczęściej zachowanie się obserwatora podczas pracy silnika w stanie ustalonym.

Mając na uwadze omówione ograniczenia istniejących dotychczas rozwiązań, autorka od kilku lat prowadzi badania, których celem jest opracowanie jednolitego podejścia do estymacji wektora stanu oraz wybranych parametrów silnika indukcyjnego przy zastosowaniu obserwatorów stanu typu Luenbergera o właściwościach dynamicznych kształtowanych poprzez swobodny wybór wartości własnych obserwatorów [69]-[80].

1.4. Cel i zakres pracy

Jak wynika z przeglądu literatury, zastosowanie obserwatorów stanu do odtwarzania na bieżąco wektora stanu i parametrów silnika indukcyjnego jest zagadnieniem tylko częściowo rozwiązany, a ograniczenia istniejących rozwiązań zostały szczegółowo omówione w podrozdz. 1.3.



Rys. 1.4. Rodzaje obserwatorów stanu silnika indukcyjnego: a - podział ze względu na rodzaj modelu matematycznego silnika, b - podział ze względu na możliwość kształtowania wartości własnych
 Fig. 1.4. Types of the induction motor state observers: a - classification from the point of view of the mathematical model; b - classification from the point of view of the possibilities of eigenvalues choice

Niniejsze opracowanie zbiera, systematyzuje, rozszerza i uogólnia metody syntezy obserwatorów stanu silnika indukcyjnego.

Na rysunku 1.4a zaproponowano systematykę istniejących i opracowanych przez autorkę obserwatorów stanu silnika indukcyjnego. Obserwatory opracowane przez autorkę zaznaczono linią przerywaną. Za kryterium podziału przyjęto typ modelu matematycznego silnika stosowanego do projektowania poszczególnych rodzajów obserwatorów stanu.

Podstawowym celem autorki było opracowanie obserwatorów silnika indukcyjnego o właściwościach dynamicznych kształtowanych swobodnie przez wybór położenia wartości własnych obserwatorów na płaszczyźnie Gaussa.

Przyjmując tę cechę za nowe kryterium podziału, schemat z rys. 1.4a można przedstawić w postaci z rys. 1.4b.

Celem uzupełniającym było zbadanie warunków, jakie muszą być spełnione, aby istniała możliwość szybkiego odtwarzania na bieżąco niedostępnych pomiarowo zmiennych stanu i parametrów silnika indukcyjnego (a zwłaszcza składowych wektora skojarzonego strumienia oraz stałej czasowej wirnika).

Do osiągnięcia zamierzonych celów niezbędne było:

- określenie modeli matematycznych nieliniowych i biliniowych obserwatorów stanu o zadanych wartościach własnych w odniesieniu do silnika indukcyjnego sterowanego w układzie wymuszenia napięcia lub prądu stojana;

- opracowanie komputerowych metod umożliwiających syntezę takich obserwatorów;

- określenie struktury oraz metody syntezy nowego typu obserwatora liniowego niestacjonarnego, o dowolnych wartościach własnych, do odtwarzania trudno mierzalnych zmiennych stanu silnika indukcyjnego sterowanego w układzie wymuszenia napięcia lub prądu stojana;

- opracowanie metody syntezy rozszerzonego obserwatora niestacjonarnego typu Luenbergera do odtwarzania na bieżąco zmiennych stanu i wybranych parametrów silnika indukcyjnego;

- wykazanie stabilności globalnej proponowanego obserwatora liniowego i rozszerzonego;

- potwierdzenie słuszności przyjętych koncepcji za pomocą symulacji cyfrowej zaprojektowanych obserwatorów w różnych warunkach pracy układu napędowego;

- analiza możliwości numerycznej realizacji proponowanych obserwatorów silnika indukcyjnego.

Przedstawiona w opracowaniu analiza teoretyczna oraz weryfikacja jej wyników na podstawie komputerowych badań symulacyjnych i ograniczonych badań eksperymentalnych może być podstawą do dalszych prac mających na celu realizację techniczną proponowanych rozwiązań.

2. MODELE MATEMATYCZNE SILNIKA INDUKCYJNEGO

2.1. Wprowadzenie

W zagadnieniach sterowania silników indukcyjnych klatkowych w układach napędowych stosuje się powszechnie znany model obwodowy maszyny indukcyjnej, wyprowadzony przy następujących założeniach upraszczających [82], [94]:

- rozpatrywany jest silnik trójfazowy symetryczny,
- rozłożone przestrzenne uzwojenia stojana i wirnika zostają zastąpione uzwojeniem skupionym,
- rezystancje i reaktancje uzwojeń uważa się za stałe,
- pomija się wyższe harmoniczne przestrzenne rozkładu pola w szczelinie powietrznej, uwzględniając tylko harmoniczną podstawową,
- pomija się wpływ anizotropii, nasycenia magnetycznego, zjawiska histerezy oraz prądów wirowych.

Wykorzystuje się wprowadzone przez Kovacs [44] pojęcie wektora przestrzennego zastępującego trójfazowy układ symetryczny reprezentowany w układzie współrzędnych naturalnych (A, B, C) przez wielkości fazowe (np. napięć, prądów, strumieni skojarzonych):

$$\underline{k} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{2}{3} [1 k_A(t) + \underline{a} k_B(t) + \underline{a}^2 k_C(t)], \quad (2.1)$$

gdzie:

$$\underline{a} = \exp\left(j \frac{2\pi}{3}\right); \quad \underline{a}^2 = \exp\left(j \frac{4\pi}{3}\right).$$

Wielkości fazowe w układzie współrzędnych naturalnych spełniają przy tym warunek:

$$k_A(t) + k_B(t) + k_C(t) = 0. \quad (2.2)$$

Zastępując zmienne fazowe silnika indukcyjnego odpowiedającymi im wektorami przestrzennymi i wyrażając je we wspólnym dla stojana i wirnika, wirującym z prędkością ω_k , układzie odniesienia:

$$\underline{k}_{sk} = \underline{k}_s e^{-j\omega_k t}, \quad (2.3a)$$

$$\underline{k}_{rk} = \underline{k}_r e^{-j(\omega_k - \omega_r)t} \quad (2.3b)$$

otrzymuje się model matematyczny silnika indukcyjnego zapisany za pomocą wektorów przestrzennych wirujących z prędkością ω_k (pomija się dalej dolny indeks k przy odpowiednich wektorach) i równania zapisuje się w wielkościach względnych (załącznik 1):

$$\underline{u}_s = R_s \underline{i}_s + T_N \dot{\underline{\Psi}}_s + j \omega_k \underline{\Psi}_s, \quad (2.4a)$$

$$\underline{u}_r = R_r \underline{i}_r + T_N \dot{\underline{\Psi}}_r + j(\omega_k - \omega_r) \underline{\Psi}_r, \quad (2.4b)$$

$$\underline{\Psi}_s = X_s \underline{i}_s + X_M \underline{i}_r, \quad (2.4c)$$

$$\underline{\Psi}_r = X_r \underline{i}_r + X_M \underline{i}_s, \quad (2.4d)$$

$$\dot{\omega} = (M_e - M_o) / T_M, \quad (2.4e)$$

$$M_e = -X_M \operatorname{Im}(\underline{i}_s^* \underline{i}_r), \quad (2.4f)$$

gdzie:

$\underline{u}_s, \underline{i}_s, \underline{\Psi}_s, \underline{u}_r, \underline{i}_r, \underline{\Psi}_r$ - uogólnione wektory przestrzenne napięcia, prądu, strumienia skojarzonego stojana i odpowiednio wirnika, utworzone na podstawie zmienionych fazowych tych wielkości zgodnie z definicją (2.1) oraz (2.3);

$$T_N = 1/\omega_b.$$

Model ten opisuje maszynę indukcyjną w dowolnym stanie nieustalonym przy zasilaniu napięciami sinusoidalnymi lub odkształconymi.

Wybierając zmienne stanu silnika ze zbioru wektorów przestrzennych $\{\underline{\Psi}_s, \underline{\Psi}_r, \underline{\Psi}_M, \underline{i}_s, \underline{i}_r, \underline{i}_M\}$, otrzymuje się następujący model matematyczny silnika indukcyjnego w postaci dwóch równań stanu:

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{A}(\omega_r(t)) \underline{x}(t) + \underline{B} \underline{u}(t), \quad (2.5)$$

$$\dot{\omega}_r(t) = [k F(\underline{x}) - M_o(t)] / T_M, \quad (2.6)$$

gdzie:

$F(\underline{x}) = M_e = |\underline{x}_1 \times \underline{x}_2| \operatorname{sign}(\underline{x}_1 \times \underline{x}_2)$ - moment elektromagnetyczny silnika,

$\underline{x}(t) = [\underline{x}_1^T, \underline{x}_2^T]^T$ - dwuelementowy wektor elektromagnetycznych zmiennych stanu,

$\underline{u}(t) = [\underline{u}_s^T, \underline{u}_r^T]^T$ - wektor wejścia zawierający jako składowe wektory przestrzenne napięć stojana i wirnika,

$\underline{A}(\omega_t(t))$ - macierz stanu maszyny o wymiarze (4×4) , której pewne elementy są funkcjami prędkości kątowej,

\underline{B} - macierz wejścia (4×4) ,

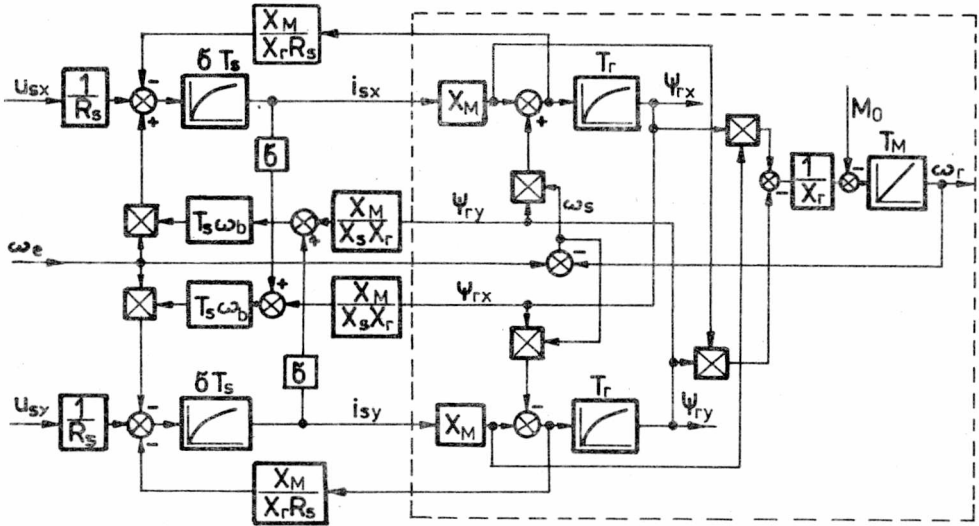
k - stała zależna od wyboru zmiennych stanu.

Zakłada się, że silnik indukcyjny klatkowy jest sterowany metodą wektorową w układzie przekształtnikowym z wymuszeniem napięcia lub prądu stojana. Wobec tego jako składowe dwuelementowego wektora elektromagnetycznych zmiennych stanu wybiera się:

$$\underline{x}_1 = \underline{i}_s \quad - \text{wektor przestrzenny prądu stojana,}$$

$$\underline{x}_2 = \underline{\Psi}_r \quad - \text{wektor przestrzenny strumienia wirnika.}$$

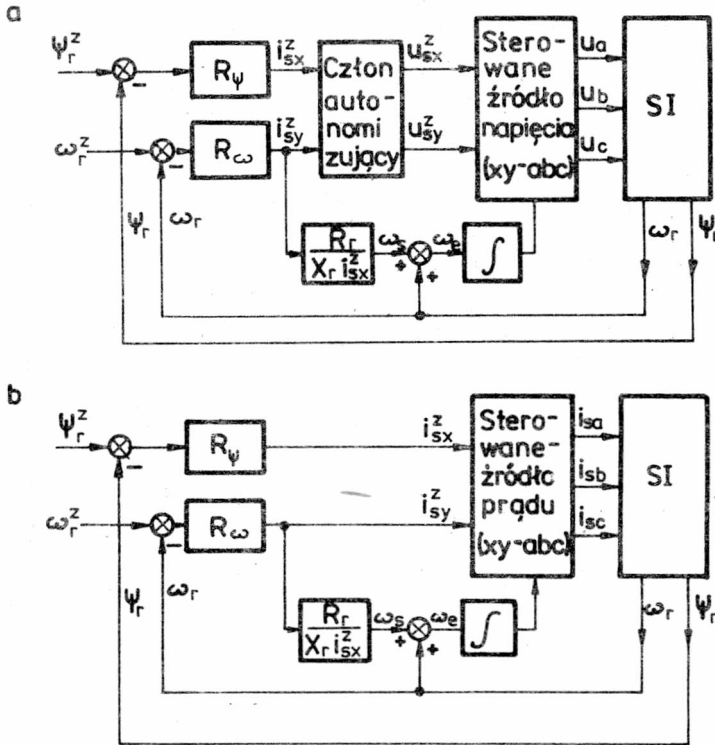
Dla silnika klatkowego spełniony jest warunek $\underline{u}_r = 0$. Ponadto przyjmuje się prędkość wirowania układu odniesienia ω_k równą prędkości synchronicznej ω_e (układ współrzędnych kartezjańskich (x, y)).



Rys. 2.1. Schemat strukturalny modelu matematycznego silnika indukcyjnego przy wymuszeniu składowych napięcia lub prądu (linia przerywana) stojana ($T_s = X_s/R_s \omega_b$; $T_r = X_r/R_r \omega_b$; $\sigma = 1 - X_M^2/X_s X_r$)

Fig. 2.1. Structural diagram of the induction motor mathematical model in the case of stator voltage or stator current (dashed line) coordinates control ($T_s = X_s/R_s \omega_b$; $T_r = X_r/R_r \omega_b$; $\sigma = 1 - X_M^2/X_s X_r$)

Równaniom (2.5), (2.6), po zapisaniu ich w układzie współrzędnych (x, y) , odpowiada schemat blokowy przedstawiony na rys. 2.1 [78], [94]. Schemat ten stosuje się wówczas, gdy silnik jest zasilany ze źródła napięciowego (wymuszenie napięcia stojana). Kiedy jest on zasilany ze źródła prądowego, schemat z rys. 2.1 upraszcza się i obejmuje tylko część zakreśloną linią przerywaną (wymuszenie składowych prądu stojana). Tym dwóm przypadkom odpowiadają struktury sterowania wektorowego, których ideę przedstawiono na rys. 2.2 [65].

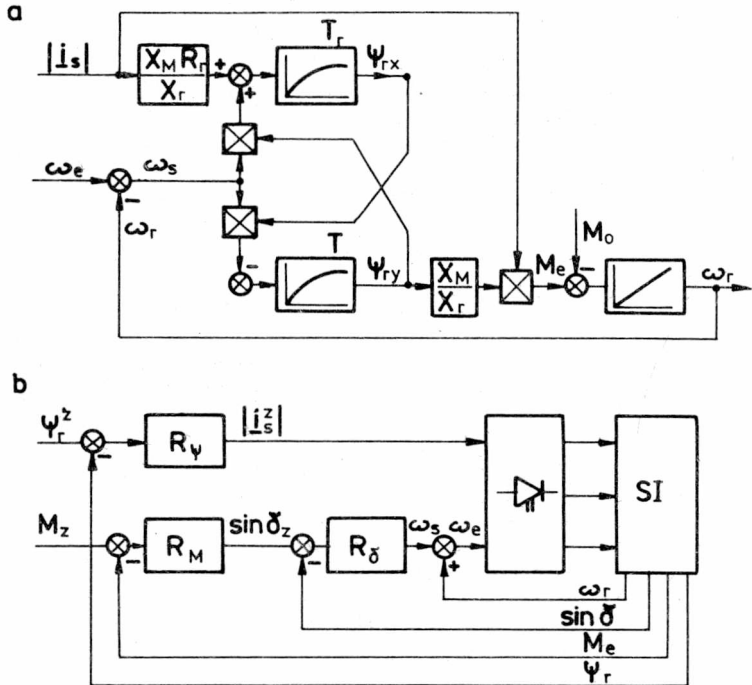


Rys. 2.2. Schematy strukturalne układów napędowych z silnikiem indukcyjnym sterowanym wektorowo: a - w układzie wymuszenia składowych napięcia stojana, b - w układzie wymuszenia składowych prądu stojana

Fig. 2.2. Schematic diagrams of the vector controlled induction motor drive systems: a - voltage-fed control system, b - current-fed control system

Ponadto wśród wielu odmian struktur sterowania wektorowego silnika indukcyjnego dość często stosowana jest struktura, w której wymuszana jest amplituda prądu stojana i częstotliwość poślizgu wirnika. Jej ideę i odpowiadający temu sterowaniu schemat blokowy silnika przedstawiono na rys. 2.3 [94].

W dalszym ciągu modele silnika i obserwatorów, odpowiadające schematowi z rys. 2.1, będą oznaczane indeksem "u", a odnoszące się do schematu z rys. 2.3a - indeksem "i". Równania ich będą ulegać zmianie w zależności od przyjętej postaci wektora stanu silnika i pewnych założeń dotyczących dostępności informacji o aktualnej wartości prędkości kątowej wirnika.



Rys. 2.3. Schemat strukturalny modelu matematycznego silnika indukcyjnego sterowanego w układzie wymuszenia amplitudy prądu stojana (a) i układu napędowego z takim sterowaniem (b)

Fig. 2.3. Structural diagram of the induction motor mathematical model in the case of stator current magnitude control (a) and the diagram of the system with such control (b)

Rozważane będą trzy przypadki szczególne:

1. Prędkość kątowna wirnika jest wielkością niedostępną pomiarowo, wobec czego zadaniem obserwatora będzie odtwarzanie na bieżąco nie tylko elektromagnetycznych zmiennych stanu silnika, ale również prędkości;
2. Prędkość kątowna wirnika jest łatwo mierzalna; w takim przypadku obserwator będzie odtwarzał tylko elektromagnetyczne zmienne stanu, natomiast prędkość kątowną można traktować jako jeden z elementów wektora wejść mierzalnych w modelu matematycznym obserwatora (1.7) lub (1.9);
3. Prędkość kątowna jest znana i można ją uważać za wartość stałą w przedziale próbkowania T_p ; obserwator będzie odtwarzał tylko elektromagnetyczne zmienne stanu; uzyskuje się dyskretyzację w czasie modelu silnika i obserwatora.

W dalszym ciągu zostaną przedstawione modele matematyczne silnika indukcyjnego odpowiadające tym trzem przypadkom, które w następnych

częściach pracy zostaną wykorzystane do syntezy odpowiednich obserwatorów stanu silnika.

2.2. Model nieliniowy

Gdy za wektor stanu silnika indukcyjnego sterowanego w układzie wymuszenia składowych napięcia lub prądu stojana przyjmuje się zarówno elektromagnetyczne, jak i mechaniczne zmienne stanu:

$$\underline{x}^u = \text{col} (x_1^u, x_2^u, x_3^u, x_4^u, x_5^u) = \text{col} (\omega_r, \Psi_{rx}, \Psi_{ry}, i_{sx}, i_{sy}), \quad (2.7)$$

model matematyczny silnika indukcyjnego przyjmuje postać nieliniowego układu równań różniczkowych:

$$\dot{\underline{x}}^u = \underline{f}^u(\underline{x}^u, \underline{u}^u), \quad (2.8)$$

w którym [78]:

$$\underline{f}^u = \text{col} (f_1^u, f_2^u, f_3^u, f_4^u, f_5^u), \quad (2.9a)$$

$$f_1^u = (D(x_2 x_5 - x_3 x_4) - M_0)/T_M, \quad (2.9b)$$

$$f_2^u = (\tau_r X_M x_4 - \tau_r x_2 + (\omega_e - x_1)x_3) \omega_b, \quad (2.9c)$$

$$f_3^u = (\tau_r X_M x_5 - \tau_r x_3 - (\omega_e - x_1)x_2) \omega_b, \quad (2.9d)$$

$$f_4^u = (A_M x_1 x_3 + \tau_r A_M x_2 - (R_s A_r + \tau_r A_M X_M)x_4 + \omega_e x_5 + A_r u_{sx}) \omega_b, \quad (2.9e)$$

$$f_5^u = (-A_M x_1 x_2 + \tau_r A_M x_3 - \omega_e x_4 - (R_s A_r + \tau_r A_M X_M)x_5 + A_r u_{sy}) \omega_b \quad (2.9f)$$

oraz

$$A = X_s X_r - X_M^2; \quad A_r = X_r/A; \quad A_M = X_M/A;$$

$$\tau_r = R_r/X_r; \quad D = X_M/X_r.$$

Przy wymuszeniu amplitudy prądu stojana oś rzeczywistą układu współrzędnych (x, y) orientuje się zgodnie z kierunkiem wektora prądu stojana \underline{i}_s [70]:

$$i_{sx} = |\underline{i}_s|, \quad (2.10a)$$

$$i_{sy} = 0 \quad (2.10b)$$

oraz przyjmuje się postać wektora stanu silnika:

$$\underline{x}^i = \text{col}(x_1^i, x_2^i, x_3^i, x_4^i) = \text{col}(\omega_r, \Psi_{rx}, \Psi_{ry}, |\underline{i}_s|). \quad (2.11)$$

Wówczas układ równań (2.5), (2.6) przyjmuje następującą postać:

$$\dot{\underline{x}}^i = \underline{f}^i(\underline{x}^i, \underline{u}^i), \quad (2.12)$$

w której [78]:

$$\underline{f}^i = \text{col}(f_1^i, f_2^i, f_3^i, f_4^i), \quad (2.13a)$$

$$f_1^i = (-D x_3^i x_4^i - M_0) / T_M, \quad (2.13b)$$

$$f_2^i = (-\tau_r x_2^i + (\omega_e - x_1^i) x_3^i + \tau_r X_M x_4^i) \omega_b, \quad (2.13c)$$

$$f_3^i = -(\omega_e - x_1^i) x_2^i - \tau_r x_3^i \omega_b, \quad (2.13d)$$

$$f_4^i = (A_M x_1^i x_3^i + \tau_r A_M x_2^i - (R_s A_r + \tau_r A_M X_M) x_4^i + A_r u_{sx}) \omega_b. \quad (2.13e)$$

2.3. Model biliniowy

Najczęściej prędkość kątowna silnika indukcyjnego jest wielkością łatwo mierzalną, w odróżnieniu od elektromagnetycznych zmiennych stanu, a zwłaszcza składowych strumienia skojarzonego wirnika. Przyjmuje się wówczas, że prędkość kątowna jest znana w każdej chwili czasu $t \geq t_0$, co umożliwi pominięcie w modelu matematycznym silnika równania (2.6). Opis silnika sprowadza się do układu równań różniczkowych biliniowych określających obwody elektromagnetyczne maszyny, którego ogólna postać jest następująca:

$$\dot{\underline{x}} = \underline{f}_1(\underline{x}, \underline{u}, u_1) = \underline{A}_1 \underline{x} + \underline{A}_2 u_1 \underline{x} + \underline{B} \underline{u}, \quad (2.14)$$

przy czym $u_1 = \omega_r(t)$ (zgodnie z 2. - podrozdz. 2.1).

Gdy silnik jest sterowany w układzie wymuszenia napięcia lub składowych prądu stojana, biliniowy model matematyczny przyjmuje postać:

$$\dot{\underline{x}}^u = \underline{f}_1^u(\underline{x}^u, \underline{u}^u, u_1) = \underline{A}_1^u \underline{x}^u + \underline{A}_2^u u_1 \underline{x}^u + \underline{B}^u \underline{u}^u, \quad (2.15)$$

w której:

wektor elektromagnetycznych zmiennych stanu:

$$\underline{x}^u = \text{col}(x_1^u, x_2^u, x_3^u, x_4^u) = \text{col}(\Psi_{rx}, \Psi_{ry}, i_{sx}, i_{sy}), \quad (2.16a)$$

wektor wejścia:

$$\underline{u}^u = \text{col}(\omega_r, u_{sx}, u_{sy}), \quad (2.16b)$$

macierze stanu:

$$\underline{A}_1^u = \omega_b \begin{bmatrix} a_{ij}^{1u} \end{bmatrix}; \quad i, j = 1, 2, 3, 4, \quad (2.16c)$$

gdzie:

$$a_{11}^{1u} = a_{22}^{1u} = -\tau_r; \quad a_{14}^{1u} = a_{24}^{1u} = a_{23}^{1u} = a_{32}^{1u} = a_{41}^{1u} = 0;$$

$$a_{12}^{1u} = -a_{21}^{1u} = a_{34}^{1u} = -a_{43}^{1u} = \omega_b; \quad a_{31}^{1u} = a_{42}^{1u} = \tau_r A_M;$$

$$a_{13}^{1u} = a_{24}^{1u} = \tau_r X_M; \quad a_{33}^{1u} = a_{44}^{1u} = -R_S A_R - \tau_r A_M X_M;$$

oraz

$$\underline{A}_2^u = \omega_b \begin{bmatrix} a_{ij}^{2u} \end{bmatrix}; \quad (2.16d)$$

gdzie:

$$a_{ij}^{2u} = 0 \text{ oprócz } a_{12}^{2u} = -a_{21}^{2u} = -1, \quad a_{32}^{2u} = -a_{41}^{2u} = A_M$$

i macierz wejścia:

$$\underline{B}^u = \omega_b \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_R & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_R \end{bmatrix}^T. \quad (2.16e)$$

Gdy silnik jest sterowany w układzie wymuszenia amplitudy prądu stojana, model biliniowy przyjmuje następującą postać:

$$\dot{\underline{x}}^i = \underline{f}_1^i(\underline{x}^i, \underline{u}^i, u_1) = \underline{A}_1^i \underline{x}^i + \underline{A}_2^i u_1 \underline{x}^i + \underline{B}^i \underline{u}^i, \quad (2.17)$$

w której:

$$\underline{x}^i = \text{col}(x_1^i, x_2^i, x_3^i) = \text{col}(\Psi_{rx}, \Psi_{ry}, |\underline{i}_s|), \quad (2.18a)$$

$$\underline{u}^i = \text{col}(\omega_r, u_{sx}), \quad (2.18b)$$

$$\underline{A}_1^i = \omega_b \begin{bmatrix} a_{ij}^{1i} \end{bmatrix}, \quad (2.18c)$$

przy czym:

$$a_{11}^{1i} = a_{22}^{1i} = -\tau_r; \quad a_{31}^{1i} = \tau_r A_M;$$

$$\begin{aligned}
 a_{12}^{1i} &= -a_{21}^{1i} = \omega_e; & a_{32}^{1i} &= a_{23}^{1i} = 0; \\
 a_{13}^{1i} &= \tau_r X_M; & a_{33}^{1i} &= -R_S A_R - \tau_r A_M X_M; \\
 \underline{A}_2^i &= \omega_b [a_{ij}^{2i}], & & (2.18d)
 \end{aligned}$$

gdzie

$$\begin{aligned}
 a_{ij}^{2i} &= 0 \text{ oprócz } a_{12}^{2i} = -a_{21}^{2i} = -1, \quad a_{32}^{2i} = A_M, \\
 \underline{B}^i &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_b A_R \end{bmatrix}^T. & & (2.18e)
 \end{aligned}$$

2.4. Model liniowy

Przyjmuje się, że prędkość kątowna silnika jako wielkość łatwo mierzalna spełnia dwa warunki:

- (i) $\omega_r(t)$ jest znana dla każdego $t \geq t_0$,
- (ii) $\omega_r(t) = \omega_r = \text{const}$ w przedziale próbkowania T_p , przy czym $T_p \ll \min_i T_i$, gdzie T_i - elektromagnetyczna stała czasowa silnika.

Wówczas model matematyczny silnika indukcyjnego staje się układem liniowych równań różniczkowych obwodów elektromagnetycznych silnika w przedziale próbkowania T_p :

$$\dot{\underline{x}} = \underline{A}(\omega_r)\underline{x} + \underline{B} \underline{u}. \quad (2.19)$$

Gdy silnik jest sterowany w układzie wymuszenia napięcia lub składowych prądu stojana, model ten przyjmuje postać:

$$\dot{\underline{x}}^u = \underline{A}^u(\omega_r)\underline{x}^u + \underline{B}^u \underline{u}^u, \quad (2.20)$$

w której:

$$\underline{x}^u = \text{col}(i_{sx}, i_{sy}, \psi_{rx}, \psi_{ry}), \quad (2.21a)$$

$$\underline{u}^u = \text{col}(u_{sx}, u_{sy}), \quad (2.21b)$$

$$\underline{A}^u(\omega_r) = \omega_b [a_{ij}^u], \quad i, j = 1, 2, 3, 4, \quad (2.21c)$$

gdzie:

$$a_{11}^u = a_{22}^u = -R_S A_R - \tau_r A_M X_M; \quad a_{31}^u = a_{42}^u = \tau_r X_M;$$

$$\begin{aligned}
 a_{12}^u &= -a_{21}^u = \omega_e; & a_{32}^u &= a_{41}^u = 0; \\
 a_{13}^u &= a_{24}^u = \tau_r A_M; & a_{33}^u &= a_{44}^u = -\tau_r; \\
 a_{14}^u &= -a_{23}^u = A_M \omega_r; & a_{34}^u &= -a_{43}^u = \omega_e - \omega_r = \omega_s;
 \end{aligned}$$

$$\underline{B}^u = \omega_b \begin{bmatrix} A_r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_r & 0 & 0 \end{bmatrix}^T. \quad (2.21d)$$

Gdy silnik jest sterowany w układzie wymuszenia amplitudy prądu stojana, model liniowy przyjmuje postać:

$$\dot{\underline{x}}^i = \underline{A}^i(\omega_r) \underline{x}^i + \underline{B}^i \underline{u}^i, \quad (2.22)$$

w której:

$$\underline{x}^i = \text{col}(|\underline{i}_s|, \psi_{rx}, \psi_{ry}) \quad (2.23a)$$

$$\underline{u}^i = u_{sx}, \quad (2.23b)$$

$$\underline{A}^i(\omega_r) = \omega_b [a_{ij}^i], \quad i, j = 1, 2, 3, \quad (2.23c)$$

gdzie:

$$a_{11}^i = a_{22}^i = -R_s A_r - \tau_r A_M X_M, \quad a_{23}^i = -a_{32}^i = \omega_e - \omega_r = \omega_s,$$

$$a_{12}^i = \tau_r A_M, \quad a_{22}^i = a_{33}^i = -\tau_r,$$

$$a_{13}^i = A_M \omega_r, \quad a_{31}^i = 0,$$

$$a_{21}^i = \tau_r X_M,$$

$$\underline{B}^i = \text{col}(\omega_b A_r, 0, 0). \quad (2.23d)$$

2.5. Podsumowanie

Przedstawiono ogólną postać modelu matematycznego maszyny indukcyjnej stosowaną w zagadnieniach syntezy układów napędowych ze sterowaniem wektorowym. Wyróżniono dwa przypadki szczególne tego modelu:

a) postać równań odpowiadających sterowaniu silnika przy wymuszeniu składowych napięcia lub prądu stojana oraz

b) postać równań odpowiadających sterowaniu silnika w układzie wymuszenia amplitudy prądu stojana.

Dla tych dwóch przypadków przedstawiono modele nieliniowe (podrozdz. 2.2), biliniowe (podrozdz. 2.3) i liniowe (podrozdz. 2.4) silnika indukcyjnego. Taki podział modeli wynikał z odpowiedniego przyjęcia postaci wektora stanu silnika oraz pewnych szczególnych założeń dotyczących dostępności informacji o aktualnej wartości prędkości kątowej silnika w układzie napędowym.

3. ODTWARZANIE ZMIENNYCH STANU SILNIKA INDUKCYJNEGO - - OBSERWATORY WEKTORA STANU

3.1. Nieliniowe obserwatory wektora stanu silnika indukcyjnego

3.1.1. Wprowadzenie

Syntezę obserwatorów stanu nieliniowych układów dynamicznych można zrealizować dwoma sposobami:

- zlinearyzować równania obiektu i skonstruować liniowy obserwator dla zlinearyzowanego modelu obiektu;
- skonstruować obserwator nieliniowy i wykazać, że istnieje pewien obszar w przestrzeni stanu, w którym obserwator nieliniowy jest stabilny.

Najczęściej stosowanym podejściem było projektowanie liniowych obserwatorów Luenbergera w odniesieniu do zlinearyzowanych modeli układów nieliniowych. Gdy zlinearyzowany model zawierał tylko człony rzędu pierwszego z szeregu Taylora, rozwiniętego wokół punktu pracy znamionowej [3], dokładność odtwarzania była mała - występowały błędy ustalone. Ueda, Takata i in. [91] zastosowali rozszerzony liniowy obserwator, w którym wykorzystali technikę linearyzacji przez rozwinięcie w szereg Taylora w odniesieniu do ostatniej wyestymowanej wartości, a nie stałej wartości znamionowej. Realizacja tego obserwatora wymagała jednak skomplikowanych obliczeń numerycznych.

Można wykazać, że obserwator liniowy zlinearyzowanego modelu matematycznego obiektu nieliniowego charakteryzuje się występowaniem ustalonego błędu odtwarzania wtedy, kiedy obiekt przechodzi do nowego punktu równowagi, różnego od punktu, dla którego obserwator był projektowany [58]. Wartość ustalonego błędu odtwarzania jest zależna od wartości elementów macierzy wagowej obserwatora i rośnie wraz ze wzrostem wartości normy różnicy wektora stanu obiektu w dwóch kolejnych punktach równowa-

gi. Tak więc stosowanie liniowych obserwatorów zlinearyzowanych modeli matematycznych silnika indukcyjnego mija się z celem, gdyż ze względu na specyfikę pracy silnika w układzie napędowym (zmiana prędkości ustalonej w szerokim zakresie), zawsze w takim obserwatorze wystąpi błąd odzwierciedlenia zmiennych stanu silnika.

Możliwość syntezy nieliniowego obserwatora stanu nieliniowego obiektu dynamicznego przedstawił po raz pierwszy Roitenberg [84]. W pracy tej można wyróżnić wiele elementów, które następnie wykorzystali inni autorzy zajmujący się tą problematyką, przede wszystkim Thau [92], [93], Kou, Elliott i Tarn [42], [43]. Zeitz [101], [102], opierając się na dokonaniach swoich poprzedników, a zwłaszcza Thaua [92], zaproponował metodę syntezy nieliniowych obserwatorów układów dynamicznych, w których również równania wyjścia są nieliniowe. Mielczarski [58], [59] wykazał stabilność lokalną nieliniowego obserwatora stanu dla obiektu opisanego za pomocą układu równań różniczkowych zwyczajnych nieliniowych, przy założeniu, że nieliniowe funkcje modelu obiektu są różniczkowalne.

W przypadku silników indukcyjnych pierwsze próby zaprojektowania obserwatorów nieliniowych opierały się na pracach Thaua [92], ale w wyniku przyjęcia szczególnej postaci macierzy transformacji \underline{T} (macierz zero-jedynkowa), otrzymano obserwatory, które były tożsame z modelem matematycznym odpowiednich obwodów elektromagnetycznych silnika [17], [18], [68], [69].

W niniejszej pracy przedstawiono nieliniowe obserwatory stanu pełnego rzędu silnika indukcyjnego, wykorzystując metodę syntezy nieliniowych obserwatorów stanu nieliniowych obiektów dynamicznych opisaną w [58], [59].

3.1.2. Metody syntezy obserwatorów nieliniowych

3.1.2.1. Sformułowanie problemu

Dla nieliniowego obiektu regulacji, którego model jest opisany równaniem stanu i równaniem wyjścia:

$$\dot{\underline{x}} = \underline{f}(\underline{x}, \underline{u}) \quad (3.1)$$

$$\underline{y} = \underline{h}(\underline{x}, \underline{u}) \quad (3.2)$$

w których:

$$\begin{aligned} \underline{x} &= \underline{x}(t) \in \mathbb{R}^n, \\ \underline{u} &= \underline{u}(t) \in \mathbb{R}^r, \\ \underline{y} &= \underline{y}(t) \in \mathbb{R}^m, \quad m < n, \end{aligned}$$

zakłada się postać nieliniowego obserwatora stanu:

$$\dot{\underline{z}} = \underline{f}(\underline{z}, \underline{u}) + \underline{K} [\underline{h}(\underline{x}, \underline{u}) - \underline{h}(\underline{z}, \underline{u})] . \quad (3.3)$$

Równanie błędu obserwatora jest wówczas następujące:

$$\dot{\underline{e}} = \underline{f}(\underline{z}, \underline{u}) - \underline{f}(\underline{x}, \underline{u}) + \underline{K} [\underline{h}(\underline{x}, \underline{u}) - \underline{h}(\underline{z}, \underline{u})] . \quad (3.4)$$

Jeżeli:

- (i) funkcje $\underline{f}(\underline{x}, \underline{u})$ i $\underline{h}(\underline{x}, \underline{u}) \in C^k(t, \infty)$ w obszarze \underline{G} ;
- (ii) układ nieliniowy (3.1) i (3.2) jest lokalnie obserwowalny;
- (iii) wartości własne macierzy:

$$\underline{F} = \underline{A} - \underline{K} \underline{C} \quad (3.5)$$

zostaną wybrane tak, że:

$$\operatorname{Re} \{ \lambda_i(\underline{F}) \} = \lambda < 0 \quad \text{dla} \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (3.6)$$

przy czym:

$$\underline{A} = \left. \frac{\partial \underline{f}}{\partial \underline{x}} \right|_{\substack{\underline{x} = \underline{x}_0 \\ \underline{u} = \underline{u}_0}} \quad (3.7)$$

$$\underline{C} = \left. \frac{\partial \underline{h}}{\partial \underline{x}} \right|_{\substack{\underline{x} = \underline{x}_0 \\ \underline{u} = \underline{u}_0}} \quad (3.8)$$

gdzie:

$\underline{x}_0, \underline{u}_0$ - wartości wektora stanu i sterowania w punkcie pracy ustalonej,

- (iv) $|\Delta \underline{x}_i| = |\underline{x}_i - \underline{x}_{i_0}| < \eta_x$ i $|\Delta \underline{u}_i| = |\underline{u}_i - \underline{u}_{i_0}| < \eta_u$ w obszarze \underline{G}

to równanie błędu obserwatora:

$$\dot{\underline{e}} = \underline{f}(\underline{z}, \underline{u}) - \underline{f}(\underline{x}, \underline{u}) + \underline{K} [\underline{h}(\underline{x}, \underline{u}) - \underline{h}(\underline{z}, \underline{u})] \quad (3.9)$$

spełnia założenia twierdzenia Massery [58], [59] i rozwiązanie tego równania jest stabilne asymptotycznie w sensie Lapunowa w pewnym obszarze \underline{G} będącym otoczeniem punktu równowagi $(\underline{x}_0, \underline{u}_0)$ nieliniowego układu dynamicznego.

