

Magdalena Kisielewska

Uniwersytet Szczeciński

CHARAKTERYSTYKA WYBRANYCH METOD POMIARU EFEKTYWNOŚCI BAZUJĄCYCH NA KRZYWYCH EFEKTYWNOŚCI

1. Wstęp

Analiza krzywych efektywności (ang. *frontier analysis*) jest jednym ze sposobów względnego (relatywnego) klasyfikowania wyników działalności jednostek gospodarczych na tle innych podmiotów danej zbiorowości. Większość przedsiębiorstw komercyjnych i instytucji (w tym również *non-profit*) porównuje osiągnięte przez siebie wyniki z wynikami konkurencji. Podlega także ocenie specjalistów zewnętrznych, a w przypadku wybranych grup jest również notowana w różnego rodzaju rankingach¹.

Najlepsze podmioty tworzą tzw. *benchmarki* – punkty odniesienia (wzorce) dla reszty zbiorowości. Jednym z narzędzi pomocnych w wyborze benchmarków jest właśnie analiza efektywności wykorzystująca krzywe efektywności. Podstawowe zalety metod tego typu można podzielić na 2 grupy. Po pierwsze, metody te umożliwiają przeprowadzenie oceny efektywności nawet osobom mającym nieznaczną wiedzę czy doświadczenie na temat ocenianej zbiorowości, a także wyłonienie podmiotów najlepszych, tworzących tzw. najlepsze praktyki (ang. *best practice*). Wyrażają one efektywność poprzez podanie konkretnej wartości liczbowej, szeroko określają te obszary działalności ocenianych podmiotów, w których występuje nadmierne zużycie nakładów i/lub wytworzenie zbyt niskich efektów. Po drugie, gdy analiza krzywych efektywności jest narzędziem wykorzystywanym przez specjalistów, wówczas daje możliwość obiektywnego wyłonienia tych obszarów dzia-

¹ Zwykle są to grupy branżowe lub grupy dużych firm, np. *Fortune 1000*, lista 500 największych polskich przedsiębiorstw zestawiana przez dziennik „Rzeczpospolita”, ranking szkół wyższych tygodnika „Polityka” itp.

łania badanych podmiotów, które mogą być uznane za najlepsze praktyki, co nie zawsze jest możliwe w przypadku oceny opartej na tradycyjnych metodach wyznaczania benchmarków – głównie z powodu braku odpowiedniej metodologii, takiej jak programowanie liniowe.

Analiza krzywych efektywności, powszechnie stosowana przez naukowców, nie dostarcza praktykom zarządzania zbyt wielu informacji o charakterze jakościowym, których wcześniej nie znali. Niewątpliwie jednak nowością jest wyrażenie tych jakościowych informacji w sposób mierzalny, w postaci konkretnych wartości liczbowych. Analiza krzywych efektywności dostarcza bowiem całościowego, opartego na obiektywnych kryteriach i wyrażonego liczbowo pomiaru efektywności podmiotów badanej zbiorowości wraz z ich rankingiem (w literaturze ekonomicznej nosi to nazwę efektywności typu *X* – ang. *X-efficiency*). Jest to jedna z podstawowych zalet metod szacowania efektywności opartych na analizie krzywych efektywności.

W niniejszej pracy, za Rogowskim [Pawłowska 2003, s. 63, por. Tavares 2002], przyjęto następujące definicje: produktywność (ang. *productivity*) danego obiektu jest mierzona jako iloraz rzeczywistych efektów podzielonych przez rzeczywiste nakłady. W przypadku występowania wielu efektów i wielu nakładów pomiar produktywności nie jest możliwy i konieczne jest wykorzystanie innej miary. Powszechnie stosowaną miarą jest efektywność (ang. *efficiency*) obiektu, która określa relację pomiędzy produktywnością danego obiektu a produktywnością obiektu efektywnego, tzn. maksymalną produktywnością możliwą do osiągnięcia w danych warunkach technologicznych. Do pomiaru efektywności nie jest wymagana znajomość jej rzeczywistej produktywności – jej pomiar nie jest możliwy w przypadku występowania więcej niż jednego efektu. Tak zdefiniowana efektywność przybiera wartości od 0 do 1 (od 0 do 100%). W obiektach efektywnych – które jednocześnie tworzą krzywą efektywności, a ich współczynnik efektywności wynosi 1 (100%) – są to obiekty efektywne², w przypadku zaś obiektów leżących poniżej krzywej wielkość współczynnika jest mniejsza niż 1 (100%) i wskazuje poziom nieefektywności.

