

Andrzej Karpio

Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie

Dorota Żebrowska-Suchodolska

Wyższa Szkoła Finansów i Zarządzania w Białymstoku

WERYFIKACJA MODELU JEDNOWSKAŹNIKOWEGO DLA SPÓLEK Z INDEKSU WIG20

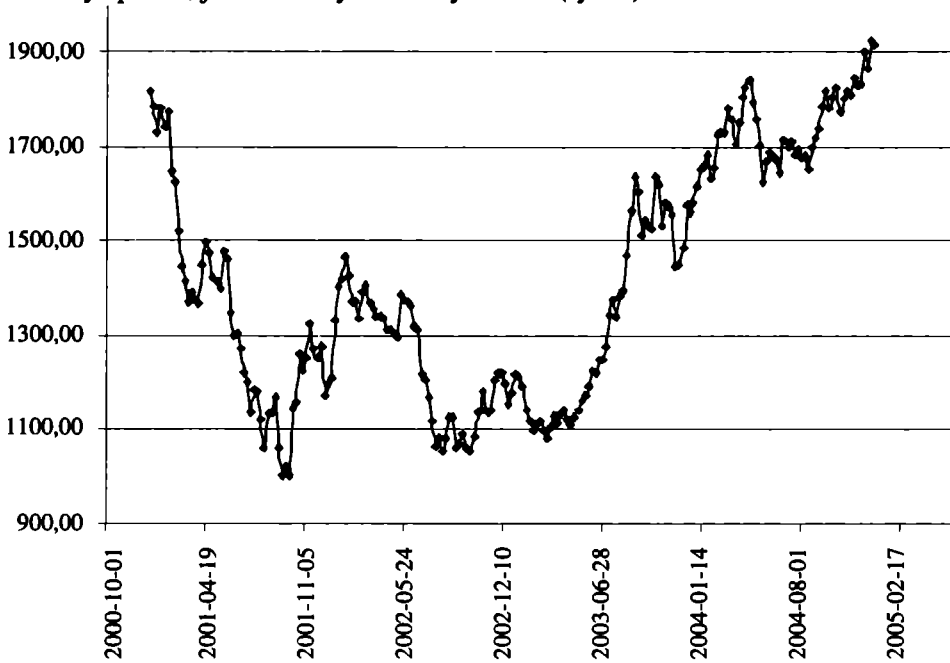
1. Wstęp

Model jednowskaźnikowy ma swoje miejsce w nowoczesnej teorii i praktyce zarządzania finansami na rynku kapitałowym. Stworzony początkowo jako remedium na techniczne trudności modelu Markowitza bardzo szybko stał się samodzielny modelem, stanowiąc efektywne narzędzie opisu zachowania się walorów rynkowych. Jego zastosowanie nie ogranicza się tylko do akcji notowanych na giełdzie – jest on np. podstawą oceny jakości zarządzania aktywami funduszy inwestycyjnych. Na jego bazie wyznacza się popularne wskaźniki efektywności Treynora, Sharpe’a, Jansena oraz różnicową stopę zwrotu [Elton, Gruber 1998, s. 799]. Z metodologicznego punktu widzenia model jednowskaźnikowy jest linią regresji, z indeksem rynkowym w roli zmiennej objaśniającej.

Estymacja parametrów strukturalnych wymaga spełnienia założeń, które można znaleźć w większości podręczników do ekonometrii (np. [Chow 1995, s. 17]). Przedmiotem niniejszej pracy jest weryfikacja założeń w sytuacji, gdy parametry są estymowane klasyczną metodą najmniejszych kwadratów (KMNK). Wydaje się, iż budowanie modelu jednowskaźnikowego, z pożądanymi statystycznymi własnościami estymatorów, może mieć duże znaczenie przy podejmowaniu efektywnych decyzji inwestycyjnych. Jednym z podstawowych zastosowań ekonometrii jest prognozowanie, a prostota modelu jednowskaźnikowego (mała liczba parametrów i tylko jeden czynnik rynkowy) – atutem w procesie przewidywania zmian cen akcji. Jednak początkowym etapem w takim właśnie wykorzystaniu metod ekonome-

trycznych jest zbudowanie poprawnego modelu. Autorzy mają nadzieję, iż niniejsza praca stanowić będzie pierwszy krok w osiągnięciu tego celu.

