PRACE NAUKOWE AKADEMII EKONOMICZNEJ WE WROCŁAWIU
Nr 1088 — 2005
Inwestycje finansowe i ubezpieczenia – tendencje światowe a polski rynek

Anna Rutkowska-Ziarko, Lesław Markowski

Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie

ANALIZA PORTFELOWA A PROBLEM STACJONARNOŚCI STÓP ZWROTU NA PRZYKŁADZIE SPÓŁEK NOTOWANYCH NA GIEŁDZIE PAPIERÓW WARTOŚCIOWYCH W WARSZAWIE

1. Wstęp

Teoria nowoczesnych finansów opiera się na założeniu, że inwestor działa w warunkach ryzyka, czyli że znane są rozkłady stóp zwrotu poszczególnych akcji. W rzeczywistości mamy do czynienia raczej z warunkami niepewności, ponieważ nie znamy prawdopodobieństwa wystąpienia określonej stopy zwrotu. Prawdopodobieństwo to jest szacowane na podstawie danych historycznych [Krzemienowski, Ogryczak 2002, s. 119]. Można więc stwierdzić, że inwestor giełdowy stara się przekształcić niepewność w ryzyko. W praktyce często występuje sytuacja pośrednia pomiędzy warunkami ryzyka a niepewności. Na ogół decydent jest w stanie chociaż w przybliżeniu określić prawdopodobieństwo poszczególnych zdarzeń, rzadko jednak potrafi określić te prawdopodobieństwa bardzo precyzyjnie [Tyszka 1986, s. 46-47]. Większość inwestorów na rynku kapitałowym ma awersję do ryzyka i dążyć będzie do możliwie precyzyjnego określenia jego poziomu. Do tego celu niezbędna jest znajomość rozkładów stóp zwrotu. Jednym z warunków poprawnego oszacowania ryzyka na podstawie szeregów czasowych jest ich stacjonarność. Proces jest stacjonarny, jeśli jego podstawowe własności nie zmieniają się w czasie [Gruszczyński, Podgórska 1996, s. 182]. Brak stacjonarności powoduje, że poszczególne elementy szeregu czasowego są realizacjami innych zmiennych losowych. W praktyce oznacza to, że szeregu czasowego nie można traktować jako próby losowej. Powstaje problem, czy w takiej sytuacji uzasadnione jest szacowanie parametrów rozkładów stóp zwrotu pojedynczych akcji i utworzonych z nich portfeli, gdyż rozkłady te zmieniają się w czasie. Im większa niestacjonarność szeregów, tym warunki podejmowania decyzji są bardziej zbliżone do warunków niepewności niż do warunków ryzyka.

Celem artykułu jest przeanalizowanie stóp zwrotu spółek notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie, a także utworzonych z nich portfeli Markowitza oraz portfeli o minimalnej semiwariancji, z uwzględnieniem zjawiska niestacjonarności.

2. Dywersyfikacja ryzyka

W artykule rozważane są dwa alternatywne modele wyboru portfela akcji. Pierwszym z nich jest klasyczny model Markowitza [Markowitz 1952, s. 77-91], w którym ryzyko jest mierzone wariancją stóp zwrotu portfela. Drugim jest model SEM [Markowitz 1959, s. 188-201], w którym miarą ryzyka jest semiwariancja od założonej stopy zwrotu (γ-semiwariancja).

Problem wyznaczenia udziałów akcji w modelu Markowitza sprowadza się do rozwiązania następującego zagadnienia optymalizacyjnego:
należy zminimalizować funkcję:

$$s_p^2 = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k} x_i x_j k_{ij}\,, \tag{1}$$

przy ograniczeniach:

$$\sum_{i=1}^{k} x_i = 1\,, \tag{2}$$

$$\sum_{i=1}^{k} x_i \overline{z}_i \geq \gamma\,, \tag{3}$$

$$x_i \geq 0 \; i = 1,\ldots,n\,, \tag{4}$$

gdzie: s_p^2 – wariancja stóp zwrotu portfela akcji,

γ – określona z góry stopa zwrotu dla całego portfela, przy założeniu $\gamma \leq \max \overline{z}_i$,

$\overline{z}_i$ – średnia stopa zwrotu i-tej akcji,

x_i – udział wartościowy i-tej akcji w portfelu,

k_{ij} – kowariancja .