W warunku (3.6) przyjęto równość wartości własnych obserwatora. Wynika to z faktu, że przy takim doborze wartości własnych, w obserwatorze liniowym uzyskuje się najmniejszą wrażliwość przebiegów jego trajektorii na zmiany parametrów obiektu regulacji [97], a w obserwatorze nieliniowym - najmniejszą wrażliwość wartości własnych macierzy \underline{F} na zmianę punktu pracy układu.

Wynika z tego, że do syntezy obserwatorów nieliniowych można wykozystać metody opracowane dla obserwatorów liniowych. Inna będzie jednak interpretacja macierzy \underline{A} i \underline{C} w równaniu (3.5): w przypadku obserwatorów liniowych macierze \underline{A} i \underline{C} są, odpowiednio, macierzami stanu i wyjścia układu liniowego, natomiast w przypadku obserwatorów nieliniowych są one macierzami stanu i wyjścia zlinearyzowanego modelu układu dynamicznego:

$$\dot{\underline{x}}_L = \underline{A} \underline{x}_L + \underline{B} \underline{u}_L, \quad (3.10)$$

$$\underline{y}_L = \underline{C} \underline{x}_L + \underline{D} \underline{u}_L, \quad (3.11)$$

gdzie:

$$\underline{x}_L = \underline{x} - \underline{x}_0; \quad \underline{u}_L = \underline{u} - \underline{u}_0,$$

przy czym w równaniach tych pominięto wyrazy wyższego rzędu z rozwinięcia funkcji \underline{f} i \underline{g} w szereg Taylora oraz w dalszym ciągu będą rozważane układy, w których $\underline{D} = \underline{0}$.

W teorii układów liniowych istnieją dwie metody syntezy obserwatorów, które przy zadanej strukturze obserwatora sprowadzają się do wyznaczenia elementów macierzy wagowej \underline{K} [1], [58]:

- metoda zamiany bazy układu,
- metoda optymalizacji określonej funkcji celu.

3.1.2.2. Metoda zamiany bazy układu

Metoda ta polega na sprowadzeniu modelu matematycznego układu (w układach nieliniowych - zlinearyzowanego modelu układu) do postaci normalnej obserwatorowej [1], [36], wyznaczeniu, według określonego algorytmu, wartości elementów macierzy wagowej \underline{K} obserwatora, a następnie powrocie do pierwotnej bazy układu. Metoda ta jest szczególnie przydatna dla układów jednowyjściowych [34], [35].

Algorytm projektowania obserwatora znacznie się upraszcza po sprowadzeniu równania stanu zlinearyzowanego modelu matematycznego (3.10), (3.11) do postaci normalnej obserwatorowej:

$$\dot{\underline{x}}_L^* = \underline{A}^* \underline{x}_L^* + \underline{B}^* \underline{u}_L, \quad (3.12)$$

$$\underline{y}_L = \underline{C}^* \underline{x}_L^*, \quad (3.13)$$

gdzie:

$$\underline{A}^* = [\underline{A}_{n,n-1} \mid -\underline{a}] \quad (3.14)$$

$$\underline{A}_{n,n-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 1 \end{bmatrix}; \quad (3.15)$$

$$\underline{a} = \begin{bmatrix} a_0 \\ \vdots \\ a_{n-1} \end{bmatrix}; \quad (3.16)$$

$$\underline{C}^* = [0, \dots, 1] \quad (3.17)$$

oraz

$$\underline{x}_L^* = \underline{S} \underline{x}_L, \quad (3.18a)$$

$$\underline{A}^* = \underline{S} \underline{A} \underline{S}^{-1}, \quad (3.18b)$$

$$\underline{B}^* = \underline{S} \underline{B}, \quad (3.18c)$$

$$\underline{C}^* = \underline{C} \underline{S}^{-1}, \quad (3.18d)$$

gdzie:

\underline{S} - macierz transformacji bazy układu.

Algorytm projektowania obserwatora stanu (3.3), nazywanego dalej obserwatorem nieliniowym proporcjonalnym P , będzie więc następujący:

1. Wybrać wartości własne λ_j macierzy \underline{F}^* obserwatora spełniające równanie:

$$\underline{F}^* = \underline{A}^* - \underline{K}^* \underline{C}^* \quad (3.19)$$

oraz warunek:

$$\operatorname{Re} \{ \lambda_j(\underline{F}^*) \} < \min_i \operatorname{Re} \{ \varphi_i(\underline{A}^*) \} < 0, \quad i, j = 1, \dots, n \quad (3.20)$$

2. Określić elementy f_{1i} wektora \underline{f}_1 :

$$\prod_{j=1}^n (s - \lambda_j) = \sum_{i=0}^n f_{1i} s^i. \quad (3.21)$$

3. Przyjąć:

$$\underline{F}_{n,n-1} = \underline{A}_{n,n-1} \quad (3.22)$$

oraz

$$\underline{F}^* = \left[\underline{F}_{n,n-1} \mid -\underline{f}_1 \right]. \quad (3.23)$$

4. Określić elementy macierzy \underline{K}^* :

$$\underline{K}^* = \underline{f}_1 - \underline{a}. \quad (3.24)$$

5. Powrócić do pierwotnej bazy układu zgodnie z (3.18), przy czym

$$\underline{K} = \underline{S}^{-1} \underline{K}^*. \quad (3.25)$$

W układach wielowyjściowych można wykorzystać metodę syntezy obserwatora przedstawioną w [36].

3.1.2.3. Metoda optymalizacji funkcji celu

Procedura projektowania wynika z podstawowej idei liniowego obserwatora stanu typu Luenbergera: należy tak dobrać wartości elementów macierzy wagowej \underline{K} , ażeby macierz stanu obserwatora \underline{F} miała za \underline{a} dane wartości własne λ_i spełniające warunek (3.6). W metodzie tej nie korzysta się z postaci normalnej obserwatorowej.

Dla zadanych wartości własnych obserwatora λ_i ($i = 1, \dots, n$) wyznacza się współczynniki wielomianu charakterystycznego macierzy \underline{F} , a następnie za pomocą metod minimalizacji pewnej funkcji celu wyznacza się wartości elementów k_{ij} macierzy wagowej \underline{K} minimalizujące określony funkcjonal. W metodzie tej przyjmuje się zazwyczaj następującą postać funkcji celu [58]:

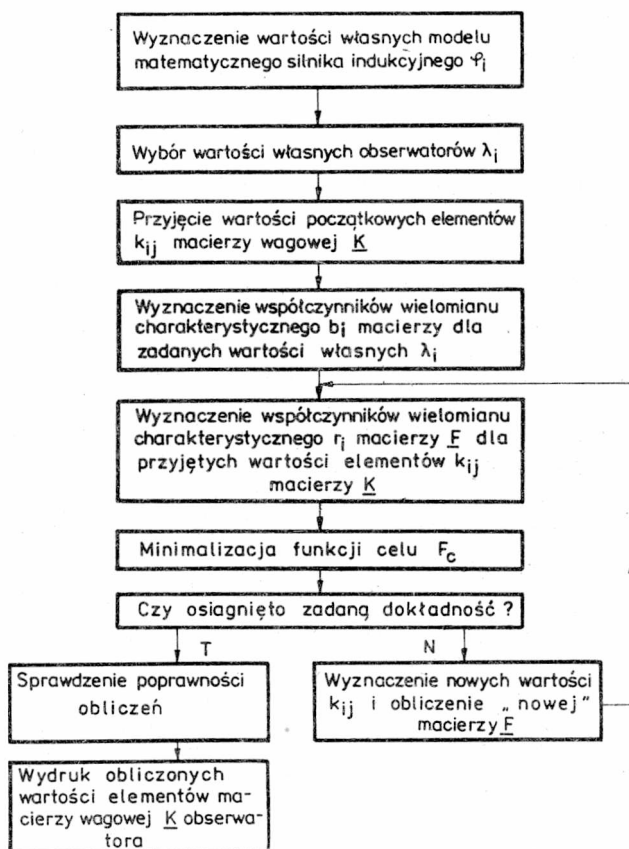
$$F_c = \sum_{i=1}^n \alpha_i \frac{(r_i - b_i)^2}{b_i}, \quad (3.26)$$

gdzie:

- r_i - współczynniki wielomianu charakterystycznego macierzy stanu obserwatora \underline{F} zależne od elementów k_{ij} macierzy \underline{K} ;
- b_i - współczynniki wielomianu charakterystycznego macierzy \underline{F} dla zadanych wartości własnych λ_i ;
- α_i - współczynniki kary.

Schemat blokowy tego algorytmu przedstawiono na rys. 3.1.

Na podstawie opisanych algorytmów zostały opracowane programy do komputerowo wspomaganego projektowania obserwatorów stanu silnika indukcyjnego [78]. Programy te umożliwiają zaprojektowanie obserwatorów nieliniowych pełnego rzędu dla dowolnego silnika indukcyjnego, gdy składowe i_{sx} , i_{sy} prądu stojana lub jego amplituda $|\underline{i}_s|$ są dostępne pomiarowo.



Rys. 3.1. Schemat blokowy algorytmu syntezy obserwatora nieliniowego metodą minimalizacji funkcji celu

Fig. 3.1. Algorithm of nonlinear state observer synthesis using the objective function minimization method

3.1.3. Modele matematyczne nieliniowych obserwatorów wektora stanu silnika indukcyjnego

Obserwatory nieliniowe wektora stanu silnika indukcyjnego zostały zaprojektowane dla nieliniowego modelu matematycznego silnika, przedstawionego w podrozdz. 2.2.

Dla modelu (2.8), (2.9) przyjmuje się, że składowe (x, y) wektora prądu stojana są dostępne pomiarowo, a obserwator nieliniowy powinien odtwarzać pełny wektor stanu silnika określony zgodnie z (2.7). Wobec tego równanie wyjścia ma postać:

$$\underline{y}^u = \underline{C}^u \underline{x}^u = [i_{sx}, i_{sy}]^T, \quad (3.27)$$

w której macierz wyjścia:

$$\underline{C}^u = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.28)$$

Tak więc równanie nieliniowego obserwatora stanu silnika indukcyjnego sterowanego w układzie wymuszenia składowych napięcia lub prądu stojana jest następujące:

$$\dot{\underline{x}}^u = \underline{f}^u(\underline{x}^u, \underline{u}^u) + \underline{K}^u(\underline{C}^u \underline{x}^u - \underline{C}^u \underline{z}^u), \quad (3.29)$$

gdzie wektor stanu obserwatora:

$$\underline{z}^u = \text{col}(z_1^u, z_2^u, z_3^u, z_4^u, z_5^u) = \text{col}(\hat{\omega}_r, \hat{\Psi}_{rx}, \hat{\Psi}_{ry}, \hat{i}_{sx}, \hat{i}_{sy}) \quad (3.30)$$

wektor \underline{f}^u - zgodnie z (2.9), a macierz wagowa \underline{K} spełnia równanie (3.5), przy czym macierz \underline{A}^u w tym równaniu jest określona w następujący sposób:

$$\underline{A}^u = \frac{\partial \underline{f}^u}{\partial \underline{x}^u} \left| \begin{array}{l} \underline{x}^u = \underline{x}_0^u \\ \underline{u}^u = \underline{u}_0^u \end{array} \right. = \omega_b \begin{bmatrix} 0 & M i_{syo} & -M i_{sxo} & -M \Psi_{ryo} & M \Psi_{rxo} \\ -\Psi_{ryo} & -\tau_r & \omega_{so} & \tau_r X_M & 0 \\ \Psi_{rxo} & -\omega_{so} & -\tau_r & 0 & \tau_r X_M \\ A_M \Psi_{ryo} & \tau_r A_M & A_M \omega_{ro} & -R_s A_r - \tau_r A_M X_M & \omega_{eo} \\ -A_M \Psi_{rxo} & -A_M \omega_{ro} & \tau_r A_M & -\omega_{eo} & -R_s A_r - \tau_r A_M X_M \end{bmatrix}$$

gdzie:

$$M = D/T_M,$$

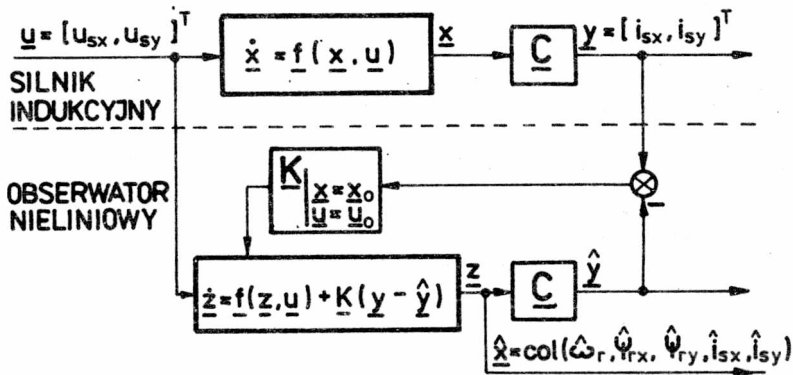
wielkości Ψ , i , ω , z indeksem "o" oznaczają wartości tych zmiennych w punkcie równowagi.

Schemat ideowy takiego obserwatora przedstawiono na rys. 3.2.

Gdy silnik indukcyjny jest sterowany w układzie wymuszenia amplitudy prądu stojana (2.12), (2.13), przyjmuje się, że wartość amplitudy prądu stojana jest dostępna pomiarowo, a obserwator będzie odtwarzał pełny wektor stanu (2.11). Równanie wyjścia przyjmuje więc postać:

$$\underline{y}^i = \underline{C}^i \underline{x}^i = |\underline{i}_s|, \quad (3.32)$$

gdzie:



Rys. 3.2. Schemat ideowy nieliniowego obserwatora wektora stanu silnika indukcyjnego

Fig. 3.2. Schematic diagram of nonlinear state observer for the induction motor

$$\underline{c}^i = [0, 0, 0, 1], \quad (3.33)$$

a równanie nieliniowego obserwatora stanu, zgodnie z (3.3):

$$\dot{\underline{z}}^i = \underline{f}^i(\underline{z}^i, \underline{u}^i) + \underline{K}^i(\underline{C}^i \underline{x}^i - \underline{C}^i \underline{z}^i), \quad (3.34)$$

gdzie wektor stanu obserwatora:

$$\underline{z}^i = \text{col}(z_1^i, z_2^i, z_3^i, z_4^i) = \text{col}(\hat{\omega}_r, \hat{\psi}_{rx}, \hat{\psi}_{ry}, |\hat{i}_s|). \quad (3.35)$$

Macierz wagową \underline{K}^i wyznacza się na podstawie równania (3.5), w którym macierz \underline{A}^i , zgodnie z (3.7), jest określona w następujący sposób:

$$\underline{A}^i = \frac{\partial \underline{f}_i}{\partial \underline{x}^i} \bigg|_{\substack{\underline{x}^i = \underline{x}_0^i \\ \underline{u}^i = \underline{u}_0^i}} = \omega_b \begin{bmatrix} 0 & 0 & -M i_{sxo} & -M \Psi_{ryo} \\ -\Psi_{ryo} & -\tau_r & \omega_{so} & \tau_r X_M \\ \Psi_{rxo} & -\omega_{so} & -\tau_r & 0 \\ A_M \Psi_{ryo} & \tau_r A_M & A_M \omega_{ro} & -R_s A_r - \tau_r A_M X_M \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

W obydwu przypadkach (dla obserwatorów stanu silnika sterowanego w układzie wymuszenia napięcia lub składowych prądu stojana oraz w układzie wymuszenia amplitudy prądu stojana) można wyznaczyć estymatę amplitudy i fazy wektora strumienia skojarzonego wirnika na podstawie składowych $\hat{\psi}_{rx}$, $\hat{\psi}_{ry}$ wektora stanu obserwatora:

$$\hat{\Psi}_r = \sqrt{(\hat{\psi}_{rx})^2 + (\hat{\psi}_{ry})^2}, \quad (3.37)$$

$$\hat{\gamma}_{\Psi} = \angle \hat{\Psi}_{\underline{r}} = \text{arc tg} (\hat{\Psi}_{ry} / \hat{\Psi}_{rx}) \quad (3.38)$$

oraz przebiegi przejściowe błędu obserwacji amplitudy strumienia

$$\Delta \Psi_{\underline{r}} = \hat{\Psi}_{\underline{r}} - \Psi_{\underline{r}} \quad (3.39)$$

i jego fazy:

$$\Delta \gamma_{\Psi} = \angle \hat{\Psi}_{\underline{r}} - \angle \Psi_{\underline{r}}. \quad (3.40)$$

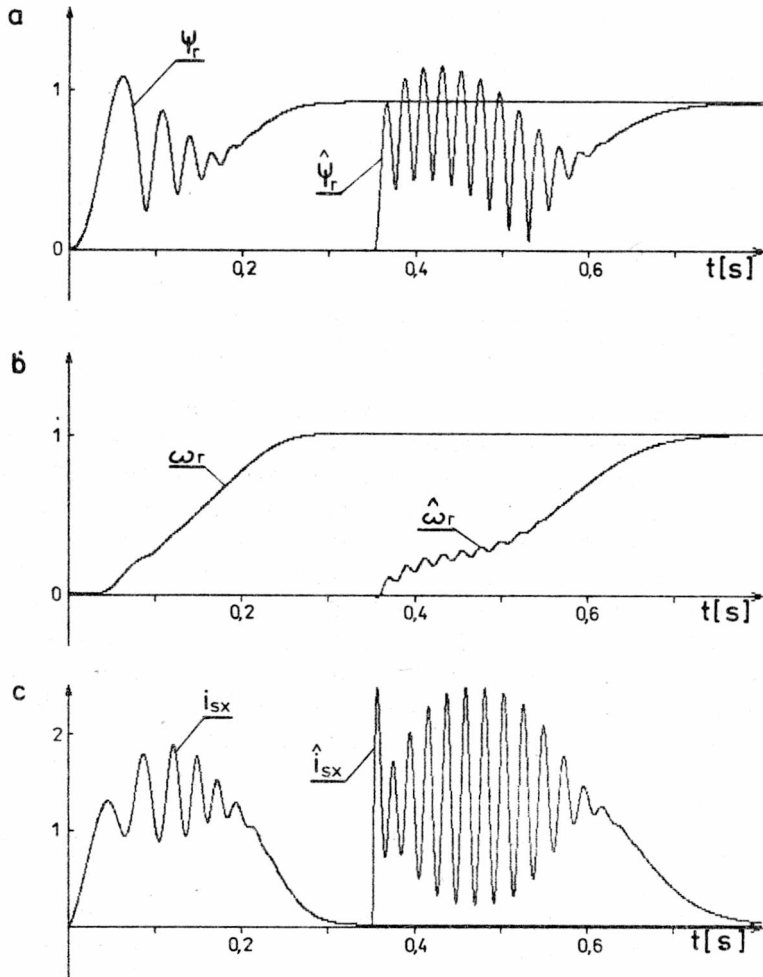
3.1.4. Analiza właściwości nieliniowych obserwatorów stanu silnika indukcyjnego

Przedstawione w punkcie 3.1.2 metody i algorytmy projektowania nieliniowych obserwatorów stanu zostały wykorzystane do wyznaczenia wartości elementów macierzy wagowych nieliniowych obserwatorów stanu silnika indukcyjnego (3.29) i (3.34). Obliczenia zostały wykonane dla silników Sf-180-L-8 o mocy 11 kW oraz SDChm-180-M o mocy 5,5 kW, których dane znamionowe i parametry przedstawiono w załączniku 1. Przed wyznaczeniem macierzy wagowych obserwatorów sprawdzono obserwowalność poszczególnych modeli silnika (2.8) i (2.12) w warunkach, gdy przyjęto macierze wyjścia w postaci (3.28) i (3.33). Podstawowe informacje, dotyczące metody sprawdzania obserwowalności układu, oraz wyniki obliczeń wyznacznika macierzy obserwowalności i wartości własnych macierzy stanu \underline{A} dla poszczególnych modeli silnika przedstawiono w załączniku 2. Przykładowe wartości elementów macierzy wagowych obserwatorów podano w załączniku 3.

Przeprowadzono badania symulacyjne nieliniowych obserwatorów stanu silnika indukcyjnego w różnych warunkach pracy. Obserwatory nieliniowe zmiennych stanu silnika pracującego w układzie wymuszenia napięcia lub w układzie wymuszenia amplitudy prądu stojana zachowywały się w podobnych warunkach pracy podobnie (np. podobne były właściwości obserwatorów w zależności od chwili załączenia obserwatora oraz od wartości własnych czy warunków początkowych). Z tego względu materiał ilustracyjny ograniczono do obserwatorów stanu silnika sterowanego w układzie wymuszenia napięcia stojana.

Wartości współczynników wagowych macierzy \underline{K} obserwatora stanu silnika sterowanego napięciowo zostały wyznaczone dla modelu silnika (2.8), (2.9) zlinearyzowanego wokół punktu pracy znamionowej (macierz stanu (3.31)), który w przypadku silnika SDChm-180-M jest określony za pomocą następującego wektora stanu:

$$\underline{x}_N = \text{col}(0,91, -0,173, -0,834, 0,603, -0,601). \quad (3.41)$$

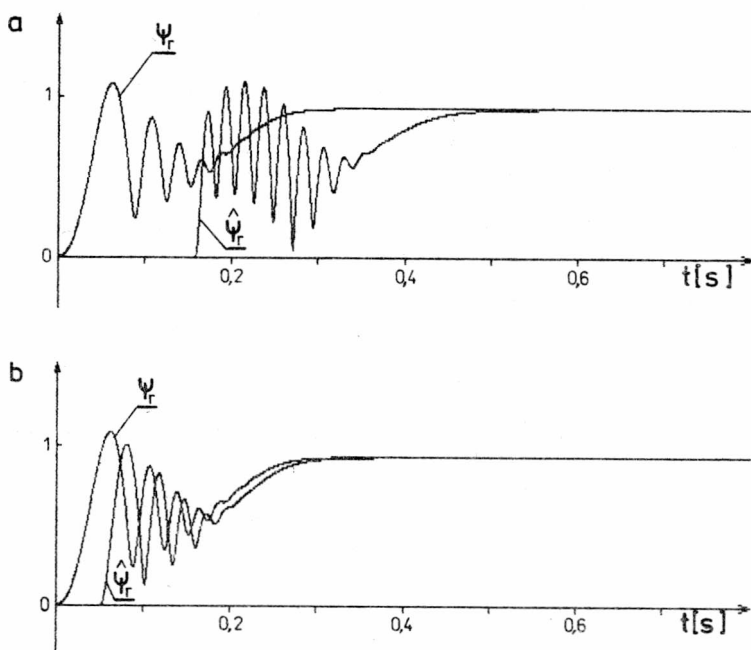


Rys. 3.3. Przebiegi przejściowe zmiennych stanu silnika i obserwatora nieliniowego: $\lambda_i = \lambda = -0,2$, $z_i(t_0) = 0$, $\underline{x}(t_0) = \underline{x}_{b.j.}$; a - amplitudy strumienia wirnika, b - prędkości kątowej, c - składowej i_{sx} prądu stojana

Fig. 3.3. Transients of the induction motor and nonlinear observer state variables: $\lambda_i = \lambda = -0,2$, $z_i(t_0) = 0$, $\underline{x}(t_0) = \underline{x}_{b.j.}$; a - rotor flux magnitude; b - angular speed; c - stator current coordinate i_{sx}

Badano wpływ chwili załączenia obserwatora, jego warunków początkowych i wartości własnych na przebiegi przejściowe zmiennych stanu obserwatora.

Na rysunku 3.3 przedstawiono trajektorie zmiennych stanu silnika i obserwatora o wartościach własnych $\lambda_i = \lambda = -0,2$ ($i = 1, \dots, 5$), załączonego w zerowych warunkach początkowych $z_i(t_0) = 0$ w chwili, kiedy



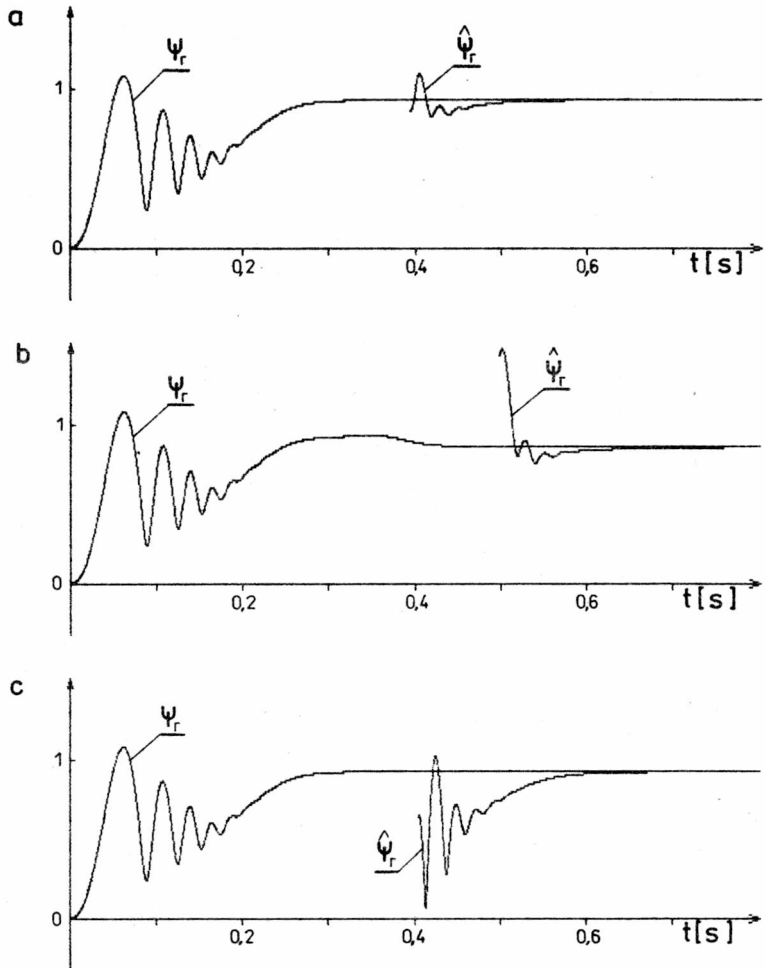
Rys. 3.4. Przebiegi przejściowe amplitudy wektora strumienia wirnika silnika i obserwatora nieliniowego: $\lambda_1 = \lambda = -0,2$, $z_1(t_0) = 0$; obserwator załączany w różnych chwilach w czasie trwania rozruchu częstotliwościowego silnika

Fig. 3.4. Transients of rotor flux vector magnitude of the motor and nonlinear state observer: $\lambda_1 = \lambda = -0,2$, $z_1(t_0) = 0$; observer switched on at the various moments of frequency starting of the motor

silnik po rozruchu częstotliwościowym pracował w stanie jałowym (moment obciążenia $M_0 = 0$, $\underline{x}_{b,j.} = \text{col}(0,99, 0,03, -0,91, 0,02, -0,50)$).

Na rysunku 3.4 przedstawiono zależność przebiegów estymaty strumienia od chwili załączenia obserwatora przy zerowych warunkach początkowych. Im wartości początkowe zmiennych stanu obserwatora są bliższe wartościom początkowym zmiennych stanu silnika, tym bardziej obserwator zachowuje się jak model obiektu (rys. 3.4b). Należy zaznaczyć, że tę właściwość obserwatora nieliniowego zilustrowano w przypadku, kiedy wartości bezwzględne λ_1 były stosunkowo małe (jednak większe od najmniejszej co do modułu części rzeczywistej wartości własnej modelu (2.8) - załącznik 3), gdyż w tych skrajnie trudnych warunkach pracy ($z_1(t_0) = 0 \neq x_1(t_0)$) tylko przy małych λ_1 obserwator nieliniowy jest stabilny.

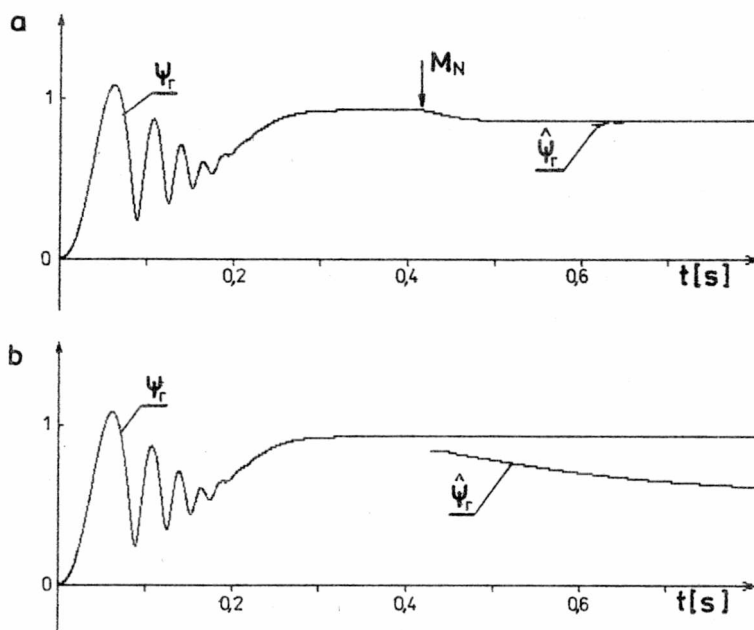
Zależność trajektorii strumienia od warunków początkowych, w jakich był załączony obserwator, przedstawiono na rys. 3.5. W rozważanym przypadku $\lambda_1 = -0,2$ obserwator nieliniowy jest stabilny, niezależnie



Rys. 3.5. Przebiegi amplitudy strumienia wirnika silnika i obserwatora nieliniowego dla różnych wartości początkowych zmiennych stanu obserwatora i silnika: $\lambda_1 = \lambda = -0,2$; a - $\underline{z}(t_0) = \text{col}(0,9, 0,6, -0,6, -0,2, -0,8)$; $\underline{x}(t_0) = \underline{x}_{b.j.}$; b - $\underline{z}(t_0) = \text{col}(1,1, -1,0, -1)$; $\underline{x}(t_0) = \underline{x}_N$; c - $\underline{z}(t_0) = \text{col}(0,6, -0,6, -0,2, -0,8, 0)$; $\underline{x}(t_0) = \underline{x}_{b.j.}$
 Fig. 3.5. Transients of rotor flux vector magnitude of the motor and nonlinear state observer for various initial conditions of motor and observer state variables: $\lambda_1 = \lambda = -0,2$; a - $\underline{z}(t_0) = \text{col}(0,9, 0,6, -0,6, -0,2, -0,8)$; $\underline{x}(t_0) = \underline{x}_{b.j.}$; b - $\underline{z}(t_0) = \text{col}(1,1, -1,0, -1)$; $\underline{x}(t_0) = \underline{x}_N$; c - $\underline{z}(t_0) = \text{col}(0,6, -0,6, -0,2, -0,8, 0)$; $\underline{x}(t_0) = \underline{x}_{b.j.}$

od wartości początkowych zmiennych stanu obserwatora w stosunku do aktualnych warunków pracy silnika. Na omawianym rysunku wartości początkowe obserwatora różnią się od wartości zmiennych stanu silnika w chwili załączenia obserwatora, ale spełniają warunek $\underline{z}_1(t_0) \neq 0$. Widać istotną

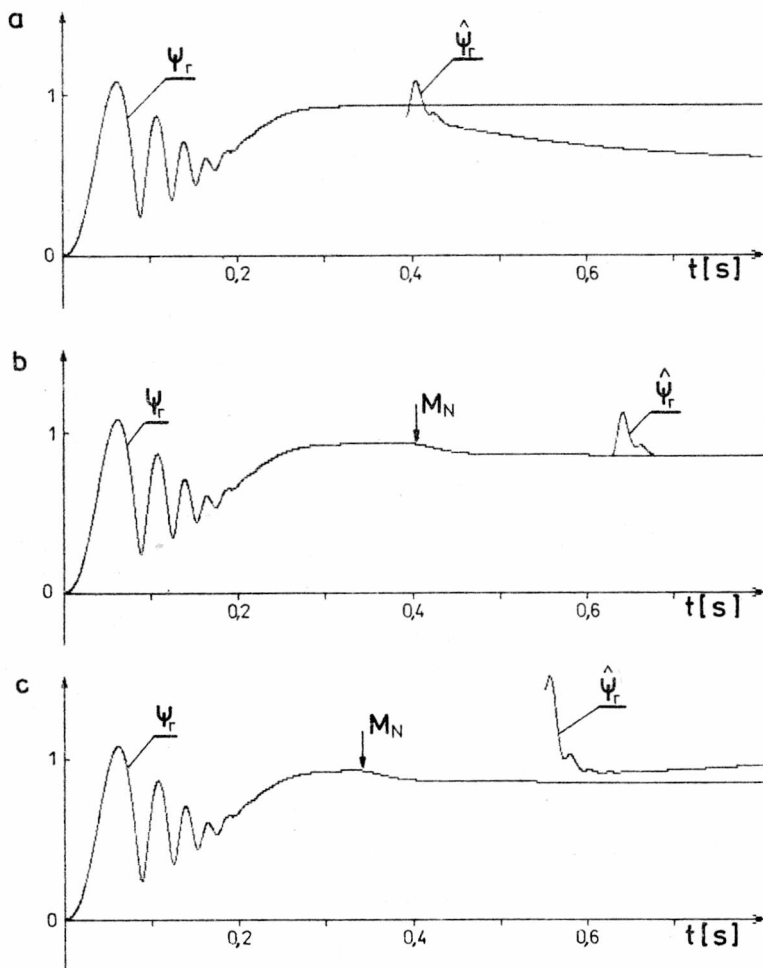
różnicę w przebiegach zmiennych stanu obserwatora i czasie zanikania błędów obserwacji w porównaniu z trajektoriami na rys. 3.3, gdzie $\underline{z}_i(t_0) = 0$.



Rys. 3.6. Przebiegi amplitudy strumienia wirnika silnika i obserwatora nieliniowego o wartościach własnych $\lambda_i = \lambda = -2$; a - $\underline{z}(t_0) = \underline{x}_N$, $\underline{x}(t_0) = \underline{x}_N$; b - $\underline{z}(t_0) = \underline{x}_N$, $\underline{x}(t_0) = \underline{x}_b$. j. (M_N - załączenie momentu obciążenia)
 Fig. 3.6. Transients of rotor flux vector magnitude of the motor and nonlinear state observer with eigenvalues $\lambda_i = \lambda = -2$; a - $\underline{z}(t_0) = \underline{x}_N$, $\underline{x}(t_0) = \underline{x}_N$; b - $\underline{z}(t_0) = \underline{x}_N$, $\underline{x}(t_0) = \underline{x}_b$. j. (M_N - switching on of load torque)

Aby zilustrować wpływ właściwego doboru wartości własnych i wartości początkowych zmiennych stanu obserwatora, przedstawiono trajektorie estymaty strumienia obserwatora dla dziesięciokrotnie większej co do modułu, wartości własnej obserwatora. Na rysunkach 3.6 i 3.7 przedstawiono wpływ różnicy warunków początkowych obserwatora i silnika na stabilność pracy obserwatora. Widać, że gdy moduły wartości własnych obserwatora są większe (co z kolei zapewnia większą szybkość działania obserwatora w obszarze jego stabilności), wówczas obserwator nieliniowy jest stabilny tylko w niewielkim otoczeniu punktu pracy ustalonej, dla którego był projektowany (3.41).

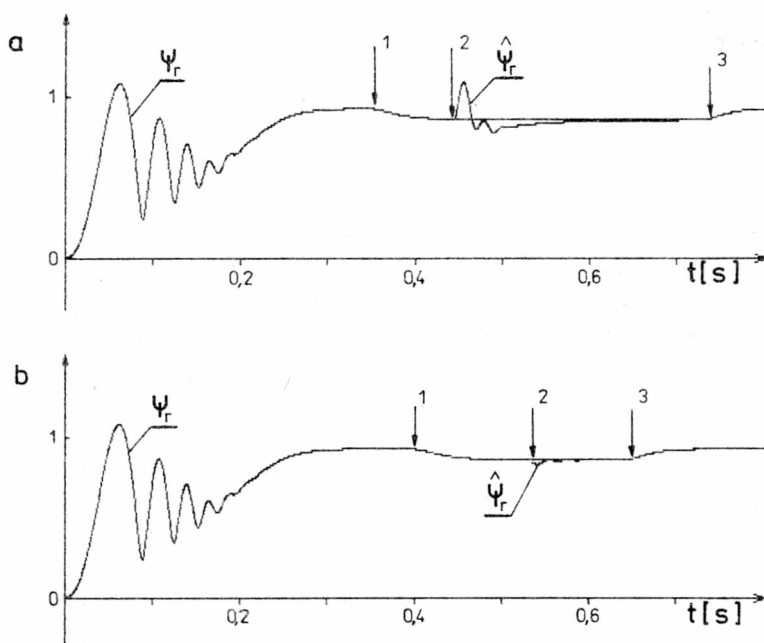
Dla tych samych wartości początkowych składowych wektora zmiennych stanu $\underline{z}(t_0)$ obserwator nieliniowy może być stabilny lub nie, w zależ-



Rys. 3.7. Przebiegi amplitudy strumienia wirnika silnika i obserwatora nieliniowego o wartościach własnych $\lambda_1 = \lambda = -2$ dla różnych $\underline{z}(t_0)$: a - $\underline{z}(t_0) = \text{col}(0,9, 0,6, -0,6, -0,2, -0,8)$, $\underline{x}(t_0) = \underline{x}_{b,j}$; b - $\underline{z}(t_0) = \text{col}(0,9, 0,6, -0,6, -0,2, -0,8)$, $\underline{x}(t_0) = \underline{x}_N$; c - $\underline{z}(t_0) = \text{col}(1,1, -1,0, -1)$, $\underline{x}(t_0) = \underline{x}_N$ (M_N - załączenie momentu obciążenia)

Fig. 3.7. Transients of rotor flux vector magnitude of the motor and nonlinear state observer with eigenvalues $\lambda_1 = \lambda = -2$ for various $\underline{z}(t_0)$: a - $\underline{z}(t_0) = \text{col}(0,9, 0,6, -0,6, -0,2, -0,8)$, $\underline{x}(t_0) = \underline{x}_{b,j}$; b - $\underline{z}(t_0) = \text{col}(0,9, 0,6, -0,6, -0,2, -0,8)$, $\underline{x}(t_0) = \underline{x}_N$; c - $\underline{z}(t_0) = \text{col}(1, 1, -1, 0, -1)$, $\underline{x}(t_0) = \underline{x}_N$ (M_N - switching on of the load torque)

ności od tego, jakie są wartości zmiennych stanu silnika w chwili załączenia obserwatora (rys. 3.6a,b oraz 3.7a,b). W takiej samej sytuacji obserwator o mniejszych co do modułu wartościach własnych zachowuje się stabilnie (rys. 3.5a, 3.7a oraz 3.5c, 3.7c).



