

C₃

Na prawach rękopisu

INSTYTUT CYBERNETYKI TECHNICZNEJ

POLITECHNIKI WROCŁAWSKIEJ

Komunikat nr 285

MODELOWANIE METODAMI SIATEK R-C i R-R
WYBRANYCH PROCESÓW O STAŁYCH ROZŁOŻO-
NYCH OPISYWANYCH QUASILINIOWYM RÓWNA-
NIEM RÓŻNICZKOWYM CZĄSTKOWYM

/praca doktorska/

Andrzej Jabłoński

Słowa kluczowe: modelowanie, zagadnienie brzegowe, równania różniczkowe cząstkowe, równania nieliniowe, transformacja Kirchhoffa, modele siatkowe, system hybrydowy

Wrocław 1975

Nr. 3004.

Niniejszym wyrażam serdeczne podziękowania mojemu promotorowi doc.dr inż. Ludwikowi Żebrowskiemu za twórczą inspirację, życzliwość i opiekę, które nie opuszczały mnie w czasie wykonywania tej pracy.

Autor

mgr inż. Andrzej JABŁOŃSKI
Instytut Cybernetyki Technicznej
Politechniki Wrocławskiej
Wrocław, ul. Janiszewskiego 11/17 - C-3

P R A C A D O K T O R S K A

Promotor:

doc. dr inż. Ludwik ŻEBROWSKI

Komunikat wpłynął 17.09.1975 r.

DEDYKUJĘ
KOCHANYM RODZICOM

SPIS TREŚCI

	str.
1. WSTĘP	6
1.1. Przedmiot pracy	6
1.2. Zakres pracy	8
1.3. Cel pracy	11
1.4. Wykaz oznaczeń	13
2. NIELINIOWE ZAGADNIENIA BRZEGOWE	18
2.1. Klasyfikacja zadań nieliniowych	18
2.2. Zastosowanie transformacji dla rozwiązywania nieliniowych zagadnień brzegowych	20
2.3. Przykłady transformacji quasiliniowych zagadnień brzegowych	23
3. MODELOWANIE PROCESÓW O STAŁYCH ROZŁOŻONYCH NA SIATKACH R-C.	26
3.1. Modelowanie zagadnień liniowych	26
3.1.1. Model elektryczny procesu	26
3.1.2. Realizacje modeli siatkowych R-C	28
3.1.2.1. Klasyczny model siatkowy R-C	28
3.1.2.2. Zmodyfikowany model siatkowy R-C	29
3.1.3. Modelowanie liniowych zagadnień w obszarach niejednorodnych na jednorodnej siatce R-C	34
3.2. Modelowanie quasiliniowych zagadnień brzegowych na siatkach R-C	37
3.2.1. Metodyka postępowania	37
3.2.2. Modelowanie na siatkach R-C z nieliniowymi elementami	39
3.2.2.1. Siatka R-C z nieliniowymi kondensatorami	39
3.2.2.2. Siatki R-C z nieliniowymi rezystorami.	43
3.2.2.3. Interpretacja warunków początkowych w siatkach z nieliniowymi elementami .	44

3.2.3.	Modelowanie na siatkach R-C z ciągłą modyfikacją warunków początkowych	46
3.2.3.1.	Algorytm ciągłej modyfikacji warunków początkowych	46
3.2.3.2.	Realizacja modelu R-C z ciągłą modyfikacją warunków początkowych	48
3.2.4.	Modelowanie na siatkach R-C z dyskretną modyfikacją warunków początkowych	49
3.2.4.1.	Algorytm dyskretnej modyfikacji warunków początkowych	49
3.2.4.2.	Realizacja modelu R-C z dyskretną modyfikacją warunków początkowych	56
4.	MODELOWANIE PROCESÓW O STAŁYCH ROZŁOŻONYCH NA SIATKACH R-R .	59
4.1.	Modelowanie zagadnień liniowych	59
4.1.1.	Model elektryczny procesu	59
4.1.2.	Realizacja modelu elektrycznego	61
4.1.2.1.	Klasyczny model R-R	61
4.1.2.2.	Model R-R z iniektorem prądowym	62
4.2.	Modelowanie quasiliniowych zagadnień brzegowych na siatkach R-R	64
4.2.1.	Metodyka postępowania	64
4.2.2.	Modelowanie na jednorodnych siatkach R-R z węzłowym sprzężeniem zwrotnym	66
4.2.2.1.	Algorytm generacji potencjałów czasowych	66
4.2.2.2.	Realizacja modelu R-R z węzłowym sprzężeniem zwrotnym	68
4.2.3.	Modelowanie na siatkach R-R z korekcją potencjałów węzłowych	69
4.2.3.1.	Algorytm wyznaczania wartości skorygowanych potencjałów węzłowych	69

4.2.3.2. Realizacja modelu R-R z korekcją potencjałów węzłowych	72
5. SYMULACJA CYFROWA MODELI SIATKOWYCH R-R I R-C DLA ROZWIĄZANIA QUASILINIOWYCH RÓWNAŃ RÓŻNICZKOWYCH CZĄSTKOWYCH /przykład/	75
5.1. Sformułowanie problemu	75
5.2. Analiza wyników	82
6. WNIOSKI KOŃCOWE	94
7. LITERATURA	100

1. WSTĘP

1.1. Przedmiot pracy

Poważną część zagadnień technicznych dotyczących zjawisk przepływu masy i energii w ośrodkach materialnych, opisują równania różniczkowe o pochodnych cząstkowych. Naturalne procesy o stałych rozłożonych mają skomplikowany, najczęściej nieliniowy i niestacjonarny charakter. Modele matematyczne tych procesów są zazwyczaj opisami idealizowanymi i uproszczonymi, częstokroć nieuwzględniającymi wielu istotnych szczegółów rzeczywistego procesu. Uproszczenia te dotyczą głównie przyjmowania liniowej formy równań, niedokładnego odwzorowania brzegów obszaru i występujących na nich warunków brzegowych, szacowania rzeczywistych parametrów ośrodka materialnego. Przyczyna tego stanu rzeczy znajduje swoje źródło zarówno w problemie identyfikacji zjawiska, jak i w niedoskonałości znanych metod rozwiązywania zagadnień brzegowych. Częstokroć stosunkowo wierny rzeczywistości model matematyczny procesu, nie znajduje zastosowania praktycznego, ze względu na brak dogodnych metod dla rozwiązywania problemu. W konsekwencji następuje uproszczenie modelu.

Współczesne wymagania techniki powodują, że dokładna znajomość zjawiska i możliwość jego rozwiązania na drodze teoretycznej staje się bardzo poważnym wymogiem. Przyjęcie szerokich przedziałów zmienności wartości funkcji określającej stan procesu, uniemożliwia powszechnie stosowaną linearyzację równań. Stąd szczególnie potrzeba opracowania metod rozwiązywania nieliniowych zagadnień brzegowych [32]. Analityczne rozwiązanie omówionych zagadnień jest bardzo trudne i możliwe jedynie dla nielicznych i prostych przypadków [46]. Jedną z najbardziej efektywnych dróg postępowania jak dotąd, jest zastosowanie metod modelowania [42]. Technika modelowania

wania procesów o stałych rozłożonych wyróżniła trzy podstawowe kierunki postępowania:

- a/ modelowanie analogowe,
- b/ modelowanie cyfrowe,
- c/ modelowanie hybrydowe.

Metodyka modelowania analogowego i numerycznego zagadnień liniowych jest znana stosunkowo dawno i ma dobrze opracowaną teorię [12], [24], [52]. Również zagadnienia praktycznej realizacji obu technik modelowania osiągnęły obecnie wysoki poziom rozwoju. Podstawowym problemem stojącym na przeszkodzie w powszechnym wykorzystaniu wymienionych metod są trudności metodyczne napotymane przy próbie rozwiązywania zagadnień hiperbolicznych i nieliniowych [43]. Efektywną drogą postępowania jest zastosowanie techniki hybrydowej, łączącej elementy techniki analogowej i cyfrowej, do rozwiązywania omówionych zagadnień [7].

Szczególne miejsce w modelowaniu zagadnień brzegowych, zajmują metody siatkowe, wprowadzające dyskretyzację współrzędnych procesu. I tak metody siatek R-C i R-R [24] znajdują powszechne zastosowanie przy analogowym modelowaniu procesów o stałych rozłożonych. Modelowanie cyfrowe bazuje na schematach różnicowych wynikających z wprowadzenia siatek do zagadnień brzegowych [48], [64], [52]. Modelowanie hybrydowe łączy oba kierunki [26].

Metody siatek R-C i R-R, bazują na prawach analogii, to jest podobieństwa równań opisujących badany proces fizyczny i odpowiednich równań opisujących zjawiska elektryczne. Takie odwzorowanie zjawiska na drodze elektrycznej umożliwia bezpośrednią ingerencję w strukturę modelu i szybkie przebadanie podstawowych zadań. Stąd szczególna przydatność metod dla zadań z niepełną informacją o parametrach procesu. Metody numeryczne nie angażują dodatkowego sprzętu technicznego, oraz pozwalają na uzyskiwanie bardzo dokładnych

wyników. Jednakże w przypadku dużych, skomplikowanych obszarów metody numeryczne wymagają stosowania bardzo szybkich, o dużej pojemności pamięci maszyn cyfrowych. Ponadto bezpośrednia ingerencja w strukturę modelu jest utrudniona. Metody hybrydowe łączą zalety siatek R-C i R-R z korzyściami wynikającymi ze stosowania techniki cyfrowej [44], umożliwiając korzystny wybór między komplikacją konstrukcyjną, a obciążeniem maszyn cyfrowych.

W niniejszej pracy przedstawiono propozycje modelowania metodami siatek R-C i R-R wybranych nieliniowych procesów o stałych rozłożonych w obszarach niejednorodnych, próbując tym samym zmniejszyć zakres ograniczeń tych metod dla zadań nieliniowych. Z kolei przechodząc od metod analogowych wymagających nakładów konstrukcyjnych do metod hybrydowych, zaprezentowano algorytmy modelowania tych procesów w układzie "jednorodna siatka R-C /R-R/ - maszyna cyfrowa". Należy nadmienić o jednoczesnym przedstawieniu propozycji określonego postępowania przy modelowaniu zagadnień liniowych, mających duże znaczenie praktyczne jak np. zastosowanie zmodyfikowanego modelu R-C oraz modelowanie zagadnień w obszarze niejednorodnym na jednorodnej siatce R-C.

1.2. Zakres pracy

Modelowanie procesów o stałych rozłożonych łączy się z rozwiązywaniem określonych problemów danego pola funkcji, charakterystycznej dla badanego zjawiska fizycznego. Problematyka rozwiązywania zagadnień brzegowych wiąże się z przyjęciem pewnej klasyfikacji problemów będących przedmiotem badań. Najogólniejszym podziałem zadań jest wyróżnienie zagadnień brzegowych prostych i odwrotnych. W tak przyjętej nomenklaturze [8] przez zagadnienie proste rozumie się zadania polegające na szukaniu funkcji spełniającej w danym

obszarze równanie różniczkowe i warunki brzegowe. Zagadnienia odwrotne występują w trzech wariantach jako:

a/ zadania polegające na określeniu warunków brzegowych spełniających żądany rozkład funkcji w skończonej liczbie punktów wewnętrznych danego obszaru, w których spełnione jest dane równanie różniczkowe,

b/ zadania polegające na określeniu brzegu /geometrii/ obszaru, w którym spełnione jest dane równanie i rozkład funkcji dla określonych warunków brzegowych,

c/ zadanie polegające na określeniu współczynników równania lub wewnętrznych wymuszeń, przy zadanych warunkach brzegowych i rozkładzie funkcji wewnątrz obszaru o znanej geometrii.

