

INSTYTUT KONSTRUKCJI I EKSPLOATACJI MASZYN
POLITECHNIKI WROCŁAWSKIEJ

Komunikat nr 402

OKREŚLANIE SKŁADOWYCH STANU
NAPRĘŻENIA W NITOWANYCH WĘZŁACH
RAM SAMOCHODOWYCH

Ludomir Jankowski

Rozprawa doktorska

Promotor: doc.dr inż. Franciszek Romanów

Słowa kluczowe: ramy samochodowe, węzły nitowane,
stan naprężeń

Wrocław 1978

78100903012

SPIS RZECZY

	str.
1. Wprowadzenie	5
1.1. Sprecyzowanie zagadnienia badawczego	5
1.2. Przegląd prac z zakresu obliczania ram pojazdów samochodowych	6
2. Analiza pracy połączeń nitowanych w węzłach ram samochodowych	11
2.1. Typowe uszkodzenia nitowanych węzłów ram	11
2.2. Spoczynkowe obciążenia połączenia nitowanego	12
2.3. Praca połączenia nitowanego obciążonego siłami zewnętrznymi	15
2.4. Podsumowanie	18
3. Analityczna metoda określania składowych stanu naprężenia w nitowanym węźle ramy samochodowej	19
3.1. Założenia metody, proponowany model obliczeniowy	19
3.2. Podstawowe zależności	20
3.3. Współczynnik koncentracji naprężeń w węźle; definicja i przykład obliczeń	30
4. Określenie rzeczywistych nacisków w połączeniu nitowanym	33
4.1. Model obliczeniowy	33
4.2. Rozwiązanie równania różniczkowo-całkowego opisującego rozpatrywane zagadnienie kontaktowe	35
4.3. Określenie naprężeń obwodowych w strefie styku	40
4.4. Doświadczalna weryfikacja strefy styku inkluzji z płaszczyzną - próba zastosowania interferometrii holograficznej w rozwiązywaniu zagadnień kontaktowych	44
4.4.1. Stanowisko pomiarowe, przebieg pomiarów	44
4.4.2. Analiza pola przemieszczeń w rejonie styku inkluzji z płaszczyzną na podstawie interferogramu holograficznego	46
4.4.3. Podsumowanie wyników pomiarów metodą interferometrii holograficznej	51
5. Doświadczalna weryfikacja metody określania składowych stanu naprężenia	52
5.1. Cel i przedmiot badań, wybór metody pomiaru	52
5.2. Opis stanowiska pomiarowego	52
5.3. Aparatura do pomiarów metodą elastooptycznej warstwy powierzchniowej	53
5.3.1. Założenia techniczne i opis konstrukcji polaryskopu RP-1A	53
5.3.2. Układ cyfrowego odczytu wskazań polaryskopu	56

	str.
5.4. Przebieg pomiarów	59
5.4.1. Opis badanych węzłów	59
5.4.2. Technologia wykonania i nakładania warstwy powierzchniowej, własności mechaniczno-optyczne zastosowanego materiału optycznie czułego	59
5.4.3. Warunki pomiarów oraz ich przebieg	60
6. Niektóre aspekty pomiarów metodą elastooptycznej warstwy powierzchniowej	62
6.1. Oszacowanie dokładności pomiarów elastooptycznych	62
6.1.1. Czynniki związane z aparaturą	62
6.1.2. Czynniki związane z mechaniką pracy warstwy	64
6.1.3. Efekt wzmocnienia pręta cienkościennego, skręcanego nieswobodnie, warstwą powierzchniową	66
6.1.4. Podsumowanie	74
6.2. Proponowana metoda rozdzielania składowych stanu odkształcenia	74
7. Analiza wyników badań	76
7.1. Wstępna analiza wyników pomiarów elastooptycznych	76
7.2. Analiza naprężeń	78
7.2.1. Wyznaczenie trajektorii naprężeń głównych	78
7.2.2. Analiza naprężeń brzegowych	79
7.3. Analiza kątów skręcenia prętów badanych węzłów	85
7.4. Podsumowanie	86
8. Wnioski	87
Literatura	87
Załącznik 1	
Aparatura pomiarowa	91
Załącznik 2	
Interferogramy holograficzne	93
Załącznik 3	
Wykonanie warstwy powierzchniowej	95
Załącznik 4	
Rysunki węzłów	95
Załącznik 5	
Wyniki pomiarów	96

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ

B	- bimoment,
E	- moduł sprężystości (podłużnej Younga),
f_ε, f_σ	- tzw. "wartość" rzędu izochromy (odkształceniowa, naprężeniowa),
G	- moduł sprężystości postaciowej (Kirchhoffa),
I_0	- moment bezwładności przekroju poprzecznego pręta przy skręcaniu swobodnym,
I_y, I_z	- momenty bezwładności przekroju poprzecznego pręta względem osi y i z ,
I_ω	- wycinkowy moment bezwładności przekroju poprzecznego pręta,
i	- jednostka urojona,
K	- współczynnik giętno-skrętny przekroju poprzecznego pręta,
m	- rząd izochromy,
M	- moment skręcający,
M_ω	- moment giętno-skrętny,
M_{sv}	- moment skręcania swobodnego,
M_y, M_z	- momenty zginające względem osi y i z ,
S_ω	- wycinkowy moment statyczny określonej części przekroju poprzecznego pręta,
t	- grubość (ścianki pręta lub warstwy), także wielkość zespolona,
u, v, w	- składowe stanu przemieszczenia w prostokątnym układzie współrzędnych,
x, y, z	- współrzędne w prostokątnym układzie współrzędnych,
α	- parametr izokliny względnie stosunek grubości warstwy do grubości ścianki badanego pręta,
γ	- współczynnik charakteryzujący przekrój poprzeczny pręta,
$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$	- składowe stanu odkształcenia w prostokątnym układzie współrzędnych,
ζ	- zmienna zespolona,
κ	- stała sprężystości (N.I. Muscheliszwili),
ν	- współczynnik Poissona,
σ	- naprężenie normalne lub wielkość zespolona,
τ	- naprężenie styczne,
φ	- kąt skręcenia lub potencjał zespolony,
ψ	- potencjał zespolony,

ω - współrzędna wycinkowa,

indeksy:

p, k - odnoszą się do wielkości związanych, odpowiednio, z warstwą, konstrukcją,

x, y, z - odnoszą się do wielkości zdefiniowanych w prostokątnym układzie współrzędnych,

φ, ψ - odnoszą się do wielkości zdefiniowanych w biegunowym lub walcowym układzie współrzędnych.

1. WPROWADZENIE

1.1. Sprecyzowanie zagadnienia badawczego

Większość aktualnie produkowanych ciężarowych pojazdów samochodowych o średniej i dużej ładowności ma płaskie ramy typu podłużnicowego, wykonane najczęściej z prętów cienkościennych o przekrojach otwartych, w których poprzeczki oraz podłużnice są połączone za pomocą nitów. Ze względu na funkcje pełnione przez ramę w pojeździe - przenoszenie obciążeń użytecznych oraz wywołanych ruchem pojazdu po nierównej drodze, zapewnienie właściwej współpracy zespołów i podzespołów napędowych, kierowniczych itp. - powinna ona cechować się odpowiednią sztywnością giętną oraz skrętną. Ze względu na szereg ograniczeń występujących przy projektowaniu ram pojazdów samochodowych nie można uzyskać konstrukcji o stałej wytrzymałości. Wszelkiego rodzaju węzły łączące poprzeczki i podłużnice, wsporniki, uchwyty, otwory konstrukcyjne i technologiczne oraz elementy mocowane na ramie (np. skrzynia ładunkowa) wywołują zaburzenia w rozkładzie sztywności oraz koncentracje naprężeń, które są przyczyną powstawania pęknięć o charakterze doraźnym lub zmęczeniowym. W przypadku ram, w których węzły są spawane, metody analityczne pozwalające obliczyć sztywność giętną, skrętną oraz rozkłady naprężeń w rejonach przywęzłowych są wystarczająco dokładne dla dokonywania praktycznych obliczeń i zostały wielokrotnie zweryfikowane doświadczalnie. W przypadku zastosowania połączeń nitowanych zaznacza się brak analitycznych metod obliczania sztywności danego typu węzła oraz szacowania naprężeń w nim występujących. Spowodowane to jest złożonością zjawisk występujących w nitowanych węzłach ram (szczególnie

przy obciążeniach skręcających). W większości przypadków rozwiązywane są jedynie niektóre zagadnienia, jak np. wyznaczenie obciążeń działających na nity, dla określonych rozwiązań konstrukcyjnych węzłów. W praktyce projektowej korzysta się więc najczęściej z ogólnych zaleceń dotyczących projektowania połączeń nitowanych oraz wyników uzyskanych z badań prototypowych konstrukcji węzłów. Z tego względu zagadnienie analitycznego określenia składowych stanu naprężenia w nitowanym węźle ramy pojazdu samochodowego ma istotne znaczenie nie tylko poznawcze, ale i praktyczne.

W przypadku bardziej złożonych rozwiązań konstrukcyjnych węzłów, ich wytrzymałość należy zweryfikować doświadczalnie. Wiąże się z tym problem wyboru metody pomiaru w strefach dużych gradientów naprężeń oraz konieczność uzyskania danych o charakterze pracy węzła.

1.2. Przegląd prac z zakresu obliczania węzłów ram pojazdów samochodowych

Analizując dotychczasowy stan wiedzy związanej z zagadnieniem wytrzymałości nitowanych węzłów ram pojazdów samochodowych wprowadzono podział prac poświęconych temu problemowi na trzy grupy:

Do grupy pierwszej należy zaliczyć prace, których autorzy koncentrują się na zagadnieniach związanych z obliczaniem rzeczywistej sztywności nitowanego węzła oraz całej ramy poddanej skręcaniu. Naprężenia w rejonach przywęzłowych obliczane są w oparciu o techniczną teorię skręcania nieswobodnego prętów cienkościennych W.Z. Własowa. Zazwyczaj przyjmuje się założenie o możliwości częściowej deplanacji przekroju poprzecznego pręta w węźle, przy czym w znacznie większym stopniu założenie to wpływa na obliczenia sztywności węzła oraz całej ramy niż na wartości obliczanych naprężeń. Przykładowo, w pracy [16] D.B. Gelfgat i W.A. Ošnokov wprowadzają współczynniki q , charakteryzujące sztywność danego węzła, które "regulują" deplanację:

$$\varkappa_{1,p} = - \frac{\varphi}{1} q_{1,p} \quad (1.1)$$

gdzie: $\varkappa_{1,p}$ - miara deplanacji przekroju poprzecznego pręta w lewym
prawym węźle.

Ponieważ współczynniki q wpływają również na wartości obciążeń wewnętrznych, naprężenia pochodzące od nieswobodnego skręcania pręta można obliczyć wg znanych zależności:

$$\sigma_{\omega} = \frac{B}{I_{\omega}} \omega \quad ; \quad \tau_{\omega} = - \frac{M_{\omega}}{I_{\omega} t} S_{\omega} \quad (1.2)$$

gdzie: B , M_{ω} – obciążenia wewnętrzne obliczone z uwzględnieniem współczynników q .

Podobne ujęcie zagadnienia sztywności węzła proponuje G.H.Tidbury [39], którego teoria beleczek o jednostkowej szerokości może służyć do obliczania tzw. węzłów średnikowych. Zastępując średnik kształtownika, do którego mocowany jest drugi pręt (poprzeczka), beleczkami o jednostkowej szerokości poddanymi zginaniu wywołanemu przez obciążenia wynikające z deplanacji, autor wprowadza założenie o możliwości częściowej deplanacji przekroju poprzecznego pręta w węźle. W pracach [9, 14] autorzy uwzględniają rzeczywistą sztywność węzłów wprowadzając do obliczeń tzw. zastępczą zredukowaną długość pręta przy założeniu, że węzły na końcach pręta są nieskończenie sztywne. W [14] długość zredukowaną oblicza się na podstawie wielkości charakteryzujących przekrój poprzeczny oraz długości rzeczywistej pręta, przy czym uwzględniany jest tzw. stopień zamocowania określany dla danego węzła doświadczalnie. Współczynnik ten zależy od konstrukcji i technologii wykonania węzła; dla węzłów spawanych jego wartość jest bliska jedności, dla nitowanych – mniejsza. W [9] wprowadzono, do obliczeń długości zastępczej pręta, współczynniki strefy wpływu węzła S :

$$S_{1,p} = \frac{a_{1,p}}{l} \quad (1.3)$$

gdzie: a_1 , a_p – długości stref wpływu lewego (prawego) węzła określone doświadczalnie.

W pracy [31] autorzy proponują wprowadzenie do obliczeń, tzw. rzeczywistego momentu bezwładności na skręcanie I_x , w którym uwzględniony jest sposób mocowania pręta (rodzaj węzła) α_x oraz współczynnik elastyczności węzła (określany doświadczalnie) δ_x :

$$I_x = I_o (1 + \alpha_x \delta_x) \quad (1.4)$$

K.E._{rz} w [13] wprowadza do obliczeń naprężeń funkcję $f(y, z)$, która uwzględnia w przekroju przywęzłowym inny rozkład naprężeń niż to wynika z proporcjonalności względem współrzędnej wycinkowej (wg teorii Własowa):

$$\sigma_{x0} = \frac{M_B}{G I_0} E f(y, z) K \operatorname{tgh} \frac{Kl}{2}$$

$$\sigma_x = \sigma_{x0} \frac{\sinh K \left[\frac{l}{2} - x \right]}{\sinh \frac{Kl}{2}} \quad (1.5)$$

W przypadku idealnie sztywnego węzła jest $f(y, z) = \omega$. Funkcję $f(y, z)$ dla węzła o skończonej sztywności należy określić doświadczalnie lub założyć a priori jej przebieg.

Do drugiej grupy prac należy zaliczyć pozycje omawiające zagadnienia związane z wyznaczaniem obciążeń działających na nity w węzłach ram poddanych skręcaniu. I tak, M.N.Zaks w pracy [41] podaje metodę wyznaczania obciążeń nitów w węźle o charakterystycznej konstrukcji półkowej. Uwzględniając obciążenie poprzeczki wynikające ze skręcania ramy, autor formułuje równania równowagi, których rozwiązanie pozwala obliczyć wartości składowych sił działających w płaszczyźnie pólki i prostopadle do niej. Siłą wymiarującą nit, wg [41], jest siła działająca w płaszczyźnie łączonych elementów powodująca jego ścinanie oraz, ze względu na specyfikę jednociętych połączeń nitowanych najczęściej stosowanych w budowie pojazdów, zginanie trzonu nita i miejscowe gięcie pólki podłużnicy i poprzeczki. Siłę pionową w nicie (wywołaną obciążeniem zewnętrznym węzła) autor proponuje uwzględnić jedynie w przypadkach, gdy powoduje pracę nita na rozciąganie. Obliczenia naprężeń są wykonywane zgodnie z ogólnymi zasadami projektowania połączeń nitowanych. Poza niewątpliwą zaletą, jaką jest szerokie potraktowanie problemu obciążeń nitów w węźle ramy poddanej skręcaniu, do wad proponowanej metody należy zaliczyć ograniczenia wynikające z rozpatrywania specyficznej konstrukcji węzła.

Na szczególną uwagę, ze względu na swoją uniwersalność oraz dobrą zgodność rozwiązań teoretycznych z danymi eksperymentalnymi, zasługuje metoda wyznaczania obciążeń nitów podana w pracy A.Słomki [35]. Korzystając z warunku sumy przemieszczeń w punkcie nitowania pręta cienkościennego, pochodzących od sił zewnętrznych i wewnętrznych, autor rozwiązuje układ równań liniowych postaci:

$$\left. \begin{aligned} u_{11}^{N_1} + u_{12}^{N_2} + \dots + u_{1i}^{N_i} + u_{1p} &= 0 \\ \vdots \\ u_{i1}^{N_1} + u_{i2}^{N_2} + \dots + u_{ii}^{N_i} + u_{ip} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.6)$$

gdzie: $u_{11}, \dots, u_{ii}$ - przemieszczenia wzgłuszne punktów nitowania obliczone przy jednostkowych siłach wzdłużnych w nitach,

$u_{1p}, \dots, u_{ip}$ - przemieszczenia wzdłużne punktów nitowania pochodzące od obciążenia zewnętrznego.

Rozwiązanie układu równań (1.6) i wyznaczenie sił wzdłużnych w nitach umożliwia obliczenie kąta skręcenia pręta, sztywności węzła oraz naprężeń w pręcie. Proponowana metoda może być stosowana przy obliczaniu węzłów środkowych, półkowych oraz mieszanych (półkowo-środkowych). Wyniki badań doświadczalnych potwierdziły dostateczną dla praktyki zgodność uzyskanych wyników z rozwiązaniami teoretycznymi. Naprężenia normalne w pręcie obliczano wg znanej zależności:

$$\sigma_x = \frac{P}{F} - \frac{M_y}{I_y} z + \frac{M_z}{I_z} y + \frac{B}{I_\omega} \omega \quad (1.7)$$

W [35] rozwiązano kilka przypadków konstrukcji węzłów, podając dla nich zależności umożliwiające obliczenie wartości kąta skręcenia, sztywności oraz obciążeń P , M_y , M_z , B , M_ω i M_{sv} . Należy podkreślić, że omawiana metoda daje możliwość pełnej oceny konstrukcji węzła z punktu widzenia sztywności skrętnej (na etapie jego projektowania), jednak nie umożliwia określenia rzeczywistych naprężeń w rejonach przywęzłowych.

Należy również odnotować prace, np. [2, 3, 38], które wykorzystują metodę elementów skończonych w obliczeniach prętów cienkościenych poddanych nieswobodnemu skręcaniu. W [38] stwierdza się, że praktycznie nie istnieje możliwość ogólnego zapisu macierzy sztywności węzła i należy budować ją dla konkretnego, rozpatrywanego zagadnienia, przy czym uzyskane wyniki są przybliżone.

Dla trzeciej grupy zaliczyć można prace, które omawiają zagadnienia współpracy nita z łączonymi elementami. Np. w [21] podano szereg zależności umożliwiających obliczanie połączeń nitowanych przy znanych obciążeniach, przy czym oparte są one na powszechnie stoso-

wanych zasadach obliczeń połączeń nitowanych w budowie maszyn, a więc nie uwzględniają specyfiki pracy złącza w węzłach ram pojazdów samochodowych.

W pracy [42] M.N.Zaks i L.M.Lelčuk omawiają, najczęściej stosowane w budowie pojazdów, jednocięte połączenia nitowane. Zagadnienie to zostało szeroko potraktowane, przy czym rozważania oparto na wynikach badań eksploatacyjnych oraz stanowiskowych. Podano opis pracy nita przy obciążeniach statycznych oraz dynamicznych podkreślając jakościowe różnice między obciążeniami wymiarującymi nit w obu przypadkach. Autorzy proponują modele obliczeniowe nita dla przypadku obciążenia statycznego i dynamicznego. Pewną luką w omawianej pracy jest pominięcie zagadnienia nacisków, które jak wykazuje analiza uszkodzeń nitowanych ram, przeprowadzona w [23], są przyczyną pęknięć, sporadycznie wyrwań łączonych elementów oraz rozluźniania złącza. Zastrzeżenia budzi też niesprecyzowany sposób określania strefy tarcia w jednociętym połączeniu nitowanym.

Reasumując powyższy przegląd prac, można stwierdzić, że:

- mimo powszechnego stosowania połączeń nitowanych w ramach pojazdów samochodowych, szereg problemów związanych z ich projektowaniem pozostaje niewyjaśnionych,
- większość autorów, podkreślając specyfikę pracy nitowanych węzłów ram samochodowych, koncentruje się na zagadnieniach związanych z ich sztywnością skrętną,
- ocena wytrzymałości elementów nitowanych ram samochodowych opiera się na teorii skręcania nieswobodnego prętów cienkościennych W.Z. Własowa; wyjątkowo niektórzy autorzy modyfikują jej założenia w celu ujęcia wpływu punktowego przyłożenia obciążeń.

W oparciu o przeprowadzoną analizę sformułowano tezę pracy: w nitowanych węzłach ram samochodowych występują zaburzenia w rozkładzie naprężeń mające istotne znaczenie dla ich wytrzymałości.

Celem pracy jest podanie analitycznej metody określania rzeczywistych rozkładów naprężeń w nitowanych węzłach ram samochodowych.

W zakres pracy wchodzi:

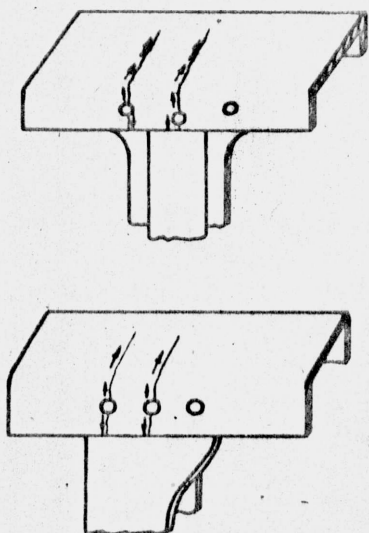
- opracowanie modelu obliczeniowego węzła nitowanego, umożliwiającego analityczne określenie składowych stanu naprężenia w łączonych elementach,
- analityczne określenie rzeczywistych nacisków w strefie styku trzonu nita z łączonymi elementami oraz naprężeń obwodowych na

- krawędzi otworu na nit,
- doświadczalna weryfikacja uzyskanych rozwiązań teoretycznych.

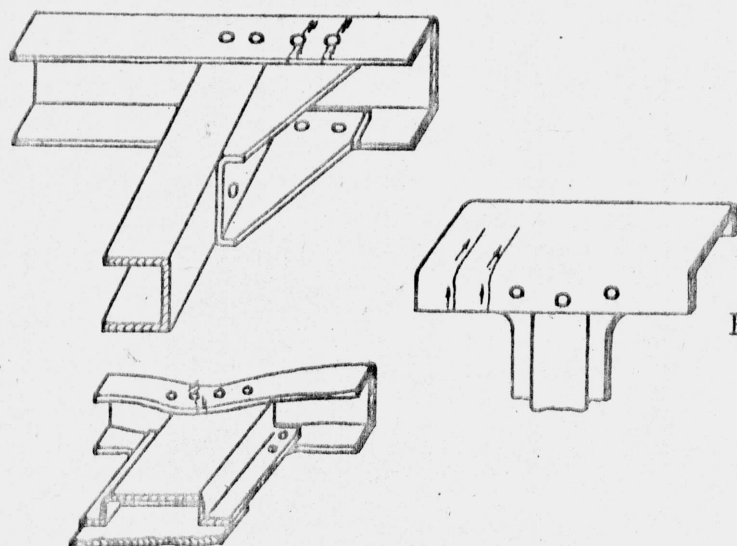
2. ANALIZA PRACY POŁĄCZEŃ NITOWANYCH W WĘZŁACH RAM SAMOCHODOWYCH

2.1. Typowe uszkodzenia nitowanych węzłów ram

W trakcie eksploatacji pojazdów samochodowych posiadających nitowane ramy typu podłużnicowego, obserwuje się różne postacie uszkodzeń połączeń nitowanych, niekiedy po bardzo krótkim przebiegu samochodu rzędu 5-10 tys.km. Poza trwałymi odkształceniami elementów ram, będącymi wynikiem działania doraźnych obciążeń przekraczających wartości dopuszczalne, występują pęknięcia i wyrwania w okolicach otworów na nity, zużycie ścianek otworu oraz trzonu nita (zmiana geometrii i wymiarów), a także odłamania łba. Poza trwałymi odkształceniami elementów ram pozostałe uszkodzenia są wynikiem działania specyficznych czynników charakterystycznych dla pracy jednoczęstego połączenia nitowanego. Typowe przykłady uszkodzeń przedstawiono na rys. 1. W przypadku powstawania pęknięć na krawędzi półek poprzeczek i podłużnic decydującym czynnikiem powodującym uszkodzenie jest koncentracja naprężeń na krawędzi pręta wywołana wprowadzeniem obciążenia przez nit oraz zmiana sztywności w rejonie węzła. Pęknięcia na ściankach otworu na nit w połączeniu ze znacznym zużyciem trzonu nita oraz otworu wskazuje na duże wartości naprężeń kontaktowych. Niekiedy można zaobserwować specyficzną postać uszkodzenia połączenia nitowanego, a ściślej jego zużycia, objawiającą się zmniejszeniem grubości łączonych elementów w bezpośrednim sąsiedztwie nita.



Rys. 1a. Przykłady uszkodzeń nitowanych węzłów ram pojazdów samochodowych - pęknięcia na ściankach otworu na nit.



Rys. 1b. Przykłady uszkodzeń nitowanych węzłów ram pojazdów samochodowych – pęknięcia na krawędzi półki.

Źródłem tego typu zużycia są mikroprzemieszczenia w obszarze styku łączonych elementów, które m.in. przyspieszają procesy korozyjne w obrębie złącza. Na koniec warto zaznaczyć, że ok. 80 % samochodów przekazanych do remontu kapitalnego ma uszkodzone ramy, głównie w okolicach nitów [23].

2.2. Spoczynkowe obciążenia połączenia nitowanego

Obciążeniem spoczynkowym nazwiemy obciążenia wynikające z technologii wykonania złącza nitowanego. W zależności od sposobu zamykania nita (na gorąco, na zimno, ręcznie lub maszynowo), grubości łączonych elementów oraz stosunku średnicy nita do grubości blach uzyskuje się w nicie wstępne obciążenie osiowe P_{z0} oraz obciążenie ścianek otworu wywołane spęceniem trzonu nita P_0 . Zamykanie nita na zimno daje mniejsze wartości obciążenia osiowego niż uzyskane przy nitowaniu na gorąco, jednak można osiągnąć lepsze wypełnienie otworu spęczonym nitem. Ze względu na małą sztywność giętą łączonych elementów, w kierunku prostopadłym do powierzchni, oraz wielkość średnicy trzonu nita $d \approx t_1 + t_2$, siła P_{z0} jest z reguły niewielka, a nawet może być równa zero [42]. Rzutuje to na stan wyężenia samego nita oraz łączonych elementów, a przede wszystkim na wartości nacisków i strefę styku blach wokół otworu na nit.

W celu określenia rzędu wielkości siły P_{z0} założono, iż na skutek nitowania naprężenia rozciągające w trzonie nita osiągają wartość 200 kg/cm^2 . Dla nita o średnicy $d = 10 \text{ mm}$ otrzymano szacunkową wartość $P_{z0} \approx 1,6 \text{ kN}$. Dodatkowo dokonano pomiaru luzów między łączonymi elementami w 12 nitowanych węzłach. Nity o średnicy $d = 10 \text{ mm}$

zamykane były na gorąco, za pomocą nitownic hydraulicznych. Łączna grubość łączonych elementów wynosiła 10-11 mm. W większości przypadków strefę styku zbliżoną do koła należy oszacować na 2-3 d, przy czym w niektórych przypadkach strefa styku była znacznie mniejsza - ok. 1,2-1,5 d. W dalszych rozważaniach można więc przyjąć, bez znacznych uproszczeń, że obciążenie spoczynkowe osiowe P_{z0} jest niewielkie, pomijalne w stosunku do obciążeń pochodzących od czynników zewnętrznych (skręcanie, zginanie, itp.).

W trakcie nitowania, na skutek spęczenia trzonu nita, następuje obciążenie ścianek otworu. Zakładając, że obciążenie to ma charakter ciśnienia hydrostatycznego rozłożonego równomiernie na obwodzie otworu położonego z dala od krawędzi łączonego elementu, kołowsymetryczny stan naprężenia można w tym przypadku opisać zależnościami uzyskanymi przez Lamego dla płaskiego, osiowo-symetrycznego zagadnienia teorii sprężystości:

$$\sigma_r = p_0 \frac{R^2}{r^2} ; \quad \sigma_\varphi = -p_0 \frac{R^2}{r^2} \quad (2.1)$$

Wzory (2.1) otrzymano przy założeniu, że $R_z \rightarrow \infty$ (otwór w nieskończonej płaszczyźnie).

Jeżeli punkt nitowania położony jest w pobliżu krawędzi łączonego elementu (np. na półce pręta), to rozwiązanie (2.1) jest obarczone błędami, które rosną w miarę zmniejszania się odległości punktu nitowania od krawędzi. W tym, przypadku, do określenia wartości naprężeń na krawędzi półpłaszczyzny oraz na obwodzie otworu, można wykorzystać rozwiązanie podane przez A.C.Stevensona, dla półnieskończonej płaszczyzny z otworem obciążonym ciśnieniem p_0 , otrzymując:

- dla $x = 0$ (na krawędzi półpłaszczyzny):

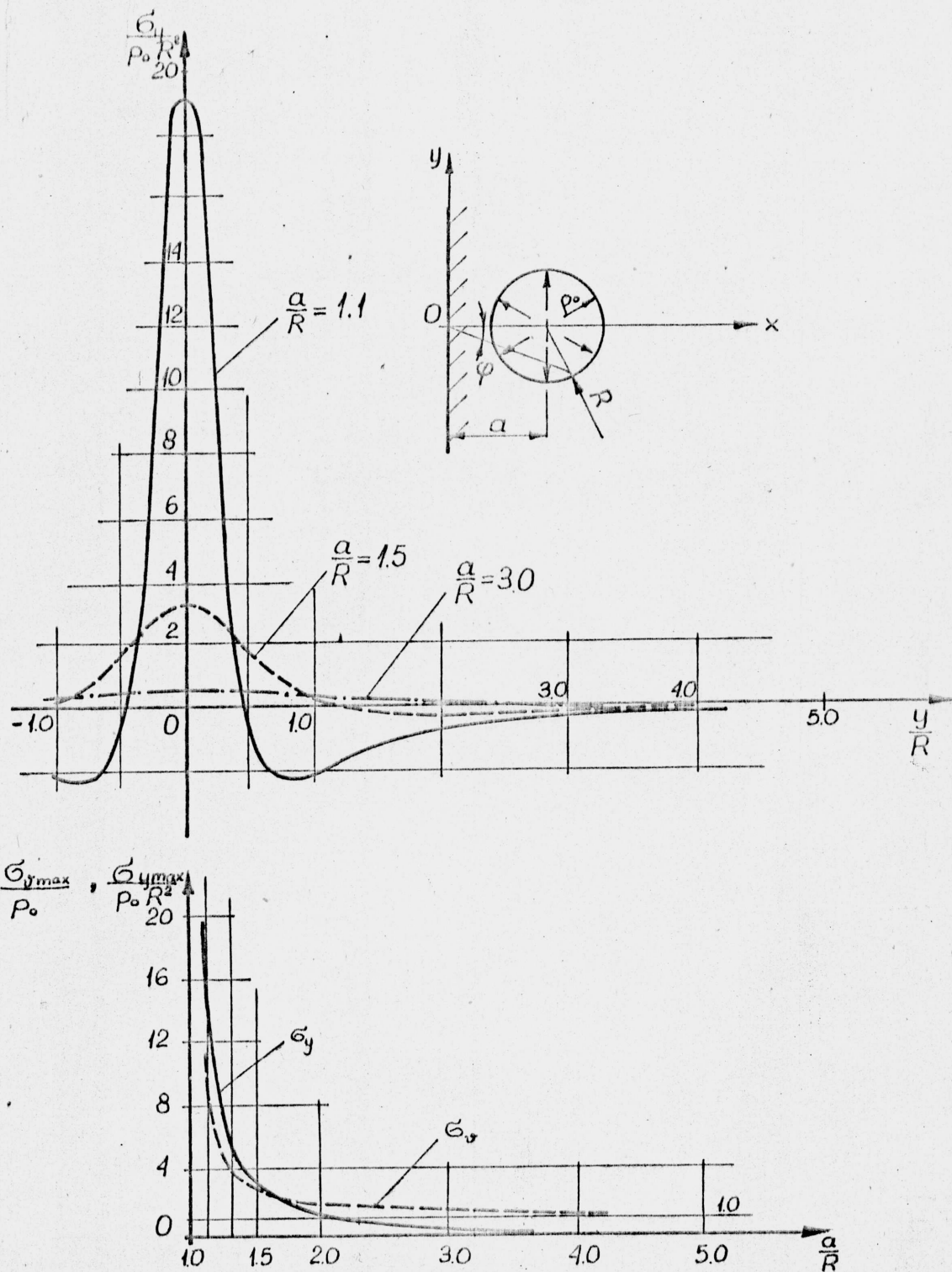
$$\sigma_y = -4 p_0 R^2 \frac{\frac{y^2}{R^2} - \frac{a^2}{R^2} + 1}{\frac{y^2}{R^2} + \frac{a^2}{R^2} - 1} \quad (2.2)$$

- dla $r = R$ (na krawędzi otworu):

$$\sigma_r = -p_0 ; \quad \sigma_\varphi = p_0 (1 + 2 \operatorname{tg}^2 \varphi) \quad (2.3)$$

$$\sigma_{y \max} = p_0 \frac{\frac{a^2}{R^2} + 1}{\frac{a^2}{R^2} - 1}$$

Rozkłady naprężeń σ_y oraz $\sigma_{y \max}$ i $\sigma_{y \max}$ przedstawiono na rys. 2.



Rys. 2. Obciążenie spoczynkowe połączenia - wykresy naprężeń $\sigma_{y \max}$ i σ_y .

gdzie: a - odległość punktu nitowania od krawędzi półpłaszczyzny,
 φ - kąt, jak na rys. 2.

Widoczny jest gwałtowny wzrost wartości naprężeń $\sigma_{y \max}$ i $\sigma_{\varphi \max}$ przy zmniejszaniu się odległości otworu od krawędzi półpłaszczyzny. Należy jednak podkreślić, że w przypadku zachowania warunku $a \geq 3R$, wartość $\sigma_{y \max}$ jest niewielka. Warunek ten jest podawany w literaturze, np. [21], bez uzasadnienia.

Ponieważ w praktyce najczęściej stosowane jest zamykanie nitów na gorąco, za pomocą urządzeń mechanicznych, jakość wypełnienia otworu spęczonym trzonem nita jest niska. Uwzględniając dodatkowo zachowanie warunku $a \geq 3R$ (co ma miejsce w większości przypadków), można przyjąć, że ciśnienie p_0 jest niewielkie i nie ma decydującego znaczenia dla wyteżenia łączonych elementów oraz nitów.

2.3. Praca połączenia nitowanego obciążonego siłami zewnętrznymi

Spotykane w literaturze modele obliczeniowe jednociełych połączeń nitowanych, stosowanych w ramach pojazdów samochodowych, oparte są na analizie fizycznych objawów uszkodzeń. I tak, ponieważ przy statycznym obciążeniu takiego połączenia obserwuje się głównie pęknięcia łączonych elementów (wyrwania) oraz ścięcia nita, model obliczeniowy przewiduje sprawdzenie nacisków oraz naprężeń ścinających w nicie [41, 42] - rys. 3a. W przypadku obciążeń zmiennych występuje najczęściej zmęczeniowe pęknięcie nita w przekroju pod łbem pęknięcia w łączonych elementach biegnące od ścianek otworu. Uszkodzenia te poprzedzone są zużyciem ścianek otworu oraz trzonu nita. Proponowany w [42] model obliczeniowy przewiduje obliczanie trzonu nita na zginanie oraz ścinanie - rys. 3b. Tak więc, opisując stan wyteżenia nita w końcowej fazie zużycia połączenia, model ten nie wyjaśnia przyczyn powstawania uszkodzeń w łączonych elementach.

Stan naprężenia w trzonie nita opisany jest zależnościami:

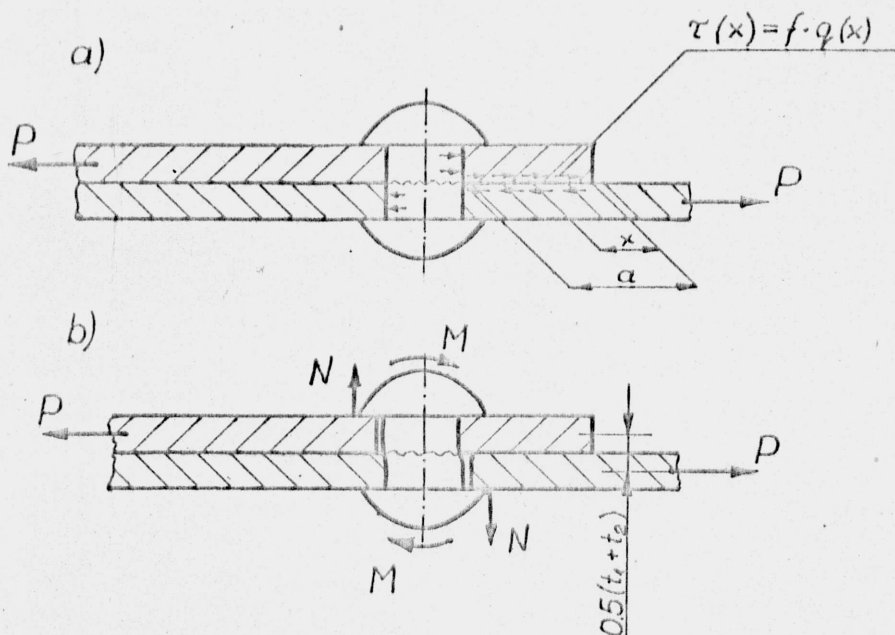
- dla obciążeń statycznych

$$\tau = \frac{4P}{d^2} \quad (2.4a)$$

$$p = \frac{2P}{F} (t_1 = t_2) \quad (2.4b)$$

- dla obciążeń zmiennych:

$$M = 0,5 (P - P_r) (t_1 + t_2)$$



Rys. 3. Modele obliczeniowe połączenia nitowanego wg [42].

$$\sigma_{zg} = \frac{0,5 M}{0,1 d^3} \quad (2.5)$$

ponieważ w praktyce $P_\gamma \approx 0$

$$\sigma_{zg} = 2,5 P \frac{t_1 + t_2}{d^3} \quad (2.5a)$$

gdzie: P_γ – obciążenie przenoszone przez złącze za pomocą tarcia,
 F – pole powierzchni rzutu przekroju wzdłużnego trzonu nita.

