PRACE NAUKOWE AKADEMII EKONOMICZNEJ WE WROCŁAWIU
Nr 1088 — 2005
Inwestycje finansowe i ubezpieczenia – tendencje światowe a polski rynek

Stanisław Barczak, Mirosław Wójciak
Akademia Ekonomiczna w Katowicach

MODELE GIER DECYZYJNYCH MINIMALIZUJĄCE RYZYKO KREDYTOWE

1. Wstęp

Sytuacja, w której bank rozważa wniosek kredytowy przedstawiony przez podmiot, niewątpliwie ma charakter procesu decyzyjnego. Należy podkreślić, iż każda sytuacja decyzyjna jest rozważana przez pryzmat ryzyka podjęcia niewłaściwej decyzji. W związku z tym powstają dwa zasadnicze problemy. Po pierwsze, jaką stratę przyniesie podjęcie niewłaściwej decyzji oraz, po drugie, jakie kryterium/kryteria należy przyjąć, rozważając wniosek kredytowy przedstawiony przez podmiot. W artykule przedstawione zostaną dwa wybrane i zasadniczo różne podejścia analityczne procesu decyzyjnego. Należy podkreślić, że cechą wspólną obydwu grup metod jest minimalizacja ryzyka podjęcia przez bank niewłaściwej decyzji kredytowej. Pierwsza grupa metod ma charakter symulacyjny i bazuje na gruncie statystyki matematycznej oraz jej zastosowań w analizach finansowych. Druga grupa metod odnosi się bezpośrednio do teorii gier, a zatem rozważa proces decyzyjny jako pewną grę, w której każdy z uczestników dysponuje określonymi strategiami, przez pryzmat których podejmuje najbardziej optymalną decyzję, minimalizującą ryzyko straty i jednocześnie maksymalizującą przyszłe zyski. Głównym celem artykułu jest zaprezentowanie przebiegu procesu decyzyjnego z perspektywy kredytodawcy na gruncie metod statystyki matematycznej oraz teorii gier.

Przyjmując dwie klasy ryzyka kredytowego (podmiot posiada zdolność kredytową lub jej nie posiada), mamy do czynienia z czterema możliwymi sytuacjami (por. tab. 1): przyznano kredyt firmie, która w rzeczywistości ma zdolność kredytową (poprawna decyzja), przyznano kredyt firmie, która w rzeczywistości nie ma zdolności kredytowej (błędna decyzja), nie przyznano kredytu firmie, która w rzeczywistości ma zdolność kredytową (błędna decyzja), nie przyznano kredytu firmie, która w rzeczywistości nie ma zdolności kredytowej (poprawna decyzja).

Tabela 1. Schemat możliwych sytuacji po podjęciu decyzji o przyznaniu kredytu

Sytuacja / Decyzja	Podmiot ma zdolność kredytową	Podmiot nie ma zdolności kredytowej
Podmiot ma zdolność kredytową	decyzja słuszna	decyzja niesłuszna typu pierwszego
Podmiot nie ma zdolności kredytowej	decyzja niesłuszna typu drugiego	decyzja słuszna

Źródło: opracowanie własne na podstawie pracy [Cauette, Altman, Narayanan 1998, s. 118].

Rozpatrując wniosek kredytowy, należy zaklasyfikować kredytobiorcę do jednej z populacji, tzn. populacji podmiotów posiadających zdolność kredytową lub do populacji podmiotów, które tej zdolności nie mają. Należy zaznaczyć, że choć można zauważyć analogię do weryfikacji hipotez statystycznych, to wniosek o przyznanie kredytu nie jest weryfikacją hipotezy w sensie statystycznym. Bank czy też inna instytucja finansowa w przypadku popełnienia obu rodzajów błędnych decyzji ponosi straty. Podjęcie decyzji niesłusznej typu pierwszego naraża instytucję na stratę finansową w wysokości przyznanego kredytu oraz należnych odsetek i prowizji. W przypadku decyzji niesłusznej typu drugiego strata jest równa nie tylko wysokości możliwych do uzyskania odsetek i prowizji, ale także niewymiernej stracie przejścia klienta do konkurencji. W praktyce dąży się do minimalizacji błędu przyznania kredytu podmiotowi, który nie ma wymaganej zdolności kredytowej. Model nie powinien być zbyt restrykcyjny, aby nie odrzucał zbyt dużego odsetka wniosków podmiotów posiadających zdolność kredytową.

W relacjach przedsiębiorstw z bankami można wyróżnić dwa podejścia (por. [Mesjasz 2003, s. 34]):

- tradycyjne – koncentrujące się na zarządzaniu ryzykiem danego kredytu w kontekście ryzyka kredytowego banku,
- kontraktowe – nawiązujące do teorii relacji międzyorganizacyjnych.