Ocena działalności podmiotów gospodarczych w ciągu ostatnich lat jest obiektem wzmoczonego zainteresowania badaczy stosujących zaawansowane metody analizy wielowymiarowej bazujące na krzywych efektywności. Metody te, powszechnie stosowane poza granicami naszego kraju, w Polsce wciąż są mało popularne. Nie uwzględniono relatywnie nielicznych analiz sektora usług finansowych (głównie banków), spółek Agencji Własności Rolnej Skarbu Państwa [Rogowski 1998] czy oceny efektywności polskich bibliotek akademickich [Nellis i in. 2003]³.

Celem niniejszego artykułu jest przybliżenie podstaw metodologicznych pięciu głównych metod oceny efektywności bazujących na krzywych efektywności. Me-

² Są sytuacje, w których obiekt nie jest efektywny. Jest to tak zwany obiekt graniczny (*boundary object*). Szczegóły zob. [Charmers i in. 1997; Rusielik 2000].

³ Światowa bibliografia dotycząca samej metody DEA zawiera ponad 3200 pozycji [Simar, Wilson 1995].

tody te bowiem mogą stać się cennym narzędziem dla analityków, praktyków zarządzania i instytucji nadzorujących, wzbogacającym tradycyjne metody oceny działalności gospodarczej.

2. Klasyfikacja metod pomiaru efektywności

W metodach pomiaru efektywności bazujących na krzywych efektywności można wyróżnić dwa ujęcia:

- 1) nieparametryczne,
- 2) parametryczne.

Różnią się one od siebie założeniami co do podstawowych kwestii dotyczących:

- rodzaju funkcji i parametrów opisujących krzywą efektywności – funkcje stosowane w metodach parametrycznych mają więcej ograniczeń niż ich odpowiedniki w metodach nieparametrycznych,
- błędu losowego – w metodach nieparametrycznych zakłada się, że błąd losowy nie występuje,
- rozróżnienia pomiędzy występowaniem błędu losowego a nieefektywnością – podejście ekonometryczne (parametryczne) dokonuje takiego rozróżnienia w przeciwieństwie do podejścia matematycznego (nieparametrycznego), w którym, generalnie rzecz ujmując, zakłada się, że każde odchylenie od krzywej efektywności odzwierciedla nieefektywność (innymi słowy w podejściu nieparametrycznym dokonuje się rozróżnienia pomiędzy występowaniem błędu a nieefektywnością w taki sposób, że zakłada się, że błąd losowy jest równy zeru).

Stochastic Frontier Analysis (SFA), Distribution Free Approach (DFA) i Thick Frontier Approach (TFA) należą do grupy metod parametrycznych, podczas gdy Data Envelopment Analyses (DEA) oraz Free Disposal Hull (FDH) do grupy metod nieparametrycznych⁴.

2.1. Metody nieparametryczne

Data Envelopment Analysis (DEA)

Metoda DEA jest metodą deterministyczną, zakładającą brak składnika losowego oraz niewymagającą wyspecyfikowania zależności funkcji między nakładami a efektami. Autorzy metody DEA (Charnes, Cooper i Rhodes [1978]) bazują na koncepcji produktywności sformułowanej przez Debreu [1951] i Farrelli [1957], definiującej miarę produktywności jako iloraz pojedynczego wyniku i pojedynczego nakładu. Zastosowali oni tę koncepcję do sytuacji wielowymiarowej, w której możemy dysponować co najmniej jednym nakładem i więcej niż jednym wynikiem. W tym sensie DEA koncentruje się raczej na mierzeniu produktywności czy „efek-

⁴ W literaturze polskojęzycznej zazwyczaj wykorzystuje się angielskie nazwy metod.

tywności technicznej” (efektywność typu X) niż na pomiarze efektywności w sensie ekonomicznym. Efektywność techniczna bada relację między poziomem nakładów i efektów. Firma efektywna technicznie albo maksymalizuje osiągane efekty przy danym poziomie nakładów, albo minimalizuje nakłady w celu osiągnięcia określonego poziomu efektów. Efektywność w sensie ekonomicznym jest pojęciem nieco szerszym, dotyczy bowiem optymalnego doboru poziomu i rodzajów poszczególnych nakładów i efektów, bazującego na reakcji na ceny rynkowe. Firma jest efektywna w sensie ekonomicznym, jeśli optymalizuje jeden z ekonomicznych celów działania, tj. minimalizuje koszty lub maksymalizuje efekty.