Rys. 3.8. Przebiegi przejściowe amplitudy strumienia wirnika silnika i obserwatora nieliniowego podczas zmiany obciążenia silnika (1 - załączenie $M_0 = M_N$, 2 - załączenie obserwatora, 3 - odłączenie $M_0 = 0$):
 a - $\lambda_1 = \lambda = -0,2$, $\underline{z}(t_0) = \text{col}(0,9, 0,6, -0,6, -0,2, -0,8)$,
 b - $\lambda_1 = \lambda = -2$, $\underline{z}(t_0) = \text{col}(0,9, -0,2, -0,8, 0,6, -0,6)$

Fig. 3.8. Transients of rotor flux vector magnitude of the motor and nonlinear state observer during load torque change (1 - load torque switched on $M_0 = M_N$, 2 - observer switched on, 3 - load torque switched off $M_0 = 0$): a - $\lambda_1 = \lambda = -0,2$, $\underline{z}(t_0) = \text{col}(0,9, 0,6, -0,6, -0,2, -0,8)$, b - $\lambda_1 = \lambda = -2$, $\underline{z}(t_0) = \text{col}(0,9, -0,2, -0,8, 0,6, -0,6)$

Z dotychczasowej analizy wynika, że nieliniowe obserwatory stanu silnika indukcyjnego są stabilne tylko w pewnym otoczeniu punktu linearyzacji, przy czym obszar stabilności jest większy dla mniejszych co do modułu wartości własnych. Jeżeli jednak zmienne stanu obserwatora osiągną wartości zmiennych stanu silnika odpowiednio szybko (można na tę szybkość wpływać wybierając większe wartości bezwzględne wartości własnych obserwatora), tzn. wtedy, gdy trajektorie silnika pozostają jeszcze w otoczeniu punktu linearyzacji, to - niezależnie od dalszego zachowania się silnika - obserwator nieliniowy odtwarza wiernie przebiegi jego zmiennych stanu. Tę właściwość obserwatorów nieliniowych zilustrowano na rys. 3.8, na którym przedstawiono trajektorie amplitudy strumienia wirnika i jej estymaty w przypadku, kiedy obserwatory nieliniowe o różnych wartościach własnych: $\lambda_1 = -0,2$ (rys. 3.8a) i $\lambda_1 = -2$ (rys. 3.8b)

po załączeniu odtwarzają zmienne stanu silnika, a następnie po zmianie warunków pracy silnika (np. zmianie momentu obciążenia M_0) nadal wier- nie śledzą trajektorie zmiennych stanu silnika.

3.1.5. Podsumowanie

Przedstawiono aktualny stan wiedzy na temat nieliniowych obserwa- torów wektora stanu układów dynamicznych nieliniowych. Z analizy prac dotyczących nieliniowych obserwatorów stanu silnika indukcyjnego wynika, że żaden z przedstawionych obserwatorów nie ma możliwości kształtowania własności dynamicznych poprzez swobodny wybór jego wartości własnych, jak to zachodzi w przypadku obserwatorów typu Luenbergera dla układów liniowych.

W punkcie 3.1.2 przedstawiono metody i algorytmy projektowania ob- serwatorów nieliniowych, natomiast w p. 3.1.3 - modele matematyczne ob- serwatorów nieliniowych pełnego rzędu dla silnika indukcyjnego sterowa- nego w układach wymuszenia składowych (x, y) napięcia lub prądu stojana oraz w układach wymuszenia amplitudy prądu stojana.

Na podstawie analizy własności nieliniowych obserwatorów wektora stanu silnika indukcyjnego, przedstawionej w p. 3.1.4, można sformuło- wać następujące wnioski:

1. Nieliniowe obserwatory stanu silnika indukcyjnego są stabilne lokalnie. Charakter przebiegów zmiennych stanu obserwatorów nielinio- wych bardzo wyraźnie zależy od początkowych wartości zmiennych stanu obserwatorów. Jeżeli wartości początkowe tych zmiennych są bliskie ak- tualnym wartościom zmiennych stanu modelu silnika, to uzyskuje się "ła- godne" przebiegi trajektorii obserwatora i szybkie zanikanie błędu od- twarzanego przebiegu.
2. Wraz ze zwiększeniem się modułów wartości własnych obserwatorów zmniejsza się obszar ich stabilnej pracy; przy zwiększaniu się modułów wartości własnych początkowe wartości zmiennych stanu obserwatorów po- winny znajdować się bliżej aktualnych wartości zmiennych stanu obiektu.
3. Kiedy wektor wartości początkowych zmiennych stanu obserwatora znajduje się blisko aktualnych wartości wektora zmiennych stanu silnika, wzrost modułów wartości własnych powoduje szybsze zanikanie błędów ob- serwacji.
4. Obserwator nieliniowy o prawidłowo dobranych wartościach włas- nych i warunkach początkowych po osiągnięciu zmiennych stanu silnika odtwarza wiernie te zmienne, niezależnie od ich dalszych przebiegów i stanu pracy układu (np. zmiana momentu obciążenia, napięcia i częstotli- wości zasilania itp.).

5. Przedstawione w podrozdz. 3.1 nieliniowe obserwatory zmiennych stanu silnika indukcyjnego odtwarzają pełny wektor stanu silnika przy pomiarze tylko jednej (obserwatory silnika sterowanego w układzie wymuszenia amplitudy prądu stojana) lub dwóch zmiennych stanu silnika (obserwatory silnika sterowanego w układzie wymuszenia składowych napięcia lub prądu stojana). Są to, odpowiednio, amplituda lub składowe (x, y) prądu stojana. Z tego względu obserwatory te można stosować w układach napędowych, w których jest niemożliwy lub utrudniony pomiar prędkości kątowej silnika.

3.2. Biliniowe obserwatory wektora stanu silnika indukcyjnego

3.2.1. Wprowadzenie

Układy biliniowe stanowią specjalną klasę układów nieliniowych. Opisują je następujące równania stanu i wyjścia:

$$\dot{\underline{x}} = \underline{A}_1 \underline{x} + \left(\sum_{j=1}^r \underline{A}_2^j u_j \right) \underline{x} + \underline{B} \underline{u}; \quad \underline{x}(t_0) = \underline{x}_0, \quad (3.42)$$

$$\underline{y} = \underline{C} \underline{x}, \quad (3.43)$$

w których:

$$\underline{x} = \underline{x}(t) \in \mathbb{R}^n,$$

$$\underline{y} = \underline{y}(t) \in \mathbb{R}^m, \quad m < n$$

$$\underline{u} = \underline{u}(t) \in \mathbb{R}^r.$$

O'Reilly [67] na podstawie [28] proponuje dla takiego układu obserwator biliniowy opisany równaniem:

$$\dot{\underline{z}} = \underline{F}_1 \underline{z} + \left(\sum_{j=1}^r \underline{F}_2^j u_j \right) \underline{z} + \underline{K}_1 \underline{y} + \left(\sum_{j=1}^r \underline{K}_2^j u_j \right) \underline{y} + \underline{H} \underline{u}, \quad (3.44)$$

dla którego równanie błędu w postaci:

$$\dot{\underline{e}} = \underline{F}_1 \underline{e}, \quad (3.45)$$

gdzie:

$$\underline{e} = \underline{z} - \underline{T} \underline{x}$$

jest asymptotycznie stabilne, jeżeli są spełnione następujące warunki:

$$(i) \operatorname{Re} \{ \lambda_i(\underline{F}_1) \} < 0, \quad i = 1, \dots, (n-m) \quad (3.46a)$$

$$(ii) \quad \underline{T} \underline{A}_1 - \underline{F}_1 \underline{T} = \underline{K}_1 \underline{C} \quad (3.46b)$$

$$(iii) \quad \underline{H} = \underline{T} \underline{B} \quad (3.46c)$$

$$(iv) \quad \underline{F}_2^j = \underline{0}, \quad j = 1, \dots, r \quad (3.46d)$$

$$(v) \quad \underline{T} \underline{A}_2^j = \underline{K}_2^j \underline{C}, \quad j = 1, \dots, r \quad (3.46e)$$

Warunki (3.46a)-(3.46c) są identyczne jak dla obserwatora układu liniowego. Dodatkowe warunki (3.46d) i (3.46e) powodują, że oddziaływanie biliniowego składnika w równaniu (3.42) nie przenosi się do równania błędu (3.45). Jednak w przypadku silnika indukcyjnego spełnienie tych dodatkowych warunków jest niemożliwe, wobec czego nie można utrzymać postulatu o wyeliminowaniu wpływu składnika biliniowego na równanie błędu.

Bellini i inni w swoich pracach dotyczących obserwatorów elektromagnetycznych zmiennych stanu silnika indukcyjnego [4]-[6] wykorzystali teorię układów biliniowych do projektowania obserwatorów biliniowych pełnego rzędu, w których równanie błędu obserwatora ma postać:

$$\dot{\underline{e}} = \left[\underline{A}_1 + \sum_{j=1}^r \underline{A}_2^j u_j(t) - \underline{K}(u_j(t)) \underline{C} \right] \underline{e}, \quad (3.47a)$$

w której:

$$\underline{e} = \underline{z} - \underline{x}. \quad (3.47b)$$

Po uwzględnieniu charakterystycznych cech biliniowego modelu matematycznego silnika indukcyjnego (podrozdz. 2.3), równanie to przyjmuje postać

$$\dot{\underline{e}} = \underline{F}(\omega_r(t)) \underline{e}, \quad (3.48a)$$

w której:

$$\underline{F}(\omega_r(t)) = \underline{A}_1 + \underline{A}_2 \omega_r(t) - \underline{K}(\omega_r(t)) \underline{C}. \quad (3.48b)$$

Zarówno elementy macierzy wagowej \underline{K} proponowanego obserwatora, jak i wartości własne macierzy stanu \underline{F} zależą od prędkości kątowej silnika, a więc w zależności od aktualnej wartości prędkości kątowej silnika zmieniają się właściwości dynamiczne obserwatora.

Podobne cechy ma obserwator zaproponowany w [2], przy czym jedynie części urojone wartości własnych obserwatora zredukowanego rzędu zależą od prędkości kątowej, natomiast przedstawiony tam obserwator biliniowy pełnego rzędu nie ma w ogóle możliwości kształtowania własności dynamicznych (wartości własne obserwatora są identyczne z wartościami własnymi silnika).

Autorka opracowała ogólną metodę projektowania obserwatorów biliniowych o dowolnych wartościach własnych dla układów dynamicznych [71], [74]; wykorzystwała ją do projektowania biliniowych obserwatorów stanu silnika indukcyjnego.

3.2.2. Metoda syntezy obserwatorów biliniowych

Dla biliniowego obiektu regulacji, którego model jest opisany równaniem stanu i równaniem wyjścia:

$$\dot{\underline{x}} = \underline{f}_1(\underline{x}, \underline{u}) = \underline{A}_1 \underline{x} + \sum_{j=1}^r \underline{A}_2^j u_j \underline{x} + \underline{B} \underline{u}, \quad (3.49)$$

$$\underline{y} = \underline{C} \underline{x}, \quad (3.50)$$

w których:

$$\underline{x} = \underline{x}(t) \in \mathbb{R}^n$$

$$\underline{u} = \underline{u}(t) \in \mathbb{R}^r$$

$$\underline{y} = \underline{y}(t) \in \mathbb{R}^m, \quad m < n$$

zakłada się następującą postać równania obserwatora biliniowego pełnego rzędu:

$$\dot{\underline{z}} = \underline{f}_1(\underline{z}, \underline{u}) + \underline{K}(\underline{y} - \hat{\underline{y}}), \quad (3.51a)$$

czyli

$$\dot{\underline{z}} = \underline{A}_1 \underline{z} + \sum_{j=1}^r \underline{A}_2^j u_j \underline{z} + \underline{K}(\underline{y} - \hat{\underline{y}}) + \underline{B} \underline{u}. \quad (3.51b)$$

Równanie błędu przyjmuje postać:

$$\dot{\underline{e}} = (\underline{A}_1 + \sum_{j=1}^r \underline{A}_2^j u_j - \underline{K} \underline{C}) \underline{e}, \quad (3.52)$$

w której:

$$\underline{e} = \underline{z} - \underline{x},$$

oraz:

$$\underline{F} = \underline{A}_1 + \sum_{j=1}^r \underline{A}_2^j u_j - \underline{K} \underline{C}. \quad (3.53)$$

Równanie (3.52) będzie globalnie asymptotycznie stabilne [16], jeśli wartości własne macierzy \underline{F} będą leżeć w lewej części półpłaszczyzny Gaussa.

Zakłada się, że obserwator ma dowolne wartości własne niezależne od u_j , spełniające warunek:

$$\operatorname{Re} \{ \lambda_i(\underline{F}) \} = \lambda < 0, \quad i = 1, \dots, n. \quad (3.54)$$

Wobec tego macierz wagowa $\underline{K}(u_j)$ musi być tak dobrana, żeby dla dowolnego u_j umożliwiała spełnienie warunku (3.54).

Ponieważ analityczne wyznaczenie elementów macierzy $\underline{K}(u_j)$ w ogólnym przypadku jest trudne, zastosowano metodę numeryczną, podobnie jak wobec obserwatorów nieliniowych.

W tym celu należy określić macierz

$$\underline{A} = \left. \frac{\partial \underline{f}_1(\underline{x}, \underline{u})}{\partial \underline{x}} \right|_{\substack{\underline{x} = \underline{x}_0 \\ \underline{u} = \underline{u}_0}} = \underline{A}_1 + \sum_{j=1}^r \underline{A}_2^j u_{j0}, \quad (3.55)$$

w której:

u_{j0} - wartość ustalona składowej u_j wektora wejścia \underline{u} ,

a następnie dla każdej wartości u_{j0} z przedziału zmian sygnałów $u_j(t)$ określić $\underline{K}(u_{j0})$ na podstawie równania:

$$\underline{F} = \underline{A}(u_{j0}) - \underline{K}(u_{j0})\underline{C} \quad (3.56)$$

metodą zamiany bazy lub optymalizacji funkcji celu (3.26), które opisano w p. 3.1.2. Jak wynika z (3.55), elementy macierzy \underline{A} nie zależą od wartości składowych wektora \underline{x} w punkcie równowagi \underline{x}_0 (jak to występuje w obserwatorach liniowych układów nieliniowych), wobec czego przy zmianie punktu równowagi \underline{x}_0 nie powstaną w proponowanym obserwatorze błędy ustalone. Błąd taki mógłby powstać tylko wówczas, gdyby elementy macierzy wagowej $\underline{K}(u_{j0})$ wyznaczone dla u_{j0}^1 pozostawić bez zmian dla nowej wartości ustalonej sygnału u_{j0}^2 . Ponieważ jednak można łatwo wyznaczyć elementy macierzy wagowej \underline{K} dla całego przedziału zmian sygnału u_j , przeto - w zależności od potrzeb - elementy macierzy wagowej $\underline{K}(u_j)$ mogą być zmieniane w obserwatorze w sposób ciągły w funkcji odpowiednich sygnałów u_j wektora wejścia \underline{u} , przy czym niezależnie od ich wartości właściwości dynamiczne obserwatora, wynikające z warunku (3.54), będą zachowane (jednakowe).

Algorytm projektowania obserwatora biliniowego o dowolnych wartościach własnych jest więc następujący:

1. Wybrać wartości własne λ_i macierzy \underline{F} (3.56) spełniające warunek (3.54).
2. Wyznaczyć elementy macierzy \underline{A} (3.55) dla wybranych wartości ustalonych sygnału u_{j0} .

3. Na podstawie metody zamiany bazy lub metody optymalizacji funkcji celu (p. 3.1.2) wyznaczyć elementy kolejnych macierzy wagowych $\underline{K}(u_{j0})$
4. Wykonać aproksymację (lub tablicowanie w pamięci komputera) zależności poszczególnych elementów macierzy wagowej $k_{il}(u_j)$ ($i = 1, \dots, n$; $l = 1, \dots, m$).

3.2.3. Modele matematyczne biliniowych obserwatorów wektora stanu silnika indukcyjnego

Obserwatory biliniowe wektora stanu silnika indukcyjnego zostały zaprojektowane dla biliniowego modelu matematycznego silnika, przedstawionego w podrozdz. 2.3.

W odniesieniu do modelu (2.15), (2.16) przyjmuje się następującą postać równania wyjścia:

$$\underline{y}^u = \underline{C}^u \underline{x}^u = \begin{bmatrix} i_{sx} & i_{sy} \end{bmatrix}^T, \quad (3.57)$$

w której macierz wyjścia:

$$\underline{C}^u = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.58)$$

Zgodnie z (3.51b), równanie biliniowego obserwatora stanu silnika indukcyjnego sterowanego w układzie wymuszenia składowych napięcia lub prądu stojana jest następujące:

$$\dot{\underline{z}}^u = \underline{A}_1^u \underline{z}^u + \underline{A}_2^u \omega_r \underline{z}^u + \underline{K}^u (\underline{C}^u \underline{x}^u - \underline{C}^u \underline{z}^u) + \underline{B}^u \underline{u}, \quad (3.59)$$

gdzie wektor stanu obserwatora:

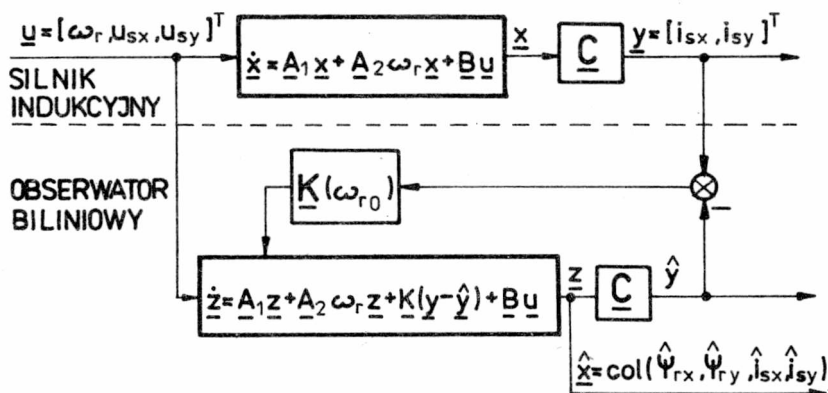
$$\underline{z}^u = \text{col}(z_1^u, z_2^u, z_3^u, z_4^u) = \text{col}(\hat{\Psi}_{rx}, \hat{\Psi}_{ry}, \hat{i}_{sx}, \hat{i}_{sy}), \quad (3.60)$$

oraz macierze \underline{A}_1^u , \underline{A}_2^u i \underline{B}^u zgodnie z (2.16c)-(2.16e).

Macierz wagową \underline{K}^u wyznacza się na podstawie równania:

$$\underline{F}^u - \underline{A}^u(\omega_{r0}) = \underline{K}^u(\omega_{r0}) \underline{C}^u, \quad (3.61)$$

dla zadanych wartości własnych macierzy \underline{F}^u spełniających warunek (3.54), przy czym macierz $\underline{A}^u(\omega_{r0})$ ma postać:



Rys. 3.9. Schemat ideowy biliniowego obserwatora wektora stanu silnika indukcyjnego

Fig. 3.9. Schematic diagram of bilinear state observer for the induction motor

$$\underline{A}^u(\omega_{r0}) = \omega_b \begin{bmatrix} -\tau_r & \omega_{so} & \tau_r X_M & 0 \\ -\omega_{so} & -\tau_r & 0 & \tau_r X_M \\ \tau_r A_M & A_M \omega_{ro} & -R_s A_r - \tau_r A_M X_M & \omega_{eo} \\ -A_M \omega_{ro} & \tau_r A_M & -\omega_{eo} & -R_s A_r - \tau_r A_M X_M \end{bmatrix}, \quad (3.62)$$

w której:

$$\omega_{so} = \omega_{eo} - \omega_{ro}.$$

Schemat ideowy takiego obserwatora przedstawiono na rys. 3.9.

Gdy silnik indukcyjny jest sterowany w układzie wymuszenia amplitudy prądu stojana, przyjmuje się następującą postać równania wyjścia:

$$\underline{y}^i = \underline{C}^i \underline{x}^i = |\underline{i}_s|, \quad (3.63)$$

gdzie

$$\underline{C}^i = [0, 0, 1]. \quad (3.64)$$

Równanie biliniowego obserwatora stanu jest wówczas następujące:

$$\underline{z}^i = \underline{A}_1^i \underline{z}^i + \underline{A}_2^i \omega_r \underline{z}^i + \underline{K}^i (\underline{C}^i \underline{x}^i - \underline{C}^i \underline{z}^i) + \underline{B} u, \quad (3.65)$$

gdzie wektor stanu obserwatora:

$$\underline{z}^i = \text{col}(z_1^i, z_2^i, z_3^i, z_4^i) = \text{col}(\hat{\psi}_{rx}, \hat{\psi}_{ry}, |\underline{i}_s|), \quad (3.66)$$

oraz macierze \underline{A}_1^i , \underline{A}_2^i i \underline{B}^i zgodnie z (2.18c)-(2.18e).

Elementy macierzy wagowej \underline{K}^i wyznacza się na podstawie równania:

$$\underline{F}^i - \underline{A}^i(\omega_{ro}) = \underline{K}^i(\omega_{ro})\underline{C}^i, \quad (3.67)$$

dla zadanych wartości własnych macierzy \underline{F}^i spełniających warunek (3.54), przy czym macierz $\underline{A}^i(\omega_{ro})$ przyjmuje w tym przypadku postać następującą:

$$\underline{A}^i(\omega_{ro}) = \omega_b \begin{bmatrix} -\tau_r & \omega_{so} & \tau_r X_M \\ -\omega_{so} & -\tau_r & 0 \\ \tau_r A_M & A_M \omega_{ro} & -R_S A_r - \tau_r A_M X_M \end{bmatrix}. \quad (3.68)$$

Podobnie jak w przypadku obserwatorów nieliniowych, na podstawie składowych wektora stanu obserwatorów biliniowych \underline{z}^u lub \underline{z}^i można wyznaczyć estymaty amplitudy i fazy wektora strumienia wirnika oraz odpowiednie błędy rekonstrukcji na podstawie zależności (3.37)-(3.40).

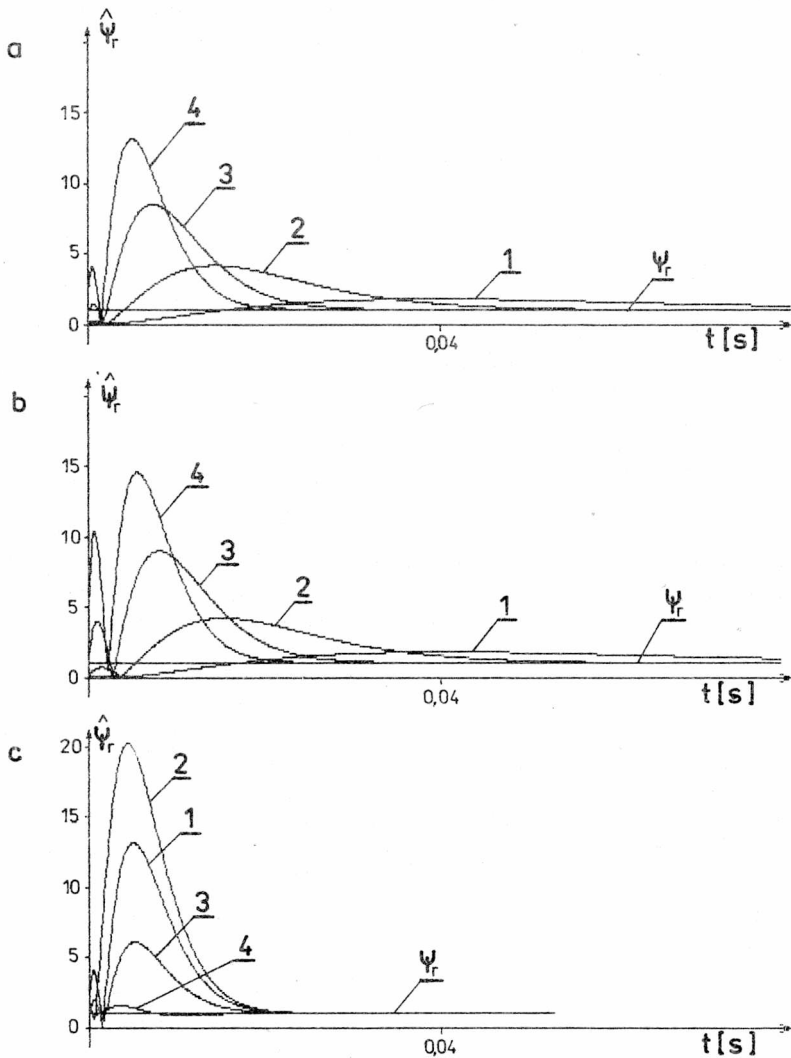
Przed przystąpieniem do projektowania obserwatorów sprawdzono obserwowalność poszczególnych modeli biliniowych silnika, biorąc pod uwagę postaci odpowiednich macierzy wyjścia (3.58) i (3.64). Wyniki obliczeń zamieszczono w załączniku 2.

3.2.4. Analiza właściwości biliniowych obserwatorów stanu silnika indukcyjnego

Na podstawie algorytmu projektowania nieliniowych obserwatorów stanu wyznaczono wartości elementów macierzy wagowych obserwatorów biliniowych silnika indukcyjnego opisanych równaniami (3.59) i (3.65). Przykładowe wyniki obliczeń zamieszczono w załączniku 3. Przeprowadzono badania symulacyjne biliniowych obserwatorów stanu silnika indukcyjnego w różnych warunkach pracy. Właściwości obserwatorów zostały zilustrowane na przykładzie obserwatora biliniowego silnika Sf-180-L-8 sterowanego w układzie wymuszenia amplitudy prądu stojana [74].

Model matematyczny silnika sterowanego w układzie wymuszenia amplitudy prądu stojana ma trzy wartości własne: jedną rzeczywistą i dwie zespolone (załącznik 2). Te ostatnie mają dodatnie części rzeczywiste, co potwierdza fakt, że silnik asynchroniczny sterowany przez wymuszenie amplitudy prądu stojana w otwartym układzie sterowania jest obiektem niestabilnym dynamicznie [70]. W związku z tym właściwości dynamiczne obserwatorów były badane w zamkniętym układzie sterowania prądowego silnika indukcyjnego.

Zgodnie z (3.54), wartości własne obserwatora miały ujemne części rzeczywiste, a ponadto - podobnie jak w odniesieniu do obserwatorów nie-



Rys. 3.10. Przebiegi amplitudy strumienia wirnika obserwatora biliniowego o różnych wartościach własnych i warunkach początkowych ($\lambda_1 = \lambda$):
 1 - $\lambda = -0,2$; 2 - $\lambda = -0,5$; 3 - $\lambda = -1,0$; 4 - $\lambda = -1,5$; a - $\omega_{ro} = \omega_{rN}$,
 $z_i(t_0) = 0$; b - $\omega_{ro} = 0,5 \omega_{rN}$, $z_1(t_0) = 0$; c - $\omega_{ro} = \omega_{rN}$, $\lambda = -1,5$:
 1 - $z_1(t_0) = 0$; 2 - $z_1(t_0) = 0,5$; 3 - $z_1(t_0) = z_3(t_0) = 0,5$, $z_2(t_0) = -0,5$; 4 - $z_1(t_0) = z_3(t_0) = 1$, $z_2(t_0) = -1$

Fig. 3.10. Transients of rotor flux vector magnitude of bilinear observer with various eigenvalues and various initial conditions ($\lambda_1 = \lambda$):
 1 - $\lambda = -0,2$; 2 - $\lambda = -0,5$; 3 - $\lambda = -1,0$; 4 - $\lambda = -1,5$; a - $\omega_{ro} = \omega_{rN}$,
 $z_i(t_0) = 0$; b - $\omega_{ro} = 0,5 \omega_{rN}$, $z_1(t_0) = 0$; c - $\omega_{ro} = \omega_{rN}$, $\lambda = -1,5$:
 1 - $z_1(t_0) = 0$; 2 - $z_1(t_0) = 0,5$; 3 - $z_1(t_0) = z_3(t_0) = 0,5$, $z_2(t_0) = -0,5$; 4 - $z_1(t_0) = z_3(t_0) = 1$, $z_2(t_0) = -1$

liniowych - przyjęto założenie o równości wartości własnych, co w przypadku obserwatora biliniowego zapewnia mniejszą wrażliwość jego zmiennych stanu na zmiany parametrów oraz wartości zadanej (ustalonej) prędkości silnika.

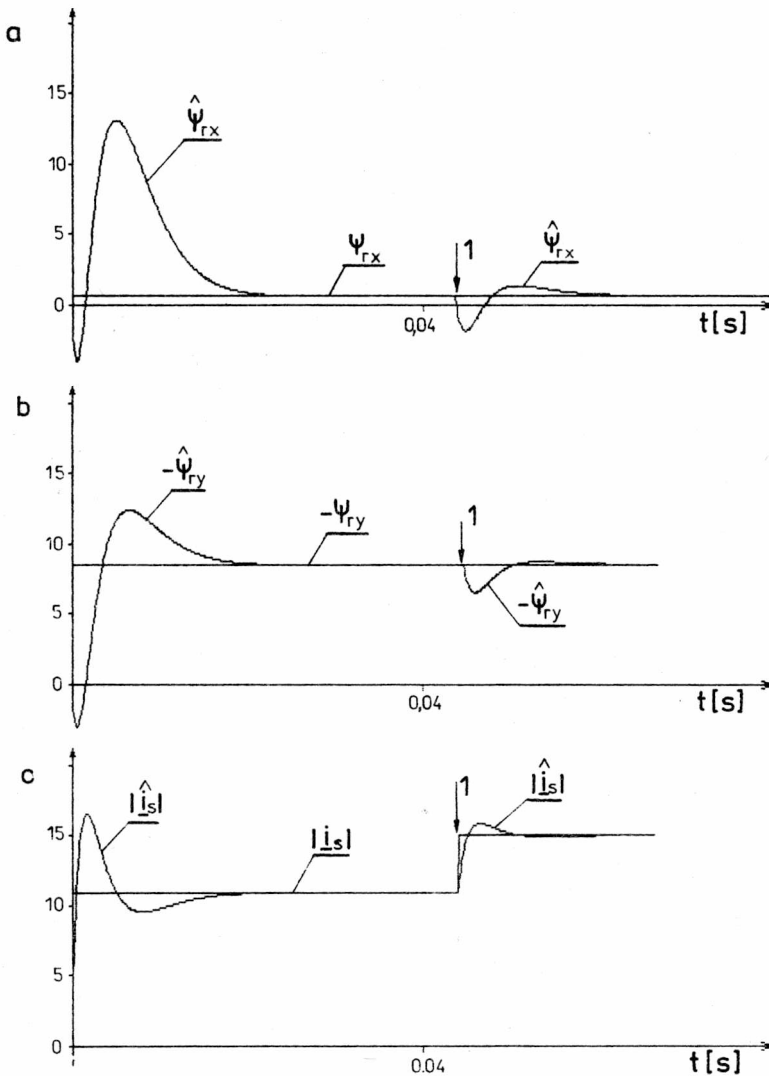
Na rysunku 3.10a przedstawiono przebiegi estymaty strumienia wyznaczonej za pomocą obserwatorów o różnych wartościach własnych $\lambda_1 = \lambda = -0,2, -0,5, -1,0, -1,5$, przy czym warunki początkowe zmiennych stanu obserwatorów były zawsze równe zero, podczas gdy zmienne stanu silnika były równe wartościom stanu ustalonego w zamkniętym układzie regulacji prędkości, jeśli $\omega_{r0} = \omega_{rN}$. Na rysunku 3.10b przedstawiono przebiegi estymaty strumienia obserwatora zaprojektowanego dla innej wartości ustalonej prędkości kątowej $\omega_{r0} = 0,5 \omega_{rN}$. Niezależnie od wartości ω_{r0} szybkość zanikania błędu obserwacji pozostaje jednakowa, gdyż zależy tylko od wybranych wartości własnych obserwatora. W obydwu przypadkach obserwatory pracowały prawidłowo, tzn. były stabilne i osiągały wartości zmiennych stanu silnika w bardzo krótkim czasie (1-6)T (T - okres napięcia zasilającego), z błędem $|e| \leq 10^{-6}$ [p.u.]. Jeżeli założy się warunki początkowe zmiennych stanu obserwatora różne od zera, można uzyskać znaczne zmniejszenie maksymalnych wartości przejściowych błędów obserwatora (rys. 3.10c).

Na rysunku 3.11 przedstawiono przebiegi wszystkich zmiennych stanu silnika i obserwatora o wartościach własnych $\lambda_1 = \lambda = -1,5$. Po zmianie wartości prądu stojana w układzie sterowania silnika zmienne stanu obserwatora osiągają wartości zmiennych stanu silnika w bardzo krótkim czasie i z małymi przeregulowaniami. Kiedy ulega zmianie wartość ustalona prędkości kątowej silnika (ω_{r0}), pojawia się ustalony błąd obserwacji (rys. 3.12a), podobnie jak w przypadku przyjęcia niewłaściwych parametrów w modelu obserwatora (rys. 3.12b). W takich warunkach wartości elementów macierzy wagowej powinny być zmieniane według krzywych, przedstawionych dla badanego silnika na rysunku 3.13, wyznaczonych zgodnie z punktem 3 i 4 algorytmu projektowania obserwatorów biliniowych (punkt 3.2.2).

3.2.5. Podsumowanie

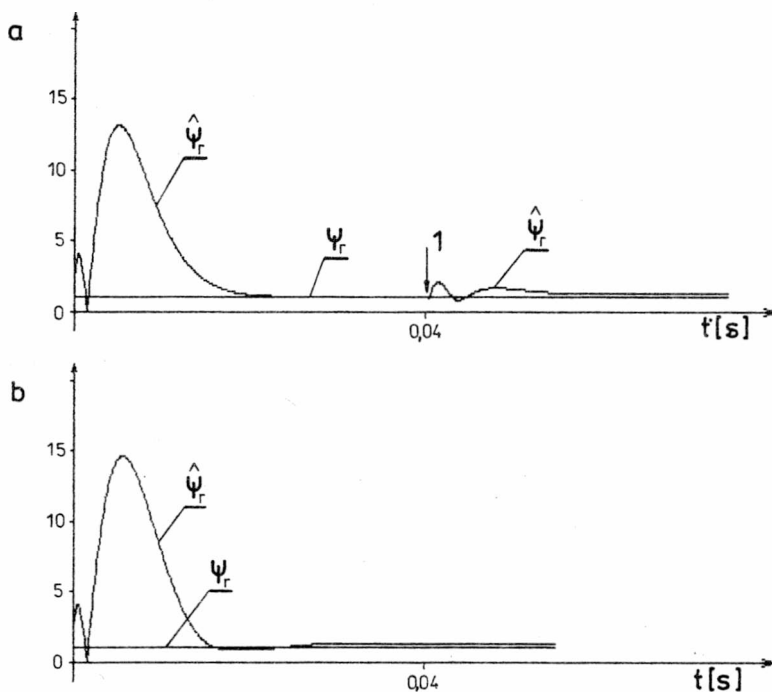
Po przeanalizowaniu prac dotyczących obserwatorów biliniowych silnika indukcyjnego zaproponowano metodę projektowania takich obserwatorów o dowolnie wybieranych wartościach własnych, determinujących ich właściwości dynamiczne (p. 3.2.2).

Dla opracowanych modeli matematycznych obserwatorów biliniowych (p. 3.2.3) obliczono wartości elementów macierzy wagowych i wykonano badania symulacyjne, z których najistotniejsze zostały przedstawione w p.



Rys. 3.11. Przebiegi przejściowe składowych strumienia wirnika (a - $\hat{\psi}_{rx}$, b - $\hat{\psi}_{ry}$) i amplitudy prądu stojana (c) biliniowego obserwatora o wartościach własnych $\lambda_1 = \lambda = -1,5$; 1 - skokowa zmiana wartości zadanej amplitudy prądu stojana

Fig. 3.11. Transients of rotor flux vector coordinates (a - $\hat{\psi}_{rx}$, b - $\hat{\psi}_{ry}$) and stator current magnitude (c) of bilinear observer with eigenvalues $\lambda_1 = \lambda = -1,5$; 1 - step change of reference value of the stator current magnitude

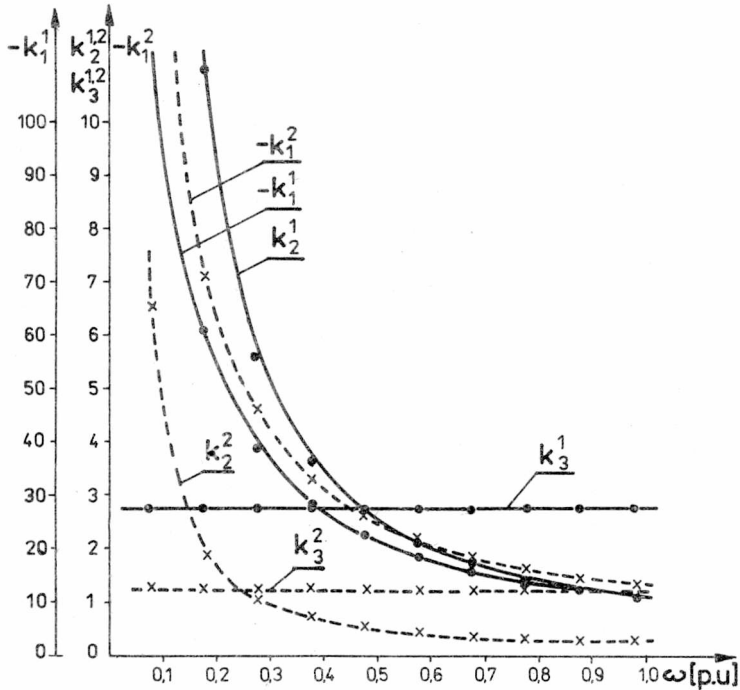


Rys. 3.12. Przebiegi amplitudy strumienia wirnika obserwatora biliniowego: a - gdy zmienia się punkt pracy ustalonej silnika; b - gdy parametry obserwatora są błędne; $\lambda_1 = \lambda = -1,5$

Fig. 3.12. Transients of rotor flux vector magnitude of the bilinear observer during the motor equilibrium point change (a) and in the case of errors in observer parameters (b); $\lambda_1 = \lambda = -1,5$

3.2.4. Na podstawie rezultatów tych badań można sformułować następujące wnioski:

1. Bilineowe obserwatory zmiennych stanu silnika indukcyjnego charakteryzują się większą niż odpowiadające im obserwatory nieliniowe szybkością działania.
2. Przedstawione obserwatory biliniowe są stabilne globalnie, pracują poprawnie niezależnie od przyjętych wartości początkowych zmiennych stanu, w dużym zakresie zmian modułów wartości własnych.
3. Dobierając odpowiednie wartości początkowe zmiennych stanu obserwatora, można zminimalizować wartości maksymalne trajektorii obserwatora nawet gdy moduły wartości własnych są duże i zapewniają odpowiednią szybkość działania obserwatora.
4. Wartości współczynników wagowych obserwatorów biliniowych, podobnie jak obserwatorów nieliniowych, wyznacza się dla ustalonego punk-



Rys. 3.13. Zależność elementów macierzy wagowej $\underline{K}(\omega_{ro})$ od prędkości kątowej wirnika: $k_i^1 - \lambda_i = \lambda = -1$, $k_i^2 - \lambda_i = \lambda = -0,5$

Fig. 3.13. Dependence of weight matrix elements $\underline{K}(\omega_{ro})$ on the rotor angular speed: $k_i^1 - \lambda_i = \lambda = -1$, $k_i^2 - \lambda_i = \lambda = -0,5$

tu pracy silnika; w przypadku obserwatorów biliniowych - dla ustalonej wartości prędkości kątowej.

