PRACE NAUKOWE AKADEMII EKONOMICZNEJ WE WROCŁAWIU
NR 1088 — 2005
Inwestycje finansowe i ubezpieczenia – tendencje światowe a polski rynek

Piotr Humeńczuk

Akademia Ekonomiczna we Wrocławiu

MINIMALIZACJA RYZYKA RYNKOWEGO PRZYKŁADOWEJ AKCJI PRZY UWZGLĘDNIENIU WARUNKOWEJ WARIANCJI I KOWARIANCJI PROCESÓW

1. Wstęp

Niekorzystne zmiany cen lub stóp zwrotów cen *spot* instrumentów finansowych mogą być z powodzeniem zabezpieczane za pomocą kontraktów terminowych. Najistotniejszym zagadnieniem w stosowaniu tego typu instrumentów finansowych jest dobranie odpowiedniego udziału instrumentu (lub instrumentów) *futures* w portfelu zabezpieczanym. Dla inwestora, który charakteryzuje się rosnącą i jednocześnie wklęsłą funkcją użyteczności, optymalizacja relacji, liczby kontraktów *spot* do liczby kontraktów *futures* (współczynnika zabezpieczenia) odbywa się dla minimalnej wariancji portfela. Najprostszym sposobem szacowania współczynnika zabezpieczenia, zastosowanym przez Ederingtona (1979), jest regresja liniowa pomiędzy przyrostami cen *spot* oraz przyrostami cen *futures*. Parametr strukturalny takiego oszacowania określa poziom współczynnika zabezpieczenia. Wadą rozwiązania zaproponowanego przez Ederingtona jest to, że zakłada się, iż łączny rozkład cen *spot* i *futures* jest niezmienny w czasie, co w konsekwencji implikuje stałość współczynnika zabezpieczenia. Empiryczne własności szeregów czasowych stóp zwrotów *spot* oraz *futures* przeczą tezie o niezmienności łącznego, warunkowego rozkładu cen *spot* i *futures*. Skupienie zmienności, leptokurtoza, grube ogony bezwarunkowych rozkładów wskazują na potrzebę innego od zaproponowanego przez Ederingtona modelowania oraz szacowania współczynnika zabezpieczenia. W opracowaniu zaproponowano dwa modele, które zastosowano do szacowania współczynników zabezpieczenia. Są to BEKK-GARCH(p, q) z gaussowskim warunkowym rozkładem reszt oraz t-BEKK-GARCH(p, q) z warunkowym rozkładem reszt t-Studenta.

2. Zagadnienia teoretyczne

Modele uwzględniające warunkową wariancję procesu są często wykorzystywanymi rozwiązaniami w zakresie wyceny aktywów, modelowania i prognozowania zmienności oraz zarządzania ryzykiem. Model uogólnionej autoregresyjnej warunkowej heteroskedastyczności (GARCH) został wyprowadzony przez Bollersleva (1986) i zyskał dużą popularność w zastosowaniach teoretycznych i praktycznych. Do dzisiaj powstało wiele modyfikacji tego modelu, pozwalających na uwzględnienie wielu własności szeregów czasowych, których występowanie zostało potwierdzone badaniami empirycznymi. Naturalnym rozszerzeniem modeli jednowymiarowych jest ich zastosowanie dla dwóch i więcej wymiarów. Engle i Kroner (1995) wprowadzili model wielowymiarowy, który pozwala na łączne modelowanie warunkowych rozkładów prawdopodobieństw dwóch i więcej procesów. Pierwotnym założeniem w rozważaniach dotyczących modelowania warunkowego, wielowymiarowego, łącznego rozkładu prawdopodobieństwa procesów za pomocą BEKK-GARCH było przyjęcie wielowymiarowej normalności innowacji. Gagnon i Lypny (1995) dopuścili możliwość zastosowania wielowymiarowego rozkładu *t*-Studenta, który mógłby opisywać warunkowe, łączne rozkłady składników stochastycznych modelu.