DEA jest metodą programowania liniowego, za pomocą którego tworzy się krzywą efektywności danej zbiorowości na podstawie najbardziej efektywnych jednostek tej zbiorowości. Obiekty są uważane za efektywne technicznie, jeżeli znajdują się na krzywej. Gdy zaś znajdują się poniżej krzywej efektywności, są nieefektywne technicznie. Efektywność obiektu (jednostki decyzyjnej) jest mierzona względem innych obiektów z badanej grupy.

Free Disposal Hull (FDH)

FDH jest szczególnym przypadkiem DEA, w którym punkty na liniach łączących obiekty uznane w DEA za efektywne nie znajdują się na krzywej efektywności DEA. W przeciwieństwie do takiej sytuacji funkcja produktywności w metodzie FDH składa się tylko i wyłącznie z takich punktów i zawiera się wewnątrz krzywej wyznaczonej metodą DEA dla tej samej zbiorowości i przy założeniu takich samych nakładów i efektów. Z punktu widzenia minimalizowania nakładów w celu osiągnięcia określonego poziomu efektów DEA dopuszcza liniową substytucję kombinacji nakładów na izokwancie, na co nie zezwala FDH. W związku z tym izokwanta w FDH przybiera postać funkcji kroczącej (ang. *step function*), utworzonej z punktów przecięcia linii biegnących z kombinacji nakładów charakteryzujących badaną zbiorowość. Ze względu na to, że krzywa efektywności wyznaczona metodą FDH zawiera się wewnątrz krzywej DEA, miary efektywności oszacowane metodą FDH z reguły będą wyższe niż szacunki uzyskane metodą DEA.

Zasadniczą wadą podejścia nieparametrycznego jest to, że nie uwzględnia ono możliwości występowania w danych błędu losowego, przyjmując założenie, że otrzymane rezultaty nie są zależne ani od błędów pomiaru czy nadzwyczajnie dobrych (albo złych) wyników badanych podmiotów w jakimś okresie (czynnik szczęścia), ani od arbitralnych zasad rachunkowości, które mogłyby spowodować różnicę w wartościach nakładów i efektów wykazywanych w księgach w porównaniu z rzeczywiście zrealizowanymi w danym okresie. Jeśli którykolwiek z tych błędów wystąpił w danych podmiotu uznanego za nieefektywny, uzyskana ocena efektywności będzie nieprawdziwa dla tego podmiotu. Jednakże o wiele bardziej problematyczna może okazać się sytuacja, w której którykolwiek z tych błędów wystąpi w danych podmiotu uznanego za efektywny i tworzącego krzywą efektywności – punkt odniesienia dla reszty zbiorowości. W takim przypadku może okazać się niewłaściwy pomiar efektywności dla wszystkich pozostałych podmiotów.

2.2. Metody parametryczne

Stochastic Frontier Approach (SFA)

W odpowiedzi na krytykę metod matematycznego programowania liniowego Aigner, Lovell i Schmidt [1977] opracowali model stochastyczny, zwany *Stochastic Frontier Approach* (SFA). Metoda ta, zwana także *Econometric Frontier Approach*, określa funkcję kosztów, zysków czy relacji pomiędzy nakładami, efektami i czynnikami w otoczeniu firmy, uwzględniając błąd losowy. Funkcje te określają odpowiednie krzywe efektywności (mierzące np. efektywność zorientowaną na efekty czy nakłady). Odchylenie od krzywej efektywności dla danego podmiotu składa się z dwóch elementów: 1) błędu losowego oraz 2) nieefektywności. Zakłada się, że błąd losowy ma rozkład dwustronny, podczas gdy nieefektywność, ze względu na to, że powoduje podwyższenie kosztów, ma rozkład jednostronny. Arbitralne ustalenie rodzaju rozkładu błędu losowego i nieefektywności dało podstawy do krytyki SFA.