Ostatecznie w modelu odpowiadającym obciążeniom zmiennym, naprężenie zredukowane w trzonie nita wynosi (wg hipotezy Habera, Misesa, Hencky'ego):

$$\sigma_{red} = \sqrt{\sigma_{zg}^2 + \alpha \tau^2} \quad (2.6)$$

gdzie: α – współczynnik redukcyjny naprężeń stycznych; tu $\alpha = 3$.

Zdaniem autora, model dla obciążenia zmiennego jest wynikiem niewłaściwej oceny skutków i przyczyn. Bezspornie złamanie nita jest wynikiem zmiennego zginania nita, ale należy zwrócić uwagę na fakt, że ma to miejsce dopiero wówczas, gdy proces zużycia ścianek otworu oraz trzonu nita osiągnie pewną wartość (w połączeniu wystąpią luzy). Pomijając brak w proponowanym modelu sprecyzowania warunków po-

wodujących zginanie nita, trudno pominąć zagadnienie nacisków, które są właśnie bezpośrednią przyczyną zużycia nita i ścianek otworu oraz pęknięć powstających na krawędziach otworu. Należy jednak podkreślić, że obliczenie nacisków wg zależności (2.4b), stosowane powszechnie w obliczeniach połączeń nitowanych, ma charakter porównawczy.

Istnieje więc potrzeba określenia rzeczywistych nacisków występujących w strefie kontaktu trzonu nita z łączonym elementem oraz naprężeń stycznych do krawędzi otworu, które są przyczyną pęknięć na ściankach.

Dotychczas zakładano, że na połączenie nitowane działa pewne, bliżej niesprecyzowane, obciążenie. W ogólnym przypadku można je rozpatrywać jako wypadkową działania sił leżących w płaszczyźnie łączonych elementów oraz siły, której kierunek działania pokrywa się z osią nita. Ponieważ w zdecydowanej większości przypadków o wytrzymałości płaskiej ramy typu podłużnicowego, wykonanej z cienkościennych profili otwartych, decydują naprężenia pochodzące od nieswobodnego skręcania wywołane asymetrycznymi obciążeniami ramy, w dalszym ciągu rozpatrywane będą zagadnienia związane z tym rodzajem obciążeń zewnętrznych.

Wielu autorów, m.in. M.N.Zaks [41] podkreśla, że decydujące znaczenie dla wytrzymałości jednociętych połączeń nitowanych w węzłach ram samochodowych poddanych skręcaniu mają siły działające w płaszczyźnie łączonych elementów. Siły osiowe należy uwzględnić jedynie w przypadku, gdy powodują pracę nita na rozerwanie, przy czym z reguły są one pomijane w obliczeniach praktycznych. W większości przypadków jest to uzasadnione małą wartością tych sił w porównaniu z siłami wzdłużnymi [35, 41]. Również zwiększenie strefy styku łączonych elementów przez siły osiowe ściskające ma niewielki wpływ na pracę złącza. Na szersze omówienie zasługuje natomiast zagadnienie przenoszenia przez połączenie obciążeń za pomocą sił tarcia.

Specyfika jednociętych połączeń nitowanych stosowanych w budowie ram pojazdów samochodowych sprawia, że na skutek niewielkiej strefy styku łączonych elementów oraz stosunkowo małych nacisków, praca połączenia zbliżona jest do pracy połączenia sworzniowego. Potwierdzają to m.in. prace [41, 42]. M.N.Zaks i L.M.Lelčuk w [42] proponują uwzględnienie sił tarcia w złączu zakładając, że nacisk między łączonymi elementami ma przebieg liniowy na odcinku łączącym

ściankę otworu z krawędzią płyty. W świetle pomiarów przeprowadzonych przez autora (p.2.2) odcinek ten jest znacznie krótszy, przy czym poważne wątpliwości budzi przyjęcie w [42] liniowego rozkładu nacisków między łączonymi elementami. Bezpośrednio pod łbem nita, przy założeniu, że materiał nita i łączonych elementów jest jednokowy, można przyjąć równomierny rozkład z błędem rzędu 20 % [19]. Jednak na styku łączonych elementów sytuacja zmienia się, charakteryzując się szybkim zanikiem nacisków [34], przy czym rozkład ten jest opisany funkcją nieliniową. Z pewnym przybliżeniem można założyć, że ma ona postać:

$$q(x) = q_0 (e^{x/a} - 1) \quad (2.7)$$

gdzie: q_0 - maksymalny nacisk (dla $x=a$ - jak na rys. 3a).

Zważywszy, że współczynnik tarcia między łączonymi stalowymi elementami wynosi $f = 0,2-0,4$ [42], obciążenie przenoszone przez złącze za pośrednictwem tarcia jest niewielkie; tym bardziej, że jak wspomniano w p. 2.2, uzyskane w trakcie nitowania siły osiowe w nicie P_{z0} są małe.

Tak więc w dalszym ciągu można założyć, że udział sił tarcia w pracy połączenia jest pomijalny.

Warto jeszcze zauważyć, że oddziaływania styczne wywołują w łączonych elementach naprężenia o różnej wartości, a to z kolei jest źródłem mikroprzemieszczeń w rejonie styku. W skrajnych przypadkach skutkiem działania korozyjnego oraz mikroprzemieszczeń jest zmniejszenie grubości łączonych elementów (p. 2.1).

2.4. Podsumowanie

W dotychczas stosowanych metodach obliczeń połączeń nitowanych w węzłach ram pojazdów samochodowych w bardzo niewielkim stopniu uwzględnia się specyfikę pracy takich złącz, przy czym dają się zauważyć rozbieżności w ocenie wpływu poszczególnych czynników na ich wytrzymałość. I tak, większość autorów skłania się do tezy, że obciążenia są przenoszone za pomocą sił tarcia, ale jednocześnie ocena strefy styku łączonych elementów pozostaje praktycznie niewyjaśniona. Równie pobieżnie traktowane jest zagadnienie rzeczywistych wartości nacisków i naprężeń w łączonych elementach, chociaż uwzględnia się je (w sposób uproszczony) w obliczeniach. Dyskusyjne jest także określenie warunków, w których nit zaczyna pracować na zginanie,

a więc problem rozluźniania połączenia w trakcie pracy oraz udziału poszczególnych nitów w przenoszeniu obciążeń.

Ogólnie można stwierdzić, że rozpatrywane zagadnienie cechuje wysoki stopień złożoności, co zmusza do przyjęcia w dalszych rozważaniach następujących założeń upraszczających:

- obciążenie spoczynkowe połączenia nitowanego nie ma dużego wpływu na wyteżenie łączonych elementów i może być pominięte,
- obciążenia zewnętrzne są przenoszone przy bardzo małym udziale sił tarcia w złączu,
- o wyteżeniu łączonych elementów oraz nita decydują obciążenia zewnętrzne,
- istotne znaczenie dla wyjaśnienia niektórych zjawisk występujących w strefie styku trzonu nita z łączonymi elementami ma wartość i rozkład nacisków oraz naprężeń obwodowych na krawędzi otworu na nit.

Ponieważ w większości przypadków, decydujące znaczenie dla wytrzymałości ramy samochodowej mają obciążenia asymetryczne, stąd w dalszej części pracy prowadzono analizę ram wykonanych z elementów cienkościennych poddanych skręcaniu. Nie narusza to ogólności podanych rozwiązań i pozwala uwzględnić (w razie potrzeby) inne rodzaje obciążeń ramy (np. zginanie).

3. ANALITYCZNA METODA OKREŚLANIA SKŁADOWYCH STANU NAPRĘŻENIA W NITOWANYM WĘZLE RAMY SAMOCHODOWEJ

3.1. Założenia metody, proponowany model obliczeniowy

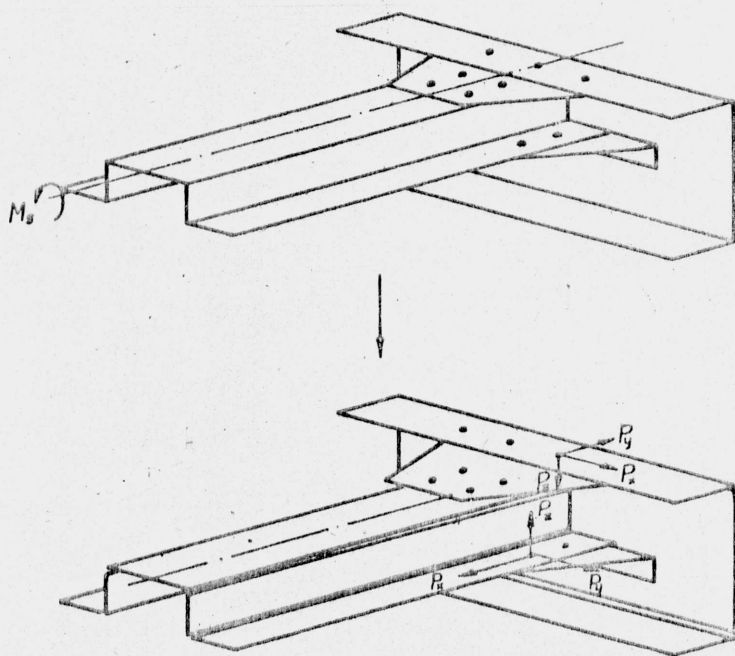
Elementy ram pojazdów samochodowych wykonanych z profili o przekrojach otwartych, mimo iż nie spełniają ściśle warunku cienkościenności ($t/b \geq 0,1$ oraz $b/l \geq 0,1$), to jednak jak wykazały liczne badania, np. [11, 16], mogą być traktowane jako cienkościenne. W przypadku nitowanej konstrukcji węzłów spiętrzenie naprężeń występujące w rejonie utwierdzenia, charakterystyczne dla skręcania nieswobodnego prętów cienkościennych, jest dodatkowo zahurzane przez skupione wprowadzenie obciążeń. Zagadnienie to, w dotychczas stosowanych metodach obliczeń ram, było pomijane co oczywiście zmniejsza przydatność uzyskiwanych wyników.

W oparciu o analizę przeprowadzoną w p. 2.1.-2.3 założono, że obciążenia pochodzące od skręcania ramy przenoszone są przez połą-

czenie nitowane bez udziału tarcia, a obciążenie spoczynkowe połączenia może być pominięte w ocenie wyężenia łączonych elementów oraz nita. Dodatkowo wprowadzono następujące założenia:

- pręt cienkościenny jest układem tarcz połączonych wzajemnie tak, że przemieszczenia przekazywane są bez naruszania spójności materiału,
- przekrój poprzeczny pręta oraz stałe materiałowe są stałe na całej jego długości,
- kontur przekroju poprzecznego pręta pozostaje stały podczas odkształcania pręta,
- grubość ścianek jest taka, że w tarczach panuje płaski stan naprężenia,
- nity zastąpione są punktami materialnymi, w których przyłożone są obciążenia wywołane skręcaniem pręta,
- sztywność skrętna węzłówek jest pomijalnie mała.

Model obliczeniowy węzła można więc przedstawić jako układ tarcz obciążonych siłami skupionymi - rys. 4. Ze względu na niewielką wartość składowych obciążenia działających w kierunku prostopadłym do powierzchni tarcz [35, 41], w dalszym ciągu rozpatrywane będą jedynie obciążenia leżące w płaszczyźnie łączonych elementów.



Rys. 4. Model obliczeniowy węzła.

3.2. Podstawowe zależności

Stan naprężenia w elementarnej tarczy pręta cienkościennego poddanego skręcaniu jest opisany zależnościami:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{B}{I\omega} \omega ; \quad \sigma_y = -\nu \sigma_x \\ \tau_{xy} &= \tau_\omega + \tau_{sv}\end{aligned}\tag{3.1}$$

Na skutek punktowego wprowadzenia obciążeń, np. poprzez nit, stan naprężenia w tarczy, wg (3.1), ulega zaburzeniu i można go traktować jako superpozycję dwóch stanów: niezaburzonego i dodatkowego, wywołanego działaniem obciążeń skupionych. W ogólnej postaci, korzystając z przedstawienia funkcji naprężeń za pomocą funkcji zmiennej zespolonej, stan naprężenia w tarczy jest opisany następująco:

$$\begin{aligned}\varphi^0 &= \varphi^* + \varphi \\ \psi^0 &= \psi^* + \psi\end{aligned}\tag{3.2}$$

gdzie: φ^*, ψ^* – zespolone funkcje naprężeń opisujące stan niezaburzony,

φ, ψ – zespolone funkcje naprężeń opisujące stan wywołany działaniem obciążeń skupionych.

Warunkiem stosowania (3.2) jest, aby rozpatrywany element (konstrukcja) znajdował się w zakresie odkształceń liniowosprężystych. Takie wymagania są właśnie stawiane ramom pojazdów samochodowych.

Zakładając, że rozpatrywana tarcza elementarna ma takie wymiary, iż można ją traktować jako płaszczyznę nieskończoną oraz, że stan naprężenia opisany funkcjami φ^*, ψ^* jest znany, należy wyznaczyć składowe stanu naprężenia wywołanego przyłożeniem w początku układu współrzędnych siły P o składowych P_x i P_y (rys. 5a).

Zespolone funkcje naprężeń mają w tym przypadku postać [27]:

$$\begin{aligned}\varphi(z) &= -\frac{P_x + iP_y}{2\pi(1+\kappa)} \ln z \\ \psi(z) &= \frac{P_x - iP_y}{2\pi(1+\kappa)} \ln z\end{aligned}\tag{3.3}$$

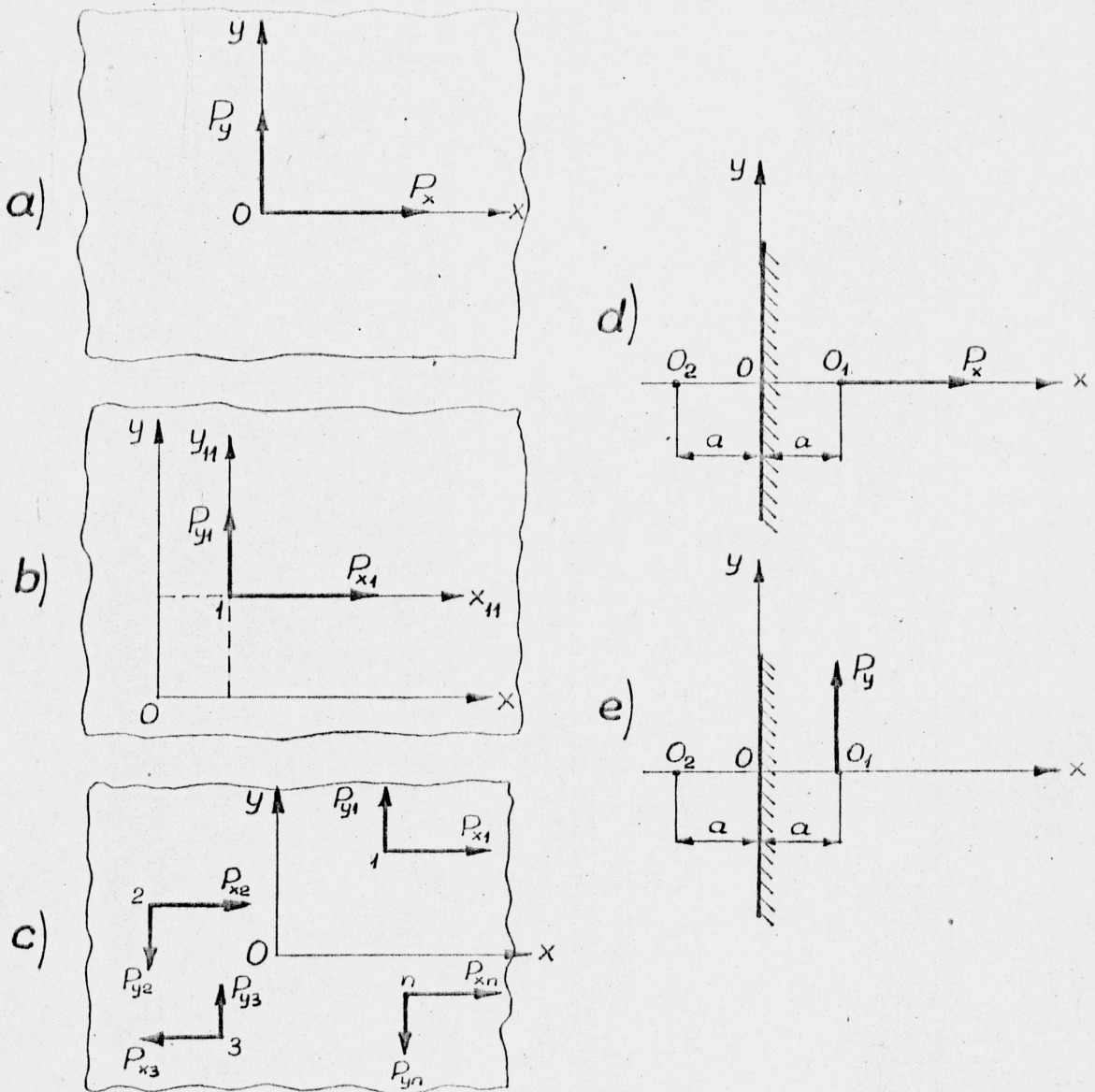
gdzie: $\kappa = \frac{3-\nu}{1+\nu}$

po wykorzystaniu zależności:

$$\sigma_x + \sigma_y = 4\operatorname{Re} [\varphi'(z)]$$

$$\sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy} = 2 \left[\bar{z} \varphi''(z) + \psi'(z) \right] \quad (3.4)$$

i niezbędnych przekształceniach, składowe stanu naprężenia wynoszą:



Rys. 5. Schematy obciążeń płaszczyzny nieskończonej oraz z półpłaszczyzny.

$$\sigma_x = \frac{1}{4\pi} \frac{P_x}{x^2 + y^2} \left\{ x \left[- (3 + \nu) + 2 (1 + \nu) \frac{y^2}{x^2 + y^2} \right] + \right. \\ \left. + \eta^* y \left[-3\nu + \frac{y^2}{x^2 + y^2} \right] \right\} \quad (3.5a)$$

$$\sigma_y = \frac{1}{4\pi} \frac{P_x}{x^2 + y^2} \left\{ x \left[1 - \nu - 2(1 + \nu) \frac{y^2}{x^2 + y^2} \right] + \right. \\ \left. + \eta^* y \left[-2 + \nu - \frac{y^2}{x^2 + y^2} \right] \right\} \quad (3.5b)$$

$$\tau_{xy} = -\frac{1}{4\pi} \frac{P_x}{x^2 + y^2} \left\{ y \left[1 - \nu + 2(1 + \nu) \frac{x^2}{x^2 + y^2} \right] + \right. \\ \left. + \eta^* x \left[1 - \nu + 2(1 + \nu) \frac{y^2}{x^2 + y^2} \right] \right\} \quad (3.5c)$$

gdzie: $\eta^* = \frac{P_y}{P_x}$

Jeśli punkt przyłożenia siły skupionej nie leży w początku układu współrzędnych, uzyskuje się nieco inną postać zespolonych funkcji naprężeń. Wprowadzając dwa układy współrzędnych prostokątnych (rys.5b) uzyskuje się funkcje naprężeń, odpowiednio: φ_1 i ψ_1 oraz $\bar{\varphi}$ i $\bar{\psi}$, zapisane w lokalnym i głównym układzie współrzędnych. Funkcje $\varphi'(z)$ $[z \bar{\varphi}''(\bar{z}) + \psi'(\bar{z})]$ powinny być niezależne od wyboru układu, czyli:

$$z \bar{\varphi}''(\bar{z}) + \psi'(\bar{z}) = z_{11} \bar{\varphi}_1''(\bar{z}_{11}) + \bar{\psi}_1'(\bar{z}_{11}) \quad (3.6)$$

Przyjmując, że: $\varphi(z) = \varphi_1(z_{11})$, otrzymuje się:

$$\bar{\psi}'(z) = (z_{11} - z) \bar{\varphi}_1''(z_{11}) + \bar{\psi}_1'(z_{11}) \\ \psi(z) = \psi_1(z_{11}) - p \varphi_1'(z_{11}) \quad (3.7)$$

gdzie: $-p = (z_{11} - z)$

Potencjały zespolone mają więc w tym przypadku postać:

$$\varphi_1(z_{11}) = -\frac{P_x + iP_y}{2\pi(1 + \alpha e)} \ln z_{11} \\ \psi_1(z_{11}) = \frac{\alpha e(P_x - iP_y)}{2\pi(1 + \alpha e)} \ln z_{11}$$

oraz

$$\varphi(z) = \varphi_1(z_{11}) = -\frac{P_x + iP_y}{2\pi(1 + \alpha e)} \ln z_{11}$$

$$\psi(z) = \psi_1(z_{11}) - \bar{p} \varphi_1'(z_{11}) = \frac{\Re(P_x - iP_y)}{2\pi(1 + \Re)} + \frac{P_x + iP_y}{2\pi(1 + \Re)} \times \frac{\bar{p}}{z_{11}} \quad (3.8)$$

Korzystając z (3.4) uzyskuje się zależności opisujące składowe stanu naprężenia:

$$\begin{aligned} \sigma_x = \frac{1}{4\pi} \frac{P_x}{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2} & \left\{ (x - x_1) \left[- (3 + \nu) + \right. \right. \\ & + 2(1 + \nu) \frac{(y - y_1)^2}{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2} \left. \right] + \eta^*(y - y_1) \left[-3\nu + \right. \\ & \left. \left. + \frac{(y - y_1)^2}{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2} \right] \right\} \end{aligned} \quad (3.9a)$$

$$\begin{aligned} \sigma_y = \frac{1}{4\pi} \frac{P_x}{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2} & \left\{ (x - x_1) \left[1 - \nu - \right. \right. \\ & + 2(1 + \nu) \frac{(y - y_1)^2}{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2} \left. \right] + \eta^*(y - y_1) \left[-2 + \nu + \right. \\ & \left. \left. + \frac{(y - y_1)^2}{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2} \right] \right\} \end{aligned} \quad (3.9b)$$

$$\begin{aligned} \tau_{xy} = - \frac{1}{4\pi} \frac{P_x}{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2} & \left\{ (y - y_1) \left[1 - \nu + \right. \right. \\ & + 2(1 + \nu) \frac{(x - x_1)^2}{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2} \left. \right] + \eta^*(x - x_1) \left[1 - \nu + \right. \\ & \left. \left. + 2(1 + \nu) \frac{(y - y_1)^2}{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2} \right] \right\} \end{aligned} \quad (3.9c)$$

gdzie: x_1, y_1 - współrzędne punktu przyłożenia siły.

W ogólnym przypadku, gdy na nieskończonej płaszczyźnie znajduje się n punktów przyłożenia sił (rys. 5c) potencjały zespolone są uogólnieniem potencjałów z (3.8):

$$\varphi(z) = -\frac{1}{2\pi(1+\nu)} \sum_{k=1}^n (P_{xk} + iP_{yk}) \ln z_k \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} \psi(z) = & \frac{\nu}{2\pi(1+\nu)} \sum_{k=1}^n (P_{xk} - iP_{yk}) \ln z_k + \\ & + \frac{1}{2\pi(1+\nu)} \sum_{k=1}^n (P_{xk} + iP_{yk}) \frac{\bar{p}_k}{z_k} \end{aligned}$$

Składowe stanu naprężenia wynoszą:

$$\begin{aligned} \sigma_x = & \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^n \frac{P_{xk}}{(x-x_k)^2 + (y-y_k)^2} \left\{ (x-x_k) \left[-(3+\nu) + \right. \right. \\ & + 2(1+\nu) \frac{(y-y_k)^2}{(x-x_k)^2 + (y-y_k)^2} \left. \right] + \eta_k^* (y-y_k) \left[-3\nu + \right. \\ & \left. \left. + \frac{(y-y_k)^2}{(x-x_k)^2 + (y-y_k)^2} \right] \right\} \quad (3.11a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_y = & \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^n \frac{P_{xk}}{(x-x_k)^2 + (y-y_k)^2} \left\{ (x-x_k) \left[1-\nu - \right. \right. \\ & - 2(1+\nu) \frac{(y-y_k)^2}{(x-x_k)^2 + (y-y_k)^2} \left. \right] + \eta_k^* (y-y_k) \left[-2+\nu - \right. \\ & \left. \left. - \frac{(y-y_k)^2}{(x-x_k)^2 + (y-y_k)^2} \right] \right\} \quad (3.11b) \end{aligned}$$

$$\tau_{xy} = -\frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^n \frac{P_{xk}}{(x-x_k)^2 + (y-y_k)^2} \left\{ (y-y_k) \left[1-\nu + \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
 & + 2(1+\nu) \frac{(x-x_k)^2}{(x-x_k)^2 + (y-y_k)^2} \Bigg] + \eta_k^* (x-x_k) \left[1 - \nu + \right. \\
 & \left. + 2(1+\nu) \frac{(y-y_k)^2}{(x-x_k)^2 + (y-y_k)^2} \right] \Bigg\} \quad (3.11c)
 \end{aligned}$$

Jeśli punkt przyłożenia siły znajduje się w pobliżu krawędzi tarczy, np. na półce kształtownika, należy uwzględnić wpływ krawędzi na rozkład i wartości naprężeń. Na nieobciążonym brzegu tarczy (rys. 5d) musi być spełnione:

$$\sigma_x = 0 \quad ; \quad \tau_{xy} = 0 \quad (3.12)$$

Dla przypadku działania siły w kierunku osi x , można zapisać potencjały zespolone w dwubiegunowym układzie współrzędnych:

$$\varphi_2(z_2) = A \ln z_2 + B \frac{\bar{p}}{z_2} \quad (3.13)$$

$$\psi_2(z_2) = C \ln z_2 + D \frac{\bar{p}}{z_2} + G \frac{\bar{p}^2}{z_2^2}$$

oraz

$$\varphi_1(z_1) = - \frac{P_x}{2\pi(1+\kappa)} \ln z_1$$

$$\psi_1(z_1) = \frac{\kappa P_x}{2\pi(1+\kappa)} \ln z_1 + \frac{P_x}{2\pi(1+\kappa)} \frac{\bar{p}}{z_1} \quad (3.14)$$

Stany naprężeń wyrażone za pomocą (3.13) i (3.14) powinny dać wypadkowy stan naprężenia, zapisany w układzie współrzędnych xOy , spełniający warunek (3.12):

$$\varphi(z) = A \ln z_2 + B \frac{\bar{p}}{z_2} \quad (3.15)$$

$$\psi(z) = C \ln z_2 + (D + A) \frac{\bar{p}}{z_2} + (G + B) \frac{\bar{p}^2}{z_2^2}$$

Wg [17], stałe występujące w (3.13) - (3.15) wynoszą:

$$\begin{aligned}
 A &= -\frac{\varepsilon P_x}{2\pi(1+\varepsilon)} & C &= \frac{P_x}{2\pi(1+\varepsilon)} & G &= \frac{4P_x}{2\pi(1+\varepsilon)} \\
 B &= \frac{2P_x}{2\pi(1+\varepsilon)} & D &= \frac{2P_x(\varepsilon-1)}{2\pi(1+\varepsilon)}
 \end{aligned} \quad (3.16)$$

Z praktycznego punktu widzenia interesujące są wartości naprężeń na krawędzi tarczy oraz w przekroju 0-0₁ (rys. 5d). Korzystając z (3.4), po niezbędnych przekształceniach otrzymano [17]:

- dla $x = 0$

$$\sigma_y = -\frac{2P_x}{\pi(1+\varepsilon)} a \frac{a^2 - 3y^2}{(a^2 + y^2)^2} - \frac{2P_x}{\pi(1+\varepsilon)} \frac{a}{a^2 + y^2} \quad (3.17)$$

$$\sigma_x = 0; \quad \tau_{xy} = 0$$

- dla $y = 0$

$$\sigma_x = \frac{P_x}{2\pi(1+\varepsilon)} \left[\frac{\varepsilon+3}{a-x} - \frac{x^2 + 12ax + 3a^2}{(x+a)^3} + \frac{3x+a}{(x+a)^2} \right] \quad (3.18a)$$

$$\sigma_y = \frac{P_x}{2\pi(1+\varepsilon)} \left[-\frac{\varepsilon-1}{a-x} + \frac{x^2 + 4ax - 5a^2}{(x+a)^3} - \frac{x+3a}{(x+a)^2} \right] \quad (3.18b)$$

$$\tau_{xy} = 0$$

Rozpatrzmy jeszcze przypadek działania siły skupionej w kierunku równoległym do krawędzi - rys. 5e. Postępując analogicznie jak poprzednio, można (w układzie współrzędnych xOy) zapisać potencjały zespolone w postaci:

$$\varphi(z) = A \ln z_2 + B \frac{\bar{p}}{z_2} \quad (3.19)$$

$$\psi(z) = C \ln z_2 + (D + A) \frac{\bar{p}}{z_2} + \frac{\bar{p}^2}{z_2^2} (G - B)$$

$$\text{gdzie: } A = -\frac{\varepsilon i P_y}{2\pi(1+\varepsilon)}, \quad B = \frac{2i P_y}{2\pi(1+\varepsilon)}, \quad C = \frac{i P_y}{2\pi(1+\varepsilon)}$$

$$D = \frac{2i P_y(\varepsilon-1)}{2\pi(1+\varepsilon)}, \quad G = \frac{4i P_y}{2\pi(1+\varepsilon)}$$

Składowe stanu naprężenia dla rozważanego przypadku wynoszą:

- dla $x = 0$

$$\sigma_y = \frac{P_y}{2\pi(1+\kappa)} \left[-\frac{\kappa y}{a^2 + y^2} - \frac{4a^2 y}{(a^2 + y^2)^2} \right] \quad (3.20)$$

$$\sigma_x = 0 ; \quad \tau_{xy} = 0$$

- dla $y = 0$

$$\sigma_x = \sigma_y = \tau_{xy} = 0$$

W ogólnym przypadku, gdy w punkcie leżącym w pobliżu krawędzi tarczy działa siła skupiona P o składowych P_x i P_y , składowe stanu naprężenia są dane zależnościami:

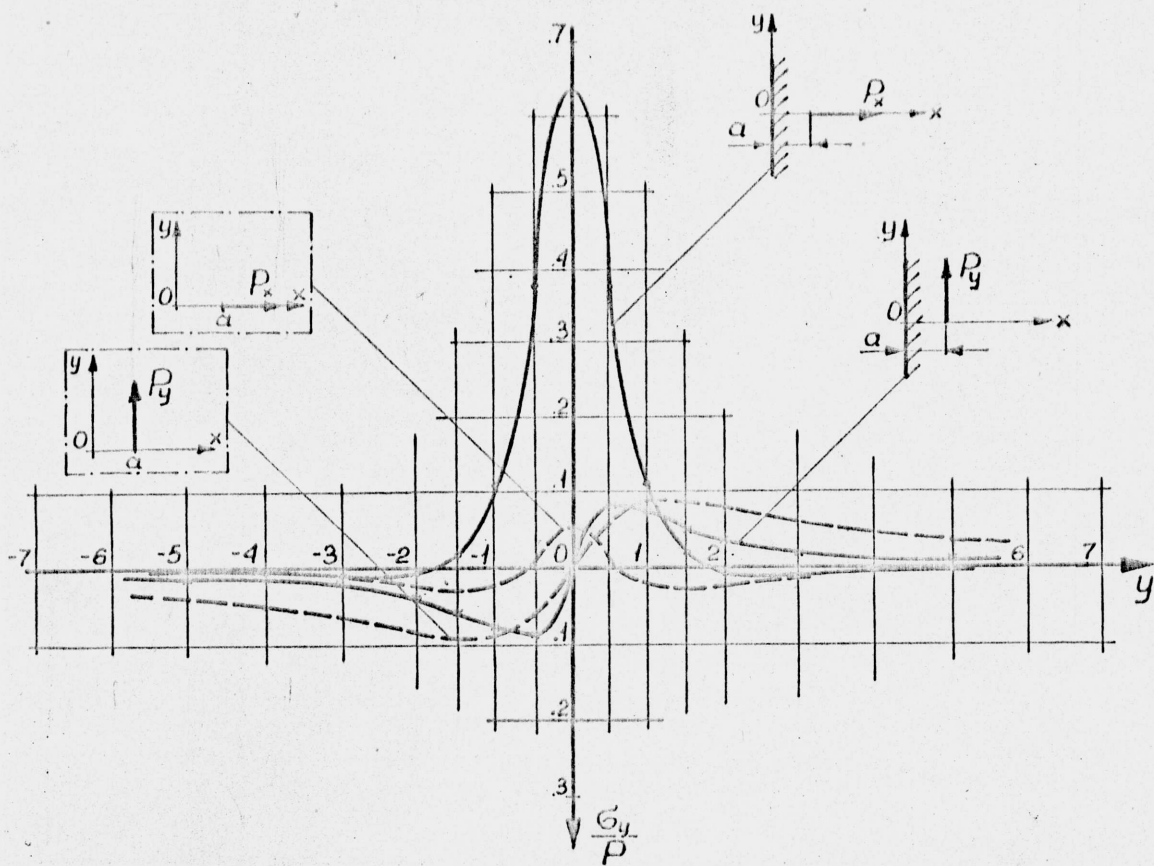
- dla $x = 0$

$$\begin{aligned} \sigma_y = -\frac{P_x}{\pi(1+\kappa)} & \left\{ \left[2a \frac{a^2 - 3y^2}{(a^2 + y^2)^2} + 2\kappa \frac{a}{a^2 + y^2} \right] + \right. \\ & \left. + \left[\frac{\kappa y}{2(a^2 + y^2)} + 2a^2 \frac{y}{(a^2 + y^2)^2} \right] \right\} \quad (3.21) \\ \sigma_x = 0 ; \quad \tau_{xy} = 0 \end{aligned}$$

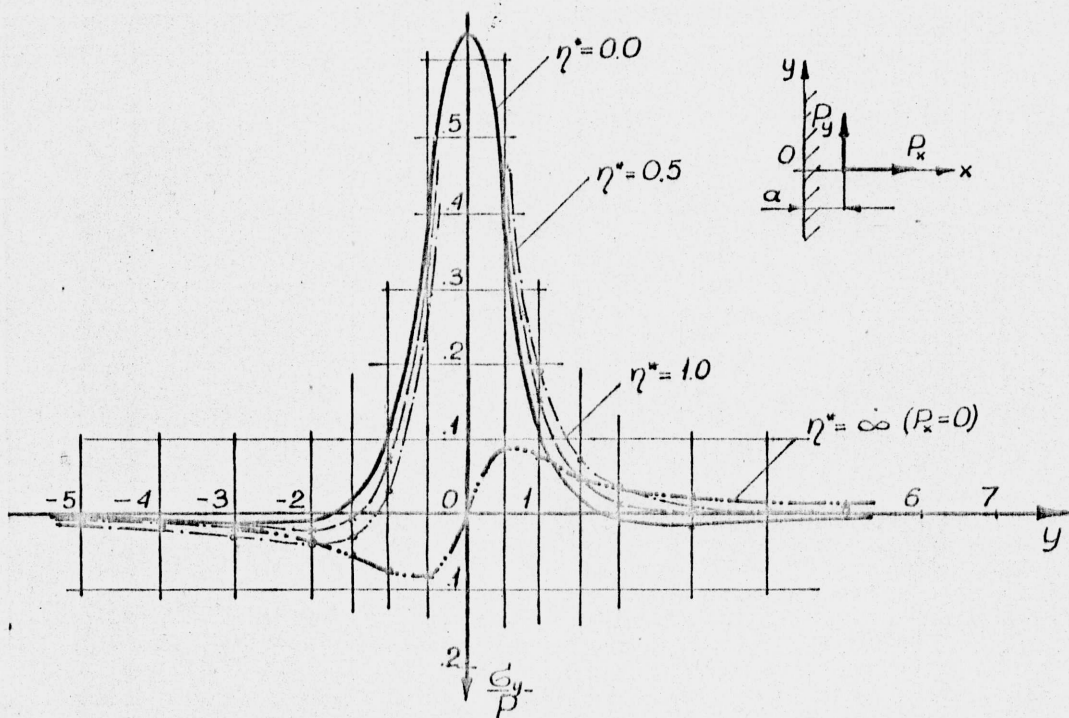
Dla $y = 0$, naprężenia są dane zależnościami (3.18a) i (3.18b).

Analiza zależności (3.5) i (3.21) pozwala stwierdzić, że pominięcie wpływu krawędzi w przypadkach, gdy punkt przyłożenia siły leży w jej pobliżu, prowadzi do znacznych błędów. Zaznacza się to szczególnie wówczas, gdy występuje składowa siły działająca w kierunku prostopadłym do krawędzi. Przebiegi naprężeń $\sigma_{yx=0}$ (wg rozwiązania dla półpłaszczyzny i płaszczyzny nieskończonej) przy $P_x \neq 0$, $P_y = 0$ oraz $P_x = 0$, $P_y \neq 0$ przedstawiono na rys. 6a. Jak widać, w pierwszym przypadku ($P_x \neq 0$) rozwiązanie dla płaszczyzny nieskończonej daje przeszło dziesięciokrotnie niższe wartości naprężenia maksymalnego, natomiast w drugim ($P_y \neq 0$) - wartości maksymalne są zbliżone w obu rozwiązaniach, lecz miejsce ich występowania ulega przesunięciu. Przebiegi naprężeń $\sigma_{yx=0}$ (wg rozwiązania dla półpłaszczyzny), przy różnych wartościach współczynnika η^* , przedstawiono na rys. 6b.