W pracy wzięto pod uwagę okres od 29 grudnia 2000 r. do 24 grudnia 2004 r. W tym czasie w zachowaniu się indeksu WIG20 można wyróżnić zarówno zdecydowany spadek, jak i dość dynamiczny wzrost (rys. 1).



Rys. 1. Piątkowe wartości zamknięcia WIG20 w okresie od 29.12.2000 r. do 24.12.2004 r.

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych uzyskanych z GPW w Warszawie.

W dalszych badaniach zamierzamy powtórzyć weryfikację modelu jednowskaźnikowego przy różnej koniunkturze giełdowej, stąd taki właśnie wybór okresu badań. Z drugiej strony, z punktu widzenia inwestora, branie pod uwagę zbyt długiego okresu może nie mieć specjalnego wpływu na podejmowane decyzje. Jeżeli badania mają być podporządkowane decyzjom inwestycyjnym, to trudno uwierzyć, że na zakup określonych walorów może oddziaływać zachowanie się cen akcji na przykład sprzed 10 lat. Próba wykorzystywana w modelach ekonometrycznych powinna być jednak „odpowiednio duża”. W naszym przekonaniu okres czteroletni spełnia kryterium rozsądnego horyzontu czasowego inwestycji, zapewniając równocześnie – przy tygodniowych stopach zwrotu – pożądaną ilość danych. Ponadto postanowiliśmy obliczać stopy zwrotu, biorąc pod uwagę piątkowe ceny zamknięcia. Ostatni dzień tygodnia jest zwyczajowo okresem podsumowań dotyczących zachowania się zarówno całego rynku, jak i poszczególnych walorów. Dlatego można powiedzieć, że z psychologicznego punktu widzenia dane piątkowe wydają się nam najbardziej odpowiednie do obliczania stóp zwrotu wykorzystywanych w niniejszej pracy.

2. Linia charakterystyczna

Podstawowym założeniem modelu jednowskaźnikowego jest liniowa zależność między procentowymi zmianami waloru rynkowego, np. akcji, a procentowymi zmianami czynnika rynkowego. Przedmiotem estymacji są parametry strukturalne zależności [Elton, Gruber 1998, s. 154]:

$$r_{At} = \alpha_A + \beta_A r_{mt} + \xi_{At}, \quad (1)$$

gdzie A jest wskaźnikiem numerującym rozważane walory rynkowe (w niniejszej pracy będą to wybrane spółki notowane na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie), r_{At} jest procentową zmianą ceny waloru A w chwili t , r_{mt} jest stopą zmian indeksu m w chwili t , a ξ_{At} jest składnikiem losowym. Przy spełnieniu założeń schematu Gaussa-Markowa linię charakterystyczną opisuje równanie [Elton, Gruber 1998, s. 155]:

$$E(r_{At}) = \alpha_A + \beta_A r_{mt}. \quad (2)$$

W praktyce dysponujemy jedynie próbą pobraną z historycznych stóp zwrotu. Dlatego estymatory parametrów strukturalnych α_A i β_A są oznaczone symbolami, odpowiednio: $\hat{\alpha}_A$ i $\hat{\beta}_A$, e_{At} zaś jest resztą. Linia regresji dla próby przybierze postać [Elton, Gruber 1998, s. 154]:

$$\hat{r}_{At} = \hat{\alpha}_A + \hat{\beta}_A r_{mt}, \quad (3)$$

gdzie \hat{r}_{At} są teoretycznymi procentowymi zmianami cen spółki A w chwili t .