Podejście tradycyjne jest dość szeroko opisane w literaturze. Jest ono typowe dla rynku, na którym banki odgrywają rolę dominującą lub jest stosowane w sytuacji występowania licznej grupy jednorodnych klientów. Podejście kontraktowe uwzględnia nie tylko wzrost konkurencyjności rynków finansowych, ale także ujęcie zmian w zarządzaniu przedsiębiorstwem oraz indywidualność i specyfikę poszczególnych podmiotów.

W pracy zaprezentowano oba podejścia relacji przedsiębiorstw z bankami. Za punkt wyjścia przyjęto wstępną ocenę zdolności kredytowej przedsiębiorstwa. W tym celu użyto modelu oceny ryzyka kredytowego, opartego na zmienności wartości aktywów (model Moody's KMV).

2. Model Moody's KMV pomiaru ryzyka kredytowego

Model Blacka-Scholesa-Mertona wyceny opcji może posłużyć do oszacowania wartości kapitału własnego lub obcego przedsiębiorstwa. Jest to ważne, gdyż w momencie likwidacji przedsiębiorstwa nabywca obligacji może liczyć na wypłatę wtedy, gdy wartość kapitału własnego jest większa od zera, tzn. wartość firmy (A) jest wyższa od zobowiązań (D). W przeciwnym razie wierzyciel nie otrzymuje wypłaty, gdyż rynkowa wartość kapitału własnego wynosi zero. Oznacza to, że przychód wierzyciela przedsiębiorstwa jest zbliżony do przychodu wystawcy opcji sprzedaży na aktywa firmy zaciągającej pożyczkę.

W celu oszacowania wartości rynkowej aktywów i jej zmienności wykorzystuje się zależności (por. [Hull 2003, s. 622]):

$$E = AN(d_1) - De^{-rT}N(d_2), \tag{1}$$

$$\sigma_E E = N(d_1)\sigma_A A, \tag{2}$$

gdzie:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{A}{D}\right) + (r + 0,5\sigma_A^2)T}{\sigma_A\sqrt{T}}, \quad d_2 = \frac{\ln\left(\frac{A}{D}\right) + (r - 0,5\sigma_A^2)T}{\sigma_A\sqrt{T}},$$

E – rynkowa wartość kapitału własnego przedsiębiorstwa,
A – wartość aktywów przedsiębiorstwa,
D – nominalna wartość zadłużenia,
T – okres kredytu,
r – stopa oprocentowania wolna od ryzyka,
σ_A – zmienność wartości aktywów przedsiębiorstwa,
σ_E – zmienność wartości kapitału własnego,
$N(d_i)$ – wartość dystrybuanty standaryzowanego rozkładu normalnego dla argumentu równego d_i, gdzie $i = 1, 2$.

Jeśli mamy równania (1) i (2), można obliczyć wartość aktywów firmy (A) i jej zmienność (σ_A) za pomocą kolejnych iteracji. Zakładając, że zmiany wartości aktywów są opisane standardowym ruchem geometrycznym Browna, można wyliczyć teoretyczną oczekiwaną częstotliwość niewypłacalności (*expected default frequency* – EDF) dowolnego pożyczkobiorcy, czyli prawdopodobieństwo, że wartość aktywów firmy w perspektywie okresu T [1] spadnie poniżej wartości krytycznej (A_{def}), według następującego wzoru:

$$p_{def} = P\left[\varepsilon \le -\frac{\ln\left(\frac{A_0}{A_{def}}\right) + \left(\mu - \frac{\sigma_A^2}{2}\right)t}{\sigma_A\sqrt{t}}\right], \tag{3}$$

[1] EDF najczęściej określa się w perspektywie rocznej (por. [Sanders 2001, s. 37]).

gdzie: μ – średnia stopa zwrotu z aktywów przedsiębiorstwa,

A_{def} – wartość krytyczna aktywów, poniżej której przedsiębiorstwo nie może obsługiwać wymagalnych zobowiązań.

Z równań (1) i (2) wynika, że wraz ze wzrostem zadłużenia będzie rósł wskaźnik zadłużenia oraz będzie malała zmienność wartości aktywów. Wzrost wskaźnika zadłużenia będzie zwiększał oszacowane prawdopodobieństwo niewypłacalności, a zmniejszenie zmienności rynkowej wartości aktywów będzie zmniejszać to prawdopodobieństwo.