Równoległe do przedstawionego podziału literatura [30], [31] podaje inny typ klasyfikacji zagadnień brzegowych, dzieląc je na cztery rodzaje zadań. Zadania proste są określane jako zagadnienia, w których przy zadanych warunkach brzegowych i zadanych charakterystykach przenoszenia jest poszukiwane pole potencjału. W zadaniach odwrotnych mając eksperymentalne dane o polu potencjału wewnątrz obszaru przy zadanych charakterystykach przenoszenia materiałów poszukuje się wartości warunków brzegowych. W zadaniach inwersyjnych określa się charakterystyki materiałów mając informacje o polu funkcji wewnątrz obszaru. W zadaniach indukcyjnych na podstawie danych o polu potencjału uściśla się model matematyczny badanego procesu.

Przedstawione podziały mają charakter jakościowy i są mało precyzyjne. Dlatego równoległe przyjęto odmienny podział [25] zagadnień brzegowych, określając zadanie na gruncie teorii sterowania. Każdy proces o stałych rozłożonych jest jednoznacznie scharakteryzowany przez określenie obiektu, w którym zachodzi zjawisko fizyczne, wymuszenia podanego na ten obiekt oraz generowanej przez niego odpowiedzi. W procesach o stałych rozłożonych obiektem jest

obszar o znanej geometrii i znanych parametrach dla każdego punktu położonego wewnątrz obszaru, wymuszeniami są warunki brzegowe oraz rozłożone wewnątrz obszaru źródła, odpowiedzią - rozkład danej wielkości fizycznej wewnątrz obszaru. Przy tak przyjętej klasyfikacji zagadnień brzegowych można wyróżnić dwa sposoby ujęcia problemu: jako zadanie analizy i zadanie syntezy. Zadanie analizy polega na określeniu odpowiedzi znanego obiektu na znane wymuszenie. Zadania syntezy, jako bardziej złożone, wyróżniają problemy poszukiwania obiektu lub poszukiwania wymuszenia przy znajomości odpowiedzi i pozostałego czynnika /wymuszenia lub obiektu/. Dodatkowo w problemach poszukiwania obiektu można wyróżnić zadania poszukiwania brzegu i zadania poszukiwania parametrów ośrodka; w problemach poszukiwania pobudzenia natomiast wyszczególnia się zadania poszukiwania warunków brzegowych i zadania poszukiwania źródeł wewnętrznych.

Problematyka rozwiązywania określonych zadań wiąże się ściśle ze sposobem i poprawnością sformułowania zagadnienia. O ile sposób sformułowania zadania może mieć istotne znaczenie przy wyborze metody modelowania i zespołu urządzeń, o tyle niewłaściwe jego postawienie prowadzi do błędnych i nierealnych wniosków. Podaje się tzw. warunki poprawności dla zagadnień brzegowych, które zapewniają właściwą interpretację zadania. Dla zadań analizy warunki poprawności w danej klasie funkcji są spełnione, jeżeli:

- zagadnienie ma rozwiązanie przy dowolnych warunkach brzegowych, w których występują funkcje danej klasy,
- zagadnienie jest rozwiązalne jednoznacznie w danej klasie funkcji,
- rozwiązanie w danej klasie funkcji zależy w sposób ciągły od warunków brzegowych.

W zadaniach syntezy warunki poprawności [56] sformułowania zagadnienia brzegowego są spełnione wtedy, gdy istnieje rozwiązanie dla pewnej klasy danych funkcji w pewnej przestrzeni, jest ono jedyne w tej przestrzeni dla określonej klasy funkcji, oraz gdy nies-

kończenie małym zmianom danych odpowiadają zmiany rozwiązania nie wychodzące poza wymienioną przestrzeń /tzw. przestrzeń poprawności/. W układach fizycznych dwa pierwsze warunki są spełnione, trzeci warunek natomiast wymaga określenia przestrzeni poprawności w danym zadaniu.

Problematyka modelowania procesów o stałych rozłożonych wiąże się z klasyfikacją typów równań, charakterystycznych dla określonych procesów. Klasyfikacja ta jest powszechnie cytowana w literaturze [29], [24], [36], stąd ograniczono się do przedstawienia typu równania będącego przedmiotem badań.

W pracy rozważa się wyłącznie zadania analizy procesów o stałych rozłożonych, ograniczając klasę problemów do quasiliniowego równania typu Fouriera w obszarze niejednorodnym. Równanie typu Fouriera jest równaniem różniczkowym o pochodnych cząstkowych drugiego rzędu typu parabolicznego, opisującym stany dynamiczne procesu, w ogólności uwzględniającym występowanie wewnętrznych źródeł energii.

1.3. Cel pracy

Podjęcie badań nad nieliniowymi procesami o stałych rozłożonych, jest kontynuacją wieloletnich prac prowadzonych w Instytucie Cybernetyki Technicznej Politechniki Wrocławskiej nad problematyką modelowania zagadnień brzegowych. Liczne doświadczenia uzyskane w wymienionej dziedzinie, pozwoliły określić perspektywiczny przegląd problemów, których podjęcie jest niezbędne [20], [67], [13]. Prowadzone prace zarówno o charakterze stosowanym [3], [65], [62], [63], [9], [10], [11], [14], [15], [16], [53] jak również aplikacyjnym [66], [17], [18], [19], [68], wykazały konieczność rozszerzenia problematyki modelowania procesów nieliniowych. Równoległe

wdrażanie opracowanych metod modelowania, pędziła na pełne, ekonomicznie uzasadnione wykorzystanie wyników prac teoretycznych w konkretnych dziedzinach [4], [20], [67]. W dalszym ciągu pracy, każdorazowe wykorzystywanie rodzimych doświadczeń metodologiczno-aplikacyjnych jest sygnalizowane podaniem źródeł literaturowych.

Celem niniejszej pracy jest przedstawienie propozycji metod modelowania wybranych quasiliniowych zagadnień brzegowych metodami siatek R-C i R-R. W związku z powyższym wyznaczono szereg celów pośrednich, mających podstawowe znaczenie dla spełnienia celu nadrzędnego, jak również dla udoskonalenia dotychczas stosowanych metod modelowania. Należy do nich:

- a/ modyfikacja klasycznych układów siatek,
- b/ zastosowanie transformacji Kirchhoffa dla quasiliniowych, o niejednorodnych parametrach obszaru, równań różniczkowych cząstkowych,
- c/ opracowanie bezpośrednich, analogowych metod modelowania zadań quasiliniowych bazujących na siatkach R-C i R-R,
- d/ opracowanie algorytmu rozwiązywania zadań quasiliniowych w hybrydowym systemie obliczeniowym "jednorodna siatka R-C /R-R/ - maszyna cyfrowa".

Analizując podejmowane aktualnie kierunki prac w zakresie metodyki rozwiązywania zagadnień nieliniowych drogą modelowania można, zgodnie z podziałem przedstawionym w p. 1.1, wyróżnić następujące tendencje:

- a/ metody numeryczne - bazujące na tworzeniu jawnych i niejawnych schematów różnicowych [52], [64], [48],
- b/ metody hybrydowe, rozwijane w dwóch kierunkach:
 - systemy hybrydowe oparte na klasycznej maszynie analogowej i maszynie cyfrowej,
 - systemy hybrydowe oparte na siatkowym analizatorze pola i maszynie cyfrowej.

Metody modelowania bazujące na systemie hybrydowym z klasyczną maszyną analogową, posiadają aktualnie szeroką reprezentację. Do bardziej znanych należą:

a/ hybrydowa metoda DSCT [28],

b/ hybrydowa metoda CSDT

- klasyczna [22], [57]
- \odot -interpolacja [58], [59]
- dekompozycji [60], [61].

Metody modelowania wykorzystujące hybrydowy system obliczeniowy z siatkowym analizatorem pola, bazują głównie na wykorzystywaniu siatki jako podprogramu rozwiązującego liniowe zagadnienie brzegowe. Powszechnie publikowane metody dotyczą głównie siatek R-R, pracujących w reżimie iteracyjnym [27], [51]. Zastosowanie siatek R-C w systemie hybrydowym ma charakter sporadyczny [6], ponadto niektórzy autorzy [30], [33] eliminują siatki R-C jako możliwy środek dla modelowania zagadnień nieliniowych.

W świetle powyższych uwag, należy sądzić, że spełnienie celu postawionego przed pracą, pozwoli na dalsze uzupełnienie metod modelowania nieliniowych zagadnień brzegowych.



1.4. Wykaz oznaczeń

- A - współczynnik równania,
- B - współczynnik równania,
- b - współczynnik pojemności fizycznej obszaru,
- C - pojemność kondensatora,
- C_i - pojemność kondensatora w i -tym węźle siatki,
- c - constans,
- D - współczynnik równania, constans,
- E - siła elektromotoryczna,

- $J_{E_i}^k$ - błąd nieuwzględniania nieliniowości w i -tym węźle siatki dla k -tej chwili czasu, po j -tej iteracji,
- F - funkcja wymuszająca,
- f - wypadkowy parametr obszaru,
- G - przewodność elektryczna rezystora,
- $G_{i,i+1}$ - przewodność elektryczna rezystora między węzłami $/i,i+1/$,
- G_t - przewodność rezystora czasowego,
- $G_{t,i}$ - przewodność rezystora czasowego w i -tym węźle siatki,
- \mathcal{G} - funkcja pierwotna funkcji g ,
- \mathcal{G}^{-1} - funkcja odwrotna funkcji pierwotnej,
- g - wypadkowy parametr obszaru,
- h - krok dyskretyzacji obszaru,
- I_i - prąd iniekcji do i -tego węzła siatki,
- $I_{I,i}$ - wypadkowy prąd iniekcji do i -tego węzła siatki,
- $I_{t,i}$ - składowa prądu i -tego rezystora czasowego z k -tego kroku czasowego,
- $I_{t,i}^{k,k+1}$ - prąd i -tego rezystora czasowego dla kroku czasowego $\Delta t_{k,k+1}$,
- i - wskaźnik numeru węzła,
- i_c - wartość chwilowa prądu kondensatora,
- j - wskaźnik wymiaru przestrzeni, numer kolejnej iteracji,
- K - współczynnik równania, współczynnik wzmocnienia,
- $K/x/$ - przewodność warstwy wodonośnej,
- k - przewodność fizyczna obszaru, wypadkowy współczynnik, wskaźnik numeru chwil czasowych $/kroku\ czasowego/$,
- m - ilość kroków czasowych,
- n - ilość węzłów siatki, wymiar przestrzeni, kierunek normalni,

- P - długość kroku czasowego,
 $P/V/$ - wypadkowa funkcja nieliniowa,
 Q - ładunek elektryczny,
 $q/V/$ - wypadkowa funkcja nieliniowa,
 R - rezystancja,
 $R/V/$ - wypadkowa funkcja nieliniowa,
 nieliniowa rezystancja,
 R_t - rezystancja rezystora czasowego,
 S - długość obszaru w zagadnieniu jednowymiarowym,
 t - czas rzeczywisty,
 t_k - k-ta chwila czasu rzeczywistego,
 $\Delta t_{k,k+1}$ - długość kroku czasowego rzeczywistego ograniczonego
 chwilami $/k,k+1/$,
 U, U_c - napięcie na kondensatorze,
 $U_c^{I(II)}$ - napięcie na kondensatorze w I(II) fazie aktywnej,
 U_i^k - błąd względny, procentowy rozwiązania w i-tym węźle siatki dla k-tej chwili czasu,
 W_o - warunek początkowy procesu,
 W_o^E - warunek początkowy modelu elektrycznego,
 W_B - warunek brzegowy procesu,
 W_B^E - warunek brzegowy modelu elektrycznego,
 $W/V/$ - wypadkowa funkcja nieliniowa,
 W_i^k - błąd bezwzględny rozwiązania w i-tym węźle siatki, dla k-tej chwili czasu,
 V_i - potencjał elektryczny w i-tym węźle siatki,
 V_{im} - potencjał modyfikujący i-tego kondensatora,
 V_i^k - potencjał elektryczny w i-tym węźle siatki, k-tej chwili czasu,
 $V_i^)$ - potencjał i-tego węzła zadania liniowego,
 $V_i^)k$ - potencjał i-tego węzła zadania liniowego w k-tej chwili czasu,