Model wyboru portfela SEM jest podobny do klasycznego modelu Markowitza. Jedyna różnica między nimi polega na tym, że minimalizowana jest inna miara ryzyka – semiwariancja od założonej stopy zwrotu portfela akcji ($ds_p^2(\gamma)$). W modelu Markowitza za ryzykowne uznaje się odchylenia zarówno poniżej średniej stopy zwrotu, jak i powyżej średniej stopy zwrotu. W modelu SEM ryzyko jest

związane jedynie z wystąpieniem stóp zwrotu niższych niż stopa zwrotu (γ)założona przez inwestora. Problem wyznaczenia udziałów akcji w modelu SEM sprowadza się do rozwiązania następującego zagadnienia optymalizacyjnego:
należy zminimalizować funkcję:

$$ds_p^2(\gamma) = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k} x_i x_j d_{ij}(\gamma) \tag{5}$$

przy ograniczeniach (2)-(4),
gdzie:

$$d_{ij}(\gamma) = \frac{1}{m-1}\sum_{t=1}^{m} d_{ijt}(\gamma), \tag{6}$$

$$d_{ijt}(\gamma) = \begin{cases} 0 & \text{dla } z_{pt} \geq \gamma \\ (z_{it} - \gamma)(z_{jt} - \gamma) & \text{dla } z_{pt} < \gamma \end{cases}, \tag{7}$$

$d_{ij}(\gamma)$ – semikowariancja od założonej stopy zwrotu,

m – liczba jednostek czasowych, w których rejestrowane są stopy zwrotu akcji z_{it}, $t = 1, 2, \ldots, m$,

z_{pt} – stopa zwrotu portfela w momencie t.

Szczegółowo zagadnienie budowy portfela SEM opisano w pracy [Rutkowska-Ziarko, Olesinkiewicz 2002].

3. Zagadnienie stacjonarności a analiza portfelowa

Warunkiem stałości w czasie parametrów omawianych modeli jest stacjonarność szeregów czasowych stóp zwrotu. Parametry te są szacowane na podstawie szeregów czasowych stóp zwrotu, przy czym zakłada się, że po pierwsze zjawisko kształtuje się podobnie w całym badanym okresie, a po drugie nie zmieni ono swojego charakteru w okresie przyszłym, czyli pomiędzy kupnem a sprzedażą portfela. Występowanie niestacjonarności powoduje, że portfel efektywny w jednym okresie nie musi być portfelem efektywnym w następnym okresie. W analizie portfelowej rozpatruje się zarówno stopy zwrotu pojedynczych akcji, jak i stopy zwrotu zbudowanych z nich portfeli. Powstaje pytanie, jak niestacjonarność stóp zwrotu poszczególnych akcji wpływa na potencjalną niestacjonarność zbudowanych portfeli. Można przypuszczać, iż portfele zbudowane ze spółek niestacjonarnych będą również niestacjonarne.

Możliwość redukcji ryzyka portfela zależy od stopnia powiązania stóp zwrotu walorów tworzących portfel [Jurek 2001, s. 69]. Wariancja (semiwariancja) portfela nie jest średnią ważoną udziałami wariancji (semiwariancji) poszczególnych składników portfela. Przy skutecznej dywersyfikacji istnieje bowiem szansa, że gdy ceny jednych akcji spadają, wówczas innych mogą pozostawać na stałym poziomie lub rosnąć. Dzięki temu ryzyko całego portfela będzie niższe niż ryzyko pojedynczego waloru[1].

Zjawisko kointegracji polega na tym, iż kombinacja liniowa dwóch lub więcej szeregów niestacjonarnych jest szeregiem stacjonarnym [Gruszczyński, Podgórska 1996, s. 190]. Portfel jest szczególnym przypadkiem kombinacji liniowej. Udziały akcji w portfelu można traktować jako współczynniki kombinacji liniowej, przy czym sumują się one do jedności. Jeżeli dozwolona jest krótka sprzedaż, to współczynniki te mogą być ujemne, jeżeli nie – współczynniki muszą być dodatnie. Właśnie taki przypadek rozważany jest w niniejszym artykule. Powstaje pytanie, czy występowanie powiązań między spółkami może spowodować, że portfel będzie bardziej stacjonarny w czasie niż wynikałoby to z własności walorów wchodzących w jego skład. Przez pojęcie „bardziej stacjonarny" rozumie się tutaj wyższą wartość bezwzględną obliczonej wartości statystyki testowej. W pracy posłużono się testem Dickeya-Fullera z augmentacją (test rozszerzony Dickeya-Fullera). Test ten jest uznawany za najbardziej efektywny spośród prostych testów integracji i najczęściej stosowany w praktyce [Charemza, Deadman 1997, s. 103-143].