Distribution Free Approach (DFA)

DFA przedstawia alternatywny dla SFA sposób szacowania relatywnej nieefektywności. DFA nie stawia ograniczeń co do rodzaju rozkładu błędu losowego i nieefektywności. W przeciwieństwie do SFA DFA zakłada stabilność w czasie podmiotów uznanych za efektywne oraz uśrednianie do zera błędu losowego. Szacunek nieefektywności dla poszczególnych firm jest więc zależny od różnicy między średnią reszty konkretnej firmy a średnią resztą dla firmy występującej na krzywej efektywności.

Metoda DFA nie jest tak jak SFA ograniczona założeniami co do rozkładu, jest jednak ograniczona warunkiem co do stabilności oszacowań efektywności w czasie. W przypadku zmian efektywności (np. w wyniku usprawnień technologicznych, przeprowadzonych reform itp.) można jedynie oszacować poziom nieefektywności konkretnej firmy.

Thick Frontier Approach (TFA)

TFA⁵ nie szacuje efektywności pojedynczych podmiotów, określa jedynie ogólny poziom efektywności badanej zbiorowości. Pierwszym etapem jest podział zbiorowości np. na kwantyle czy kwantyle. Następnie wyznacza się dwie krzywe, tzw. *thick frontiers* – dla najniższych i najwyższych wartości parametrów wybranej funkcji (kosztów, efektów itp.). W szacowaniu efektywności kosztowej funkcja kosztów oszacowana dla podmiotów z najmniejszymi kosztami stanowi krzywą efektywności. Ponieważ zakłada się, że podmioty w tej grupie są najbardziej efektywne, przyjmuje się, że błąd statystyczny w oszacowanej funkcji nie zawiera różnic w efektywności, lecz jedynie błąd pomiarowy. Z kolei funkcja kosztów oszacowana dla podmiotów z największymi kosztami stanowi krzywą nieefektywności, gdyż zakłada się, że efektywność podmiotów z tej grupy jest poniżej przeciętnej.

⁵ W literaturze polskojęzycznej można spotkać się z nazwą „metoda (podejście) najmniejszych kosztów”, zob. [Pawłowska 2003, s. 61-62].

Podobnie jak poprzednio, przyjmuje się, że błąd statystyczny oszacowanej funkcji nie zawiera różnic w efektywności, lecz jedynie błąd pomiarowy. Różnice między tymi dwiema funkcjami kosztów stanowią miarę zróżnicowania efektywności w danej zbiorowości. TFA jest kolejną, po DFA, metodą nieposiadającą ograniczeń co do rozkładu szacowanych krzywych efektywności.

3. Wybór najlepszej metody oceny efektywności

Wśród badaczy efektywności nie ma zgodności co do preferowanej metody jej oceny. Dyskusja, którą w tym zakresie prowadzą uznane autorytety, sprowadza się do różnicy poglądów na temat wyboru mniejszego zła. Podejście parametryczne jest krytykowane głównie ze względu na narzucanie konkretnego rodzaju funkcji opisującej efektywność, co jednocześnie odgórnie determinuje kształt krzywej efektywności. Jeśli funkcja jest źle dobrana, to może się zdarzyć, że mierzona za jej pomocą efektywność również będzie wskazywała nieprawdziwe szacunki. Z kolei badaniom efektywności prowadzonym za pomocą metod nieparametrycznych zarzuca się przede wszystkim ignorowanie błędów losowych. Jeśli błędy te faktycznie występują w danych charakteryzujących badaną zbiorowość, to otrzymane szacunki efektywności, powstałe bez ich wyeliminowania, będą się różniły od wyników opisanych prawdziwą krzywą efektywności.

Stwierdzenie wyższości jednego z prezentowanych podejść do pomiaru efektywności wydaje się niemożliwe lub znacznie utrudnione, gdyż prawdziwy poziom efektywności pozostaje nieznanym [Berger, Humphrey 1997, s. 179-180]. W opinii niektórych badaczy rozwiązaniem może okazać się złagodzenie ograniczeń stosowanych w podejściu parametrycznym oraz uwzględnienie w podejściu nieparametrycznym błędów losowych. Takie próby zostały już podjęte. Niektóre badania bazujące na podejściu parametrycznym zaczęły wykorzystywać bardziej elastyczne rodzaje funkcji. Z kolei w podejściu nieparametrycznym rozwinęły się dwa nurty: analityczny i empiryczny. Pierwszy zmierza do sformułowania statystycznych podstaw DEA, w drugim zaś są podejmowane próby wprowadzenia statystycznej wersji DEA (zwanej bootstrappingiem [Seiford, Thrall 1990]).