- jv_i^k - potencjał i -tego węzła, w k -tej chwili czasu, po j -tej iteracji,
- $v_{ip}^{k,k+1}$ - potencjał czasowy i -tego rezystora czasowego, dla kroku czasowego $\Delta t_{k,k+1}$,
- x - współrzędna geometryczna,
- x_i - współrzędna geometryczna i -tego węzła siatki,
- Δx - krok dyskretyzacji obszaru,
- Z - wielkość wypadkowa,
- d_c - współczynnik analogii pojemności,
- d_G - współczynnik analogii przewodności,
- d_I - współczynnik analogii natężenia prądu,
- d_τ - współczynnik analogii czasu,
- d_v - współczynnik analogii potencjału,
- β - constans,
- Γ - brzeg obszaru,
- δ - constans,
współczynnik zbieżności,
- δ - constans,
- ε_i - błąd nieuwzględniania nieliniowości w i -tym węźle siatki,
- ε_i^k - błąd nieuwzględniania nieliniowości w i -tym węźle siatki, dla k -tej chwili czasu,
- φ - zmienna niezależna,
- η - zmienna niezależna,
- Θ - wartość funkcji pola /rozwiązanie/,
- Θ_i - wartość funkcji pola w i -tym węźle siatki,
- λ - współczynnik proporcjonalności,
- μ - współczynnik pojemności wodnej,
- τ - czas modelowy,
- τ_k - k -ta chwila czasu modelowego,
- $\Delta \tau_{k,k+1}$ - długość kroku czasowego, modelowego ograniczonego chwilami $/k,k+1/$,

- ϕ, ϕ_i - wartość funkcji pola /rozwiązanie/,
- ϕ_i, ϕ_i - wartość funkcji pola w i-tym węźle siatki,
- ϕ_i^k - wartość funkcji pola w i-tym węźle dla k-tej chwili czasu,
- Ω - obszar pola.

2. NIELINIOWE ZAGADNIENIA BRZEGOWE

2.1. Klasyfikacja zadań nieliniowych

W pracy ograniczono się do rozważania równania różniczkowego cząstkowego typu parabolicznego, tzw. równania Fouriera. Równanie to znane również jako równanie dyfuzji, przewodnictwa cieplnego, filtracji nieustalonej, opisuje niestacjonarne pola fizyczne z wewnętrznymi źródłami energii. Równanie jest określone w pewnym obszarze Ω , w którym dany proces zachodzi, oraz spełnia określone warunki brzegowe i początkowe w tym obszarze. Ogólna postać równania Fouriera dla obszaru n -wymiarowego jest następująca:

$$\sum_{j=1}^n \frac{\partial}{\partial x_j} / k \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} / + F = b \frac{\partial \varphi}{\partial t} ; \quad n \in \mathbb{N} \quad 2.1$$

z warunkiem początkowym: $W_0 = \varphi / x, 0 /$

i z warunkami brzegowymi:

I rodzaju /Dirichleta/	$W_{BI} = \varphi / \Gamma, t /$
II rodzaju /Neumanna/	$W_{BII} = \frac{\partial \varphi}{\partial n} \Big _{\Gamma}$
III rodzaju /Fouriera/	$W_{BIII} = \lambda_1 \varphi / \Gamma, t / + \lambda_2 \frac{\partial \varphi}{\partial n} \Big _{\Gamma}$
IV rodzaju /sprężenia/	W_{BIV}

przy czym $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]$

Funkcje k, b określają parametry rozważanego obszaru.

Funkcja F stanowi o źródłowości pola. W ogólnym przypadku wymienione wielkości k, b, F , jak również warunki brzegowe są funkcjami współrzędnych geometrycznych, czasu i stanu pola /wartości rozwiązania/:

$$\begin{aligned} k &= k / x, t, \varphi / \\ b &= b / x, t, \varphi / \\ F &= F / x, t, \varphi / \\ W_B &= W_B / x, t, \varphi / \end{aligned} \quad 2.2$$

W związku z powyższym wprowadzono następującą nomenklaturę dla określenia typu procesu o stałych rozłożonych:

- a/ nieliniowy proces o stałych rozłożonych - proces, w którym parametry obszaru, warunki brzegowe lub wydajności źródeł są funkcją stanu pola,
- b/ zagadnienie brzegowe w niejednorodnym obszarze - zadanie, w którym parametry obszaru są funkcją współrzędnych geometrycznych tzn. $k = k/x/$, $b = b/x/$,
- c/ niestacjonarny proces o stałych rozłożonych - proces, którego stan pola jest funkcją czasu.

Podział nieliniowych procesów o stałych rozłożonych, przeprowadzony ze względu na lokalizację nieliniowości w ogólnym równaniu procesu [32], zakłada trzy rodzaje nieliniowości:

a/ nieliniowość I rodzaju - tzn. zależność parametrów od stanu pola /wartości rozwiązania/

$$k = k/\varphi/ \quad ; \quad b = b/\varphi/$$

Równanie różniczkowe cząstkowe zawierające nieliniowości I rodzaju, jest często określane mianem równania quasiliniowego.

b/ nieliniowość II rodzaju - tzn. zależność warunków brzegowych od stanu pola /wartości rozwiązania/

$$W_{BII} = W_{BII}/\varphi/ \quad ; \quad W_{BIII} = W_{BIII}/\varphi/ \quad ; \quad W_{BIV} = W_{BIV}/\varphi/ .$$

Ten typ nieliniowości często określa się mianem nieliniowości zewnętrznej.

c/ nieliniowość III rodzaju - tzn. zależność wydajności wewnętrznych źródeł energii procesu od stanu pola /wartości rozwiązania/

$$F = F/\varphi/$$

Ponadto ten typ nielineowości obejmuje zadania w których położenie brzegów lub granic rozdziału jest funkcją rozwiązania. Nelineowość III rodzaju jest często określana mianem nielineowości wewnętrznej.

Występujące w rzeczywistości procesy o stałych rozłożonych to najczęściej niestacjonarne procesy nielineowe zachodzące w niejednorodnych ośrodkach. Przedstawione w pracy metody modelowania dotyczą niestacjonarnych procesów quasiliniowych /nielineowości I rodzaju/ w obszarach niejednorodnych. Ponieważ liniowe równanie Fouriera dla obszarów niejednorodnych jest szczególnym przypadkiem równania quasiliniowego, istnieje możliwość wykorzystania dla tych równań przedstawionych metod modelowania.

2.2. Zastosowanie transformacji dla rozwiązywania nielineowych zagadnień brzegowych

Ze względu na znaną i opracowaną teorię rozwiązywania liniowych zagadnień brzegowych, dąży się do linearyzacji zadań nielineowych [32]. Efekt linearyzacji może być całkowity lub częściowy. I tak dla równań quasiliniowych stosuje się tzw. transformację całkową, która pozwala na całkowitą lub częściową linearyzację zadania. Powszechne zastosowanie mają transformacje Kirchhoffa i Goodmana [40], [41].

Ogólna postać jednowymiarowego równania quasiliniowego to:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[k/x, \varphi / \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right] + F/x/ = b/x, \varphi / \frac{\partial \varphi}{\partial t} \quad 2.3$$

z warunkami: początkowym $\varphi / x, 0/$
brzegowymi $\varphi / 0, t/ ; \varphi / S, t/$

Transformacja Kirchhoffa pozwala na częściową linearyzację równania i skumulowanie funkcji nielineowej przy pochodnej czasowej:

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} + F/x/ = g/x, \Theta / \frac{\partial \Theta}{\partial t} \quad 2.4$$

z warunkami: początkowym $\Theta/x, 0/$
brzegowymi $\Theta/0, t/$; $\Theta/S, t/$

Transformacja Kirchhoffa polega na zastosowaniu podstawienia:

$$d\Theta = k/x, \varphi / \cdot d\varphi \quad 2.5$$

Dla określenia zależności $\Theta = \Theta/\varphi /$ oraz $\varphi = \varphi/\Theta /$ korzysta się z:

$$\Theta = \int_{\varphi_0}^{\varphi} k/x, \varphi / d\varphi \quad 2.6$$

przy czym: φ_0 - wartość odniesienia rozwiązania
/najczęściej $\varphi_0 = 0/$.

Nową postać funkcji nieliniowej $g/x, \Theta /$ wyznacza się z:

$$g/x, \Theta / = \frac{b [x, \varphi / \Theta /]}{k [x, \varphi / \Theta /]} \quad 2.7$$

Zastosowanie transformacji Kirchhoffa 2.5 dla quasiliniowego równania stacjonarnego /tzw. równania Poissona/

$$\frac{\partial}{\partial x} k/x, \varphi / \frac{\partial \varphi}{\partial x} + F/x/ = 0 \quad 2.8$$

całkowicie linearyzuje równanie 2.8 :

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} + F/x/ = 0 \quad 2.9$$

przy czym: $\varphi = \varphi/\Theta /$

Druga z transformacji, tzw. transformacja Goodmana częściowo linearyzuje równanie 2.3, kumulując funkcję nieliniową przy pochodnych przestrzennych

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[f/x, \varphi / \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right] + F/x/ = \frac{\partial \varphi}{\partial t} \quad 2.10$$

z warunkami: początkowym $\phi / x, 0 /$
brzegowymi $\phi / 0, t /$; $\phi / S, t /$

Transformacja Goodmana polega na zastosowaniu podstawienia:

$$d\phi = b / x, \varphi / d\varphi \quad 2.11$$

oraz określeniu $\varphi = \varphi / \phi /$ na podstawie:

$$\phi = \int_{\varphi_0}^{\varphi} b / x, \varphi / d\varphi \quad 2.12$$

przy czym: φ_0 - wartość odniesienia rozwiązania
/najczęściej $\varphi_0 = 0 /$.

Nową postać funkcji nieliniowej $f / x, \phi /$ wyznacza się z:

$$f / x, \phi / = \frac{k [x, \varphi / \phi /]}{b [x, \varphi / \phi /]} \quad 2.13$$

Przedstawione oba typy transformacji mają szczególne zastosowanie dla siatkowych metod rozwiązywania quasiliniowych zagadnień brzegowych. Dla stosowania analitycznych metod rozwiązywania równań typu 2.3 stosuje się przykładowo transformację:

$$\eta = x^{\frac{2}{\chi}} \cdot t^{\frac{1}{\chi}} \quad 2.14$$

przekształcającą zadanie w nieliniowe równanie różniczkowe zwyczajne

$$\frac{d}{d\eta} \left[k / \varphi / \frac{d\varphi}{d\eta} \right] + \frac{1}{2} b / \varphi / \eta \frac{d\varphi}{d\eta} = 0 \quad 2.15$$

przy czym: dla 2.15 przyjęto $\chi = 2$.