Powyższe zależności umożliwiają określenie składowych stanu naprężenia, w elementarnej tarczy, wywołanego wprowadzeniem obciążeń



Rys. 6a. Wykresy naprężeń na krawędzi półpłaszczyzny.



Rys. 6b. Wykresy naprężeń na krawędzi półpłaszczyzny.

skupionych. Warto tu podkreślić, że dany przypadek obciążenia pręta (np. zginanie, skręcanie, ściskanie) może być uwzględniony poprzez podstawienie do podanych wzorów wartości sił wynikających z danego obciążenia zewnętrznego. Tak więc zależność (3.2) można przedstawić w ogólnej postaci:

$$\varphi^0 = \sum_{i=1}^k (\varphi^* + \varphi)_i + \sum_{j=1}^m \varphi^{**} \quad (3.22)$$

$$\psi^0 = \sum_{i=1}^k (\psi^* + \psi)_i + \sum_{j=1}^m \psi^{**}$$

gdzie: φ^*, ψ^{**} - zespolone funkcje naprężeń opisujące stan naprężenia wywołany zaburzeniami pochodzącymi od otworów konstrukcyjnych i technologicznych, spoin, nakładek, itp.

3.3. Współczynnik koncentracji naprężeń w węźle; definicja i przykład obliczeń

W celu dokonania przybliżonej oceny spiętrzenia naprężeń w danym węźle wprowadzimy współczynnik koncentracji naprężeń, który zdefiniujemy jako stosunek maksymalnych wartości naprężeń obliczonych dla stanu zaburzonego oraz niezaburzonego:

$$K_{\sigma} = \frac{\sigma_{\max}^0}{\sigma_{\max}^*} \quad (3.23)$$

Ze względu na występowanie koncentracji naprężeń na krawędziach prętów w pobliżu nitów, najczęściej należy stosować rozwiązania dla półpłaszczyzny (zależności (3.17) - (3.21)). Przykładowo, w przypadku działania siły skupionej w kierunku osi podłużnej pręta (tutaj w kierunku osi x prostokątnego układu współrzędnych), składowa stanu naprężenia σ_x na krawędzi pręta jest dana zależnością (3.20). Wyznamy położenie punktu odpowiadającego maksymalnej wartości σ_x . Po uwzględnieniu zmiany układu współrzędnych (obrot o $\pi/2$), uzyskuje się z zależności (3.20):

$$\frac{d\sigma_x}{dx} \Rightarrow x^* = \sqrt{\frac{-12a^2 + (12a^2)^2 + 4a^4(\alpha + 4)}{2\alpha}} \quad (3.24)$$

Obliczając wartość naprężenia $\sigma_x(x^*)$ można przystąpić do określenia wartości współczynnika koncentracji naprężeń. I tak, analogicznie do (3.2) można zapisać:

$$\sigma_{x \max}^0 = \sigma_x^*(x^*) + \sigma_x(x^*) \quad (3.25)$$

z drugiej strony, dla stanu niezaburzonego, znamy wartość maksymalnego naprężenia $\sigma_{x \max}^*$. Uwzględniając (3.23) współczynnik koncentracji naprężeń można przedstawić w postaci:

$$K_\sigma = \frac{\sigma_x^*(x^*) + \sigma_x(x^*)}{\sigma_{x \max}^*}$$

W celu zilustrowania obliczania współczynnika koncentracji naprężeń rozpatrzono konkretne rozwiązanie węzła skręcanej ramy samochodowej (rys. 14z w załączniku niniejszej pracy). Na podstawie wstępnej analizy konstrukcji węzła należy spodziewać się spiętrzenia naprężeń w okolicach nitów leżących na półkach poprzeczki. Sugeruje to niewielka odległość punktów nitowania od krawędzi pręta oraz fakt przeniesienia przez nity znajdujące się w tym przekroju prawie całego obciążenia [35]. Spełnione jest również założenie o małej sztywności skrętnej węzłówek, czyli rozpatrywany węzeł mieści się w klasie rozwiązań konstrukcyjnych, które mogą być rozwiązane podaną metodą.

Główne etapy obliczania współczynnika K_σ przedstawiono na rys.7. Obciążenia wzdłużne w nitach należy określić w oparciu o metodę podaną w [35], a następnie obliczyć x^* z (3.24). Korzystając z (3.20) wyznaczamy $\sigma_x(x^*)$, a następnie $\sigma_x^*(x^*)$ wg wzoru:

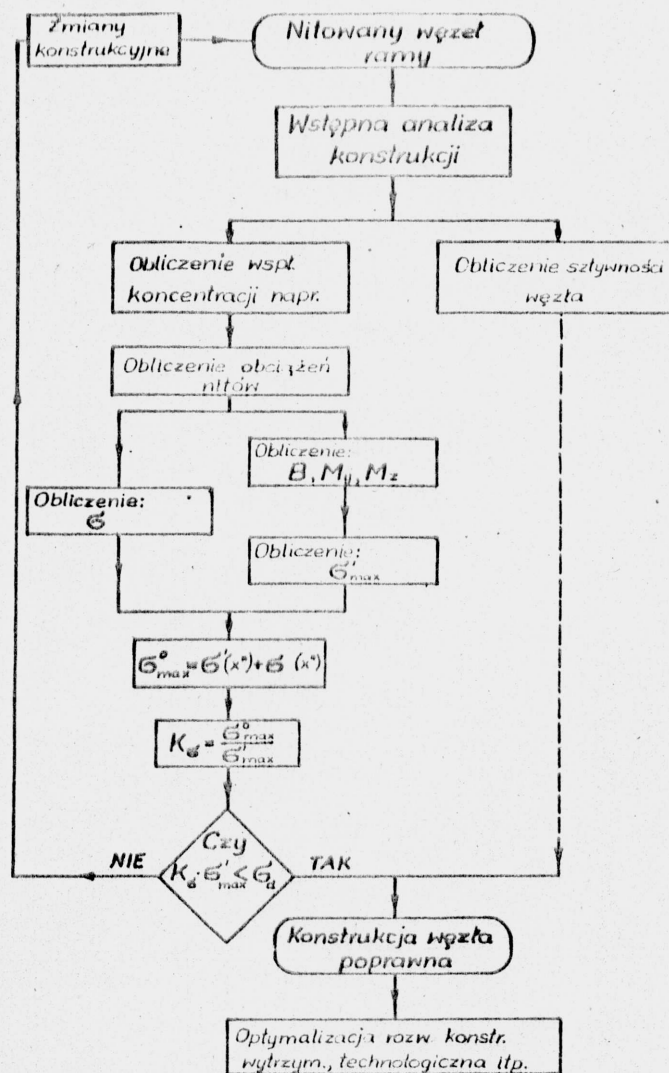
$$\sigma_x(x^*) = \frac{B(x^*)}{I_\omega} \omega = \frac{-2(P_1 \omega_1 + P_3 \omega_3)}{I_\omega} \omega \frac{\sinh K(1_1 - x)}{\sinh K1_1} \quad (3.26)$$

gdzie: P_1, P_3 - siły wzdłużne w nitach obliczone wg metody przedstawionej w [35].

Naprężenie maksymalne $\sigma_{x \max}^*$ wynosi:

$$\sigma_{x \max}^* = \frac{B_{\max}}{I_\omega} \omega = - \frac{2(P_1 \omega_1 + P_3 \omega_3)}{I_\omega} \omega \quad (3.27)$$

Ostatecznie współczynnik koncentracji naprężeń dany jest zależnością:



Rys. 7. Schemat blokowy obliczania współczynnika koncentracji naprężeń.

$$K_{\sigma} = \frac{\sigma_x(x^*) + \sigma_x(x^*)}{\sigma_{x \max}^*}$$

przy czym warto zaznaczyć, że w dotychczasowych metodach obliczeń σ_x^* określano w oparciu o teorię Własowa, która zakłada utwierdzenie pręta na całym obwodzie przekroju poprzecznego. Biorąc stosunek $\sigma_{x \max}^0$ do $\sigma_{x \max}^{*W}$ (naprężenie maksymalne wg Własowa) otrzymujemy współczynnik koncentracji naprężeń:

$$K'_{\sigma} = \frac{\sigma_{x \max}^0}{\sigma_{x \max}^{*W}} \quad (3.28)$$

który daje możliwość ujęcia rzeczywistego rozwiązania konstrukcyjnego

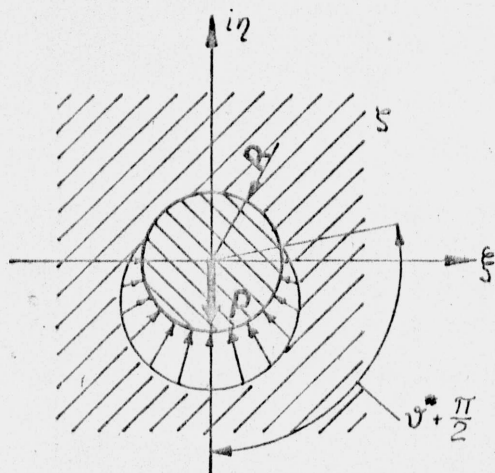
węzła w stosowanych obecnie metodach obliczeń ram samochodowych z uwzględnieniem teorii skręcania nieswobodnego prętów cienkościennych, np. [32, 33].

4. OKREŚLENIE RZECZYWISTYCH NACISKÓW W POŁĄCZENIU NITOWANYM

4.1. Model obliczeniowy

W dotychczas stosowanych metodach obliczeń połączeń nitowanych naciski trzonu nita na łączone elementy oblicza się w oparciu o uproszczoną zależność (2.4b), a całkowicie pomijane są obliczenia naprężeń obwodowych (działających stycznie do krawędzi otworu), które są drugim, obok nacisków, czynnikiem decydującym o wytrzymałości łączonych elementów. Przybliżony charakter oceny wytrzymałości połączenia zmusza do wprowadzania współczynników bezpieczeństwa lub stosowania określonych doświadczalnie reguł projektowania połączenia nitowanego. Oczywiście nie sprzyja to dążeniu do zbudowania konstrukcji optymalnej z punktu widzenia jej wytrzymałości. Uzasadnione jest więc określenie rzeczywistych nacisków oraz naprężeń obwodowych występujących w strefie styku trzonu nita i łączonych elementów.

Jako model obliczeniowy rozpatrywanego zagadnienia przyjęto nieskończoną, sprężystą płaszczyznę z otworem o jednostkowym promieniu $R = 1$ (co nie narusza ogólności rozważań), w którym znajduje się sprężysta inkluzja o promieniu równym promieniowi otworu (rys. 8).



Rys. 8. Zagadnienie styku inkluzji z płaszczyzną – układ współrzędnych.

Założono, że styk zachodzi na pewnym odcinku obwodu otworu L_2 (wyznaczonym w trakcie rozwiązywania), przy czym nie występują oddziaływania styczne między inkluzją i płaszczyzną, a w nieskończoności naprężenia oraz przemieszczenia są równe zero. Warunki brzegowe dla

rozwiązywanego modelu mają postać [27]:

$$\begin{array}{l|l} N = 0 & ; \quad T = 0 & L_1 \\ T = 0 & ; \quad \vartheta_\sigma = g(\sigma) & L_2 \\ \hline \vartheta_\sigma^i = \vartheta_\sigma & & \\ N - iT = N^i - iT^i & & L = L_1 + L_2 \end{array} \quad (4.1)$$

gdzie: N, T - składowe: normalna i styczna obciążenia zewnętrznego otworu,

ϑ_σ - przemieszczenie normalne do krawędzi otworu,

$g(\sigma)$ - zadana na L_2 funkcja od argumentu $\sigma = e^{i\vartheta}$, opisująca konfigurację inkluzji,

indeks i - oznacza wielkości odnoszące się do inkluzji.

Inkluzja obciążona jest siłą P przyłożoną w jej środku, przy czym składowa normalna $N(\sigma)$, obok warunku ciągłości, musi spełniać:

$$\int_{L_2} N(\sigma) d\sigma = -P \quad (4.2)$$

Korzystając z potencjałów Kołosowa-Muscheliszwili $\Phi(\zeta)$ i $\Psi(\zeta)$ oraz uwzględniając, że odwzorowanie konforemne dla otworu kołowego, przy $R = 1$, ma postać:

$$\omega(\zeta) = \zeta \quad (4.3a)$$

$$\omega(\zeta) = \sigma \quad |L \quad (4.3b)$$

otrzymuje się warunek:

$$\zeta \Phi(\zeta) + \zeta^2 \Psi(\zeta) = b(\zeta - \zeta^{-1}) + A \quad |\zeta| \geq 1 \quad (4.4)$$

gdzie:

$$A = -\frac{1}{2\pi i} \int_{L_2} \frac{N(\sigma)}{\sigma} d\sigma$$

$$b = \frac{iP\alpha e}{2\pi(1 + \alpha e)}$$

Potencjał $\Phi(\zeta)$ jest dany wzorem:

$$\Phi(\zeta) = -\frac{1}{2\pi i} \int_{L_2} \frac{N(\sigma)}{\sigma - \zeta} d\sigma - \frac{b}{\zeta} \quad |\zeta| > 1 \quad (4.5)$$

Potencjały $\Phi(\xi)$ i $\Psi(\xi)$ wiążą się z potencjałami φ oraz ψ z rozdziału 3 niniejszej pracy zależnościami:

$$\Phi(\xi) = \varphi'(\xi); \quad \Psi(\xi) = \psi'(\xi) \quad (4.6)$$

a ich wyznaczenie umożliwia określenie składowych stanu naprężenia w płaszczyźnie oraz w strefie styku inkluzji z płaszczyzną.

Przedstawiony powyżej model obliczeniowy jest zbliżony do przyjętego w rozważaniach H. Hertza, czy I. J. Štajermana [36]. Uzyskane przez nich rozwiązania są jednak oparte na nieco innych założeniach. Przede wszystkim Hertz i Štajerman zakładają początkowy styk dwóch ciał, w tym przypadku o zarysie kołowym, w jednym punkcie. W warunkach rzeczywistych nit wypełnia otwór (na skutek spęczenia trzonu), a więc model obliczeniowy zakładający styk punktowy odbiega znacznie od stanu rzeczywistego. Rzuca to oczywiście na uzyskane rozwiązania. I tak, wg rozwiązania Hertza dla zagadnienia styku kołowej inkluzji z płaszczyzną (przy równych promieniach inkluzji i otworu) uzyskuje się strefę styku $l^2 = \infty$, a naciski równe zero [20]. Oczywiście, w miarę postępującego zniszczenia połączenia warunki pracy nita zbliżają się do założenia o punktowym styku inkluzji i płaszczyzny. W granicznych przypadkach zużycia może więc okazać się, że rozwiązanie Hertza jest stosowne. Tym niemniej wymiarowanie konstrukcji powinno być tak przeprowadzone, aby nie dopuścić do dużych zużyć, czyli przyjęty w niniejszej pracy model obliczeniowy może służyć za podstawę projektowania połączenia nitowanego.

4.2. Rozwiązanie równania różniczkowo-całkowego opisującego rozpatrywane zagadnienie kontaktowe

Zagadnienie styku sprężystej inkluzji z nieskończoną, sprężystą płaszczyzną jest opisane równaniem różniczkowo-całkowym, które dla otworu kołowego ma postać [20]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon - 1}{\partial \varepsilon + 1} N(\sigma_0) + \frac{\sigma_0}{\pi i} \int_{L_2} \frac{N'(\sigma)}{\sigma - \sigma_0} d\sigma - \frac{1}{2\pi i} \int_{L_2} \frac{N(\sigma)}{\sigma} d\sigma = \\ = \frac{\partial \varepsilon P}{i\pi(1 + \partial \varepsilon)} (\sigma_0 - \bar{\sigma}_0) \end{aligned} \quad (4.7)$$

Wprowadzając współczynniki zależne od stałych materiałowych płasz-

czyżny i inkluzji uzyskuje się inną postać równania (4.7):

$$k N(\sigma_0) + \frac{\sigma_0}{\pi i} \int_{L_2} \frac{N'(\sigma_0)}{\sigma - \sigma_0} d\sigma - \frac{p}{2\pi i} \int_{L_2} \frac{N(\sigma)}{\sigma} d\sigma = \frac{q}{2\pi i} P(\sigma_0 - \bar{\sigma}_0) \quad (4.7a)$$

$$\text{gdzie: } k = \frac{1}{2} \frac{(1-2\nu)(1+\nu)E^1 - (1-2\nu^1)(1+\nu^1)E}{(1-\nu^2)E^1 + (1-\nu^{12})E}$$

$$p = \frac{(1-\nu^2)E^1}{(1-\nu^2)E^1 + (1-\nu^{12})E}$$

$$q = \frac{1}{2} \frac{(1+\nu)E^1 + (1+\nu^1)E}{(1-\nu^2)E^1 + (1-\nu^{12})E}$$

Dla $\nu^1 = \nu$ oraz $E^1 = E$, co ma miejsce w rozpatrywanym przypadku, współczynniki wynoszą: $k = 0$, $p = 1/2$, $q = 1/4 \frac{1+\nu}{1-\nu}$.

Do równania (4.7a) wprowadźmy nową zmienną x [20]:

$$\sigma = i \frac{x - i\beta}{x + i\beta} ; \quad \beta = \frac{\cos \vartheta}{1 + \sin \vartheta} \quad (4.8)$$

Powyższe zależności transformują łuk $L_2 [-\sigma^*, \sigma^*]$ na odcinek $[-1, 1]$. Po przekształceniach i uwzględnieniu (4.8) równanie (4.7a) przybiera postać:

$$\begin{aligned} \frac{k}{x^2 + \beta^2} N(x) - \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 \frac{N'(t)}{t - x} dt - \frac{p\beta^2}{\pi(x^2 + \beta^2)} \int_{-1}^1 \frac{N(t)}{t^2 + \beta^2} dt \\ = \frac{q\beta}{\pi} P \frac{x^2 - \beta^2}{(x^2 + \beta^2)^2} \end{aligned} \quad (4.9)$$

gdzie: $t = e^{i\vartheta}$

Warunek (4.2) można zapisać, z uwzględnieniem (4.8), jak niżej:

$$2\beta \int_{-1}^1 \frac{t^2 - \beta^2}{(t^2 + \beta^2)^2} N(t) dt = P \quad (4.10)$$

Równanie (4.9) należy do klasy równań o ogólnej postaci:

$$\frac{\Gamma(x)}{B(x)} - \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 \frac{\Gamma(t)}{t - x} dt = f(x) \quad (4.11)$$

$$\Gamma'(t) = \frac{d\Gamma(t)}{dt}$$

gdzie: $B(x)$, $f(x)$ - zadane funkcje na odcinku $[-1, 1]$,
 $\Gamma(x)$ - szukana funkcja.

Równanie typu (4.11), znane w teorii skrzydła, można rozwiązać np. przybliżoną metodą podaną przez H. Multhoppa [26].

Uwzględniając wartości współczynników występujących w równaniu (4.9) otrzymuje się ostateczną postać równania różniczkowo-całkowego opisującego rozpatrywane zagadnienie:

$$-\frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 \frac{N'(t)}{t-x} dt - \frac{1}{2\pi} \frac{\beta^2}{x^2 + \beta^2} \int_{-1}^1 \frac{N(t)}{t^2 + \beta^2} dt = \frac{1+\alpha}{4\pi(1-\gamma)} P \frac{x^2 - \beta^2}{(x^2 + \beta^2)^2} \quad (4.12)$$

Warunek (4.10) można przekształcić do postaci:

$$c(\beta) = \frac{2\beta}{P} \int_{-1}^1 \frac{t^2 - \beta^2}{(t^2 + \beta^2)^2} N(t) dt = 1 \quad (4.13)$$

i wykorzystać w dalszym ciągu do oszacowania dokładności rozwiązania.

Jeśli wprowadzimy do równania (4.12) wielkość q^* zdefiniowaną jak niżej:

$$q^* = \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{N(t)}{t^2 + \beta^2} dt \quad (4.14)$$

to (4.12) można przekształcić w równanie:

$$-\frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 \frac{N'(t)}{t-x} dt = \frac{1}{2} \frac{\beta^2}{x^2 + \beta^2} q^* + \frac{1+\alpha}{4\pi(1-\gamma)} P \frac{x^2 - \beta^2}{(x^2 + \beta^2)^2} \quad (4.15)$$

Rozwiązanie (4.15) ma postać:

$$b_{mm} N_m = \sum_{k=1}^{1/2(n+1)} B_{mk} \bar{N}_k + \frac{1}{2} \frac{\beta^2}{\cos^2 \psi_m + \beta^2} q^* + \frac{1+\alpha}{4\pi(1-\gamma)} \beta P \frac{\cos^2 \psi_m - \beta^2}{(\cos^2 \psi_m + \beta^2)^2} \quad (4.16)$$

Z układu równań (4.16) wyznaczane są przybliżone wartości szukanej funkcji $\bar{N}_k$, którą następnie przybliża się wielomianem interpolacyjnym trygonometrycznym z węzłami Czebyszewa

$$x_k = \cos \vartheta_k, \quad \vartheta_k = \frac{k\pi}{n+1} \quad (\text{dla } k = 1, \dots, n)$$

Wielkości q^* oraz $c(\beta)$ określane są za pomocą kwadratury typu Gaussa:

$$q^* = \frac{1}{n+1} \sum_{k=1}^n \frac{\sin \vartheta_k}{\cos^2 \vartheta_k + \beta^2} \bar{N}_k$$

$$c(\beta) = \frac{2\beta\pi}{P} \frac{1}{n+1} \sum_{k=1}^n \frac{\sin \vartheta_k (\cos^2 \vartheta_k - \beta^2)}{(\cos^2 \vartheta_k + \beta^2)^2} \bar{N}_k = 1 \quad (4.17)$$

Występujące w (4.16) współczynniki b_{mm} oraz B_{mk} zostały wyznaczone przez Multhoppa [26] dla $n = 7, 17$ i 31 , co odpowiada pierwszemu, drugiemu i trzeciemu przybliżeniu. Analiza zagadnień kontaktowych rozwiązanych metodą Multhoppa wykazuje, że wystarczająco dokładne wyniki uzyskuje się już w pierwszym przybliżeniu. Różnice między rozwiązaniami dla pierwszego i drugiego przybliżenia są rzędu dziesiątych części procenta, stąd dla rozpatrywanego zagadnienia ograniczono się do $n = 7$. Ostatecznie, z (4.16), uzyskano:

$$\begin{aligned} b_{11}\bar{N}_1 &= b_{12}\bar{N}_2 + b_{14}\bar{N}_4 + \frac{1}{2} \frac{\beta^2}{\cos^2 \vartheta_1 + \beta^2} q^* + 1,09889 \frac{\cos^2 \vartheta_1 - \beta^2}{(\cos^2 \vartheta_1 + \beta^2)^2} \frac{P}{\pi} \\ b_{22}\bar{N}_2 &= b_{21}\bar{N}_1 + b_{23}\bar{N}_3 + \frac{1}{2} \frac{2}{\cos^2 \vartheta_2 + \beta^2} q^* + 1,09889 \frac{\cos^2 \vartheta_2 - \beta^2}{(\cos^2 \vartheta_2 + \beta^2)^2} \frac{P}{\pi} \\ b_{33}\bar{N}_3 &= b_{32}\bar{N}_2 + b_{34}\bar{N}_4 + \frac{1}{2} \frac{2}{\cos^2 \vartheta_3 + \beta^2} q^* + 1,09889 \frac{\cos^2 \vartheta_3 - \beta^2}{(\cos^2 \vartheta_3 + \beta^2)^2} \frac{P}{\pi} \\ b_{44}\bar{N}_4 &= b_{41}\bar{N}_1 + b_{43}\bar{N}_3 + \frac{1}{2} \frac{2}{\cos^2 \vartheta_4 + \beta^2} q^* + 1,09889 \frac{\cos^2 \vartheta_4 - \beta^2}{(\cos^2 \vartheta_4 + \beta^2)^2} \frac{P}{\pi} \end{aligned} \quad (4.16a)$$

gdzie: $b_{11} = 5,22625$; $b_{12} = 1,9142$; $b_{14} = 0,1464$;
 $b_{22} = 2,82843$; $b_{21} = 1,0360$; $b_{23} = 1,1944$;
 $b_{33} = 2,16478$; $b_{32} = 0,9142$; $b_{34} = 0,8536$;

$$b_{44} = 2,0000 ; \quad b_{41} = 0,1121 ; \quad b_{43} = 1,5774 ; \quad \nu = 0,3$$

Jak widać, zamiast siedmiu, otrzymano cztery równania liniowe $\left(\frac{n+1}{2}\right)$, co wynika z symetrii przebiegu szukanej funkcji $N(x)$:

$$N(-1) = N(1)$$

Rozwiązując układ (4.16a) metodą kolejnych przybliżeń uzyskano:

$$\beta = 0,9 ; \quad q^* = -0,7036 \frac{P}{\pi} \quad (4.18)$$

Dla tych wartości warunek (4.18) jest spełniony z dokładnością $\sim 0,073\%$:

$$c(\beta) = 1,0007329 \cong 1,0$$

Funkcja $N(x)$ przyjmuje w węzłach interpolacji następujące (przybliżone) wartości:

$$\begin{aligned} \bar{N}_1 = \bar{N}_7 &= -0,5237 \frac{P}{\pi} = -0,1667P \\ \bar{N}_2 = \bar{N}_6 &= -1,1639 \frac{P}{\pi} = -0,3705P \\ \bar{N}_3 = \bar{N}_5 &= -1,9533 \frac{P}{\pi} = -0,6218P \\ \bar{N}_4 &= -2,4242 \frac{P}{\pi} = -0,7716P \end{aligned}$$

Na tym etapie rozwiązania określone są dwa podstawowe parametry charakteryzujące zagadnienie kontaktowe, tj. wartość maksymalnego nacisku:

$$N_{\max} = N_{x=0} = \bar{N}_4 = -0,7716P \quad (4.19)$$

oraz kąt określający strefę styku ϑ^* , tutaj:

$$\beta = \frac{\cos \vartheta^*}{1 + \sin \vartheta^*} = 0,9 \Rightarrow \vartheta^* = 6,02^\circ = 0,1051 \text{ rd} \quad (4.20)$$

Ponieważ wartości szukanej funkcji $N(x)$ są już znane w punktach (węzłach) interpolacji, jej przebieg można interpolować np. wielomianem trygonometrycznym:

$$W_n = a_0 + a_1 \cos \vartheta + a_2 \cos 2\vartheta + a_3 \cos 3\vartheta + \dots + a_n \cos n\vartheta$$

lecz jak wykazano w [20], taka postać funkcji $N(x)$ nie umożliwia wyznaczenie potencjałów $\Phi(\xi)$ i $\Psi(\xi)$ danych zależnościami (4.4) i (4.5). Funkcję $N(x)$ będziemy interpolować wielomianem:

$$N(x) = \frac{2\sqrt{1-x^2}}{n+1} \sum_{m=1}^n a_m U_{m-1}(x) \quad (4.21)$$

gdzie: $a_m = \sum_{k=1}^n N_k \sin m \vartheta_k$; $U_{m-1}(x) = \frac{\sin m \vartheta}{\sin \vartheta}$

W rozpatrywanym przypadku współczynniki a_m wynoszą:

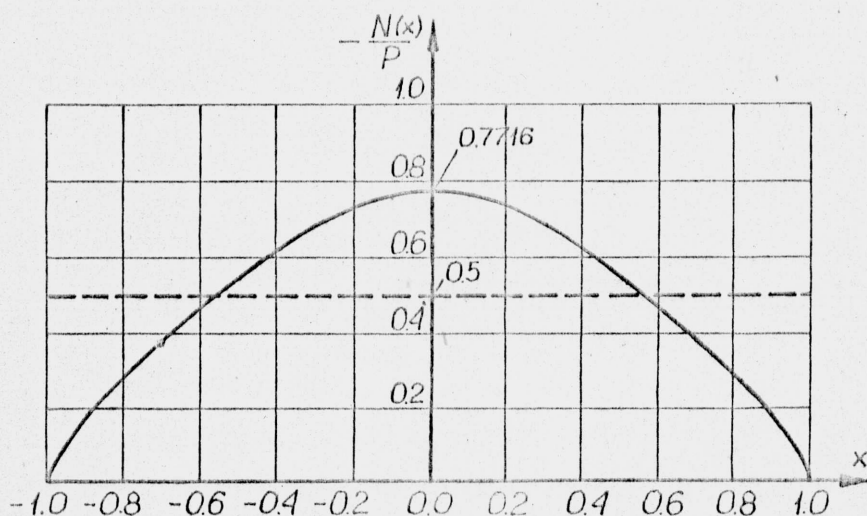
$$a_1 = -2,5721P; \quad a_2 = 0,0; \quad a_3 = 0,4155P; \quad a_4 = 0,0;$$

$$a_5 = -0,07975P; \quad a_6 = 0,0; \quad a_7 = 0,019P$$

Tak więc rozkład nacisków jest dany zależnością:

$$N(x) = -\frac{\sqrt{1-x^2}}{4} P \left(2,5721 - 0,4155 \frac{\sin 3\vartheta}{\sin \vartheta} + 0,07975 \frac{\sin 5\vartheta}{\sin \vartheta} - 0,019 \frac{\sin 7\vartheta}{\sin \vartheta} \right) \quad (4.22)$$

Przebieg funkcji $N(x)$ obliczonej wg (4.22) przedstawiono na rys. 9.



Rys. 9. Przebieg funkcji $N(x)$.

4.3. Określenie naprężeń obwodowych w strefie styku

Określenie składowych stanu naprężenia w strefie styku trzonu nita z krawędzią otworu wymaga wyznaczenia potencjałów zespolonych z równań (4.4) i (4.5). Wiąże się to z koniecznością obliczenia całki typu Cauchy'ego, którą można przedstawić w postaci [28]:

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{-1}^1 \frac{N(\sigma)}{\sigma - z} d\sigma = \frac{1}{2\pi i} \int_{-1}^1 \frac{N(x)}{x - z} dx + \frac{\beta}{2\pi} \int_{-1}^1 \frac{N(x)}{x^2 + \beta^2} dx \quad (4.23)$$

gdzie: $\zeta = i \frac{z - i\beta}{z + i\beta}$

Rozpatrzmy pierwszą z całek występujących po prawej stronie równania (4.23). Jeśli funkcja podcałkowa jest wielomianem trygonometrycznym rzędu $\leq n$, od argumentu $\cos \vartheta$, to całkę typu Cauchy'ego można obliczyć za pomocą:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 \frac{f(t)}{t - x} dt = - \frac{1}{n+1} \sum_{\gamma=1}^n f_{\gamma} \sum_{m=1}^n \sin m\vartheta_{\gamma} \cos m\vartheta \quad (4.24)$$

gdzie: f_{γ} - wartość funkcji podcałkowej $f(t)$ w węźle interpolacji. Ponieważ funkcja $N(x)$ jest w naszym przypadku wielomianem trygonometrycznym stopnia n o postaci:

$$N(x) = - \frac{\sqrt{1-x^2}}{4} \left(2,5721 - 0,4155 \frac{\sin 3\vartheta}{\sin \vartheta} + 0,07975 \frac{\sin 5\vartheta}{\sin \vartheta} - 0,019 \frac{\sin 7\vartheta}{\sin \vartheta} \right)$$

to rozpatrywana całka może być obliczona za pomocą (4.24), stąd otrzymuje się:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 \frac{N(x)}{x - z} dx = - \frac{1}{8} \left(2,5721 \cos \vartheta - 0,4155 \cos 3\vartheta + 0,07975 \cos 5\vartheta - 0,019 \cos 7\vartheta \right) P \quad (4.25)$$

Druga całka prawej strony równania (4.23), jak łatwo zauważyć, może być obliczona po wykorzystaniu pierwszej z zależności (4.17) lub wyniku rozwiązania układu równań (4.16a). Dla $\beta = 0,9$ oraz:

$$q^* = -0,7036 \frac{P}{\pi}$$

otrzymano:

$$-\frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 \frac{N(x)}{x^2 + \beta^2} dx = \frac{\beta}{2} q^* = -0,1008P \quad (4.26)$$

a więc powyższa całka nie ma wpływu na jakościowe określenie pola

naprężeń, gdyż do (4.23) wnosi stałą wartość. Korzystając z (4.5) potencjał zespolony $\Phi(\xi)$ wyznaczmy jak niżej:

$$\begin{aligned}\Phi(\xi) = & -\frac{1}{2\pi i} \int_{-1}^1 \frac{N(\sigma)}{\sigma - \xi} d\sigma - \frac{b}{\xi} = \frac{1}{8i} (2,5721 \cos \vartheta - 0,4155 \cos 3\vartheta + \\ & + 0,07975 \cos 5\vartheta - 0,019 \cos 7\vartheta) P + \\ & + 0,1008P - \frac{1 \kappa P}{2\pi(1 + \kappa)} \frac{1}{\xi}\end{aligned}\quad (4.27)$$

Potencjał $\Psi(\xi)$ można wyznaczyć z warunku (4.4). Po obliczeniu stałej A występującej w tym równaniu:

$$A = -\frac{1}{2\pi i} \int_{-1}^1 \frac{N(\sigma)}{\sigma} d\sigma = -p \frac{\beta^2}{\pi(x^2 + \beta^2)} \int_{-1}^1 \frac{N(t)}{t^2 + \beta^2} dt = 0,0105 P \quad (4.28)$$

oraz niezbędnych przekształceniach, mamy:

$$\begin{aligned}\Psi(\xi) = & b(\xi^{-1} - \xi^{-3}) + \frac{A}{\xi^2} - \frac{1}{\xi} \Phi'(\xi) = \frac{1}{8i} (2,5721 \sin \vartheta - 1,2465 \sin 3\vartheta + \\ & + 0,39875 \sin 5\vartheta - 0,133 \sin 7\vartheta) P \frac{1}{\xi} + 0,0105P \frac{1}{\xi^2} + \\ & + \frac{1P}{2\pi(1 + \kappa)} \left(\frac{1}{\xi} - \frac{2}{\xi^3} \right)\end{aligned}\quad (4.29)$$

Wyznaczone potencjały, po uwzględnieniu zależności:

$$\begin{aligned}\sigma_\vartheta + \sigma_\varphi &= 2[\Phi(\xi) + \overline{\Phi(\xi)}] \\ \sigma_\vartheta - \sigma_\varphi + 2i\tau_{\vartheta\varphi} &= \frac{2\xi^2}{\xi^2 \omega'(\xi)} [\overline{\omega(\xi)} \Phi'(\xi) + \omega'(\xi) \Psi(\xi)]\end{aligned}\quad (4.30)$$

gdzie: $\xi = \varrho e^{i\vartheta}$

umożliwiają wyznaczenie składowych stanu naprężenia w płaszczyźnie. W inkluzji składowe stanu naprężenia są dane przez potencjały $\Phi^I(\xi)$ oraz $\Psi^I(\xi)$:

$$\Phi^I(\xi) = \frac{1}{2\pi i} \int_{L_2} \frac{N(\sigma)}{\sigma - \xi} d\sigma + a^I \left(2\xi + \frac{1}{\xi} \right) + \frac{A}{2} \quad |\xi| < 1 \quad (4.31)$$

$$\xi \Phi^1(\xi) + \xi^2 \psi^1(\xi) = a^1 \left(\xi - \frac{1}{\xi} \right) \quad |\xi| \leq 1 \quad (4.32)$$

gdzie: $a^1 = \frac{iP}{2\pi(1+\kappa)}$

Jak widać, ich obliczenie po wykorzystaniu (4.23) oraz (4.28) nie sprawia trudności.

Składowe stanu naprężenia na krawędzi otworu wygodniej jest obliczyć z warunku [20]:

$$\Phi(\sigma) + \overline{\Phi(\sigma)} - b(\sigma - \sigma^{-1}) - A = N \quad \Big|_L \quad (4.33)$$

który musi spełniać potencjał $\Phi(\varrho)$ przy $\varrho = \sigma$ (tzn. na krawędzi otworu).

Po przekształceniu (4.33) otrzymuje się:

$$\Phi(\sigma) + \overline{\Phi(\sigma)} = N + A + b(\sigma - \sigma^{-1}) \quad \Big|_L$$

Wszystkie człony prawej strony powyższej zależności są znane, czyli można przystąpić do wyznaczenia naprężeń obwodowych:

$$\sigma_\varrho + \sigma_\vartheta = 2[\Phi(\sigma) + \overline{\Phi(\sigma)}] = 2N + 2A + 2b(\sigma - \sigma^{-1}) \quad \Big|_{L_2} \quad (4.34a)$$

$$\sigma_\varrho + \sigma_\vartheta = 2A + 2b(\sigma - \sigma^{-1}) \quad \Big|_{L_1} \quad (4.34b)$$

Z założenia: $\tau_{\varrho\vartheta} \Big|_L = 0$, $\sigma_\varrho \Big|_{L_2} = N$ oraz $\sigma_\varrho \Big|_{L_1} = 0$, czyli do wyznaczenia $\sigma_\vartheta(\sigma)$ można skorzystać bezpośrednio z (4.34).