Z punktu widzenia inwestycyjnego znajomość linii charakterystycznej pozwala na obliczenie kilku istotnych wielkości. Jeżeli wprowadzimy oznaczenia: $\hat{\sigma}_A^2$ – wariancja procentowych zmian cen spółki obliczona na podstawie próby, σ_m^2 – wariancja indeksu, $\hat{\sigma}_{Ac}^2$ – estymator wariancji składników losowych, to rozkład wariancji procentowych zmian cen spółki [Elton, Gruber 1998, s. 160]:

$$\hat{\sigma}_A^2 = \hat{\beta}_A^2 \sigma_m^2 + \hat{\sigma}_{Ac}^2 \quad (4)$$

będzie dostarczał informacji o ryzyku niedywersyfikowalnym $\hat{\beta}_A^2 \sigma_m^2$ i dywersyfikowalnym $\hat{\sigma}_{Ac}^2$. Budowanie portfela akcji znacznie zmniejsza drugi składnik ryzyka, powodując małą wrażliwość portfela na czynniki pozarynkowe, indywidualne dla poszczególnych spółek i nie związane z koniunkturą giełdową. Wartości współczynników beta pozwalają klasyfikować spółki z punktu widzenia ich zachowania się na tle rynku. Walory, dla których beta jest większa od jedności, nazywają się akcjami agresywnymi. W przypadku rynku wzrostowego przynoszą one większy zysk niż rynek. W tej samej sytuacji rynkowej spółki defensywne, opisywane współczynnikami beta mniejszymi od jedności, przynoszą zysk mniejszy niż rynek. Oczywiście, przy tendencji spadkowej na giełdzie sytuacja odwraca się i bardziej korzystne jest posiadanie w portfelu walorów defensywnych, a nie agresywnych. Dalsze zastoso-

wanie modelu linii charakterystycznej to badanie stopnia efektywności rynku [Brzeszczański, Kelm 2002, s. 8] przy wykorzystaniu modelu CAPM lub wyznaczenie stóp dyskontowych w modelach wyceny akcji [Jajuga 2002, s. 509]. Z powyższych przykładowych powodów wynika, że znajomość linii charakterystycznej i weryfikacja założeń modelu pozwalającego na jej wyznaczenie wydają się istotne z punktu widzenia skuteczności podejmowania decyzji inwestycyjnych.

Ważną kwestią jest dobór czynnika rynkowego. W przypadku modelu CAPM konstrukcja indeksu jest jednoznacznie określona [Elton, Gruber 1998, s. 351] – jest on średnią ważoną procentowych zmian spółek z wagami będącymi ich względnymi kapitalizacjami (w stosunku do całego rynku). Najczęściej indeksy giełdowe konstruuje się według innych algorytmów niż te, które wynikają z modelu CAPM. Dlatego w praktyce jako czynnik rynkowy wybiera się rzeczywiście występujący indeks.

Autorzy niniejszej pracy weryfikację modelu jednowskaźnikowego przeprowadzają dla spółek wchodzących w skład indeksu WIG20. Wprawdzie uwzględnia on kapitalizację tworzącego go portfela akcji, ale w zupełnie inny sposób niż ten wspomniany wyżej. W jego skład wchodzi spółki o największej płynności i kapitalizacji, a zatem walory o stosunkowo dużej efektywności wyceny. Ta ostatnia rozumiana jest w tym przypadku jako stopień uwzględnienia w cenach wszelkich informacji mających wpływ na wycenę spółki [Francis 2000, s. 233]. Ponadto spółki z WIG20, ze względu na płynność, są mało podatne na możliwość zachwiania ich kursem przez poszczególnych inwestorów. Szczegóły konstrukcji indeksów, w tym również WIG20, można znaleźć na stronach internetowych giełdy lub w pracy [Jajuga 2002, 96]. Naturalnym „rywalem” WIG20 mogłyby być WIG, bowiem tylko te indeksy charakteryzują cały rynek giełdowy, pozostałe dotyczą jedynie segmentów rynku. Jednak stopień korelacji procentowych zmian obu wspomnianych czynników rynkowych jest bardzo duży, można zatem ograniczyć się do jednego z nich, w naszym przypadku do WIG20. W tabeli 1 przedstawiono współczynniki korelacji dla podstawowych indeksów GPW w Warszawie.