4. Wyniki badań

Badaniem objęto 62 spółki wchodzące w skład indeksu WIG[2], nieprzerwanie notowane w całym okresie badań, tj. od 1 stycznia 2000 r. do 31 grudnia 2004 r. Analiza portfelowa ze względu na czasochłonność obliczeń oraz małą elastyczność i płynność portfela z reguły dotyczy inwestycji długookresowych [Tarczyński 2002, s. 27]. Z tego względu zaproponowano wykorzystanie kwartalnych stóp zwrotu badanych walorów oraz zbudowanych z nich portfeli. Stopy zwrotu wyznaczono zgodnie ze wzorem [Rutkowska-Ziarko 1999, s. 22]:

$$z_{it} = \frac{n_{i,t+s} - n_{it}}{n_{it}} 100\%, \tag{8}$$

gdzie: s – długość okresu inwestycyjnego wyrażona w dniach,

n_{it} – wartość notowania i-tego aktywu w momencie t,

$n_{i,t+s}$ – wartość notowania i-tego aktywu po s dniach inwestowania rozpoczętego w momencie t.

Liczba jednostek czasowych (m), w których rejestrowane są stopy zwrotu, zależy od liczby notowań i od długości okresu inwestycyjnego:

$$m = n - s, \tag{9}$$

gdzie n jest liczbą notowań.

[1] Wyjątkiem jest sytuacja, gdy współczynniki korelacji wszystkich składników portfela są równe 1, co jest założeniem czysto teoretycznym.

[2] Uwzględniono skład indeksu WIG na koniec 2004 r.

Przedstawiony sposób obliczania stóp zwrotu ma następujące zalety. Po pierwsze uwzględnione są wszystkie posiadane obserwacje. Po drugie – szeregi czasowe są możliwie najdłuższe. Dzięki takiemu podejściu uwzględniono w badaniach 1193 kwartalne stopy zwrotu akcji każdej firmy.

W pracy, zamiast pełnych nazw emitentów giełdowych, zastosowano trzyliterowe skróty, wprowadzone na mocy komunikatu Zarządu Giełdy Papierów Wartościowych w Warszawie z dnia 2 sierpnia 2000 r.

Pierwszym etapem badań było zbadanie za pomocą testu ADF (z wyrazem wolnym, trendem i opóźnieniem pierwszego rzędu) stacjonarności pojedynczych spółek. Wartości krytyczne testu zaczerpnięto z tablic opracowanych przez Dickeya [Fuller 1976]. Wyniki testów prezentuje tab. 1.

Tabela 1. Test pierwiastka jednostkowego dla szeregów kwartalnych stóp zwrotu spółek indeksu WIG nieprzerwanie notowanych w okresie 2000-2004 r.

Emitent	ADF	Emitent	ADF	Emitent	ADF
AGO	–5,61[a]	FTE	–3,27[c]	ORB	–2,97
ALM	–2,77	GRO	–5,90[a]	PEO	–3,46[b]
AMC	–2,59	IND	–2,57	PGF	–3,33[c]
APT	–3,58[b]	IPX	–3,14[c]	PKN	–4,09[a]
BDX	–3,50[b]	IRE	–3,84[b]	PLC	–2,79
BHW	–2,67	JLF	–3,13[c]	PSP	–2,39
BPH	–3,78[b]	JTZ	–3,44[b]	PXM	–2,86
BRE	–3,51[b]	KBL	–2,92	RFK	–2,54
BRS	–3,64[b]	KGH	–3,48[b]	RLP	–3,47[b]
BSK	–2,99	KPX	–2,57	RMX	–2,92
BZW	–3,05	KRB	–3,35[c]	RPC	–3,13[c]
CMR	–4,88[a]	KRS	–2,73	SFT	–4,27[a]
CPL	–5,32[a]	KSW	–2,21	SKW	–3,41[b]
CSS	–4,37[a]	KTY	–2,72	STC	–3,83[b]
CST	–4,49[a]	LTX	–3,36[c]	STR	–4,60[a]
DBC	–2,42	MIL	–4,84[a]	STX	–3,45[b]
ECH	–4,26[a]	MSO	–5,45[a]	TIM	–2,93
ELB	–2,85	MSW	–2,52	TPS	–4,42[a]
ELE	–4,00[a]	MSX	–3,51[b]	VST	–2,63
FCL	–2,6	NET	–5,05[a]	ZWC	–2,5
FSC	–3,06	OPT	–6,80[a]		