5. Przy zmianie warunków pracy silnika, a zwłaszcza jego prędkości kątowej, obserwatory biliniowe charakteryzują się błędami ustalonymi, proporcjonalnymi do wartości różnicy aktualnej prędkości pracy silnika i prędkości, dla której był projektowany obserwator biliniowy. Stanowi to istotną wadę tych obserwatorów, którą jednak można wyeliminować, dokonując aproksymacji elementów macierzy wagowej obserwatora w funkcji prędkości kątowej silnika.

6. Niezależnie od pomiaru amplitudy lub składowych prądu stojana, obserwatory biliniowe wymagają informacji o wartości prędkości kątowej silnika, wobec czego można je stosować w układach, w których pomiar prędkości nie następuje trudności.

3.3. Niestacjonarne liniowe obserwatory wektora stanu silnika indukcyjnego

3.3.1. Wprowadzenie

Analiza przedstawionych w podrozdz. 3.1 i 3.2 nieliniowych i biliniowych obserwatorów stanu silnika indukcyjnego wskazuje, że każdy z tych obserwatorów ma określone wady i zalety. W związku z tym autorka poszukiwała rozwiązania kompromisowego, które łącząc zalety opracowanych wcześniej obserwatorów nieliniowych i biliniowych, takie jak: stabilność globalna, szybkość zanikania błędu obserwacji, brak wrażliwości na zmiany punktu pracy ustalonej, będzie miało możliwość "automatycznej" zmiany wartości elementów macierzy wagowej wraz ze zmianą warunków pracy obiektu, przy zachowaniu postulatu o arbitralnym wyborze wartości własnych obserwatora.

W takich obserwatorach można by dowolnie kształtować właściwości dynamiczne układu odtwarzającego zmienne stanu silnika poprzez odpowiedni dobór wartości własnych, przy czym właściwości te byłyby jednakowe w szerokim zakresie zmian zadanej prędkości kątowej silnika. Ponadto, ze względu na realizację techniczną, korzystna byłyby redukcja rzędu obserwatorów.

W dotychczas stosowanych obserwatorach stanu silnika indukcyjnego zredukowanego rzędu macierz transformacji wektora stanu silnika \underline{T} była wybierana dwoma sposobami:

- a) jej elementy przyjmowały wartości 0 lub 1 - co powodowało, że równania różniczkowe obserwatora były identyczne z równaniami obwodów elektromagnetycznych wirnika [17], [18], [68], [75];
- b) jej elementy były zależne od parametrów schematu zastępczego silnika asynchronicznego [4]-[6], [2], co powodowało zależność wartości własnych macierzy stanu obserwatora od prędkości kątowej wirnika.

W obydwu przypadkach postaci macierzy stanu obserwatorów i ich wartości własnych wynikały z określonego wyżej wyboru postaci macierzy transformacji \underline{T} . W związku z tym autorka opracowała metodę syntezy niestacjonarnych liniowych obserwatorów stanu silnika indukcyjnego zredukowanego rzędu, w których macierz transformacji \underline{T} jest wyznaczona według określonego algorytmu i w których można dowolnie kształtować właściwości dynamiczne, poprzez swobodny dobór wartości własnych (ograniczone tylko warunkami stabilności obserwatorów) [72], [79].

3.3.2. Metoda syntezy liniowych niestacjonarnych obserwatorów wektora stanu silnika indukcyjnego

Najczęściej prędkość kątowna silnika indukcyjnego jest wielkością łatwo dostępną pomiarowo, w odróżnieniu od elektromagnetycznych zmiennych stanu, a zwłaszcza składowych wektora strumienia skojarzonego wirnika. Składowe te powinny być odtwarzane przez obserwator o dowolnych wartościach własnych (wybieranych przez projektanta), niezależnych od prędkości kątowej.

Wobec tego przyjmuje się następujące założenia:

- (i) $\omega_r(t)$ jest znana dla $t > t_0$;
- (ii) $\bigwedge_i t_i \in T_p$, $\omega_r(t) = \omega_r = \text{const}$; $T_p \ll \min_i T_i$, gdzie T_i - i-ta stała czasowa silnika, T_p - przedział próbkowania;
- (iii) $\text{Re} \{ \lambda_j(\underline{F}) \} < 0$, $j = 1, \dots, l$, ($l = n-m$);
- (iv) macierz stanu obserwatora \underline{F} przyjmuje szczególną postać:

$$\underline{F} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_l). \quad (3.69)$$

Założenia (i) oraz (ii) powodują, że model matematyczny silnika indukcyjnego przyjmuje postać układu równań różniczkowych liniowych (2.19), założenie (iii) jest związane z postulatem arbitralnego wyboru wartości własnych obserwatora, niezależnych od prędkości silnika, natomiast założenie (iv) powoduje, że równania stanu obserwatora będą odsprężone pod względem dynamiki.

Rozpatruje się dwa przypadki: $\omega_r = \text{const}$ i $\omega_r = \text{var}$.

Przypadek 1: $\omega_r = \text{const}$

W przedziale próbkowania T_p dla liniowego modelu matematycznego silnika indukcyjnego (2.19) z równaniem wyjścia $\underline{y} = \underline{C} \underline{x}$ można zaprojektować liniowy stacjonarny obserwator Luenbergera zredukowanego rzędu (podrozdz. 1.2):

$$\dot{\underline{z}} = \underline{F} \underline{z} + \underline{K} \underline{y} + \underline{H} \underline{u}, \quad (3.70)$$

dla którego równanie błędu jest następujące:

$$\dot{\underline{e}} = \underline{F} \underline{e}, \quad (3.71a)$$

gdzie:

$$\underline{e} = \underline{z} - \underline{T} \underline{x}, \quad (3.71b)$$

a \underline{F} spełnia założenia (iii) oraz (iv).

Ponieważ macierz stanu silnika \underline{A} zawiera elementy zależne nie tylko od parametrów schematu zastępczego silnika, ale również od prędkości kątowej ((2.21c) i (2.23c)), to po uwzględnieniu założeń (iii) oraz (iv), z równania (1.3) wynika, że macierz transformacji \underline{T} będzie zawierała elementy zależne nie tylko od parametrów silnika, ale również od prędkości kątowej. Równanie (1.3) przyjmie wówczas postać:

$$\underline{T}(\omega_r) \underline{A}(\omega_r) - \underline{F} \underline{T}(\omega_r) = \underline{K}(\omega_r) \underline{C}, \quad (3.72)$$

a równanie stanu obserwatora (3.70):

$$\dot{\underline{z}} = \underline{F} \underline{z} + \underline{K}(\omega_r) \underline{y} + \underline{H}(\omega_r) \underline{u}. \quad (3.73)$$

Kiedy więc $\omega_r = \text{const}$, projektowanie obserwatora stanu silnika indukcyjnego przebiega tak samo jak dla liniowych obserwatorów stacjonarnych. Należy przy tym przyjąć taką ogólną postać macierzy transformacji \underline{T} , aby był spełniony warunek nieosobliwości macierzy \underline{Q} w równaniu (1.6):

$$\underline{W}(\omega_r) = [\underline{Q}(\omega_r)]^{-1} = \left[\frac{\underline{C}}{\underline{T}(\omega_r)} \right]^{-1}. \quad (3.74)$$

Poszczególne elementy macierzy $\underline{T}(\omega_r)$ oraz $\underline{K}(\omega_r)$ można wyznaczyć analitycznie rozwiązując układ równań algebraicznych, otrzymany po wykonaniu odpowiednich mnożeń w równaniu macierzowym (3.72). Ponieważ macierze występujące w tym równaniu mają wymiary: $\underline{A}(n \times n)$, $\underline{F}(1 \times 1)$, $\underline{C}(m \times n)$, $\underline{K}(1 \times m)$, $\underline{T}(1 \times n)$ (przy czym $1 = n - m$), otrzymuje się układ $(1 \times n)$ równań algebraicznych z $(1 \times (n + m))$ niewiadomymi elementami macierzy \underline{T} i \underline{K} . Aby było możliwe otrzymanie jednoznacznego rozwiązania tego układu równań, należy założyć a priori wartości $(1 \times m)$ elementów macierzy transformacji \underline{T} . Jak wynika z doświadczeń autorki [72], przyjmuje się, że elementy te są równe 0 lub 1, ale w taki sposób, aby warunek (3.74) mógł być spełniony.

Estymaty wektora stanu silnika wyznacza się na podstawie równania (1.6), (1.10), które tutaj przyjmuje postać następującą:

$$\hat{\underline{x}} = \underline{W}(\omega_r) \begin{bmatrix} \underline{y} \\ \underline{z} \end{bmatrix} = \left[\frac{\underline{C}}{\underline{T}(\omega_r)} \right]^{-1} \begin{bmatrix} \underline{y} \\ \underline{z} \end{bmatrix}. \quad (3.75)$$

Aby zaprojektowany obserwator liniowy (3.73) mógł być stosowany w układzie sterowania silnika indukcyjnego, należy sprawdzić, czy będzie on stabilny w warunkach, kiedy prędkość kątowa będzie ulegać zmianie, np. w procesach przejściowych.

Przypadek 2: $\omega_r = \omega_r(t) = \text{var}$

Jeżeli prędkość kątowna silnika ulega zmianom w czasie, to w kolejnych chwilach $t_{i+1} = t_i + T_p$ (gdzie T_p - przedział próbkowania) zmieniają się wartości elementów macierzy transformacji $\underline{T}(\omega_r)$, macierzy wagowej $\underline{K}(\omega_r)$ i macierzy wejścia $\underline{H}(\omega_r)$ obserwatora liniowego (3.73). Staje się on układem dynamicznym niestacjonarnym:

$$\dot{\underline{z}} = \underline{F} \underline{z} + \underline{K}(\omega_r(t)) \underline{y} + \underline{H}(\omega_r(t)) \underline{u}. \quad (3.76)$$

W takim przypadku zmienia się postać równania błędu obserwatora w stosunku do postaci (3.71a):

$$\dot{\underline{e}} = \underline{F} \underline{e} + \underline{T}(\omega_r(t)) \underline{x}. \quad (3.77)$$

A więc zaprojektowany obserwator liniowy silnika indukcyjnego w warunkach zmiennej prędkości kątowej jest obserwatorem liniowym niestacjonarnym, przy czym równanie błędu tego obserwatora ma zdecydowanie inną postać niż w przypadku klasycznych obserwatorów niestacjonarnych (1.21) [75], [98]. Wobec tego należy wykazać stabilność rozwiązania równania błędu zaprojektowanego obserwatora.

Równanie (3.77) można przedstawić w postaci:

$$\dot{\underline{e}} = \underline{F} \underline{e} + \underline{g}(\underline{x}, t); \quad \underline{e}(t_0) = \underline{e}_0. \quad (3.78)$$

Ponieważ macierz \underline{F} jest macierzą stałą i jej wartości własne mają ujemne części rzeczywiste, to układ liniowy niezakłócony:

$$\dot{\underline{e}} = \underline{F} \underline{e} \quad (3.79)$$

jest asymptotycznie stabilny dla $t \rightarrow \infty$ (na mocy twierdzenia o asymptotycznej stabilności układów liniowych jednorodnych ([16] - tw. 2 § 8)). Należy udowodnić stabilność asymptotyczną układu zakłóconego (3.78).

Rozwiązanie $\underline{e}(t)$ ($t_0 \leq t < \infty$) spełnia równanie całkowe:

$$\underline{e}(t) = \underline{e}_1(t) + \underline{e}_2(t), \quad (3.80a)$$

w którym:

$$\underline{e}_1(t) = \exp [\underline{F}(t - t_0)] \underline{e}(t_0), \quad (3.80b)$$

$$\underline{e}_2(t) = \int_{t_0}^t \exp [\underline{F}(t - \tau)] \underline{g}(\tau) d\tau. \quad (3.80c)$$

Zakłada się, że:

$$0 < \alpha < -\max_j \operatorname{Re} \{ \lambda_j(\underline{F}) \}, \quad j = 1, 2, \dots, l \quad (3.81)$$

oraz że funkcja wektorowa $\underline{g}(t)$ jest ograniczona w $I_t = (t_0, \infty)$:

$$\sup_t \|\underline{g}(t)\| = M < \infty. \quad (3.82)$$

Stąd

$$\|\underline{e}_1(t)\| \leq N \exp[-\alpha(t - t_0)] \|\underline{e}(t_0)\|, \quad (3.83)$$

gdzie

$N > 0$,

oraz

$$\|\underline{e}_2(t)\| \leq \int_{t_0}^t N M \exp[-\alpha(t - \tau)] d\tau. \quad (3.84)$$

Po wykonaniu całkowania (3.84), przyjmując bez utraty ogólności $t_0 = 0$, otrzymuje się

$$\|\underline{e}_2(t)\| \leq N M \frac{1 - e^{-\alpha t}}{\alpha} < \infty \quad \text{dla } t \geq 0. \quad (3.85)$$

Ponieważ rozwiązanie (3.80a) równania (3.78) jest ograniczone na półosi $0 \leq t_0 \leq t < \infty$:

$$\|\underline{e}(t)\| \leq N \exp[-\alpha(t - t_0)] \|\underline{e}(t_0)\| + N M \frac{1 - e^{-\alpha t}}{\alpha} < \infty, \quad (3.86)$$

to układ opisany równaniem (3.78) jest stabilny.

Funkcja wektora $\underline{g}(t)$ w równaniu (3.78) ma pewną szczególną postać:

$$\underline{g}(t) = \underline{G}(t) \underline{x}(t), \quad (3.87)$$

w której:

$$\underline{G}(t) = \dot{\underline{T}}(\omega_r(t)), \quad (3.88)$$

$\underline{x}(t)$ - wektor zmiennych stanu silnika.

Ponieważ przebiegi składowych wektora stanu silnika są ograniczone w $I_t = (t_0, \infty)$:

$$\sup_t \|\underline{x}(t)\| = K, \quad (3.89)$$

to:

$$\begin{aligned} \|\underline{e}_2(t)\| &\leq \int_{t_0}^t N K \exp[-\alpha(t-\tau)] \underline{G}(\tau) d\tau = \\ &= N K \exp[-\alpha t] \int_{t_0}^t \exp[\alpha\tau] \underline{G}(\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (3.90)$$

Całka w nierówności (3.90) jest zbieżna do zera dla $t \rightarrow \infty$ wtedy, gdy:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \underline{G}(t) = 0, \quad (3.91)$$

czyli istnieje takie $t_1 > t_0$, że

$$\underline{G}(t) < \varepsilon, \text{ gdy } t \geq t_1, \quad (3.92)$$

gdzie

ε - pewna stała dodatnia.

Zatem po uwzględnieniu (3.83) dla $t \geq t_1$:

$$\|\underline{e}(t)\| \leq N \|\underline{e}(t_0)\| \exp[-\alpha(t-t_0)] + N K \varepsilon \exp[-\alpha t]. \quad (3.93)$$

Stąd:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \underline{e}(t) = 0, \quad (3.94)$$

co dowodzi asymptotycznej stabilności układu (3.78) w $I_t = (t_0, \infty)$ [16], [64].

Warunek (3.91) jest zawsze spełniony dla proponowanego obserwatora, gdyż uwzględniając (3.88):

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left[\frac{d}{dt} \underline{T}(\omega_r(t)) \right] = \lim_{t \rightarrow \infty} \left[\frac{\partial \underline{T}}{\partial \omega_r} \cdot \frac{d\omega_r(t)}{dt} \right] = 0, \quad (3.95)$$

ponieważ procesy przejściowe układu napędowego charakteryzują się właściwością:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \omega_r(t) = \omega_r = \text{const}. \quad (3.96)$$

Z dotychczasowych rozważań wynika zatem, że zaproponowany obserwator liniowy silnika indukcyjnego jest globalnie asymptotycznie stabilny zarówno dla $\omega_r = \text{const}$, jak i $\omega_r(t) = \text{var}$.

3.3.3. Modele matematyczne liniowych obserwatorów stanu silnika indukcyjnego

Dla modelu liniowego silnika indukcyjnego sterowanego w układzie wymuszenia składowych napięcia lub prądu stojana (2.20), (2.21) z równaniem wyjścia:

$$\underline{y}^u = \begin{bmatrix} x_1^u & x_2^u \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} i_{sx} & i_{sy} \end{bmatrix}^T = \underline{C}^u \underline{x}^u, \quad (3.97)$$

w którym:

$$\underline{C}^u = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.98)$$

równanie obserwatora stanu zredukowanego rzędu ma postać:

$$\dot{\underline{z}}^u = \underline{F}^u \underline{z}^u + \underline{K}^u \underline{y}^u + \underline{H}^u \underline{u}, \quad (3.99)$$

w której wektor stanu:

$$\underline{z}^u = \text{col}(z_1^u, z_2^u). \quad (3.100)$$

Przyjmuje się więc następującą postać macierzy transformacji \underline{T}^u , spełniającej warunek (3.74):

$$\underline{T}^u = \begin{bmatrix} t_{11}^u & t_{12}^u & 1 & 0 \\ t_{21}^u & t_{22}^u & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.101)$$

Wartości elementów t_{ij}^u macierzy \underline{T}^u oraz wartości elementów macierzy \underline{K}^u będą zależę od prędkości kątowej wirnika ω_r . Wyznacza się je na podstawie równania (3.72), przy założeniu

$$\lambda_1^u = \lambda_2^u = \lambda^u. \quad (3.102)$$

Wartości tych elementów są następujące:

$$t_{11}^u = t_{22}^u = ((\lambda^u + \tau_r)\tau_r - \omega_r \omega_s) / (A_M(\tau_r^2 + \omega_r^2)) \quad (3.103a)$$

$$t_{12}^u = -t_{21}^u = -(\omega_s + A_M \omega_r t_{11}^u) / (A_M \tau_r) \quad (3.103b)$$

$$k_{11}^u = k_{22}^u = t_{11}^u(a_{11}^u - \lambda^u) - \omega_e t_{12}^u + \tau_r X_M \quad (3.104a)$$

$$k_{12}^u = -k_{21}^u = t_{12}^u(a_{22}^u - \lambda^u) + \omega_e t_{11}^u \quad (3.104b)$$

gdzie

$$a_{11}^u = a_{22}^u = -R_S A_R - \tau_R A_M X_M.$$

Model matematyczny obserwatora będzie więc opisany układem równań różniczkowych drugiego rzędu:

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1^u \\ \dot{z}_2^u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1^u & 0 \\ 0 & \lambda_2^u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11}^u & k_{12}^u \\ k_{21}^u & k_{22}^u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1^u \\ x_2^u \end{bmatrix} + A_R \begin{bmatrix} t_{11}^u & t_{12}^u \\ t_{21}^u & t_{22}^u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{sx} \\ u_{sy} \end{bmatrix} \Bigg\} \omega_b. \quad (3.105)$$

Estymaty zmiennych stanu można wyznaczyć na podstawie równania (3.75), czyli:

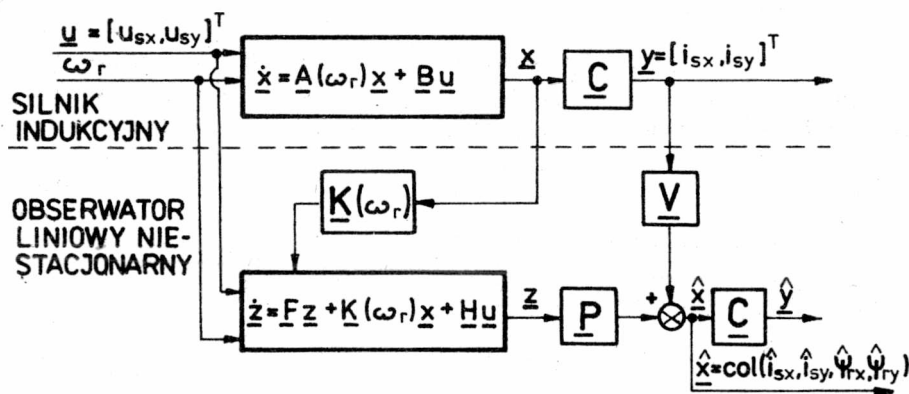
$$\hat{x}_1^u = x_1^u = i_{sx}, \quad (3.106a)$$

$$\hat{x}_2^u = x_2^u = i_{sy}, \quad (3.106b)$$

$$\hat{x}_3^u = \hat{\psi}_{rx} = z_1^u - t_{11}^u \hat{x}_1^u - t_{12}^u \hat{x}_2^u, \quad (3.106c)$$

$$\hat{x}_4^u = \hat{\psi}_{ry} = z_2^u - t_{21}^u \hat{x}_1^u - t_{22}^u \hat{x}_2^u. \quad (3.106d)$$

Schemat ideowy takiego obserwatora przedstawiono na rys. 3.14.



Rys. 3.14. Schemat ideowy liniowego obserwatora niestacjonarnego silnika indukcyjnego

Fig. 3.14. Schematic diagram of linear time-varying state observer for the induction motor

Gdy silnik jest sterowany w układzie wymuszenia amplitudy prądu stojana, dla modelu liniowego (2.22), (2.23), z równaniem wyjścia:

$$\underline{y}^i = \underline{x}_1^i = |\underline{i}_s| = \underline{C}^i \underline{x}^i, \quad (3.107)$$

w którym:

$$\underline{C}^i = [1, 0, 0], \quad (3.108)$$

równanie obserwatora stanu ma postać:

$$\dot{\underline{z}}^i = \underline{F}^i \underline{z}^i + \underline{K}^i \underline{y}^i + \underline{H}^i \underline{u}^i, \quad (3.109)$$

w której wektor stanu:

$$\underline{z}^i = \text{col}(z_1^i, z_2^i). \quad (3.110)$$

Przyjmuje się następującą postać macierzy transformacji \underline{T} :

$$\underline{T}^i = \begin{bmatrix} t_{11}^i & 1 & t_{13}^i \\ t_{21}^i & t_{22}^i & 1 \end{bmatrix}, \quad (3.111)$$

przy czym, aby był zachowany warunek nieosobliwości macierzy \underline{Q} w równaniu (3.74), musi być spełnione:

$$1 - t_{13}^i t_{22}^i \neq 0, \quad (3.112)$$

co z kolei wymaga następującego wyboru wartości własnych obserwatora:

$$\lambda_1^i \neq \lambda_2^i. \quad (3.113)$$

Zgodnie z tymi założeniami, po rozwiązaniu układu równań (3.72) otrzymuje się:

$$t_{11}^i = (\lambda_1^i + \tau_r + t_{13}^i \omega_s) / (\tau_r A_M) \quad (3.114a)$$

$$t_{12}^i = ((\lambda_1^i + \tau_r) \omega_r + \tau_r \omega_s) / ((\lambda_1^i + \tau_r) \tau_r - \omega_r \omega_s), \quad (3.114b)$$

$$t_{21}^i = ((\lambda_2^i + \tau_r) t_{22}^i + \omega_s) / (\tau_r A_M), \quad (3.114c)$$

$$t_{22}^i = ((\lambda_2^i + \tau_r) \tau_r - \omega_r \omega_s) / ((\lambda_2^i + \tau_r) \omega_r + \tau_r \omega_s) \quad (3.114d)$$

oraz

$$k_1^i = t_{11}^i (a_{11}^i - \lambda_1^i) + \tau_r X_M, \quad (3.115a)$$

$$k_2^i = t_{21}^i (a_{22}^i - \lambda_2^i) + t_{22}^i \tau_r X_M, \quad (3.115b)$$

gdzie

$$a_{11}^i = a_{22}^i = -R_s A_r - \tau_r A_M X_M.$$

Przy tak określonych elementach macierzy \underline{T}^i , \underline{F}^i i \underline{K}^i , model matematyczny obserwatora strumienia wirnika silnika sterowanego w układzie wymuszenia amplitudy prądu stojana jest następujący:

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1^i \\ \dot{z}_2^i \end{bmatrix} = \left\{ \begin{bmatrix} \lambda_1^i & 0 \\ 0 & \lambda_2^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1^i \\ z_2^i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1^i \\ k_2^i \end{bmatrix} x_1 + A_r \begin{bmatrix} t_{11}^i \\ t_{21}^i \end{bmatrix} u_{sx} \right\} \omega_b. \quad (3.116)$$

Estymaty zmiennych stanu silnika można wyznaczyć na podstawie (3.75):

$$\hat{x}_1^i = x_1^i = |i_s|, \quad (3.117a)$$

$$\hat{x}_2^i = \hat{\Psi}_{rx} = (z_1^i - t_{13}^i z_2^i + \hat{x}_1^i (t_{13}^i t_{21}^i - t_{11}^i)) / \det, \quad (3.117b)$$

$$\hat{x}_3^i = \hat{\Psi}_{ry} = (z_2^i - t_{22}^i z_1^i + \hat{x}_1^i (t_{11}^i t_{22}^i - t_{21}^i)) / \det, \quad (3.117c)$$

gdzie:

$$\det = 1 - t_{13}^i t_{22}^i. \quad (3.117d)$$

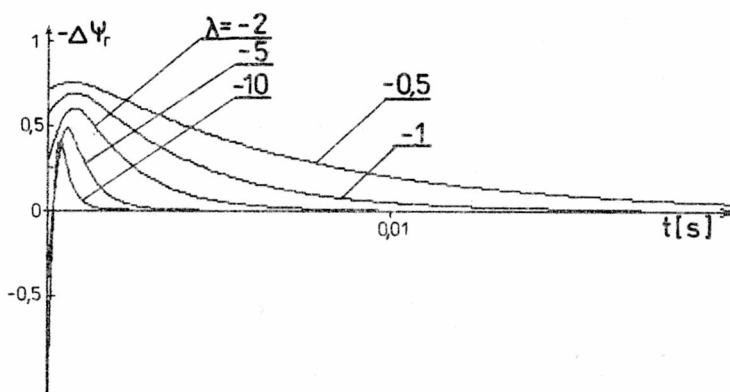
Analiza struktury układów równań różniczkowych (3.105) i (3.116), stanowiących modele matematyczne odpowiednich obserwatorów strumienia wirnika wskazuje, że równania te są odsprzężone pod względem dynamiki, co wynika z wyboru szczególnej struktury macierzy stanu obserwatorów \underline{F}^u i \underline{F}^i , zgodnie z założeniem (3.69). Zmienne stanu obserwatorów są powiązane ze sobą poprzez algebraiczne równania rekonstrukcji stanu (3.106) i (3.117).

Estymaty amplitudy i fazy strumienia wirnika oraz odpowiednie błędy rekonstrukcji tych wielkości można wyznaczyć na podstawie składowych wektorów stanu obserwatorów liniowych \underline{z}^u i \underline{z}^i , zgodnie z zależnościami (3.37)-(3.40).

3.3.4. Analiza właściwości liniowych obserwatorów stanu silnika indukcyjnego

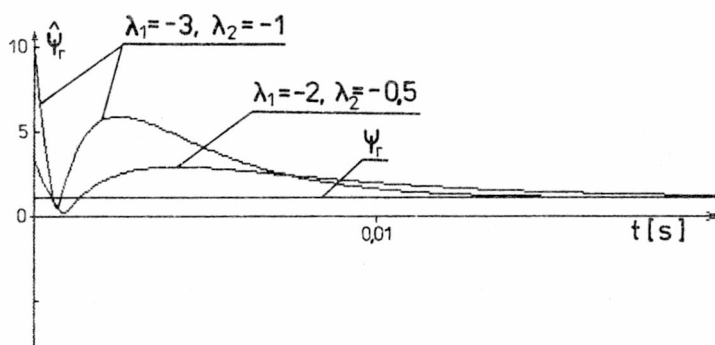
Przeprowadzono wszechstronne badania symulacyjne zaproponowanych obserwatorów liniowych niestacjonarnych w różnych warunkach pracy. Właściwości obserwatorów zostały zilustrowane na przykładzie obserwatorów silnika indukcyjnego SDChm-180-M. Wyniki obliczeń wyznaczników macierzy obserwowalności macierzy stanu modeli silnika (2.20)-(2.23) w warunkach,

gdy jako równania wyjścia przyjęto (3.98) i (3.108), przedstawiono w załączniku 2.



Rys. 3.15. Przebiegi przejściowe błędu rekonstrukcji amplitudy strumienia wirnika liniowego obserwatora silnika indukcyjnego sterowanego napięciowo gdy $\omega_r = \omega_{rN} = 0,91$ [p.u.], a wartości $\lambda_j = \lambda$ są różne

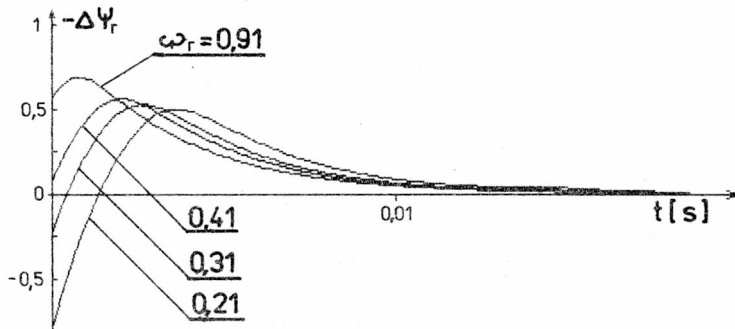
Fig. 3.15. Transients of rotor flux magnitude reconstruction error of the linear observer for voltage-fed induction motor with $\omega_r = \omega_{rN} = 0,91$ [p.u.] and various $\lambda_j = \lambda$



Rys. 3.16. Przebiegi przejściowe amplitudy strumienia wirnika liniowego obserwatora silnika indukcyjnego sterowanego w układzie wymuszenia amplitudy prądu stojana gdy $\omega_r = \omega_{rN} = 0,91$ [p.u.], a wartości λ_1, λ_2 są różne

Fig. 3.16. Transients of rotor flux vector magnitude of linear observer for current-fed induction motor with $\omega_r = \omega_{rN} = 0,91$ [p.u.] and various $\lambda_j = \lambda$

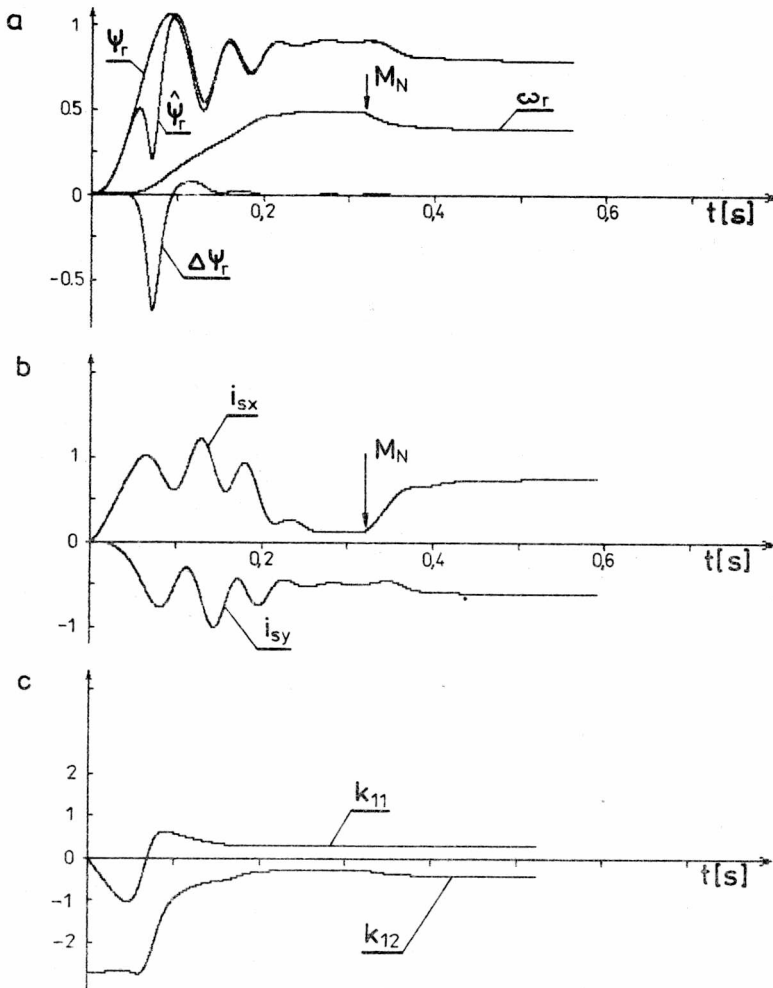
Na rysunkach 3.15 i 3.16 przedstawiono przebiegi przejściowe błędu rekonstrukcji amplitudy wektora strumienia wirnika dla obserwatorów silnika sterowanego w układzie wymuszenia napięcia oraz amplitudy prądu stojana przy różnych zadanych wartościach własnych zaprojektowanych obserwatorów. Symulacje przeprowadzono w warunkach, kiedy silnik pracował



Rys. 3.17. Przebiegi przejściowe błędu rekonstrukcji amplitudy strumienia wirnika obserwatora liniowego gdy $\lambda_j = \lambda = -0,8$, a wartości ustalone prędkości silnika są różne
 Fig. 3.17. Transients of rotor flux vector magnitude reconstruction error of the linear observer with $\lambda_j = \lambda = -0.8$ and various reference values of the rotor speed

przy stałej prędkości kątowej i stałym strumieniu, natomiast obserwator był załączony przy zerowych warunkach początkowych $z_1(t_0) = z_2(t_0) = 0$. Uzyskane przebiegi potwierdzają, że czas zanikania błędów rekonstrukcji stanu nie zależy od prędkości kątowej silnika, lecz tylko od przyjętych wartości własnych macierzy stanu F . Dodatkowym potwierdzeniem tego faktu są przebiegi $\Delta\Psi_r$ przedstawione na rys. 3.17 dla obserwatora silnika sterowanego napięciowo, którego wartości własne $\lambda_j^u = \lambda^u = -0,8$ [p. u.], natomiast prędkości ustalone silnika są różne. Tak więc, podczas pracy silnika w stanie ustalonym, gdy $\omega_r = \text{const}$, odpowiedni dobór wartości własnych obserwatora zapewnia uzyskanie dowolnego tempa zbieżności błędu obserwacji.

Przebadano również zachowanie się niestacjonarnego obserwatora strumienia w przypadku, gdy prędkość kątowa wirnika zmienia się w sposób ciągły, np. w czasie rozruchu częstotliwościowego, zmiany wartości zadanej prędkości kątowej silnika oraz zmiany obciążenia. Na rysunku 3.18 przedstawiono przebiegi przejściowe amplitudy strumienia wirnika Ψ_r , jej estymaty $\hat{\Psi}_r$ oraz błędu rekonstrukcji amplitudy strumienia $\Delta\Psi_r$ jak również przebieg prędkości kątowej silnika, który charakteryzuje analizowane procesy przejściowe. Wyniki symulacji potwierdziły wnioski z analizy stabilności obserwatora przedstawione w p. 3.3.2. Błąd rekonstrukcji wektora strumienia silnika zdąża do zera, gdy $\omega_r(t) \rightarrow \omega_r = \text{const}$, przy czym największe wartości osiąga w początkowej fazie procesu przejściowego silnika, wówczas, gdy przebiegi zmiennych stanu silnika (składowych wektora prądu stojana) ulegają dużym wahaniom, np. w czasie rozruchu częstotliwościowego silnika w układzie sterowania zewnętrznego (rys. 3.18b). Gdy natomiast silnik pracuje w układzie sterowania

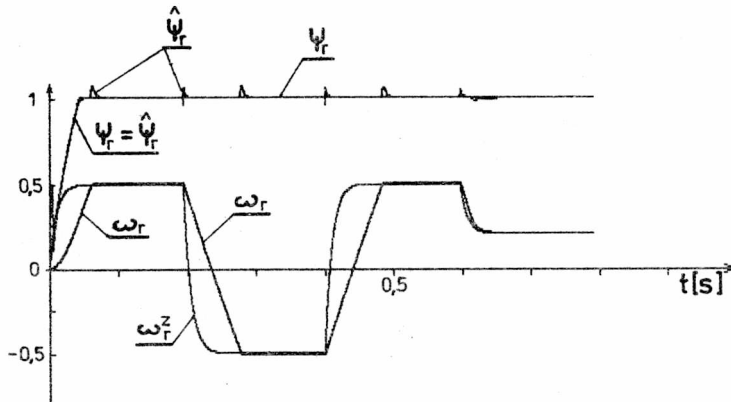


Rys. 3.18. Przebiegi przejściowe amplitudy strumienia wirnika, jej estymaty, błędu rekonstrukcji strumienia, prędkości kątownej wirnika (a), składowych prądu stojana (b) i wybranych współczynników wagowych (c) w czasie rozruchu i zmiany obciążenia silnika: $\omega_e = 0,5$ [p.u.], $\lambda_j = \lambda = -1$

Fig. 3.18. Transients of rotor flux vector magnitude, its estimate, flux reconstruction error, rotor angular speed (a), stator current coordinates (b) and chosen weight coefficients (c) during starting-up of the motor and its load torque changes:

$$\omega_r = 0,5 \text{ [p.u.]}, \lambda_j = \lambda = -1$$

wewnętrzny, a zwłaszcza sterowania polowo-zorientowanego [30], [51], kiedy przebiegi przejściowe składowych prądu i_{sx} , i_{sy} są kontrolowane w zamkniętych układach regulacji, wówczas przebiegi przejściowe błędu odtworzenia strumienia wirnika charakteryzują się mniejszymi przeregulowaniami (rys. 3.19).