Tabela 1. Współczynniki korelacji procentowych zmian podstawowych indeksów GPW w okresie od 29.12.2000 r. do 24.12.2004 r.

	TECHWIG	WIG	WIRR	MIDWIG	WIG20
TECH	1				
WIG	0,834	1			
WIRR	0,519	0,508	1		
MIDWIG	0,671	0,778	0,671	1	
WIG20	0,862	0,983	0,445	0,700	1

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych z GPW w Warszawie.

Warto zwrócić uwagę, iż jedynie WIG i WIG20 są silnie skorelowane, najmniejsza zaś korelacja występuje pomiędzy WIG20 i WIRR. Zatem w badanym okresie druga para indeksów mogłaby odgrywać rolę czynników rynkowych na przykład w modelu dwuwskaźnikowym. Ponadto, na podstawie tab. 1 widać, że

współczynniki korelacji TECHWIG z WIG i WIG20 są stosunkowo duże, przekraczają 80%, zatem TECHWIG nie powinien wnosić do modelu jednowskaźnikowego informacji innej niż indeksy całego rynku.

3. Weryfikacja modelu jednowskaźnikowego

Przedmiotem dalszych rozważań będą spółki wchodzące w skład WIG20 po jego korekcie w grudniu 2004 r. Ponieważ badania obejmują okres od 29 grudnia 2000 r. do 24 grudnia 2004 r., ograniczono się do tych spółek, które były notowane na warszawskiej giełdzie w tym okresie. Należy pamiętać, że w ciągu czterech lat skład indeksu zmieniał się wielokrotnie i tylko nieliczne spółki pozostawały w nim przez cały czas. Jednak zdecydowana większość z nich, nawet jeśli przez znaczny okres czasu nie wchodziły w skład indeksu, spełnia kryteria płynności. W konsekwencji do weryfikacji modelu jednowskaźnikowego wybrano następujące spółki: Agora, BPHPBK, BRE, BZWBK, Compland, Dębica, Kęty, KGHM, Netia, Orbis, Orlen, Pekao, Polimexms, Prokom, Softbank, Świecie, TP SA. Dane statystyczne tworzą tygodniowe, procentowe zmiany cen zamknięcia z piątków. W przypadku gdy nie było w tym dniu sesji, za cenę przyjęto notowanie najbliższe piątkowemu w dniu, który go poprzedzał. Parametry strukturalne modelu estymowano klasyczną metodą najmniejszych kwadratów. Wyniki tej estymacji przedstawiono w tab. 2.

Tabela 2. Wyniki estymacji parametrów strukturalnych i weryfikacji modelu jednowskaźnikowego

Spółka	Współczynnik alfa	Błąd standardowy	Współczynnik beta	Błąd standardowy	Współczynnik determinacji	Homoskedastyczność
Orlen	-0,13	0,16	0,67	0,04	54,7	brak
Pekao	-0,18	0,16	0,60	0,04	56,0	brak
BPH PBK	-0,15	0,17	0,52	0,04	45,8	brak
BZWBK	-0,11	0,18	0,49	0,04	44,5	brak
TPSA	0,11	0,15	0,48	0,03	59,5	brak
Compland	0,04	0,17	0,45	0,03	46,0	brak
Agora	0,12	0,17	0,45	0,03	48,2	jest
Orbis	0,04	0,18	0,45	0,04	39,4	brak
BRE	0,09	0,19	0,44	0,04	38,4	brak
KGHM	-0,04	0,17	0,42	0,03	48,1	brak
Prokom	0,06	0,16	0,42	0,03	50,4	jest
Kęty	-0,13	0,22	0,34	0,07	11,0	brak
Dębica	-0,09	0,22	0,30	0,06	10,4	brak
Softbank	0,11	0,18	0,29	0,02	39,4	jest
Świecie	-0,01	0,23	0,16	0,04	6,5	brak
Netia	0,17	0,21	0,12	0,02	20,5	brak
Polimexms	0,01	0,22	0,09	0,03	4,1	brak

Źródło: opracowanie własne.