Rozpatrzmy przypadek inwestora, który posiada pozycję *long spot* dla danego aktywa. Dodatkowo przyjmijmy, że wielkość pozycji *spot* jest stała (liczba instrumentów) dla wszystkich rozpatrywanych okresów. Inwestor może zabezpieczyć pozycję *long spot* za pomocą krótkiej pozycji w kontrakcie *futures* (*short futures*). Celem inwestora jest minimalizacja zmienności pozycji *spot*, co jest równoważne minimalizacji wariancji stopy zwrotu (ceny) *long spot*. Formalnie można to zapisać w następujący sposób.

$$W_{t-1} = Qp_{s,t-1}, \tag{1}$$

gdzie W_{t-1} oznacza wartość portfela w momencie $t-1$, Q oznacza wielkość pozycji *spot*, $p_{s,t-1}$ oznacza wartość (cenę) *spot* w momencie $t-1$.

Wartość oczekiwana (r_p) oraz wariancja stopy zwrotu z portfela składającego się z *long spot* oraz *short futures* wyrażają się następującym wzorem:

$$E(r_p \mid \Omega_{t-1}) = Q(E(p_{s,t} \mid \Omega_{t-1}) - p_{s,t-1}) - h(E(p_{f,t} \mid \Omega_{t-1}) - p_{f,t-1}), \tag{2}$$

$$\sigma^2(r_{p,t} \mid \Omega_{t-1}) = Q^2\sigma(r_{s,t} \mid \Omega_{t-1}) - h_{t-1}^2\sigma(r_{f,t} \mid \Omega_{t-1}) - 2h_{t-1}Q\operatorname{cov}(r_{s,t}, r_{f,t} \mid \Omega_{t-1}), \tag{3}$$

gdzie $E(.)$ oznacza operator wartości oczekiwanej, *cov*(.,.) oznacza kowariancję, r_s – stopę zwrotu z pozycji *spot*, r_f – stopę zwrotu z pozycji *futures*, Ω_t – informacje dostępne w momencie t, h_t – współczynnik zabezpieczenia w czasie t, σ^2 – wariancję.

W momencie t inwestor jest zainteresowany optymalizacją następującego wyrażenia:

$$\max_h [E(r_p \mid \Omega_{t-1}) - \Psi\sigma^2(r_p \mid \Omega_{t-1})], \tag{4}$$

gdzie Ψ oznacza współczynnik awersji do ryzyka.

Optymalizacja wyrażenia (4) prowadzi do następującej formuły:

$$h_{t-1} = \frac{Q\operatorname{cov}(r_{s,t}, r_{f,t} \mid \Omega_{t-1})}{\sigma^2(r_{f,t} \mid \Omega_{t-1})} - \frac{E(p_{f,t} \mid \Omega_{t-1}) - p_{f,t-1}}{\Psi\sigma^2(r_{f,t} \mid \Omega_{t-1})}. \tag{5}$$

Optymalny współczynnik zabezpieczenia składa się z dwóch elementów. Pierwszy element wyrażenia (5) to warunkowy współczynnik zabezpieczenia minimalizujący wariancję stopy zwrotu portfela. Drugi element wynika ze spekulacyjnego popytu na instrument typu *futures* i rośnie, jeżeli $E(p_{f,t} | \Omega_{t-1})$ rośnie i maleje, jeżeli ryzyko *futures* rośnie lub współczynnik awersji do ryzyka rośnie. Jeżeli proces ceny *futures* jest martyngałem, to $E(p_{f,t} | \Omega_{t-1}) = p_{f,t-1}$, co powoduje, że wartość drugiego elementu wyrażenia (5) wynosi 0.

Stopy zwrotów dla każdego z procesów można opisać za pomocą następującej formuły:

$$r_{s,t} = E(r_{s,t} | \Omega_{t-1}) + \varepsilon_{s,t}, \tag{6}$$

$$r_{f,t} = E(r_{f,t} | \Omega_{t-1}) + \varepsilon_{f,t}, \tag{7}$$

gdzie ε oznacza wartość reszty, przy czym zakłada się, że wartość oczekiwana w równaniach (6) i (7) jest wartością stałą.