Rys. 3.19. Przebiegi przejściowe amplitudy strumienia wirnika, jej estymaty i prędkości kątowej silnika indukcyjnego w zamkniętym układzie sterowania wektorowego, $\lambda_j = \lambda = -1$
 Fig. 3.19. Transients of rotor flux vector magnitude, its estimate and rotor angular speed in closed-loop vector control system of the induction motor, $\lambda_j = \lambda = -1$

Wszystkie prezentowane badania symulacyjne zostały wykonane przy założeniu, że parametry występujące w modelu matematycznym obserwatora są równe aktualnym wartościom parametrów silnika. Kiedy parametry silnika ulegają zmianom w czasie pracy układu napędowego, co dotyczy głównie zmian wartości rezystancji wirnika i w mniejszym stopniu rezystancji stojana wskutek zmian temperatury pracy silnika, pojawiają się odchylenia estymaty amplitudy i fazy wektora strumienia od ich rzeczywistych wartości.

W tabeli 3.1 zestawiono wartości ustalone błędów rekonstrukcji amplitudy ($\Delta\Psi_r[\%] = 100(\hat{\Psi}_r - \Psi_r)/\Psi_r$) i fazy ($\Delta\gamma_\Psi[^\circ] = \hat{\gamma}_\Psi - \gamma_\Psi$) wektora strumienia wirnika przy zmianach wartości rezystancji wirnika w zakresie $\pm 30\%$ i $\pm 50\%$ oraz rezystancji stojana w zakresie $\pm 10\%$ i $\pm 30\%$ w stosunku do ich znamionowych wartości. Analiza otrzymanych wyników wskazuje, że błędy wprowadzone przez obserwator, którego parametry różnią się od aktualnych parametrów silnika, są pomijalnie małe w zakresie wyższych prędkości silnika, zwiększają się natomiast wraz ze zmniejszaniem wartości ustalonej prędkości. Jednakże błędy te są mniejsze niż błędy wprowadzone przez model wirnika (użyty w charakterze obserwatora) [47] lub przez obserwator zaprezentowany w [7] (głównie dotyczy to błędów fazy wektora strumienia).

Eliminacja odchylen estymat zmiennych stanu wprowadzonych przez obserwatory, powodowanych błędnym oszacowaniem wartości parametrów w modelu matematycznym obserwatora, jest możliwa tylko poprzez realizację identyfikacji wybranych parametrów silnika w czasie rzeczywistym. Jedno z możliwych rozwiązań tego zagadnienia zostało zaproponowane w rozdz. 4.

T a b e l a 3.1

Wartości maksymalne błędów amplitudy i fazy wektora strumienia wirnika przy zmianach rezystancji stojana i wirnika

ω_r		ΔR_r	ΔR_s	$\Delta \Psi_r$	$\Delta \gamma_\Psi$
[p.u.]	[rad/s]	[%]	[%]	[%]	[%]
0,91	95,4	± 30		2,92	0,16
0,66	69,2	± 30		4,01	0,23
0,41	43,0	± 30		6,49	0,45
0,16	16,8	± 30		17,95	2,23
0,06	6,3	± 30		24,83	7,56
0,91	95,4	± 50		4,84	0,28
0,66	69,2	± 50		6,68	0,43
0,41	43,0	± 50		10,67	0,86
0,16	16,8	± 50		27,95	3,29
0,06	6,3	± 50		31,86	8,88
0,91	95,4		± 10	0,62	0,14
0,66	69,2		± 10	0,86	0,20
0,41	43,0		± 10	1,28	0,33
0,16	16,8		± 10	3,16	1,16
0,06	6,3		± 10	3,87	2,44
0,91	95,4		± 30	1,86	0,42
0,66	69,2		± 30	2,50	0,60
0,41	43,0		± 30	3,79	1,03
0,16	16,8		± 30	7,39	1,91
0,06	6,3		± 30	9,97	4,10

3.3.5. Podsumowanie

Przedstawione w podrozdz. 3.3 liniowe niestacjonarne obserwatory stanu silnika indukcyjnego stanowią istotnie rozwiązanie kompromisowe w stosunku do analizowanych wcześniej obserwatorów nieliniowych i biliniowych. Zarówno analiza teoretyczna (p. 3.3.2), jak i wszechstronne badania symulacyjne (p. 3.3.4) wskazują, że obserwatory te łączą w sobie zalety obserwatorów nieliniowych i biliniowych, takie jak: stabilność globalna, szybkość zanikania błędu obserwacji, brak błędów ustalonych w przypadku zmiany punktu pracy ustalonej silnika przy zachowaniu podstawowego postulatu autorki, a mianowicie możliwości swobodnego kształtowania ich właściwości dynamicznych poprzez odpowiedni wybór wartości własnych obserwatora.

Ponadto wykazano, że dla silnika indukcyjnego, który jest obiektem nieliniowym, dzięki przyjęciu założenia o dyskretyzacji prędkości kątowej w czasie możliwe jest zaprojektowanie obserwatora liniowego typu Luenbergera, który nie wprowadza uchybów ustalonych przy zmianie punktu pracy ustalonej silnika, co jest cechą charakterystyczną obserwatorów liniowych projektowanych dla zlinearyzowanych modeli obiektów nieliniowych [58], [91].

Na podstawie analizy właściwości niestacjonarnych obserwatorów liniowych silnika indukcyjnego można sformułować następujące wnioski szczególne:

1. Zaprojektowane obserwatory strumienia wirnika charakteryzują się dużą szybkością działania, przy czym szybkość zanikania błędów obserwacji zależy tylko od wybranych wartości własnych obserwatora.
2. Właściwości dynamiczne obserwatorów nie zależą od wartości ustalonej prędkości kątowej silnika.
3. Gdy prędkość kątowa silnika jest stała, błędy rekonstrukcji składowych strumienia wirnika zanikają wykładniczo, bez oscylacji.
4. Kiedy prędkość kątowa silnika zmienia się $\omega_r(t) = \text{var}$, przebiegi przejściowe błędów rekonstrukcji wektora stanu silnika zależą nie tylko od wartości własnych, lecz również od charakteru zmian dostępnych pomiarowo zmiennych stanu silnika (składowych prądu stojana).
5. Gdy $\omega_r(t) = \omega_r = \text{const}$, wówczas opracowane obserwatory strumienia wirnika można zaliczyć do klasy liniowych obserwatorów stacjonarnych, gdy natomiast $\omega_r(t) = \text{var}$ - do klasy liniowych obserwatorów niestacjonarnych.
6. Niedokładne określenie wartości parametrów modelu obserwatora w stosunku do rzeczywistych parametrów silnika powoduje błędy ustalone amplitudy i fazy wektora strumienia, których wartości zmniejszają się znacznie przy zwiększaniu prędkości kątowej wirnika.

4. ODTWARZANIE ZMIENNYCH STANU I PARAMETRÓW SILNIKA INDUKCYJNEGO - OBSERWATOR ROZSZERZONY NIESTACJONARNY

4.1. Wprowadzenie

Obserwatory stanu typu Luenbergera stanowią właściwe rozwiązanie zagadnienia estymacji wektora stanu w układach, których parametry są znane [55], [92]. Jeśli wystąpią błędy w określeniu wartości parametrów przyjętych do wyznaczenia elementów odpowiednich macierzy obserwatora,

proceedzi to do błędnego obliczenia estymat wektora stanu i utraty działania obserwacji.

Dla układu liniowego:

$$\dot{\underline{x}} = \underline{A}_N \underline{x} + \underline{B}_N \underline{u}, \quad (4.1)$$

$$\underline{y} = \underline{C}_N \underline{x}, \quad (4.2)$$

gdzie indeks N oznacza znamionowe wartości elementów odpowiednich macierzy obiektu, określone dla znamionowych (lub aktualnych) wartości parametrów układu, równanie obserwatora stanu, w ogólnym przypadku - rzędu zredukowanego, będzie następujące (rozdz. 1.2):

$$\dot{\underline{z}} = \underline{F}_N \underline{z} + \underline{K}_N \underline{y} + \underline{H}_N \underline{u}. \quad (4.3)$$

Obserwator ten zapewni asymptotycznie stabilne odtworzenie wektora stanu, jeśli wartości własne macierzy \underline{F}_N będą miały ujemne części rzeczywiste, a macierze obiektu i obserwatora będą spełniały warunki:

$$\underline{T} \underline{A}_N - \underline{F}_N \underline{T} = \underline{K}_N \underline{C}_N, \quad (4.4a)$$

$$\underline{H}_N = \underline{T} \underline{B}_N. \quad (4.4b)$$

W razie powstania odchyłeń $\delta \underline{F}$, $\delta \underline{K}$ i $\delta \underline{H}$ elementów macierzy obserwatora \underline{F} , \underline{K} i \underline{H} od ich znamionowych wartości \underline{F}_N , \underline{K}_N i \underline{H}_N :

$$\underline{F} = \underline{F}_N + \delta \underline{F}, \quad (4.5a)$$

$$\underline{K} = \underline{K}_N + \delta \underline{K}, \quad (4.5b)$$

$$\underline{H} = \underline{H}_N + \delta \underline{H}, \quad (4.5c)$$

asymptotyczna stabilność równania błędu obserwatora będzie zachowana tylko wówczas, gdy będą spełnione następujące warunki:

$$\operatorname{Re} \{ \lambda_j(\underline{F}_N + \delta \underline{F}) \} < 0, \quad j = 1, \dots, p, \quad (4.6a)$$

$$(\underline{F}_N + \delta \underline{F}) \underline{T} + (\underline{K}_N + \delta \underline{K}) \underline{C}_N - \underline{T} \underline{A}_N = \underline{0}, \quad (4.6b)$$

$$(\underline{H}_N + \delta \underline{H}) - \underline{T} \underline{B}_N = \underline{0}. \quad (4.6c)$$

Po uwzględnieniu (4.4) otrzymuje się

$$\delta \underline{F} \underline{T} + \delta \underline{K} \underline{C}_N = \underline{0}, \quad (4.7a)$$

$$\delta \underline{H} = \underline{0}. \quad (4.7b)$$

Wynika z tego, że warunki (4.6) mogą być spełnione tylko wtedy, kiedy $\delta \underline{F} = \delta \underline{K} = \delta \underline{H} = 0$, w przeciwnym przypadku równanie błędu obserwatora będzie zawierało dodatkowy składnik \underline{e}_2 :

$$\dot{\underline{e}} = \underline{e}_1 + \underline{e}_2 = \underline{F}_N \underline{e} + (\delta \underline{F} \underline{T} + \delta \underline{K} \underline{C}_N) \underline{x} + \delta \underline{H} \underline{u}, \quad (4.8)$$

który dla $\underline{x} \neq 0$, $\underline{u} \neq 0$ i $t \rightarrow \infty$ będzie dążył do wartości błędu ustalonego [64]:

$$\underline{e}_2 \text{ ust} = - \underline{F}_N^{-1} \underline{e}_2 (\delta \underline{F}, \delta \underline{K}, \delta \underline{H}, \underline{x}, \underline{u}), \quad (4.9)$$

gdzie

\underline{F}_N - macierz nieosobliwa.

Jeśli więc występują błędy w określaniu parametrów macierzy obserwatora, spowodowane niedokładną znajomością parametrów obiektu, to następuje odchylenie estymat wektora stanu od ich rzeczywistych wartości i działanie obserwacji ulega zakłóceniu. Zostało to między innymi potwierdzone w analizie wpływu błędów rezystancji stojana i wirnika na estymaty wektora strumienia wirnika, przeprowadzonej w p. 3.3.4.

W teorii obserwatorów układów liniowych stacjonarnych były stosowane różne metody rozwiązania tego problemu [67]. Do najciekawszych można zaliczyć zastosowanie obserwatorów adaptacyjnych [12], [45], [46], [49], [57], projektowanych na podstawie teorii stabilności Lapunowa, oraz obserwatory inwariantne względem parametrów [9], [10], [29].

W przypadku obserwatorów stanu silników indukcyjnych nie wszystkie parametry schematu zastępczego silnika w jednakowym stopniu wpływają na dokładność odtworzenia wektora stanu, a zwłaszcza wektora strumienia wirnika. Jak wynika z analizy [7], [48], [72], maksymalny wpływ na dokładność wyznaczenia estymaty strumienia wirnika mają błędy popełnione w określeniu wartości rezystancji wirnika. Przy zmianach rezystancji stojana i reaktancji rozproszeń w zakresie $\pm 50\%$ ich wartości znamionowej błędy ustalone estymaty strumienia wahają się w granicach od $\pm 1\%$ do $\pm 3\%$, natomiast przy zmianach rezystancji wirnika w tych samych granicach, błędy te wynoszą nawet $\pm 15\%$. Ponadto błędy te zwiększają się przy zmniejszaniu wartości prędkości ustalonej silnika [7], [72]. Wartość reaktancji magnesującej X_M również wpływa na dokładność estymaty strumienia, ale stanowi to znacznie mniejszy problem, gdyż kiedy strumień silnika jest sterowany w układzie zamkniętym można korzystać z aktualnej wartości tego parametru [48]. Wobec tego w układach napędowych z silnikami indukcyjnymi, zwłaszcza w układach wykorzystujących metody sterowania wektorowego, były stosowane różne metody identyfikacji rezystancji wirnika jako parametru, którego błędne oszacowanie powoduje nie tylko błędy w układzie odtwarzającym strumień (obserwatora lub modelu

wirnika), ale również przy wyznaczaniu wartości zadanej poślizgu wirnika [30], [48], [63], [65], [88].

Typowe metody wyznaczenia rezystancji wirnika polegają na porównywaniu wartości strumienia wirnika (lub siły elektromotorycznej) obliczonego z uwzględnieniem rezystancji R_r i bez jej uwzględnienia w celu identyfikacji rzeczywistej wartości R_r [66], [85]. Zakres stosowalności tych metod jest jednak ograniczony, gdyż podczas pracy silnika z momentem obciążenia równym zeru w stanie ustalonym wielkości porównywane nie zależą od R_r i algorytm identyfikacji nie może być stosowany. Inna metoda identyfikacji R_r , polegająca na wykorzystaniu pseudolosowego sygnału binarnego [22] ma podobne ograniczenia, a ponadto - wskutek konieczności oddziaływania na silnik dodatkowym sygnałem testującym - podczas jej stosowania występują zakłócenia w normalnej pracy silnika.

Aby identyfikować na bieżąco wartość stałej czasowej wirnika, Garcés [23] stosował metodę wyznaczania pewnej funkcji mocy biernej obliczanej na podstawie pomiarów napięć i prądów stojana, podczas gdy Harms i Leonhard [31] używali w tym celu impedancji stojana wyznaczonej dla częstotliwości harmonicznej podstawowej za pomocą szybkiej transformacji Fouriera prądów i napięć stojana. Kubota [48] wyznaczał rezystancję wirnika wykorzystując związki pomiędzy równaniem wyjścia silnika oraz rozwiązaniem opisującego go liniowego równania stanu przy założeniu stałej - w przedziale próbkowania - wartości prędkości kątowej, częstotliwości i napięcia. Metodę tę można jednak stosować tylko w stanie ustalonym oraz wówczas, gdy moment obciążenia silnika jest różny od zera. Matsuo i Lipo [56] obliczali rezystancję wirnika w stanie ustalonym na podstawie prądów i napięć stojana kolejnościami przeciwnej. Sugimoto i Tamai [88] zaproponowali zastosowanie układu adaptacyjnego z modelem odniesienia. Ich metoda okazała się efektywna we wszystkich warunkach pracy silnika. Zai i Lipo [99] zastosowali rozszerzony filtr Kalmana do estymacji rezystancji wirnika. Metodę tę można stosować tylko w warunkach pracy ustalonej silnika.

We wszystkich omówionych publikacjach zagadnienie identyfikacji rezystancji było traktowane niezależnie od zagadnienia estymacji wektora stanu silnika. Problemy te były rozwiązywane jednocześnie jedynie w pracach [14], [39]. W pracy [14] zastosowano adaptacyjny obserwator, zaprojektowany zgodnie z metodą Kreisselmeiera [45], natomiast w [39] Kaźmierkowski i Nielsen przedstawili symulator strumienia z korekcyjnym sprzężeniem zwrotnym, współpracujący z układem adaptacji stałej czasowej wirnika i reaktancji magnesującej.

Autorka niniejszej pracy zaproponowała zastosowanie metodycznie jednorodnego podejścia do zagadnienia estymacji wektora strumienia wirnika i identyfikacji stałej czasowej wirnika, a mianowicie zaprojektowa-

nie rozszerzonego obserwatora niestacjonarnego typu Luenbergera [73], [76],[77], umożliwiającego estymację tych wielkości zarówno w stanach przejściowych, jak i ustalonych.

Pojęcie obserwatora rozszerzonego zostało po raz pierwszy użyte przez Takatę, Uedę, Tsuji i in. w pracach [91] dotyczących projektowania obserwatorów liniowych układów nieliniowych. Zastosowali oni technikę linearyzacji przez rozwinięcie funkcji opisujących obiekt nieliniowy w szereg Taylora w odniesieniu do ostatniej wyestymowanej wartości wektora stanu, a nie stałej wartości znamionowej (co zachodziło przy konstrukcji liniowych obserwatorów Luenbergera dla zlinearyzowanych wokół punktu pracy znamionowej nieliniowych układów dynamicznych). Wyrazy trzeciego rzędu i wyższe zostały pominięte, a dla wyrazów drugiego rzędu wprowadzono dodatkowe zmienne stanu, dzięki czemu otrzymano rozszerzony zlinearyzowany model, dla którego zaprojektowano liniowy dyskretny obserwator niestacjonarny.

Dote [19] natomiast zastosował stochastyczny nieliniowy filtr do jednoczesnej estymacji rezystancji i zmiennych stanu silnika indukcyjnego, który jednak wymaga dużej liczby obliczeń numerycznych. Filtr ten został zaprojektowany dla nieliniowego modelu matematycznego silnika, w którym wektor zmiennych stanu rozszerzono o dodatkowe zmienne, którymi były wybrane parametry silnika (rezystancje stojana i wirnika).

Metoda syntezy rozszerzonego liniowego obserwatora niestacjonarnego dla silnika indukcyjnego, opracowana przez autorkę, wykorzystuje pewne sugestie zawarte w wymienionych pracach, a mianowicie:

- rozszerzenie wektora stanu silnika o nowe zmienne stanu, którymi są wybrane parametry silnika,
- linearyzację modelu matematycznego wokół wartości wektora stanu wyestymowanej w poprzednim kroku obliczeniowym.

W metodzie tej wykorzystano algorytm projektowania niestacjonarnego obserwatora liniowego dla silnika indukcyjnego przedstawiony w p. 3.3.3.

4.2. Metoda syntezy niestacjonarnego rozszerzonego obserwatora wektora stanu i parametrów

4.2.1. Sformułowanie problemu

Dla nieliniowego układu dynamicznego opisanego równaniami stanu:

$$\dot{\underline{x}} = \underline{\varphi}(\underline{x}) + \underline{B} \underline{u}, \quad (4.10)$$

$$\underline{y} = \underline{C} \underline{x}, \quad (4.11)$$

w którym:

$$\underline{x} = \underline{x}(t) \in R^n, \quad \underline{y} = \underline{y}(t) \in R^m,$$

zawierającego p nieznanymi parametrów, tworzy się model rozszerzony:

$$\dot{\underline{x}}_r = \underline{f}(\underline{x}_r) + \underline{B}_r \underline{u}, \quad (4.12)$$

$$\underline{y} = \underline{C}_r \underline{x}_r, \quad (4.13)$$

w którym wektor nieznanymi parametrów \underline{x}_p został dołączony do wektora zmiennych stanu \underline{x}_n w następujący sposób:

$$\underline{x}_r = \begin{bmatrix} \underline{x}_n \\ \underline{x}_p \end{bmatrix}, \quad (4.14)$$

przy czym

$$\underline{x}_p \in R^p, \quad \underline{x}_n = \underline{x}, \quad \underline{x}_r = \underline{x}_r(t) \in R^{n+p},$$

$$\dot{\underline{x}}_{n+1} = 0, \quad \dot{\underline{x}}_{n+2} = 0, \quad \dots, \quad \dot{\underline{x}}_{n+p} = 0,$$

oraz

$$\underline{C}_r = \begin{bmatrix} \underline{C} & \underline{0} \end{bmatrix}, \quad (4.15)$$

$$\underline{B}_r = \begin{bmatrix} \underline{B} \\ \underline{0} \end{bmatrix}. \quad (4.16)$$

Funkcję \underline{f} w równaniu (4.12) rozkłada się w szereg Taylora wokół wartości $\underline{\xi}$ będącej estymatą rozszerzonego wektora stanu \underline{x}_r wyznaczoną w poprzednim kroku obliczeniowym. Zakłada się stałość wartości $\underline{\xi}$ w danym kroku obliczeniowym. Po pominięciu wyrazów drugiego i wyższych rzędów w rozwinięciu szeregu Taylora otrzymuje się zlinearyzowaną postać modelu (4.12):

$$\dot{\underline{x}}_r = \underline{A}_r \underline{x}_r + \underline{B}_r \underline{u} + \underline{g}(\underline{\xi}), \quad (4.17)$$

w której:

$$\underline{A}_r = \begin{bmatrix} \underline{A}_1 & \underline{A}_2 \\ \underline{0} & \underline{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial \underline{f}(\underline{x}_r)}{\partial \underline{x}_n} \right|_{\underline{x}_r = \underline{\xi}} & \left. \frac{\partial \underline{f}(\underline{x}_r)}{\partial \underline{x}_p} \right|_{\underline{x}_r = \underline{\xi}} \\ \underline{0} & \underline{0} \end{bmatrix}, \quad (4.18)$$

$$\underline{g}(\underline{\xi}) = \begin{bmatrix} \underline{g}_n(\underline{\xi}) \\ \underline{0} \end{bmatrix}, \quad (4.19)$$

oraz:

$$\underline{g}_n(\underline{\xi}) = \underline{f}_n(\underline{\xi}) - \underline{A}_1 \underline{\xi}_n - \underline{A}_2 \underline{\xi}_p, \quad (4.20a)$$

$$\underline{f}_n(\underline{\xi}) = \underline{f}_n(\underline{x}_r) \Big|_{\underline{x}_r = \underline{\xi}}. \quad (4.20b)$$

Równanie (4.17) jest równaniem różniczkowym liniowym, przy czym $\underline{g}(\underline{\xi})$ jest wartością stałą w danym kroku obliczeniowym. Zgodnie z teorią Luenbergera [55] dla takiego modelu obiektu zakłada się następującą postać obserwatora liniowego zredukowanego rzędu:

$$\dot{\underline{z}} = \underline{F} \underline{z} + \underline{K} \underline{y} + \underline{H} \underline{u} + \underline{G}(\underline{\xi}), \quad (4.21)$$

gdzie

$$\underline{z} = \underline{z}(t) \in \mathbb{R}^{n-m+p}.$$

W obserwatorze tym macierze \underline{F} , \underline{K} , \underline{H} , \underline{G} są powiązane z macierzami równania stanu (4.17) i (4.13) zależnościami:

$$\underline{T} \underline{A}_r - \underline{F} \underline{T} = \underline{K} \underline{C}_r, \quad (4.22a)$$

$$\underline{H} = \underline{T} \underline{B}_r, \quad (4.22b)$$

$$\underline{G}(\underline{\xi}) = \underline{T} \underline{g}(\underline{\xi}), \quad (4.22c)$$

oraz

$$\operatorname{Re} \{ \lambda_j(\underline{F}) \} < 0, \quad j = 1, 2, \dots, n-m+p, \quad (4.22d)$$

przy czym para macierzy $\{ \underline{C}_r, \underline{A}_r \}$ powinna spełniać warunek obserwowalności [81].

Zakłada się następującą postać macierzy stanu obserwatora:

$$\underline{F} = \operatorname{diag}(\underline{F}_1, \underline{F}_2), \quad (4.23a)$$

$$\underline{F}_1 = \operatorname{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n-m}), \quad (4.23b)$$

$$\underline{F}_2 = \operatorname{diag}(\lambda_{n-m+1}, \lambda_{n-m+2}, \dots, \lambda_{n-m+p}). \quad (4.23c)$$

Po uwzględnieniu (4.22) i (4.23) równanie obserwatora (4.21) przyjmuje następującą postać:

$$\begin{bmatrix} \dot{\underline{z}}_{n-m} \\ \dot{\underline{z}}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{F}_1 & \underline{O} \\ \underline{O} & \underline{F}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{z}_{n-m} \\ \underline{z}_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{K}_1 & \underline{C} \\ \underline{K}_2 & \underline{C} \end{bmatrix} \underline{x}_n + \begin{bmatrix} \underline{T}_{11} \\ \underline{T}_{21} \end{bmatrix} \underline{B} \underline{u} + \begin{bmatrix} \underline{T}_{11} \\ \underline{T}_{21} \end{bmatrix} \underline{g}_n(\underline{\xi}), \quad (4.24)$$

przy czym macierze \underline{T}_{11} i \underline{T}_{21} są podmacierzami macierzy transformacji wektora zmiennych stanu \underline{x}_r :

$$\underline{T} = \begin{bmatrix} \underline{T}_{11} & \underline{T}_{12} \\ \underline{T}_{21} & \underline{T}_{22} \end{bmatrix}. \quad (4.25)$$

Elementy macierzy \underline{T} oraz \underline{K} można wyznaczyć analogicznie jak w przypadku liniowych obserwatorów strumienia silnika (p. 3.3.2) na podstawie równania (4.22a), które - po wykonaniu odpowiednich działań na macierzach - przyjmuje postać układu równań macierzowych:

$$\underline{T}_{11} \underline{A}_1 - \underline{F}_1 \underline{T}_{11} = \underline{K}_1 \underline{C}, \quad (4.26a)$$

$$\underline{T}_{11} \underline{A}_2 - \underline{F}_1 \underline{T}_{12} = \underline{0}, \quad (4.26b)$$

$$\underline{T}_{21} \underline{A}_1 - \underline{F}_2 \underline{T}_{21} = \underline{K}_2 \underline{C}, \quad (4.26c)$$

$$\underline{T}_{21} \underline{A}_2 - \underline{F}_2 \underline{T}_{22} = \underline{0}. \quad (4.26d)$$

Szczególne postacie macierzy stanu obserwatora (4.23) powoduje, że układy równań: dla zmiennych stanu ($n-m$) oraz dla dodatkowych zmiennych stanu (p) są odsprężone pod względem dynamiki, czyli obserwator rozszerzony składa się z dwóch podukładów:

- obserwatora stanu zredukowanego rzędu

$$\dot{\underline{z}}_{n-m} = \underline{F}_1 \underline{z}_{n-m} + \underline{K}_1 \underline{C} \underline{x}_n + \underline{T}_{11} \underline{B} \underline{u} + \underline{T}_{11} \underline{g}_n(\underline{\xi}) \quad (4.27a)$$

- identyfikatora parametrów

$$\dot{\underline{z}}_p = \underline{F}_2 \underline{z}_p + \underline{K}_2 \underline{C} \underline{x}_n + \underline{T}_{21} \underline{B} \underline{u} + \underline{T}_{21} \underline{g}_n(\underline{\xi}). \quad (4.27b)$$

Zmienne stanu obu podukładów są powiązane ze sobą za pomocą równań algebraicznych:

$$\begin{bmatrix} \underline{z}_{n-m} \\ \underline{z}_p \end{bmatrix} = \underline{T} \underline{x}_r = \begin{bmatrix} \underline{T}_{11} & \underline{T}_{12} \\ \underline{T}_{21} & \underline{T}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}_n \\ \underline{x}_p \end{bmatrix}, \quad (4.28)$$

$$\underline{y} = \begin{bmatrix} \underline{C} & \underline{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}_n \\ \underline{x}_p \end{bmatrix}, \quad (4.29)$$

na podstawie których można wyznaczyć estymaty wektora stanu $\hat{\underline{x}}$ i wektora parametrów $\hat{\underline{x}}_p$. Na podstawie (4.28) i (4.29):

$$\begin{bmatrix} \underline{y} \\ \underline{z}_{n-m} - \underline{T}_{12} \underline{x}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{C} \\ \underline{T}_{11} \end{bmatrix} \underline{x}_n,$$

skąd po uwzględnieniu (4.26b)

$$\underline{T}_{12} = \underline{F}_1^{-1} \underline{T}_{11} \underline{A}_2$$

otrzymuje się zależność określającą wartość estymaty wektora stanu

$$\hat{\underline{x}}_n = \begin{bmatrix} \underline{C} \\ \underline{T}_{11} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \underline{y} \\ \underline{z}_{n-m} - \underline{T}_{12} \hat{\underline{x}}_p \end{bmatrix}, \quad (4.30)$$

przy czym musi być spełniony warunek nieosobliwości macierzy

$$\begin{bmatrix} \underline{C} \\ \underline{T}_{11} \end{bmatrix}.$$

Podobnie na podstawie (4.28) i (4.26d) wyznacza się wartość estymaty parametru:

$$\hat{\underline{x}}_p = (\underline{T}_{21} \underline{A}_2)^{-1} \underline{F}_2 (\underline{z}_p - \underline{T}_{21} \hat{\underline{x}}_n). \quad (4.31)$$

Równania (4.24) oraz (4.30) i (4.31) stanowią pełny model matematyczny rozszerzonego obserwatora stanu.

Ponieważ elementy macierzy \underline{A}_1 i \underline{A}_2 modelu obiektu zależą od wartości estymaty rozszerzonego wektora stanu $\underline{\xi}$ w danym kroku obliczeniowym, to z równań (4.26) po uwzględnieniu (4.22d) i (4.23) wynika, że zarówno elementy macierzy transformacji \underline{T}_{11} , \underline{T}_{12} , \underline{T}_{21} , \underline{T}_{22} , jak i macierzy wagowych \underline{K}_1 , \underline{K}_2 będą również zależały od $\underline{\xi}$. Wobec tego algorytm obliczeń numerycznych dla obserwatora rozszerzonego będzie następujący:

krok T_i

1. Aktualizacja zmiennych stanu i parametrów:

$$\hat{\underline{x}}_n(T_{i-1}) \rightarrow \underline{\xi}_n; \quad \hat{\underline{x}}_p(T_{i-1}) \rightarrow \underline{\xi}_p;$$

2. Obliczenie $\underline{T}(\underline{\xi})$, $\underline{K}(\underline{\xi})$, $\underline{g}_n(\underline{\xi})$;

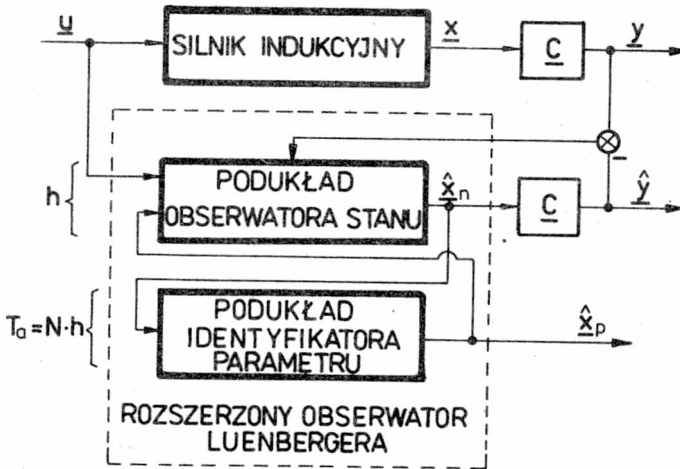
3. Rozwiązanie układu równań (4.24) $\rightarrow \underline{z}_{n-m+p}$;

4. Obliczenie estymat wektora stanu (4.30) $\rightarrow \hat{\underline{x}}_n(T_i)$ i parametrów (4.31) $\rightarrow \hat{\underline{x}}_p(T_i)$.

5. Przejście do następnego kroku obliczeń T_{i+1} .

Analiza tego algorytmu wskazuje, że liczba obliczeń numerycznych w każdym kroku jest stosunkowo duża. Informacje o wartościach estymat stanu i parametrów są uzyskiwane w każdym kroku, przy czym aktualizacja

cja wektora stanu i parametrów odbywa się jednocześnie. Aby uzyskać adekwatność estymat i rzeczywistych wartości składowych rozszerzonego wektora stanu, należy dążyć do tego, by przedziały aktualizacji były małe w porównaniu ze stałymi czasowymi obiektu. Ponieważ estymaty zmiennych stanu będą wykorzystywane w algorytmach sterowania obiektem (silnikiem indukcyjnym), to informacje o ich wartościach muszą być podawane do układu sterującego w sposób ciągły. Wymaga to istotnego zmniejszenia kroku obliczeniowego, a więc skrócenia przedziałów aktualizacji, co natychmiast istotnie zwiększa liczbę obliczeń wymaganych w algorytmie działania obserwatora rozszerzonego.



Rys. 4.1. Schemat strukturalny rozszerzonego obserwatora wektora stanu i parametrów

Fig. 4.1. Structural diagram of the extended state and parameter observer

Model matematyczny podukładu obserwatora stanu (4.27a) jest jednak opisany układem równań różniczkowych liniowych, stacjonarnych względem estymaty parametru uzyskanej w wyniku ostatniej aktualizacji. Wobec tego estymaty zmiennych stanu mogą być uzyskiwane częściej przy małym kroku całkowania pomiędzy aktualizacjami parametrów, czyli podukłady obserwatora stanu i identyfikatora parametrów mogą pracować asynchronicznie.

Tę właściwość obserwatora rozszerzonego można wykorzystać tworząc strukturę przedstawioną na rys. 4.1, w której podukład identyfikatora będzie sterowany za pomocą estymaty stanu \hat{x}_n . Dla takiej struktury algorytm obliczeń numerycznych będzie następujący:

- krok $T_i = t_0$:
1. Aktualizacja parametrów: $\hat{x}_p(T_{i-1}) \rightarrow \xi_p$.
 2. Obliczenie $T_{11}(\xi_p)$, $T_{21}(\xi_p)$, $K_1(\xi_p)$, $K_2(\xi_p)$.

- $t_k = t_0 + k h$: 3. Rozwiązanie układu równań obserwatora (4.27a) i wy-
 czenie kolejnych estymat stanu $\hat{x}_n(t_k)$ według
 (4.30) przy $\underline{x}_p = \hat{x}_p(T_{i-1}) = \text{const.}$
 4. Jeśli $k = N$ - przejście do kroku T_{i+1} .
- krok T_{i+1} : 5. Rozwiązanie układu równań identyfikatora (4.27b) i
 wyznaczenie nowej estymaty parametrów $\hat{x}_p(T_{i+1})$ we-
 dług (4.31) na podstawie ostatniej estymaty stanu
 $\hat{x}_n(t_0 + N h)$.
 6. Przejście do 1.

Zastosowanie tego algorytmu pracy asynchronicznej do realizacji nu-
 merycznej rozszerzonego obserwatora stanu i parametrów zapewni znaczne
 zmniejszenie liczby obliczeń i w związku z tym skrócenie czasu pracy
 komputera, co ma istotne znaczenie przy zastosowaniu takiego obserwato-
 ra w układzie sterowania układem dynamicznym (silnikiem indukcyjnym).
 Zwłaszcza jeśli parametry obiektu, które mają być identyfikowane, zmie-
 niają się monotonicznie i dynamika tych zmian jest znacznie wolniejsza
 od dynamiki procesów przejściowych obiektu (co zachodzi w przypadku
 zmian rezystancji wirnika silnika indukcyjnego wskutek wzrostu tempera-
 tury), to wyłączenie przedziału aktualizacji $T_a = N h$ estymaty parame-
 trów jest ze wszech miar uzasadnione.

4.2.2. Analiza równania błędu obserwatora rozszerzonego

Model matematyczny rozszerzonego obserwatora stanu określono dla
 zlinearyzowanego modelu matematycznego obiektu nieliniowego, w którym
 pominięto składniki szeregu Taylora rzędu wyższego niż pierwszy. Należy
 więc zbadać wpływ dokładności linearyzacji na równanie błędu obserwato-
 ra.

Z uwzględnieniem wyrazów wyższego rzędu szeregu Taylora zlinearyzo-
 wany model matematyczny obiektu (4.17) przyjmuje postać:

$$\dot{\underline{x}}_r = \underline{A}_r \underline{x}_r + \underline{B}_r \underline{u} + \underline{g}(\underline{\xi}) + \underline{R}^2(\underline{x}_r - \underline{\xi}), \quad (4.32)$$

gdzie:

\underline{R}^2 - reszta nieliniowa rozwinięcia funkcji \underline{f} w (4.12) w szereg Taylo-
 ra.

Dla równania obserwatora w postaci (4.21), przy spełnieniu warun-
 ków (4.22), błąd obserwatora rozszerzonego

$$\underline{e} = \underline{z} - \underline{T} \underline{x}_r \quad (4.33)$$

będzie spełniał równanie

$$\dot{\underline{e}} = \underline{F} \underline{e} - \underline{T} \underline{R}^2 (\underline{x}_r - \underline{\xi}), \quad (4.34)$$

którego rozwiązanie ma następującą postać [16], [64]:

$$\underline{e}(t) = \exp [\underline{F}(t - t_0)] \underline{e}(t_0) - \int_{t_0}^t \exp [\underline{F}(t - \tau)] \underline{T} \underline{R}^2 (\underline{x}_r - \underline{\xi}) d\tau. \quad (4.35)$$

Zakłada się, że funkcja $\underline{f}(\underline{x}_r)$ w równaniu (4.12) spełnia warunek Lipschitza [16]:

$$\|\underline{f}(\underline{x}_r) - \underline{f}(\underline{\xi})\| \leq L \|\underline{x}_r - \underline{\xi}\|, \quad (4.36)$$

w której

L - stała Lipschitza,

oraz istnieje takie α , że:

$$0 < \alpha < -\max_j \operatorname{Re} \{ \lambda_j(\underline{F}) \}. \quad (4.37)$$

Wobec tego błąd $\underline{e}(t)$ spełnia nierówność:

$$\begin{aligned} \|\underline{e}(t)\| &\leq N \exp [-\alpha(t - t_0)] \|\underline{e}(t_0)\| + \\ &+ \int_{t_0}^t N \exp [-\alpha(t - \tau)] \|\underline{T} \underline{R}^2 (\underline{x}_r - \underline{\xi})\| d\tau, \end{aligned} \quad (4.38)$$

przy czym

N - pewna stała dodatnia.