Za pomocą modelu można wyznaczyć także wysokość premii za ryzyko kredytowe, która wynosi:

$$q^* - r = -\frac{1}{T}\ln\left[\frac{1}{d}N(-d_1) + N(d_2)\right], \tag{4}$$

gdzie:

$$d = \frac{De^{-rT}}{A},\; d_1 = -\frac{\ln(d) - 0{,}5\sigma_A^2 T}{\sigma_A\sqrt{T}},\; d_2 = -\frac{\ln(d) + 0{,}5\sigma_A^2 T}{\sigma_A\sqrt{T}},$$

gdzie: q^* – oprocentowanie kredytu.

3. Podejście tradycyjne

W pracy przyjęto założenie, że w przypadku decyzji słusznych o przyznaniu lub odrzuceniu wniosku kredytowego bank maksymalizuje swój wynik finansowy, tzn. bank nie ponosi straty finansowej. W związku z tym założeniem strata finansowa spowodowana udzieleniem pożyczki lub odrzuceniem wniosku kredytowego może wystąpić tylko i wyłącznie w przypadku błędnej decyzji co do oceny ryzyka kredytowego wnioskodawcy. W przypadku przyznania kredytu firmie, która w rzeczywistości nie ma zdolności kredytowej (decyzja niesłuszna typu pierwszego), oczekiwaną stratę finansową można wyrazić równaniem:

$$DNI = p_{def} \cdot (1 - SO) \cdot D, \tag{5}$$

gdzie: DNI – strata spowodowana decyzją niesłuszną typu pierwszego,

SO – stopa odzysku w przypadku niewypłacalności przedsiębiorstwa.

W sytuacji nieprzyznania kredytu firmie, która w rzeczywistości ma zdolność kredytową, oczekiwaną stratę finansową można wyrazić formułą:

$$DNII = (q^* - r + c) \cdot D, \tag{6}$$

gdzie: $DNII$ – strata spowodowana decyzją niesłuszną typu drugiego,

c – koszt przejścia przedsiębiorstwa do konkurencji wyrażony procentowo.

W modelu nie ujęto kosztów przygotowania decyzji kredytowej oraz prowizji, gdyż przyjęto, że w każdej sytuacji są one płatne w momencie podejmowania decyzji kredytowej, a więc nie będą częścią straty finansowej. Założono także, że w przypadku odmownej decyzji bank może pieniądze przeznaczyć albo na nowy kredyt, albo może zainwestować w aktywa wolne od ryzyka po stopie procentowej r.

W celu przedstawienia decyzji o przyznaniu lub odrzuceniu kredytu przeprowadzono symulację. Założono, że wartość kredytu wynosi 3 mln zł, stopę odzysku ustalono na poziomie $SO = 0{,}55$[2], koszt przejścia przedsiębiorstwa do konkurencji założono na poziomie $c = 0{,}02$[3], stopa wolna od ryzyka wynosiła $r = 0{,}05$, a okres kredytu wynosił 1 rok. Przyjęto dwie wersje: a) stopa zwrotu z aktywów wynosi 0 ($\mu = 0{,}00$), b) stopa zwrotu z aktywów jest równa stopie wolnej od ryzyka ($\mu = 0{,}05$). Symulację przeprowadzono zakładając, że wartość kapitału własnego stale się zmniejsza przy stałej, założonej zmienności kapitału własnego, co powoduje wzrost wartości dźwigni kapitałowej d[4], a więc i wzrost ryzyka kredytowego oraz wymaganej marży na jego pokrycie. Symulację przeprowadzono po przyjęciu trzech poziomów zmienności rynkowej wartości kapitału własnego: $\sigma_E = 0{,}6$; $\sigma_E = 0{,}8$; $\sigma_E = 1{,}0$. W tabeli 2 przedstawiono wartości progowe teoretycznych prawdopodobieństw upadłości (p_{def}*), przy których straty finansowe z obu decyzji niesłusznych są sobie równe. W sytuacji wartości prawdopodobieństw upadłości niższych niż progowe strata finansowa z podjęcia decyzji niesłusznej typu pierwszego jest mniejsza, tzn. $BDI < BDII$, a więc kredyt powinien być udzielony.

Tabela 2. Wartości progowe teoretycznych prawdopodobieństw upadłości (p_{def}), przy których $BDI = BDII$

	$\mu = 0{,}00$	$\mu = 0{,}05$
$\sigma_E = 0{,}6$	$p_{def}^* = 0{,}0652$	$p_{def}^* = 0{,}0698$
$\sigma_E = 0{,}8$	$p_{def}^* = 0{,}0930$	$p_{def}^* = 0{,}1062$
$\sigma_E = 1{,}0$	$p_{def}^* = 0{,}1584$	$p_{def}^* = 0{,}2026$

Źródło: obliczenia własne.