Równanie 2.15 może być dalej przekształcane za pośrednictwem transformacji Kirchhoffa. Analiza i przedstawienie metody są zawarte w [2]. Należy zwrócić uwagę na nieefektywność i dużą ograniczoność zastosowania metod analitycznych, dla równań typu 2.1 .

2.3. Przykłady transformacji quasilineowych zagadnień brzegowych

Ze względu na dużą przydatność transformacji dla przekształcania quasilineowych równań różniczkowych cząstkowych do postaci umożliwiających dogodnie stosowanie określonych metod modelowania, wydaje się wskazanym przedstawienie przykładów zastosowań. Rozważono dwa równania, istotne z praktycznego punktu widzenia. Pierwsze, to uproszczone, jednowymiarowe równanie beznaporowej filtracji nieustalonej [69], bez wewnętrznych źródeł zasilających. Drugie równanie, szczególnie cenne bo posiadające dokładne rozwiązanie analityczne, umożliwia testowanie opracowanych metod /p.p.5/.

Uproszczone równanie beznaporowej filtracji nieustalonej ma postać:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[K/x, \varphi / \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right] = \mu / x / \frac{\partial \varphi}{\partial t} \quad 2.16$$

przy czym $K/x, \varphi / = k/x / \cdot \varphi / x /$

Stosując podstawienie typu 2.5 otrzymuje się równanie:

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} = \frac{\mu / x /}{K [x, \varphi / \Theta /]} \cdot \frac{\partial \Theta}{\partial t} \quad 2.17$$

ponieważ

$$\Theta / x / = \int_0^{\varphi} k/x / \cdot \varphi / x / d\varphi = \frac{k/x /}{2} \cdot \varphi^2 / x / \quad 2.18$$

stąd

$$\varphi / x / = \left[\frac{2 \Theta / x /}{k/x /} \right]^{\frac{1}{2}} \quad 2.19$$

Uwzględniając 2.17 i 2.19, ostatecznie otrzymuje się równanie:

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} = \frac{B/x /}{V \Theta} \frac{\partial \Theta}{\partial t} \quad 2.20$$

przy czym:

$$B/x/ = \mu/x/ \left[2 k/x/ \right]^{-\frac{1}{2}}$$

Transformacji ulegają również zgodnie z 2.19 niewidoczne warunki początkowy i brzegowe. Otrzymana postać równania pozwala, dla określonych metod modelowania, na efektywniejsze i szybsze uzyskanie rozwiązania [32]. Drugi przykład równania quasiliniowego, został poddany zarówno transformacji Kirchhoffa, jak również Goodmana. Ze względu na analogiczny wyżej przedstawiony sposób postępowania, otrzymane wyniki przedstawiono w tabeli 2.1.

	Zadanie wyjściowe	Po transformacji Kirchhoffa	Po transformacji Goodmana
Równanie	$\frac{\partial}{\partial x} \left[D \varphi \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right] = \frac{6A}{B} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial t}$	$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} = \frac{2A}{B\Theta} \cdot \frac{\partial \Theta}{\partial t}$	$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{DB}{6A} \varphi_0^3 \exp \left/ \frac{B\varphi}{2A} \right/ \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right] = \frac{\partial \varphi}{\partial t}$
Warunki brzegowe	$\varphi / 0, t / = \varphi / S, t / = 0$	$\Theta / 0, t / = \Theta / S, t / = 0$	$\varphi / 0, t / = \varphi / S, t / = 0$ dla: $\varphi \rightarrow \varphi_0$; $\varphi_0 \rightarrow 0$
Warunki początkowe	$\varphi / x, 0 / = \left[\frac{3A}{DK} / Sx - x^2 / \right]^{1/3}$	$\Theta / x, 0 / = \frac{A}{K} / Sx - x^2 /$	$\varphi / x, 0 / = \frac{6A}{B} \ln \frac{1}{\varphi_0} \left[\frac{3A}{DK} / Sx - x^2 / \right]^{1/3}$
Rozwiązanie analityczne	$\varphi / x, t / = \left[\frac{B}{D} \frac{A}{K+Bt} / Sx - x^2 / \right]^{1/3}$	$\Theta / x, t / = \frac{A}{K+Bt} / Sx - x^2 /$	$\varphi / x, t / = \frac{6A}{B} \ln \frac{1}{\varphi_0} \cdot \frac{1}{D/K+Bt} / Sx - x^2 /^{1/3}$
Zależność funkcyjna	$\Theta = \frac{D}{3} \varphi^3$ $\varphi = \frac{6A}{B} \ln \frac{\varphi}{\varphi_0}$	$\varphi = \sqrt[3]{\frac{B}{D} \cdot \Theta}$	$\varphi = \varphi_0 \exp \frac{B \cdot \varphi}{6A}$
Uwagi	φ_0 - wartość odniesienia, dążąca do zera.	Postać równania dogodna dla modelowania.	Postać równania nie-dogodna dla modelowania. Wymaga przejścia granicznego dla brzegów obszaru.

3. MODELOWANIE PROCESÓW O STAŁYCH ROZKŁÓŻONYCH NA SIATKACH R-C.

3.1. Modelowanie zagadnień liniowych

3.1.1. Model elektryczny procesu

Metodyka modelowania liniowego równania Fouriera na siatkach R-C została opracowana w 1936 r. przez Boukena i przedstawiona w [5]. Zagadnienia analogii elektrycznej i modelowania rzeczywistych procesów są podane we współczesnej literaturze [24], [36], [45]. Stąd w pracy zostaną przedstawione tylko w zarysie najistotniejsze elementy modelowania zagadnień liniowych na siatkach R-C. Należy podkreślić fakt pełnej analogii wszystkich członów równania opisującego proces z modelem elektrycznym R-C.

Przyjmuje się jednowymiarowe, liniowe, niejednorodne równanie Fouriera:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[k/x/ \frac{\partial \phi}{\partial x} \right] + F/x/ = b/x/ \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad 3.1$$

z warunkami W_0, W_{BI}, W_{BII} .

Kolejne operacje matematyczne nad równaniem 3.1 są uzależnione od rodzaju modelu R-C. Próby zastosowania zintegrowanych modeli R-C o stałych rozłożonych [34], [35], [54] nie są przedmiotem niniejszej pracy, stąd dalsze postępowanie będzie dotyczyło wyłącznie modeli siatkowych R-C. Modele siatkowe R-C modelują procesy o stałych rozłożonych według zasady DSCT, to znaczy powodują dyskretyzację współrzędnych geometrycznych /obszaru/ z zachowaniem ciągłej funkcji czasu. Stąd kolejną operacją będzie dyskretyzacja pochodnych przestrzennych w równaniu 3.1, a w konsekwencji zastąpienie opisu rozkładu pola wartości funkcji, układem równań różniczkowych zwyczajnych, przybliżającym rzeczywisty opis. Mianem dyskretyzacji [23] jest określany na ogół proces wyboru rozmieszczenia wyróżnionych punktów odosobnionych - węzłów sieci przestrzennej -

oraz wyznaczania związków między wartościami funkcji w tych punktach, opisujących właściwości badanego pola, to jest wyznaczania równań różnicowych pola. Zakłada się przeprowadzenie dyskretyzacji z jednakowym krokiem przestrzennym $\Delta x = h$. Dyskretyzacja równania, wynikająca z rozwinięcia funkcji w szereg Taylora, jest przeprowadzana dla wszystkich wewnętrznych węzłów sieci przestrzennej.

W związku z powyższym w każdym i -tym węźle wewnętrznym obszaru obowiązuje równanie:

$$k/x_{i+\frac{h}{2}} \cdot (\phi_{i+1} - \phi_i) + k/x_{i-\frac{h}{2}} \cdot (\phi_i - \phi_{i-1}) + h^2 F/x_i = h^2 b/x_i \cdot \frac{\partial \phi_i}{\partial t} \quad 3.2$$

W modelu siatkowym R-C /schemat węzła przedstawia rys.3.1/ zgodnie z I prawem Kirchhoffa, bilans prądów w i -tym węźle ma postać:

$$G_{i+1,i} / V_{i+1} - V_i + G_{i-1,i} / V_{i-1} - V_i + I_i = C_i \frac{dV_i}{dt} \quad 3.3$$

przy warunkach W_O^E , W_{BI}^E , W_{BII}^E .

Zgodnie z prawami analogii równania modelu elektrycznego 3.3 i procesu 3.2 są równoważne, jeżeli wprowadzone współczynniki analogii:

$$d_V = \frac{C}{V}; \quad d_t = \frac{t}{t}; \quad d_c = \frac{h^2 b}{C}; \quad d_G = \frac{k}{G}; \quad d_I = \frac{h^2 F}{I} \quad 3.4$$

spełniają związki

$$\frac{d_I}{d_V \cdot d_G} = 1; \quad \frac{d_c}{d_G \cdot d_t} = 1 \quad 3.5$$

Oczywiście zgodnie z odpowiednimi współczynnikami analogii transformują się warunki brzegowe i początkowe:

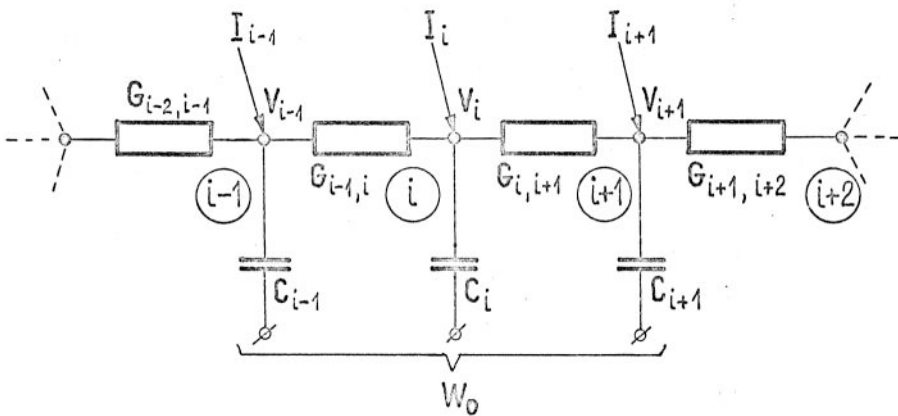
$$W_O^E = \frac{1}{d_V} W_O; \quad W_{BI}^E = \frac{1}{d_V} W_{BI}; \quad W_{BII}^E = \frac{1}{d_I} = W_{BII} \quad 3.6$$

Odrębnym zagadnieniem jest określenie wartości elementów modelu na brzegach obszaru. Zagadnienie to jest opracowane w [24].

3.1.2. Realizacje modeli siatkowych R-C

3.1.2.1. Klasyczny model siatkowy R-C

Klasyczny model R-C, tzw. model Beukena, pozwala na modelowanie niestacjonarnych, liniowych zagadnień brzegowych metodą DSCT [45]. Oznacza to, że uzyskane rozwiązanie w dyskretnych punktach obszaru /węzłach/ jest ciągłe w czasie i obejmuje przedział czasowy od inicjacji procesu /to jest chwili, dla której są określone warunki początkowe/ do uzyskania stanu ustalonego /brak zmian ładunku na wszystkich kondensatorach/. Klasyczny model R-C składa się z siatki rezystorów i kondensatorów. Zastosowane rezystory i kondensatory modelują odpowiednio parametry obszaru rzeczywistego. Inicjacja procesu polega na skokowym włączeniu warunków początkowych, brzegowych i prądów iniekcji. Szybkość pracy modelu względem procesu modelowanego określa wartość współczynnika analogii czasu Δt .