4. Wyniki badań nad efektywnością instytucji finansowych w Polsce i na świecie

W praktyce badania efektywności zainteresowanie obydwoma podejściami do pomiaru efektywności, tj. parametrycznym i nieparametrycznym, jest dość podobne. Berger i Humphrey zebrali badania nad efektywnością instytucji finansowych przeprowadzone w okresie 1988-1997 [1997, s. 180-184]. Na 129 badań 69 przeprowadzono metodami nieparametrycznymi (z czego 62 za pomocą DEA, 5 za pomocą FDH, a pozostałe 2 to:

IN (*Nonparametric Index Number Approach*) oraz MOS (*Mixed Optimal Strategy*)), a 60 metodami parametrycznymi (z czego 24 to SFA, 20 – DFA, a 16 – TFA).

Tabela 1. Badania efektywności polskich instytucji finansowych przeprowadzone za pomocą metod bazujących na krzywych efektywności

Metoda	Autor (data ^{a)})	Średnia miara efektywności ^{b)} (dla danego okresu i/lub modelu)	Instytucja
DEA ^{c)}	G. Rogowski (1998)	b.d.	banki
SFA ^{d)}	T.P. Opiela (1999)	b.d.	banki
DEA	T. Kopczewski, M. Pawłowska (2001) M. Pawłowska (2003) ^{e)} M. Pawłowska (2005) ^{e)}	(1997): 0.64, 0.76, 0.85, 0.75, 0.85 (1998): 0.66, 0.79, 0.84, 0.79, 0.83 (1999): 0.72, 0.82, 0.89, 0.80, 0.90 (2000): 0.73, 0.81, 0.90, 0.78, 0.95 (2001): 0.74, 0.81, 0.93, 0.79, b.d. (2002): 0.72, 0.83, 0.87, 0.77, b.d. (2003): 0.73, b.d., b.d., 0.82, b.d.	banki
DEA ^{f)}	A. Gospodarowicz (2002)	(okres I): 0.50 (okres II): 0.46	banki spółdzielcze
DEA	M. Mielnik, M. Ławrynowicz (2002)	(Model 1): 0.231, 0.579, 0.439 (Model 2): 0.303, 0.620, 0.515 (Model 3): 0.304, 0.638, 0.507 (Model 4): 0.582, 0.800, 0.745	banki
SFA	Nellis, Figueira, Zarzecki, Kisiełowska (2003)	0.70	banki
DEA	Guzowska, Kisiełowska, Nellis, Zarzecki (2004) ^{g)}	(1995): 0.44, 0.52, 0.48, 0.86 (1996): 0.54, 0.58, 0.55, 0.90 (1997): 0.37, 0.46, 0.42, 0.79 (1998): 0.38, 0.59, 0.55, 0.64 (1999): 0.42, 0.64, 0.61, 0.66 (2000): 0.39, 0.63, 0.57, 0.63 (2001): 0.55, 0.70, 0.66, 0.77 (2002): 0.62, 0.79, 0.69, 0.79	banki
DEA	Kisiełowska, Guzowska, Nellis, Zarzecki (2005) ^{h)}	(1995): 0.74, 0.59, 0.89, 0.83, 0.94, 0.83 (1996): 0.73, 0.55, 0.85, 0.77, 0.94, 0.84 (1997): 0.80, 0.63, 0.88, 0.81, 0.90, 0.85 (1998): 0.78, 0.56, 0.84, 0.73, 0.89, 0.83 (1999): 0.80, 0.57, 0.87, 0.73, 0.91, 0.88 (2000): 0.74, 0.51, 0.81, 0.67, 0.90, 0.82 (2001): 0.79, 0.57, 0.84, 0.70, 0.86, 0.83 (2002): 0.77, 0.55, 0.82, 0.68, 0.86, 0.85 (2003): 0.83, 0.59, 0.85, 0.69, 0.91, 0.97	banki

^{a)} jako datę badania, ze względu na brak innych informacji, podano datę publikacji wyników badań;