Ostatecznie otrzymuje się:

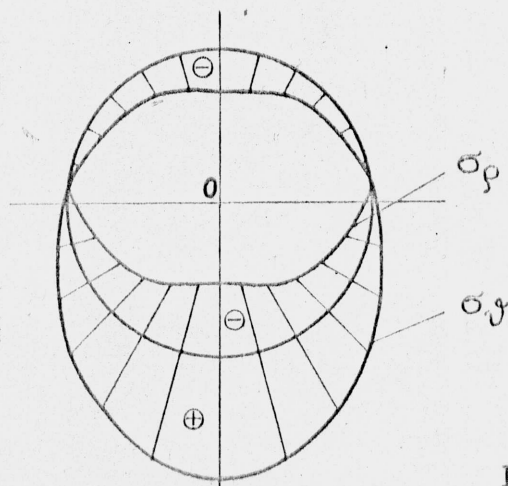
$$\begin{aligned} \sigma_\vartheta \Big|_{L_2} &= N + 2A + 2b(\sigma - \sigma^{-1}) = -\frac{1}{4}(2,5721 \sin \vartheta - 0,4155 \sin 3\vartheta + \\ &+ 0,07975 \sin 5\vartheta - 0,019 \sin 7\vartheta)P + 0,0210P + \\ &+ i \frac{\kappa P}{\pi(1+\kappa)}(\sigma - \sigma^{-1}) = -(1,0727 \sin \vartheta - 0,1039 \sin 3\vartheta + \\ &+ 0,0199 \sin 5\vartheta - 0,00475 \sin 7\vartheta)P + 0,0210P \end{aligned} \quad (4.35)$$

$$\sigma_\vartheta \Big|_{L_1} = 2A + 2b(\sigma - \sigma^{-1}) = 0,0210P - 0,4297P \sin \vartheta \quad (4.36)$$

Maksymalne wartości naprężeń $\sigma_\vartheta(\sigma)$ wynoszą:

$$\sigma_y(\epsilon)_{\max} \Big|_{L_2} = 1,22225P ; \quad \sigma_y(\epsilon)_{\max} \Big|_{L_1} = -0,4192P$$

Rozkłady naprężeń σ_x i σ_y na krawędzi otworu (o promieniu jednostkowym) przedstawiono na rys. 10.



Rys. 10. Rozkłady naprężeń σ_x i σ_y na krawędzi otworu.

Uzyskane zależności pozwalają dokonać oceny wyłączenia materiału w strefie inkluzji z płaszczyzną. W tym celu można skorzystać z hipotezy energii odkształcenia postaciowego lub hipotezy maksymalnego naprężenia stycznego. Z punktu widzenia praktyki inżynierskiej warunek wytrzymałościowy w postaci:

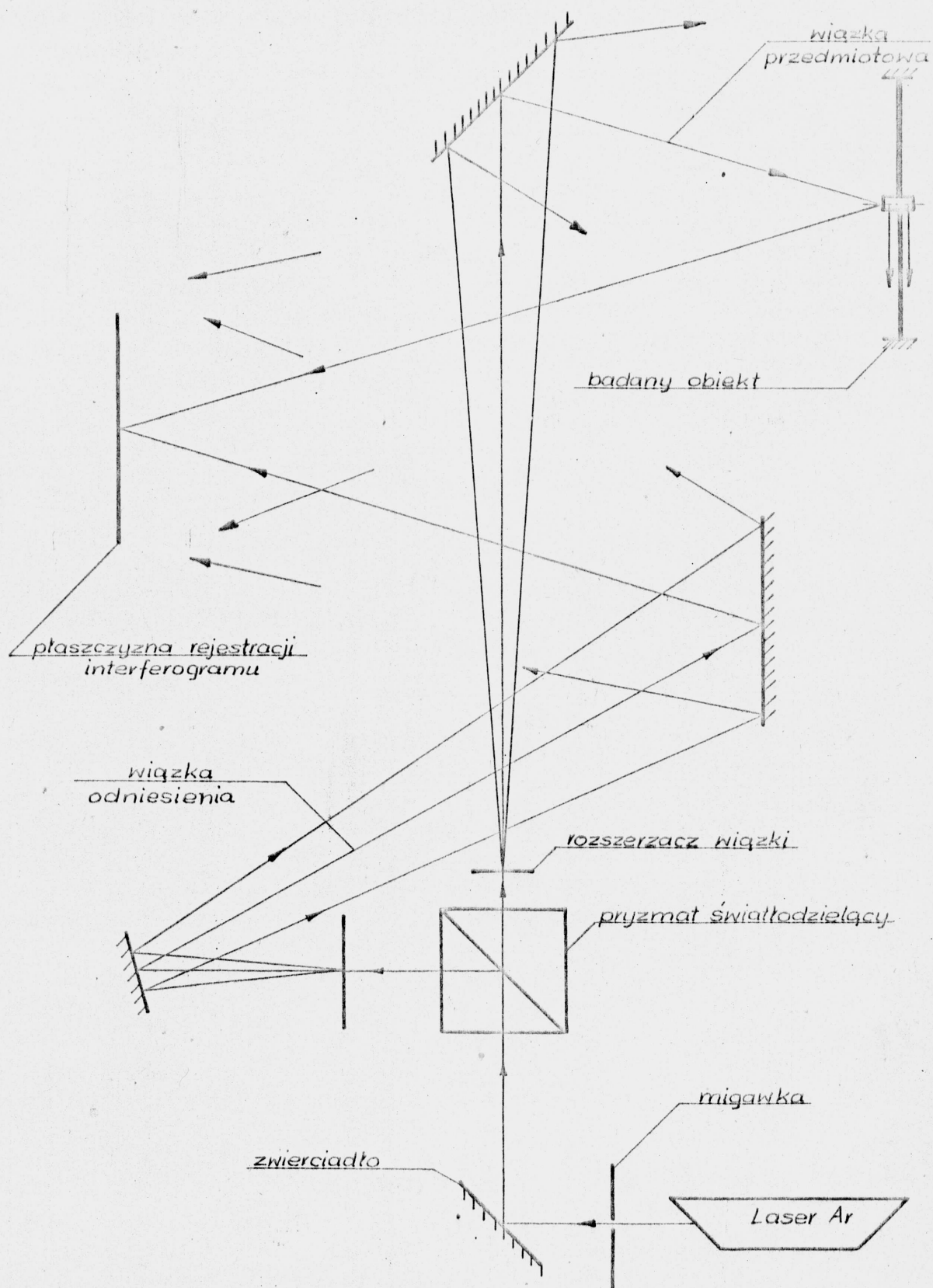
$$N_{\max} = p_{\max} \leq k_d \quad (4.37)$$

jest jednak bardziej przydatny [18], gdyż umożliwia łatwe porównanie obliczanych nacisków z naciskami dopuszczalnymi k_d , które dane są normą PN-62/B-03200. Np. dla stali St3S k_d wynosi 525 MN/m^2 , a dla stali 18G2A - $k_d = 880 \text{ MN/m}^2$. Właśnie te gatunki stali są zazwyczaj stosowane w budowie ram pojazdów samochodowych.

4.4. Doświadczalna weryfikacja strefy styku inkluzji z płaszczyzną - próba zastosowania interferometrii holograficznej w rozwiązywaniu zagadnień kontaktowych

4.4.1. Stanowisko pomiarowe, przebieg pomiarów

Opierając się na jednoznacznym związku przemieszczeń w kierunku prostopadłym do płaszczyzny z polem naprężeń w niej występującym, w przypadku płaskiego stanu naprężenia, doświadczalną weryfikację strefy styku inkluzji z płaszczyzną przeprowadzono za pomocą metody in-



Rys. 11. Schemat układu pomiarowego do rejestracji interferogramów.

terferometrii holograficznej. W tym celu wykonano płytę stalową z otworem o średnicy 10 mm oraz stalowy sworzeń, o tej samej średnicy, pasowany suwliwie w otworze płyty. Płytę zamocowano w stalowych ramkach w ten sposób, aby jej przesunięcie (jako całości) w kierunku prostopadłym do płaszczyzny mocowania podczas obciążania sworznia było uniemożliwione (rys. 12). Ramkę wraz z płytą mocowano na podstawie umieszczonej uprzednio na płycie stanowiska holograficznego. Pomiaru wykonano na stanowisku f-my Rottenkolber w Centralnym Laboratorium Holograficznym w Instytucie Fizyki Politechniki Wrocławskiej. Schemat układu pomiarowego przedstawiono na rys. 11, a widok płyty wraz z fragmentem układu optycznego na rys. 22. Stanowisko pomiarowe wyposażone jest w laser argonowy o mocy 1,0 W i długości fali światła $\lambda = 514,5$ nm. Interferogramy rejestrowano metodą podwójnej ekspozycji na szklanych płytkach 10E56 f-my Agfa-Gevaert. Obraz prążków interferencyjnych odtwarzano na tym samym stanowisku (po wyeliminowaniu wiązki przedmiotowej) i rejestrowano na błonie fotograficznej firmy ORWO.

4.4.2. Analiza pola przemieszczeń w rejonie styku inkluzji z płaszczyzną na podstawie interferogramu holograficznego

Płaski stan naprężenia charakteryzuje się występowaniem niepłaskich pól odkształcenia oraz przemieszczenia [15]:

$$\sigma_z = 0 ; \quad \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \quad (4.38)$$

$$u = u(x, y, z); \quad v = v(x, y, z); \quad w = w(x, y, z)$$

W rozpatrywanym przypadku zależności (4.38) są spełnione, można więc wykorzystać związki między odkształceniem w kierunku prostopadłym do płaszczyzny oraz naprężeniami:

$$\frac{\partial w}{\partial z} = \varepsilon_z = -\frac{\nu}{E}(\sigma_1 + \sigma_2) \quad (4.39)$$

gdzie: σ_1, σ_2 - główne naprężenia normalne.

Na krawędzi otworu jest:

$$\sigma_1 = \sigma_y ; \quad \sigma_2 = \sigma_\varphi$$

stąd

$$\frac{\partial w}{\partial z} = \varepsilon_z = -\frac{\nu}{E}(\sigma_\varphi + \sigma_y) \quad (4.40)$$

W układzie pomiarowym jak na rys. 11, rejestrowane są przemieszczenia punktów tarczy w kierunku prostopadłym do płaszczyzny hologramu, które w ogólnym przypadku wynoszą:

$$w^0 = w + w^* \quad (4.41)$$

gdzie: w^0 – całkowite (sumaryczne) przemieszczenie punktów tarczy w kierunku normalnym do płaszczyzny rejestracji,
 w^* – przemieszczenie, w kierunku normalnym do płaszczyzny rejestracji, tarczy traktowanej jako ciało nieodkształcalne,
 w – przemieszczenie wywołane przez płaski stan naprężenia panujący w tarczy.

Określenie udziału poszczególnych przemieszczeń składowych, występujących w (4.41), jest trudne. W wielu pracach [11, 12, 25, 37] proponowane są metody określania składowych wektora przemieszczenia, jednak z reguły wymagają one modyfikacji w układzie pomiarowym, specjalnych metod rejestracji hologramów, opracowywania wyników itp. W dalszej części analizy wykorzystano więc niektóre wyniki rozwiązań teoretycznych z p. 4.2 i 4.3.

Rozpatrzmy zagadnienie określania strefy styku na podstawie zarejestrowanego obrazu prążków interferencyjnych. Z warunków (4.1) na łuku L_1 wynika, że naprężenie $\sigma_\varphi|_{L_1} = 0$, czyli $(\sigma_\varphi + \sigma_\vartheta)|_{L_1} = \sigma_\vartheta|_{L_1}$. Korzystając z (4.36) można wykazać, że $\sigma_\vartheta|_{L_1}$ przyjmuje wartości bliskie zero dla $\vartheta \approx 0,0$ rad, a w szczególności istnieje taki punkt B (rys. 12) na krawędzi otworu, w którym $\sigma_\vartheta|_{L_1} = 0$:

$$(\sigma_\varphi + \sigma_\vartheta)|_{L_1} = \sigma_\vartheta|_{L_1} = (0,021 - 0,4297 \sin \vartheta) P = 0$$

przy $\vartheta^* \approx 8,6^\circ = 0,15$ rad

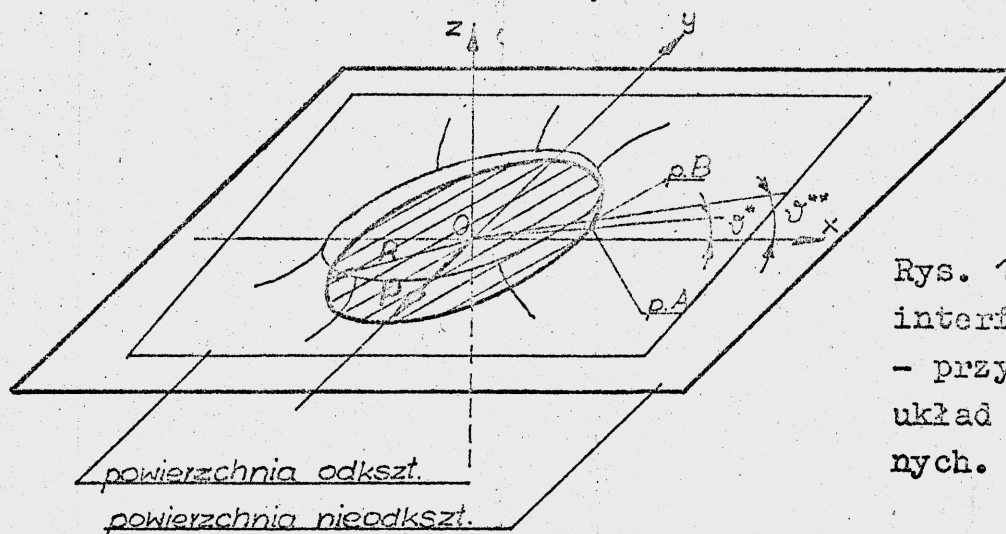
Koniec strefy styku, zgodnie z (4.20), jest położony w punkcie A określonym kątem $\vartheta^* = 6,02^\circ = 0,1051$ rad. Różnica między ϑ^* i ϑ^{**} wynosi $\sim 0,0449$ rad ($2,6^\circ$). Pozwala to ocenić położenie końca strefy styku na podstawie przebiegu funkcji $w^d = w(R, \vartheta, t/2)$ którą można wyznaczyć z rozkładu prążków interferencyjnych:

$$w^d = \mathcal{N} \cdot \frac{\lambda}{2} \quad (4.42)$$

gdzie: N - rząd prążka interferencyjnego,

w^d - przemieszczenie w (określone doświadczalnie).

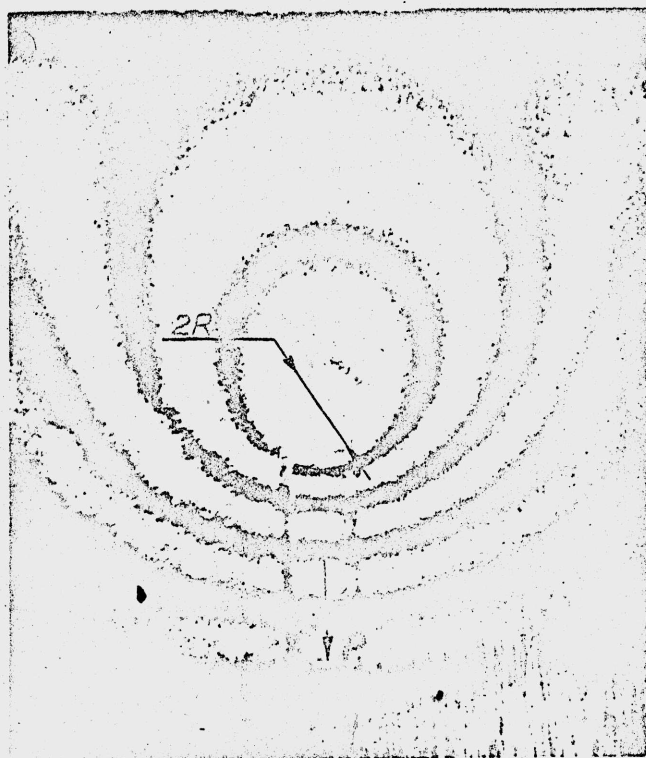
Przykładowy interferogram przedstawiono na rys. 13. Jak widać, określenie rzędu prążka na krawędzi otworu sprawia trudności. Konieczne jest w tym przypadku ekstrapolowanie linii prążkowej.



Rys. 12. Analiza interferogramów - przyjęty układ współrzędnych.

$N(\varphi, \vartheta_i)$, przy czym do interpolacji tej funkcji zaleca się stosowanie wielomianów trygonometrycznych, np. o postaci:

$$w_n = a_0 + a_1 \cos \vartheta + \dots + a_n \cos n\vartheta$$



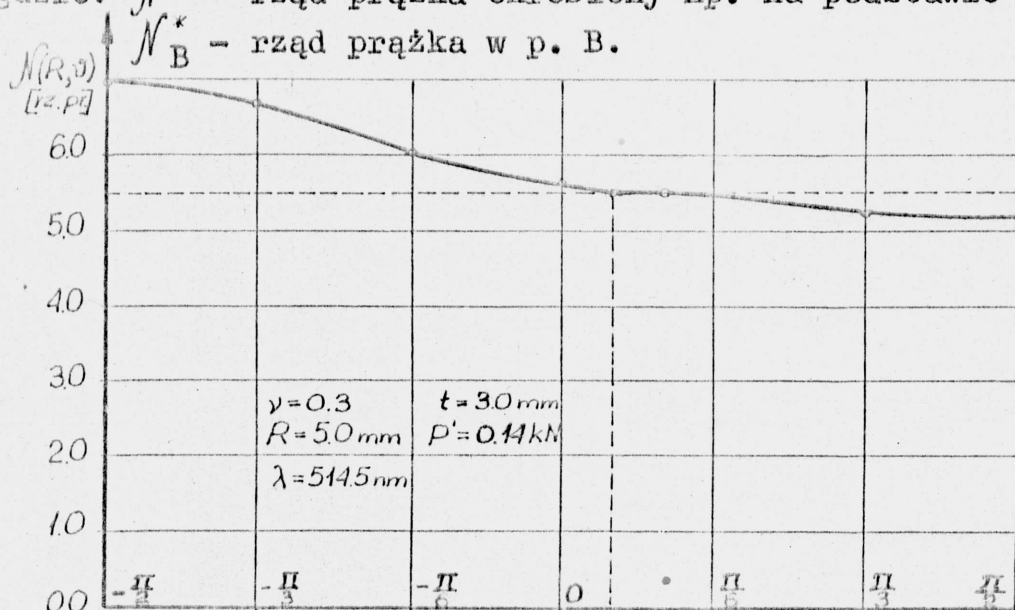
Rys. 13. Przykładowy interferogram ($P = 0,14 \text{ kN}$, $R = 5 \text{ mm}$).

w celu zmniejszenia błędów zaokrągleń [22]. Po wyznaczeniu rzędów prążków interferencyjnych $\mathcal{N}_i(R, \vartheta_i)$ należy wyznaczyć przebieg funkcji $\mathcal{N}(R, \vartheta)$. Przykładowy przebieg tej funkcji przedstawiono na rys. 14. Wyraźnie uwidocznił się fragment charakteryzujący się bardzo małymi gradientami. Początkowy punkt tego odcinka krzywej $\mathcal{N}(R, \vartheta)$ przyjęto, za punkt odpowiadający warunkowi $\sigma_{\vartheta}|_{L_1} = 0$. Ponieważ w punkcie B $w^d = 0$, można z dobrym przybliżeniem określić wartość przemieszczenia w^{*d} , a następnie na podstawie (4.41) określić przemieszczenie w^d z zależności (4.42). W tym celu należy obliczyć (na krawędzi otworu):

$$\mathcal{N} = \mathcal{N}^0 - \mathcal{N}_B^* \quad (4.43)$$

gdzie: $\mathcal{N}^0$ - rząd prążka określony np. na podstawie ekstrapolacji,

$\mathcal{N}_B^*$ - rząd prążka w p. B.



Rys. 14.

Wykres funkcji $\mathcal{N}(R, \vartheta)$.

Biorąc pod uwagę poprawkę wynikającą z różnicy między ϑ^* i ϑ^{*d} można określić kąt odpowiadający końcowi strefy styku. W przytoczonym tu przykładzie otrzymano $\vartheta^{*d} = 10^\circ = 0,1745$ rad, a po uwzględnieniu poprawki, $\vartheta^{*d} = 7,4^\circ = 0,12915$ rad. Kąt odpowiadający połowie strefy styku wynosi $\theta^* = 96,02^\circ = 1,6759$ rad, podczas gdy doświadczalnie można ten kąt oszacować na $\theta^{*d} = 97,4^\circ = 1,69995$ rad. Różnica między θ^* i θ^{*d} jest znikoma, a błąd względny wynosi:

$$\theta = \frac{\theta^{*d} - \theta^*}{\theta^*} = 0,0144$$

Tego samego rzędu dokładności uzyskiwano przy analizie interferogramów zarejestrowanych dla różnych poziomów obciążenia, przy czym kąt θ_{sr}^{*d} wynosił $\sim 1,7453$ rad (100°).

Po wyznaczeniu kąta ϑ^{*d} określić można f_B^* , a tym samym przystąpić do wyznaczenia przemieszczeń na krawędzi otworu. Przemieszczenie w (R, ϑ) wynosi:

$$w^d = f(R, \vartheta) \frac{\lambda}{2}$$

natomiast z rozwiązania teoretycznego zadania:

$$w = - \frac{\nu}{E} (\sigma_\varphi + \sigma_\vartheta) \frac{t}{2}$$

gdzie: $(\sigma_\varphi + \sigma_\vartheta)$ - dane zależnościami (4.34).

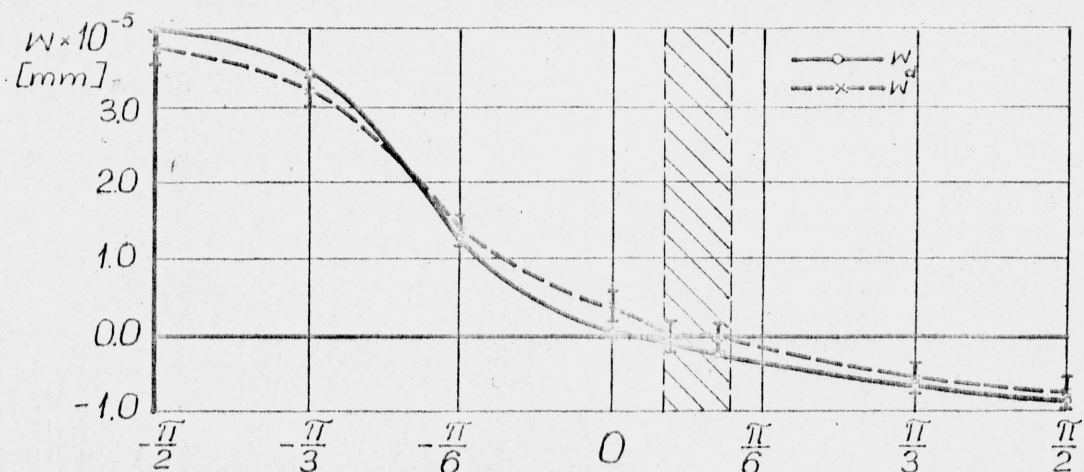
Wyniki obliczeń przemieszczeń w^d , w oraz błędu względnego δ_w zamieszczono w tabeli 1.

Tabela 1.

Wyniki obliczeń przemieszczenia w (R, ϑ) .

ϑ	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{1}{3}\pi$	$-\frac{1}{6}\pi$	0	$\frac{1}{18}\pi$	$\frac{1}{9}\pi$	$\frac{1}{3}\pi$	$\frac{\pi}{2}$
f_i	1,4627	1,2222	0,5067	0,1667	0,0	0,0	-0,2333	-0,2894
$w^d \cdot 10^{-5}$	3,7628	3,1441	1,3035	0,4288	0,0	0,0	-0,6002	-0,7445
$w^* \cdot 10^{-5}$	3,9878	3,4649	1,2427	0,02323	-0,02242	-0,2336	-0,6704	-0,8384
δ_w [%]	+5,64	+9,3	-4,9	-	-	-	+10,5	+11,2

Wykresy funkcji $w^d(R, \vartheta)$ oraz $w(R, \vartheta)$ przedstawiono na rys. 15.



Rys. 15. Rozkład przemieszczeń w^d oraz w na krawędzi otworu.

4.4.3. Analiza wyników pomiarów metodą interferometrii holograficznej

Na podstawie pomiarów metodą interferometrii holograficznej stwierdzono, że uzyskane doświadczalnie wyniki pozostają w dobrej zgodności z rozwiązaniami teoretycznymi. Pozwala to na sformułowanie następujących wniosków i uwag:

- Zastosowana metoda analizy obrazu prążków interferencyjnych pozwala z wystarczającą dokładnością określić przemieszczenia w strefie styku (dla przypadku płaskiego zadania kontaktowej teorii sprężystości) bez uciekania się do stosowania pracochłonnych i skomplikowanych metod proponowanych np. w [11, 37].
- Dokładność pomiaru przemieszczenia w oszacowano na około $\pm 0,2 \cdot 10^{-5}$ mm, co odpowiada oszacowaniu rzędu prążka z dokładnością $\pm 0,08$ rz.pr. przy długości fali światła $\lambda = 514,5$ nm. Warto podkreślić, że tego samego rzędu dokładności uzyskano w pracach [11, 25, 37].
- Źródłem błędów, jakie wystąpiły podczas pomiarów, było przemieszczenie się całego układu mocującego płytę (na ramce oraz podstawie obserwowano prążki) oraz niedokładności związane z interpolacją funkcji $N(R, \vartheta_1)$. Dodatkowo należy wziąć pod uwagę fakt, że rozwiązanie teoretyczne odnosi się do płaskiego stanu naprężenia, podczas gdy w warunkach rzeczywistych mogły wystąpić pewne zaburzenia ze względu na skończoną grubość płyty oraz wymiary otworu. Pewną poprawę dokładności pomiarów można by uzyskać stosując w analizie obrazu interferencyjnego urządzenia pozwalające na dokładniejsze określenie położenia prążków danego rzędu (np. na zasadzie analizy jasności obrazu) oraz eliminując możliwość przemieszczenia się układu mocującego.

Na zakończenie należy podkreślić, że w trakcie pomiarów metodą interferometrii holograficznej zarejestrowano dziewięć interferogramów dla trzech poziomów obciążenia przy trzech różnych położeniach sworzni w otworze. W pracy omówiono analizę przykładowego interferogramu. Pozostałe obrazy prążków interferencyjnych zamieszczono w załączniku niniejszej pracy, przy czym dokonano ich analizy w celu określenia maksymalnego błędu względnego określenia strefy styku ($\delta_{\theta \max} = 0,093$) oraz oszacowania dokładności pomiaru przemieszczeń w .

5. DOŚWIADCZALNA WERYFIKACJA METODY OKREŚLANIA SKŁADOWYCH STANU NAPRĘŻENIA

5.1. Cel i przedmiot badań, wybór metody pomiaru

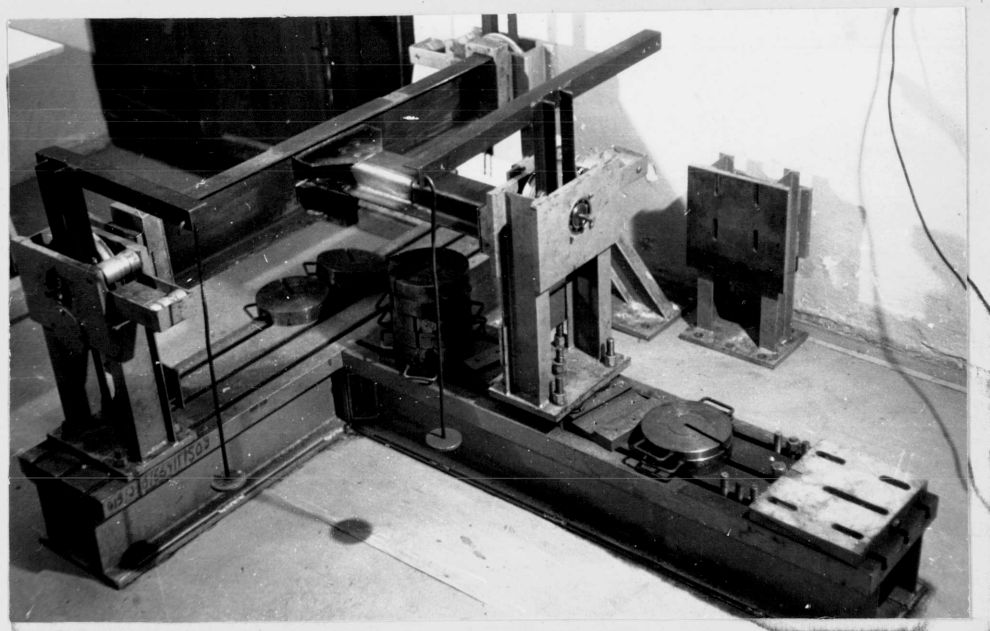
Celem badań przeprowadzonych w niniejszej pracy jest weryfikacja proponowanej analitycznej metody obliczania składowych stanu naprężenia w nitowanych węzłach płaskich ram pojazdów samochodowych.

Przedmiotem badań są wydzielone węzły ram o konstrukcji nitowanej. Ze względu na celowość porównania wyników pomiarów z rezultatami uzyskanymi w [35], wybrano trzy węzły o budowie charakterystycznej dla ram pojazdów o średniej i dużej ładowności, które były przedmiotem badań cytowanej pracy.

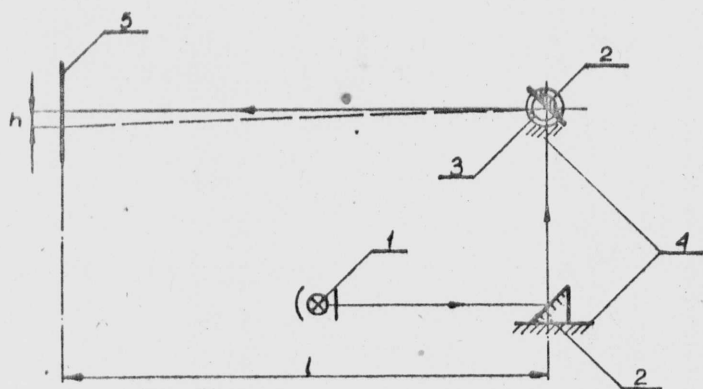
Podana w rozdziale trzecim niniejszej pracy metoda obliczania składowych stanu naprężenia ujmuje zagadnienie jako statyczne, o dwuwymiarowym polu naprężeń, przy czym rozpatrywany jest jedynie sprężysty zakres odkształceń, a to ze względu na konieczność zapobiegania powstawaniu w układach nośnych pojazdów trwałych odkształceń elementów decydujących o współpracy poszczególnych zespołów i podzespołów samochodu. Dodatkowymi ograniczeniami, które należy uwzględnić przy wyborze metody pomiaru jest konieczność uzyskania maksymalnej ilości informacji o zjawiskach zachodzących w obrębie węzła oraz przeprowadzenia doświadczeń w warunkach możliwie najbliższych rzeczywistym. Tak więc, cel badań, charakter zagadnienia oraz występujące ograniczenia skłaniają do wyboru powierzchniowej metody pomiaru odkształceń na obiekcie rzeczywistym, jaką jest elastooptyczna metoda warstwy powierzchniowej [1, 8, 10].

5.2. Opis stanowiska pomiarowego

Pomiary przeprowadzono na stanowisku użytym do badań nitowanych węzłów opisanym w [35]. Stanowisko to umożliwia obciążenie prętów badanego węzła czystym momentem skręcającym, przy czym konstrukcja głowic utwierdzających umożliwia swobodną deplanację przekroju poprzecznego. Widok stanowiska pomiarowego przedstawiono na rys. 16, a głowicy - na rys. 3z. W porównaniu z pracą [35] zmodyfikowano pomiar kąta skręcenia pręta stosując metodę optyczną. Jej schemat pokazano na rys. 17.



Rys. 16. Widok stanowiska pomiarowego.



Rys. 17. Schemat układu pomiarowego kąta skręcenia:
1 - źródło światła,
2 - zwierciadło, 3 - wałek głowicy, 4 - podstawa,
5 - ekran.

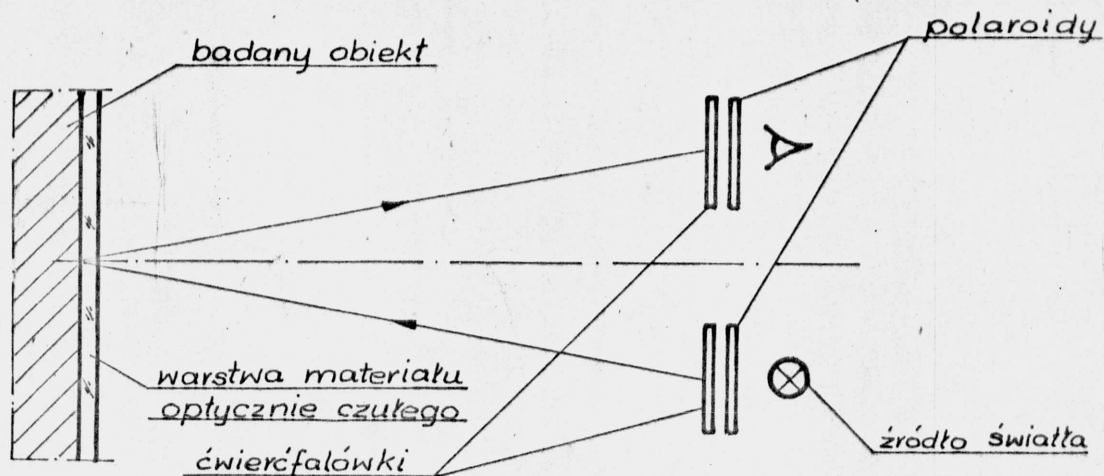
5.3. Aparatura do pomiarów metodą elastooptycznej warstwy powierzchniowej

5.3.1. Założenia techniczne i opis konstrukcji polaryskopu RP-1A

Pomiary metodą elastooptycznej warstwy powierzchniowej przeprowadzono za pomocą polaryskopu do światła odbitego RP-1A, który jest zmodyfikowaną wersją polaryskopu RP-1 [4], skonstruowanego i wykonanego w IKEM Politechniki Wrocławskiej. Jego konstrukcję oparto na najczęściej spotykanym schemacie polaryskopu typu V (rys. 18).

Wielkościami, których pomiar powinien umożliwiać polaryskop, są:

1. kierunek odkształceń i naprężeń głównych,
2. wartość różnicy odkształceń lub naprężeń głównych,
3. wartość naprężenia w przypadku jednoosiowego stanu naprężenia (np. na nieobciążonej krawędzi badanego obiektu).



Rys. 18. Schemat polaryskopu typu V.

W związku z tym założono, że konstrukcja polaryskopu i jego wyposażenia powinna umożliwiać:

- uzyskiwanie, w zależności od potrzeb, polaryzacji liniowej lub kołowej,
- określenie ułamkowego rzędu izochromy metodami kompensacji goniometrycznej z dokładnością rzędu $\pm 0,01$ rz.iz.,
- określenie kierunku odkształceń lub naprężeń głównych z dokładnością rzędu $\pm 0,01$ rad ($\pm 0,5^\circ$),
- prowadzenie obserwacji niewielkich obszarów ze stosunkowo dużych odległości,
- dokonywanie rejestracji fotograficznej,
- wymianę podstawowego źródła światła białego o dużej intensywności na inne - np. na lampę stroboskopową w celu prowadzenia badań zjawisk dynamicznych,
- regulację geometrii wiązki światła,
- łatwą obsługę oraz konserwację mechanizmów polaryskopu.

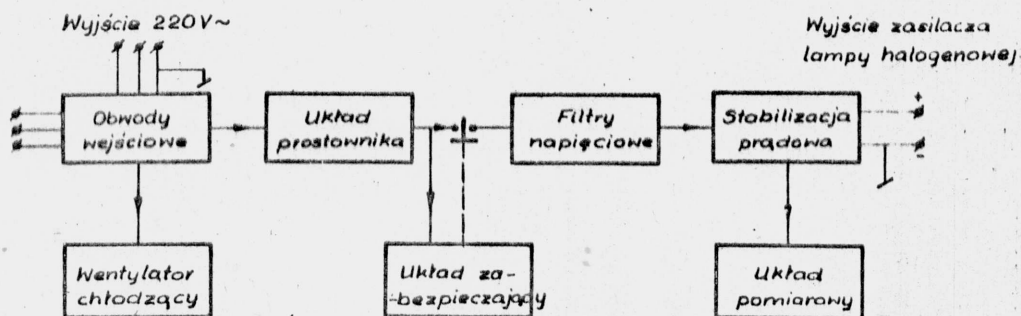
Dodatkowo uwzględniono konieczność stosowania polaryskopu RP-1A do celów dydaktycznych, przyjmując dużą średnicę czynną filtrów polaryzacyjnych i ćwierćfalówek - $\varnothing 146$ mm.

Polaryskop RP-1A składa się z dwóch zespołów polaryzacyjno-opóźniających (filtr polaryzacyjny i ćwierćfalówka) ułożyskowanych tocznie w płycie podstawowej, sprzężonych za pomocą wieńców zębatych oraz koła pośredniego. W celu umożliwienia prowadzenia kompensacji metodami goniometrycznymi zapewniono niezależny obrót analizatora względem pozostałych elementów układu optycznego polaryskopu. Ćwierćfalówki mogą być ustawiane w położeniach umożliwiających uzyskanie

żądanego rodzaju polaryzacji. Sterowanie układem optycznym polaryskopu odbywa się za pomocą dźwigni, która pozwala na sprzęganie analizatora z resztą układu. Widok polaryskopu RP-1A przedstawiono na rys. 4z. Szczegółowa dokumentacja znajduje się w Zakładzie Prototypów IKEM.