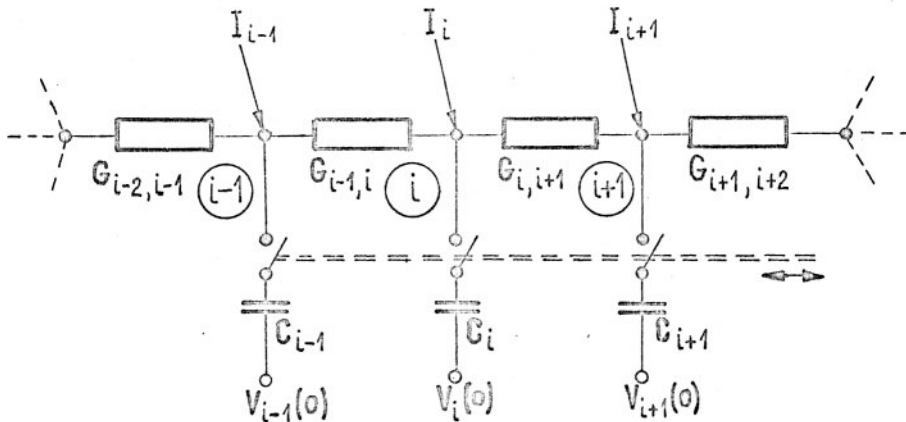
Rys. 3.1. Fragment klasycznego modelu siatkowego R-C.

Pomiar i rejestracja rozwiązania są realizowane przy pomocy przyrządów pozwalających na pomiar wartości chwilowej napięcia /oscylloskop, rejestrator analogowy/. Przedstawiony sposób pracy modelu klasycznego utrudnia otrzymywanie dokładnych /cyfrowych/ pomiarów

potencjałów węzłowych w wybranych chwilach czasu, uniemożliwia określenie rozwiązania w dowolnym przekroju czasowym bez potrzeby pracy repetycyjnej, wymaga złożonego układu zadawania warunków brzegowych, początkowych i prądów iniekcji. Wymienionych wad nie posiada tzw. zmodyfikowany model siatkowy R-C [68].

3.1.2.2. Zmodyfikowany model siatkowy R-C

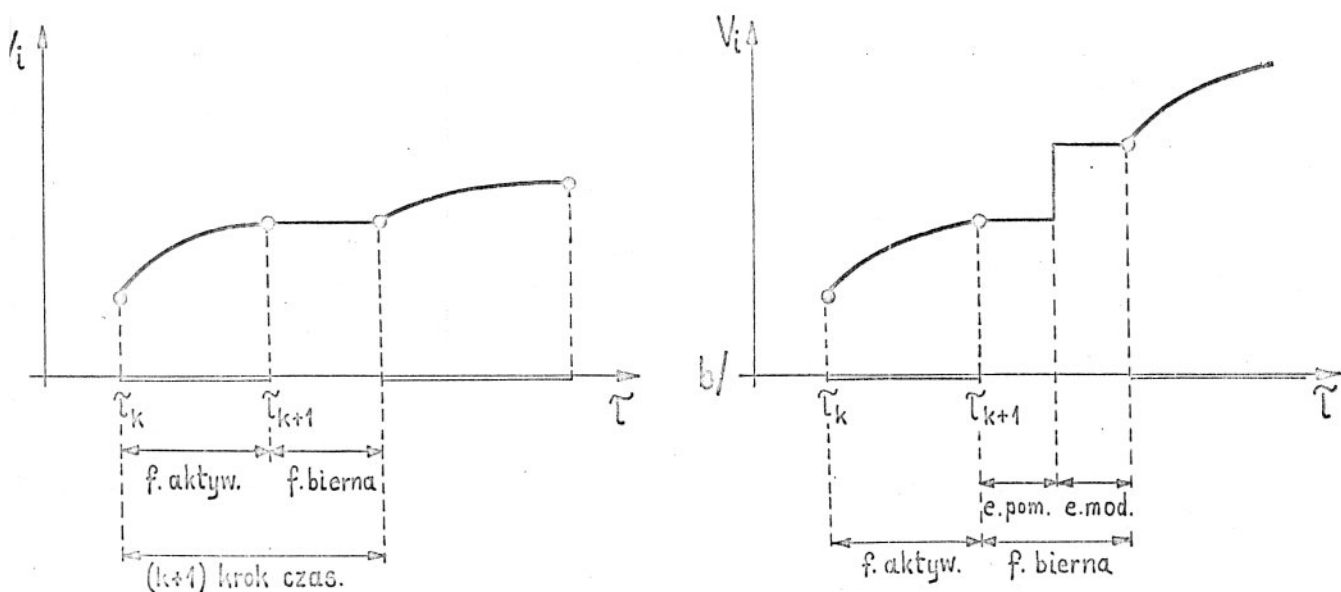
Zmodyfikowany model R-C umożliwia rozwiązywanie liniowych i quasiliniowych /p.p.3.2.4/ równań parabolicznych zmodyfikowaną metodą DSCT. Modyfikacja metody polega na podziale współrzędnej czasowej na odcinki o określonej długości, przy zachowaniu efektu ciągłej skali czasu. Siatka R-C składa się z rezystorów, kondensatorów i kluczy /wyłączników/ odłączających kondensatory od węzłów siatki /rys. 3.2/.



Rys. 3.2. Fragment zmodyfikowanego modelu R-C.

Wprowadza się pojęcie aktywnej i biernej fazy pracy zmodyfikowanego modelu R-C. W okresie fazy aktywnej następuje rozwój procesu nieustalonego w określonym odcinku czasu. Przejście do fazy biernej polega na "zamrożeniu" rozwoju stanu nieustalonego poprzez równoczesne odłączenie kondensatorów od węzłów siatki. Faza bierna

składa się z dwóch etapów: etapu pomiarowego i etapu modyfikacji warunków początkowych. W czasie etapu pomiarowego, następuje pomiar napięć na kondensatorach, pełniących w tym okresie funkcję pamięci analogowych. Etap modyfikacji polega na zmianie wartości napięć "podparcia" kondensatorów wg określonego algorytmu /p.p.3.2.4/. Dla uzyskania rozwiązania równań liniowych etap modyfikacji jest zbędny. Zakończenie fazy aktywnej i biernej jest równoznaczne z wykonaniem jednego kroku czasowego w zmodyfikowanym modelu R-C, czyli zakończeniem jednego cyklu procedury pracy modelu. Kolejny cykl procedury rozpoczyna rozwiązanie zagadnienia od rozkładu potencjałów występującego na końcu fazy biernej cyklu poprzedniego.



Rys. 3.3. Przykładowy wykres czasowy zmian potencjału węzłowego modelu

- a/ bez modyfikacji warunków początkowych,
- b/ z modyfikacją warunków początkowych.

V_i - potencjał okładziny kondensatora.

W czasie trwania etapu pomiarowego zmodyfikowany model R-C dostarcza dwa rodzaje rozkładów potencjałów w modelowanym obszarze. W węzłach siatki rezystorowej istnieje rozkład stanu ustalonego modelowanego procesu, a więc rozwiązanie układu równań różnicowych:

$$G_{i,i+1}/V_{i+1}-V_i/ + G_{i-1,i}/V_{i-1}-V_i/ + I_i = 0 \quad 3.7$$

Na okładzinach kondensatorów odłączonych od węzłów siatki istnieje rozkład potencjałów, wynikający z rozwiązania układu równań różniczkowych dla chwili czasu τ_{k+1} :

$$G_{i,i+1}/V_{i+1}^{k+1} - V_i^{k+1}/ + G_{i-1,i}/V_{i-1}^{k+1} - V_i^{k+1}/ + I_i = C_i \left. \frac{dV_i}{d\tau} \right|_{\tau_{k+1}} \quad 3.8$$

przy czym: $V_i^{k+1} \equiv V_i/\tau_{k+1}/$.

Wynika stąd możliwość bezpośredniego określenia rozwiązania problemu w dowolnym przekroju czasowym procesu dla całego modelowanego obszaru. Oczywiście w okresie fazy aktywnej potencjały węzłowe i potencjały okładzin kondensatorów są identyczne, a rozkład ich odpowiada rozwiązywanemu zagadnieniu niestacjonarnemu. Przedstawione zagadnienie jest realizowalne przy następujących założeniach:

a/ w liniowych obwodach elektrycznych kondensator z niezerowym warunkiem /napięciem/ początkowym $U_c/o/$ jest równoważny w sensie różnicy potencjałów, szeregowemu połączeniu kondensatora nienaładowanego i idealnego źródła napięciowego o sile elektromotorycznej równej warunkowi początkowemu $E = U_c/o/ [1]$,

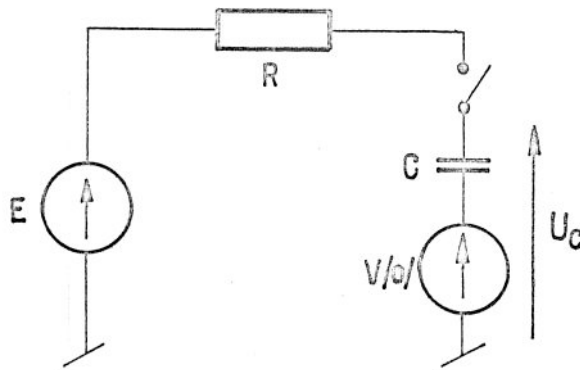
b/ wartości stałej czasowej rozładowania kondensatora przez rezystancję upływu jest nieskończenie wielka,

c/ działanie klucza /wyłącznika/ nie powoduje utraty energii obwodu /brak zjawiska iskrzenia, rozładowania przez ostrza styków, zerowy prąd upływu itp/,

d/ proces zmian napięcia na kondensatorze w zmodyfikowanym modelu R-C ma charakter ciągły, niezależny od dyskretyzującego

działania klucza. Warunek ten oznacza w praktyce kontynuację w kolejnej fazie aktywnej liniowego procesu nieustalonego od wartości napięcia i z nachyleniem zmian napięcia występujących na końcu poprzedniej fazy aktywnej.

Dla potwierdzenia warunku d/ przeprowadzono następujące rozumowanie. Zakłada się nierozgałęziony obwód R-C /rys. 3.4/ z wymuszającym źródłem napięciowym i źródłem reprezentującym warunek początkowy. Rezystancja obwodu jest traktowana jako rezystancja zastępcza siatki modelu zmodyfikowanego. Klucz umożliwia realizację fazy aktywnej i biernej.



Rys. 3.4. Uproszczony schemat zastępczy zmodyfikowanego modelu R-C.

Pierwszą fazę aktywną realizuje się w przedziale czasu $\tau \in [\tau_k, \tau_{k+1}]$, przyjmując przykładowo zerowe warunki początkowe. Po zakończeniu fazy aktywnej napięcie na kondensatorze wynosi [1]:

$$U_c^I / \tau_{k+1} / = E \left[1 - \exp / - \frac{\tau_{k+1} - \tau_k}{RC} / \right] \quad 3.9$$

natomiast nachylenie krzywej ładowania w chwili τ_{k+1} wynosiło:

$$\left. \frac{d U_c^I}{d \tau} \right|_{\tau_{k+1}} = \frac{1}{RC} E \exp / - \frac{\tau_{k+1} - \tau_k}{RC} / \quad 3.10$$

przy czym:

U_c^I - napięcie na kondensatorze w I-iej fazie aktywnej.