a – proces zintegrowany I(0) na poziomie istotności $\alpha = 0{,}01$; b – proces zintegrowany I(0) na poziomie istotności $\alpha = 0{,}05$; c – proces zintegrowany I(0) na poziomie istotności $\alpha = 0{,}1$.

Źródło: obliczenia własne.

Zgodnie z testem ADF szeregami niestacjonarnymi charakteryzowały się 24 spółki, co stanowi ponad 38% badanych spółek.

W drugim etapie zbudowano portfele Markowitza i portfele SEM dla wybranych założonych stóp zwrotu ($\gamma = 1$, 5-25%). W skład portfeli SEM i portfeli Markowitza weszło łącznie 15 spółek. 5 spośród nich charakteryzowało się niestacjonarnością stóp zwrotu. Portfele SEM różnią się od portfeli Markowitza pod względem zarówno występujących akcji, jak i proporcji między ich udziałami (tab. 2). Jedynie dla 25% portfel SEM jest identyczny z portfelem Markowitza.

Tabela 2. Składy portfeli Markowitza i portfeli SEM dla przykładowych założonych stóp zwrotu (γ)

γ	Emitent	Skład portfela		γ	Emitent	Skład portfela	
		Markowitza	SEM			Markowitza	SEM
1%	APT	-	0,2051	5%	APT	0,0358	0,2607
	BRS	-	0,0581		BRS	0,0061	0,0725
	BSK	0,2365	0,0742		BSK	0,2296	-
	CST	-	0,0415		FSC	0,0503	0,1604
	FSC	0,0066	0,1402		IRE	0,0788	0,0974
	IRE	0,0862	0,0846		JTZ	0,0194	-
	JTZ	0,0459	-		KRS	0,0699	0,2835
	KRS	0,0299	0,2451		MSO	0,3247	0,0711
	LTX	0,0173	-		RPC	0,0672	0,0453
	MSO	0,3296	0,0729		TIM	0,0208	0,0091
	PGF	0,0162	-		ZWC	0,0972	-
	RPC	0,0942	0,0765				
	TIM	0,0111	0,0018				
	ZWC	0,1264	-				
10%	APT	0,2395	0,2847	15%	APT	0,4670	0,3879
	BRS	0,0546	0,0871		BRS	0,1576	0,1992
	BSK	0,0452	-		FSC	0,2799	0,1784
	FSC	0,1840	0,1919		IRE	0,0655	0,0911
	IRE	0,0884	0,1077		KRS	0,0089	0,1337
	KRS	0,1063	0,2486		TIM	0,0211	0,0097
	MSO	0,2383	0,0650				
	PEO	0,0124	-				
	TIM	0,0313	0,0151				
20%	APT	0,6049	0,4657	25%	APT	0,2005	0,2005
	BRS	0,3951	0,4442		BRS	0,7995	0,7995
	FSC	-	0,0524				
	IRE	-	0,0377				

Źródło: obliczenia własne.