W przypadku stopy zwrotu z aktywów równej stopie wolnej od ryzyka progowe prawdopodobieństwa niewypłacalności są wyższe niż wówczas, gdy wartość aktywów w ciągu roku się nie zmieni. Oznacza to, że gdy spodziewany jest wzrost wartości aktywów (np. równy stopie wolnej od ryzyka) bank powinien zaakceptować wyższe ryzyko kredytowe niż w przypadku, gdy przewiduje się, że wartość aktywów się nie zmieni. Należy także zauważyć, że wraz ze wzrostem zmienności rynkowej wartości kapitału własnego rosną też wartości progowe prawdopodobieństw, co należy tłumaczyć wzrostem wysokości marży na pokrycie ryzyka ($q^* - r$). W związku z tym strata finansowa spowodowana decyzją niesłuszną typu drugiego rośnie gwałtowniej od straty finansowej decyzji niesłusznej typu pierwszego i w efekcie są one sobie równe przy wyższej wartości prawdopodobieństwa niewypłacalności.

[2] Odpowiada ona średniej stopie odzysku z nieruchomości (por. [Gątarek i in., s. 103]).

[3] 2% koszt przejścia do konkurencji założono na podstawie średniej marży ryzyka kredytowego uzyskanej na podstawie symulacji. Założono, że przedsiębiorstwo w przyszłości zaciągnęłoby kredyt o tej samej wartości $D = 3$ mln zł. Oczywiście, za koszt przejścia do konkurencji można podstawić dowolną wartość procentową lub wartość kwotową. W przypadku ujęcia kosztu przejścia do konkurencji w postaci kwotowej formuła (6) miała postać: $DNII = (q^* - r) \cdot D + c$.

[4] Najmniejsza wartość dźwigni kapitałowej wynosiła $d = 0{,}01$, a największa – $d = 0{,}99$.

4. Podejście kontraktowe – schemat arbitrażowy Nasha

Rozpatrzmy grę, w której udział bierze dwóch graczy, np. bank oraz kredytobiorca (przedsiębiorstwo). Załóżmy dalej, że gracze postępują tak, że: bank jest zainteresowany udzieleniem kredytu, a kredytobiorca jest zainteresowany jego otrzymaniem. Można przyjąć za naturalne, iż interesy obu graczy nie są całkowicie przeciwstawne, zatem gra bank–kredytobiorca nie jest grą o sumie zerowej. Załóżmy dalej, iż zarówno bank, jak i kredytobiorca są zainteresowani ustaleniem określonych warunków przyznania kredytu, które będą korzystne lub, inaczej mówiąc, sprawiedliwe dla obu stron. Zachodzi zatem konieczność prowadzenia negocjacji. Z punktu widzenia teorii gier można mówić o sytuacji, w której gracze negocjują, jaki wynik w grze byłby uzasadniony. Można przyjąć, że są oni dodatkowo skłonni do zaakceptowania uzgodnionego wyniku lub też uzgodnią podczas negocjacji, iż akceptowalnym przez nich rezultatem będzie rozwiązanie gry podane przez bezstronnego arbitra. W tym miejscu warto zwrócić uwagę na zasadę wykonania pierwszego ruchu. Zgodnie z teorią gier, w przypadku gry z możliwością negocjacji o sumie zerowej[5], gracze nie są zainteresowani wykonaniem pierwszego ruchu. Z kolei w grach o sumie niezerowej[6] gracze są zainteresowani wykonaniem pierwszego ruchu, co wiąże się z tym, że poprzez pierwszy ruch gracze wyrażają swoje obietnice, zobowiązania oraz groźby. Mówimy wówczas o tzw. ruchach strategicznych graczy. Obietnice w teorii gier mają miejsce wówczas, gdy gracz deklaruje, iż w przypadku działania przeciwnika podejmie on określone akcje, które będą korzystne dla przeciwnika oraz niekorzystne dla niego samego. Zobowiązanie gracza jest określane w teorii gier jako deklaracja podjęcia konkretnej strategii w odpowiedzi na strategię stosowaną przez przeciwnika. Znane są gry[7], w których zobowiązania graczy miały katastrofalne skutki spowodowane jednoczesną chęcią podjęcia przez obu uczestników gry tego samego zobowiązania. O groźbach w teorii gier można mówić w sytuacji, gdy gracz deklaruje podjęcie określonego działania w odpowiedzi na działanie przeciwnika, które będzie niekorzystne dla samego gracza, a także dla przeciwnika.