Z kolei przystępuje się do realizacji drugiej fazy aktywnej, traktując napięcie $U_c^I / \tau_{k+1} /$ jako nowy warunek początkowy. Przyjmując czas inicjacji procesu w kolejnej fazie aktywnej jako $\tau = \tau_{k+1}$ można stwierdzić, że napięcia:

$$U_c^{II} / \tau_{k+1} / = U_c^I / \tau_{k+1} /$$

na mocy zasady ciągłości napięcia [1], oraz nachylenie krzywej ładowania na początku drugiej fazy aktywnej wynosi:

$$\frac{dU_c^{II}}{d\tau} = \frac{1}{RC} \left[E - V^{k+1} \right] \exp \left/ - \frac{\tau - \tau_{k+1}}{RC} \right/ \quad 3.11$$

przy czym:

$$V^{k+1} = E \left[1 - \exp \left/ - \frac{\tau_{k+1} - \tau_k}{RC} \right/ \right]$$

U_c^{II} - napięcie w II-iej fazie aktywnej

Stąd:

$$\left. \frac{dU_c^{II}}{d\tau} \right|_{\tau_{k+1}} = \frac{1}{RC} E \exp \left/ - \frac{\tau_{k+1} - \tau_k}{RC} \right/ \quad 3.12$$

czyli:

$$\left. \frac{dU_c^{II}}{d\tau} \right|_{\tau_{k+1}} = \left. \frac{dU_c^I}{d\tau} \right|_{\tau_{k+1}}$$

A więc rzeczywiście wprowadzenie fazy biernej nie spowodowało zmian w przebiegu zmian napięcia na kondensatorze. Analogiczne rozumowanie można przeprowadzić dla procesu rozładowania kondensatora.

Wyniki praktycznego zastosowania zmodyfikowanego modelu R-C są zawarte w [68].

3.1.3. Modelowanie liniowych zagadnień w obszarach niejednorodnych na jednorodnej siatce R-C.

Problematyka modelowania liniowych, niejednorodnych zagadnień brzegowych na siatkach jednorodnych, posiada szereg opracowań [51], [21], [53]. Należy nadmienić, że prezentowane metody najczęściej bazują na procesach iteracyjnych realizowanych w hybrydowym układzie "siatka rezystorowa - maszyna cyfrowa". Stąd bezpośrednio uzyskanie wyników i analiza wpływu parametrów obszaru na rozwiązanie jest utrudniona. Ponadto, w tak rozumianym modelowaniu zagadnień niejednorodnych, zostaje utracona pełna analogia między procesem a modelem elektrycznym, tak istotna dla praktycznych zadań z niepełną informacją o parametrach procesu. Poniżej przedstawiono koncepcję metody modelowania liniowych niejednorodnych i niestacjonarnych zagadnień brzegowych na jednorodnej siatce R-C. Metoda pozwala na uzyskanie rozwiązania na drodze beziteracyjnej, z zachowaniem wszystkich zalet procedury DSCT, a więc ciągłego czasu oraz analogii modelu i procesu.

Rozważa się liniowe, jednowymiarowe zagadnienia brzegowe opisane równaniem 3.1 z określonymi warunkami brzegowymi i początkowymi. Stosując względem równania 3.1 transformację Kirchhoffa, otrzymuje się jego nową postać:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + F/x/ = g/x/ \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad 3.14$$

przy czym: $g/x/ = \frac{b/x/}{k/x/}$,

z odpowiednio przetransformowanymi warunkami brzegowymi i początkowymi. Model elektryczny procesu, utworzony zgodnie z zasadami przedstawionymi w p. 3.1 ma postać:

$$G /V_{i+1}+V_{i-1}-2V_i/ + I_i = C_i \frac{dV_i}{dt} \quad 3.15$$

Siatka R-C realizująca zależność 3.15 zawiera jednorodne rezystory i niejednorodne pojemności kondensatorów. Kolejnym krokiem będzie wprowadzenie siatki R-C z jednorodnymi wszystkimi elementami. Jednorodną siatkę R-C pozwalającą na modelowanie zagadnienia 3.15 opisuje układ równań:

$$G/V_{i+1} + V_{i-1} - 2V_i / + I_i = C \frac{d/V_i - V_{im}/}{d\tau} \quad 3.16$$

przy czym: $C = \text{const.}$, dla wszystkich węzłów wewnętrznych siatki. Pełną ekwiwalentność rozwiązań uzyskanych na siatkach opisywanych równaniami 3.15 i 3.16 zapewnia spełnienie równości:

$$C_i \cdot dV_i = C \cdot d/V_i - V_{im}/ \quad 3.17$$

Rozwiązując równanie różniczkowe 3.17, określa się potencjał V_{im} i algorytm jego generacji:

$$dV_{im} = /1 - \frac{C_i}{C} / dV_i \quad 3.18$$

stąd:

$$V_{im} = /1 - \frac{C_i}{C} / \cdot [V_i - V_i/o/] \quad 3.19$$

przy czym: $V_i/o/$ - warunek początkowy w i -tym węźle siatki.

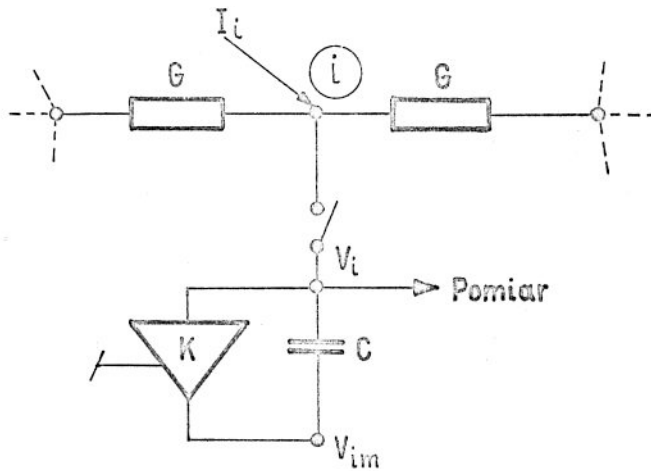
Ponieważ w procesie nieustalonym istotną jest tylko składowa zmiana potencjału V_{im} , stąd w praktycznej realizacji pomijając składową stałą wykorzystuje się zależność:

$$V_{im} = /1 - \frac{C_i}{C} / \cdot V_i \quad 3.20$$

Należy zauważyć, że algorytm generacji potencjału V_{im} może być zrealizowany układowo poprzez sprzęgnięcie przy pomocy wzmacniacza operacyjnego węzła siatki z odpowiednią okładziną kondensatora /rys. 3.5/. Zmieniając współczynnik wzmocnienia K wzmacniacza operacyjnego

$$K = 1 - \frac{C_i}{C} = 1 - \frac{d_c \cdot h^2 g/x_i/}{C} \quad 3.21$$

realizuje się dobór parametrów siatki dla modelowanego procesu. Wartość pojemności kondensatora C, dobiera się uwzględniając szybkość pracy modelu i zastosowaną technikę pomiarową. Tak zbudowany jednorodny model siatkowy eliminuje konieczność stosowania, kłopotliwego w realizacji, magazynu kondensatorów. Wykorzystanie przedstawionej metody w zmodyfikowanym modelu R-C, podnosi walory



Rys. 3.5. Schemat węzła zmodyfikowanego, jednorodnego modelu R-C.

użytkowe urządzenia /p.p.3.1.2.2/. Wyniki badań przeprowadzone na modelach doświadczalnych przedstawione są w [16].

Należy sądzić, że częstokroć użytkownicy metody będą dążyć do zachowania pełnej odpowiedniości wartości parametru przewodności modelu i modelowanego obszaru, co ma istotne znaczenie przy wstępnym rozwiązywaniu odwrotnych zagadnień brzegowych /zadań syntezy/. W takich przypadkach pomija się transformację 3.14 równania 3.1, rezystory siatki określa zgodnie z zasadami 3.2

3.5, przyjmuje się jednorodne pojemności kondensatorów C, a współczynniki wzmocnienia wzmacniaczy operacyjnych określa się z zależności:

$$K = 1 - \frac{C_i}{C} = 1 - \frac{L_c \cdot h^2 \cdot b/x_i}{C} \quad 3.22$$

Zastosowanie ciągłej regulacji współczynnika wzmocnienia K wzmacniaczy operacyjnych, pozwala na dokładne zamodelowanie rzeczywistych wartości pojemności obszaru.

3.2. Modelowanie quasiliniowych zagadnień brzegowych na siatkach R-C.

3.2.1. Metodyka postępowania

Problemem pierwotnym, występującym przy modelowaniu quasiliniowych zagadnień brzegowych, jest określenie modelu elektrycznego, spełniającego warunki odpowiedniości z rzeczywistym procesem. O ile w zadaniach liniowych bezpośrednia realizacja tego modelu powodowała uzyskanie rozwiązania w postaci rozkładu pola potencjałów, a tym samym zakończenie postawionego zadania, o tyle dla zadań nieliniowych jest to tylko punkt wyjściowy, wymagający dopiero określenia metody uzyskiwania rozwiązania, a następnie jej realizacji. Stąd określenie modelu elektrycznego, mającego charakter bilansu energetycznego, powinno mieć charakter możliwie ogólny i niezależny od dalszego wyboru metody postępowania. Należy również podkreślić potrzebę opracowania modelu elektrycznego w kontekście parametrów procesu rzeczywistego, a nie tylko jako równania oddającego sens funkcji nieliniowej, będącego wyłącznie punktem wyjściowym dla opracowania metody /co często ma miejsce [6], [49]/. Brak określenia związków między współczynnikami analogii uniemożliwia bezpośrednie zastosowanie opracowanych metod dla procesów rzeczywistych.

W pracy rozważa się wyłącznie niestacjonarne, jednowymiarowe równania quasiliniowe typu 2.3 poddane transformacji Kirchhoffa 2.5 . Stąd budowa modelu będzie dotyczyła transformowanego równania Fouriera:

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} + F/x/ = g/\Theta, x/ \frac{\partial \Theta}{\partial t} \quad 3.23$$

oraz uproszczonej jego postaci:

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} = g/\Theta, x/ \frac{\partial \Theta}{\partial t} \quad 3.24$$

przy określonych warunkach brzegowych i początkowych w danym obszarze. W dalszej części pracy nie będzie się każdorazowo podkreślać istnienie warunków brzegowych, początkowych oraz obszaru dla procesu i modelu elektrycznego, rozumiejąc, że zagadnienie analizy zawsze jest prawidłowo postawione.

Dyskretyzując laplasjan w równaniu 3.23 otrzymuje się układ równań:

$$\Theta_{i+1} + \Theta_{i-1} - 2\Theta_i + h^2 F/x_i/ = h^2 g/\Theta_i, x_i/ \frac{\partial \Theta_i}{\partial t} \quad 3.25$$

Wprowadzając współczynniki analogii elektrycznej:

$$L_V = \frac{C}{V}; \quad L_I = \frac{h^2 F/x_i/}{I_i}; \quad L_G = \frac{1}{G}; \quad L_T = \frac{t}{T} \quad 3.26$$

do równań 3.25 otrzymuje się zależność:

$$\frac{L_V \cdot L_G}{L_I} G/V_{i+1} + V_{i-1} - 2V_i/ + I_i = \frac{L_V}{L_V \cdot L_I} h^2 g/L_V \cdot V_i, x_i/ \frac{\partial V_i}{\partial t} \quad 3.27$$

która przy spełnieniu:

$$\frac{L_V \cdot L_G}{L_I} = 1; \quad \frac{L_V}{L_T \cdot L_I} = 1 \quad 3.28$$

jest modelem elektrycznym procesu:

$$G/V_{i+1} + V_{i-1} - 2V_i/ + I_i = h^2 g/L_V \cdot V_i, x_i/ \frac{\partial V_i}{\partial t} \quad 3.29$$

Rozwiązywanie zagadnienia na siatkach R-C będzie ponadto wiązało się z uwarunkowaniem $h^2 = C$.