Dla dwóch różnych modeli wektory innowacji $(\varepsilon_{s,t}, \varepsilon_{f,t})'$ będą reprezentowane przez następujące równania.

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{s,t} \\ \varepsilon_{f,t} \end{pmatrix} | \Omega_{t-1} \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{H}_t), \tag{8}$$

dla modelu uwzględniającego warunkową wielowymiarową normalność innowacji, gdzie $\mathbf{H}_t$ oznacza macierz wariancji-kowariancji dla wektora $(\varepsilon_{s,t}, \varepsilon_{f,t})'$, $N(\mathbf{0}, \mathbf{H}_t)$ oznacza dwuwymiarowy rozkład normalny o średniej 0 i macierzy wariancji-kowariancji $\mathbf{H}_t$.

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{s,t} \\ \varepsilon_{f,t} \end{pmatrix} | \Omega_{t-1} \sim t(\mathbf{0}, \mathbf{H}_t, \mathrm{v}), \tag{9}$$

gdzie $\mathbf{H}_t$ oznacza macierz wariancji-kowariancji dla wektora $(\varepsilon_{s,t}, \varepsilon_{f,t})'$, v oznacza parametr określający liczbę stopni swobody łącznego rozkładu reszt $(\varepsilon_{s,t}, \varepsilon_{f,t})$, $t(\mathbf{0}, \mathbf{H}_t, \mathrm{v})$ oznacza dwuwymiarowy rozkład t-Studenta o średniej 0, v stopni swobody oraz macierzy wariancji-kowariancji $\boldsymbol{H}_t$.

W wielowymiarowym modelu GARCH warunkowa macierz wariancji kowariancji dla dwóch modeli zdefiniowana jest za pomocą następującego wzoru.

$$vech(\mathbf{H}_t) = vech(\mathbf{C}) + \sum_{i=1}^{q} \mathbf{\Gamma}_i vech(\varepsilon_{i,t-1}\varepsilon'_{i,t-1}) + \sum_{i=1}^{p} \mathbf{D}_i vech(\mathbf{H}_{t-1}), \tag{10}$$

gdzie $\mathbf{C}$, $\mathbf{\Gamma}$, $\mathbf{D}$ oznaczają macierze parametrów, $\mathbf{H}_t$ oznacza macierz wariancji kowariancji w momencie t, operator $vech(.)$ przekształca elementy dolnej części symetrycznej macierzy w wektor.

Macierz wariancji-kowariancji określona za pomocą równania (10) zależy od przeszłych jej wartości oraz od przeszłych wartości reszt modelu. Parametryzacja modelu zaproponowana w pracy [Engle, Kroner 1995] zakłada, że macierze $\mathbf{C}$, $\mathbf{\Gamma}$, $\mathbf{D}$ są symetryczne, a macierz $\mathbf{H}_t$ jest dodatnio określona dla każdej wartości innowacji oraz przeszłej wartości $\mathbf{H}_{t-1}$. Jak wskazują Tse i Tsui (2001) jest to istotne dla procesu szacowania parametrów modelu, gdyż ujemne wartości elementów macierzy wariancji-kowariancji uniemożliwiłyby osiągnięcie zbieżności w procesie optymalizacji.

Estymacji parametrów modeli opisanych równaniami (6-10) dokonano za pomocą metody największej wiarygodności[1].