W skład podstawowego wyposażenia polaryskopu RP-1A wchodzi:

- a. Oświetlacz (rys. 5z) – wyposażony w lampę halogenową 24V/150W, chłodzony powietrzem (obieg wymuszony); dodatkowo w układzie optycznym oświetlacza znajduje się tzw. "zimne" zwierciadło sferoidalne oraz filtr cieplny żelazowy, których zadaniem jest zmniejszenie obciążenia cieplnego filtrów polaryzacyjnych. W celu zapewnienia możliwości regulacji geometrii wiązki oraz jej jednorodności zastosowano soczewkę Fresnela.
- b. Zasilacz ZH-6/20 (rys. 6z) – jest źródłem prądu stałego 24 V, przeznaczonym do zasilania lampy halogenowej o mocy 150 W. Zasilanie: 220 V/50 Hz. W celu umożliwienia prowadzenia rejestracji zjawisk dynamicznych za pomocą szybkich kamer filmowych, zasilacz wyposażono w układ stabilizujący napięcie. Schemat blokowy przedstawiono na rys. 19. Konstrukcja zasilacza jest szczegółowo omówiona w [4].
- c. Statyw – typ UNI (prod. NRD) ze zmienioną głowicą umożliwiającą mocowanie polaryskopu wraz z dodatkowym wyposażeniem. Konstrukcja statywu umożliwia prowadzenie pomiarów na praktycznie dowolnie ułożonych powierzchniach.



Rys. 19. Schemat blokowy zasilacza ZH-6/20.

Dodatkowym wyposażeniem polaryskopu RP-1A jest:

- a. uchwyt aparatu fotograficznego ze śrubami 1/4" i 3/8",
 - b. układ mikroskopowy – w jego skład wchodzi lunetka mikroskopowa z wymiennalnymi obiektami i okularami, uchwyt lunetki oraz obiektyw aparatu fotograficznego wraz z uchwytem (rys. 5z).
- Szczegółowe dane podano w [4].

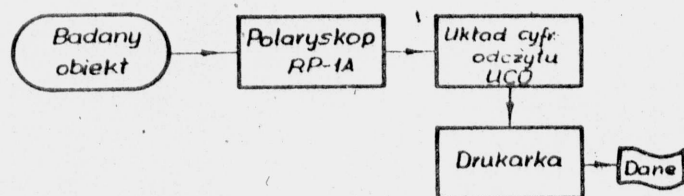
Ø. filtr monochromatyczny (czerwony).

Niektóre dane techniczne zestawu polaryskop RP-1A – oświetlacz:

- czynna średnica filtrów polaryzacyjnych – ϕ 146 mm,
- rozstaw polaroidów – 202 mm,
- filtry polaryzacyjne oraz ćwierćfalówki – ϕ 150 mm, prod. Carl Zeiss Jena,
- minimalna odległość badanego obiektu od polaryskopu – 1 200 mm,
- napięcie zasilania – 220V/50 Hz,
- źródło światła – lampa halogenowa 150W/24V (w celu zwiększenia trwałości źródła światła napięcie zasilania obniżono do 20 V),
- wymiary gabarytowe polaryskopu z oświetlaczem – 406 × 320 × 260 mm.

5.3.2. Układ cyfrowego odczytu wskazań polaryskopu

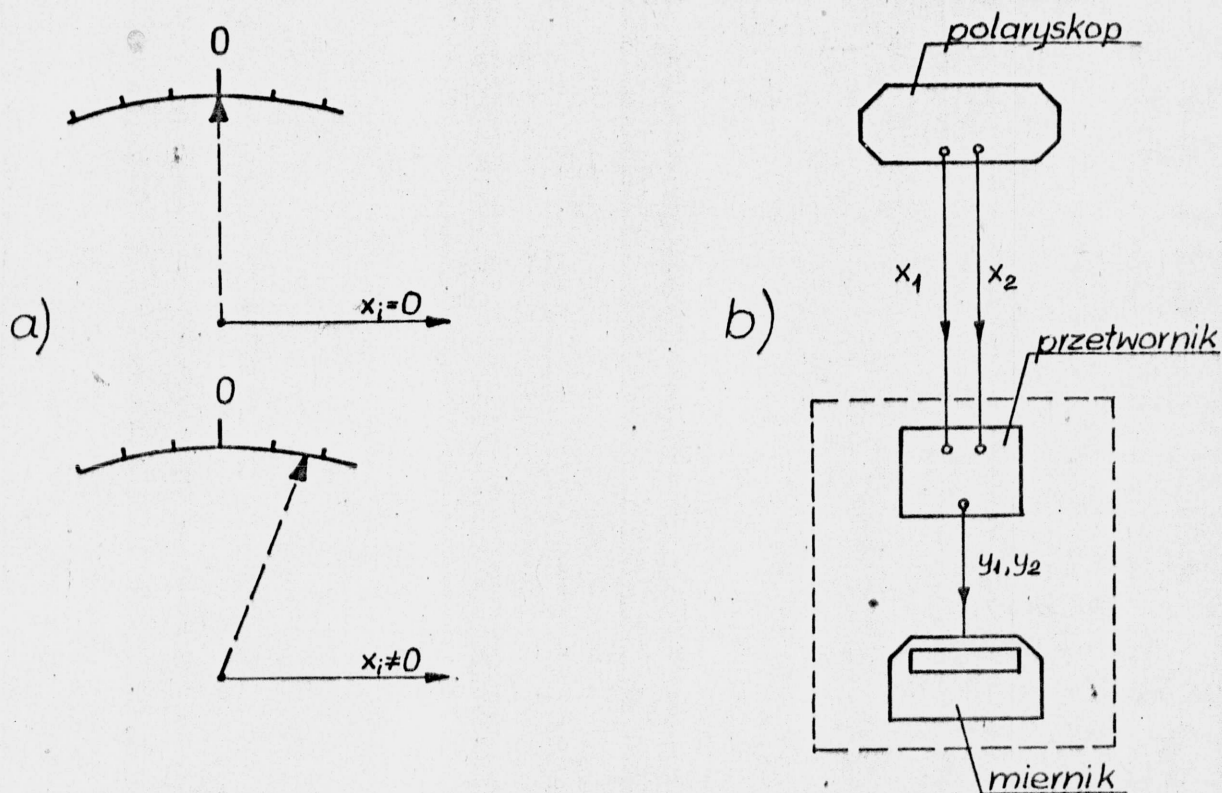
Określenie parametru izokliny α oraz ułamkowego rzędu izochromy (metodą kompensacji goniometrycznej Senarmont'a lub Tardy'ego) wiąże się z pomiarem kąta wychylenia układu skrzyżowanych polaroidów lub samego analizatora względem położen wyjściowych (zerowych). W celu zautomatyzowania tego pomiaru, szczególnie przy prowadzeniu żmudnych pomiarów kompensacyjnych metodami goniometrycznymi, oraz uzyskania możliwości zapisu danych pomiarowych na taśmie papierowej skonstruowano oraz wykonano układ cyfrowego odczytu wskazań polaryskopu UCO. Schemat blokowy łańcucha pomiarowego, z uwzględnieniem projektowanego układu, przedstawiono na rys. 20.



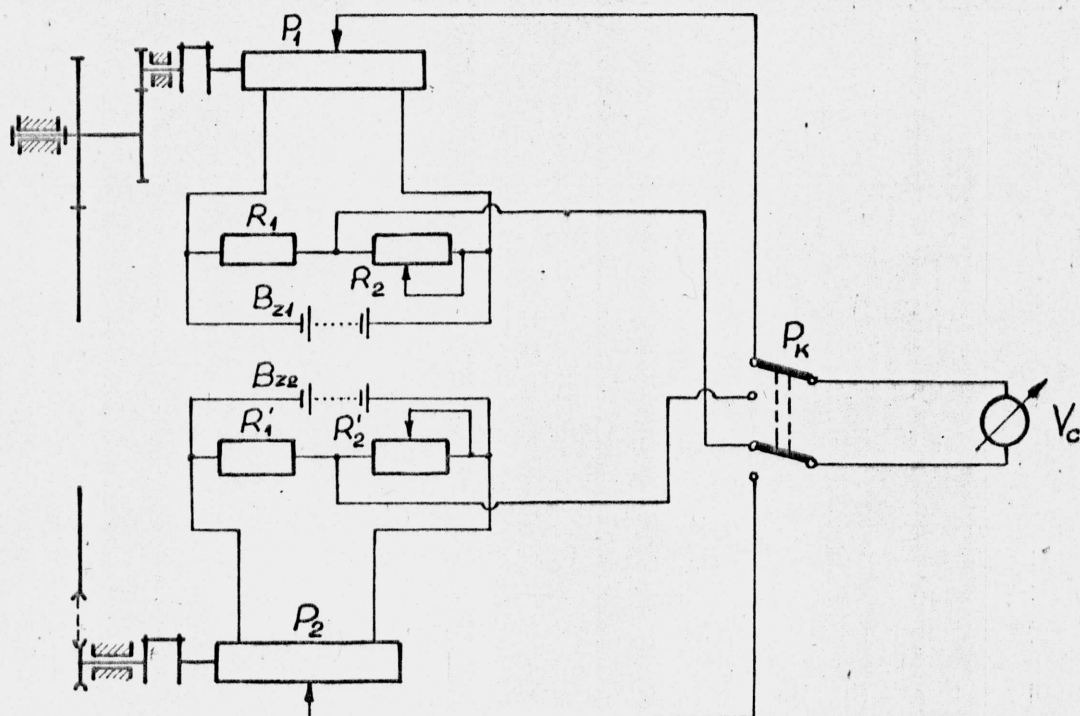
Rys. 20. Schemat blokowy łańcucha pomiarowego z wykorzystaniem UCO.

W przypadku pomiaru parametru izokliny α należy określić kąt wychylenia analizatora sprzężonego z pierścieniem pośrednim względem obudowy polaryskopu, natomiast pomiar ułamkowego rzędu izochromy m_u (metodą kompensacji goniometrycznej) wymaga zmierzenia kąta wychylenia analizatora względem pierścienia pośredniego. W obu przypadkach zasadę działania układu przedstawia rys. 21a.

W skład UCO wchodzi przetwornik, którego zadaniem jest przetworzenie sygnału mechanicznego (obrot elementów polaryskopu) na sygnał elektryczny, oraz miernik cyfrowy – schemat na rys. 21b.



Rys. 21. Zasada działania i schemat blokowy UCO.



Rys. 22. Schemat układu cyfrowego odczytu (UCO).

W omawianym przypadku przetwornik pracuje w układzie mostka Wheatstone'a, przy czym pomiar kąta wychylenia polega na pomiarze napięcia stałego na zaciskach mostka. Ze względu na konieczność po-

miaru dwóch wielkości należało dokonać zdwojenia przetwornika tak, aby możliwe było uzyskanie na mierniku bezpośredniego odczytu kąta α oraz ułamkowego rzędu izochromy m_u . W tym celu dobrano odpowiednio napięcia sieciowych zasilaczy stabilizowanych, które zastąpiły baterie zasilające mostki Wheatstone'a. Ostatecznie schemat UCO przedstawia się jak na rys. 22. Jako rezystory P_1 i P_2 współpracujące: z kołem pośrednim oraz z ciągnem zamocowanym na kołnierzu obudowy analizatora, użyto potencjometry wieloobrotowe typu Helli-trim [10 k Ω]. Miernikiem umożliwiającym dokonywanie odczytu oraz kodującym sygnały podawane do drukarki (kod 8-4-2-1) jest cyfrowy miernik tablicowy typu V-627 (Meratronik). W zależności od potrzeby jest on przełączany przełącznikiem P_k na zaciski pomiarowe danego mostka przetwornika.

Konstrukcja UCO umożliwia pomiar dodatnich i ujemnych wartości mierzonych wielkości. Ponieważ mostki po ustaleniu położenia elementów optycznych polaryskopu pozostają stale w tym samym stanie, możliwe jest kilkakrotne dokonywanie odczytu wartości poszczególnych wielkości aż do momentu zmiany ustawienia polaryskopu - efekt "pamięci" układu. Obsługa układu ogranicza się do: włączenia UCO do sieci, połączenia go z potencjometrami zamontowanymi na polaryskopie oraz wyzerowania obu mostków przed pomiarem. Pobór prądu przez układ - około 100 mA, zasilacz stabilizowany - 220 V/4,7V, zasilanie - 220V/50Hz.

Wskazania miernika V-627 umożliwiają dokonywanie odczytu parametru izokliny z dokładnością $0,1^\circ$, a ułamkowego rzędu izochromy - 0,001 rz.iz. Uwzględniając konstrukcję polaryskopu oraz mechanizmów przeniesienia obrotu elementów polaryskopu na potencjometry P_1 i P_2 , jak również na podstawie przeprowadzonych prób należy stwierdzić, że zastosowanie UCO pozwala na rejestrowanie (odczyt) parametru izokliny z dokładnością $\pm 0,2^\circ$, natomiast ułamkowy rząd izochromy jest mierzony z dokładnością $\pm 0,005$ rz.iz.

Uwaga: podane wartości uwzględniają przede wszystkim dokładność UCO oraz mechanizmów polaryskopu, a więc całkowity błąd pomiaru powinien obejmować także i inne czynniki (np. błędy związane z depolaryzacją, rotacją kierunków głównych na grubości warstwy, itd.).

5.4. Przebieg pomiarów

5.4.1. Opis badanych węzłów

Węzły będące przedmiotem badań doświadczalnych wykonano z prętów giętych na zimno. Wymiary poprzeczne prętów dobrano tak, aby odpowiadały wymiarom elementów ram budowanych aktualnie samochodów średniej ładowności. Podłużnice, o przekroju ceowym $[200 \times 70 \times 6]$ i długości 1 200 mm, wykonano z blachy 18G2A, a poprzeczki oraz węzłówki z blachy St3S. W niniejszej pracy przeprowadzono pomiary na węzłach, w których poprzeczki są prętami o przekroju omegowym $\Omega 100 \times 65 \times 45 \times 5$ i długości 580 mm, przy czym wybrano węzeł o konstrukcji środkowej oraz dwa węzły, w których oś ścinania pręta poprzeczki przebiega w pobliżu półki podłużnicy - rys. 12z - 14z. Elementy węzła nitowano na gorąco nitami $\phi 10 \times 20$ PN-70/M-82952, zamykając je za pomocą nitownic hydraulicznych. Przed przystąpieniem do pomiarów elastooptycznych dokonano oględzin węzłów dyskwalifikując te, w których obserwowano np. nieprawidłowo zakute nity lub sfałdowania blachy w okolicach nitów, po czym przegotowano powierzchnie wybranych obszarów węzłów do naniesienia warstwy optycznie czułej.

5.4.2. Technologia wykonania i nakładania warstwy powierzchniowej, własności mechaniczno-optyczne zastosowanego materiału optycznie czułego

Ze względu na ukształtowanie badanych obszarów węzła, warstwę powierzchniową wykonano głównie techniką tzw. płytek konturowych [1]. Płytki materiału optycznie czułego, kształtowane w stanie częściowej polimeryzacji na badanych powierzchniach, odlewano w formie przedstawionej na rys. 10z.

Na podstawie badań przeprowadzonych w [5] oraz pomiarów uzupełniających, jako materiał optycznie czuły zastosowano kompozycję opartą na bazie żywicy epoksydowej EPIDIAN 5 utwardzonej na zimno. Jako nieaktywny rozcieńczalnik podnoszący lejność oraz zmniejszający kruchość warstwy użyto ftalan dwu-n-butylu. Kompozycję utwardzano utwardzaczem aminowym Z-1. Skład stosowany we wszystkich pomiarach omawianych w niniejszej pracy przedstawia się następująco: żywica epoksydowa EPIDIAN 5, ftalan dwu-n-butylu - 12,5 n.s., utwardzacz aminowy Z-1 - 10 n.s. Po wymieszaniu żywicy i rozcieńczalnika dodawano utwardzacz, po czym uzyskaną kompozycję odpowietrzano pod ciśnieniowo kontrolując jej temperaturę. Formę napełniano po osiągnięciu

nięciu przez mieszanie temperatury ~ 306 K. Po 5-6,5 godz. można było rozpocząć kształtowanie płytki na badanej powierzchni, którą uprzednio oczyszczono i pokryto warstewką oleju silikonowego. Otwory na łby nitów wycinano za pomocą odpowiednio skonstruowanego stempla. Średnica wycinanego otworu była większa od średnicy łba nita o 2 mm. Ukształtowaną płytkę pozostawiono na badanym węźle na okres około 1 tygodnia. W tym czasie następowała prawie całkowita polimeryzacja materiału warstwy. Następnie odtłuszczone płytki przyklejano za pomocą przezroczystego kleju sporządzonego wg podanego powyżej składu. Po 3-4 dniach przeprowadzono obróbkę mechaniczną warstwy (zeszlifowano naddatki, wykonano zukosowania, itp.). Przygotowanie warstwy (odlewanie płytek, kształtowanie, klejenie) odbywało się w warunkach laboratoryjnych, przy temperaturze otoczenia ~ 292 K. Widok warstwy powierzchniowej naklejonej na badanym węźle przedstawiono na rys. 11z.

Podstawowe własności mechaniczno-optyczne materiału optycznie czułego o podanym uprzednio składzie określono w trakcie prowadzonych pomiarów. Moduł sprężystości podłużnej E_p określono na próbkach zginanych wg schematu z rys. 16az, natomiast elastooptyczną stałą materiałową $K_{\epsilon}^{0,01}$ wyznaczano w oparciu o schemat z rys. 16bz. Ogółem przeprowadzono pomiary na 12 próbkach (po 3 serie) wyciętych z płyt użytych na warstwę oraz na 6 próbkach z płyty odlanej i spolimerizowanej w formie. Wyniki przedstawiono w tabeli 1z. Przy obliczaniu $K_{\epsilon}^{0,01}$ przyjęto ułamek Poissona ν_p materiału warstwy równy 0,36 [5].

5.4.3. Warunki pomiarów i ich przebieg

Badane węzły skręcano w trakcie pomiarów momentem skręcającym od 0 do 320 Nm (co 80 Nm), realizując zasadniczo trzy przypadki obciążenia - rys. 23. Wartości obciążenia oraz sposób jego przyłożenia są zdeterminowane przez następujące ograniczenia:

- badany węzeł powinien pracować w zakresie odkształceń sprężystych,
- maksymalne kąty skrećenia prętów nie powinny być większe niż występujące w trakcie eksploatacji pojazdu samochodowego,
- w trakcie pomiarów pręty powinny być obciążone czystym momentem skręcającym (zrealizowano z wystarczającą dokładnością na odpowiednio rozwiązany stanowisku pomiarowym).

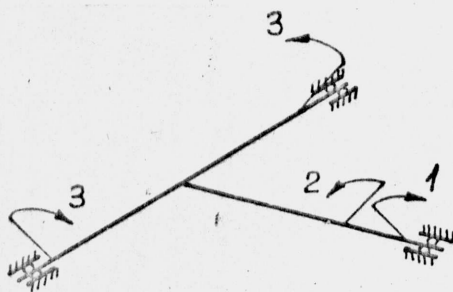
Ponadto, na podstawie pomiarów wstępnych stwierdzono, że realizowanie obciążeń będących sumą poszczególnych przypadków przedstawionych

na rys. 23 (np. przypadek 1 + 3 lub 2 + 3) może być zastąpione przez zastosowanie zasady superpozycji dwóch stanów obciążenia. I tak, realizując kolejno przypadek 1 i 3, a następnie 1 + 3, otrzymano różnice rzędów izochrom zmierzonych w najbardziej wyężonych miejscach węzłów nie przekraczające 0,01 – 0,02 rz.iz., co odpowiada dokładności pomiaru tej wielkości.

Dla każdego przypadku obciążenia dokonywano rejestracji fotograficznej izochrom i izoklin w warstwie, przy czym izochromy całkowite i połówkowe rejestrowano na wszystkich poziomach obciążenia, natomiast izochromy ćwiartkowe (metodą Hudeca) – przy $M = 320 \text{ Nm}$. Izokliny rejestrowano przy $M = 160 \text{ Nm}$.

W celu uniknięcia zjawisk związanych z pełzaniem efektu optycznego w warstwie, rejestrację fotograficzną rozpoczynano po około 10 min. od chwili obciążenia węzła. Czas ten ustalono na podstawie doatkowych pomiarów przeprowadzonych na rozciąganych próbkach w kształcie pasma z otworem oraz bezpośrednio na badanym węźle. Zauważalny efekt pełzania zaobserwowano na próbkach wykonanych z kompozycji o składzie podanym poprzednio, natomiast w warstwie, pełzanie praktycznie nie wystąpiło, co potwierdza rezultaty badań przeprowadzonych w [40].

Po zakończeniu rejestracji fotograficznej dokonano pomiarów kąta skręcenia prętów węzła dla momentów skręcających zmieniających się w zakresie 0,0–320–0,0 Nm (co 40 Nm), po 5 serii dla każdego przypadku obciążenia. Uzyskane wyniki zamieszczono w tabeli 2z. Wszystkie pomiary przeprowadzano w warunkach laboratoryjnych przy ustalonej temperaturze otoczenia wynoszącej $\sim 292 \text{ K}$.



Rys. 23. Realizowane przypadki obciążenia węzłów.

6. NIEKTÓRE ASPEKTY POMIARÓW METODĄ ELASTOOPTYCZNEJ WARSTWY POWIERZCHNIOWEJ

6.1. Oszacowanie dokładności pomiarów elastooptycznych

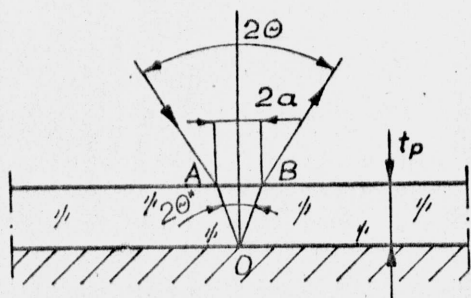
Na dokładność pomiarów dokonywanych metodą elastooptycznej warstwy powierzchniowej wpływa wiele czynników, które można zaliczyć do jednej z dwóch grup:

- grupa pierwsza - czynniki związane z aparaturą (np. jakość filtrów polaryzacyjnych i ćwierćfalówek, schemat konstrukcyjny polaryskopu, itp.),
- grupa druga - czynniki związane ze zjawiskami występującymi w warstwie powierzchniowej nałożonej na badany obiekt.

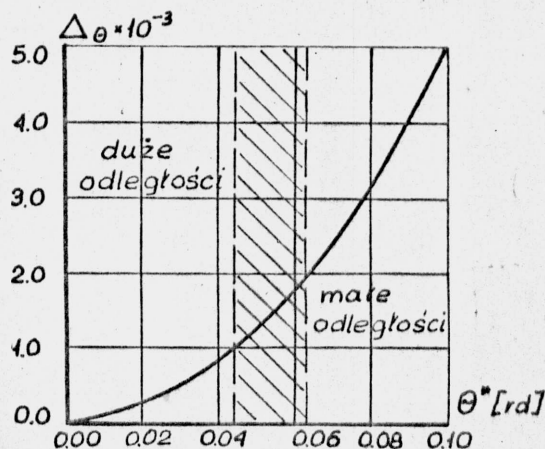
Poniższa analiza, omawia przede wszystkim te czynniki, których wpływ mógł mieć istotne znaczenie dla przeprowadzonych pomiarów.

6.1.1. Czynniki związane z aparaturą

Schemat konstrukcyjny polaryskopu typu V zakłada bieg promieni w warstwie jak na rys. 24. W stosunku do przyjmowanej długości drogi optycznej promienia wynoszącej $2t_p$, w rzeczywistości promień przebiega drogę $2t_p / \cos \theta^*$. W przypadku zwiększania odległości polaryskopu od badanego obiektu kąt θ^* maleje, a więc zmniejsza się błąd względny związany z tym czynnikiem - rys. 25.



Rys. 24. Bieg promieni światła w warstwie.



Rys. 25. Wykres zmian błędu względnego Δ_{θ^*} .

Przykładowo, w polaryskopie RP-1A przy odległości badanego obiektu 1,2 m kąt θ^* wynosi 0,0536 rad (za [8] przyjęto współczynnik załamania światła materiału warstwy $n = 1,56$), stąd błąd względny

$$\Delta_{\theta^*} = 0,00144.$$

W rejonach o dużym gradiencie efektu optycznego należy uwzględnić jego uśrednianie na pewnym skończonym odcinku AB (rys. 24), np. przy $\theta^* = 0,0536$ rad odcinek ten wynosi $2a = 0,1072 t_p$. Błąd związany z tym czynnikiem jest określony zależnością [1]:

$$\Delta_{\text{grad}} = 1 - \frac{1}{\cos \theta^*} \left\{ 1 + \frac{A_2}{A_0} \frac{a^2}{3!} - \sin^2 \theta^* \left[\frac{\sigma_1(0)}{A_0} + \frac{\sigma_1''(0)}{A_0} \times \frac{a^2}{3!} \right] \right\} \quad (6.1)$$

Pomijając bardzo małe wielkości (przy $\theta \leq 0,1$ rad) otrzymujemy:

$$\Delta_{\text{grad}} = 1 - \frac{1}{\cos \theta^*} \left[1 + \frac{A_2}{A_0} \frac{a^2}{3!} \right] \quad (6.2)$$

gdzie: $A_0 = \sigma_1(0) - \sigma_2(0)$

$$A_2 = \sigma_1''(0) - \sigma_2''(0)$$

Ponieważ w prętach cienkościennych skręcanych nieswobodnie można założyć, bez popełniania znaczących błędów, że:

$$\frac{A_2}{A_0} = \frac{-K^2 \sinh K(l_1 - x)}{\sinh K(l_1 - x)} \quad (6.3)$$

co przy małych wartościach K (zwykle rzędu 10^{-2}) pozwala przyjąć:

$$\Delta_{\text{grad}} = 1 - \frac{1}{\cos \theta^*} \left[1 - K^2 \frac{a^2}{3!} \right] \quad (6.4)$$

Praktycznie błąd względny ujmujący wpływ gradientu efektu optycznego między punktami wejścia i wyjścia promienia świetlnego sprowadza się do błędu związanego z wydłużeniem drogi optycznej promienia w warstwie:

$$\Delta_{\theta^*} = 1 - \frac{1}{\cos \theta^*} \quad (6.5)$$

Analizowano również wpływ jakości filtrów optycznych i ćwierćfalówek oraz ich ustawienia na dokładność pomiarów dokonywanych za pomocą polaryskopu RP-1A. Zgodnie z [6], zastosowane filtry polaryzacyjne firmy Carl Zeiss Jena (w szklanych okładzinach) należy zaliczyć do filtrów pierwszego gatunku. W związku z tym, aby nie spowodować po wprowadzeniu do układu ćwierćfalówek dodatkowych błędów w pomiarze rzędu izochromy oraz parametru izokliny, wymagane jest ustawienie krzyża polaryzacyjnego z dokładnością rzędu $\pm 0,01745$ rad.

Uwzględniając zastosowane rozwiązania konstrukcyjne sprzężenia filtrów polaryzacyjnych, dokładność ustawienia krzyża polaryzacyjnego oszacowano na $\pm 8,727 \times 10^{-3}$ rad. Istotny wpływ na pomiar rzędu izochromy metodami kompensacyjnymi, ma orientacja ćwierćfalówek względem swoich polaroidów. Błąd związany z tym czynnikiem wynosi:

$$\Delta_{\lambda/4} = \frac{\varepsilon_P}{\pi} + \frac{\varepsilon_A}{\pi} \quad (6.6)$$

gdzie: ε_P , ε_A - kąt zawarty między kierunkiem płaszczyzny przepuszczania filtra polaryzacyjnego, a osią ćwierćfalówki.

W przypadku polaryskopu RP-1A, ε_P i ε_A należy oszacować na ok. $8,727 \times 10^{-3}$ rad, czyli błąd $\Delta_{\lambda/4} = 5,56 \times 10^{-3}$ rz.iz.

W konstrukcji polaryskopu RP-1A zastosowano płytki ćwierćfalowe dla $\lambda_0 = 589$ nm, podczas gdy widmo halogenowego źródła światła posiada maksimum przy $\lambda_1 = 550$ nm. Przy kompensacji metodą Tardy'ego błąd wywołany różnicą długości fal ($\lambda_0 \neq \lambda_1$) wynosi:

$$\Delta_{\lambda} = 2 \frac{\pi}{4} \left(\frac{\lambda_1 - \lambda_0}{\lambda_1} \right)^2 \quad (6.7)$$

W rozpatrywanym przypadku $\Delta_{\lambda} = 5,409 \times 10^{-3}$, co stanowi ok. 0,086 % od 2π . Odpowiada to określeniu rzędu izochromy z dokładnością $\pm 0,006$ rz.iz. Stosując metodę Senarmont'a można zmniejszyć błąd Δ_{λ} dwukrotnie.

Wymienione powyżej czynniki, w najbardziej niekorzystnym przypadku, dają błąd pomiaru rzędu izochromy $\pm 0,01$ rz.iz. (przy stosowaniu kompensacji metodą Senarmont'a), natomiast parametr izokliny α określany jest z dokładnością $\pm 0,01745$ rad.

6.1.2. Czynniki związane z mechaniką pracy warstwy

Ze względu na znaczne różnice własności mechanicznych pokrycia oraz badanego obiektu występuje wiele czynników, które mogą powodować istotne błędy pomiaru. I tak, różnica współczynników rozszerzalności liniowej materiału warstwy i konstrukcji (np. stali) może być źródłem błędów w określeniu rzędu izochromy w rejonach krawędzi pokrycia [1]. Ponieważ w trakcie pomiarów zachowano warunek $T_P \cong T$ (gdzie: T - temperatura, w której prowadzono pomiary, T_P - temperatura, w której naklejano pokrycie), czynnik ten można pominąć. Również zjawisko rotacji kierunków odkształceń głównych na grubości

warstwy w omawianym przypadku nie miało istotnego znaczenia, gdyż elementy badanych konstrukcji znajdują się w płaskim stanie naprężenia. Dodatkowo przeprowadzono pomiary parametrów izoklin przy różnych długościach fal światła [1], nie stwierdzając występowania istotnych zmian parametru α dla różnych długości fal światła λ .

W przypadku prowadzenia pomiarów w pobliżu krawędzi warstwy i badanego obiektu (wspólnej), należy uwzględnić wpływ różnicy ułamków Poissona materiału pokrycia oraz konstrukcji. W rozpatrywanym przypadku: $\nu_p = 0,36$, $\nu_k = 0,3$. Zgodnie z uwagami poczynionymi np. w [8], należałoby uwzględnić maksymalną wartość współczynnika korekcyjnego:

$$K_\nu = \frac{1 + \nu_p}{1 + \nu_k} \quad (6.8)$$

Należy jednak zaznaczyć, że w przypadku badania prętów cienkościenych skręcanych nieswobodnie (zgodnie z teorią W.Z.Własowa) odkształcenie konturu przekroju poprzecznego pręta jest równe zero. Tak więc na krawędzi pręta jest:

$$\varepsilon_{xp} = \varepsilon_{xk}; \quad \varepsilon_{yp} = -\nu_p \varepsilon_{xk}; \quad \varepsilon_{yk} = 0$$

Ponieważ rząd izochromy obserwowany w warstwie jest proporcjonalny do różnicy odkształceń $(\varepsilon_x - \varepsilon_y)$, możemy zapisać:

$$m_b = \frac{1}{f_\varepsilon} (\varepsilon_x - \varepsilon_y)_p = \frac{1}{f_\varepsilon} (1 + \nu_p) \varepsilon_{xk} \quad (6.9)$$

Wewnątrz obszaru pokrytego warstwą jest:

$$(\varepsilon_x - \varepsilon_y)_p = (\varepsilon_x - \varepsilon_y)_k \quad (6.10)$$

stąd

$$m_w = \frac{1}{f_\varepsilon} (\varepsilon_x - \varepsilon_y)_p = \frac{1}{f_\varepsilon} \varepsilon_{xk}$$

Tak więc maksymalna wartość współczynnika K_ν , wynosi w tym przypadku:

$$K_\nu^* = \frac{m_b}{m_w} = 1 + \nu_p \quad (6.11)$$

W rejonach przykrawędziowych należy uwzględnić zmienną wartość współczynnika K_ν^* .

Dokonano również oceny wpływu nierównomiernego rozkładu odkształceń na grubości warstwy, na dokładność pomiarów rzędu izochromy. W tym celu, korzystając z zarejestrowanego obrazu izochrom i izoklin obliczono poprawkę [1]:

$$\frac{t_p^2}{2} \nabla^2 \omega_z = 2 \frac{\partial^2 (\epsilon_x - \epsilon_y)}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x^2} \quad (6.12)$$

zastępując pochodne cząstkowe różnicami skończonymi. Dodatkowo przeprowadzono pomiary rzędu izochromy w wybranych punktach pokrycia przy zmieniającej się grubości t_p . Na podstawie uzyskanych wyników można przyjąć, że błąd wywołany nierównomiernym rozkładem odkształceń na grubości warstwy nie przekracza 4 %. Jedynie w rejonie łuków łączących płaskie powierzchnie pręta można było obserwować wzrost błędu, co spowodowane jest zmianą charakteru pracy pręta w tych obszarach.

6.1.3. Efekt wzmocnienia pręta cienkościennego, skrecanego nieswobodnie, warstwą powierzchniową

Przy rozpatrywaniu czynników związanych z mechaniką pracy warstwy należy również rozpatrzyć zagadnienie wzmocnienia badanego obiektu nałożoną warstwą. Jak wykazała analiza prac [1, 8, 43], brak jest oceny współczynnika poprawkowego ujmującego efekt wzmocnienia w przypadku nieswobodnego skręcania pręta cienkościennego o przekroju otwartym. W związku z tym, w celu oszacowania błędu związanego z tym czynnikiem, wyznaczono na drodze analitycznej współczynnik poprawkowy, który zdefiniowano w następujący sposób:

$$C_c = \frac{\text{odkształcenie zmierzone elastooptycznie}}{\text{odkształcenie na powierzchni badanego obiektu (bez nałożonej warstwy)}}$$

Przystępując do analizy założono, że:

- materiały warstwy i pręta są izotropowe,
- warstwa jest nałożona na obwodzie przekroju pręta i stanowi pręt o tym samym rodzaju przekroju, lecz o innych parametrach geometrycznych i mechanicznych,
- pręt i warstwa spełniają warunki cienkościenności - słuszna jest teoria skręcania nieswobodnego W.Z.Własowa,
- na granicy konstrukcja - pokrycie odkształcenia konstrukcji i pokrycia są sobie równe,

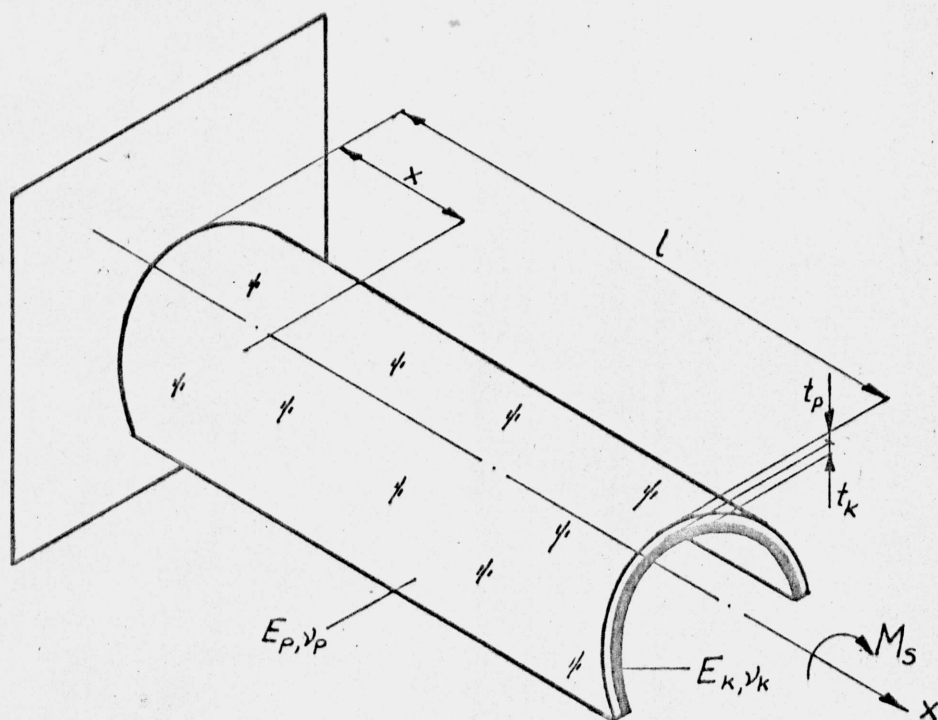
- pręt jest poddany czystemu skręcaniu i pracuje w zakresie odkształceń sprężystych,
- wymiary poprzeczne przekroju pręta i warstwy oraz grubość ścianek pręta są stałe.

Moment skręcający M , przenoszony przez pręt z nałożoną nań warstwą, rozkłada się proporcjonalnie do sztywności skrętnych warstwy i pręta:

$$M = M_p + M_k \quad (6.13)$$

przy czym kąty skręcenia φ_p i $\varphi_{k,p}$ są sobie równe ($\varphi_p = \varphi_{k,p}$). Otrzymujemy stąd:

$$\frac{M_p}{M_k} = \frac{G_p I_{Op}}{G_k I_{Ok}} \left[\frac{x - \frac{\tanh K_k l}{K_k} + \frac{\sinh K_k (1-x)}{K_k \cosh K_k l}}{x - \frac{\tanh K_p l}{K_p} + \frac{\sinh K_p (1-x)}{K_p \cosh K_p l}} \right] \quad (6.14)$$



Rys. 26. Schemat obliczeniowy współczynnika C .