Analizuje się wartość błędu obserwatora w przedziale aktualizacji T_a estymaty wektora rozszerzonego $\hat{\underline{x}}_r = \underline{\xi}$. Po uwzględnieniu warunku (4.36) oraz $t_0 = 0$ nierówność (4.38) przyjmuje postać:

$$\begin{aligned} \|\underline{e}(T_a)\| &\leq N \exp [-\alpha T_a] \|\underline{e}(0)\| + \\ &+ N L \int_0^{T_a} \exp [-\alpha(T_a - \tau)] \|\underline{T}(\underline{x}_r - \underline{\xi})\| d\tau. \end{aligned} \quad (4.39)$$

Jeśli przyjmie się $T_a > n/\alpha$, to można uznać, że wpływ pierwszego składnika w równaniu (4.39) jest pomijalny. Wartość błędu początkowego dla $t = t_0 = 0$ gdy $\underline{z}(0) = \underline{0}$ wynosi:

$$\underline{e}(t_0) = \underline{e}(0) = \underline{T}(\underline{x}_r(0) - \underline{\xi}). \quad (4.40)$$

Uwzględniając (4.40) oraz fakt, że obserwator jest szybszy od obiektu ($\underline{x}_r \big|_{t=T_a} \cong \underline{x}_r(0)$), otrzymuje się:

$$\|\underline{e}(T_a)\| \leq N L \int_0^{T_a} \|\underline{T}(\underline{x}_r(0) - \underline{\xi})\| d\tau \leq N L T_a \|\underline{e}(0)\|, \quad (4.41a)$$

przy czym, jeśli $N L T_a < 1$, to

$$\|\underline{e}(T_a)\| \leq \|\underline{e}(0)\|. \quad (4.41b)$$

Zależność (4.41) wskazuje, że błąd obserwatora w kolejnych przedziałach aktualizacji estymaty rozszerzonego wektora stanu $0 < t \leq T_a$, $T_a \leq t \leq 2T_a$, ..., będzie się zmniejszał przy $t \rightarrow \infty$. Jest to cechą szczególną tego obserwatora w stosunku do klasycznych obserwatorów liniowych zlinearyzowanych modeli układów nieliniowych, w których wskutek linearyzacji wokół stałej wartości znamionowej wektora stanu występuje zawsze błąd ustalony (z wyjątkiem stanu $\underline{x} = \underline{x}_N$, w którym \underline{x}_N - wektor stanu w znamionowym punkcie pracy układu). Linearyzacja modelu matematycznego obiektu wokół estymaty wektora stanu $\underline{x}_r = \underline{\xi}$ wyznaczonej w poprzednim kroku obliczeniowym powoduje, że przy spełnieniu założenia (4.22d) co do wartości własnych obserwatora rozszerzonego błąd obserwatora zanika do zera, niezależnie od punktu pracy układu. Wobec tego pominięcie wyrazów wyższego rzędu w rozwinięciu szeregu Taylora funkcji $\underline{f}(\underline{x}_r)$ jest uzasadnione i można przyjąć, że równanie błędu obserwatora ma postać:

$$\dot{\underline{e}} = \begin{bmatrix} \dot{\underline{e}}_{n-m} \\ \dot{\underline{e}}_p \end{bmatrix} = \underline{F} \underline{e} = \begin{bmatrix} \underline{F}_1 & 0 \\ 0 & \underline{F}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{e}_{n-m} \\ \underline{e}_p \end{bmatrix}. \quad (4.42)$$

Z równania (4.42) wynika, że błędy podukładów obserwatora i identyfikatora można analizować niezależnie:

$$\dot{\underline{e}}_{n-m} = \underline{F}_1 \underline{e}_{n-m}, \quad (4.43a)$$

$$\dot{\underline{e}}_p = \underline{F}_2 \underline{e}_p, \quad (4.43b)$$

przy czym zgodnie z (4.33) oraz (4.25):

$$\underline{e}_{n-m} = \underline{z}_{n-m} - \underline{T}_{11}(\underline{\xi}) \underline{x}_n - \underline{T}_{12}(\underline{\xi}) \underline{x}_p, \quad (4.44a)$$

$$\underline{e}_p = \underline{z}_p - \underline{T}_{21}(\underline{\xi}) \underline{x}_n - \underline{T}_{22}(\underline{\xi}) \underline{x}_p. \quad (4.44b)$$

W przypadku pracy synchronicznej obserwatora rozszerzonego, elementy macierzy transformacji \underline{T} są stałe w przedziale aktualizacji rozszerzonego wektora stanu układu, czyli $\underline{T}(\underline{\xi}) = \text{const}$, wobec czego równania różniczkowe błędów obydwu podukładów pozostają nie zmienione w stosunku do postaci (4.43).

W kolejnych jednak przedziałach aktualizacji wektora stanu elementy macierzy \underline{T} ulegają zmianie, gdyż zmienia się wartość estymaty $\underline{\xi}$. Podobnie w przypadku pracy asynchronicznej podukładu obserwatora stanu i podukładu identyfikatora parametry macierzy \underline{T} ulegają zmianie nie tylko w kolejnych przedziałach aktualizacji parametru, lecz również wewnątrz każdego przedziału T_a , wskutek zmian estymat wektora stanu $\hat{\underline{x}}_n = \underline{\xi}_n$ w kolejnych krokach obliczeniowych $t_{i+1} = (t_i + h) \in T_a$.

Ponieważ w tych przypadkach $\underline{T}(\underline{\xi}) \neq \text{const}$, więc równania błędów obydwu podukładów zmieniają swą postać:

$$\dot{\underline{e}}_{n-m} = \underline{F}_1 \underline{e}_{n-m} - \dot{\underline{T}}_{11}(\underline{\xi}) \underline{x}_n - \dot{\underline{T}}_{12}(\underline{\xi}) \underline{x}_p, \quad (4.45a)$$

$$\dot{\underline{e}}_p = \underline{F}_2 \underline{e}_p - \dot{\underline{T}}_{21}(\underline{\xi}) \underline{x}_n - \dot{\underline{T}}_{22}(\underline{\xi}) \underline{x}_p. \quad (4.45b)$$

Jest to postać analogiczna jak w przypadku niestacjonarnego obserwatora liniowego omówionego w p. 3.3.2. Wobec tego, na podstawie przytoczonego tam dowodu dotyczącego równania błędu w postaci (3.77) można stwierdzić, że rozwiązania równań błędów (4.45) będą globalnie asymptotycznie stabilne, gdy będzie spełniony warunek (4.22d).

4.3. Model matematyczny rozszerzonego obserwatora wektora stanu i parametru silnika indukcyjnego

Przedstawioną w podrozdziale 4.2 metodę syntezy rozszerzonego obserwatora wektora stanu i parametrów wykorzystano do zaprojektowania takiego obserwatora dla silnika indukcyjnego. Przyjęto, że zadaniem podukładu obserwatora stanu będzie wyznaczenie wartości składowych wektora strumienia skojarzonego wirnika, a zadaniem podukładu identyfikatora - wyznaczenie wartości rezystancji lub stałej czasowej wirnika silnika indukcyjnego.

Zakłada się, że:

- (i) składowe wektora prądu i napięcia stojana oraz prędkość kątowna wirnika są dostępne pomiarowo,
- (ii) $\omega_r(t)$ jest znana dla każdego $t \geq t_0$,
- (iii) $\omega_r(t) = \omega_r = \text{const}$ w przedziale próbkowania T_p , przy czym $T_p \ll \min_i T_i$, gdzie T_i - elektromagnetyczna stała czasowa silnika.

Przy takich założeniach do syntezy obserwatora rozszerzonego można wykorzystać model matematyczny silnika indukcyjnego opisany zależnościami (2.20) i (2.21).

Przyjmuje się równanie wyjścia:

$$\underline{y} = \begin{bmatrix} i_{sx} \\ i_{sy} \end{bmatrix} = \underline{C} \underline{x}, \quad (4.46)$$

w którym:

$$\underline{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.47)$$

Za nieznaną parametr modelu (2.20) przyjmuje się odwrotność stałej czasowej T_r wirnika:

$$\tau_r = \frac{1}{T_r} = \frac{R_r}{X_r},$$

którą dołącza się jako nową zmienną stanu do wektora zmiennych stanu silnika \underline{x} (2.21a). Wobec tego rozszerzony wektor stanu ma postać:

$$\underline{x}_r = \text{col}(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = \text{col}(i_{sx}, i_{sy}, \psi_{rx}, \psi_{ry}, \tau_r). \quad (4.48)$$

Po linearyzacji wokół estymaty wektora stanu $\hat{\underline{x}}_r = \underline{\xi}$ rozszerzony model matematyczny silnika indukcyjnego jest następujący:

$$\dot{\underline{x}}_r = \{ \underline{A}_r \underline{x}_r + \underline{B}_r \underline{u} + \underline{g}(\underline{\xi}) \}_{\omega_b}, \quad (4.49)$$

gdzie:

$$\underline{A}_r - \text{jak (4.18), przy czym} \quad (4.50a)$$

$$\underline{A}_1 = \begin{bmatrix} -R_s A_r - A_M X_M \xi_5 & \omega_e & A_M \xi_5 & A_M \omega_r \\ -\omega_e & -R_s A_r - A_M X_M \xi_5 & -A_M \omega_r & A_M \xi_5 \\ X_M \xi_5 & 0 & -\xi_5 & \omega_s \\ 0 & X_M \xi_5 & -\omega_s & -\xi_5 \end{bmatrix} \quad (4.50b)$$

$$\underline{A}_2 = \begin{bmatrix} A_M P \\ A_M Q \\ -P \\ -Q \end{bmatrix}; \quad (4.50c)$$

$$\underline{g}(\underline{\xi}) = \begin{bmatrix} -A_M P \\ -A_M Q \\ P \\ Q \\ 0 \end{bmatrix} \xi_5; \quad (4.50d)$$

$$\underline{B}_R = \begin{bmatrix} A_R & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_R & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T, \quad (4.50e)$$

przy czym:

$$P = -X_M \xi_1 + \xi_3, \quad (4.50f)$$

$$Q = -X_M \xi_2 + \xi_4, \quad (4.50g)$$

$\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_5$ - estymaty rozszerzonego wektora stanu i parametrów w przedziale aktualizacji.

Zgodnie z (4.23) przyjmuje się następujące postaci macierzy stanu podukładu obserwatora i identyfikatora:

$$\underline{F}_1 = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2), \quad (4.51)$$

$$\underline{F}_2 = \lambda_3, \quad (4.52)$$

oraz postaci macierzy transformacji:

$$\underline{T}_{11} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & 1 & 0 \\ t_{21} & t_{22} & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4.53)$$

$$\underline{T}_{21} = [t_{31} \quad t_{32} \quad 1 \quad 0]. \quad (4.54)$$

Zgodnie z (4.27a) model matematyczny podukładu obserwatora stanu będzie więc następujący:

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \left\{ \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & 1 & 0 \\ t_{21} & t_{22} & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_R & 0 \\ 0 & A_R \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{sx} \\ u_{sy} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & 1 & 0 \\ t_{21} & t_{22} & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -A_M P \\ -A_M Q \\ P \\ Q \end{bmatrix} \xi_5 \right\} \omega_b \quad (4.55a)$$

czyli

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \\ &+ A_r \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{sx} \\ u_{sy} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} \xi_5 \omega_b, \end{aligned} \quad (4.55b)$$

gdzie:

$$P_1 = P(A_M t_{11} - 1) + A_M Q t_{12}, \quad (4.56a)$$

$$P_2 = Q(A_M t_{22} - 1) + A_M P t_{21}. \quad (4.56b)$$

Zgodnie z (4.27b) model matematyczny podukładu identyfikatora parametru τ_r będzie następujący:

$$\begin{aligned} \dot{z}_3 &= \left\{ \lambda_3 z_3 + [k_{31} \ k_{32}] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \right. \\ &+ [t_{31} \ t_{32} \ 1 \ 0] \begin{bmatrix} A_r & 0 \\ 0 & A_r \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{sx} \\ u_{sy} \end{bmatrix} + \\ &\left. + [t_{31} \ t_{32} \ 1 \ 0] \begin{bmatrix} -A_M & P \\ -A_M & Q \\ P \\ Q \end{bmatrix} \xi_5 \right\} \omega_b, \end{aligned} \quad (4.57a)$$

czyli:

$$\begin{aligned} \dot{z}_3 &= \left\{ \lambda_3 z_3 + k_{31} x_1 + k_{32} x_2 + A_r t_{31} u_{sx} + \right. \\ &\left. + A_r t_{32} u_{sy} + P_3 \xi_5 \right\} \omega_b \end{aligned} \quad (4.57b)$$

gdzie:

$$P_3 = P(A_M t_{31} - 1) + A_M Q t_{32}. \quad (4.58)$$

Elementy macierzy \underline{T}_{11} , \underline{T}_{21} , \underline{K}_1 i \underline{K}_2 zostały wyznaczone na podstawie równań (4.26a) i (4.26c) analogicznie jak w przypadku niestacjonarnego obserwatora liniowego (p. 3.3.2). Wynoszą one odpowiednio:

$$t_{11} = \frac{(\lambda_1 + \xi_5)\xi_5 - \omega_r \omega_s}{A_M(\xi_5^2 + \omega_r^2)}, \quad (4.59a)$$

$$t_{12} = \frac{\omega_s + \omega_r A_M t_{11}}{A_M \xi_5}, \quad (4.59b)$$

$$t_{22} = \frac{(\lambda_2 + \xi_5)\xi_5 - \omega_r \omega_s}{A_M(\xi_5^2 + \omega_r^2)}, \quad (4.59c)$$

$$t_{21} = \frac{\omega_s + \omega_r A_M t_{22}}{A_M \xi_5}, \quad (4.59d)$$

$$k_{11} = t_{11}(-R_S A_R - A_M X_M \xi_5 - \lambda_1) - \omega_e t_{12} + X_M \xi_5, \quad (4.60a)$$

$$k_{12} = t_{12}(-R_S A_R - A_M X_M \xi_5 - \lambda_1) + \omega_e t_{11}, \quad (4.60b)$$

$$k_{22} = t_{22}(-R_S A_R - A_M X_M \xi_5 - \lambda_2) + \omega_e t_{21} + X_M \xi_5, \quad (4.60c)$$

$$k_{21} = t_{21}(-R_S A_R - A_M X_M \xi_5 - \lambda_2) - \omega_e t_{22}, \quad (4.60d)$$

oraz

$$t_{31} = \frac{(\lambda_3 + \xi_5)\xi_5 - \omega_r \omega_s}{A_M(\xi_5^2 + \omega_r^2)}, \quad (4.61a)$$

$$t_{32} = -\frac{\omega_s + \omega_r A_M t_{31}}{A_M \xi_5}, \quad (4.61b)$$

$$k_{31} = t_{31}(-R_S A_R - A_M X_M \xi_5 - \lambda_3) - \omega_e t_{32} + X_M \xi_5, \quad (4.62a)$$

$$k_{32} = t_{32}(-R_S A_R - A_M X_M \xi_5 - \lambda_3) + \omega_e t_{31}. \quad (4.62b)$$

Gdy

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_\Psi, \quad (4.63)$$

zachodzą związki:

$$t_{22} = t_{11}, \quad t_{21} = -t_{12}, \quad (4.64a)$$

$$k_{22} = k_{11}, \quad k_{21} = -k_{12}, \quad (4.64b)$$

co zmniejsza liczbę obliczeń po aktualizacji parametru ξ_5 .

Estymaty zmiennych wektora stanu otrzymuje się na podstawie równania (4.30):

$$\hat{x}_1 = x_1 = i_{sx}, \quad (4.65a)$$

$$\hat{x}_2 = x_2 = i_{sy}, \quad (4.65b)$$

$$\hat{x}_3 = \hat{\psi}_{rx} = z_1 - t_{11} \hat{x}_1 - t_{12} \hat{x}_2 - P_1 \hat{x}_5 / \lambda_1, \quad (4.65c)$$

$$\hat{x}_4 = \hat{\psi}_{ry} = z_2 - t_{21} \hat{x}_1 - t_{22} \hat{x}_2 - P_2 \hat{x}_5 / \lambda_2. \quad (4.65d)$$

Estymatę parametru (odwrotności stałej czasowej) wyznacza się na podstawie równania:

$$\hat{x}_5 = \hat{t}_r = \lambda_3 (z_3 - t_{31} \hat{x}_1 - t_{32} \hat{x}_2 - \hat{x}_3) / P_3, \quad (4.66)$$

przy czym estymata stałej czasowej wynosi:

$$\hat{T}_r = 1 / \hat{t}_r. \quad (4.67)$$

Ze wzorów (4.59)–(4.62) wynika, że elementy macierzy transformacji \underline{T} oraz macierzy wagowej \underline{K} obserwatora rozszerzonego silnika indukcyjnego zależą nie tylko od przyjętych wartości własnych obserwatora λ_1 , λ_2 , λ_3 , od parametrów schematu zastępczego i od estymaty odwrotności stałej czasowej wirnika $\xi_5 = \hat{x}_5$ wyznaczonej w ostatnim kroku obliczeniowym, lecz również od aktualnej wartości prędkości kątowej silnika ω_r .

W przypadku pracy silnika przy stałej prędkości $\omega_r = \text{const}$, elementy macierzy stanu \underline{A}_r rozszerzonego modelu matematycznego silnika indukcyjnego są stałe w przedziale aktualizacji parametru $T_a = N h$. Ich wartości zmieniają się tylko wówczas, gdy zmienia się wartość estymaty parametru $\xi_5 = \hat{x}_5$. Analogicznie zachowują się elementy macierzy transformacji \underline{T} i macierzy wagowej \underline{K} obserwatora rozszerzonego, który w związku z tym jest układem niestacjonarnym tylko z punktu widzenia estymaty parametru.

Kiedy natomiast prędkość kątowa silnika zmienia się w czasie procesów przejściowych, elementy macierzy \underline{T} i \underline{K} zależą nie tylko od λ_i , parametrów silnika i estymaty parametru ξ_5 , lecz również od zmieniającej się w czasie prędkości $\omega_r(t)$. Obserwator rozszerzony jest w tym przypadku układem niestacjonarnym zarówno z punktu widzenia estymaty parametru ξ_5 zmieniającej się w sposób dyskretny w chwili aktualizacji parametru, jak również prędkości kątowej wirnika $\omega_r(t)$ zmieniającej się w sposób ciągły. Tak więc w tym przypadku równanie błędu proponowanego obserwatora rozszerzonego będzie miało postać:

$$\dot{e}_{n-m} = \underline{F}_1 e_{n-m} - \underline{T}_{11}(\xi_p(T_a), \omega_r(t)) x_n - \underline{T}_{12}(\xi_p(T_a), \omega_r(t)) x_p, \quad (4.68a)$$

$$\dot{\underline{e}}_p = \underline{F}_2 \underline{e}_p - \dot{\underline{T}}_{21}(\xi_p(T_a), \omega_r(t)) \underline{x}_n - \dot{\underline{T}}_{22}(\xi_p(T_a), \omega_r(t)) \underline{x}_p, \quad (4.68b)$$

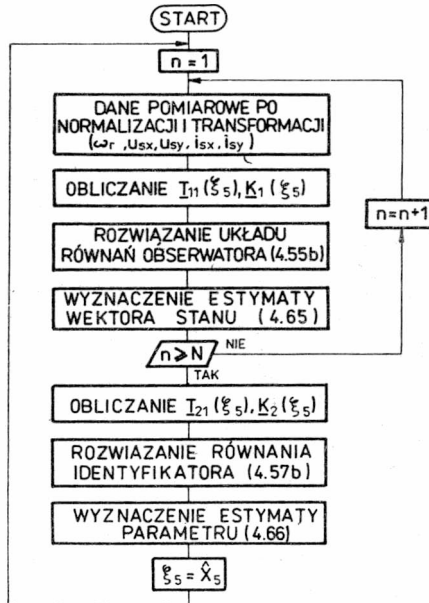
którą można zapisać ogólnie:

$$\dot{\underline{e}} = \underline{F} \underline{e} - \dot{\underline{T}}(\xi_p(T_a), \omega_r(t)) \underline{x}_r. \quad (4.69)$$

Postać równania błędu (4.69) obserwatora rozszerzonego jest równoważna postaci równania błędu (3.77) niestacjonarnego obserwatora liniowego przedstawionego w p. 3.3.2. Z rozważań tam przedstawionych wynika, że taki obserwator jest globalnie asymptotycznie stabilny. Ponieważ pochodna macierzy \underline{T} w równaniu (4.69) spełnia warunek (3.9), więc równanie błędu obserwatora rozszerzonego silnika indukcyjnego jest również globalnie asymptotycznie stabilne. Rozważania te zostały potwierdzone w badaniach symulacyjnych proponowanego obserwatora.

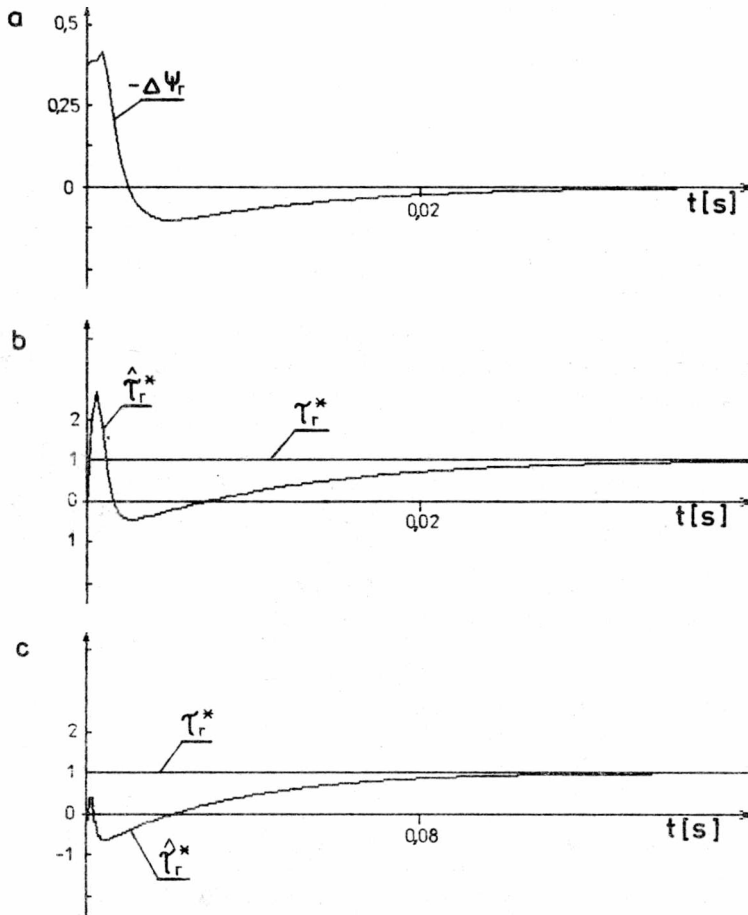
4.4. Analiza właściwości rozszerzonego obserwatora strumienia i stałej czasowej wirnika silnika indukcyjnego

Analiza modelu matematycznego obserwatora rozszerzonego wykazała, że możliwe są dwa rodzaje pracy tego układu: synchroniczny i asynchro-



Rys. 4.2. Schemat blokowy algorytmu pracy asynchronicznej rozszerzonego obserwatora silnika indukcyjnego

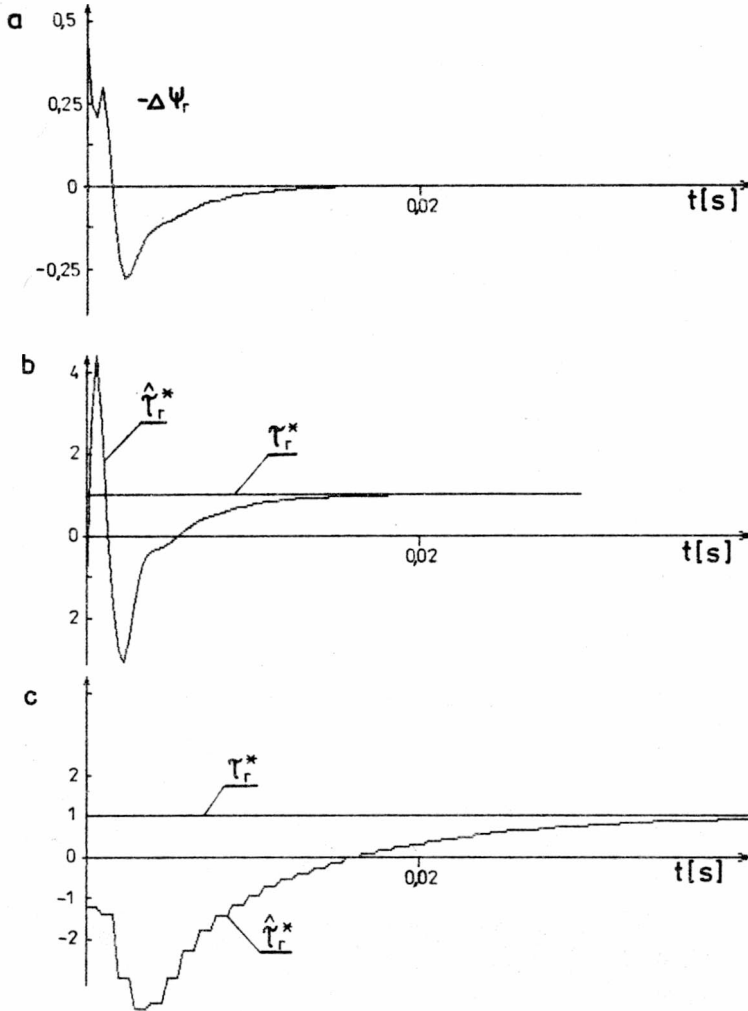
Fig. 4.2. Flow chart of asynchronous operation mode of the extended observer for induction motor



Rys. 4.3. Przebiegi błędów rekonstrukcji amplitudy strumienia wirnika $\Delta\Psi_r$ (a) i względnej wartości parametru $\hat{\tau}_r^*$ (b,c): $\omega_e = 1$, $\omega_r = \omega_{rN} = 0,91$, $\lambda_\Psi = -3$, $\lambda_R = -0,3$, $\xi_{50} = 5\tau_{r0}$, a, b - $N = 1$, c - $N = 3$

Fig. 4.3. Transients of rotor flux magnitude reconstruction error $\Delta\Psi_r$ (a) and the parameter relative value $\hat{\tau}_r^*$ (b, c): $\omega_e = 1$, $\omega_r = \omega_{rN} = 0,91$, $\lambda_\Psi = -3$, $\lambda_R = -0,3$, $\xi_{50} = 5\tau_{r0}$, a, b - $N = 1$, c - $N = 3$

niczny. Praca asynchroniczna umożliwia znaczne zmniejszenie liczby obliczeń numerycznych i skrócenie czasu ich trwania. Na rysunku 4.2 przedstawiono schemat blokowy algorytmu pracy asynchronicznej rozszerzonego obserwatora silnika indukcyjnego, który został wykorzystany w badaniach symulacyjnych obserwatora. Należy zauważyć, że przyjęcie wartości $N=1$ odpowiada przypadkowi szczególnemu, a mianowicie pracy synchronicznej obserwatora.

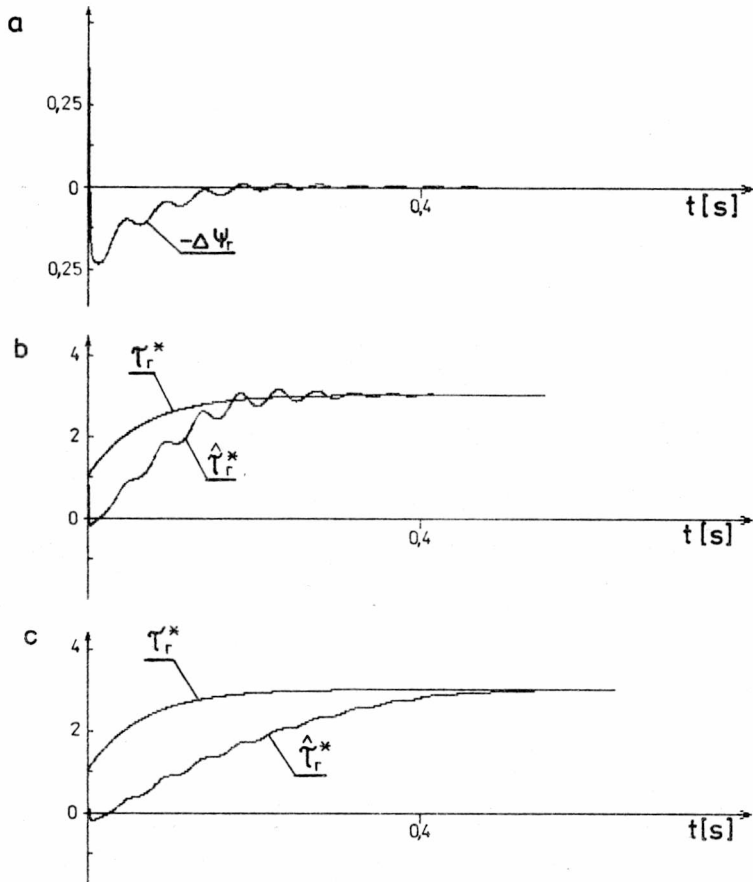


Rys. 4.4. Przebiegi błędów rekonstrukcji amplitudy strumienia wirnika $\Delta\Psi_r$ (a) i względnej wartości parametru $\hat{\tau}_r^*$ (b,c): $\omega_e = 1$, $\omega_r = \omega_{rN} = 0,91$, $\lambda_\Psi = -5$, $\lambda_R = -1$, $\xi_{50} = 5\tau_{r0}$, a, b - $N = 1$, c - $N = 3$

Fig. 4.4. Transients of rotor flux magnitude reconstruction error $\Delta\Psi_r$ (a) and the parameter relative value $\hat{\tau}_r^*$ (b,c): $\omega_e = 1$, $\omega_r = \omega_{rN} = 0,91$, $\lambda_\Psi = -5$, $\lambda_R = -1$, $\xi_{50} = 5\tau_{r0}$, a, b - $N = 1$, c - $N = 3$

Badania symulacyjne przeprowadzono dla obserwatora rozszerzonego silnika SDChm-180-M. Niektóre z wyników badań opublikowano w [73], [76] i [77]

Właściwości obserwatora rozszerzonego o różnych wartościach własnych były badane w różnych warunkach pracy silnika w układzie napędowym,



Rys. 4.5. Przebiegi błędu rekonstrukcji amplitudy strumienia wirnika $\Delta\Psi_r$ (a) i względnej wartości parametru $\hat{\tau}_r^*$ (b,c) przy zmianie R_r w czasie: $\omega_e = 0,5$, $\omega_r = 0,41$, $\lambda_\psi = -3$, $\lambda_R = -0,08$, $\xi_{50} = 5\tau_{ro}$, a, b - $N = 2$, c - $N = 5$

Fig. 4.5. Transients of rotor flux magnitude reconstruction error $\Delta\Psi_r$ (a) and the parameter relative value $\hat{\tau}_r^*$ (b, c) with change of rotor resistance R_r : $\omega_e = 0,5$, $\omega_r = 0,41$, $\lambda_\psi = -3$, $\lambda_R = -0,08$, $\xi_{50} = 5\tau_{ro}$, a, b - $N = 2$, c - $N = 5$

zarówno przy stałej, jak i zmiennej wartości prędkości kątowej wirnika. Badano efektywność estymacji wektora strumienia wirnika i stałej czasowej wirnika w dwóch przypadkach:

a) rezystancja wirnika $R_r = \text{const}$; obserwator estymował wartość odwrotności stałej czasowej wirnika $\hat{\tau}_r = R_r/X_r$ startując przy różnych wartościach początkowych ξ_{50} ;

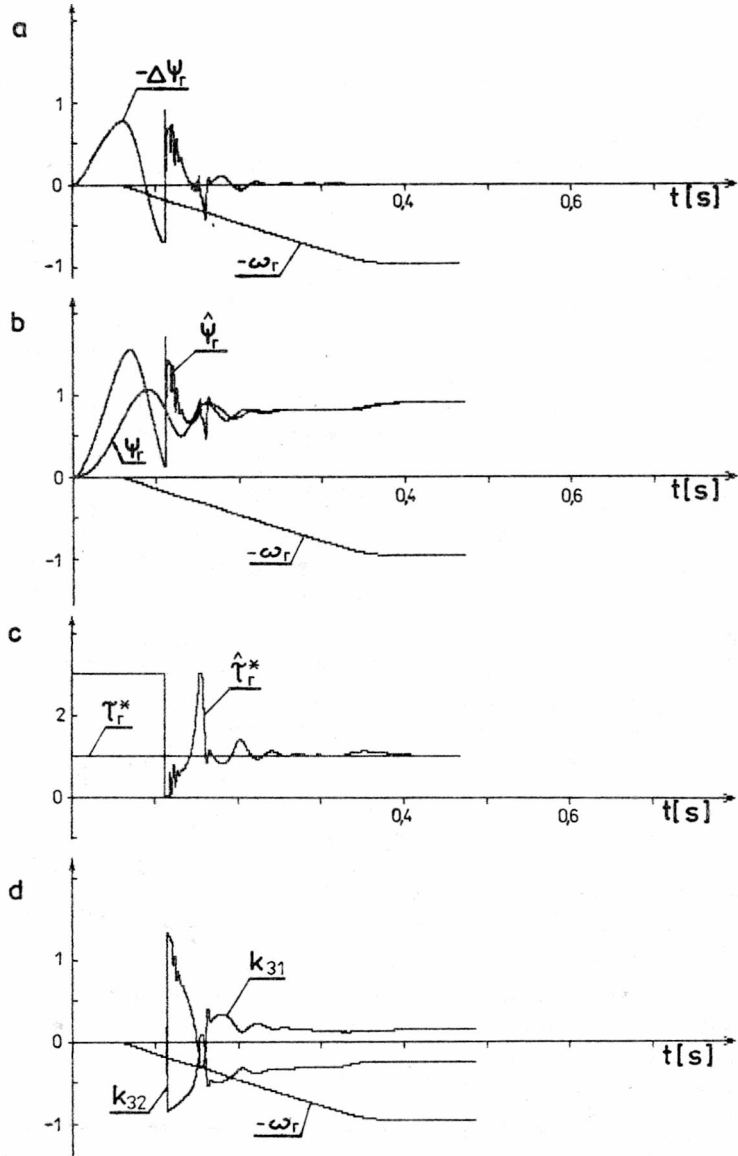
b) rezystancja silnika zmienna według założonej krzywej $R_r = R_{r0} + R_{r1}(1 - e^{-t/\tau_e})$, przy czym zarówno zakres $(R_{r1} - R_{r0})$, jak i szybkość zmian rezystancji przyjęto ekstremalne w stosunku do rzeczywistych; przyjmowano różne wartości początkowe ξ_{50} .

Na rysunkach 4.3 i 4.4 przedstawiono przebiegi błędów rekonstrukcji amplitudy wektora strumienia ($\Delta\Psi_r = \hat{\Psi}_r - \Psi_r$) i względnej wartości estymaty parametru $\hat{\tau}_r^* = \hat{\tau}_r/\tau_r$ przy różnych wartościach własnych podukładów obserwatora ($\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_\Psi$) i identyfikatora ($\lambda_3 = \lambda_R$) i stałej prędkości kątowej silnika. Podukłady pracowały synchronicznie (rys. 4.3a,b) lub asynchronicznie (rys. 4.3c i 4.4). Podczas pracy asynchronicznej, aktualizacja parametru następowała z krokiem $T_a = N h$ (gdzie h - krok całkowania w podukładzie obserwatora strumienia). Zwiększenie długości przedziału aktualizacji parametru powoduje wydłużenie czasu zanikania błędów rekonstrukcji strumienia do zera (rys. 4.3a i c). Gdy jednak N jest większe, zmniejsza się liczba obliczeń w jednym cyklu pracy komputera, co będzie miało znaczenie w realizacji praktycznej obserwatora pracującego w czasie rzeczywistym. Zwiększenie wartości własnych obu podukładów zwiększa szybkość zanikania błędów rekonstrukcji wektora stanu (rys. 4.4).

Na rysunku 4.5 przedstawiono przebiegi błędów rekonstrukcji amplitudy strumienia wirnika i estymaty parametru $\hat{\tau}_r^*$ podczas zmian rezystancji wirnika według założonej krzywej wykładniczej, gdy wartość zadana prędkości kątowej silnika jest mniejsza niż poprzednio.

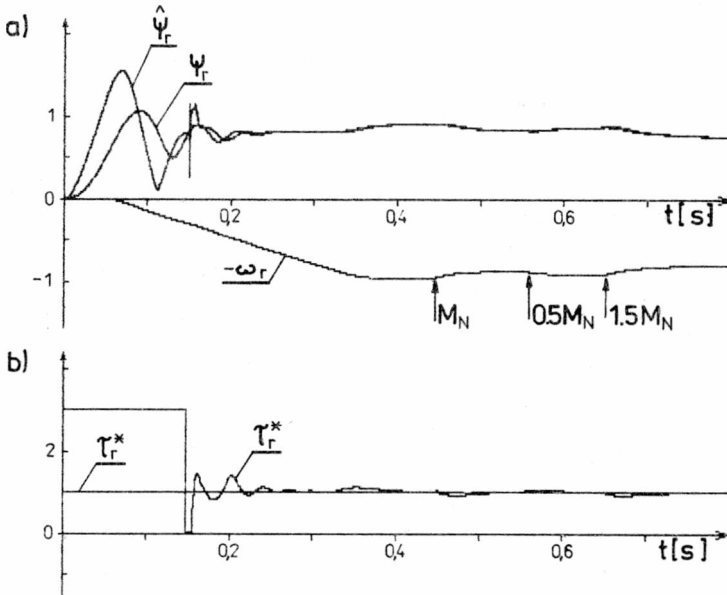
Wyniki badań symulacyjnych ilustrują zachowanie się obserwatora rozszerzonego w najtrudniejszych warunkach pracy, tzn. w warunkach, kiedy wartości początkowe zmiennych stanu obserwatora są równe zeru, wartość początkowa estymaty parametru ξ_{50} jest znacznie większa od rzeczywistej wartości parametru, natomiast zmienne stanu silnika są równe wartościom charakterystycznym dla stanu ustalonego. Mimo to estymaty zarówno odwrotności stałej czasowej, jak i strumienia wirnika, wyznaczone przez obserwator, osiągają wartości równe rzeczywistym wartościom tych zmiennych w silniku w bardzo krótkim czasie, przy czym istnieje możliwość kształtowania tempa zbieżności poszczególnych estymat poprzez dobór wartości własnych podukładu obserwatora λ_Ψ i podukładu identyfikatora λ_R . Warunkiem koniecznym poprawnej pracy obserwatora rozszerzonego jest, aby $|\lambda_\Psi| > |\lambda_R|$, czyli podukład obserwatora stanu powinien być szybszy od podukładu identyfikatora parametru.