3. Opis danych

Analizę przeprowadzono na podstawie szeregów czasowych *spot* kursu akcji TP SA oraz odpowiedniego szeregu czasowego instrumentów *futures*, dla których instrumentem bazowym jest TP SA. Dane są notowaniami dziennymi wspomnianych szeregów czasowych z okresu 22 stycznia 2003 r. – 24 stycznia 2005, co daje 1007 notowań. Do analizy wybrano dane dzienne, gdyż zapewniają one większą wartość informacyjną niż dane tygodniowe lub miesięczne. Wybór danych dziennych jest również podyktowany wymogiem co do liczby obserwacji niezbędnych do estymacji parametrów dwuwymiarowych modeli GARCH. Jak wskazano w pracy [Tse, Tsui 2002], minimalna liczba obserwacji to 1000. Rozważania dotyczące danych tygodniowych lub miesięcznych nie mogłyby być przeprowadzone ze względu na brak wystarczającej liczby obserwacji szeregu *futures*. Szereg notowań *futures* zbudowano na podstawie metody zaproponowanej w [Taylor 1986]. Polega ona na uwzględnianiu serii notowań kontraktu *futures*, dla którego termin wygaśnięcia wynosi przynajmniej jeden miesiąc, do dnia będącego pierwszym dniem miesiąca, w którym następuje rozliczenie kontraktu (lub dostawa). Zmiana serii kontraktu odbywa się w pierwszym dniu miesiąca rozliczenia lub dostawy, przy czym jest wybierana seria, dla której termin wygaśnięcia wynosi minimum 4 miesiące.

4. Metoda badawcza

Dla każdego szeregu czasowego obliczono podstawowe statystyki opisujące statystyczne własności. Dodatkowo przeprowadzono test Ljunga-Boxa dla stóp zwrotów oraz dla kwadratów stóp zwrotów poszczególnych notowań. Zastosowano również test wykrywający efekt autoregresyjnej warunkowej heteroskedastyczności (efekt ARCH) dla stóp zwrotów. Ponadto dla każdego szeregu stóp zwrotów przeprowadzono test Jarque-Bera, dla którego hipotezą zerową jest normalność badanego rozkładu realizacji zmiennej losowej.

Na podstawie oszacowanych parametrów modeli BEKK-GARCH(p, q) oraz t-BEKK-GARCH(p, q) została przeprowadzona symulacja Monte Carlo obejmująca okres 10 oraz 20 dni. Na podstawie otrzymanych wyników (warunkowych macierzy wariancji i kowariancji) oszacowano warunkowe wartości współczynników

[1] Pakiet komputerowy, który został wykorzystany do szacowania parametrów opisywanych modeli, znajduje się na www.kevinsheppard.com.

zabezpieczenia (*h*) dla każdego dnia. Wartości te zostały następnie wykorzystane w strategiach zabezpieczających obejmujących okres 10 i 20 dni, przy czym, ze względu na warunkowy charakter współczynników zabezpieczenia, przyjęto, że inwestor aktualizuje swoją pozycję w kontrakcie *futures* (liczba kontraktów *futures*) zgodnie z wartością oszacowanych współczynników *h*.

Następnie, wykorzystując dane rynkowe (10 i 20 dni sesyjnych) z okresów przypadających po ostatnim dniu, z którego dane wykorzystane zostały do szacowania parametrów, policzono wariancję portfeli składających się z *long spot* i *short futures*. Dla obliczonych wariancji obliczono miary efektywności zabezpieczenia (*hedging effectiveness*) zgodnie z metodą zaproponowaną przez Bera, Garcia i Roh (1997).

5. Wyniki badań i wnioski

Dla odpowiednich danych obliczono szeregi logarytmicznych stóp zwrotów. Wartości podstawowych statystyk, zawarte w tab. 1, wskazują na leptokurtyczny rozkład stóp zwrotów zarówno *spot*, jak i *futures*. Wartości kurtozy, odpowiednio 4,25 oraz 4,87 oraz dodatnia skośność, wskazują na odbiegający od normalnego bezwarunkowy rozkład prawdopodobieństwa. Prawostronna skośność wskazuje na asymetryczny rozkład prawdopodobieństwa.