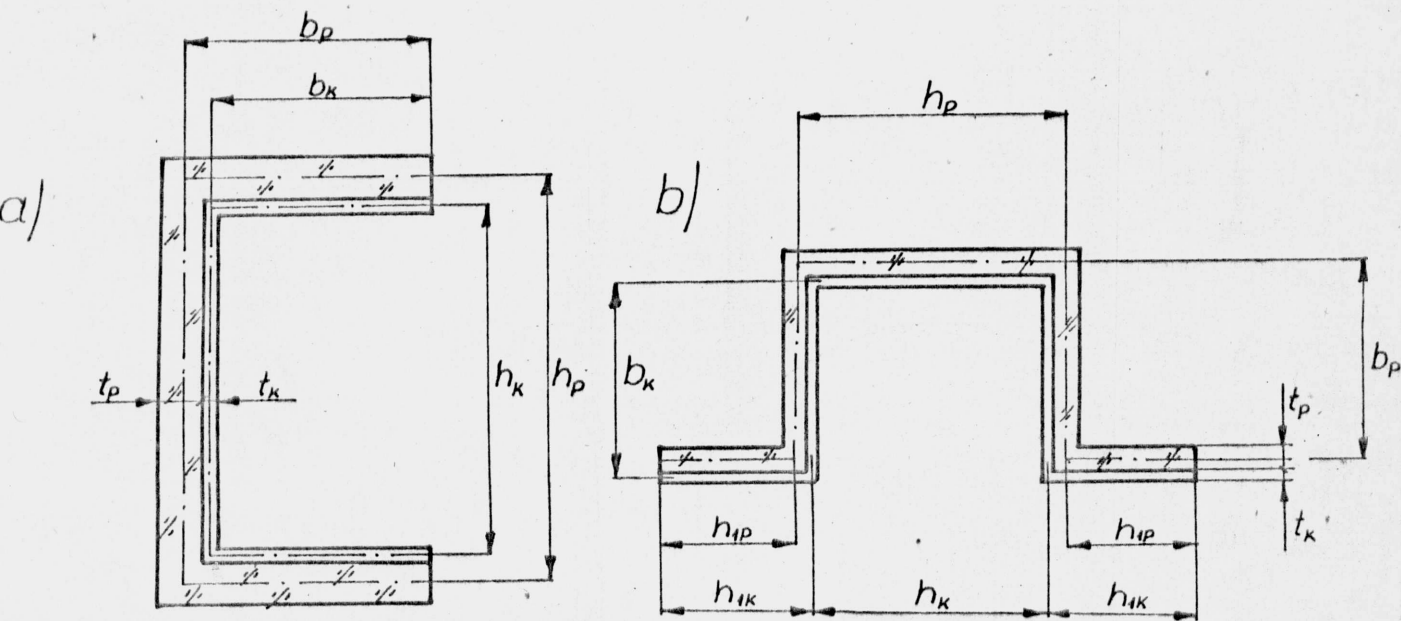
Opierając się na założeniu Własowa o nieodkształcalności przekroju poprzecznego pręta i wykorzystując związki między naprężeniami i odkształceniami można wyznaczyć odkształcenia w pręcie niepokrytym oraz z nałożoną warstwą. Stosunek tych odkształceń:

$$C = \frac{\varepsilon_{xk,p}}{\varepsilon_{xk}} \quad (6.15)$$

nazwiemy współczynnikiem wzmocnienia mechanicznego. Ostatecznie (6.15) można przedstawić w postaci:

$$C = \frac{\varepsilon_{xk,p}}{\varepsilon_{xk}} = \frac{M_k}{M} = \frac{1}{1 + \frac{G_p I_{op}}{G_k I_{ok}}} \frac{\left[x - \frac{\operatorname{tgh} K_k l}{K_k} + \frac{\sinh K_k (1-x)}{K_k \cosh K_k l} \right]}{\left[x - \frac{\operatorname{tgh} K_p l}{K_p} + \frac{\sinh K_p (1-x)}{K_p \cosh K_p l} \right]} \quad (6.16)$$

Z analizy powyższej zależności wynika, że C zmienia się wzdłuż długości pręta, przy czym istnieje taka wartość stałej K_p (dla danej K_k), że $C = \text{const}$ na całej długości pręta. Jest to spełnione przy $K_k = K_p$. Grubość warstwy odpowiadająca temu warunkowi nazwano w dalszym ciągu grubością optymalną. Rozpatrzono dwa rodzaje przekroju poprzecznego prętów cienkościennych o przekroju otwartym (najczęściej stosowane), tj. przekrój ceowy - rys. 27a, oraz omegowy - rys. 27b.



Rys. 27. Wymiary przekroju poprzecznego pręta:
a - ceowego, b - omegowego.

W oparciu o warunek $K_k = K_p$ oraz po scharakteryzowaniu przekroju poprzecznego za pomocą współczynników bezwymiarowych:

- przekrój ceowy:

$$\alpha_k = \frac{b_k}{h_k}; \quad \beta_k = \frac{t_k}{h_k}; \quad \alpha = \frac{t_p}{t_k}; \quad \alpha_p = \frac{b_p}{h_p} = \frac{\alpha_k + (1 + \alpha)\beta_k/2}{1 + \beta_k(1 + \alpha)};$$

$$\beta_p = \frac{t_p}{h_p} = \alpha\beta_k \frac{1}{1 + \beta_k(1 + \alpha)}; \quad h_p = h_k [1 + \beta_k(1 + \alpha)]$$

- przekrój omegowy:

$$\alpha = \frac{t_p}{t_k}; \quad \frac{t_k}{h_k} = \beta_k; \quad \frac{h_{1k}}{h_k} = \alpha_{hk}; \quad \frac{b_k}{h_k} = \alpha_{bk}; \quad \frac{t_p}{h_p} = \beta_p;$$

$$\frac{h_{1p}}{h_p} = \alpha_{hp}; \quad \frac{b_p}{h_p} = \alpha_{bp}; \quad \frac{h_p}{h_k} = 1 + \beta_k(1 + \alpha);$$

$$\frac{h_{1p}}{h_p} = 1 - \beta_p(1 + \alpha)/2\alpha_{hk};$$

problem określenia optymalnej grubości warstwy sprowadzono do rozwiązania równania stopnia drugiego:

$$-a(\alpha^*)^2 + b\alpha^* - c = 0 \quad (6.18)$$

gdzie: α^* - stosunek optymalnej grubości warstwy do grubości ścianki

pręta,

$$a = \beta_k^2 F^c,$$

$$b = 1 - 2\beta_k(1 + \beta_k) F^c,$$

$$c = (1 + \beta_k)^2 F^c,$$

F^c - współczynnik uwzględniający rodzaj przekroju poprzecznego pręta; dla rozwiązanych przypadków F^c wynosi:

$$F^c = \sqrt{\frac{(1 + \nu_p)(1 + 2\alpha_k)(1 + 6\alpha_k)(2 + 3\alpha_p^{(0)})(\alpha_p^{(0)})^3}{(1 + \nu_k)(1 + 2\alpha_p^{(0)})(1 + 6\alpha_p^{(0)})(2 + 3\alpha_k)(\alpha_k)^3}}$$

$$F^c = \sqrt{\frac{(1 + \nu_p)(1 + 2\alpha_{bk} + 2\alpha_{hk}) \left\{ \left[2\alpha_{bk} - 6\alpha_{bk}\gamma_p^{(0)} + \right. \right.}{(1 + \nu_k)(1 + 2\alpha_{bk} + 2\alpha_{hp}^{(0)}) \left\{ \left[2\alpha_{bk} - 6\alpha_{bk}\gamma_k + \right. \right.}} \\ \left. \left. + (1 + 6\alpha_{bk})(\gamma_p^{(0)})^2 \right] + 2\alpha_{hp}^{(0)} \left[3(1 - \gamma_p^{(0)})^2 - \right. \right.}{\left. \left. + (1 + 6\alpha_{bk})(\gamma_k^{(0)})^2 \right] + 2\alpha_{hk} \left[3(1 - \gamma_k)^2 - \right. \right.}}$$

$$\left. \begin{aligned} & - 6 \alpha_{hp}^{(o)} (1 - \gamma_p^{(o)}) + 4 (\alpha_{hp}^{(o)})^2 \\ & - 6 \alpha_{hk} (1 - \gamma_k) + 4 (\alpha_{hk})^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\alpha_p^{(o)} = \frac{\alpha_k + 0,5 \beta_k}{1 + \beta_k}$$

$$\alpha_{hp}^{(o)} = \frac{1 - \beta_k/2 \alpha_{hk}}{1 + \beta_k} \alpha_{hk}$$

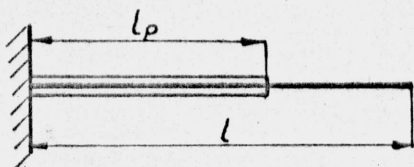
$$\gamma_k = \frac{3(\alpha_{bk} + 2\alpha_{hk}) - 8\alpha_{hk}^3}{1 + 6\alpha_{bk} + 6\alpha_{hk} + 4(3\alpha_{hk}^2 + 2\alpha_{hk}^3)}$$

$$\gamma_p^{(o)} = \frac{3(\alpha_{bk} + 2\alpha_{hp}^{(o)}) - 8\alpha_{hp}^{(o)3}}{1 + 6\alpha_{bk} + 6\alpha_{hp}^{(o)} + 4(3\alpha_{hp}^{(o)2} + 2\alpha_{hp}^{(o)3})}$$

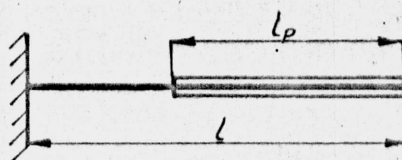
Rozwiązanie (6.18) umożliwia określenie $t_p^* = \alpha^* t_k$, przy czym współczynnik wzmocnienia mechanicznego C jest wówczas dany zależnością:

$$C = \frac{1}{1 + \frac{G_p I_{op}}{G_k I_{ok}}} \quad (6.19)$$

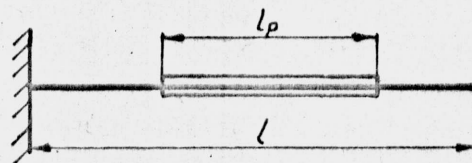
a)



b)



c)



Rys. 28. Schemat obliczeniowy współczynnika C' .

W przypadku nałożenia pokrycia na części długości pręta ($l_p < l_k$), (np. jak na rys. 28a) współczynnik wzmocnienia mechanicznego wynosi:

$$C' = \frac{C + \delta}{1 + \delta} \quad (6.20)$$

gdzie: $\delta = \frac{1}{d} - 1$; $a = \frac{l_p}{l_k}$

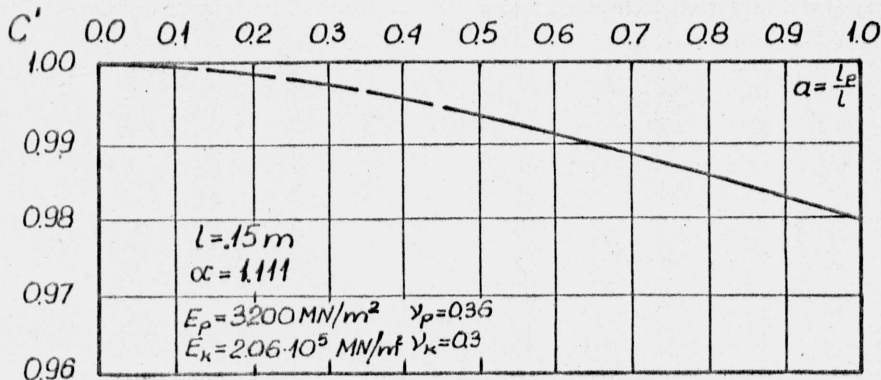
$$d = \frac{a l - \frac{\operatorname{tgh} K_k l}{K_k} + \frac{\sinh K_k l (1 - a)}{K_k \cosh K_k l}}{1 - \frac{\operatorname{tgh} K_k l}{K_k}}$$

Łatwo wykazać, że przy $l_p \rightarrow l_k$, $d \rightarrow 1$ ($\delta \rightarrow 0$) czyli:

$$C' = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{C + \delta}{1 + \delta} = C$$

natomiast dla $l_p \rightarrow 0$, $d \rightarrow 0$ ($\delta \rightarrow \infty$) jest:

$$C' = \lim_{\delta \rightarrow \infty} \frac{C + \delta}{1 + \delta} = 1$$



Rys. 29. Wykres współczynnika C' (przykładowy).

Należy jednak zaznaczyć, że w przypadku nałożenia warstwy na części pręta, w pobliżu krawędzi pokrycia występują pewne zaburzenia [7, 43], które ograniczają stosowanie wyznaczonego współczynnika poprawkowego.

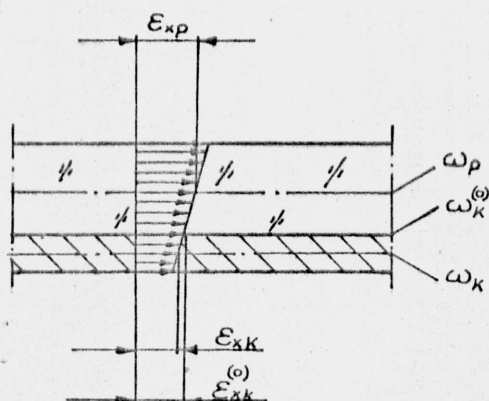
Rozpatrując zjawiska towarzyszące pracy warstwy naniesionej na skręcany pręt należy uwzględnić dodatkowy efekt związany ze specyfiką pomiarów elastooptycznych. Wiąże się on z gradientem odkształceń na grubości pokrycia. Zgodnie z definicją współczynnika C_c mamy:

$$C_c = \frac{\varepsilon_{xp}}{\varepsilon_{xk}} = \frac{\varepsilon_{xp}}{\varepsilon_{xk,p}} \frac{\varepsilon_{xk,p}}{\varepsilon_{xk}} = \frac{\varepsilon_{xp}}{\varepsilon_{xk,p}} C \quad (6.21)$$

Uwzględniając poczynione na wstępie założenia, odkształcenia pokrycia i badanego pręta są w płaszczyźnie klejenia takie same, przy czym zmieniają się po grubości pręta i warstwy proporcjonalnie do współrzędnej wycinkowej (rys. 30):

$$C_c = \gamma C$$

gdzie: $\gamma = \frac{\omega_p}{\omega_k^{(0)}}$



Rys. 30. Rozkład odkształceń po grubości warstwy.

Po wykorzystaniu związków (6.17) otrzymujemy:

$$\omega_k^{(0)} = (1 + \beta_k)^2 \omega_k$$

$$\omega_p = [1 + \beta_k (\alpha + 1)^2] \omega_k$$

stąd

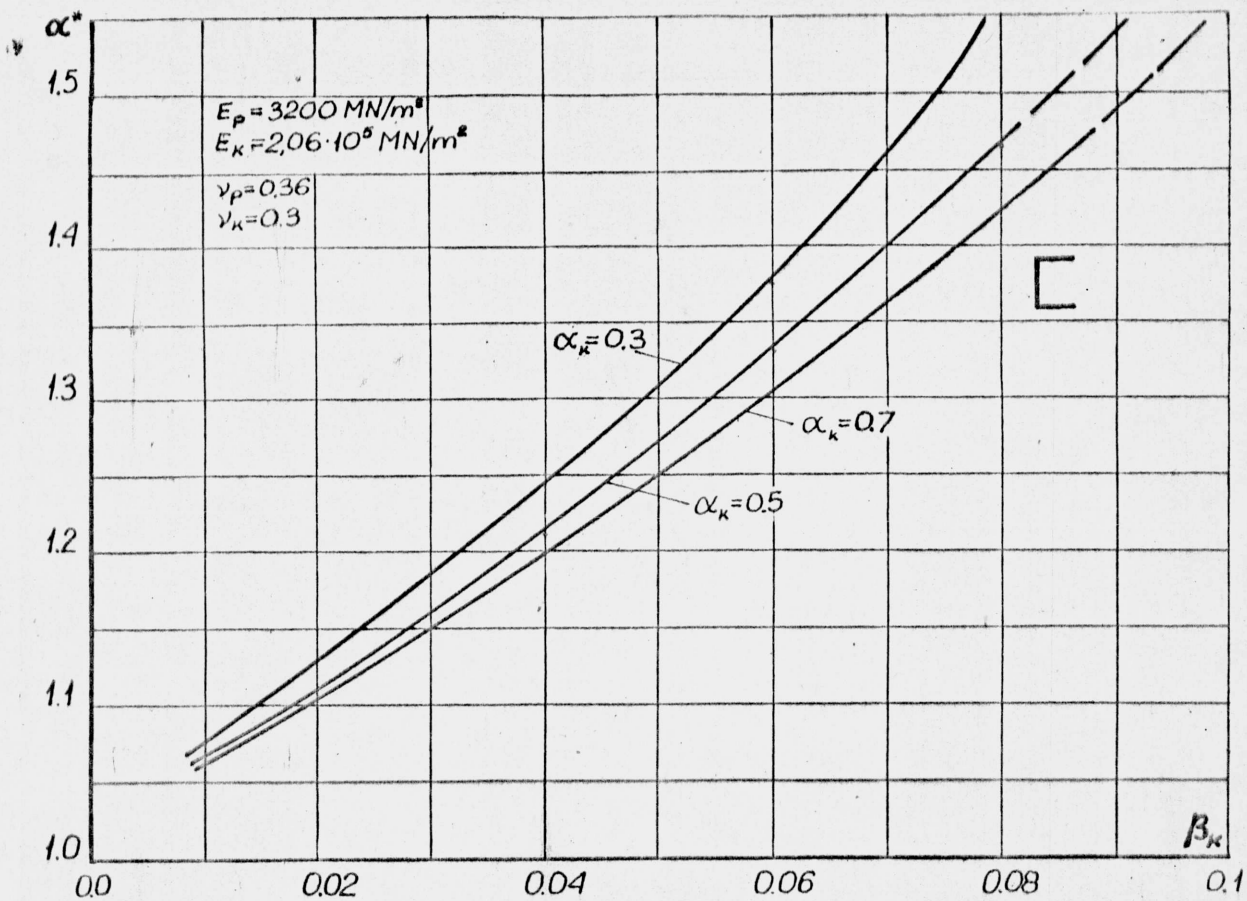
$$\gamma = \left[\frac{1 + \beta_k (\alpha + 1)^2}{1 + \beta_k} \right]^2 \quad (6.22)$$

Warto zauważyć, że dla $t_p \rightarrow 0$ ($\alpha \rightarrow 0$) mamy $\gamma \rightarrow 1$ - pręt niepokryty. Ostatecznie współczynnik C_c określony jest zależnością:

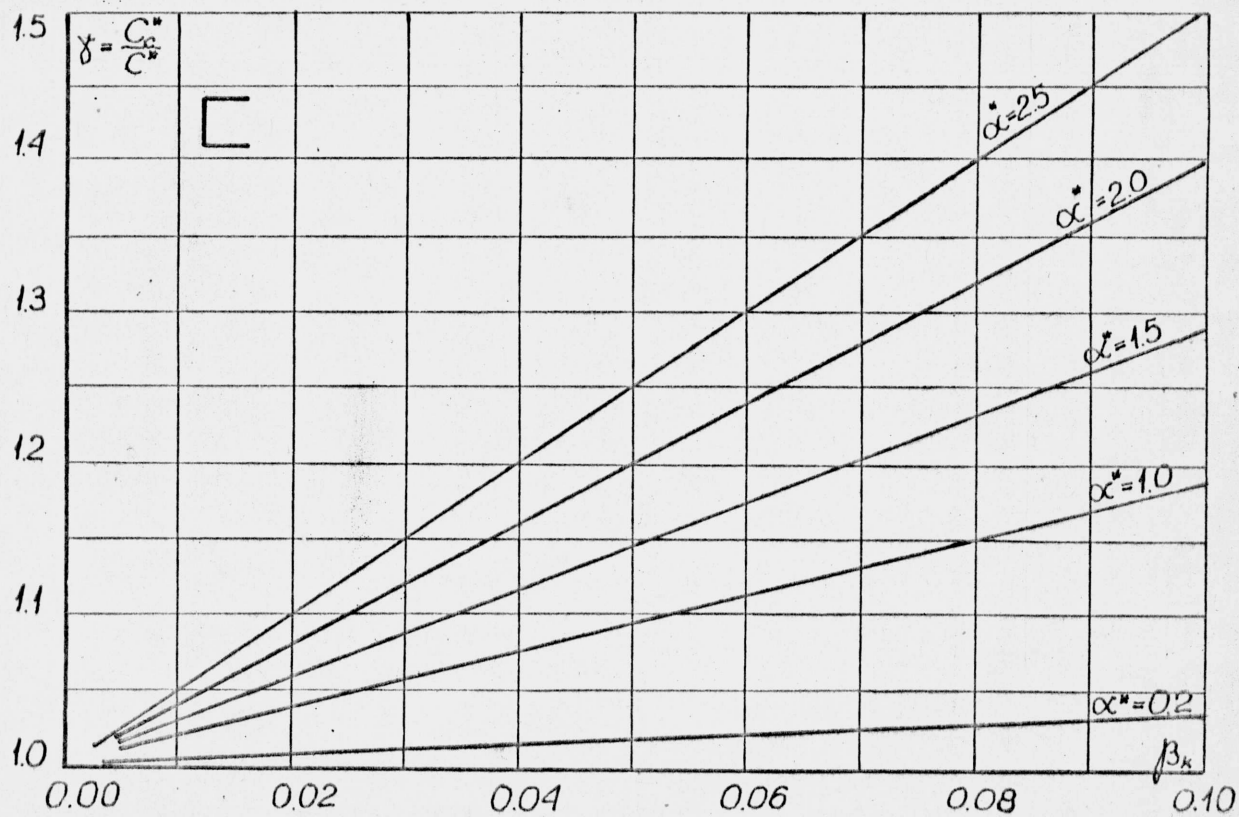
$$C_c = \gamma C = \left[\frac{1 + \beta_k (\alpha + 1)^2}{1 + \beta_k} \right]^2 \cdot C \quad (6.23)$$

Przykładowo, dla przekroju ceowego, przedstawiono wykresy:

$\alpha^* = \alpha^*(\alpha_k, \beta_k)$ - rys. 31, oraz $\gamma = \gamma(\alpha^*, \beta_k)$ - rys. 32.



Rys. 31. Wykres optymalnej grubości warstwy $\alpha^* = \frac{t_p}{t_k}$.



Rys. 32. Wykres współczynnika γ .

Analiza tych wykresów pozwala stwierdzić, że dla $\alpha > 1$, błędy wywołane pominięciem efektu wzmocnienia warstwą mogą być istotne dla dokładności pomiarów.

W przypadku prowadzonych w pracy pomiarów stosowano pokrycia o grubości $t_p < t_k$ ($\alpha < 1$), przy czym pręty węzła pokrywano tylko na części ich długości (np. dla poprzeczek - 240 mm od pierwszego rzędu nitów). Uwzględniając charakterystykę materiału warstwy oraz jej wymiary geometryczne obliczono wartość współczynnika C_c , która w rozpatrywanym przypadku wynosi $C_c \approx 1$. Tak więc przy ilościowym opracowywaniu wyników pomiarów elastooptycznych nie uwzględniono efektu wzmocnienia, przyjmując że popełniony w ten sposób błąd jest mniejszy niż 0,5 %.

6.1.4. Podsumowanie

W oparciu o przeprowadzoną analizę należy stwierdzić, że błąd pomiarów metodą elastooptycznej warstwy powierzchniowej w rozpatrywanym przypadku (przy zachowaniu omawianych uprzednio warunków pomiarów) nie przekracza 6 %. Pozwala to przyjąć uzyskane wyniki pomiarów jako podstawę doświadczalnej weryfikacji analitycznej metody określania składowych stanu naprężenia w nitowanych węzłach ram samochodowych.

6.2. Proponowana metoda rozdzielenia składowych stanu odkształcenia

Metody rozdzielenia składowych stanu odkształcenia (naprężenia) stosowane w praktyce badawczej można ogólnie podzielić na dwie grupy:

- metody doświadczalne,
- metody analityczne.

Celem uniknięcia konieczności prowadzenia dodatkowych prac związanych z rozdzieleniem składowych stanu odkształcenia na drodze doświadczalnej zdecydowano się na zastosowanie metody analitycznej. Zgodnie z uwagami poczynionymi w [1, 8, 24, 29] ogólną metodą analitycznego rozdzielenia składowych stanu odkształcenia jest numeryczne całkowanie równań Cauchy'ego we współrzędnych prostokątnych lub równań Lamé'-Maxwella w ortogonalnym układzie trajektorii odkształceń głównych.

W omawianym przypadku, uwzględniając specyfikę badanej konstrukcji (pręty cienkościenne skręcane nieswobodnie), proponuje się

określenie składowych stanu odkształcenia na podstawie obrazów izochrom i izoklin. W tym celu skorzystamy z podstawowej zależności:

$$\varepsilon_x - \varepsilon_y = (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cos 2\alpha = m f_\varepsilon \cdot \cos 2\alpha \quad (6.24)$$

Wielkości występujące po prawej stronie (6.24) są określane w trakcie pomiarów. Z drugiej strony, zgodnie z teorią W.Z.Własowa, mamy $\varepsilon_y = 0$, czyli:

$$\varepsilon_x = (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cos 2\alpha = m f_\varepsilon \cdot \cos 2\alpha \quad (6.24a)$$

Trzecią składową stanu odkształcenia γ_{xy} określa się bezpośrednio z pomiarów:

$$\gamma_{xy} = (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \sin 2\alpha = m f_\varepsilon \cdot \sin 2\alpha \quad (6.25)$$

Wyznaczone w ten sposób składowe muszą spełniać równanie nierozdzielności odkształceń:

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} \quad (6.26)$$

które w rozpatrywanym przypadku można zredukować (przy założeniu $\varepsilon_y = 0$) do postaci:

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} \quad (6.26a)$$

W dalszych rozważaniach równanie (6.26a) będzie wykorzystywane jako warunek sprawdzający poprawność określenia składowych stanu odkształcenia proponowaną metodą. W celu ułatwienia obliczeń (6.26a) zapiszemy za pomocą różnic skończonych (przy założeniu, że do obliczeń przyjęto siatkę jak na rys. 33):

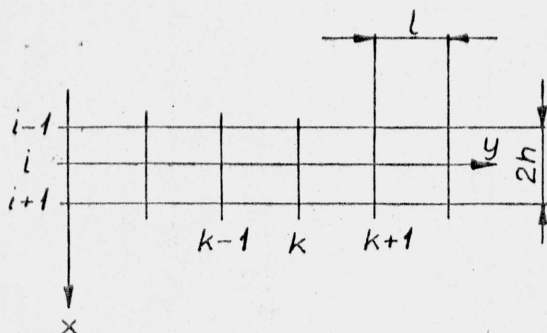
$$\begin{aligned} \frac{1}{h^2} \left(\varepsilon_{x_{i,k+1}} - 2\varepsilon_{x_{i,k}} + \varepsilon_{x_{i,k-1}} \right) &= \frac{1}{4hl} \left(\gamma_{xy_{i+1,k+1}} - \right. \\ &\quad \left. - \gamma_{xy_{i+1,k-1}} - \gamma_{xy_{i-1,k+1}} + \gamma_{xy_{i-1,k-1}} \right) \end{aligned} \quad (6.27)$$

dla $h = 1$ (6.27) przyjmuje postać:

$$\left(\varepsilon_{x_i, k+1} - 2 \varepsilon_{x_i, k} + \varepsilon_{x_i, k-1} \right) = \frac{1}{4} \left(\gamma_{xy_{i+1}, k+1} - \gamma_{xy_{i+1}, k-1} - \gamma_{xy_{i-1}, k+1} + \gamma_{xy_{i-1}, k-1} \right) \quad (6.27a)$$

Powyższy schemat charakteryzuje się zastosowaniem przybliżonych wyrażeń różnicowych na pochodne z błędem rzędu h^2 (hl) [30]. W celu uzyskania większej dokładności (6.26a) można przedstawić w postaci:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{12h^2} \left(-\varepsilon_{x_i, k+2} + 16\varepsilon_{x_i, k+1} - 30\varepsilon_{x_i, k} + 16\varepsilon_{x_i, k-1} - \varepsilon_{x_i, k-2} \right) = \\ & = \frac{1}{2hl} \left(\gamma_{xy_{i, k+1}} + \gamma_{xy_{i, k-1}} + \gamma_{xy_{i+1}, k} + \gamma_{xy_{i-1}, k} - \right. \\ & \left. - 2\gamma_{xy_{i, k}} - \gamma_{xy_{i+1}, k-1} - \gamma_{xy_{i-1}, k+1} \right) \quad (6.28) \end{aligned}$$



Rys. 33. Schemat siatki.

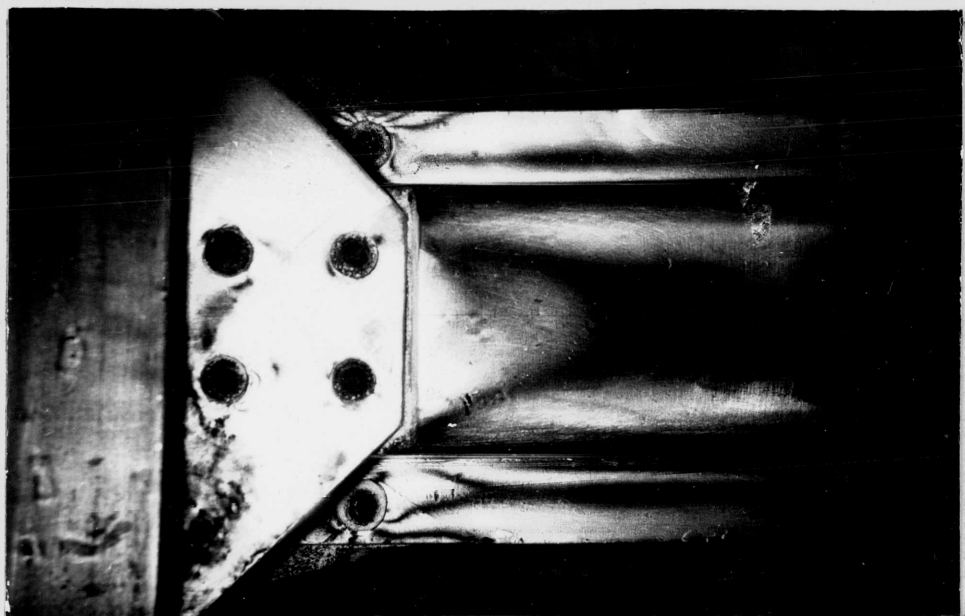
Jednak w praktyce równanie (6.27) jest bardziej przydatne zważywszy, że przy dostatecznie małych krokach h i l uzyskana dokładność jest wystarczająca dla zweryfikowania obliczeń, przy jednoczesnym zmniejszeniu ich pracochłonności.

7. ANALIZA WYNIKÓW BADAŃ

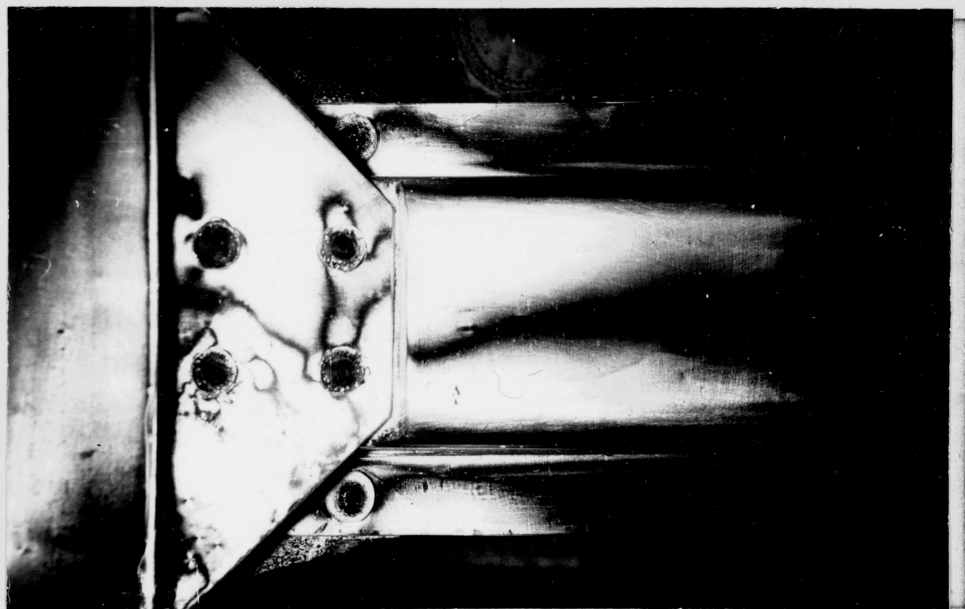
7.1. Wstępna analiza wyników pomiarów elastooptycznych

Na podstawie analizy zarejestrowanych obrazów izochrom, izoklin oraz pomiarów kompensacyjnych należy stwierdzić, że:

- maksymalne wartości izochrom, we wszystkich węzłach, występują na krawędziach pól poprzeczek w okolicach nitów, natomiast zdecydowanie najniższe wartości izochrom zaobserwowano w blachach węzłówek,



Rys. 34. Przykładowy obraz izochrom całkowitych (węzeł 3.1., $M = 240 \text{ Nm}$).



Rys. 35. Przykładowy obraz izokliny 45° (węzeł 3.1., $M = 160 \text{ Nm}$).

- obrazy izochrom i izoklin, mimo różnic w konstrukcji węzłów (a ściśle: w rozwiązaniu mocowania poprzeczki za pomocą węzłówek), są bardzo zbliżone pod względem jakościowym oraz ilościowym,
- w zakresie stosowanych obciążeń obserwowano liniowe przyrosty rzędu izochromy, przy czym nie stwierdzono występowania zmiany kierunku odkształceń naprężeń głównych, co świadczy o sprężystym charakterze pracy badanych węzłów i prawidłowym doborze wartości obciążenia,

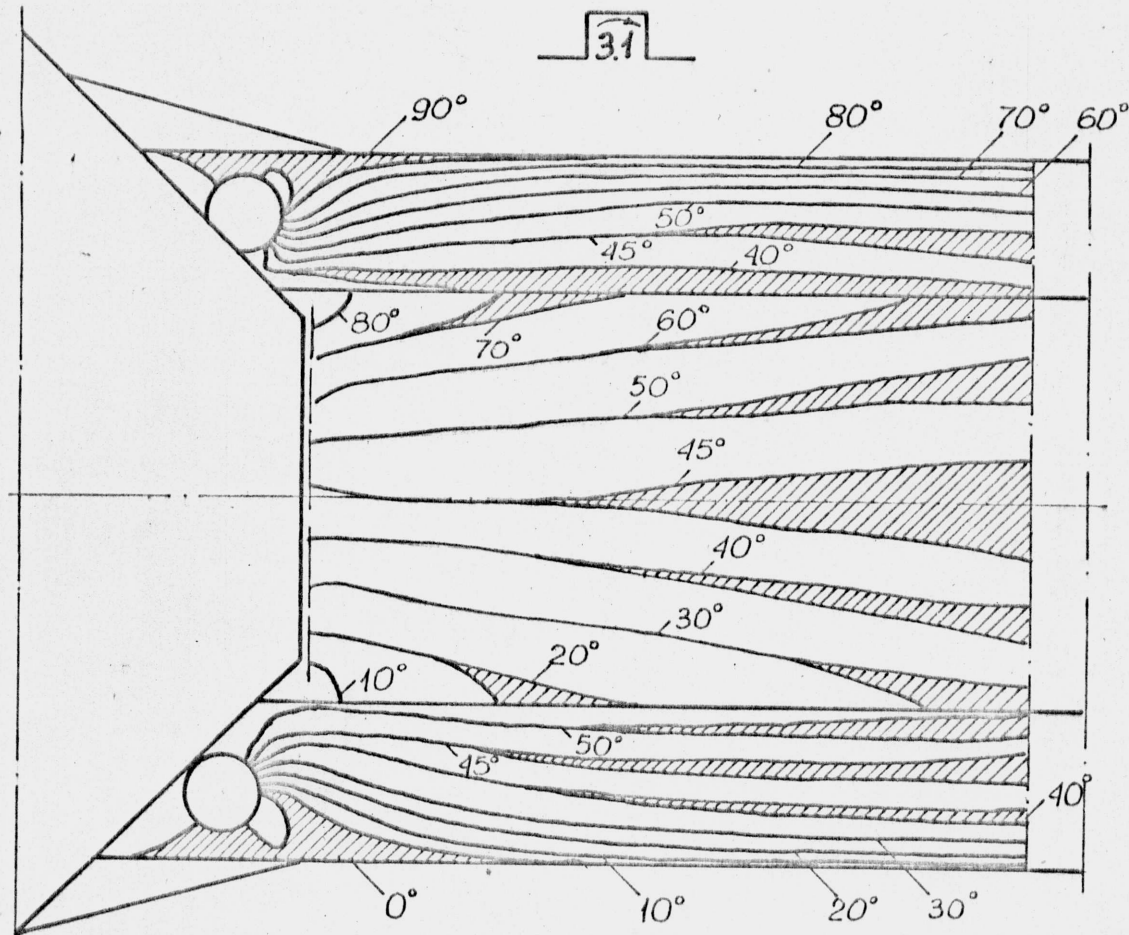
- w przebiegu izochrom oraz izoklin można zauważyć prawidłowość polegającą na lokalizacji zaburzeń, które występują jedynie w okolicach nitów.

W oparciu o powyższe uwagi dalszą analizę wyników pomiarów elastooptycznych przeprowadzono głównie w rejonach występowania maksymalnych wartości naprężeń, tj. na krawędziach pól poprzeczek.