Należy pamiętać, iż gry o sumie zerowej nie da się przenieść na grę o sumie niezerowej, co związane jest bezpośrednio z brakiem uniwersalnego sposobu rozwiązywania gier o sumie niezerowej.

Powstaje zatem pytanie, w jaki sposób gracze mają dojść do wyniku, który będzie przez nich akceptowalny i sprawiedliwy. Jednym z rozwiązań jest tzw. rozwiązanie egalitarne. Polega ono na ustaleniu najwyższej sumy wypłat graczy i równym jej podzieleniu między nich. Niestety, takie rozwiązanie ma dwie zasadni-

[5] Gracze mają dokładnie przeciwstawne interesy, co oznacza, że wysokość wygranej jednego gracza jest jednocześnie wysokością przegranej drugiego gracza.
[6] Wysokość wygranej jednego gracza nie jest wysokością przegranej drugiego gracza. Interesy graczy nie są całkowicie przeciwstawne.
[7] Gra „Chicken".

cze wady: po pierwsze, wypłaty w grze są wyrażone w jednostkach użyteczności graczy, zatem wartość sumy użyteczności nie może być racjonalnie interpretowana oraz niemożliwe staje się dzielenie jej między graczy. Po drugie, rozwiązanie takie ignoruje strategiczną pozycję graczy, co oznacza wprost, iż pomijane są realia gry.

4.1. Rozwiązanie gry o sumie niezerowej poprzez schemat arbitrażowy Nasha

Rozwiązania gier o sumie niezerowej jako pierwsi podali von Neumann i Morgenstern w 1944 r. W rozwiązaniu arbitrażowym podanym przez Nasha jest wykluczone nieuzasadnione manipulowanie użytecznościami graczy przy jednoczesnym uwzględnieniu ich pozycji strategicznych oraz odwołaniu się do pojęcia sprawiedliwości. Dopuszczalnymi rozwiązaniami arbitrażowymi gier o sumie niezerowej są rozwiązania, które spełniają następujące warunki:

(i) są optymalne w sensie Pareto[8],

(ii) wypłaty obu graczy powinny być nie niższe niż ich poziomy bezpieczeństwa[9].

Jeżeli spełnione są te warunki, to zbiór wyników gry jest nazywany zbiorem negocjacyjnym (obszarem negocjacji). W związku z tym zbiór negocjacyjny stanowi pewien przedział dopuszczalnych rozwiązań gry. Kluczowym zagadnieniem jest wskazanie na jeden punkt, który będzie wynikiem sprawiedliwym i akceptowalnym przez obu graczy.

Przyjmijmy, że jeżeli negocjacje nie powiodą się, to wynikiem gry będzie pewien *a priori* ustalony punkt *status quo* (*SQ*).

W sensie Nasha schemat arbitrażowy jest akceptowalny, jeżeli spełnione są cztery następujące aksjomaty:

Aksjomat 1. Racjonalność – rozwiązanie gry powinno należeć do zbioru negocjacyjnego.

Aksjomat 2. Niezależność od przekształceń liniowych – jeżeli użyteczność gracza zostanie przekształcona przez rosnącą funkcję liniową, to również odpowiednia współrzędna rozwiązania powinna być przekształcona przez tę funkcję.

Aksjomat 3. Symetria – jeśli wielobok możliwych wyników jest symetryczny względem linii o równaniu $y = x + a$ (nachylenie +1), przechodzącej przez punkt *SQ*, to punkt rozwiązania powinien leżeć na tej linii – idea sprawiedliwości.

Aksjomat 4. Niezależność od alternatyw niezwiązanych – przyjmijmy, że dla wieloboku wyników *P*, rozwiązaniem gry przy punkcie *SQ* jest punkt *N*. Załóżmy dalej, że do wieloboku *Q*, który zawiera się całkowicie w *P*, należą punkty *SQ* i *N*. Zatem rozwiązanie *N* powinno być również rozwiązaniem dla wieloboku *Q*, jeżeli punkt *SQ* zostanie utrzymany.

---

[8] Rozwiązanie optymalne w sensie Pareto da takie rozwiązanie, w którym nie może istnieć żaden inny wynik, który byłby lepszy dla obu graczy, lub lepszy dla jednego, a nie gorszy dla drugiego.

[9] Poziom bezpieczeństwa oznacza, iż żadnego gracza nie można zmusić do zaakceptowania rozwiązania gry, w której jego wypłata jest niższa niż ta, którą może on sobie zagwarantować, grając niekooperacyjnie.