Omawiane portfele zbadano ze względu na średnią stopę zwrotu i ryzyko mierzone alternatywnie wariancją i γ-semiwariancją (tab. 3). Dla niskich założonych stóp zwrotu obydwa typy portfeli mają średnie stopy zwrotu wyższe od założonych, przy czym dla portfeli SEM efekt ten jest wyraźnie większy. Portfele Markowitza z założenia mają minimalną wariancję, zatem ze względu na tę miarę ryzyka mają przewagę nad portfelami SEM. Portfele SEM zaś charakteryzują się niższymi γ-semiwariancjami. Oznacza to, że w portfelach SEM, w porównaniu z portfelami Markowitza, występuje większe rozproszenie stopy zwrotu wokół średniej; jednocześnie mniejsze są odchylenia poniżej założonej stopy zwrotu, a większe powyżej jej poziomu. Z tego względu portfele SEM należy uznać za lepsze dla inwestorów. Przy mniejszym ryzyku uzyskania stopy zwrotu niższej od założonej stwarzają one jednocześnie szansę na wysokie stopy zwrotu.

Tabela 3. Porównanie portfeli efektywnych minimalizujących wariancję i semiwariancję od założonej stopy zwrotu

γ	Portfele Markowitza			Portfele SEM		
	średnia	wariancja	γ-semiwariancja	średnia	wariancja	γ-semiwariancja
1%	3,8104	37,2389	6,6018	9,9985	110,4394	1,2780
5%	5,0000	39,1079	17,7374	11,2422	134,2600	8,1069
10%	10,0000	85,3131	35,6343	11,9323	140,2201	32,0652
15%	15,0000	237,4763	91,3854	15,0000	251,2557	85,4426
20%	20,0000	632,9238	208,9673	2,0000	658,4294	205,5573
25%	25,0000	1622,0188	436,5935	25,0000	1622,0188	436,5935

Źródło: obliczenia własne.

Nasuwa się pytanie, czy powyższe portfele zachowają w przyszłości swoje podstawowe własności. Aby uzyskać na nie odpowiedź, zbadano stacjonarność szeregów stóp zwrotu zbudowanych portfeli (tab. 4). Wszystkie zbudowane portfele, z wyjątkiem portfela SEM, dla założonej stopy zwrotu 1% wykazują stacjonarność. Jednakże nawet dla tego portfela wartość obliczona statystyki testu ADF nieznacznie odbiega od wartości krytycznej, wynoszącej –3,12 ($\alpha = 0,1$). Portfele Markowitza są bardziej stacjonarne (wyższe wartości bezwzględne statystyki testu ADF) od portfeli SEM. Inwestor poszukujący portfela o minimalnej semiwariancji może stanąć przed problemem, czy wybrać portfel SEM o niższej semiwariancji, „mniej stacjonarny" niż portfel Markowitza, czy wybrać portfel Markowitza „bardziej stacjonarny", ale za to o wyższej semiwariancji. Zagadnienie to dotyczy założonej stopy zwrotu wynoszącej 1%, dla której portfel SEM jest niestacjonarny.

Jednocześnie przeanalizowano wpływ niestacjonarności składników portfela na jego stacjonarność. W tym celu wyznaczono udział akcji o niestacjonarnych szeregach stóp zwrotu wchodzących w skład portfeli (f).

Tabela 4. Test pierwiastka jednostkowego dla szeregów kwartalnych stóp zwrotu portfeli oraz udział w portfelu walorów o niestacjonarnych szeregach czasowych (f)

γ	Rodzaj portfela	ADF	f
1%	Markowitza	–5,43[a]	0,411
	SEM	–3,04	0,461
5%	Markowitza	–5,25[a]	0,467
	SEM	–3,12[c]	0,453
10%	Markowitza	–4,07[a]	0,367
	SEM	–3,26[c]	0,456
15%	Markowitza	–3,49[b]	0,310
	SEM	–3,41[b]	0,322
20%	Markowitza	–3,70[b]	0
	SEM	3,66[b]	0,052
25%	Markowitza i SEM	–3,67[b]	0
Portfel równomierny		-2,67	0,380

Oznaczenia jak w tab. 1.

Źródło: obliczenia własne.