Tabela 1. Podstawowe statystyki szeregów czasowych TP SA *spot* oraz TP SA *futures**

	Średnia	Kurtoza	Skośność
TPS	-0,00012354	4,2529	0,2696
FTPS	-0,00015906	4,8749	0,3800
Q Ljung-Box	TPS	FTPS	Krytyczna
10	9,749	9,690	15,987
15	11,458	13,046	22,307
20	27,044	21,602	28,412
25	41,451	33,243	34,382
30	43,686	34,984	40,256
Q^2 Ljung-Box			
10	156,806	112,335	15,987
15	205,942	150,509	22,307
20	270,131	180,182	28,412
25	345,171	242,877	34,382
30	377,042	268,237	40,256
Jarque-Bera	77,828	171,222	6,000
ARCH(5)	69,434	39,860	9,236
ARCH(10)	86,668	68,071	15,987
Bera-John**	346,07355		13,277

* Poziom istotności dla testu Q-Ljunga-Boxa (stopy zwrotu i ich kwadraty) wynosi 0,1.

** Na poziomie istotności 0,01 i dla 4 stopni swobody rozkładu χ^2.

Źródło: opracowanie własne.

Statystyki testów Q-Ljunga-Boxa dla stóp zwrotów wskazują, że hipoteza zerowa o braku autokorelacji szeregów nie może zostać odrzucona na poziomie istotności 0,1 dla rzędów opóźnień 10, 15 i 20 zarówno dla szeregu *spot*, jak i szeregu *futures*. Dla rzędów opóźnień 25 i 30 wspomniana statystyka odrzuca hipotezę zerową dla szeregu *spot*.

Wyniki testu Q-Ljunga-Boxa przeprowadzonego dla kwadratów stóp zwrotów szeregów wskazują na występowanie warunkowej heteroskedastyczności dla wszystkich rzędów opóźnień i dla wszystkich szeregów. Na uwagę zasługują duże wartości statystyki Q, przewyższające wielokrotnie wartości krytyczne. Dodatkowy test wykrywający efekty warunkowej heteroskedastyczności (ARCH) potwierdza wyniki osiągnięte przez test Ljunga-Boxa dla kwadratów stóp zwrotów.

Dla każdego z szeregów statystyka Jarque-Bera jest istotnie większa od 6, co powoduje odrzucenie hipotezy zerowej zakładającej normalność stóp zwrotów. Testowanie wielowymiarowej normalności stóp zwrotów (w tym przypadku są tylko dwa wymiary) przeprowadzono za pomocą testu Bera-John. Wysoka wartość statystyki testu Bera-John wskazuje na odrzucenie hipotezy zerowej zakładającej dwuwymiarową normalność.

Oszacowane parametry dwóch modeli znajdują się w tab. 2. Do analizy wybrano modele, których rzędy autoregresji (macierz **D**) oraz średniej ruchomej (macierz **Γ**) wynoszą 1. Wartości przyjęte do badania wynikają z zastosowania kryterium Akaikiego oraz Schwarza do wyboru rzędu modeli[2]. Dla jednego modelu należy wyestymować $(k(k+1))/2+pk^2+qk^2+1$ parametrów (gdzie k oznacza liczbę szeregów czasowych), stąd optymalizacja kryteriów wyboru zachodzi przy wartościach $p = q = 1$.

Tabela 2. Wartości parametrów modeli BEKK-GARCH (1,1) dla warunkowego rozkładu normalnego reszt oraz t-Studenta z v stopniami swobody*

Estymatory parametrów	BEKK-GARCH	Błąd standardowy	*t*-BEKK-GARCH	Błąd standardowy
c_{ss}	0,000391	0,000117	0,000295	0,000000
c_{sf}	-0,000087	0,000046	0,000497	0,000000
c_{ff}	0,000070	0,000055	-0,000002	0,000000
γ_{ss}	0,261092	0,018344	0,277241	0,032056
γ_{sf}	0,119439	0,016672	0,114084	0,035390
γ_{fs}	-0,337346	0,041854	-0,376721	0,024196
γ_{ff}	-0,197231	0,037560	-0,219420	0,056013
d_{ss}	0,949877	0,000003	0,950794	0,000000
d_{sf}	-0,037859	0,000920	-0,034439	0,000007
d_{fs}	0,048044	0,002755	0,045486	0,000011
d_{ff}	1,032239	0,000002	1,027150	0,000000
v			7,626968	48,290093
Log-likelihood	5959,6		6005,7	
AIC	-11897,18		-11987,40	
BIC	-11843,13		-11928,44	
Bera-John**	12,234		11,183	

* AIC oraz BIC oznaczają statystyki kryterium Akaikiego oraz Schwarza, będące podstawą do wyboru rzędu autoregresji (p) oraz średniej ruchomej (q) w modelach GARCH.