Twierdzenie (Nash 1950)

Istnieje dokładnie jeden schemat arbitrażowy, spełniający aksjomaty 1-4: jeżeli $SQ=(x_0,y_0)$, to rozwiązaniem arbitrażowym jest należący do wieloboku wyników punkt N o takich współrzędnych (x,y), $x \geq x_0, y \geq y_0$, który maksymalizuje wartość iloczynu $(x-x_0)(y-y_0)$.

Twierdzenie Nasha spełnia wszystkie cztery aksjomaty, wyklucza jednak istnienie innych schematów arbitrażowych, spełniających aksjomaty przez niego podane. W twierdzeniu Nash zakłada maksymalizację przyrostów iloczynu użyteczności graczy względem punktu *status quo* (SQ).

4.2. Gra bank–kredytobiorca poprzez pryzmat schematu arbitrażowego Nasha

Rozważmy grę między bankiem a przedsiębiorstwem reprezentującym potencjalnego kredytobiorcę. Wprowadźmy do gry następujące założenia: (i) istnieje dwóch uczestników/graczy: bank oraz przedsiębiorstwo, (ii) wszyscy uczestnicy (bank, przedsiębiorstwo) mają neutralny stosunek do ryzyka, (iii) istnieją egzogenicznie bezpieczne aktywa o stałej znanej wszystkim stopie zwrotu, przedsiębiorstwo ma zamiar zaciągnąć w banku kredyt na określoną sumę, która umożliwi sfinansowanie zaplanowanego projektu, iv) strategiczna sytuacja banku jest korzystniejsza niż przedsiębiorstwa, v) przedsiębiorstwo wykonuje pierwszy ruch w grze.

Wprowadźmy strategie czyste banku: (KN) – nieprzyznanie kredytu, (KT) – przyznanie kredytu. W przypadku przedsiębiorstwa można mówić o dwóch następujących strategiach czystych: (ZK) – stan zdolności kredytowej, (BZK) – stan braku zdolności kredytowej. Łatwo zauważyć, iż wypłaty uczestników gry nie są wypłatami sumującymi się do zera. Na przykład wypłata dla banku z tytułu nieprzyznania kredytu nie jest równa wypłacie przedsiębiorstwu, które kredytu nie otrzymało. Gra jest zatem grą o sumie niezerowej. Można w tej sytuacji mówić o pewnym paradoksie ze względu na to, iż w grach o sumie zerowej bardzo korzystne jest wykonanie pierwszego ruchu. Wydaje się jednak, iż w grze bank–przedsiębiorstwo wykonanie pierwszego ruchu przez przedsiębiorstwo nie jest decydujące i świadczy o jego słabszej pozycji strategicznej w stosunku do pozycji banku.

Zapiszmy formę normalną gry (tab. 3).

Tabela 3. Ogólna postać formy normalnej gry bank–przedsiębiorstwo

Strategie	Przedsiębiorstwa		
Banku		(ZK)	(BZK)
	(KT)	$u_B^{(KT,ZK)},\ u_P^{(ZK,KT)}$	$-u_B^{(KT,BZK)},\ u_P^{(BZK,KT)}$
	(KN)	$-u_B^{(KN,ZK)},\ -u_P^{(ZK,KN)}$	$u_B^{(KN,BZK)},\ -u_P^{(BZK,KN)}$

Źródło: opracowanie własne.

gdzie:

$u_B^{(KT,ZK)}$ – użyteczność banku z tytułu przyznania kredytu w warunkach zdolności kredytowej przedsiębiorstwa,

$u_B^{(KN,ZK)}$ – użyteczność banku z tytułu nieprzyznania kredytu w warunkach zdolności kredytowej przedsiębiorstwa,

$u_B^{(KT,BZK)}$ – użyteczność banku z tytułu przyznania kredytu w warunkach braku zdolności kredytowej przedsiębiorstwa,

$u_B^{(KN,BZK)}$ – użyteczność banku z tytułu nieprzyznania kredytu w warunkach braku zdolności kredytowej przedsiębiorstwa,

$u_P^{(ZK,KT)}$ – użyteczność przedsiębiorstwa z tytułu przyznania kredytu przy spełnionych wymaganiach dotyczących zdolności kredytowej,

$u_P^{(ZK,KN)}$ – użyteczność przedsiębiorstwa z tytułu nieprzyznania kredytu przy spełnionych wymaganiach dotyczących zdolności kredytowej,

$u_P^{(BZK,KT)}$ – użyteczność przedsiębiorstwa z tytułu przyznania kredytu przy niespełnionych wymaganiach dotyczących zdolności kredytowej,

$u_P^{(BZK,KN)}$ – użyteczność przedsiębiorstwa z tytułu nieprzyznania kredytu przy niespełnionych wymaganiach dotyczących zdolności kredytowej.