Podobnie jak w odniesieniu do niestacjonarnego obserwatora strumienia (p. 3.3.4) badano zachowanie się rozszerzonego obserwatora strumienia i stałej czasowej wirnika w warunkach, kiedy założenie $\omega_r = \text{const}$ nie było zachowane, tzn. w takich stanach pracy układu napędowego jak rozruch, zmiana wartości prędkości zadanej, zmiana obciążenia.



Rys. 4.6. Przebiegi błędu rekonstrukcji $\Delta\Psi_r$ (a), amplitudy strumienia wirnika Ψ_r i jej estymaty $\hat{\Psi}_r$ (b), względnej wartości parametru $\hat{\tau}_r^*$ (c) oraz współczynników wagowych (d) w czasie rozruchu częstotliwościowego silnika: $\lambda_\Psi = -5$, $\lambda_R = -1$, $N = 3$

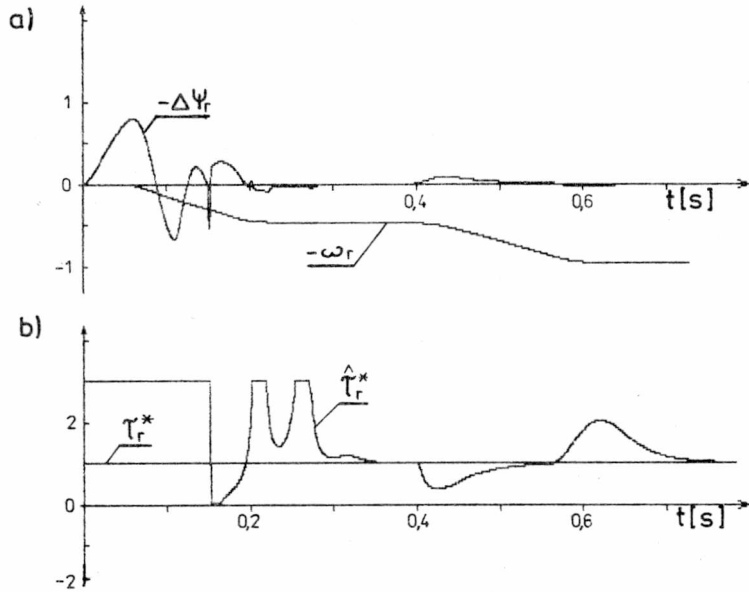
Fig. 4.6. Transients of reconstruction error $\Delta\Psi_r$ (a), rotor flux vector magnitude Ψ_r and its estimate $\hat{\Psi}_r$ (b), parameter relative value $\hat{\tau}_r^*$ (c), weight coefficients (d) during frequency starting of the motor: $\lambda_\Psi = -5$, $\lambda_R = -1$, $N = 3$



Rys. 4.7. Przebiegi amplitudy strumienia wirnika Ψ_r , jej estymaty $\hat{\Psi}_r$ (a) i względnej wartości parametru $\hat{\tau}_r^*$ (b) przy zmianach momentu obciążenia silnika: $\lambda_\Psi = -5$, $\lambda_R = -1$, $N = 3$
 Fig. 4.7. Transients of rotor flux vector magnitude Ψ_r , its estimate $\hat{\Psi}_r$ (a) and parameter relative value $\hat{\tau}_r^*$ (b) during load torque change of the motor: $\lambda_\Psi = -5$, $\lambda_R = -1$, $N = 3$

Na rysunku 4.6 przedstawiono przebieg błędów rekonstrukcji strumienia i przebieg estymaty parametru $\hat{\tau}_r^*$ w czasie rozruchu częstotliwościowego silnika (w otwartym układzie sterowania), w zakresie zmian częstotliwości napięcia stojana $\omega_e \in [0, 1]$, gdy wartości własne $\lambda_\Psi = -5$, $\lambda_R = -1$. Podukład obserwatora stanu został załączony w zerowych warunkach początkowych, gdy $\xi_{50} = 3\tau_{r0}$, natomiast podukład identyfikatora parametru załączono z pewnym niewielkim opóźnieniem w stosunku do układu obserwatora. Procesy przejściowe w podukładzie obserwatora stanu trwają tak długo, jak długo ulegają zmianom współczynniki wagowe obserwatora $k_{ij}(\omega_r(t))$ (rys. 4.6d). Zmienne stanu obserwatora osiągają jednak wartości bliskie zmiennym stanu silnika w bardzo krótkim czasie, który jest tym krótszy, im mniejsze są przedziały aktualizacji stałej czasowej wirnika (mniejsza wartość N).

Na rysunku 4.7 przedstawiono zachowanie się obserwatora rozszerzonego o takich samych wartościach własnych w trakcie zmian obciążenia silnika w zakresie $M_0 \in [0, 1.5]M_N$. Gdy zmienia się punkt pracy silnika w układzie napędowym, powstają krótkotrwałe procesy przejściowe w

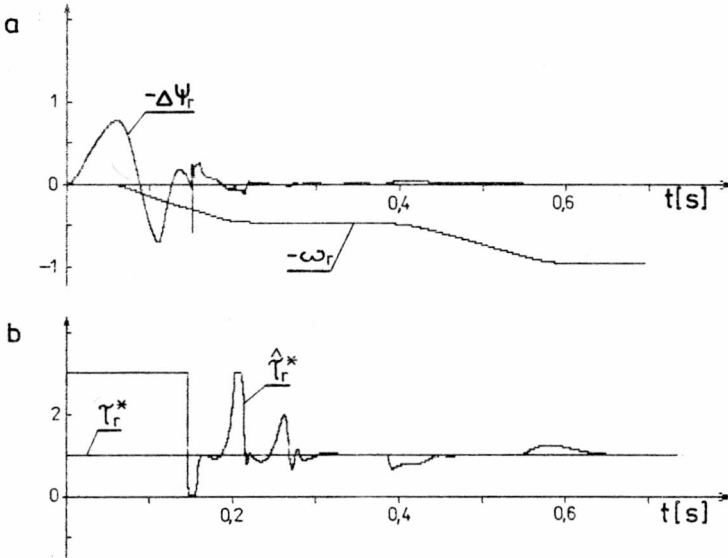


Rys. 4.8. Przebiegi błędu rekonstrukcji amplitudy strumienia $\Delta\Psi_r$ (a) i względnej wartości parametru $\hat{\tau}_r^*$ (b) przy zmianie częstotliwości zadanej silnika: 1 - $\omega_e \in [0, 0,5]$; 2 - $\omega_e \in [0,5, 1]$; $\lambda_\Psi = -3$, $\lambda_R = -0,1$, $N = 3$

Fig. 4.8. Transients of rotor flux magnitude reconstruction error $\Delta\Psi_r$ (a) and parameter relative value $\hat{\tau}_r^*$ (b) in the case of motor frequency reference value change: 1 - $\omega_e \in [0, 0,5]$; 2 - $\omega_e \in [0,5, 1]$; $\lambda_\Psi = -3$, $\lambda_R = -0,1$, $N = 3$

układzie obserwatora, które jednak zanikają do zera tym szybciej, im większe są moduły wartości własnych podukładu obserwatora i identyfikatora. Wpływ ten zilustrowano na rys. 4.8 i 4.9, gdzie przedstawiono zachowanie się obserwatorów rozszerzonych o różnych wartościach własnych $\lambda_\Psi = -3$ i $\lambda_R = -0,1$ oraz $\lambda_\Psi = -5$ i $\lambda_R = -0,5$ po zmianie wartości zadanej prędkości kątowej układu napędowego.

Jak wynika z przedstawionych wyników badań symulacyjnych (rys. 4.6-4.9), obserwator rozszerzony pracuje stabilnie niezależnie od przebiegów prędkości w układzie. Widać istotny wpływ wielkości modułów wartości własnych podukładów obserwatora i identyfikatora oraz długości przedziału aktualizacji parametru na szybkość zanikania błędów rekonstrukcji wektora stanu i charakter przebiegów odpowiednich estymat. Gdy zmiany prędkości są wywołane zmianami momentu obciążenia (rys. 4.7) lub wartości zadanej prędkości (rys. 4.8, 4.9), zarówno w obserwatorze strumienia jak i w identyfikatorze odwrotności stałej czasowej powstają uchyby przejściowe, których wartości maksymalne są tym większe, im więk-

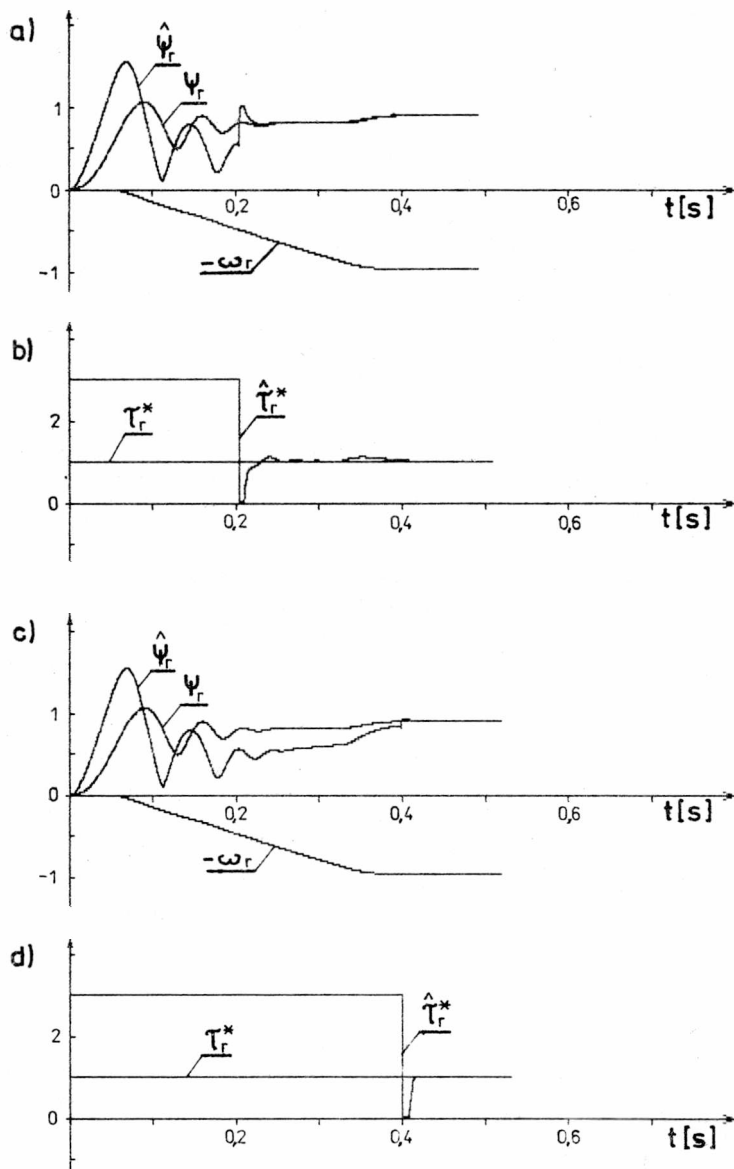


Rys. 4.9. Przebiegi błędu rekonstrukcji amplitudy strumienia $\Delta\Psi_r$ (a) i parametru $\hat{\tau}_r^*$ (b) przy zmianie częstotliwości zadanej, jak na rys. 4.8; $\lambda_\Psi = -5$, $\lambda_R = -0,5$, $N = 3$

Fig. 4.9. Transients of rotor flux magnitude reconstruction error $\Delta\Psi_r$ (a) and parameter $\hat{\tau}_r^*$ (b) in the case of motor frequency reference value change as in fig. 4.8: $\lambda_\Psi = -5$, $\lambda_R = -0,5$, $N = 3$

sza jest zmiana obciążenia lub wartości zadanej częstotliwości i związane z tym zmiany prądu stojana i prędkości kątowej oraz im mniejsze są moduły wartości własnych obserwatora. Wynika to z zależności opisujących dynamikę błędu rekonstrukcji składowych strumienia wirnika i odwrotności stałej czasowej wirnika (4.68).

Wszechstronne badania symulacyjne wykazały, że chwila załączenia podukładu identyfikatora znacznie wpływa na charakter procesów przejściowych estymaty strumienia i stałej czasowej wirnika. Zilustrowano to na rysunku 4.10. Rysunek 4.10a i b ilustruje sytuację, kiedy podukład identyfikatora jest załączany w początkowej fazie procesu przejściowego silnika, natomiast na rys. 4.10c i d - w fazie końcowej. Porównując dodatkowo te przebiegi z wykresami z rys. 4.6 zauważa się znaczne złagodzenie przebiegów przejściowych poszczególnych estymat w przypadku późniejszego załączenia identyfikatora. Wynika to z faktu zależności elementów macierzy transformacji \underline{T} i macierzy wagowej \underline{K} od prędkości kątowej $\omega_r(t)$ i charakterystycznej postaci równania błędu (4.68) obserwatora. W związku z tym procesy przejściowe estymat wektora stanu i parametru są bardziej intensywne w tych przedziałach czasu, w których prędkość i prądy silnika zmieniają się gwałtownie - w początkowej fazie procesu przejściowego (rozruchu) silnika. Tak więc załączenie podukładu



Rys. 4.10. Wpływ chwili załączenia podukładu identyfikatora na procesy przejściowe obserwatora rozszerzonego w czasie rozruchu częstotliwościowego silnika indukcyjnego; $\lambda_\psi = -5$, $\lambda_R = -1$, $N = 3$
 Fig. 4.10. Influence of the identifier subsystem initiation time on transients of the extended observer during frequency starting of the induction motor: $\lambda_\psi = -5$, $\lambda_R = -1$, $N = 3$

identyfikatora z pewnym opóźnieniem w stosunku do podukładu obserwatora polepsza warunki pracy obserwatora rozszerzonego; mniejsze są amplitudy i krótszy czas trwania procesów przejściowych obserwatora.

4.5. Podsumowanie

Po rozszerzeniu wektora stanu silnika indukcyjnego poprzez dołączenie do niego nieznannej a priori wartości odwrotności stałej czasowej wirnika oraz linearyzacji rozszerzonego modelu silnika wokół estymaty wektora stanu wyznaczonej w ostatnim kroku obliczeniowym dokonano syntezy rozszerzonego obserwatora typu Luenbergera, który realizuje jednocześnie dwa zadania: obserwację wektora strumienia oraz identyfikację stałej czasowej wirnika. Odpowiednie przyjęcie postaci macierzy obserwacji F umożliwiło rozdzielenie obserwatora rozszerzonego na dwa podukłady: obserwatora wektora stanu zredukowanego rzędu oraz identyfikatora parametru sterowanego aktualną estymatą wektora stanu.

Wykazano globalną asymptotyczną stabilność zaproponowanego obserwatora rozszerzonego silnika indukcyjnego we wszystkich warunkach pracy silnika w układzie napędowym.

Z rozważań teoretycznych oraz wszechstronnych badań symulacyjnych wynikają następujące wnioski szczegółowe:

1. Rozszerzony obserwator wektora stanu i parametru ma bardzo dobre właściwości dynamiczne; kiedy prędkość kątowna silnika jest stała, szybkość zanikania błędów rekonstrukcji wektora stanu i parametru zależy tylko od wyboru wartości własnych podukładu obserwatora i identyfikatora, przy czym jest ona taka sama dla różnych wartości zadanych prędkości kątowej.

2. Moduły wartości własnych podukładu obserwatora strumienia muszą być większe od modułu wartości własnej identyfikatora stałej czasowej, ponieważ identyfikator jest sterowany za pomocą estymaty wektora stanu $\hat{x}_n(t)$.

3. Kiedy prędkość silnika ulega zmianom w stanach przejściowych, przebiegi przejściowe błędów rekonstrukcji wektora stanu i parametru zależą nie tylko od wartości własnych, lecz również od przebiegów zmiennych stanu silnika.

4. Obserwator rozszerzony jest globalnie asymptotycznie stabilny; jeżeli wartości własne podukładów obserwatora i identyfikatora są co do modułów większe od najmniejszej wartości własnej modelu matematycznego silnika, obserwator rozszerzony odtwarza zmienne stanu silnika oraz zmiany stałej czasowej wirnika niezależnie od warunków początkowych zmiennych stanu i parametru ξ_{50} oraz charakteru zmian prędkości kątowej wirnika.

5. Opracowany obserwator rozszerzony do estymacji strumienia i stałej czasowej wirnika był testowany w warunkach ekstremalnych, tzn. przy skokowych zmianach obciążenia w dużym zakresie, przy szybkich zmianach wartości zadanej prędkości, przy szybkich zmianach wartości rezystancji oraz przy dużej różnicy warunków początkowych obserwatora i silnika. Pomimo tych skrajnie trudnych warunków pracy, obserwator zachowywał się stabilnie i odwzorowywał przebiegi zmiennych i parametrów silnika.

5. PROBLEMY NUMERYCZNEJ REALIZACJI OBSERWATORÓW STANU SILNIKA INDUKCYJNEGO

Realizację techniczną obserwatora stanu stanowi układ analogowy lub cyfrowy, pracujący na bieżąco (w czasie rzeczywistym), który korzystając z dostępnych pomiarowo sygnałów wejściowych i wyjściowych silnika wyznacza rozwiązania $\underline{z}(t)$ równań obserwatora i estymaty zmiennych stanu silnika $\hat{\underline{x}}(t)$.

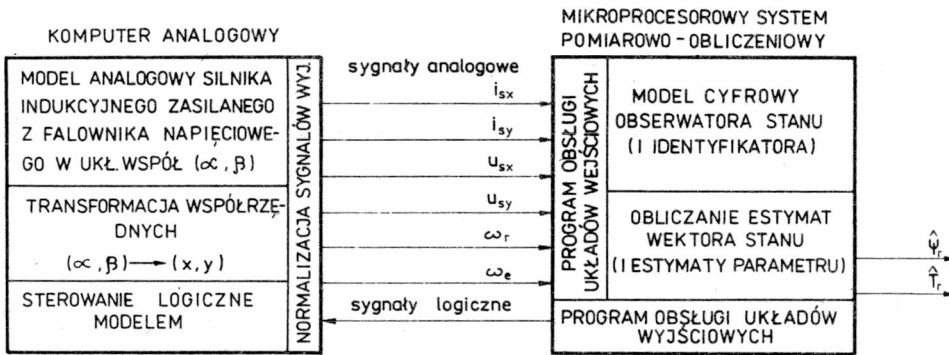
Obecny stan techniki i tendencje rozwojowe układów sterowania przekształtnikowych napędów elektrycznych z silnikami indukcyjnymi wskazują na realizację cyfrową (mikroprocesorową) obserwatorów stanu [13], [20], [50], [51], [90]. Realizacja taka wiąże się z wieloma problemami badawczymi i technicznymi, a w tym z wyborem metody całkowania numerycznego, kroku rozwiązywania równań obserwatora, częstotliwości próbkowania sygnałów mierzonych w silniku (tzn. prądów, napięć, prędkości kątowej), sprzętu mikroprocesorowego i jego oprogramowaniem.

Trudność numerycznej realizacji obserwatora stanu silnika indukcyjnego w mikroprocesorze wynika z konieczności rozwiązywania układu równań różniczkowych i algebraicznych na bieżąco, w czasie rzeczywistym, określonym przez czas trwania elektromagnetycznych procesów przejściowych silnika. Ponieważ czas ten jest bardzo krótki, to czas przeznaczony na jeden cykl pomiarowo-obliczeniowy jest również bardzo krótki. Dlatego przy rozpatrywaniu problemów numerycznej realizacji obserwatora musi być uwzględniane nie tylko zagadnienie dokładności odtworzenia stanu, ale również czas obliczeń według określonych procedur [90]. W związku z tym dąży się do zastosowania możliwie prostych metod całkowania numerycznego, poszukuje się kompromisu między dokładnością i czasem trwania obliczeń.

W pracach autorki, związanych z wstępną realizacją techniczną obserwatorów stanu [80], przyjęto do rozważań algorytm ekstrapolacyjny Eulera, który zapewnia wystarczającą dokładność odtworzenia przy odpowiednio małym kroku całkowania h . W komputerowych badaniach symulacyj-

nych uzyskano zadowalającą dokładność przy kroku całkowania $h \leq 0,001$ s.

Aby dokonać częściowej weryfikacji tych wyników oraz sprawdzić możliwość realizacji cyfrowej obserwatorów i ich działanie w czasie rzeczywistym, opracowano mikroprocesorowy system uruchomieniowy umożliwiającą realizację badań typu model komputerowy - eksperyment rzeczywisty. Na rysunku 5.1 przedstawiono schemat ideowy struktury systemu. Składa się on z dwóch części: analogowej - realizowanej w komputerze analogowym, przeznaczonej do modelowania obiektu badań (silnika indukcyjnego klatkowego wraz ze źródłem zasilania), oraz cyfrowej, którą stanowi mikroprocesorowy system pomiarowo-obliczeniowy. Część cyfrowa systemu uruchomieniowego umożliwia automatyczny pomiar wielkości dostępnych w modelu silnika indukcyjnego oraz obliczanie na bieżąco estymat strumienia i stałej czasowej wirnika.



Rys. 5.1. Schemat ideowy mikroprocesorowego systemu uruchomieniowego do badania obserwatorów silnika indukcyjnego

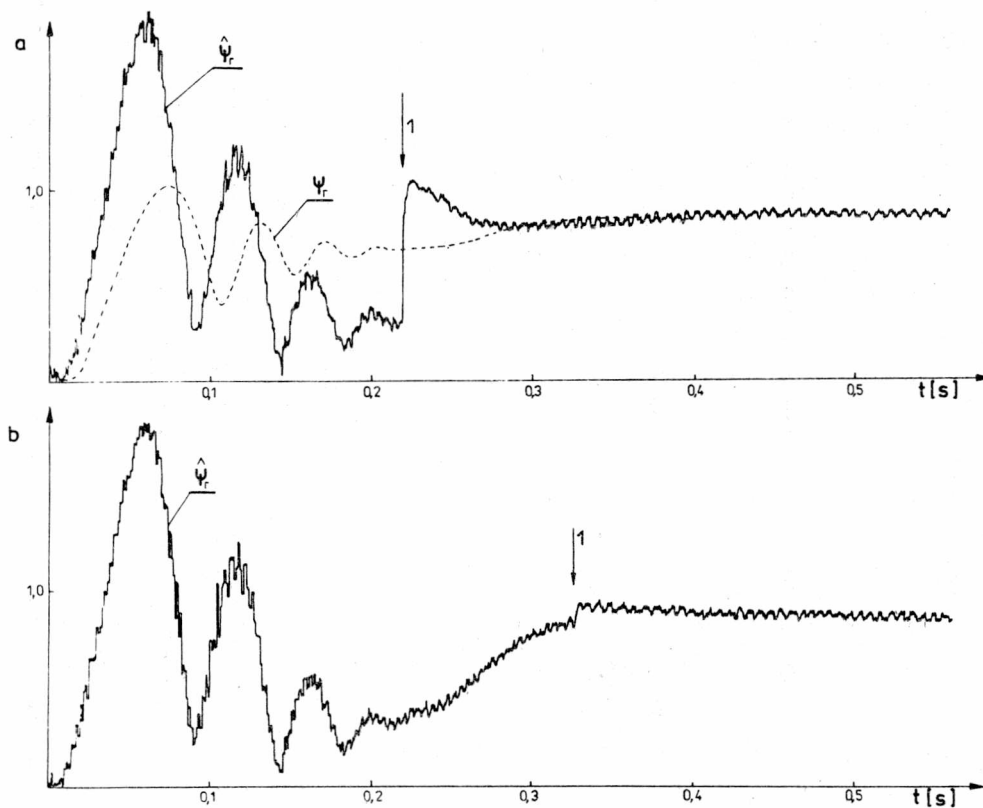
Fig. 5.1. Schematic diagram of microprocessor development system for testing the induction motor state observers

Do realizacji numerycznej obserwatorów niezbędne jest przekształcenie modeli omówionych w rozdz. 3 i 4 do postaci uwzględniającej zastosowaną metodę całkowania numerycznego (w rozważanym przypadku jest to metoda Eulera). Jako przykład przedstawiono dyskretny model matematyczny rozszerzonego obserwatora stanu i parametrów silnika indukcyjnego:

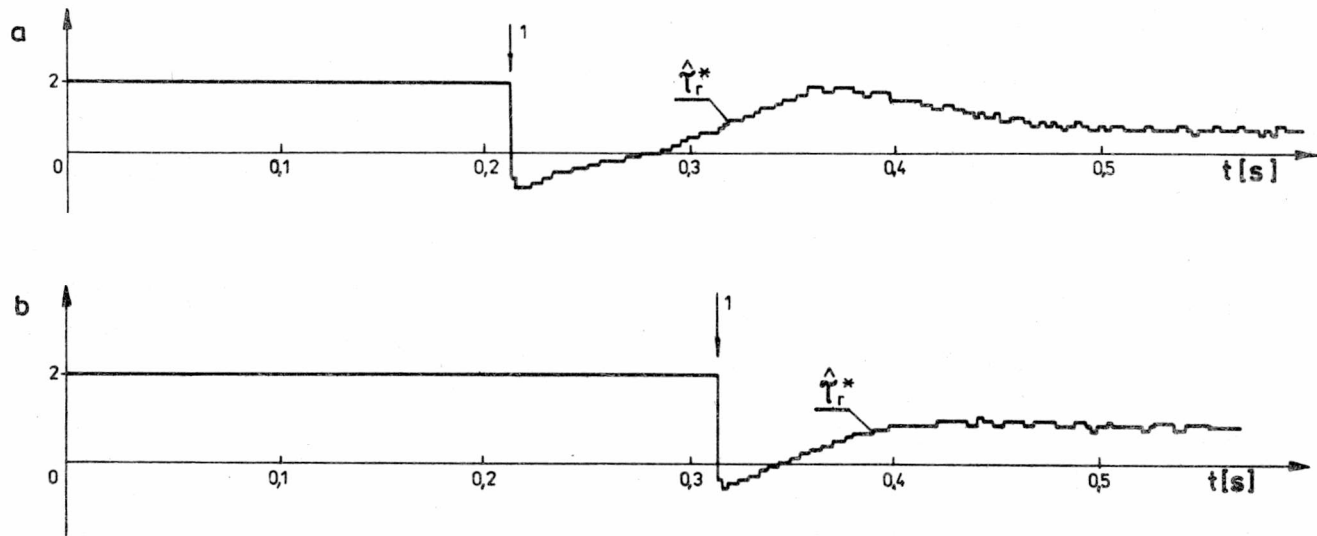
$$z_i[k+1] = (1 + \lambda_i T_p)z_i[k] + T_p(K_{i1}[k]x_1[k] + K_{i2}[k]x_2[k] + A_r t_{i1}[k]u_{sx}[k] + A_r t_{i2}[k]u_{sy}[k] - P_i[k]\xi_5[k]), \quad (5.1)$$

przy czym
 $i = 1, 2, 3,$

$$\hat{x}_{j+1}[k] = z_j[k] - t_{j1}[k]x_1[k] - t_{j2}[k]x_2[k] - P_j[k]\hat{x}_5[k], \quad (5.2)$$



Rys. 5.2. Przebiegi estymaty strumienia wirnika w warunkach różnych czasów załączenia podukładu identyfikatora otrzymane w mikroprocesorowym systemie uruchomieniowym:
 $\lambda_{\psi} = -5$, $\lambda_R = -0,1$, $N = 3$ (1 - załączenie podukładu identyfikatora)
 Fig. 5.2. Transients of rotor flux estimate in the case of various initiation times of the identifier subsystem (experimental results from microprocessor development system):
 $\lambda_{\psi} = -5$, $\lambda_R = -0,1$, $N = 3$ (1 - initiation of identifier subsystem)



Rys. 5.3. Przebiegi estymaty wartości względnej odwrotności stałej czasowej wirnika \hat{t}_r^* w warunkach różnych czasów załączenia podukładu identyfikatora otrzymane w mikroprocesorowym systemie uruchomieniowym: $\lambda_\psi = -5$, $\lambda_R = -0,1$, $N = 3$

Fig. 5.3. Transients of the inverse of rotor time constant relative value \hat{t}_r^* in the case of various initiation times of the identifier subsystem (experimental results from microprocessor development system): $\lambda_\psi = -5$, $\lambda_R = -0,1$, $N = 3$

przy czym

 $j = 1, 2$

oraz

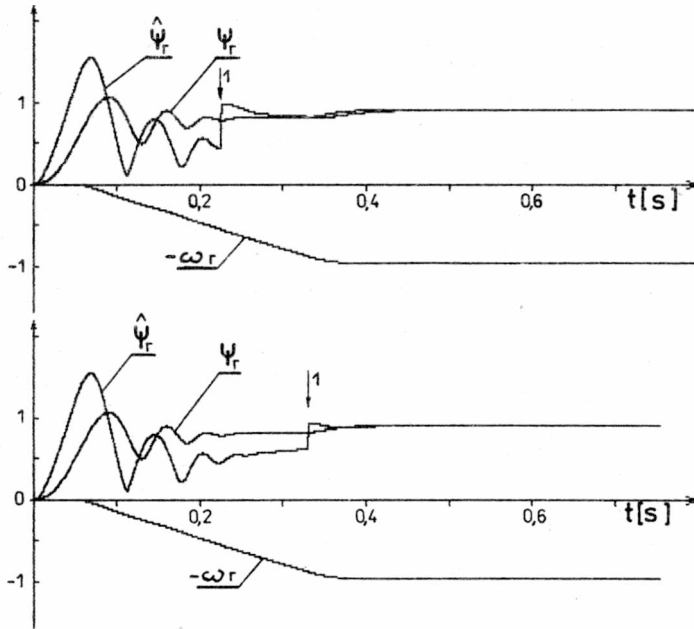
$$\hat{x}_5[k] = \lambda_3(z_3[k] - t_{31}[k]x_1[k] - t_{32}[k]x_2[k] + \hat{x}_3[k])/P_3[k]. \quad (5.3)$$

W modelu tym:

$$t_{iq}[k] = t_{iq}(\xi_5[k], \omega_r[k], \lambda_i), \quad (5.4)$$

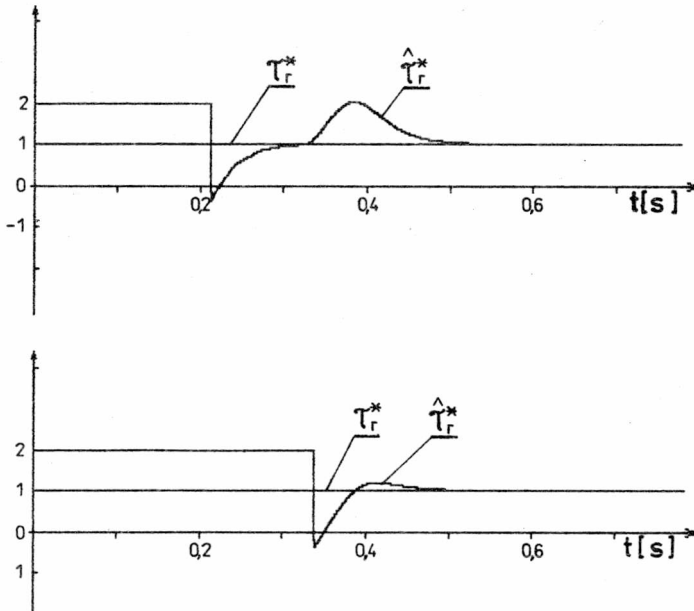
$$K_{iq}[k] = K_{iq}(\xi_5[k], \omega_r[k], \lambda_i). \quad (5.5)$$

W mikroprocesorowym systemie uruchomieniowym wartości wielkości wejściowych obserwatora zmieniają się w dyskretnych chwilach czasu t_k ($k = 0, 1, 2, \dots$), nazywanych chwilami próbkowania, i ich wartości są stałe w przedziałach $[t_k, t_{k+1}]$, których długość T_p nazywa się okresem próbkowania. Czas wykonania pomiarów wielkości dostępnych oraz algorytm-



Rys. 5.4. Przebiegi estymaty strumienia w warunkach różnych czasów załączenia podukładu identyfikatora otrzymane w komputerowych badaniach symulacyjnych: $\lambda_\psi = -5$, $\lambda_R = -0,1$, $N = 3$ (1 - załączenie podukładu identyfikatora)

Fig. 5.4. Transients of rotor flux estimate in the case of various initiation times of the identifier subsystem (computer simulation results): $\lambda_\psi = -5$, $\lambda_R = -0,1$, $N = 3$ (1 - initiation of identifier subsystem)



Rys. 5.5. Przebiegi estymaty wartości względnej odwrotności stałej czasowej τ_r w warunkach różnych czasów załączenia podukładu identyfikatora otrzymane w komputerowych badaniach symulacyjnych:

$$\lambda_\Psi = -5, \lambda_R = -0,1, N = 3$$

Fig. 5.5. Transients of the inverse of rotor time constant relative value τ_r^* in the case of various initiation times of the identifier subsystem (computer simulation results):

$$\lambda_\Psi = -5, \lambda_R = -0,1, N = 3$$

mów obserwatora musi być krótszy od okresu próbkowania. Z kolei okres próbkowania nie powinien być dłuższy od maksymalnego kroku całkowania zapewniającego uzyskanie zbieżnego rozwiązania i zadowalającej dokładności numerycznej.

Ze względu na ograniczone możliwości techniczne części mikroprocesorowej i krótki czas trwania procesów przejściowych w silniku, w badanym systemie uruchomieniowym konieczne było 100-200-krotne zwolnienie modelowanych procesów. Dzięki temu zachodziła możliwość numerycznego odtworzenia strumienia i stałej czasowej wirnika na bieżąco. Zadowalające odtwarzanie tych wielkości uzyskano, gdy okres próbkowania napięć, prądów i prędkości kątowej wynosił 0,1-0,2 s, co odpowiadało w skali czasu rzeczywistego 0,001-0,002 s.

Na rysunkach 5.2 i 5.3 przedstawiono przebiegi estymat strumienia wirnika $\hat{\Psi}_r$ i wartości względnej stałej czasowej $\hat{\tau}_r^*$ (przy różnych czasach załączenia podukładu identyfikatora), otrzymane w mikroprocesorowym systemie uruchomieniowym. Dla porównania na rys. 5.4 i 5.5 przed-

stawiono przebiegi estymat $\hat{\Psi}_r$ i $\hat{\tau}_r^*$ uzyskane w badaniach symulacyjnych. Jak wynika z porównania przebiegów, różnice amplitud i faz nie przekraczają 5%.

Z powyższych rozważań wynika, że do realizacji mikroprocesorowej obserwatorów strumienia silnika indukcyjnego należy wybrać i opracować takie rozwiązania sprzętowo-programowe, które zapewnią wykonanie wszystkich algorytmów pomiarowo-obliczeniowych w czasie krótszym od okresu próbkowania T_p . Z badań przeprowadzonych w mikroprocesorowym systemie uruchomieniowym wynika, że okres próbkowania nie powinien przekraczać $T_p = 0,001$ s. Wyjątek stanowi algorytm podukładu identyfikatora stałej czasowej wirnika w obserwatorze rozszerzonym, który ze względu na stosunkowo powolne zmiany rezystancji wirnika może być realizowany znacznie rzadziej. Osiągnięcie takiego okresu próbkowania jest technicznie możliwe w nowoczesnych 16-bitowych systemach mikroprocesorowych [51], [80].

6. WNIOSKI

W opracowaniu przedstawiono zagadnienia związane z zastosowaniem teorii obserwatorów stanu do odtwarzania na bieżąco zmiennych stanu i wybranych parametrów silnika indukcyjnego. Zaproponowano ogólne podejście do problemu syntezy różnego typu obserwatorów stanu silnika indukcyjnego, wynikające bezpośrednio z teorii Luenbergera.

Do najważniejszych rezultatów pracy można zaliczyć:

1. Usystematyzowanie istniejących struktur oraz metod syntezy obserwatorów stanu silnika indukcyjnego.
2. Opracowanie metod syntezy nieliniowych, biliniowych i liniowych niestacjonarnych obserwatorów zmiennych stanu silnika indukcyjnego sterowanego w układzie wymuszenia składowych wektora napięcia lub amplitudy prądu stojana o dowolnie kształtowanych wartościach własnych.
3. Wykorzystanie oryginalnej metody syntezy niestacjonarnych obserwatorów liniowych do opracowania obserwatora rozszerzonego, realizującego jednocześnie na bieżąco estymację wektora zmiennych stanu i identyfikację wybranych parametrów silnika indukcyjnego.
4. Wykazanie, że we wszystkich opracowanych obserwatorach stanu silnika indukcyjnego można kształtować właściwości dynamiczne poprzez swobodny wybór położenia wartości własnych na płaszczyźnie Gaussa.