7.2. Analiza naprężeń

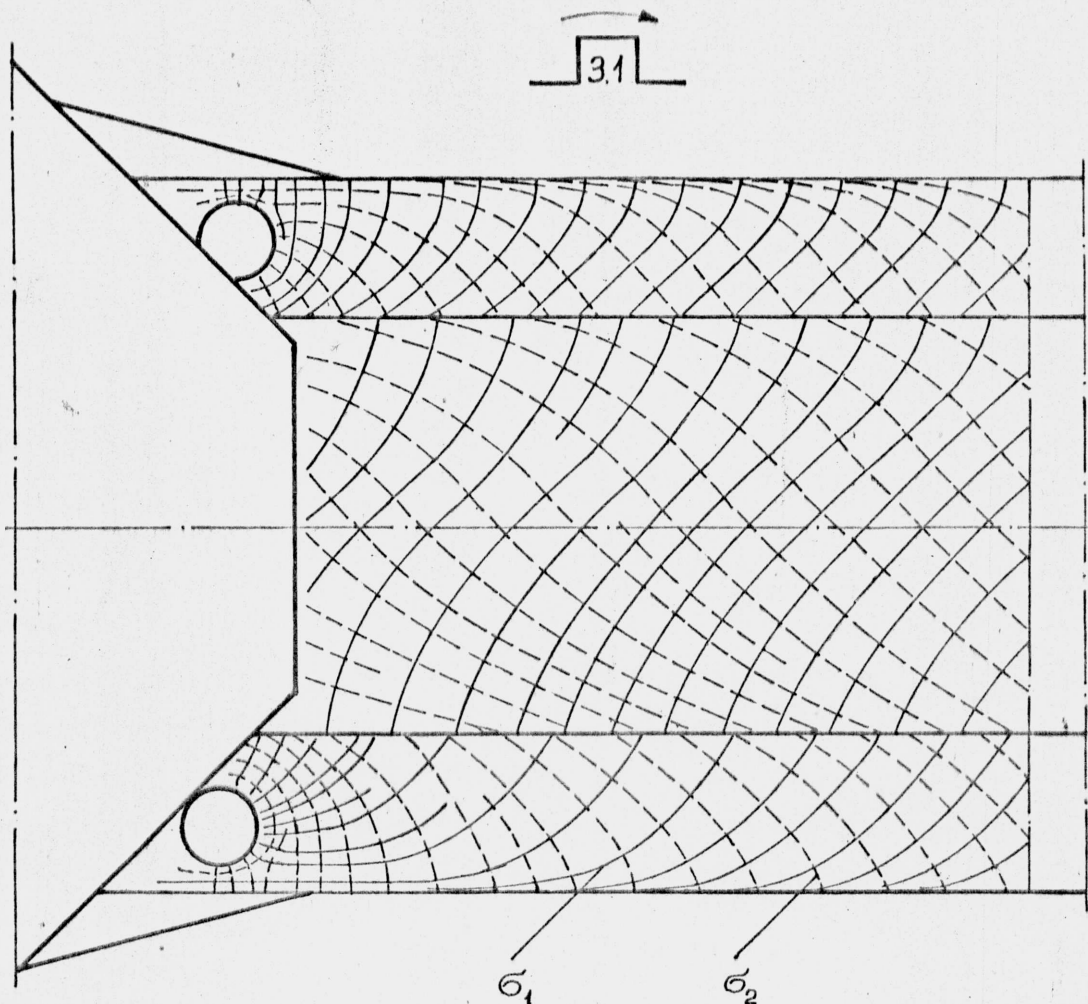
7.2.1. Wyznaczenie trajektorii naprężeń głównych

Na podstawie przeprowadzonych pomiarów należy stwierdzić, że badane węzły znajdowały się w sprężystym zakresie odkształceń, czyli trajektorie odkształceń głównych pokrywają się z trajektoriami naprężeń głównych. Korzystając ze zbiorczych wykresów izoklin (np. rys. 36) wyznaczono metodą wykreślną trajektorie naprężeń głównych. Przykład wykresu trajektorii naprężeń głównych przedstawiono na rys. 37.



Rys. 36. Zbiorczy wykres izoklin (węzeł 3.1., $M = 160 \text{ Nm}$).

W przypadku badanych węzłów rozkłady trajektorii wykazują bardzo



Rys. 37. Wykres trajektorii naprężeń głównych (węzeł 3.1., $M=160 \text{ Nm}$).
 duże podobieństwo (mimo różnic konstrukcyjnych węzłów), przy czym pewne zaburzenia obserwuje się jedynie w rejonie nitów oraz w okolicach krzywizn powierzchni pręta, co wiąże się w znacznym stopniu z błędami w określaniu parametru izokliny w tych rejonach (np. na skutek depolaryzacji światła na krzywiznach badanej powierzchni błąd w określeniu α może sięgać 35 %).

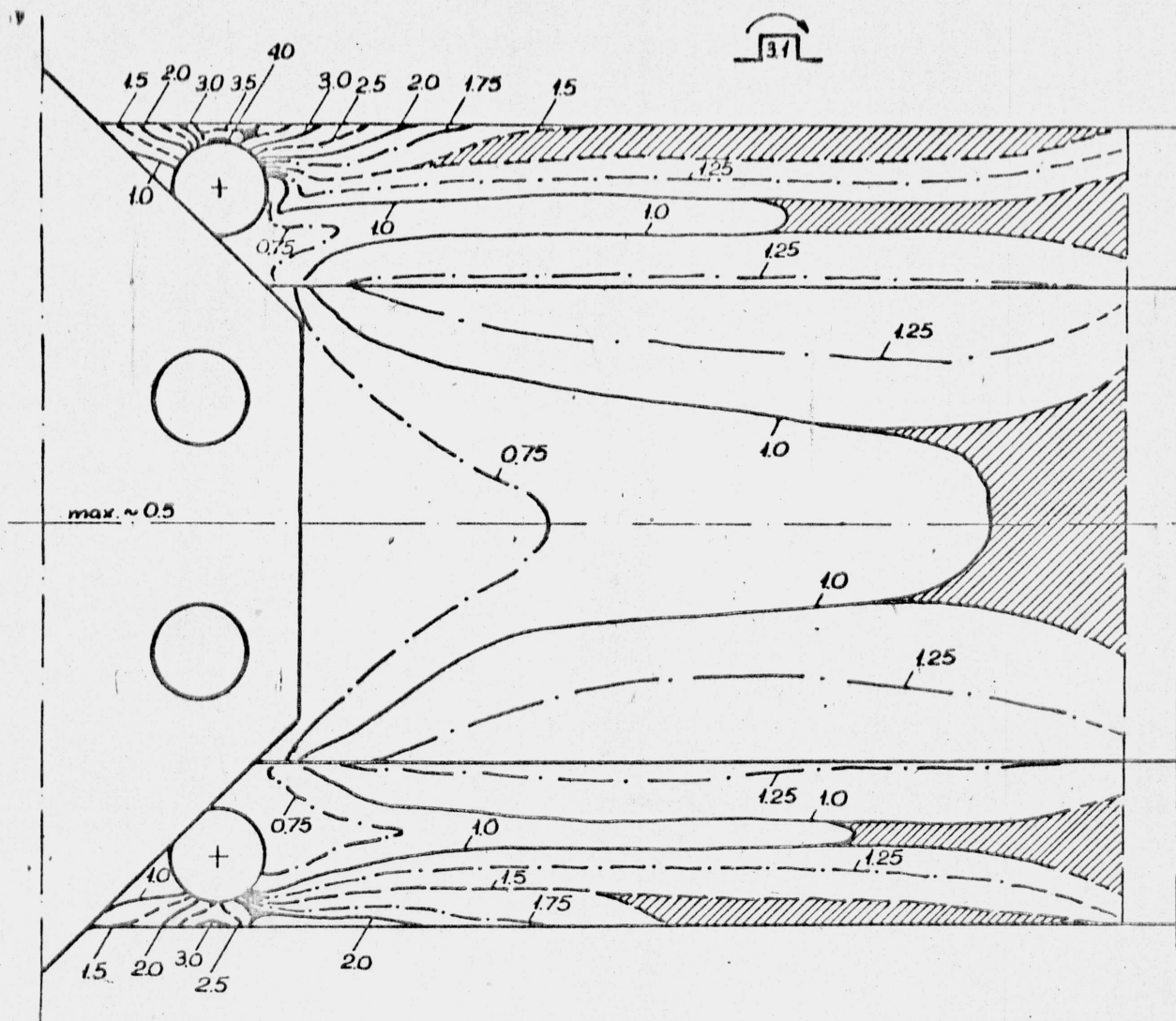
7.2.2. Analiza naprężeń brzegowych

Przystępując do analizy naprężeń brzegowych założono, że stan naprężenia w rejonie nitów jest sumą dwóch stanów, których składowe spełniają na brzegu pręta następujące warunki:

$$\sigma_x^* \neq 0 ; \quad \sigma_y^* = -\nu \sigma_x^* \neq 0$$

$$\sigma_x \neq 0 ; \quad \sigma_y = 0$$

W oparciu o rozważania teoretyczne (rozdz. 3) określono udział



Rys. 38. Zbiorczy wykres izochrom (węzeł 3.1., $M = 320 \text{ Nm}$).

naprężenia σ_x w stosunku do $(\sigma_x + \sigma_x^*)$, przyjmując uzyskany stosunek jako współczynnik pozwalający określić wartość rzędu izochromy na brzegu badanego pręta, odpowiadającą danemu stanowi obciążenia. Taki tok postępowania podyktowany był koniecznością uwzględnienia współczynnika K_y^* (p. 6.1.2.).

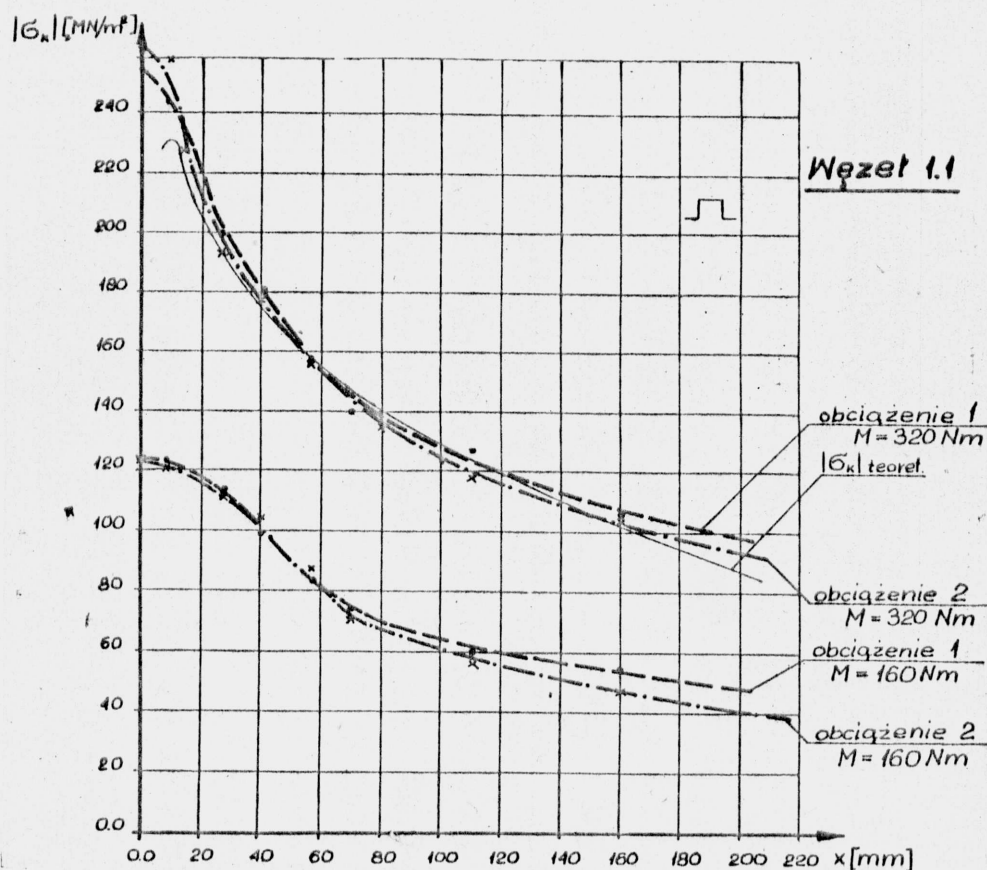
Na podstawie zbiorczych wykresów izochrom (np. rys. 38), wyznaczono rozkłady izochrom na brzegu pręta. Ze względu na bardzo zbliżone wartości oraz charakter przebiegu izochrom na przeciwległych krawędziach pręta - maksymalne różnice nie przekraczały 10 % - do dalszej analizy wzięto średnie wartości rzędu izochromy dla danej współrzędnej punktu położonego na brzegu pręta. Przykładowy wykres izochrom na brzegu pręta (przy różnych wartościach momentu skręcającego) przedstawiono na rys. 15z.

Następnie sporządzono wykresy naprężeń brzegowych - rys. 39

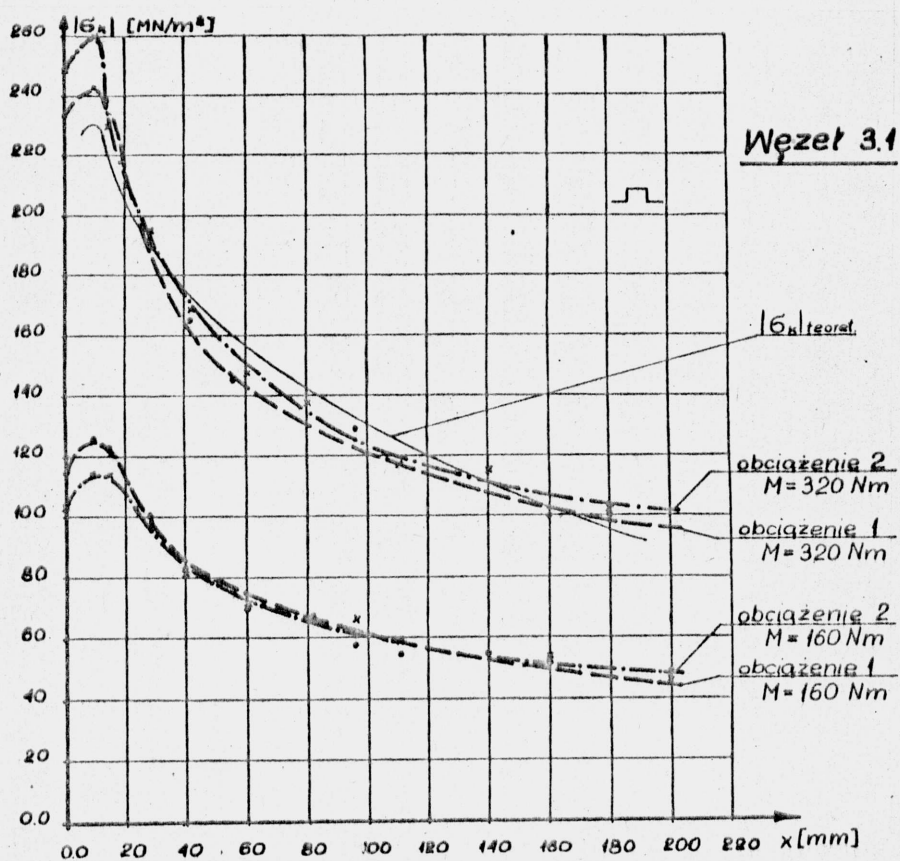
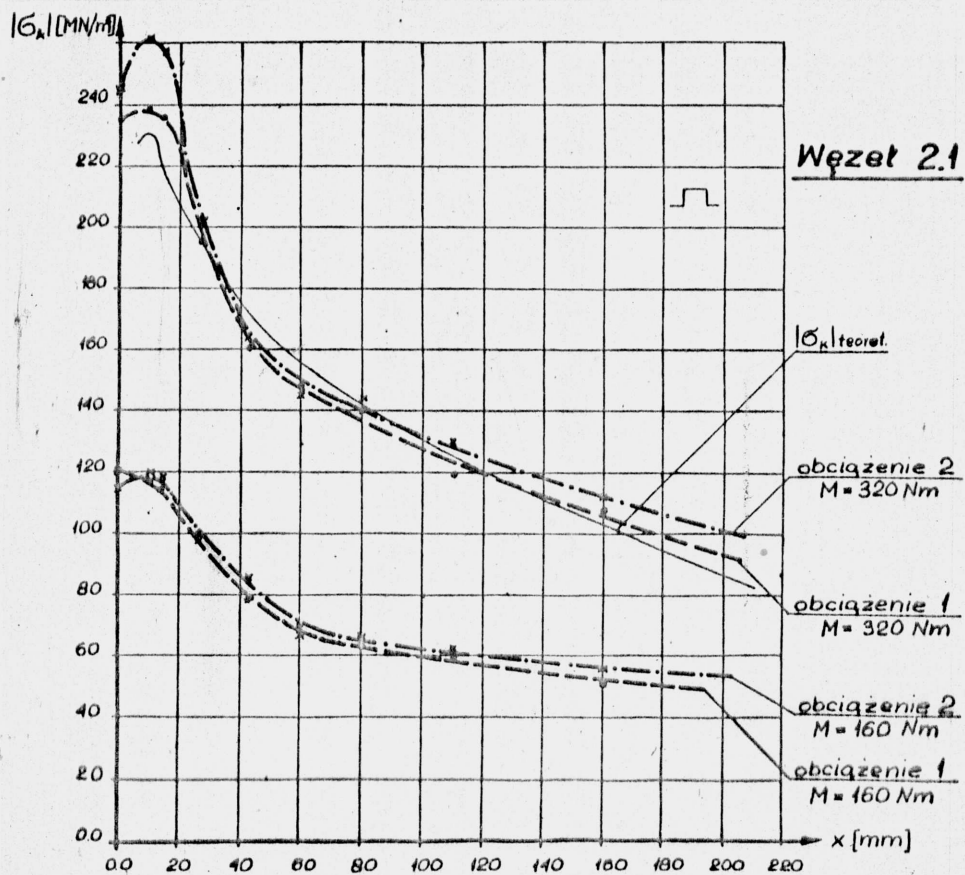
- które są podstawą doświadczalnej weryfikacji proponowanej metody określania składowych stanu naprężenia w nitowanych węzłach ram samochodowych. W celu dokonania niezbędnych porównań, na rys. 39 zaznaczono teoretyczne przebiegi naprężeń brzegowych obliczonych za pomocą proponowanej metody (zależności z rozdz. 3) przy maksymalnej wartości momentu skręcającego. Dalszą analizę prowadzono dla bezwzględnych wartości naprężeń $|\sigma_k|$.

Analizując wykresy naprężeń brzegowych uzyskane na drodze doświadczalnej zaznacza się bardzo dobra zgodność charakteru przebiegu krzywych $|\sigma_k|_{1,2}$ oraz $|\sigma_k|_{\text{teoret.}}$. Należy przy tym podkreślić, że w większości przypadków ekstremum funkcji $|\sigma_k|$ pokrywa się z ekstremum funkcji $|\sigma_k|_{\text{teoret.}}$. Potwierdza się również teoretyczna zależność: $|\sigma_k|_1 = |\sigma_k|_2$, gdzie $|\sigma_k|_{1,2}$ - bezwzględna wartość naprężenia brzegowego dla pierwszego (drugiego) przypadku obciążenia (rys. 23). W najbardziej niekorzystnym przypadku (węzeł 2.1, $M = 180 \text{ Nm}$) różnica między $|\sigma_k|_1$ oraz $|\sigma_k|_2$ stanowi 13,8 % $|\sigma_k|_{\text{teoret.}}$.

W celu dokonania ilościowej oceny proponowanej metody sporządzono tabelę maksymalnych wartości naprężeń brzegowych.



Rys. 39. Wykresy naprężeń brzegowych.



Rys. 39. Wykresy naprężeń brzegowych.

Tabela 2.

Maksymalne wartości naprężeń $|\sigma_k|$.

M [Nm]	σ _k _{max} [MN/m ²]						σ _k _{teoret.} MN/m ²
	Wezeł 1.1.		Wezeł 2.1.		Wezeł 3.1.		
	1	2	1	2	1	2	
80	<u>57,6</u> -0,1	<u>63,4</u> 10,0	<u>75,7</u> 31,3	<u>67,7</u> 17,4	<u>65,0</u> 12,7	<u>57,4</u> -0,4	57,65
160	<u>124,0</u> 7,5	<u>130,5</u> 13,2	<u>119,4</u> 3,6	<u>115,3</u> 0,0	<u>126,0</u> 9,3	<u>114,0</u> -1,1	115,3
240	<u>195,8</u> 13,2	<u>208,8</u> 20,7	<u>167,0</u> -3,4	<u>167,0</u> -3,4	<u>211,1</u> 22,1	<u>198,4</u> 14,7	172,95
320	<u>256,0</u> 11,0	<u>262,0</u> 13,6	<u>238,6</u> 3,5	<u>262,5</u> 13,8	<u>243,0</u> 5,4	<u>260,0</u> 12,7	230,6

Uwaga: liczba występująca pod kreską ułamkową określa wartość błędu względnego: $(|\sigma_k|_{\max} - |\sigma_k|_{\text{teoret.}}) / |\sigma_k|_{\text{teoret.}} [\%]$.

Analiza przytoczonych danych pozwala stwierdzić, że maksymalny błąd względny wynosi 31,3 % (przeciętnie ok. 10 %). W dalszym ciągu, w celu określenia istotności zaobserwowanych różnic między wartościami doświadczalnymi a teoretycznymi, wprowadzono wskaźnik $W = |\sigma_k|/M$. Wartości tego wskaźnika, wartości średnie oraz odchylenie standardowe i błąd względny δ_w (liczony względem W_t) przedstawiono w tabeli 3.

Tabela 3.

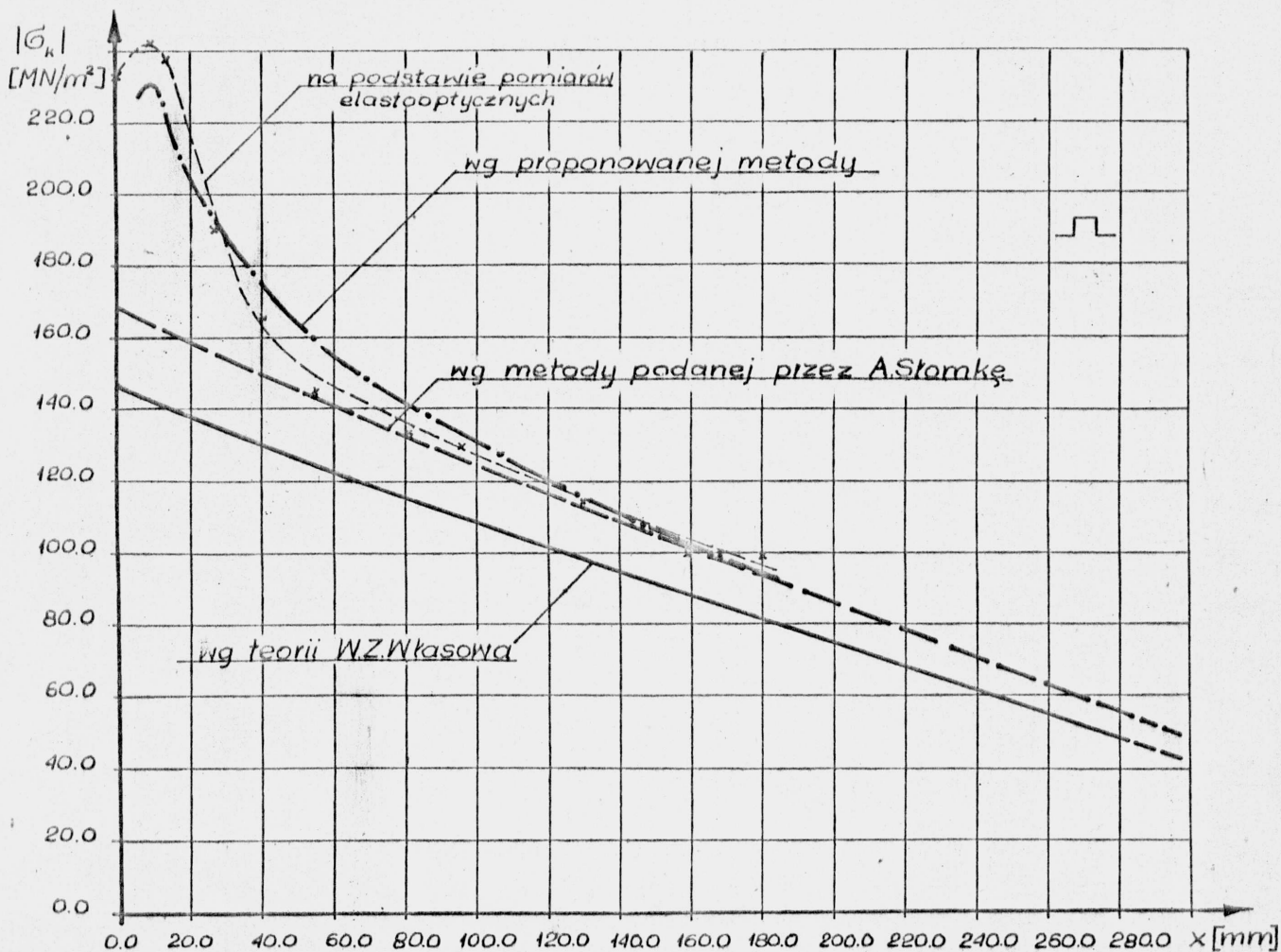
Wartości wskaźnika W.

Nr węzła	W = σ_k / M								W _{sr}	σ_w	W _t	δ_w [%]
	Obciążenie 1				Obciążenie 2							
1.1.	0,7200	0,7750	0,8158	0,8000	0,7925	0,8156	0,8700	0,8000	0,7986	0,042	0,7206	10,8
2.1.	0,9463	0,7463	0,6958	0,7456	0,8463	0,7206	0,6958	0,8203	0,7771	0,0875	0,7206	7,8
3.1.	0,8125	0,7875	0,8796	0,7594	0,7175	0,7125	0,8267	0,8125	0,7885	0,057	0,7206	9,4

Jak widać, w przypadku badanych węzłów błąd względny δ_w zawiera się w granicach 7,8–10,8 %. Następnie zweryfikowano hipotezę H_0 : $W = W_t$ wobec hipotezy alternatywnej H_1 : $W \neq W_t$, za pomocą parametrycznego testu istotności dla wartości średniej populacji (ze względu na małą, 8-elementową próbę losową korzystano ze statystyki o rozkładzie Studenta). Na podstawie dokonanych obliczeń (na poziomie istotności $\alpha = 0,02$) należy stwierdzić, że:

- w przypadku węzłów 1.1 i 3.1 wartości $|\sigma_k|_{\max}$ uzyskane doświadczalnie różnią się istotnie od wartości $|\sigma_k|_t$ obliczonych proponowaną metodą,
- w przypadku węzła 2.1 nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy, że zaobserwowane różnice między wynikami doświadczenia a obliczeniami teoretycznymi nie są istotne; warto tu zaznaczyć, że taki rezultat testu jest wynikiem dużych rozrzutów wartości W - odchylenie standardowe δ_w dla tego węzła jest około dwukrotnie większe od odchyień dla węzłów 1.1 i 3.1.

Zważywszy, że pomiary przeprowadzono w warunkach zbliżonych do rzeczywistych warunków pracy węzła oraz uwzględniając przyjęte założenia upraszczające w modelu obliczeniowym węzła i połączenia nitowanego, a także różnice w konstrukcji badanych węzłów, można sformułować następujący wniosek: na podstawie przeprowadzonych badań należy stwierdzić dobrą (w sensie ilościowym oraz jakościowym) zgodność rezultatów otrzymanych doświadczalnie i teoretycznie.

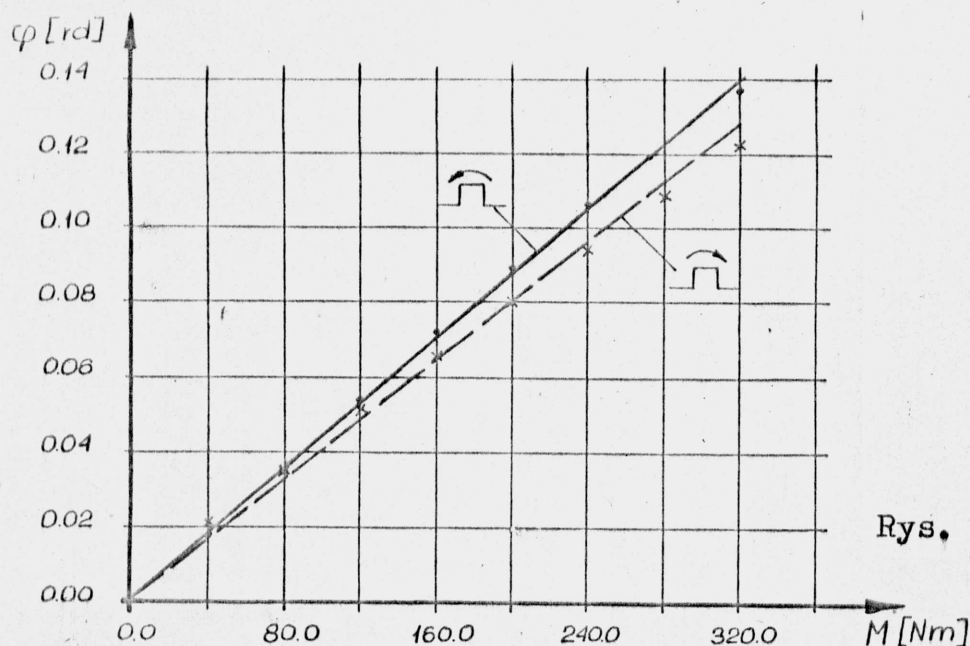


Rys. 40. Porównanie rozkładów naprężeń $|\sigma_k|$ liczonych w oparciu o różne modele obliczeniowe nitowanego węzła.

Powyższy wniosek dodatkowo potwierdza porównanie obliczeń teoretycznych wg proponowanej metody z obliczeniami dokonanyymi w oparciu o teorię W.Z.Własowa i metodę proponowaną przez A.Słomkę [35]. Rozkłady naprężeń $|\sigma_k|$, przy $M = 320 \text{ Nm}$, przedstawiono na rys. 40. Podano również (przykładowo) przebieg $|\sigma_k|$ uzyskany na drodze doświadczalnej (węzeł 3.1).

7.3. Analiza kątów skrećenia prętów badanych węzłów

W trakcie pomiarów elastooptycznych przeprowadzono dodatkowo pomiary kątów skrećenia prętów badanych węzłów. Wyniki tych pomiarów, przy $M = 320 \text{ Nm}$, podano w tabeli 2z. Analizując kąty skrećenia poprzeczek stwierdzono, że wartości otrzymane doświadczalnie zasadniczo nie odbiegają od wartości obliczonych teoretycznie. Maksymalny błąd, liczony względem wartości teoretycznej, wynosi 11,9 %. Zdecydowanie większe rozbieżności zaobserwowano w przypadku pomiarów kąta skrećenia podłużnic. Maksymalny błąd względny wynosi tu 61,4 %. Jedynie w węźle 1.1 zaznaczył się wyraźnie wpływ różnicy między rzeczywistym rozwiązaniem konstrukcyjnym węzła, a założeniami modelu obliczeniowego [35]; spowodowało to znaczny wzrost błędów δ_φ dla podłużnicy (61,4 %). Ogólnie, daje się zauważyć wzrost błędów δ_φ w porównaniu z wynikami uzyskanymi w [35]. Ponieważ pomiary przeprowadzono na węzłach, które były przedmiotem badań w pracy [35], należy przypuszczać, iż głównym czynnikiem zwiększającym δ_φ jest zmiana metody pomiaru kąta skrećenia (w naszym przypadku zastosowano metodę optyczną).



Rys. 41. Wykres funkcji $\varphi = \varphi(M)$ - węzeł 2.1.

Mimo zaobserwowanych różnic między wynikami pomiarów oraz obliczeń, wartości kątów skręcenia uzyskane przy różnych wartościach momentu skręcającego wykazują liniowy charakter przebiegu funkcji $\varphi = \varphi(M)$. Wykres funkcji $\varphi = \varphi(M)$, dla poprzeczki węzła 2.1, przedstawiono na rys. 41.

7.4. Podsumowanie

Analizując wyniki rozważań teoretycznych oraz badań doświadczalnych należy podkreślić złożoność podjętego w niniejszej pracy zadania. Proponowana metoda określania składowych stanu naprężenia w nitowanych węzłach ram samochodowych, oparta na tarczowym modelu węzła obciążonego siłami skupionymi (przyłożonymi w punktach nitowania), została uzupełniona rozważaniami dotyczącymi zjawisk występujących bezpośrednio w strefie styku trzonu nita z łączonymi elementami. Należy przy tym zaznaczyć, że przyjęty model połączenia nitowanego jest jedynie pewnym przybliżeniem, pozwalającym obliczyć rzeczywiste wartości nacisków i naprężeń obwodowych na krawędzi otworu na nit. W celu pełniejszego określenia wpływu skończonych wymiarów punktu nitowania oraz jego odległości od krawędzi tarczy na rozkłady nacisków należałoby rozwiązać zagadnienie półpłaszczyzny (przy założeniach o styku inkluzji z półpłaszczyzną jak w niniejszej pracy). Umożliwiłoby to zapewne określenie czynników, które wpływają na заниżone oszacowanie maksymalnych wartości naprężeń (o ok. 10 % względem wartości rzeczywistych) dokonywane w oparciu o tarczowy model obliczeniowy węzła.

Doświadczalna weryfikacja rozwiązań teoretycznych potwierdziła poprawność przyjętych założeń wykazując, że wpływ czynników związanych z pominięciem np. sił tarcia w połączeniu nitowanym, sztywności węzłówek, itp., jest niewielki. Uzyskana zgodność (jakościowa oraz ilościowa) wyników obliczeń oraz pomiarów pozwala przyjąć proponowany model obliczeniowy nitowanego węzła jako poprawny dla węzłów o konstrukcji spełniającej założenia z p. 3.1. Na szczególne podkreślenie zasługuje możliwość znacznego zwiększenia dokładności obliczeń ram samochodowych (w przypadku zastosowania modelu tarczowego) w stosunku do aktualnie stosowanych metod.

8. WNIOSKI

W oparciu o przeprowadzone pomiary oraz rozważania teoretyczne można sformułować następujące wnioski:

- w nitowanych ramach samochodowych nity wprowadzają istotne, dla wyteżenia łączonych elementów, zaburzenia w rozkładzie naprężeń, co potwierdza tezę niniejszej pracy,
- opisana w niniejszej pracy metoda określania składowych stanu naprężenia w elementach nitowanych ram samochodowych pozwala na analityczne określenie rzeczywistych rozkładów naprężeń (z uwzględnieniem spiętrzenia naprężeń wywołanego przez nity),
- przybliżoną ocenę maksymalnych wartości naprężeń występujących w danym węźle można dokonać za pomocą współczynnika koncentracji naprężeń (zdefiniowanego w p. 3.3.) wyznaczonego na drodze analitycznej,
- przeprowadzone badania metodą elastooptycznej warstwy powierzchniowej pozwalają stwierdzić, że proponowane rozwiązania teoretyczne (mimo przyjętych założeń upraszczających) pozostają w dobrej zgodności z wynikami doświadczalnymi.

LITERATURA

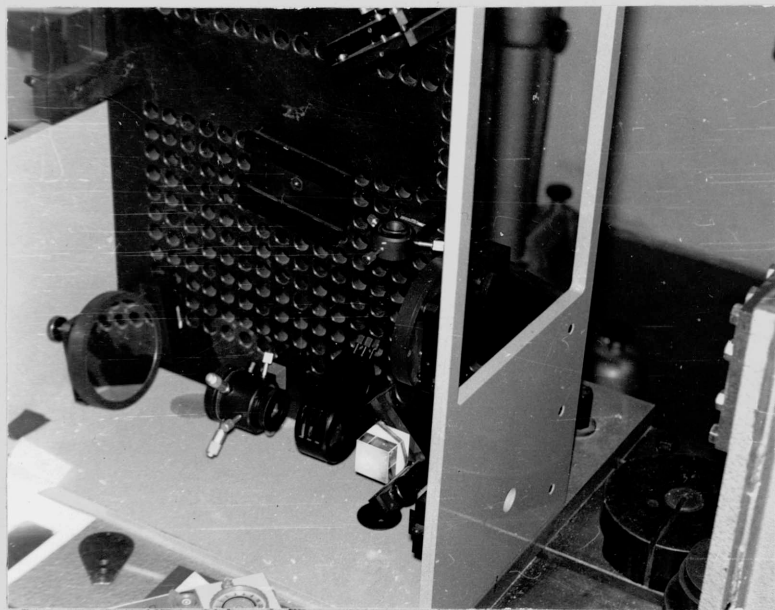
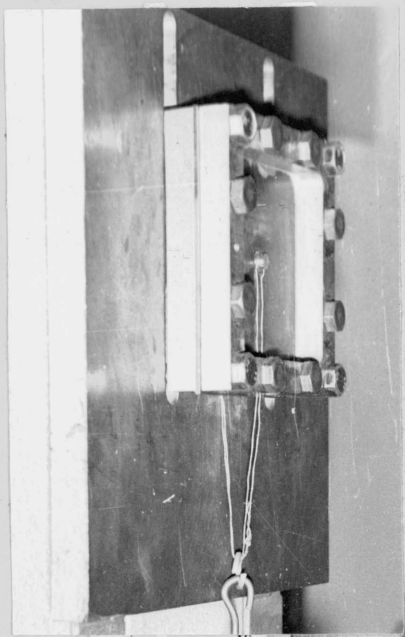
- [1] Aleksandrov A.J., Achmetzianov M.Ch., Poliarizacjonnooptičeskie metody mechaniki deformujemogo tieła, Izd. Nauka, Moskva, 1973.
- [2] Bolland G.B., Flexibility and stiffness matrices for an open - tube warping constraint finite element, w: The mathematics of finite elements and applications, Proc. of the Brunel University conference of the Institute of Mathematics and Its Applications Weld in April 1972, Academic Press, London and New York, 1973.
- [3] Beermann H.J., Torsionsberechnung verdrehweicher Nutzfahrzeugrahmen bei Berücksichtigung verwindungsnachgiebiger Knoten, Automobil Industrie, Nr 2, 1976.
- [4] Będziński R., Jankowski L. i in., Zestaw pomiarowy do badań odkształceń i naprężeń metodą elastooptycznej warstwy powierzchniowej, Raporty IKEM Polit.Wrocł. nr 321, 1976.
- [5] Będziński R., Jankowski L., Romanów F., Zastosowanie elastooptycznej metody warstwy powierzchniowej w badaniu rozkładów naprężeń w elementach konstrukcji nośnej autobusu PR-100, Raporty IKEM Polit.Wrocł. nr 316, 1976.