Załóżmy, że uporządkowanie użyteczności podejmowanych decyzji przez bank jest następujące:

$$u_B^{(KN,ZK)} \prec u_B^{(KT,BZK)} \prec u_B^{(KN,BZK)} \prec u_B^{(KT,ZK)}.$$

W przypadku firmy uporządkowanie jest następujące:

$$u_P^{(BZK,KN)} \prec u_P^{(ZK,KN)} \prec u_P^{(BZK,KT)} \prec u_P^{(ZK,KT)}.$$

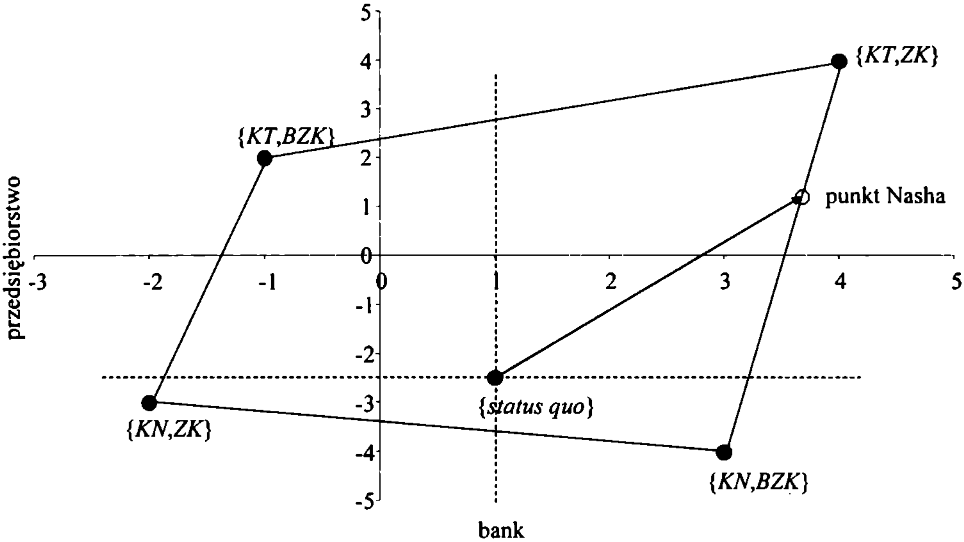
Przyjmijmy hipotetyczną macierz wypłat gry bank–przedsiębiorstwo daną jako (por. tab. 3):

Tabela 3. Wypłaty w postaci użyteczności gry bank–przedsiębiorstwo

Strategie	Przedsiębiorstwa		
Banku		*(ZK)*	*(BZK)*
	(KT)	{4,4}	{–1,2}
	(KN)	{–2,–3}	{3,–4}

Źródło: opracowanie własne.

W grze, z punktu widzenia banku, mamy: strategia bezpieczeństwa banku wynosi: $\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right\}$, co oznacza, iż bank albo przyzna kredyt na określonych zasadach, albo odstąpi od jego przyznania. Poziom bezpieczeństwa banku w tym przypadku jest równy $\{1\}$. Z punktu widzenia przedsiębiorstwa strategia bezpieczeństwa wynosi: $\left\{\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right\}$, co oznacza, iż najlepszą pozycją strategiczną jest posiadanie zdolności kredytowej. Poziom bezpieczeństwa gry dla przedsiębiorstwa wynosi $\left\{-\frac{5}{2}\right\}$. Gdy przedsiębiorstwo nie otrzyma kredytu, wówczas kredyt zostanie przejęty przez inną firmę (naturę). Z rozważanej gry wynika, iż mimo pierwszego ruchu przedsiębiorstwa, jego pozycja strategiczna jest mniej korzystna niż pozycja banku. Przedsiębiorstwo, które nie otrzyma kredytu, znajdzie się w gorszej sytuacji niż bank, który kredytu nie udzieli. Jeśli rozważamy grę z punktu widzenia schematu arbitrażowego Nasha (por. rys. 4), to punkty znajdujące się na północno-wschodniej części wieloboku stanowią zbiór rozwiązań negocjacyjnych optymalnych w sensie Pareto.



Rys. 1. Wielobok wypłat
Źródło: opracowanie własne.