Dyskretyzując uproszczone i często wykorzystywane równanie 3.24 otrzymuje się układ równań:

$$\Theta_{i+1} + \Theta_{i-1} - 2\Theta_i = h^2 g / \Theta_{i,x_i} / \frac{\partial \Theta_i}{\partial t} \quad 3.30$$

Wprowadzając współczynniki analogii elektrycznej

$$d_V = \frac{\Theta}{V}; \quad d_T = \frac{t}{\tau} \quad 3.31$$

do równań 3.30 otrzymuje się zależność:

$$V_{i+1} + V_{i-1} - 2V_i = \frac{h^2}{d_T} \cdot g / d_V \cdot V_{i,x_i} / \frac{\partial V_i}{\partial \tau} \quad 3.32$$

która jest modelem elektrycznym procesu 3.24 .

Rozwiązując zagadnienia typu 3.32 na siatkach R-C należy spełnić warunek:

$$R \cdot C = \frac{h^2}{d_T} \quad 3.33$$

Przedstawione modele elektryczne 3.29 i 3.32 będą wykorzystywane w dalszej części pracy.

3.2.2. Modelowanie na siatkach R-C z nieliniowymi elementami

3.2.2.1. Siatki R-C z nieliniowymi kondensatorami

Intuicyjnie najprostszą drogą rozwiązywania quasiliniowych zagadnień brzegowych byłaby realizacja siatki z elementami R-C posiadającymi określone charakterystyki nieliniowe. W rzeczywistości konstrukcja takich elementów, jest bardzo utrudniona lub wręcz obecnie niemożliwa. Stąd przedstawione w niniejszym podrozdziale opracowanie ma charakter teoretyczny, z podkreśleniem potrzeby poszukiwań rozwiązań konstrukcyjnych spełniających otrzymane zależności.

Wprowadza się pojęcie nieliniowego kondensatora, tzn. elementu biernego posiadającego zdolność magazynowania energii pola elektrycznego o pojemności związanej zależnością funkcyjną z różnicą potencjałów występującą na jego okładzinach. Ilość magazynowanego w kondensatorze ładunku elektrycznego Q , wynosi:

$$Q = C/U \cdot U \quad 3.34$$

przy czym: U - różnica potencjałów obu okładzin kondensatora. Określając wartość prądu i_c przepływającego przez kondensator przekształca się zależność podstawową:

$$i_c = \frac{dQ}{dt} = \frac{d/C \cdot U}{dt} = C \frac{dU}{dt} + U \frac{dC}{dt} = /C + U \frac{dC}{dU} / \frac{dU}{dt} \quad 3.35$$

Oczywiście dla kondensatorów liniowych $\frac{dC}{dU} = 0$ i zależność 3.35 redukuje się do ogólnie znanej postaci:

$$i_c = C \cdot \frac{dU}{dt} \quad 3.36$$

natomiast dla kondensatorów nieliniowych o pojemności $C = C/U$:

$$i_c = \left[C/U + U \frac{dC/U}{dU} \right] \cdot \frac{dU}{dt} \quad 3.37$$

Przykładowo, dla założonych funkcji nieliniowości, wartości prądów i_c wyrażają się następującymi zależnościami:

$$a/ \quad C/U = k \cdot U \quad i_c = 2kU \frac{dU}{dt}$$

$$b/ \quad C/U = k \cdot U^2 \quad i_c = 3kU^2 \cdot \frac{dU}{dt}$$

$$c/ \quad C/U = k \cdot \frac{1}{\sqrt{U}} \quad i_c = \frac{k}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{U}} \cdot \frac{dU}{dt}$$

$$d/ \quad C/U = k \cdot \frac{1}{U} \quad i_c = 0$$

$$e/ \quad C/U = k \cdot \ln U \quad i_c = k / \ln U + 1 / \cdot \frac{dU}{dt}$$

Wykorzystując zależność 3.37 w opisie modelu siatkowego R-C, zakłada się uzziemienie jednej z okładek kondensatora, a tym samym interpretację napięcia U jako potencjału węzłowego siatki $U_i = V_i$. Tworząc siatkę R-C z rezystorów R i nieliniowych kondensatorów o pojemności C/V_i , można przedstawić bilans prądów w węzłach wewnętrznych siatki:

$$G/V_{i+1} + V_{i-1} - 2V_i / + I_i = /C_i + V_i \frac{dC_i}{dV} / \frac{dV_i}{d\tau} \quad 3.38$$

Równocześnie rozważa się proces o stałych rozłożonych 3.23 i jego model elektryczny 3.29 tzn.:

$$G/V_{i+1} + V_{i-1} - 2V_i / + I_i = h^2 g / \ell_v \cdot V_{i,x_i} / \frac{dV_i}{d\tau}$$

Prawa strona równania 3.29 ma też charakter prądu, stąd korzystając z 3.38 i 3.29, można określić funkcję nieliniowości pojemności C/V_i z równania różniczkowego:

$$C + V \frac{dC}{dV} = h^2 g / \ell_v \cdot V, \kappa / \quad 3.39$$

lub, po przekształceniu i wprowadzeniu pomocniczej notacji

$$q/V / = h^2 g / \ell_v \cdot V, \kappa / \quad 3.40$$

z równania

$$\frac{dC}{dV} + \frac{C}{V} = \frac{q/V /}{V} \quad 3.41$$

Równanie różniczkowe 3.41 posiada rozwiązanie ogólne w postaci [70]:

$$C/V / = \frac{1}{W/V /} \cdot \left[\int \frac{q/V /}{W/V /} \cdot R/V / dV + c \right] \quad 3.42$$

przy czym:

$$W/V/ = \exp \left[\int^V P/V/dV \right] = V \quad 3.43$$

$$R/V/ = \frac{q/V/}{V} \quad 3.44$$

$$P/V/ = \frac{1}{V} \quad 3.45$$

$$c = \text{const.}$$

Uwzględniając zależności 3.42 * 3.45 pojemność nieliniowego kondensatora wynosi:

$$C/V/ = \frac{1}{V} \left[\int^V q/V/dV + c \right] \quad 3.46$$

W celu dokonania analizy wpływu wartości stałej c , podstawia się zależność 3.46 do wyrażenia 3.37 określającego prąd płynący przez nieliniowy kondensator:

$$i_c = \left\{ \frac{1}{V} \left[\int^V q/V/dV + c \right] + V \frac{d}{dV} \left(\frac{1}{V} \left[\int^V q/V/dV + c \right] \right) \right\} \frac{dV}{dt} = q/V/ \frac{dV}{dt} \quad 3.47$$

Z otrzymanem zależności 3.47 wynika, że wartość stałej " c " nie wpływa na wartość prądu, stąd dla uproszczenia przyjmuje się wartość $c = 0$. Tak więc ostatecznie wyrażenie ogólne określające pojemność nieliniowych kondensatorów siatki R-C, ma postać:

$$C_i/V/ = \frac{h^2}{V_i} \int^{V_i} g/L_V \cdot V, x_i/dV \quad 3.48$$

Przykładowo podano funkcję $C/V/$ dla często spotykanych nieliniowości:

$$a/ \quad q/V/ = k \cdot V \quad C/V/ = \frac{k}{2} V$$

$$b/ \quad q/V/ = k \cdot V^2 \quad C/V/ = \frac{k}{3} V^2$$

$$c/ \quad q/V/ = k \cdot \frac{1}{\sqrt{V}} \quad C/V/ = 2k \frac{1}{\sqrt{V}}$$

$$d/ q/V/ = k \cdot \frac{1}{V}$$

$$C/V/ = \frac{k \ln V}{V}$$

$$e/ q/V/ = k \cdot \ln V$$

$$C/V/ = k / \ln V - 1/$$

Interpretację warunków początkowych dla nieliniowych kondensatorów podano w p. 3.2.2.3.

3.2.2.2. Siatki R-C z nieliniowymi rezystorami

Ponieważ modelowanie nieliniowych zagadnień brzegowych na siatkach R-C z nieliniowymi rezystorami nie jest przedmiotem niniejszej pracy podaje się tylko bardzo ogólne informacje na ten temat, uzupełniające całokształt tematyki. Rozważa się quasiliniowe równanie Fouriera 2.3 poddane transformacji Goodmana 2.11. Uzyskana postać równania pozwala na konstrukcję siatki R-C zawierającej nieliniowe rezystory i jednorodne wartości pojemności kondensatorów. Próby budowy takiej siatki były czynione [47]. Należy jednak podkreślić złożoność konstrukcyjną elementów rezystorowych, jak również trudności technologiczne wiążące się z wykonaniem powtarzalnych elementów o określonej charakterystyce. Dla wąskiej grupy zadań, tj. równań typu 3.24 z nieliniowymi, jednorodnymi parametrami obszaru można wykorzystać następujący model elektryczny:

$$V_{i+1} + V_{i-1} - 2V_i = \frac{h^2}{d\tau} g/\mathcal{L}_V \cdot V/ \frac{dV_i}{d\tau} \quad 3.49$$

W tym przypadku rezystory siatki będą musiały posiadać charakterystykę zgodną z funkcją nieliniową:

$$V_{i+1} + V_{i-1} - 2V_i = R/V/C \frac{dV_i}{d\tau} \quad 3.50$$

stąd: $R/V/ = g/\mathcal{L}_V \cdot V/.$

Oczywiście trudności związane z realizacją techniczną pozostają niezmienione.

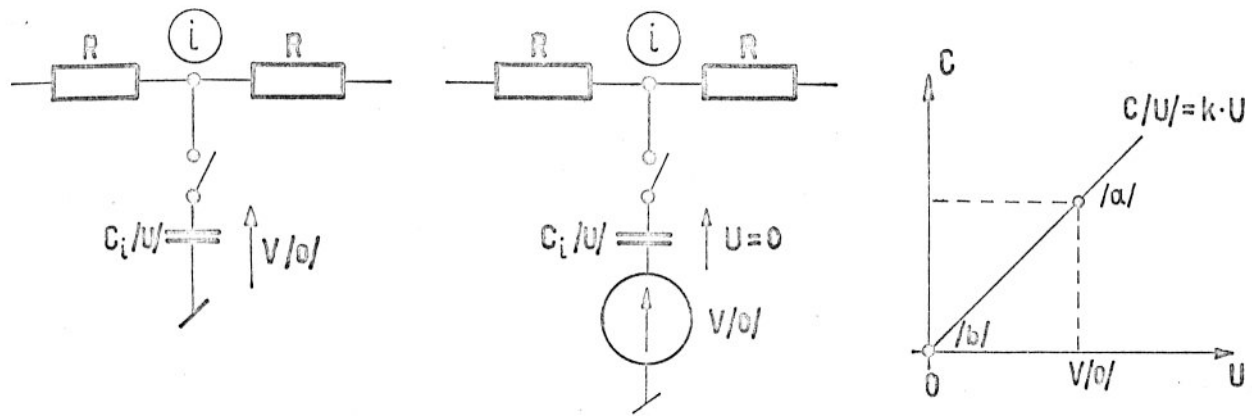
3.2.2.3. Interpretacja warunków początkowych w siatkach z nieliniowymi elementami

Problem interpretacji warunków początkowych w siatkach z nieliniowymi elementami, a zwłaszcza z nieliniowymi kondensatorami nabiera istotnego znaczenia. W p. 3.1.2.2. mówiąc o sposobie zadawania warunków początkowych w liniowych siatkach, zaprezentowano dwa równoważne rozwiązania. Pierwsze polegające na wstępnym naładowaniu odłączonych od siatki kondensatorów do napięć wynikających z warunków początkowych, oraz drugie bazujące na modelu zastępczym naładowanego kondensatora, a mianowicie szeregowo połączenie źródła napięciowego i nienaładowanego kondensatora. O ile dla siatek z nieliniowymi rezystorami oba sposoby mogą być zamiennie stosowane, o tyle dla siatek z nieliniowymi kondensatorami, pojawia się problem jednoznaczności określenia parametrów siatki. Rozważa się kolejno oba sposoby zadawania warunków początkowych w odniesieniu do kondensatora o pojemności $C = C/U$. Wstępne naładowanie kondensatora /rys. 3.6a/ do napięcia $U = V/o/$, powoduje określenie pojemności stanu wyjściowego dla inicjacji procesu nieustalonego. Pojemność ta wynosi $C = C [V/o/]$.