We wszystkich przypadkach nie stwierdzono autokorelacji składników losowych. Nazwy dwóch spółek BPH PBK oraz Kęty zaznaczono kursywą, gdyż w ich przypadku reszty nie miały rozkładu normalnego. Ponadto spełnione było założenie o losowości procentowych zmian cen spółek.

W celu weryfikacji hipotezy o losowości rozkładu odchyłeń losowych wykorzystano test liczby serii [Zeliaś 2000, s. 288]. Poziom istotności zarówno w tym teście, jak i pozostałych testach przyjęto jako 0,05. Do zweryfikowania normalności rozkładu odchyłeń losowych, ze względu na dużą licznosc próby, zastosowano test zgodności χ^2 . Do obliczeń wykorzystano pakiet STATISTICA 6.0 PL. Do weryfikacji hipotezy o braku autokorelacji I rzędu odchyłeń losowych wykorzystano test *t*-Studenta. Statystyka empiryczna obliczana była ze wzoru [Strahl i in. 2004, s. 211]:

$$t_e = \frac{|r_{e_t, e_{t-1}}| \cdot \sqrt{n-3}}{\sqrt{1-r_{e_t, e_{t-1}}^2}}, \quad (5)$$

gdzie $r_{e_t, e_{t-1}}$ jest współczynnikiem korelacji reszt z okresu t z resztami z okresu $t-1$. Homoskedastyczność odchyłeń losowych weryfikowano również stosując test *t*-Studenta, ze statystyką empiryczną [Strahl i in. 2004, s. 205]:

$$t_e = \frac{|r_{|e_t|, t}| \cdot \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_{|e_t|, t}^2}}, \quad (6)$$

gdzie $r_{|e_t|, t}$ jest współczynnikiem korelacji modułów reszt z czasem.

Komentując uzyskane wyniki, należy stwierdzić, że budowanie modelu jedno-wskaźnikowego, przy estymacji parametrów klasyczną metodą najmniejszych kwadratów, jest niewłaściwe. Wprawdzie nie stwierdzono autokorelacji składników losowych, ale homoskedastyczność ma miejsce jedynie w trzech przypadkach. Wartość współczynnika determinacji jest daleka od możliwej do zaakceptowania, w kilku spółkach (Polimexsm, Kęty, Dębica) jest nawet bliska zera. Współczynniki beta mają stosunkowo niewielkie wartości, chociaż ich błędy standardowe są do zaakceptowania. Na poziomie istotności 0,05 wyrazy wolne w równaniu regresji dla próby nie różnią się od zera, współczynniki beta zaś są różne od zera. Trzeba jednak pamiętać, że rzetelność weryfikacji hipotez o istotności parametrów strukturalnych jest zaburzona przez heteroskedastyczność reszt. Można zastanawiać się nad przyczynami negatywnych wyników weryfikacji modelu. Jednym z powodów takiej sytuacji może być to, iż w badanym okresie indeks zarówno gwałtownie spadał, jak i wzrastał – zatem koniunktura giełdowa zmieniała się. Nie jest wykluczone, że model jednowskaźnikowy ma szansę sprawdzać się w okresach, w których zachowanie się giełdy jest w miarę jednorodne, tzn. występuje wyraźna tendencja wzrostowa lub spadkowa. Jednak w przypadku rynku kapitałowego występowanie takich zjawisk, jak heteroskedastyczność i autokorelacja nie jest niczym

niezwykłym [Brzeszczański, Kelm 2002, s. 35]. Budowa modelu jednowskaźnikowego wymaga zatem bardziej zaawansowanych metod niż KMNK, czego potwierdzeniem jest prezentowana praca.