Istotnym zagadnieniem rozwiązywania gier o sumie niezerowej jest wyznaczenie punktu *status quo* (*SQ*). W pracy punkt *SQ* wyznaczono na poziomie bezpieczeństwa obydwu uczestników gry. Prosta o kierunku +1, poprowadzona z punktu (*SQ*), wyznacza punkt arbitrażowy w sensie Nasha, stanowiący rozwiązanie gry i gwarantujący, iż gracze nie będą osiągać niższych wypłat niż ich poziomy bezpieczeństwa. Łatwo zauważyć, iż poszukiwane rozwiązanie gry leży na odcinku negocjacji między wierzchołkami {*KT,ZK*} oraz {*KN,BZK*} i jest jednocześnie pareto-optymalne. Z rozwiązania gry wynika, iż udzielenie kredytu podmiotom jest dla banku bardzo korzystne.

5. Zakończenie

Podejmując decyzję o przyznaniu lub odrzuceniu wniosku kredytowego, bank powinien uwzględnić zarówno stratę finansową, spowodowaną niedotrzymaniem warunków kontraktu, jak i stratę możliwych do uzyskania odsetek i prowizji oraz przejście klienta do konkurencji. W przypadku podejścia tradycyjnego decyzja o przyznaniu lub odrzuceniu wniosku kredytowego jest zależna tylko i wyłącznie od zdolności kredytowej przedsiębiorstwa. Na jej podstawie bank może jednoznacznie podjąć decyzję o przyznaniu kredytu lub odrzuceniu wniosku kredytowego na podstawie oczekiwanej straty. Jednak to podejście sprawdza się tylko i wyłącznie w dużej, jednorodnej grupie klientów lub wówczas, gdy bank odgrywa dominującą rolę.

Zastosowane podejście teoriogrowe ma charakter wstępny. Oznacza to, iż rozważana jest sytuacja, w której zakłada się *a priori*, że kredytobiorca przedstawia bankowi wniosek o otwarcie kredytu po raz pierwszy. Podejście takie pozwala jedynie na identyfikację strategii podejmowanych zarówno przez bank, jak i kredytobiorcę oraz konsekwencji wynikających z ich stosowania. Analiza jednorazowego aktu decyzji kredytowej, oparta na teorii gier, może wskazać na pewne podstawowe kierunki prowadzenia negocjacji, które umożliwiają osiągnięcie kompromisu między graczami.

Z punktu widzenia teorii gier, rozwiązanie gry bank–przedsiębiorstwo wymaga uwzględnienia strategii behawioralnych. Oznacza to, iż grę należy rozpatrywać dla przedsiębiorstw, które wielokrotnie podejmowały decyzję o otwarciu kredytu. W grach, w których uczestnik wielokrotnie bierze udział, są przyjmowane dodatkowe kryteria związane z procesem uczenia się i postępowania w określonych warunkach. W tym przypadku pozycja strategiczna zarówno przedsiębiorstwa, jak i banku może się wyrównać, co niewątpliwie zmieni przebieg negocjacji.

Literatura

Cauette J, Altman E., Narayanan P., *Managing Credit Risk – The Next Great Financial Challenge*, John Wiley & Sons, New York 1998.

Gątarek D., Maksymiuk R., Krysiak M., Witkowski Ł., *Nowoczesne metody zarządzania ryzykiem finansowym*, WIG Press, Warszawa 2001.

Gibbons R., *Game Theory for Applied Economics*, Princeton University Press, New Jersey 1992.

Hull J.C., *Options, Futures and other Derivatives*, wyd. 5, Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey 2003.

Mesjasz C., *Determinanty i modele procesów negocjacji kredytowych pomiędzy bankiem a przedsiębiorstwem*, AE, Kraków 2000.

Saunders A., *Metody pomiaru ryzyka kredytowego*, Dom Wydawniczy ABC, Warszawa 2001.
Straffin Ph. D., *Teoria gier*, Wydawnictwo Naukowe Scholar, Warszawa 2001.
Vega-Redondo F., *Economics and the Theory of Games*, Cambridge University Press, Cambridge 2003.
Wójciak M., *Nowe metody zarządzania ryzykiem kredytowym*, [w:] D. Appenzeller (red.), *Upadłość przedsiębiorstw w Polsce w latach 1990-2003. Teoria i praktyka*, Zeszyty Naukowe Akademii Ekonomicznej w Poznaniu nr 49, Poznań 2004.

MODELS OF DECISION-MAKING GAMES MINIMISING CREDIT RISK

Summary

This paper presents chosen aspects of credit decisions made by the bank in its relationship with the company. The classical decision-making model which is introduced in this article is directly combined with estimation of credit risk and shows so-called traditional 'bank – company' approach. This model is based on the results of the credit risk measurement achieved from the Moody's KMV model. Additionally, in the paper the discussion about adopting a 'bank – company' game on the basis of game theory takes place. To solve this problem the scheme of the Nash arbitrage theory was implemented as it is widely used in nonzero-sum games.