^{b)} podano wszystkie obliczone średnie miar (w zależności od badania mogą dotyczyć efektywności ze względu na różne efekty skali (stałe, zmienne, nierosnące) oraz efektywności skali);

^{c)} DEA była jedną z metod w zaproponowanej procedurze hierarchicznej oceny banku (HOB);

^{d)} w badaniu SFA nazwano „modelem ekonometrycznym”;

^{e)} kontynuacja badań rozpoczętych z T. Kopczewskim;

^{f)} DEA była jedną z metod w zaproponowanej procedurze syntetycznej oceny banku/oddziału (SOB);

^{g)} miary efektywności w kolejności: ze względu na stałe, zmienne, nierosnące efekty skali oraz efektywność skali;

^{h)} miary efektywności ze względu na stałe efekty skali oszacowane dla 6 różnych modeli efektywności kosztowej.

Źródło: opracowanie własne.

W Polsce metody oceny efektywności wykorzystujące krzywe efektywności zaczęły być stosowane od drugiej połowy lat dziewięćdziesiątych. Opierając się na badaniach zebranych przez Bergera i Humphreya, w tab. 1 zestawiono badania dotyczące polskich instytucji finansowych. Jak dotąd badania te dotyczyły jedynie sektora bankowego⁶.

Jak wynika z zestawienia w tab. 1, w analizie polskiego sektora finansowego zdecydowanie przeważają metody nieparametryczne (6 na 8 zaprezentowanych badań). Popularność podejścia nieparametrycznego można wyjaśnić przede wszystkim łatwiejszym dostępem do danych wymaganych do przeprowadzenia analizy. W metodach parametrycznych, oprócz danych w postaci wartości nakładów i efektów, wymagane są informacje o cenach jednostkowych nakładów i efektów, rodzaju błędu statystycznego, a w niektórych przypadkach (SFA) o rodzaju zależności funkcjonalnej między nakładami i efektami.

5. Podsumowanie

Podsumowując rozważania na temat stosunkowo nowego trendu w badaniu efektywności, jakim jest analiza z wykorzystaniem krzywych efektywności, można uznać, że takie narzędzia stanowią punkt wyjścia do pogłębionych analiz różnych instytucji nadzoru (np. w sektorze bankowym prowadzonych przez NBP czy GINB – Główny Inspektorat Nadzoru Bankowego) czy inwestorów. Otrzymane szacunki efektywności powinny skłaniać do szukania odpowiedzi na pytanie, dlaczego dany podmiot znalazł się na liście podmiotów uznanych za efektywne bądź nieefektywne? Dodatkowo, w odniesieniu do podmiotów nieefektywnych, metody te można wykorzystać jako narzędzie systemu wczesnego ostrzegania, a w odniesieniu do podmiotów efektywnych – do tworzenia benchmarków.

Literatura

- Aigner D., Lovell C.A.K., Schmidt P., *Formulation and Estimation of Stochastic Frontier Productions Function Models*, „Journal of Econometrics” 1977, nr 6.
- Berger A.N, Humphrey D.B., *Efficiency of Financial Institutions: International Survey and Directions for Future Research*, „European Journal of Operational Research” 1997, nr 98.

⁶ Najwcześniejsze prace, do jakich dotarła autorka, datowane są od 1996 r., co nie wyklucza istnienia wcześniejszych opracowań dotyczących polskiej gospodarki. Może się również zdarzyć, że w odniesieniu do badań polskiego sektora usług finansowych zostały przeprowadzone badania instytucji finansowych innych niż banki, do których to badań autorka nie miała dostępu. Autorów takich opracowań przepraszam za pominięcie.