- [6] Bokštein M.F., Isliedovanie optičeskich procesov v nieotjustirovannyh poliarizacijonnyh priborach, soderžaščich nietočnyje elementy.
- [7] Bulletin TDP-1, How to select photoelastic coatings, Photolas-tic Inc.
- [8] Chesin G.L. i in., Metod fotouprugosti, Strojizdat, Moskva, 1975.
- [9] Dojč I.I., K voprosu o rasčete na kručenje avtomobilnyh ram, Avtomobilnaja promyšlennost, Nr 6, 1961.
- [10] Doroszkiewicz R.S., Elastooptyka, PWN, Warszawa-Poznań, 1975.
- [11] Dubas M., Schumann W., On direct measurements of strain and ro-tation in holographic interferometry using the line of complete localization, Optica Acta, Vol. 22, No 10, 1975.
- [12] Erf R.K. ed., Holographic Nondestructive Testing, Academic Press. N.York and London, 1974.
- [13] Erz K., Der Fahrgestell-Rahmen von Lastkraftwagen, w: Automobil technisches Handbuch, Technischer Verlag Herbert Cram, Berlin, 1965.
- [14] Essers E., Rösch V., Zur Beanspruchung von Lastwagenrahmen, VDI Zeitschrift, Nr 27, Sept. 1957.
- [15] Gabryszewski Z., Teoria sprężystości, Skrypty Politechniki Wro-cławskiej, Wrocław, 1977.
- [16] Gelfgat D.B., Ošnokov W.A., Ramy грузовых avtomobilej, Mašgiz, Moskva, 1959.
- [17] Godfrey D.E.R., Theoretical elasticity nad plasticity for engi-neers, tłum. w jęz. rosyjskim, Izd.Budivelnik, Kijev, 1969.
- [18] Jakubowicz A., Orłoś Z., Wytrzymałość materiałów, WNT, Warszawa, 1970.
- [19] Josilievič G.B., Osipova G.W., Vechova E.S., Raspredelenije na-prijaženij v gołovkach bołtov, Vestnik mašinostrojenija, Nr 1, 1978.
- [20] Kałandia A.I., Matematičeskiye metody dvumiernoj uprugosti, Izd. Nauka, Moskva, 1973.
- [21] Kraftfahrzeug - Und Motorenkunde - Band III, Fahrzeugbau, VEB Verlag Technik, Berlin, 1954.
- [22] Legras J., Praktyczne metody analizy numerycznej, WNT, Warsza-wa, 1971.
- [23] Lelčuk L.M., Sarchosjan G.N., Kobrin M.M., Gurman W.S., Ispyta-nja i remont avtomobilnyh ram, Transport, Moskva, 1974.

- [24] Lisicyn A.I., Ostrenko W.J., Modelirovanje processov obrabotki metalov davlenijem, Izd.Technika, Kijev, 1976.
- [25] Liu H.K., Kurtz R.L., Practical Method for Holographic Interference Fringe Assessment, Optical Engineering, Vol.16, No 2, 1977.
- [26] Multhopp v.H., Die Berechnung der Auftriebsverteilung von Tragflügeln, Luftfahrtforschung, Bd. XV, N 4, 1938.
- [27] Muscheliszvili N.I., Niekotoryje osnovnyje zadači matematičeskoj teorii uprugosti, Izd. Ak.Nauk ZSRR, 1949.
- [28] Muscheliszvili N.I., Singularnyje integralnyje uravnienja, Moskva, 1962.
- [29] O celach i metodach pomiarów odkształceń i naprężeń w materiałach i konstrukcjach budowlanych, praca zbiorowa, Ossolineum, 1973.
- [30] Panow D., Metody numeryczne rozwiązywania równań różniczkowych cząstkowych, PWN, Warszawa, 1955.
- [31] Romanów Fr., Słomka A., Doświadczalne określenie sztywności skrętnej węzłów i ram samochodowych, Technika Motoryzacyjna, Nr 5, 1975.
- [32] Romanów Fr., Słomka A., Zabłocki W., Berechnung Der LKW-Rahmen Unter Berücksichtigung Der Theorie Der Unfreien Torsion, III Tagung Festkörpermechanik, Mai, 1976.
- [33] Rusiński E., Obliczenia ram samochodowych według metody elementów skończonych i teorii prętów cienkościennych, Technika Motoryzacyjna, Nr 1 i 2, 1978.
- [34] Ševljakov J.A., Matričnyje algoritmy v teorii uprugosti nieodnorodnych sred, Višča Škola Kijev-Odessa, 1977.
- [35] Słomka A., Określenie rzeczywistej sztywności skrętnej węzłów i ram nitowanych, Komunikaty IKEM Polit.Wrocł., Nr 259, 1977.
- [36] Štajerman I.J., Kontaktnaja zadača teorii uprugosti, Gostechizdat, 1949.
- [37] Steinblicher H., Przyczynek do ilościowej oceny interferogramów holograficznych, Rozprawa doktorska, TU Monachium, 1972 (tłum. z jęz. niemieckiego).
- [38] Szmidt J.K., Analiza ram z elementów cienkościennych, Rozprawy Inżynierskie, Z.3, 1975.
- [39] Tidbury G.H., Thin walled beam theory in commercial vehicle design, School of Automotive Studies, Cranfield, 1975.

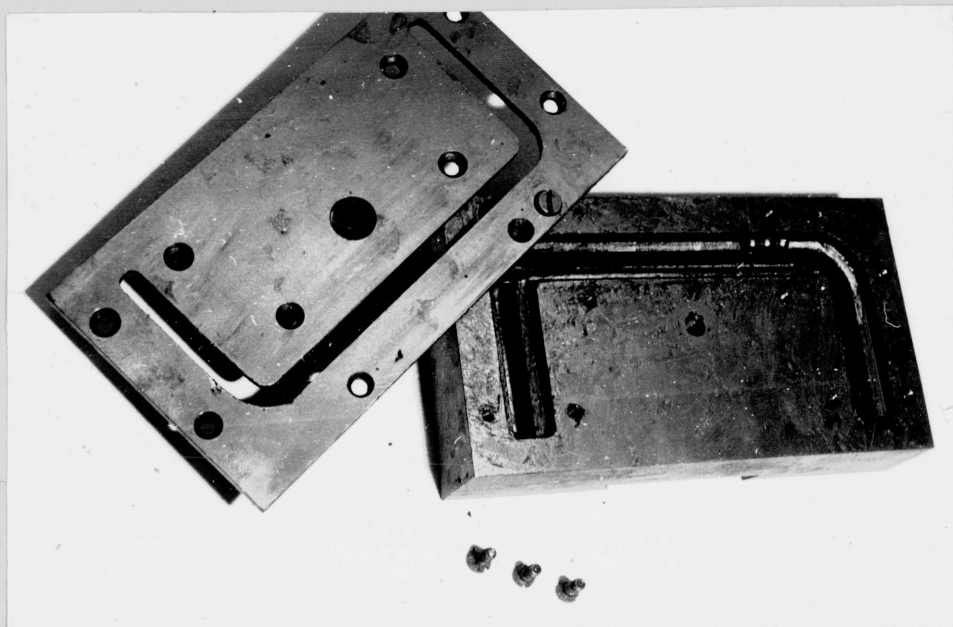
- [40] Wacewicz H., Wymuszona dwójłomność optyczna tworzyw modelowych przy obciążeniach zmiennych, Rozprawa doktorska, WAT, Warszawa, 1975.
- [41] Zaks M.N., Opriedelenije usilij v zaklepkach pri kručeni ram gruzovych avtomobilej, Avtomobilnaja promyšlennost, Nr 5, 1963.
- [42] Zaks M.N., Lelčuk L.M., O rabotie zaklepok v uzłach ram gruzovych avtomobilej, Avtomobilnaja promyšlennost, Nr 6, 1967
- [43] Zandman F., Redner S.S., Riegner E.I., Reinforcing Effect of Birefringent Coatings, Experimental Mechanics, No 2, 1962.

ZAŁĄCZNIK 1
Aparatura pomiarowa

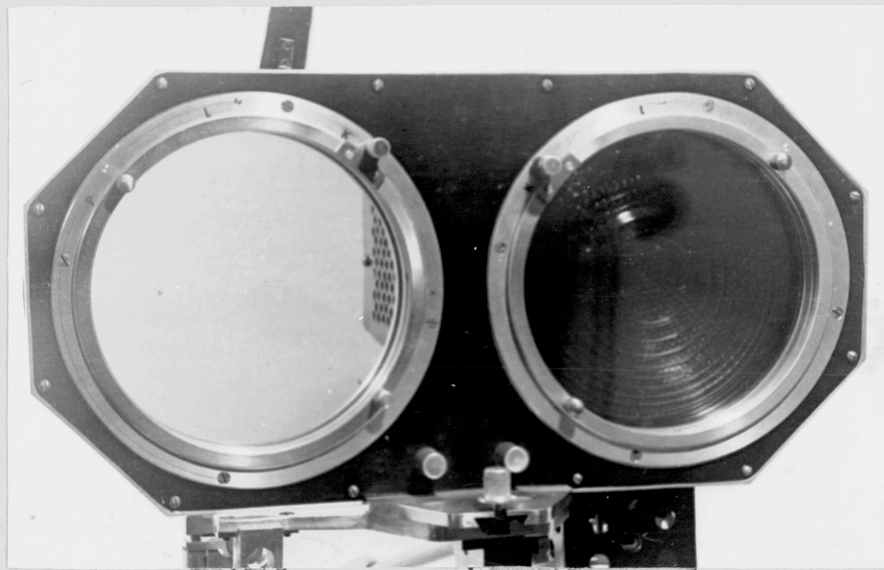


Rys. 1z. Sposób mocowania
płyty na stanowisku holo-
graficznym.

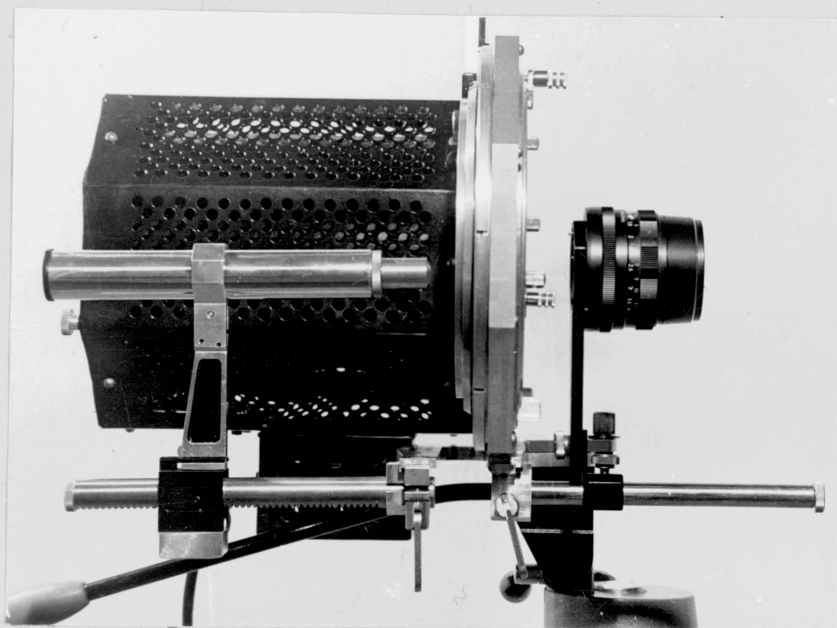
Rys. 2z. Widok płyty i fragmentu
stanowiska pomiarowego.



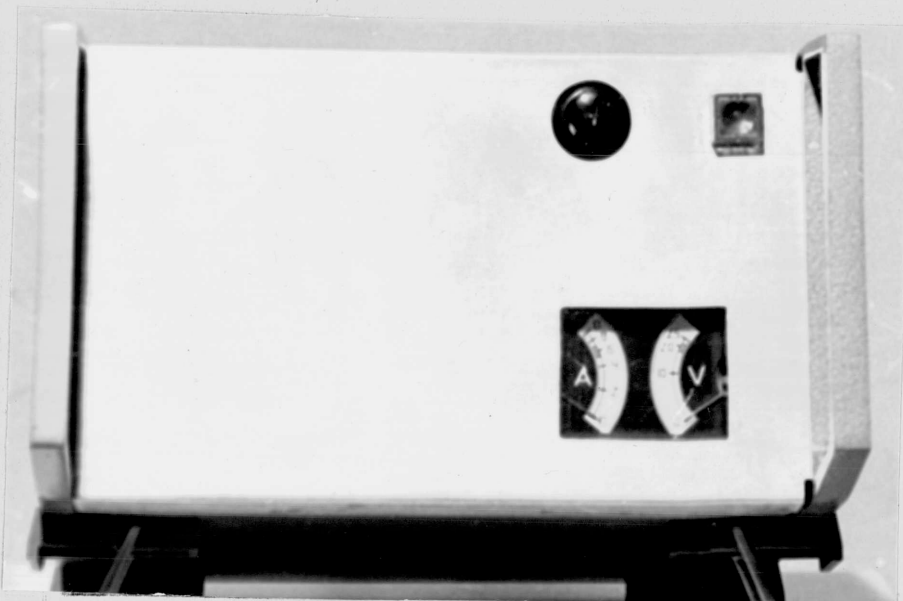
Rys. 3z. Widok głowicy utwierdzającej.



Rys. 4z. Widok
polaryskopu RP-1A.

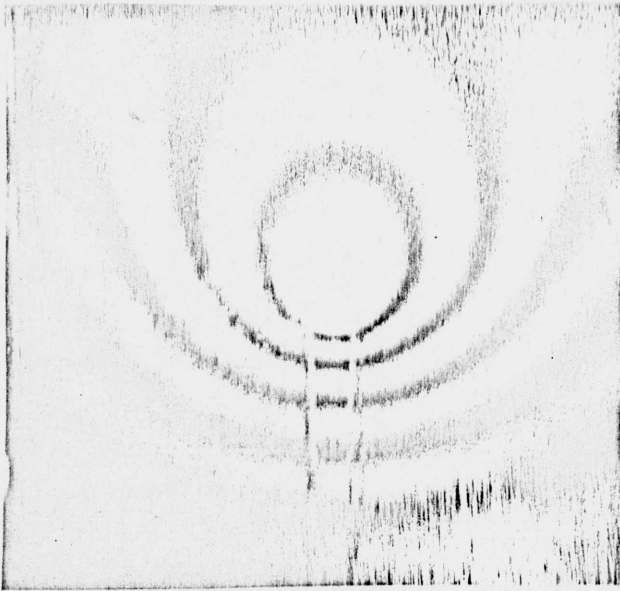


Rys. 5z. Widok
oświetlacza pola-
ryskopu RP-1A
oraz układu mi-
kroskopowego.

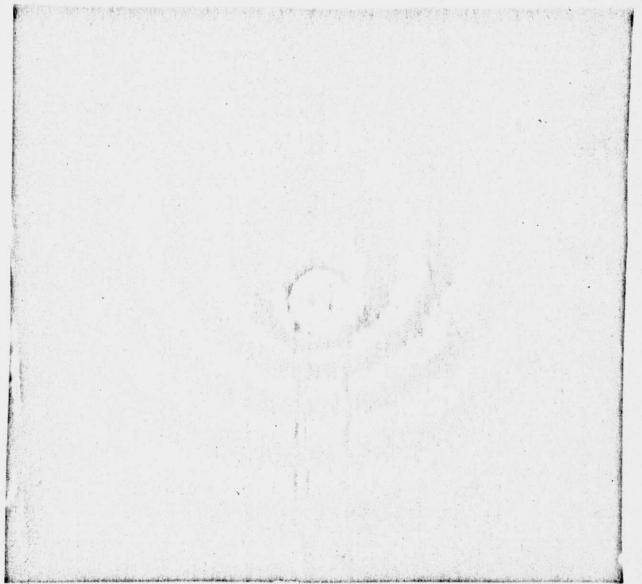


Rys. 6z. Widok pły-
ty czołowej zasi-
lacza ZH-6/20.

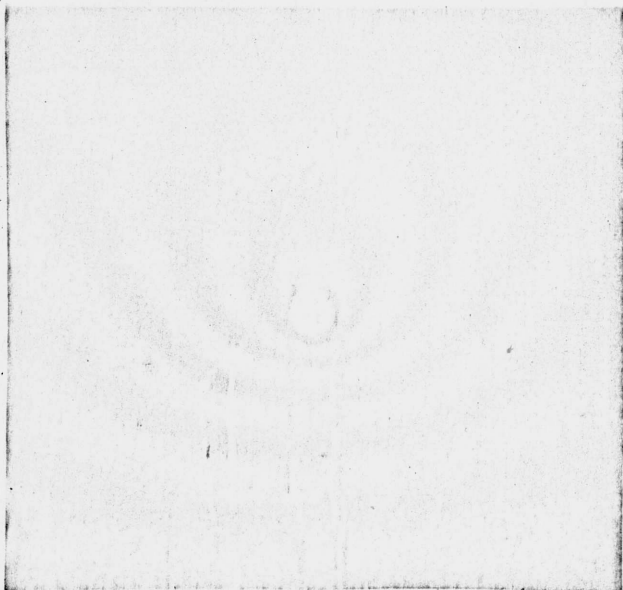
ZALĄCZNIK 2
Interferogramy - holograficzne



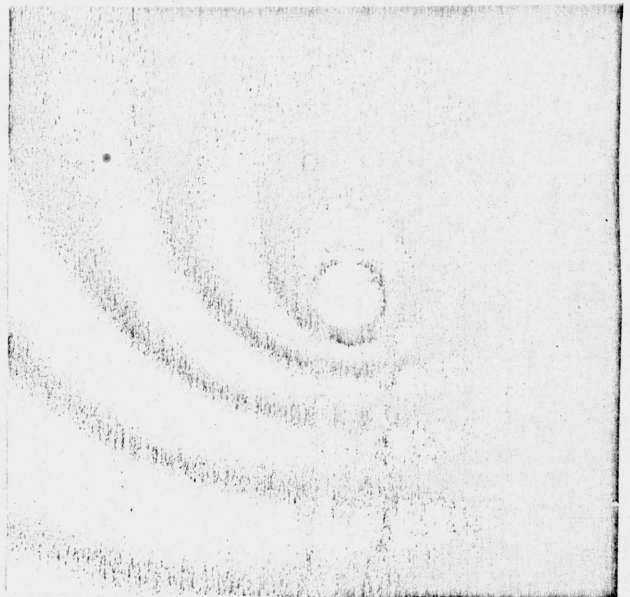
Rys. 7az. $P = 0,14 \text{ kN}$; 0



Rys. 7bz. $P = 0,14 \text{ kN}$; $\frac{1}{3}\pi$.



Rys. 7cz. $P = 0,14 \text{ kN}$; $\frac{2}{3}\pi$.



Rys. 8az. $P = 0,15 \text{ kN}$; 0.



Рис. 8bz. $P = 0,15 \text{ kN}$; $\frac{1}{3} \pi$.

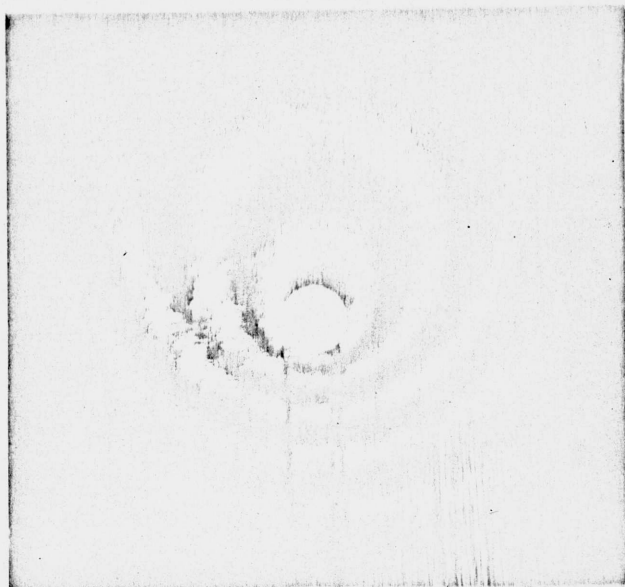


Рис. 8cz. $P = 0,15 \text{ kN}$; $\frac{2}{3} \pi$.

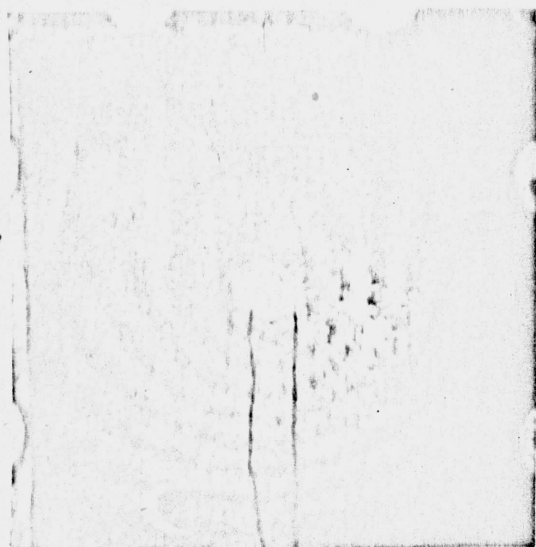


Рис. 9az. $P = 0,21 \text{ kN}$; 0.



Рис. 9bz. $P = 0,21 \text{ kN}$; $\frac{1}{3} \pi$.

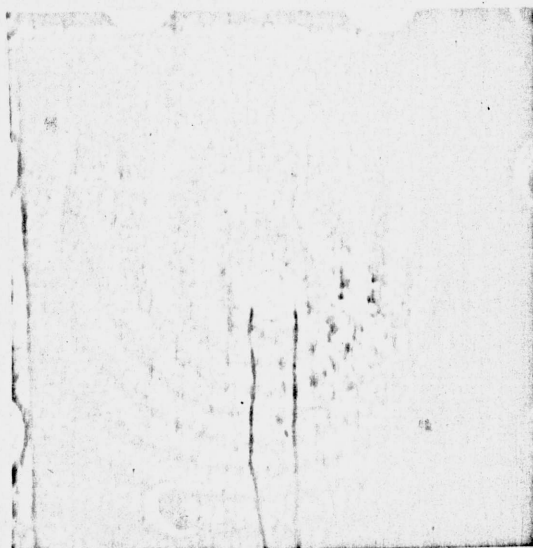
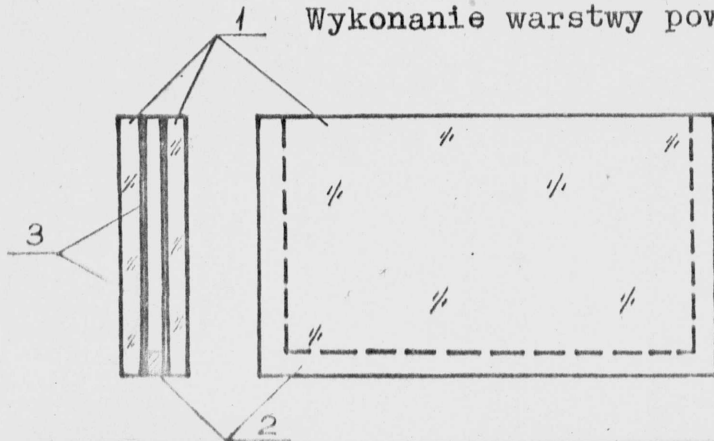


Рис. 9cz. $P = 0,21 \text{ kN}$; $\frac{2}{3} \pi$.

ZAŁĄCZNIK 3

Wykonanie warstwy powierzchniowej.



Rys. 10z. Forma do odlewania płyt materiału optycznie czułego:

- 1 - szklane płyty,
- 2 - przekładki dystansowe,
- 3 - folia oddzielająca (Estrafol).

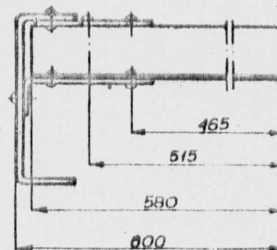
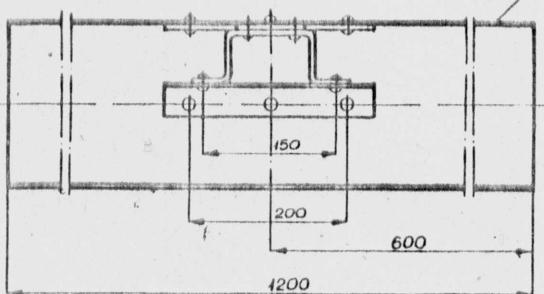


Rys. 11z. Widok warstwy powierzchniowej naklejonej na badanym węźle.

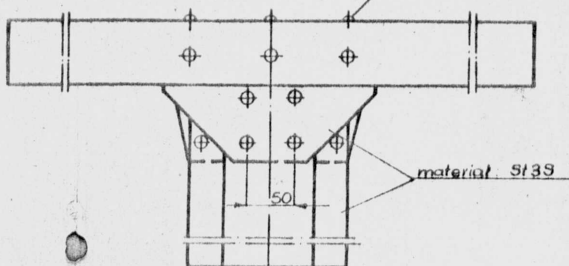
ZAŁĄCZNIK 4

Rysunki węzłów.

materiał: BG2A

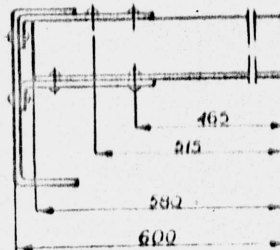
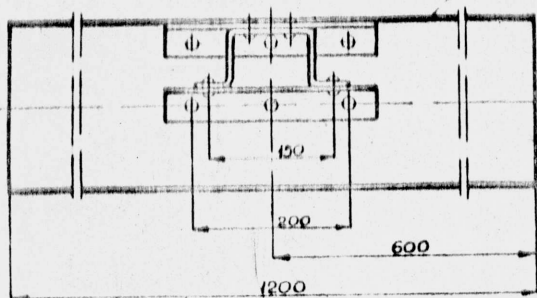
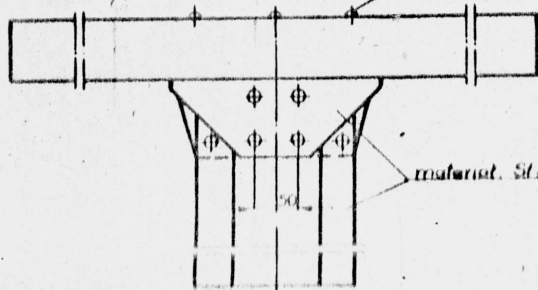


Rys. 12z. Schemat konstrukcyjny węzła nr 1.1.

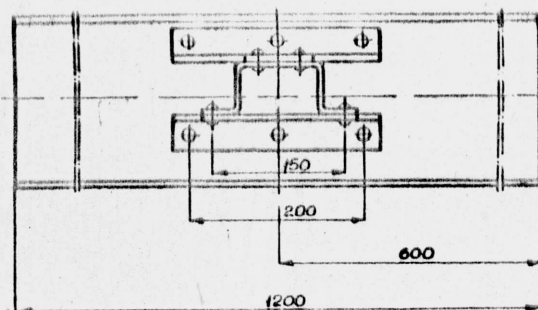
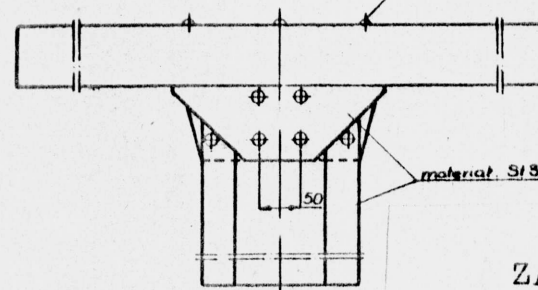
Nit $\phi 10 \times 20$ PN-70/M-82952

materiał: St3S

materiał 18G2A

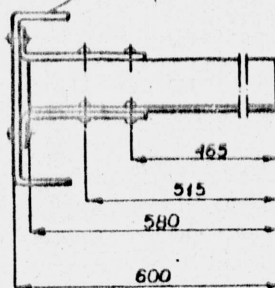
Nit $\phi 10 \times 20$ PN-70/M-82952

materiał St 35

Nit $\phi 10 \times 20$ PN-70/M-82952

materiał St 35

materiał 18G2A

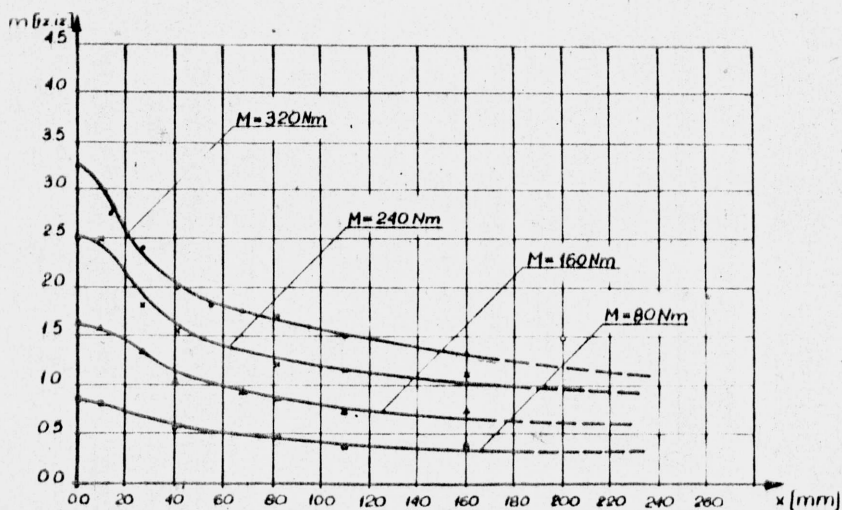


Rys. 13z. Schemat konstrukcyjny węzła nr 2.1.

Rys. 14z. Schemat konstrukcyjny węzła nr 3.1.

ZAŁĄCZNIK 5

Wyniki pomiarów.



Rys. 15z. Przykładowy wykres izochrom na brzegu pręta.



Rys. 10g. Schemat obciążenia próbki.

Tabela 1a.
Wyniki pomiarów własności mechaniczno-optycznych materiału warstwy.

Nr próbki	Wymiary próbki [mm]			E	σ_E	E_{sr}	$\sigma_{E sr}$	K_E	σ_K	$K_{E sr}$	$\sigma_{K sr}$
	b	h	l	MN/m ²	MN/m ²	MN/m ²	MN/m ²	-	-	-	-
1.1.	4,4	17,7	200	3 026	119,0	3 026	23,5	0,1225	$2,53 \cdot 10^{-3}$	0,1254	$1,96 \cdot 10^{-3}$
2.1.	4,4	16,8	200	3 000	127,0			0,1262	$1,98 \cdot 10^{-3}$		
3.1.	4,5	17,5	200	3 021	81,8			0,1265	$1,24 \cdot 10^{-3}$		
4.1.	4,2	16,5	140	3 057	86,6			0,1265	$0,98 \cdot 10^{-3}$		
1.2.	3,4	12,1	140	2 988	56,1	2 925	42,2	0,1254	$2,20 \cdot 10^{-3}$	0,1222	$2,46 \cdot 10^{-3}$
2.2.	3,5	11,0	140	2 906	76,6			0,1220	$1,40 \cdot 10^{-3}$		
3.2.	3,3	11,6	140	2 908	74,5			0,1220	$0,92 \cdot 10^{-3}$		
4.2.	3,5	12,0	140	2 898	85,3			0,1194	$3,41 \cdot 10^{-3}$		
1.3.	3,5	12,5	140	3 138	91,7	3 123	20,7	0,1210	$0,82 \cdot 10^{-3}$	0,1219	$1,13 \cdot 10^{-3}$
2.3.	3,5	13,2	140	3 142	57,4			0,1209	$1,50 \cdot 10^{-3}$		
3.3.	3,4	12,3	140	3 100	41,9			0,1232	$1,6 \cdot 10^{-3}$		
4.3.	3,5	12,5	140	3 110	33,4			0,1225	$2,0 \cdot 10^{-3}$		
1	4,8	12,5	125	2 968	58,9	2 983	14,2	0,1216	$1,21 \cdot 10^{-3}$	0,1223	$5,20 \cdot 10^{-4}$
2	4,8	12,3	125	2 973	26,2			0,1230	$0,70 \cdot 10^{-3}$		
3	4,8	12,6	125	2 988	49,0			0,1225	$0,95 \cdot 10^{-3}$		
4	4,8	12,3	125	2 971	47,7			0,1220	$1,54 \cdot 10^{-3}$		
5	4,8	12,4	125	3 000	59,9			0,1226	$2,23 \cdot 10^{-3}$		
6	4,8	12,8	125	2 998	66,0			0,1219	$0,87 \cdot 10^{-3}$		

Kąty skręcenia prętów (przy M = 320 Nm).

Tabela 2a.

Obciążenie	Nr węzła											
	1.1.				2.1.				3.1.			
	φ [rd]	σ_φ [rd]	φ_t [rd]	$\delta\varphi$ [%]	φ [rd]	σ_φ [rd]	φ_t [rd]	$\delta\varphi$ [%]	φ [rd]	σ_φ [rd]	φ_t [rd]	$\delta\varphi$ [%]
1	0,0649	$2,41 \cdot 10^{-3}$	0,0695	-6,6	0,0685	$3,03 \cdot 10^{-3}$	0,0695	-1,4	0,0652	$1,97 \cdot 10^{-3}$	0,0695	-6,2
2	0,0675	$1,52 \cdot 10^{-3}$	0,0695	-2,9	0,0612	$2,26 \cdot 10^{-3}$	0,0695	-11,9	0,0642	$4,16 \cdot 10^{-4}$	0,0695	-7,6
3	0,0670	$1,24 \cdot 10^{-4}$	0,0415	61,4	0,0729	$9,65 \cdot 10^{-4}$	0,0636	14,6	0,0784	$6,42 \cdot 10^{-3}$	0,0654	19,9

Uwaga: w tabeli podano wartości kątów skręcenia prętów: obc. 1 i 2 - poprzeczka, obc. 3 - podłużnica.

Mgr inż. Ludomir Jankowski

Instytut Konstrukcji i Eksploatacji Maszyn

Politechniki Wrocławskiej

Wrocław, Wybrzeże Wyspiańskiego 27

Pracę złożono w Redakcji Instytutu 10.07.78.

ODBIORCY:

- | | |
|--|---|
| 1. Komisja Rady Naukowo-Dydaktycznej Instytutu Konstrukcji i Eksploatacji Maszyn d/s Przewodów Doktorskich | 2 |
| 2. Doc.dr inż. Franciszek Romanów | 1 |
| 3. Biblioteka Główna Politechniki Wrocławskiej | 1 |
| 4. Biblioteka i Ośrodek Informacji Inst.KEM | 2 |
| 5. Autor | 2 |

		1	2	3	4	5	6	7	8		9
	* N *										
		N. N. S. R. T. T. A. N								1.2.0.4 1.2.0.6	
	Rozpocz. pr.	Zakończ. pr.		Opubl. pr.		Instytut		Nr tematu			
	0.3.2.5	0.7.7.8				I.1.6		1.6.1.1.4.1.3			
Nr zlecenia		Nr archiwalny									
		I.1.6./K-4.0.2./7.8									
Symbol UKD		Połączenia nitowe								78:Inst.Konstr. Ekspl.Masz.) PWr MNSzWT	
621.884										pol.	

Opis bibliograficzny

Jankowski Ludomir

Określanie składowych stanu naprężenia
w nitowanych węzłach ram samochodowych

Komunikaty Inst. Konstr. Ekspl. Masz. PWr.
1978 nr 402

98 s. 63 rys. 5 tabl. bibliogr. 43 poz.
(maszyn. powiel.)

Rozprawa doktorska

Politechnika Wrocławska,

Instytut Konstrukcji i Eksploatacji Maszyn

Promotor: doc. dr inż. Franciszek Romanów

Charakter pracy: stosowana
Materiały odpłatne A

Rozpowszechnienie na praw.
ręk.

Analiza dokumentacyjna

<D Przedstawiono analityczną metodę określania składowych stanu naprężenia w nitowanych węzłach ram samochodowych założeniem tarczowego modelu węzła obciążonego siłami skupionymi przyłożonymi w punktach nitowania. Dodatkowo rozpatrzono zagadnienia związane ze zjawiskami kontaktowymi występującymi w strefie styku trzonu nita z łączonymi elementami. Doświadczalna weryfikacja rozwiązań teoretycznych, dokonana metodami elastooptycznej warstwy powierzchniowej oraz interferometrii holograficznej, potwierdziła poprawność przyjętego modelu obliczeniowego nitowanego węzła. Omówiono również niektóre aspekty zastosowania elastooptycznej metody warstwy powierzchniowej do badania konstrukcji wykonanych z prętów cienkościennych skręcanych nieswobodnie.

Imię i Nazwisko autora analizy

Ludomir Jankowski

Słowa kluczowe

<S

ramy samochodowe, węzły nitowane, stan naprężeń

**0480*00* 040062

<A.....*B.....*C.....*D.....

*E.....*F.....*G.....*H.....

Tylko PRL	CINIE	APW	Podpis red.	Podpis asyst. d/s badań	Potwierdzenie przyjęcia poprawki	Potwierdzenie przyjęcia karty w Oddziale Dokumentacji
nie	tak	tak				
Wpisać TAK lub NIE						