Portfele Markowitza dla 1 i 5% mają najwyższe wartości bezwzględne statystyki testowej, pomimo że mają one jedne z najwyższych udziałów składników niestacjonarnych. Jednocześnie portfele, które mają znikomy udział spółek o szeregach niestacjonarnych, cechują się niższymi wartościami tej statystyki. Ponadto portfel SEM dla założonej stopy zwrotu 1% ma udział składników niestacjonarnych nieznacznie niższy od portfela Markowitza dla 5%. Jednak to portfel Markowitza jest stacjonarny, a portfel SEM jest niestacjonarny. Stacjonarności całego portfela nie można rozpatrywać jedynie w kontekście jego składników. Powyższe wyniki wskazują, że portfele, w skład których wchodzą akcje o niestacjonarnych szeregach stóp zwrotu, nie muszą być niestacjonarne. Wprowadzenie dużej liczby walorów do portfela nie gwarantuje wyeliminowania niestacjonarności. Portfel równomierny, zawierający w równych udziałach wszystkie 62 rozpatrywane spółki, nie jest portfelem stacjonarnym. Jednocześnie udział składników niestacjonarnych w tym portfelu jest niższy niż w innych portfelach stacjonarnych (portfele Markowitza dla 1 i 5% oraz portfele SEM dla 5 i 10%).

5. Podsumowanie

Przeprowadzone badania potwierdziły przypuszczenie, że portfel może być bardziej stacjonarny niż wynikałoby to z własności walorów wchodzących w jego skład. Dla inwestora pożądaną cechą portfela jest jego stacjonarność, gdyż to ona pozwala przyjąć, że zbudowany portfel zachowa swoje własności w okresie przyszłym, pomiędzy jego kupnem a sprzedażą. Jednakże zagadnienie stacjonarności rzadko rozpatrywane jest w analizie portfelowej. Pomijanie zagadnienia niestacjonarności finansowych szeregów czasowych może prowadzić do nieracjonalnej alokacji zasobów, gdyż parametry rozkładów, na podstawie których podjęto decyzję, mogą w przyszłości ulec zmianie. Problemem wymagającym rozwiązania jest uwzględnienie przy budowie portfela akcji zagadnienia stacjonarności szeregów stóp zwrotu. Jednym ze sposobów na to jest przeprowadzenie analizy portfeli już zbudowanych i odrzucenie tych, których szeregi są niestacjonarne. Uwzględnienie stacjonarności w analizie portfelowej pozwoliłoby na zwiększenie jej efektywności w praktyce. Powstaje problem wprowadzenia warunku na stacjonarność stóp zwrotu jako dodatkowego kryterium w modelach wyboru portfela.

Literatura

Charemza W., Deadman D., *Nowa ekonometria*, PWE, Warszawa 1997.
Fuller W., *Introduction to Statistical Time Series*, John Wiley, New York 1976.
Gruszczyński M., Podgórska M., *Ekonometria*, SGH, Warszawa 1996.

Jurek W., *Konstrukcja i analiza portfela papierów wartościowych o zmiennym dochodzie*, AE, Poznań 2001.

Krzemienowski A., Ogryczak W., *Warunkowa wartość zagrożona jako miara ryzyka w optymalizacji portfela inwestycyjnego – cz. I. Model programowania liniowego*, „Rynek Terminowy" 2002, nr 4, s. 117-122.

Markowitz H., *Portfolio Selection*, „Journal of Finance" 1952, nr 7, s. 77-91.

Markowitz H., *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*, John Wiley and Sons, New York 1959.

Rutkowska-Ziarko A., *Budowa portfela efektywnego złożonego z jednostek uczestnictwa funduszy powierniczych*, Rozprawy i Monografie 22, Wydawnictwo ART, Olsztyn 1999.

Rutkowska-Ziarko A., Olesinkiewicz J., *Wykorzystanie semiwariancji do budowy portfela akcji*, „Przegląd Statystyczny" 2002, nr 4.

Tarczyński W., *Fundamentalny portfel papierów wartościowych*, PWE, Warszawa 2002.

Tyszka T., *Analiza decyzyjna i psychologia decyzji*, PWN, Warszawa 1986.

PORTFOLIO ANALYSIS AND THE PROBLEM OF RETURNS STATIONARITY ON EXAMPLE OF SECURITIES QUOTED ON THE WARSAW STOCK EXCHANGE

Summary

The research indicates efficient portfolios using semi-variance as a risk measure and Markowitz's ones. The stationarity of time series of returns for chosen securities and efficient portfolios were analyzed. The analysis of empirical results suggests that portfolio can be stationary despite the securities in portfolio are non-stationary. The stationarity of portfolio are desirable by investor.