- Charnes A., Cooper W.W., Huang Z.M., Sun D.B., *Polyhedral Cone – Ratio DEA Models*, „Journal of Econometrics” 1999.
- Charnes A., Cooper W.W., Rhodes E., *Measuring the Efficiency of Decision Making Units*, „European Journal of Operation Research” 1978, Vol. 2.
- Debreu G., *The Coefficient of Recourse Utilisation*, „Econometrica” 1951, nr 19 (3) (lipiec).
- Efektywność i ryzyko sektora bankowego w Polsce*, red. T.P. Opiela, Materiały i Studia NBP, zeszyt 96, Warszawa 1999.
- Farrell M.J., *The Measurement of Productive Efficiency*, „Journal of the Royal Statistical Society” 1957, Nr 120.
- Gospodarowicz A., *Analiza i ocena banków oraz ich oddziałów*, AE, Wrocław 2002.
- Guzowska M., Kisielewska M., Nellis J. G., Zarzecki D., *Efficiency of the Polish Banking Sector – The Impact of Transformation*, [w:] *Data Envelopment Analysis and Performance Management*, red. A. Emrouznejad, V. Podinovski, Birmingham 2004.
- Kisielewska M., Guzowska M., Nellis J. G., Zarzecki D., *Efficiency of the Major Banking Players in Poland*, [w:] *Zarządzanie finansami. Biznes, bankowość i finanse na rynkach wschodzących*, tom II, Fundacja na rzecz Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin 2005.
- Kopczewski T., *Efektywność technologiczna i kosztowa banków komercyjnych w Polsce w latach 1997-2000*, część I, Materiały i Studia NBP, zeszyt nr 113, Warszawa, listopad 2000.
- Kopczewski T., Pawłowska M., *Efektywność technologiczna i kosztowa banków komercyjnych w Polsce w latach 1997-2000*, część II, Materiały i Studia NBP, zeszyt nr 135, Warszawa, grudzień 2001.
- Mielnik M., Ławrynowicz M., *Badanie efektywności technicznej banków komercyjnych w Polsce metodą DEA*, „Bank i Kredyt”, maj 2002.
- Nellis J.G., Figueira C., Zarzecki D., Kisielewska M., *Challenges and Prospects for Polish Banking Industry in a European Context*, [w:] *Zarządzanie finansami. Biznes, bankowość i finanse na rynkach wschodzących*, tom II, Fundacja na rzecz Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin 2005.
- Osiewalska A., Osiewalski J., *Próba oceny efektywności kosztowej polskich bibliotek ekonomicznych*, 1999:03 [czerwiec], <http://www.oss.wroc.pl/biuletyn/ebib03/efektywn.html>
- Pawłowska M., *Wpływ procesów konsolidacyjnych na poziom konkurencji i efektywność systemów bankowych – wyniki badań ilościowych*, [w:] *Konkurencyjność sektora bankowego po wejściu Polski do Unii Europejskiej*, zeszyty BRE Bank – CASE, Warszawa, luty 2005.
- Pawłowska M., *Wpływ zmian w strukturze polskiego sektora bankowego na jego efektywność w latach 1997-2002 – podejście nieparametryczne*, „Bank i Kredyt”, listopad-grudzień 2003.

- Rogowski G., *Metody analizy i oceny działalności banku na potrzeby zarządzania strategicznego*, Wydawnictwo WSB, Poznań 1998.
- Rusielik R., *Pomiar efektywności gospodarowania spółek Agencji Własności Rolnej Skarbu Państwa w latach 1996-1998 z wykorzystaniem metody DEA*, rozprawa doktorska, Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie, Warszawa 2000.
- Seiford L.M., Thrall R.M., *Recent Developments in DEA. The Mathematical Programming Approach to Frontier Analysis*, „Journal of Econometrics” 1990, nr 46.
- Simar L., Wilson P.W., *Sensitivity Analysis of the Efficiency Scores: How to Bootstrap in Nonparametric Frontier Models*, Working Paper, Institute of Statistics, Université Catholique de Louvain, Belgium, 1995.
- Tavares G., *A Bibliography of Data Envelopment Analysis (1978-2001)*, RRR 01-02, styczeń 2002.
- The Measurement of Productive Efficiency: Techniques and Applications*, red. H. Fried, K. Lovell, S. Schmidt, Oxford University Press 1992.

FRONTIER ANALYSIS IN ESTIMATING EFFICIENCY

Summary

This paper introduces basics of frontier analysis methods that generally are ways to benchmark the relative performance of production units (commercial firms as well as non-profit institutions). The lack of agreement among researchers regarding a preferred frontier model at present boils down to a difference of opinion regarding the lesser of evils. Nevertheless, Berger and Humphrey [1997] reported roughly an equal split between applications of nonparametric techniques (69 applications) and parametric methods (60 applications) to financial institutions data. In Polish terms nonparametric approach is much more common so far (6 out of 8 studies under consideration).