Niezależnie od powyższych wniosków, istotnych dla problemu uogólnienia, podano również wiele uwag i wniosków szczegółowych, charakteryzujących w pełni właściwości proponowanych rozwiązań (patrz podrozdz. 3.1 do 3.3 oraz rozdz. 4). Podsumowując najważniejsze z nich, można stwierdzić, że:

- w układach napędowych, w których utrudniony jest pomiar prędkości kątowej, można stosować obserwatory nieliniowe, odtwarzające pełny wektor elektromagnetycznych i mechanicznych zmiennych stanu silnika na podstawie pomiaru prądu i napięcia stojana;

- obserwatory nieliniowe są stabilne lokalnie, przy czym właściwy wybór ich wartości własnych i warunków początkowych zapewnia szybkie zsynchronizowanie się zmiennych stanu obserwatora ze zmiennymi stanu silnika i dokładne ich śledzenie niezależnie od późniejszych zmian warunków pracy silnika;

- obserwatory liniowe niestacjonarne łączą zalety obserwatorów nieliniowych i biliniowych, eliminując ich wady. Są stabilne globalnie, nie wykazują błędów ustalonych przy zmianie wartości zadanej prędkości, ponieważ ich współczynniki wagowe zmieniają się automatycznie wraz z prędkością kątową silnika;

- kiedy niezbędne jest uwzględnienie temperaturowych zmian rezystancji (stałej czasowej wirnika), można stosować obserwator rozszerzony, który na podstawie pomiaru prądu stojana, napięcia i prędkości kątowej odtwarza składowe wektora strumienia i stałą czasową wirnika zarówno w stanach przejściowych, jak i ustalonych;

- wstępne badania eksperymentalne potwierdzają możliwość technicznej realizacji proponowanych obserwatorów stanu silnika indukcyjnego za pomocą techniki mikroprocesorowej.

ZAŁĄCZNIK 1

Parametry silników indukcyjnych klatkowych

Silnik Sf-180-L-8

Dane znamionowe: $P_N = 11 \text{ kW}$, $U_N = 380 \text{ V}$, $I_N = 25 \text{ A}$,
 $n_N = 750 \text{ obr/min}$, $\eta = 0,88$, $\cos \varphi = 0,76$,
 $M_{\text{max}}/M_N = 2,2$

Parametry schematu zastępczego

Parametry Poślizg	R_s	R_r	X_s	X_r	X_M	Jed- nostka
$s = s_N = 0,0267$	0,855	0,85	47,71	50,18	45,1	[Ω]
	0,0325	0,0323	1,812	1,906	1,713	[p.u.]
$s = 1$	0,855	1,61	47,7	48,05	45,1	[Ω]
	0,0325	0,061	1,812	1,825	1,713	[p.u.]

Wartości odniesienia

U_b	I_b	Z_b	ω_b	P_b	M_b	Ψ_b
[V]	[A]	[Ω]	[1/s]	[V A]	[Nm]	[Vs]
537,4	20,41	26,133	314	16452	209,6	1,71

Elektromechaniczna stała czasowa $T_M = 0,073$ s.

Silnik SDChm-180-M

Dane znamionowe: $P_N = 5,5$ kW, $U_N = 380$ V, $I_N = 13,5$ A,
 $n_N = 910$ obr/min, $\eta = 0,74$, $\cos \varphi = 0,73$,
 $M_{\max}/M_N = 2,1$

Parametry schematu zastępczego

Parametry Poślizg	R_s	R_r	X_s	X_r	X_M	Jed- nostka
$s = s_N = 0,09$	1,085	1,803	32,4	36,329	29,6	[Ω]
	0,0665	0,1106	1,9877	2,2287	1,816	[p.u.]
$s = 1$	1,085	1,922	32,4	32,4	29,6	[Ω]
	0,0665	0,1181	1,9877	1,9877	1,816	[p.u.]

Wartości odniesienia

U_b	I_b	Z_b	ω_b	P_b	M_b	Ψ_b
[V]	[A]	[Ω]	[1/s]	[V A]	[Nm]	[Vs]
311,13	19,09	16,3	314	8909,2	85,12	0,99

Elektromagnetyczna stała czasowa $T_M = 0,1967$ s.

ZAŁĄCZNIK 2Wartości własne i warunki obserwowalności modeli matematycznych silnika indukcyjnego

A. Wartości własne modeli matematycznych silnika indukcyjnego

Wartości własne Rodzaj modelu	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	Typ silnika
Nieliniowy (2.8) (2.9) (3.31)	-0,0971	-0,3213+ +j0,1846	-0,3213+ -j0,1846	-0,1901+ +j0,9296	-0,1901+ -j0,9296	1
	-0,1061	-0,0522+ +j0,3486	-0,0522+ -j0,3486	-0,1267+ +j0,9884	-0,1267+ -j0,9884	2
Biliniowy (2.17) (2.18) (3.68)	-0,6107	-0,0043+ +j0,2191	-0,0043+ -j0,2191			1
	-0,2624	0,0067+ +j0,1008	0,0067+ -j0,1008			2
Liniowy (2.20) (2.21)	-0,3613+ +j0,0958	-0,3613+ -j0,0958	-0,0179+ +j0,9942	-0,0179+ -j0,9942		1
	-0,1126+ +j0,0386	-0,1126+ -j0,0386	-0,1194+ +j0,9881	-0,1194+ -j0,9881		2
Rozszerzony (4.49) (4.50)	0,0	-0,3732+ +j0,1587	-0,3732+ -j0,1587	-0,1868+ +j0,9313	-0,1868+ -j0,9313	1
	0,0	-0,1126+ +j0,0386	-0,1126+ -j0,0386	-0,1194+ +j0,9881	-0,1194+ -j0,9881	2

Silnik 1 - SDChm-180-M; silnik 2 - Sf-180-L-8

Wartości własne modelu nieliniowego i rozszerzonego zostały wyznaczone dla punktu pracy znamionowej, a modelu biliniowego i liniowego - dla prędkości znamionowej.

B. Warunki obserwowalności modeli matematycznych silnika indukcyjnego

Warunkiem koniecznym istnienia obserwatora stanu obiektu dynamicznego jest obserwowalność pary macierzy stanu \underline{A} i macierzy wyjścia \underline{C} modelu matematycznego obiektu. Jeżeli macierz stanu jest rzędu n , a macierz wyjścia jest rzędu m , to macierz obserwowalności przyjmuje następującą postać:

$$\underline{Q} = \begin{bmatrix} \underline{C} \\ \underline{C} \underline{A} \\ \underline{C} \underline{A}^2 \\ \dots \\ \underline{C} \underline{A}^{n-m} \end{bmatrix},$$

a warunkiem obserwowalności jest

rzęd $\underline{Q} = n$.

W rozważanych modelach matematycznych silnika indukcyjnego wyznaczono wartości wyznaczników macierzy obserwowalności ($\det \underline{Q}$) w znamionowym punkcie pracy silnika (w wartościach względnych).

Rodzaj modelu silnika	Nieliniowy (2.8) (2.9)	Biliniowy (2.17) (2.18)	Liniowy (2.20) (2.21)	Rozszerzony (4.49) (4.50)	Typ silnika
Macierz wyjścia	(3.28)	(3.64)	(3.98)	(4.50h)	
Wartość $\det \underline{Q}$	0,00056	-0,00087	0,01162	-4,47198	1
	0,00013	-0,00002	0,00084	-9,85269	2

Silnik 1 - SDChm-180-M; silnik 2 - Sf-180-L-8.

ZAŁĄCZNIK 3

Współczynniki wagowe obserwatorów stanu silników indukcyjnych

1. Obserwator nieliniowy (3.29) modelu matematycznego (2.8), (2.9) silnika indukcyjnego (SDChm-180-M).

$\lambda_i = \lambda$	-0,2	-1	-2
k_{11}	2,2198	2,3315	5,7152
k_{12}	1,9773	1,9466	2,9223
k_{21}	2,1466	3,7656	12,2513
k_{22}	2,0078	1,6149	1,0194
k_{31}	2,0009	1,5799	1,7892
k_{32}	2,0078	2,1630	3,7023
k_{41}	-0,3485	0,3968	-0,8792
k_{42}	2,1483	3,0548	5,5963
k_{51}	-3,5859	-5,5824	-11,8579
k_{52}	1,6702	3,4832	9,7591

2. Obserwator biliniowy (3.65) modelu matematycznego (2.17), (2.18) silnika indukcyjnego (Sf-180-L-8).

$\lambda_i = \lambda$	-0,2	-0,5	-1	-1,5	ω_{ro} [p.u.]
k_1	-0,0374	-1,2696	-11,0098	-37,9385	0,9733
k_2	0,0322	0,2404	1,0950	2,7160	
k_3	0,3511	1,2511	2,7511	4,2511	
k_1	-0,1063	-2,6307	-22,6152	-77,8940	0,4733
k_2	0,0688	0,5432	2,6673	7,0160	
k_3	0,3511	1,2511	2,7511	4,2511	

LITERATURA

- [1] ACKERMAN J., Regulacja impulsowa, WNT, 1976.
- [2] ARENDT D., Obserwatory zmiennych stanu i zakłócenia w układach częstotliwościowej regulacji prędkości silnika indukcyjnego, Rozprawa doktorska, Warszawa, IEL, 1985.
- [3] ARUMUGAN H., RAMAMOOTRY M., A dynamic observer for a synchronous machine, Int. J. Control, vol. 15, 6, 1972, s. 1129-1136.
- [4] BELLINI A., FIGALLI G., A bilinear observer of the state of the induction machine, Ricerche di Automatica, vol. 9, no. 1, June 1978, s. 70-85.
- [5] BELLINI A., FIGALLI G., LOMBARDI T., An approach to induction machines by means of the bilinear system theory, in Proc. Int. Conf. Electrical Machines, Brussels, E2/2-9, 1978.
- [6] BELLINI A., FIGALLI G., A bilinear observer of the state of the induction machine, CONTROL and COMPUTERS 1985, vol. 13, No. 2, s. 54-59.
- [7] BELLINI A., FIGALLI G., ULIVI G., A microcomputer based direct field oriented control of induction motors, in Proc. Int. Conf. on Electrical Machines, Part 2, September 1986, München, s. 652-655.
- [8] BELLINI A., FIGALLI G., ULIVI G., A microcomputer based optimal control system to reduce the effects of the parametric variations and speed measurement errors in induction motor drives, IEEE Trans. on Industry Appl., vol. IA-22, No. 1, January February 1986, s. 42-50.
- [9] BHATTACHARYA S.P., The structure of robust observers, IEEE Trans. Aut. Contr., vol. AC-21 1976, s. 581-585.
- [10] BHATTACHARYA S.P., Parameter-invariant observers, Int. J. Contr., vol. 32, 1980, s. 1127-1132.
- [11] BLASCHKE F., Das Verfahren der Feldorientierung zur Regelung der Asynchronmaschine, Siemens Forschungs und Entwicklungs Ber. 1(1972), H. 1, s. 184-193.
- [12] CARROLL R.L., LINDORFF D.P., An adaptive observer for single-input single-output linear systems, IEEE Trans. Aut. Contr., vol. AC-18, No. 5, 1973.
- [13] CHATTOPADHYAY A., MEHER N., Microprocessor implementation of a state feedback control strategy for a current source inverter-fed induction motor drive, IEEE Power Electronics Spec. Conf. Rec., June 1987, s. 146-154.
- [14] CHRZAN P., A rotor time constant identification for vector-controlled current inverter-fed induction motor, Zeszyty Naukowe Politechniki Gdańskiej (w druku).
- [15] ČALYJ G.- MARANEC J., Identifikator potokosceplenijska dla asinchronnogo elektroprivoda s invertorom toka, Techničeskaja elektrodinamika, Nr 1, 1985, s. 59-63.
- [16] DEMIDOWICZ B.P., Matematyczna teoria stabilności, Warszawa, WNT, 1972.

- [17] DOTE Y., Existence of limit cycle and stabilization of induction motor via new nonlinear state observer, *IEEE Trans. Automat. Control.*, vol. AC-24, June 1979, s. 421-428.
- [18] DOTE Y., Stabilization of controlled current induction motor drive system via new nonlinear state observer, *IEEE Trans. Ind. Electron Contr. Instrum.*, vol. IECI-27, May 1980, s. 77-81.
- [19] DOTE Y., ANBO K., Combined parameter and state estimation of controlled current induction motor drive system via stochastic nonlinear filtering technique, *Proc. IEEE IAS Conf. (Cleveland, OH) Sept. 1979*, s. 838-842.
- [20] de FORNEL B., PIETRZAK-DAVID M., GAUVRIT M., State-space compensation applied to the control of a current-fed induction motor, *IEE Proc.*, vol. 129, Pt. B., No. 4, 1982, s. 221-226.
- [21] GABRIEL R., LEONHARD W., NORDBY C.J., Field-oriented control of a standard AC motor using microprocessors, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. IA-16, No. 2, 1980, s. 186-192.
- [22] GABRIEL R., LEONHARD W., Microprocessor control of induction motor, *Conf. Rec. IEEE - ISPC*, 1982, s. 385-396.
- [23] GARCES L., Parameter adaptation for the speed-controlled static ac drive with a squirrel-cage induction motor, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. IA-16, Mar./Apr. 1980, s. 173-178.
- [24] GAYER W., Regelungstechnik ein Baumstein für die Automatisierungstechnik, *Siemens Zeitschrift*, Heft 9, 1977.
- [25] GOTTZEIN E., Magnetic suspension control systems for the MBB high speed train, *Automatica*, vol. 11, nr 3, 1975.
- [26] GOTTZEIN E., Control aspects of tracked magnetic levitation high speed test vehicle, *Automatica*, vol. 13, nr 2, 1977.
- [27] HASSE K., Drehzahlregelverfahren für schnelle Umrichterantriebe mit stromrichteragespeisten Asynchron-Kurzschlussläufermaschinen, *Regelungstechnik* 1972, s. 60-67.
- [28] HARA S., FURUTA K., Minimal-order state observers for bilinear systems, *Int. J. Contr.*, vol. 24, 1976, s. 705-718.
- [29] HARASHIMA F., KONDO S., Robust state observer and variable sampling technique for performance improvement of a motor drive system, *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. IE-30, No. 4, 1983, s. 325-329.
- [30] HARASHIMA F., KONDO S., Multimicroprocessor-based control system for quick response induction motor drive, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. IA-21, No. 4, 1985, s. 602-609.
- [31] HARMS K., LEONHARD W., Parameter adaptive control of induction motor based on steady-state model, *I Europ. Conf. on Power Electr. and Applic.*, Brussel 1985.
- [32] JÜETTEN R., MAEDER G., Control methods for good dynamic performance induction motor drives based on current and voltage as measured quantities, *IEEE Trans. on Ind. Appl.*, vol. IA-19, No. 3, 1983, s. 356-363.
- [33] JOHNSON J.H., Digital filters using observers applied to ICBM control system design, *Journal Spacecraft and Rockets*, nr 7, 1974.
- [34] KACZOREK T., Synteza obserwatorów układów liniowych stacjonarnych, *Materiały Sympozjum Metody Matematyczne w Elektrotechnice, Otmuchów 1978*.
- [35] KACZOREK T., Design of reduced-order observers for linear time-varying systems, *Proc. of II Polish-English Seminar on Real Time Process Control, Warsaw 1978*.

- [36] KACZOREK T., Teoria sterowania wielowymiarowych układów dynamicznych liniowych, WNT, 1983.
- [37] KAŻMIERKOWSKI M.P., Zasady syntezy układów sterowania napędów przekształtnikowych, Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej, Elektryka, z. 61, Warszawa 1980.
- [38] KAŻMIERKOWSKI M.P., KÖPCKE H.J., Vergleich dynamischer Eigenschaften verschiedener Steuer und Regelverfahren für umrichter gespeiste Asynchronmaschinen, ETZ Archiv 1982, H. 9, s. 267-277.
- [39] KAŻMIERKOWSKI M.P., NILSEN R., Reduced order observer with parameter adaptation for fast rotor flux estimation in induction machines, IEE Proc., part D, vol. 136, No. 1, 1989, s. 35-43.
- [40] KAWAJI S., UMETSU Y., State observer for quadratic systems, Int. J. Control, vol. 38, nr 3, 1983.
- [41] KOEHNE M., Modelling and simulation of nonlinear and adaptive observers, 10th IMACS World Congress on Systems Simulation and Scientific Computations, Montreal 1982.
- [42] KOU R., ELLIOTT D., TARN J., Observability of nonlinear systems, Information and Control, vol. 22, 1973.
- [43] KOU R., ELLIOTT D., TARN J., Exponential observers for nonlinear dynamic systems, Information and Control, vol. 29, 1975, s. 204-216.
- [44] KOVACS K.P., RACZ J., Transiente Vorgänge in Wechselstrommaschinen, Budapest, Verlag der Ungarischen Akademie der Wissenschaften, 1959.
- [45] KREISSELMAYER G., Adaptive observers with exponential rate of convergence, IEEE Trans. Aut. Contr., vol. AC-22, nr 1, 1977, s. 2-8.
- [46] KREISSELMAYER G., On adaptive state regulation, IEEE Trans. Aut. Contr., vol. AC-27, nr 1, 1982, s. 3-17.
- [47] KRISHNAN R., DORAN F.C., Study of parameter sensitivity in high performance inverter-fed induction motor drive systems, IEEE Trans. Ind. Appl., vol. IA-23, nr 4, 1987, s. 623-635.
- [48] KUBOTA H., MATSUE K., FUKAO T., New control method of inverter-fed induction motor drive by using state observer with rotor resistance identification, IEEE/IAS Annual Meet., 1984, Conf. Rec., s. 601-606.
- [49] KUDVA P., NARENDRA K.S., Synthesis of an adaptive observer using Lyapunov's direct method, Int. J. Contr., vol. 18, 1973, s. 1201-1210.
- [50] LEONHARD W., Control of Electrical Drives, Berlin, Springer-Verlag 1985.
- [51] LEONHARD W., Microcomputer control of high dynamic performance ac drives: a survey, Automatica, vol. 22, nr 1, 1986, s. 1-19.
- [52] LÖESER F., SÄTTLER P.K., Identification and compensation of the rotor temperature of AC drives by an observer, IEEE Trans. Ind. Appl., vol. IA-21, Nr 6, 1985, s. 1387-1393.
- [53] LUENBERGER D.G., Observers for multivariable systems, IEEE Trans. on Aut. Contr., vol. 11, nr 2, 1966, s. 190-197.
- [54] LUENBERGER D.G., Canonical form for linear multivariable systems, IEEE Trans. on Aut. Contr., vol. 12, Nr 6, 1967, s. 290-293.
- [55] LUENBERGER D.G., An introduction to observers, IEEE Trans. Aut. Contr. vol. 16, Nr 6, 1971, s. 596-603.

- [56] MATSUO T., LIPO T., A rotor parameter identification scheme for vector-controlled induction drives, *IEEE Trans.Ind.Appl.*, vol. IA-21, Nr 4, 1985, s. 624-632.
- [57] MEDITCH O.P., KOSTETTER G.H., Observer for systems with unknown and inaccessible inputs, *Int. J. Contr.*, vol. 19, nr 3, 1974.
- [58] MIELCZARSKI W., Obserwatory stanu generatora synchronicznego, *Zeszyty Naukowe Politechniki Łódzkiej, Rozprawy Naukowe*, z. 84, Łódź, 1986.
- [59] MIELCZARSKI W., Observing the state of synchronous generator, Part 1 theory, *Int.J.Control*, vol. 45, nr 3, 1987, s. 987-1000.
- [60] MIELCZARSKI W., Observing the state of synchronous generator, Part 2, Applications, *Int.J.Control*, vol. 45, Nr 3, 1987, s. 1001-21
- [61] NABAE A., OTSUKA K. i in., An approach to flux control of induction motors operated with variable frequency power supply, *IEEE Trans.Ind.Appl.*, vol. IA-16, nr 3, 1988, s. 342-349.
- [62] NAGASE H., MATSUDA Y. i in., High performance induction motor drive system using a PWM inverter, *IEEE Trans.Ind.Appl.*, vol. IA-20, Nr 6, 1984, s. 1482-1488.
- [63] NORDIN K.B., NOVOTNY P.W., ZINGER D.S., The influence of motor parameter deviations in feedforward field orientation drive systems, *IEEE Trans.Ind.Appl.*, vol. IA-21, Nr 4, 1985, s. 1009-1015.
- [64] OGATA K., *Metody przestrzeni stanów w teorii sterowania*, WNT, 1974.
- [65] OHNISHI K., UEDA Y., MIYACHI K., Model reference adaptive system against rotor resistance variation in induction motor drive, *IEEE Trans.Ind.Electron.*, vol. IE-33, Nr 3, 1986, s. 217-223.
- [66] OKUYAMA T., NAGASE H., KUBOTA Y., High performance ac motor speed control system using GTO converters, *Conf.Rec. IPEC, Tokyo*, 1983, s. 720-731.
- [67] O'REILLY J., *Observers for linear systems*, Academic Press, 1983.
- [68] ORŁOWSKA-KOWALSKA T., Zastosowanie obserwatora stanu w układzie napędowym z silnikiem asynchronicznym sterowanym prądem, II Kraj. Seminarium "Wybrane zagadnienia optymalizacji zautomatyzowanych układów napędu elektrycznego", Sulejów, 1984, s. 144-155.
- [69] ORŁOWSKA-KOWALSKA T., Analysis of variable-speed drive system with current-fed ac motor and nonlinear state observer, *Proc. Int. AMSE Confer. "Modelling and Simulation"*, Athens 1984, vol. 24, s. 121-135.
- [70] ORŁOWSKA-KOWALSKA T., KOWALSKI Cz., SZTYLIŃSKI L., Analiza układu napędowego z silnikiem asynchronicznym zasilanym z falownika napięcia MSI, *Archiwum Elektrotechniki*, t. 34, z. 1/2, 1985, s. 289-306.
- [71] ORŁOWSKA-KOWALSKA T., Fast state observers for current-fed induction motor, *Proc. Int. Confer. BICEM 87*, Beijing, China, 1987, s. 463-467.
- [72] ORŁOWSKA-KOWALSKA T., KOWALSKI Cz., Obliczanie strumienia silnika asynchronicznego za pomocą obserwatorów stanu, *Materiały V Krajowego Seminarium "Rozwój teoretycznych podstaw optymalizacji zautomatyzowanych układów napędowych"*, Kraków, 1987, s. 229-240
- [73] ORŁOWSKA-KOWALSKA T., Analiza własności rozszerzonego obserwatora stanu i parametrów silnika asynchronicznego, *Materiały V Krajowego Seminarium "Rozwój teoretycznych podstaw optymalizacji zautomatyzowanych układów napędowych"*, Kraków, 1987, s. 241-250.

- [74] ORŁOWSKA-KOWALSKA T., Dynamical properties of fast state observer for current-fed induction motor, *Electric Machines and Power Systems*, vol. 14, nr 3-4, 1988, s. 151-162.
- [75] ORŁOWSKA-KOWALSKA T., Zagadnienia sterowania prądowego silnika asynchronicznego z zastosowaniem obserwatora stanu, *Postępy Napędu Elektrycznego "Specjalne zagadnienia dynamiki i sterowania układów elektromechanicznych"*, PWN, 1988, s. 127-152.
- [76] ORŁOWSKA-KOWALSKA T., State and parameter estimation of the induction motor drive system, *Proc. Int. Confer. on Electric Machines*, Pisa 1988, vol. 3, s. 319-323.
- [77] ORŁOWSKA-KOWALSKA T., Application of the extended Luenberger observer for flux and rotor time constant estimation in induction motor drives, *IEE Proceedings*, vol. 136, Pt. D, nr 6, November 1989, s. 324-330.
- [78] ORŁOWSKA-KOWALSKA T., KOWALSKI Cz., BANASZEWSKI A., Komputerowe projektowanie nieliniowych obserwatorów strumienia silnika asynchronicznego w układach sterowania częstotliwościowego, *Raport Inst. Ukł. Elektromasz. PWr.*, SPR nr 8/87, Wrocław.
- [79] ORŁOWSKA-KOWALSKA T., KOWALSKI Cz., Badania symulacyjne i numeryczna realizacja rozszerzonego obserwatora stanu i parametrów silnika asynchronicznego, *Raport Inst. Ukł. Elektromasz. PWr.*, SPR nr 15/87, Wrocław.
- [80] ORŁOWSKA-KOWALSKA T., BANASZEWSKI A., KOWALSKI Cz., Opracowanie algorytmów mikroprocesorowej realizacji rozszerzonego obserwatora wektora stanu i parametrów silnika asynchronicznego, *Raport Inst. Ukł. Elektromasz. PWr.*, SPR nr 17/88, Wrocław.
- [81] PEŁCZEWSKI W., *Teoria sterowania*, Warszawa, WNT, 1980.
- [82] PEŁCZEWSKI W., KRYNKE M., *Metoda zmiennych stanu w analizie dynamiki układów napędowych*, Warszawa, WNT, 1984.
- [83] PLUNKETT A.B., Direct flux and torque regulation in a PWM inverter induction motor drive, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. IA-13, nr 2, 1972.
- [84] ROITENBERG Y.V., Observability of nonlinear systems, *SIAM J. Contr.*, vol. 8, nr 3, 1970, s. 338-345.
- [85] SCHUMACHER W., LEONHARD W., Transistor-fed ac-servo drive with microprocessor control, *Conf. Rec. IPEC-Tokyo*, 1983, s. 1465-72.
- [86] SHOZO MORI, Control of unstable mechanical system control of pendulum, *Int. J. Control.*, vol. 27, nr 5, 1976.
- [87] SINHA A., CHATTOPADHYAY A.K., Microcomputer as a programable controller for state feedback control of a dc motor employing thyristor amplifier, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. IA-21, nr 4, 1985, s. 571-579.
- [88] SUGIMOTO H., TAMAI S., Secondary resistance identification of an induction motor applied model reference adaptive system and its characteristics, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. IA-23, nr 2, 1987, s. 296-303.
- [89] SUL S.K., A novel technique of rotor resistance estimation considering variation of mutual inductance, *Conf. Rec. IEEE IAS Annual Meeting*, 1987.
- [90] SZKLARSKI L., KOZIOL R., *Cyfrowe sterowanie w układach napędów elektrycznych*, *Postępy Napędu Elektrycznego PAN*, Warszawa 1986.
- [91] TAKATA H., UEDA R. i in., On the estimation of transient state of power systems by discrete nonlinear observer, *IEEE Trans. Power App. Systm.* vol. PAS-94, nr 6, 1975, s. 2135-2140.

- [92] THAU F.E., Observing the state of nonlinear dynamic systems, Int. J.Control., vol. 17, nr 3, 1973, s. 471-479.
- [93] THAU F.E., Stabilization of a class of nonlinear systems with incomplete information, Int.J.Contr., vol. 19, nr 1, 1974, s. 143-148.
- [94] TUNIA H., KAZMIERKOWSKI M.P., Automatyka napędu przekształtnikowego, Warszawa, PWN, 1987.
- [95] VERGHESE G.C., SANDERS S.R., Observers for flux estimation in induction machines, IEEE Trans. Industr. Electronics., vol. 35, nr 1, 1988, s. 85-94.
- [96] WALCOTT B.L., CORLESS M.J., ŻAK S.H., Comparative study of nonlinear state observation techniques, Int.J.Contr., vol. 45, nr 6, 1987, s. 2109-2132.
- [97] WOJCIECHOWSKI B., Analiza i synteza proporcjonalno-całkujących obserwatorów stanu jednowymiarowych systemów liniowych stacjonarnych ciągłych, Polit. Śląska 1978, Praca doktorska.
- [98] YÜKSEL Y.O., BONGIORNO J.J., Observers for linear multivariable systems, IEEE Trans.Aut.Contr., vol. AC-16, 1971, s. 603-621.
- [99] ZAI L.C., LIPO T.A., An extended Kalman filter approach to rotor time constant measurement in PWM induction motor drives, Conf. Rec. IEEE IAS Annual Meeting, 1987, s. 177-183.
- [100] ZÄGELEIN W., Ein Beobachter mit geringer Parameterempfindlichkeit für die Flusskomponenten der Asynchronmaschine, Automatisierungstechnik, Jahrgang 34, H. 3, 1986, s. 102-109.
- [101] ZEITZ M., Nichtlinear Beobachter, Regelungstechnik, Jahrgang 27, H. 8, 1979, s. 241-249.
- [102] ZEITZ M., BESTLE D., Canonical form observer design for nonlinear time-variable systems, Int.J.Contr., vol. 38, nr 2, 1983, s. 419-431.

Praca wpłynęła do Redakcji
3 kwietnia 1989 r.

STATE AND PARAMETER OBSERVERS IN THE INDUCTION MOTOR CONTROL SYSTEMS

The development of modern methods and design techniques for variable frequency induction motor drives is usually concerned with the problem of the system state variables availability. Especially vector control methods, which enable realization of AC drives with static and dynamic performances comparable to those obtained with DC drives, require information about actual values of the rotor flux vector. In the case of direct air gap flux measurements, the known difficulties that occurred coincided with the necessity of installing special sensors in the motor. To overcome these difficulties, an indirect approach was used, i.e., components of the rotor flux space vector were calculated on the

basis of easily measurable motor variables as line voltage, currents and rotor angular speed. The classical indirect methods utilized the transformed equations of the motor electromagnetic circuits, so the rate of the flux estimation process was determined by electromagnetic time constants of the motor.

The application of the observer theory made it possible to design much faster dynamical systems for the rotor flux estimation by influencing the location of system eigenvalues.

There are several papers which deal with this problem. The most interesting are the works of Dote, Bellini and Verghese. But all induction motor state observers presented in these papers can be characterized as dynamical systems with eigenvalues depending on actual angular speed of the motor.

The aim of this work was to develop the methods of designing state observers for the induction motor with free choice of observer eigenvalues location in the s -plane.

There were considered three kinds of mathematical models for voltage or current controlled induction motor: nonlinear, bilinear and time-varying model. Such classification was due to the choice of state vector components and special assumptions about availability of the information about angular speed of the induction motor. There were presented design methods and mathematical models of nonlinear, bilinear and time-varying linear state observer with arbitrary eigenvalues for voltage or current controlled induction motor.

The nonlinear observers of the induction motor are locally stable and the region of their stability hardly depends on the observer eigenvalues and initial conditions of its state variables.

The bilinear observers are fast and globally stable, but their gain factors should be changed in the case when the motor speed is changing.

The linear time-varying observer proposed in this work is a compromise solution between nonlinear and bilinear observers. It connects their advantages such as fastness, global asymptotical stability and relatively simple analytical synthesis method.

It was proved that all the presented observers of the induction motor are sensitive to motor parameter changes, especially to rotor resistance (or time constant) changes. So, a new extended Luenberger observer for simultaneous estimation of the rotor flux vector and identification of the rotor time constant was presented. The synthesis method developed for time-varying linear flux observer was used to design this extended observer. The stability analysis of such observer was presented. The special choice of the form of the extended observer state ma-

trix enables the decoupling of this observer into two subsystems working in asynchronous operation mode. It greatly improves computational facility of such observer.

Many simulation results were presented, which illustrate properties of all kinds of the induction motor state and parameter observers in various operation conditions of the drive system with voltage or current controlled induction motor. Besides, some remarks on microprocessor realization of such observers were made and results of computer realization in the experimental system were demonstrated.

НАБЛЮДАТЕЛИ ПЕРЕМЕННЫХ СОСТОЯНИЯ И ПАРАМЕТРОВ В СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ АСИНХРОННЫХ КОРОТКОЗАМКНУТЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

В работе представлены проблемы связанные с применением теории наблюдателей состояния к восстановлению, в реальном масштабе времени, переменных состояния и некоторых параметров электродвигателей работающих в преобразовательных электроприводах. Доказано, что переменные состояния электродвигателя возможно восстановить с помощью разных типов наблюдателей в зависимости от требований системы управления электроприводом. Предложены методы синтеза нелинейных, билинейных и линейных нестационарных наблюдателей переменных состояния, со свободным выбором корней характеристического уравнения, для асинхронного двигателя управляемого по току или напряжению статора. Оригинальный метод проектирования нестационарных линейных наблюдателей использовано для разработки нового типа расширенного наблюдателя переменных состояния и параметров двигателя. Показано результаты симуляционных исследований разных типов наблюдателей асинхронного двигателя и оценку возможности микропроцессорной реализации таких систем.

SPIS TREŚCI

Wykaz ważniejszych oznaczeń	3
1. Wstęp	6
1.1. Wprowadzenie	6
1.2. Podstawowe pojęcia teorii obserwatorów	9
1.3. Krytyczny przegląd literatury dotyczącej obserwatorów stanu silnika indukcyjnego	12
1.4. Cel i zakres pracy	15
2. Modele matematyczne silnika indukcyjnego	18
2.1. Wprowadzenie	18
2.2. Model nieliniowy	23
2.3. Model biliniowy	24
2.4. Model liniowy	26
2.5. Podsumowanie	27
3. Odtwarzanie zmiennych stanu silnika indukcyjnego - obserwa- tory wektora stanu	28
3.1. Nieliniowe obserwatory wektora stanu silnika indukcyj- nego	28
3.1.1. Wprowadzenie	28
3.1.2. Metody syntezy obserwatorów nieliniowych	29
3.1.2.1. Sformułowanie problemu	29
3.1.2.2. Metoda zamiany bazy układu	31
3.1.2.3. Metoda optymalizacji funkcji celu	33
3.1.3. Modele matematyczne nieliniowych obserwatorów wek- tora stanu silnika indukcyjnego	34
3.1.4. Analiza właściwości nieliniowych obserwatorów sta- nu silnika indukcyjnego	37
3.1.5. Podsumowanie	44
3.2. Bilińowe obserwatory wektora stanu silnika indukcyjnego	45
3.2.1. Wprowadzenie	45
3.2.2. Metoda syntezy obserwatorów biliniowych	47
3.2.3. Modele matematyczne biliniowych obserwatorów wektora stanu silnika indukcyjnego	49
3.2.4. Analiza właściwości biliniowych obserwatorów stanu silnika indukcyjnego	51

3.2.5. Podsumowanie	53
3.3. Niestacjonarne liniowe obserwatory wektora stanu silnika indukcyjnego	57
3.3.1. Wprowadzenie	57
3.3.2. Metoda syntezy liniowych niestacjonarnych obserwatorów wektora stanu silnika indukcyjnego	58
3.3.3. Modele matematyczne liniowych obserwatorów stanu silnika indukcyjnego	63
3.3.4. Analiza właściwości liniowych obserwatorów stanu silnika indukcyjnego	66
3.3.5. Podsumowanie	71
4. Odtwarzanie zmiennych stanu i parametrów silnika indukcyjnego - obserwator rozszerzony niestacjonarny	72
4.1. Wprowadzenie	72
4.2. Metoda syntezy niestacjonarnego rozszerzonego obserwatora wektora stanu i parametrów	76
4.2.1. Sformułowanie problemu	76
4.2.2. Analiza równania błędu obserwatora rozszerzonego	82
4.3. Model matematyczny rozszerzonego obserwatora wektora stanu i parametru silnika indukcyjnego	85
4.4. Analiza właściwości rozszerzonego obserwatora strumienia i stałej czasowej wirnika silnika indukcyjnego	91
4.5. Podsumowanie	101
5. Problemy numerycznej realizacji obserwatorów stanu silnika indukcyjnego	102
6. Wnioski	107
Załącznik 1 - Parametry silników indukcyjnych klatkowych	109
Załącznik 2 - Wartości własne i warunki obserwowalności modeli matematycznych silnika indukcyjnego	111
Załącznik 3 - Współczynniki wagowe obserwatorów stanu silników indukcyjnych	113
Literatura	114

CONTENTS

List of more important symbols	3
1. Preface	6
1.1. Introduction	6
1.2. Essentials of observer theory	9
1.3. Critical analysis of papers considering induction motor state observers	12
1.4. The aim and scope of the investigation	15
2. Mathematical models of the induction motor	18
2.1. Introduction	18
2.2. Nonlinear model	23
2.3. Bilinear model	24
2.4. Linear model	26
2.5. Summary	27
3. Reconstruction of the induction motor state variables - state observers	28
3.1. Nonlinear state observers for the induction motor	28
3.1.1. Introduction	28
3.1.2. Synthesis methods of nonlinear state observers	29
3.1.2.1. Statement of the problem	29
3.1.2.2. Change of the system basis method	31
3.1.2.3. Optimization of the objective function method	33
3.1.3 Mathematical models of nonlinear state observers for the induction motor	34
3.1.4. Analysis of properties of the induction motor nonlinear observers	37
3.1.5. Summary	44
3.2. Bilinear state observers of the induction motor	45
3.2.1. Introduction	45
3.2.2. Synthesis method of bilinear state observers	47
3.2.3. Mathematical models of bilinear state observers for the induction motor	49
3.2.4. Analysis of properties of the induction motor bilinear observers	51

	125
3.2.5. Summary	53
3.3. Time-varying linear state observers of the induction motor	57
3.3.1. Introduction	57
3.3.2. Synthesis method of the time-varying linear state observers for the induction motor	58
3.3.3. Mathematical models of linear state observers for the induction motor	63
3.3.4. Analysis of properties of the induction motor linear observers	66
3.3.5. Summary	71
4. Reconstruction of the induction motor state variables and parameters - time-varying extended observer	72
4.1. Introduction	72
4.2. Synthesis method of the time-varying extended observer of the system state variables and parameters	76
4.2.1. Statement of the problem	76
4.2.2. Analysis of the extended observer's error equation	82
4.3. Mathematical model of the state and parameter extended observer for the induction motor	85
4.4. Analysis of properties of the extended observer for in- duction motor flux and rotor time constant reconstruction	91
4.5. Summary	101
5. Problems of numerical realization of the induction motor state observers	102
6. Conclusions	107
Appendix 1 - Parameters of squirrel-cage induction motors	109
Appendix 2 - Eigenvalues and observability conditions of the induction motor mathematical models	111
Appendix 3 - Weight coefficients of the induction motor state observers	113
References	114

PRACE NAUKOWE INSTYTUTU UKŁADÓW ELEKTROMASZYNOWYCH
(wydane w latach 1986—1989)

- Nr 37, Monografie nr 7, J. Zawilak, *Uzwojenia zmiennobiegunowe maszyn elektrycznych prądu przemiennego*, Wrocław 1986 120,—
- Nr 38, Monografie nr 8, A. Patyk, *Metody analizy trójfazowych klatkowych i komutarowych maszyn indukcyjnych*, Wrocław 1987 220,—
- Nr 39, Konferencje nr 10, *Maszyny elektryczne o magnesach trwałych*, Wrocław 1987 200,—

Cena zł 800,—

Subscription should be sent (at any time of the year) to:

„Ars Polona”

Krakowskie Przedmieście 7, 00-068 Warszawa

Bank account number: **PBK XIII** Oddz. W-wa 370044-1195-139-11

Zamówienia na prenumeratę można składać:

OR PAN, PKiN, 00-901 Warszawa

Nr konta bankowego: **PBK IX** Oddz. W-wa, 370031-4792

Wydawnictwa Politechniki Wrocławskiej
ma stałe na składzie Księgarnia Wr 49
Wybrzeże Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław
oraz Wojewódzka Księgarnia Techniczna
ul. Świdnicka 8, 50-067 Wrocław

ISSN 0137-6284