** Na poziomie istotności 0,01 i dla 4 stopni swobody rozkładu χ^2.

Źródło: opracowanie własne.

[2] Odpowiednie wyliczenia dostępne są u autora.

Wartości kryteriów Akaikiego oraz Schwarza wskazują, że najlepiej dopasowanym modelem jest t-BEKK-GARCH z warunkowym rozkładem reszt t-Studenta z 7,62 stopniami swobody. Liczba stopni swobody wskazuje, że rozkład ma cechy rozkładu z grubymi ogonami (*fat tails*), co może wyjaśniać wysokie wartości statystyk kurtozy oraz brak dwuwymiarowej normalności w łącznym, bezwarunkowym rozkładzie prawdopodobieństwa szeregów *spot* i *futures*.

Statystyki testu Bera-John dla standaryzowanych reszt modeli nie powodują odrzucenia hipotezy zerowej o ich łącznym, normalnym rozkładzie prawdopodobieństwa. Świadczy to o tym, że modele są dobrze dopasowane do danych rzeczywistych i mogą opisywać proces stóp zwrotów oraz warunkowe wariancje i kowariancje procesów stóp zwrotów TP SA oraz *futures* TPSA.

Z przeprowadzonych symulacji Monte Carlo obliczono współczynniki zabezpieczenia dla okresów 10 i 20 dni i zastosowano je do budowy portfela inwestycyjnego składającego się z długiej pozycji *spot* oraz krótkiej pozycji *futures*. Wyniki osiągnięte dla każdej ze strategii przedstawiono w tab. 3. Efektywność zabezpieczenia obliczona jest na podstawie formuły zaproponowanej w pracy [Bera, Garcia, Roh 1997]. Polega ona na obliczeniu wariancji portfela składającego się z pozycji *spot* oraz portfela uwzględniającego krótką pozycję zabezpieczającą w kontrakcie *futures*, zgodnie z następującą formułą:

$$HE = 1 - \frac{\sigma_h^2}{\sigma_s^2}, \tag{11}$$

gdzie σ_s oznacza odchylenie standardowe pozycji *spot*, σ_h – odchylenie standardowe portfela z pozycją zabezpieczającą.

Tabela 3. Estymatory wariancji oraz wartości oczekiwanej strategii zabezpieczającej wraz z wartościami efektywności strategii

10 dni	$\sigma^2(r_i)$	$E(r_i)$	Efektywność
Spot	0,012761136	0,012405265	0,00000%
BEKK-GARCH	0,010014102	0,003444842	21,5266%
t-BEKK-GARCH	0,010007947	0,003490439	21,5748%
20 dni			
Spot	0,015042765	0,008981125	0,0000%
BEKK-GARCH	0,010349331	0,000766943	31,2006%
t-BEKK-GARCH	0,010333598	0,000821563	31,3052%

Źródło: opracowanie własne.

Pomimo dobrego dopasowania modeli do danych empirycznych skuteczność strategii zabezpieczających jest stosunkowo mała. Model uwzględniający warunkowy rozkład normalny jest gorszy, jeżeli inwestor bierze po uwagę tylko poziom wariancji zabezpieczonego portfela. Różnica pomiędzy stopniem redukcji ryzyka w portfelach dla dwóch różnych portfeli jest odpowiednio 0,0482% dla strategii 10-dniowej oraz 0,1046% dla strategii 20-dniowej.