4. Podsumowanie

W celu zapewnienia homoskedastyczności reszt autorzy testowali uogólnioną metodę najmniejszych kwadratów do estymacji parametrów strukturalnych. Wyniki okazały się jednak niezadowolające, zwłaszcza gdy zaczęła pojawiać się autokorelacja. Należy zatem przypuszczać, że KMNK nie zdaje egzaminu w przypadku kursów akcji, o czym wspominają liczni autorzy, np. [Brzeszczański, Kelm 2002, s. 36] (warto nadmienić, że w cytowanej pozycji można znaleźć wiele odnośników do prac dotyczących ekonometrycznej analizy polskiego rynku akcji). Z historycznego punktu widzenia negatywny wynik weryfikacji modelu doprowadził do opracowania metod typu ARCH, a także innych, bardziej zaawansowanych. Estymacja parametrów modelu jednowskaźnikowego bardzo często jest dokonywana na próbie obejmującej wiele lat, w naszym przypadku – 4 lata. Zanim jednak sięgnie się do bardziej zaawansowanych metod, warto zastanowić się, czy współczynnik beta powinien być wyznaczany dla okresu długoterminowego. Jeżeli ma on być wykorzystywany na przykład do prognozowania kursów, to kilkuletni horyzont inwestycyjny jest raczej typowy dla inwestorów instytucjonalnych, i to nie wszystkich. Inwestowanie w perspektywie kilkumiesięcznej nie jest rzadkością, dlatego można podjąć próbę estymacji parametrów modelu jednowskaźnikowego, uwzględniając krótsze okresy niż kilkuletnie. Warto również wziąć pod uwagę wspomniane wyżej okresy, w których rynek wyraźnie wzrastał lub zmniejszał się. Nie ma bowiem powodu, dla którego nachylenie linii charakterystycznej nie miałyby zmieniać się wraz z koniunkturą rynkową. Taka analiza wykracza jednak poza ramy niniejszego opracowania i będzie przedmiotem dalszych badań autorów. Wychodzimy bowiem z założenia, że sięgnięcie do bardziej skomplikowanych i rozwiniętych metod ekonometrycznych ma sens dopiero po wyczerpaniu możliwości najprostszych, żeby nie powiedzieć elementarnych.

Literatura

- Brzeszczański J., Kelm R., *Ekonometryczne modele rynków finansowych*, WIG-Press, Warszawa 2002.
- Chow G., *Ekonometria*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1995.
- Elton E.J., Gruber M.J., *Nowoczesna teoria portfelowa i analiza papierów wartościowych*, WIG-Press, Warszawa 1998.
- Francis J.C., *Inwestycje. Analiza i zarządzanie*, WIG-Press, Warszawa 2000.

- Jajuga K., *Podstawy inwestowania na rynku papierów wartościowych*, Giełda Papierów Wartościowych w Warszawie, Warszawa 2002.
- Luszniewicz A., Słaby T., *Statystyka z pakietem komputerowym STATISTICA PL. Teoria i zastosowania*, Wydawnictwo C.H. Beck, Warszawa 2003.
- Strahl D., Sobczak E., Markowska M., Bal-Domańska B., *Modelowanie ekonometryczne z Excelem. Materiały pomocnicze do laboratoriów z ekonometrii*, AE, Wrocław 2004.
- Zeliaś A., *Metody statystyczne*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa 2000.

THE VERIFICATION OF THE SINGLE-INDEX MODEL FOR STOCKS FROM WIG20

Summary

The authors try to apply the single-index model for seventeen stocks from WIG20 – one with the indexes of Polish Stocks Exchange. The investigations have concerned the period of time from 29th December 2000 year to 24th December 2004 year. Parameters have been estimated using ordinary least squares method (OLS). The statistical verification of the model shows that OLS is not adequate method of the estimation of the single-index model parameters. It seems that the next step in building of the model should be the estimation of structural parameters performed for shorter periods of time then four years. It may take into consideration the periods of rising and falling stock market.