Korzyści z zastosowania dość złożonych i wymagających zastosowania skomplikowanych algorytmów modeli mogą być dyskusyjne, jednakże nieuwzględnienie wielu własności empirycznych szeregów czasowych może prowadzić do decyzji obarczonych dużym błędem. Ponieważ badanym szeregiem czasowym są stopy zwrotu cen akcji przedsiębiorstwa, w literaturze przedmiotu proponuje się stosowanie modelu uwzględniającego tzw. efekt dźwigni (*levarage effect*), co ma odzwierciedlenie w równaniu opisującym proces warunkowej wariancji. Wpływ dodatnich oraz ujemnych stóp zwrotu ma różny wpływ na poziom warunkowej wariancji. Rozwiązanie to zostało zastosowane w pracy [Gagnon, Lypny, McCurdy 1998], w której wykazano, że model uwzględniający efekt dźwigni lepiej opisuje dynamikę łącznego rozkładu stóp zwrotów szeregu *spot* oraz *futures*.

6. Zakończenie

Metoda oparta na uwzględnieniu warunkowej wariancji i kowariancji procesów stóp zwrotów *spot* oraz *futures* pozwala na lepsze dopasowanie modelu do danych empirycznych względem modeli zakładających homoskedastyczność innowacji. Ekonomiczna korzyść z zastosowania warunkowych współczynników zabezpieczenia, które determinują jednocześnie dzienne korekty pozycji w kontrakcie *futures*, może zostać zmniejszona wymogiem czasochłonnej estymacji wielowymiarowych modeli oraz koniecznością ponoszenia wysokich kosztów transakcyjnych. Przydatność tej klasy modeli do zastosowań w zakresie zarządzania ryzykiem rynkowym powinna być przedmiotem dalszych badań mających na celu wskazanie takiego modelu, który pozwoli na estymację współczynników zabezpieczenia zapewniających maksymalną efektywność zabezpieczenia.

Literatura

Bera A.K., Garcia P., Roh J.S., *Estimation of Time-Varying Hedging Ratios for Corn and Soybeans: BGARCH and Random Coefficient Approaches*, „Sankhya" Series B, 1997, 59, 346-368.

Ederington L., *The Hedging Performance of the New Futures Markets*, „Journal of Finance" 1979, 34, 157-170.

Engle R.F., Kroner K.F., *Multivariate Simultaneous Generalized ARCH*, „Econometric Theory" 1995, 11, 122-150.

Gagnon L., Lypny G., McCurdy T., *Hedging Foreign Currency Portfolios*, „Journal of Empirical Finance" 1998, 5 , 197-220.

Hull J., *Kontrakty terminowe i opcje. Wprowadzenie*, WIG-Press, Warszawa 1997.

Humeńczuk P., *Efektywność zabezpieczenia dla kontraktów futures, na przykładzie instrumentów z GPW SA*, [w:] *Rynek Kapitałowy – Skuteczne inwestowanie*,

t. 2, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin 2004, 323-334.
Jajuga K. (red.), *Metody ekonometryczne i statystyczne w analizie rynku kapitałowego*, AE, Wrocław 2000.
Kroner K.F., Sultan J., *Time Varying Distribution and Dynamic Hedging with Foreign Currency Futures*, „Journal of Financial and Quantitative Analysis" 1993, 28, 535-551.
Moix P., *The Measurement of Market Risk*, Springer, Berlin 2001.
Stulz R.M., *Optimal Hedging Policies*, „Journal of Financial and Quantitative Analysis" 1984, 1, 127-142.
Taylor S.J., *Modelling Financial Time Series*, John Wiley & Sons, New York 1986.
Tse Y.K., Tsui A., *A Multivariate Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity Model with Time-Varying Correlations*, „Journal of Business and Economics Statistics" 2002, 20, 351-362.

MINIMIZING A STOCK'S MARKET RISK AND CONDITIONAL VARIANCES AND COVARIANCES OF THE PROCESSES

Summary

Two models to modeling conditional variances and covariances of two processes are presented. Two bivariate GARCH models are considered, one with conditional normal distribution of innovations and second with t-Student conditional distribution. They are used to estimate optimal, minimum-variance hedge ratios. An out-of-sample hedging strategy is implemented and the hedging effectiveness is measured. Dynamic models are found to give good description of the joint distribution of *spot* and *futures* returns but the hedging effectiveness is found to be low.