Drugi sposób /rys. 3.6b/, tj. szeregowo połączenie nienaładowanego kondensatora ze źródłem napięciowym o wartości SEM-ej $E = V/o/$, powoduje określenie wartości pojemności dla różnicy potencjałów okładzin równej zero, tj. $C = C/o/$. Ponieważ ogólnie dla kondensatorów nieliniowych

$$C/o/ \neq C [V/o/] \quad ; \quad V/o/ \neq 0$$

stąd wynika brak jednoznaczności interpretacji parametrów siatki.
 Rys. 3.6c przedstawia przykład braku jednoznaczności dla funkcji pojemności $C = k \cdot U$.



Rys. 3.6- a/ Warunek początkowy wprowadzony przez wstępne naładowanie
 b/ Warunek początkowy reprezentowany przez szeregową SEM
 c/ Charakterystyka pojemności kondensatora z punktami pracy dla przypadków a/ i b/.

Powstaje problem określenia poprawności metody wprowadzania warunków początkowych. Zarówno w tym, jak i wielu innych przypadkach należy skorzystać z faktu istnienia fizykalnych rozwiązań, mających naturalną i zawsze poprawną realizację w przyrodzie. Należy podkreślić istotną potrzebę częstego odwoływania się do samego procesu o stałych rozłożonych, we wszystkich wątpliwych przypadkach. Ponieważ w rzeczywistych procesach zawsze występuje określona wartość pojemności obszaru wynikająca z naturalnego początkowego rozkładu wartości pola potencjalnego, stąd metoda wstępnego ładowania nieliniowego kondensatora, zapewniająca pełną analogię z rzeczywistym procesem, jest metodą poprawną.

3.2.3. Modelowanie na siatkach R-C z ciągłą modyfikacją warunków początkowych

3.2.3.1. Algorytm ciągłej modyfikacji warunków początkowych

Jak stwierdzono w poprzednim podrozdziale przedstawiona metoda modelowania zagadnień quasiliniowych na siatkach R-C z nieliniowymi elementami jest trudna, lub wręcz niemożliwa obecnie w technicznej realizacji. Stąd opierając się na zasadzie budowy modeli siatkowych spełniających określony bilans energetyczny dąży się do opracowania jednorodnej siatki R-C, w której na drodze układowej są realizowane określone nieliniowości. Praca [49] zawiera przykład zastosowania takiej koncepcji dla modelowania zagadnienia brzegowego z nieliniowością II rodzaju. Poniżej, korzystając z wymienionej zasady, przedstawiono ideę modelowania quasiliniowego zagadnienia brzegowego.

Wprowadza się pojęcie ciągłej modyfikacji warunków początkowych kondensatorów. Oznacza ono uzmiennienie w czasie stałej dotychczas wartości warunku początkowego, rozumianego jako szeregowe połączenie kondensatora ze źródłem napięciowym. Korzystając z zależności na wartość prądu płynącego przez liniowy kondensator

$$i_c = C \frac{d/V - V_m}{dt} \quad 3.52$$

przy czym: V, V_m - potencjały okładzin kondensatora.

można stwierdzić, że dla $V_m = V_m/t$, powstaje nowa możliwość kształtowania zmian wartości prądu i_c/t . Dotychczas $V_m = V/o$ nie miało wpływu na wartość chwilową prądu płynącego przez kondensator. Przyjmuje się modele elektryczne 3.29 i 3.32 jako wynik zastosowania praw analogii względem równań procesów 3.23 i 3.24 podanych transformacji Kirchhoffa. W obu modelach wartości prądów

płynących przez kondensatory siatki R-C, mają charakter nieliniowy. Korzystając z możliwości 3.52 ingerencji w wartość chwilową prądów dąży się do określenia warunków ekwiwalentności modelu siatkowego R-C z ciągłą modyfikacją warunków początkowych i ogólnego modelu elektrycznego procesu. Zestawiając modele elektryczne procesów i równania opisujące siatkę R-C z ciągłą modyfikacją, otrzymuje się:

$$\begin{aligned} G/V_{i+1} + V_{i-1} - 2V_i / + I_i &= h^2 g / \mathcal{L}_V \cdot V_i, x_i / \frac{dV_i}{d\tau} \\ G/V_{i+1} + V_{i-1} - 2V_i / + I_i &= C \frac{d/V_i - V_{im} /}{d\tau} \end{aligned} \quad 3.53$$

oraz

$$\begin{aligned} /V_{i+1} + V_{i-1} - 2V_i / &= \frac{h^2}{\mathcal{L}_V} g / \mathcal{L}_V \cdot V_i, x_i / \frac{dV_i}{d\tau} \\ V_{i+1} + V_{i-1} - 2V_i &= RC \frac{d/V_i - V_{im} /}{d\tau} \end{aligned} \quad 3.54$$

Spełniając wstępnie warunki równoważności 3.26 i 3.28 dla zestawu 3.53 oraz warunek 3.33 tj. $h^2 = \mathcal{L}_V \cdot RC$ dla zestawu 3.54 określa się z kolei równanie różniczkowe wiążące funkcję nieliniowości z funkcją modyfikacji warunków początkowych:

$$g / \mathcal{L}_V \cdot V_i, x_i / \frac{dV_i}{d\tau} = \frac{d/V_i - V_{im} /}{d\tau} \quad 3.55$$

W efekcie rozwiązuje się równanie:

$$dV_{im} = [1 - g / \mathcal{L}_V \cdot V_i, x_i /] dV_i \quad 3.56$$

Wartość chwilowa napięcia modyfikującego wynosi

$$V_{im} = V_i - V_i / o / - \int_{V_i / o /}^{V_i} g / \mathcal{L}_V \cdot V_i, x_i / dV_i \quad 3.57$$

przy czym: $V_i / o /$ - warunek początkowy.

Ponieważ w procesie nieustalonym w siatce R-C istotną jest tylko składowa zmienna napięcia modyfikującego, stąd w praktycznej realizacji pomijając składową stałą wykorzystuje się zależność:

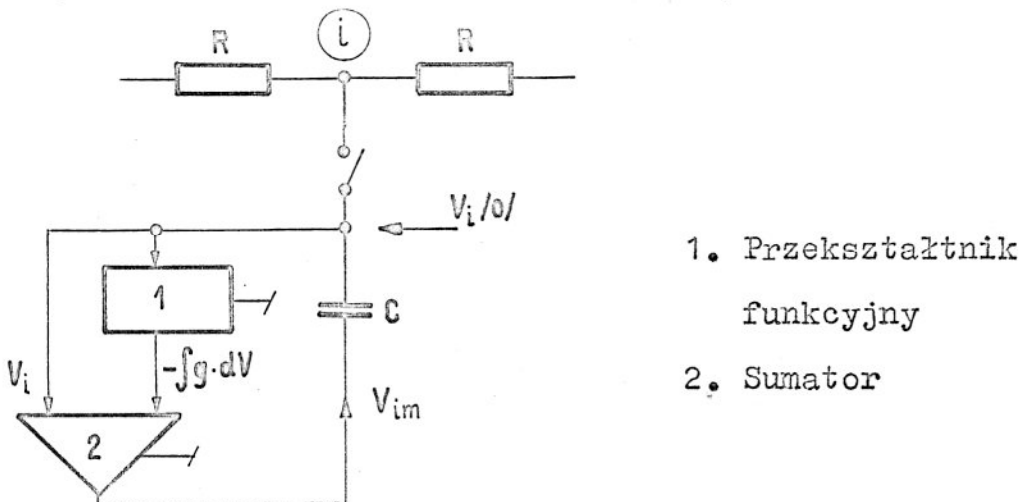
$$V_{im} = V_i - \int / \mathcal{L}_V \cdot V_i, x_i / \quad 3.58$$

przy czym: $\int / \mathcal{L}_V \cdot V_i, x_i /$ - funkcja pierwotna funkcji $g / \mathcal{L}_V \cdot V_i, x_i /$.

Przedstawiona koncepcja jest uogólnieniem zagadnienia modelowania liniowych zagadnień niejednorodnych na jednorodnych siatkach R-C /p.p.3.1.3/.

3.2.3.2. Realizacja modelu R-C z ciągłą modyfikacją warunków początkowych

Zależność 3.58 określa warunki niezbędne dla realizacji ciągłej modyfikacji warunków początkowych. Ponieważ bezpośrednie określenie wartości potencjału węzłowego jest niemożliwe, stąd układowa realizacja zależności 3.58 sugeruje zastosowanie sprzężenia zwrotnego. Biorąc pod uwagę zmodyfikowany model R-C /p.p.3.1.2.2/ charakteryzujący się określonymi zaletami, sprzęga się odpowiednio obie okładziny wszystkich kondensatorów. Rys. 3.7 przedstawia ogólną ideę realizacji modelu R-C z ciągłą modyfikacją warunków początkowych.



Rys. 3.7. Schemat realizacji modelu R-C z ciągłą modyfikacją warunków początkowych.

Przedstawiony układ dotyczy wszystkich węzłów siatki R-C modelującej quasilinearny proces o stałych rozłożonych. Ze względu na różnorodny charakter funkcji nieliniowej w poszczególnych zagadnieniach, struktura przekształtnika funkcyjnego musi ulegać odpowiednio zmianie. Stąd najkorzystniejszym wariantem jest budowa specjalizowanych siatek R-C, przeznaczonych dla określonego typu funkcji nieliniowej, występującej w badanym procesie. Przykładem są wszystkie zadania beznaporowej filtracji nieustalanej, które bazują na nieliniowości typu:

$$g(\odot, x) = B/x \cdot \odot^{-\frac{1}{2}} \quad 3.59$$

wynikającej z transformacji Kirchhoffa /p.p.2.3/.

Prace związane z powyższym problemem są prowadzone w Instytucie Cybernetyki Technicznej, przy czym wstępne wyniki badań są zawarte w [16].

Zaletą przedstawionej metody jest możliwość otrzymania bezpośredniego rozwiązania nieliniowego zagadnienia brzegowego na jednorodnej siatce R-C dla dowolnej chwili czasu. Otrzymane wyniki mogą być rejestrowane w wybranych punktach obszaru, lub dla określonego przekroju czasowego. Niedogodnością metody jest potrzeba stosowania dużej ilości elementów elektronicznych.

3.2.4. Modelowanie na siatkach R-C z dyskretną modyfikacją warunków początkowych

3.2.4.1. Algorytm dyskretnej modyfikacji warunków początkowych

Istniejąca w świecie tendencja do tworzenia hybrydowych systemów obliczeniowych, jest z dużym powodzeniem stosowana w odniesieniu do procesów o stałych rozłożonych. Wyróżnia się zasadniczo dwa kierunki rozwoju tej problematyki. Pierwszy predysponujący opracowy-

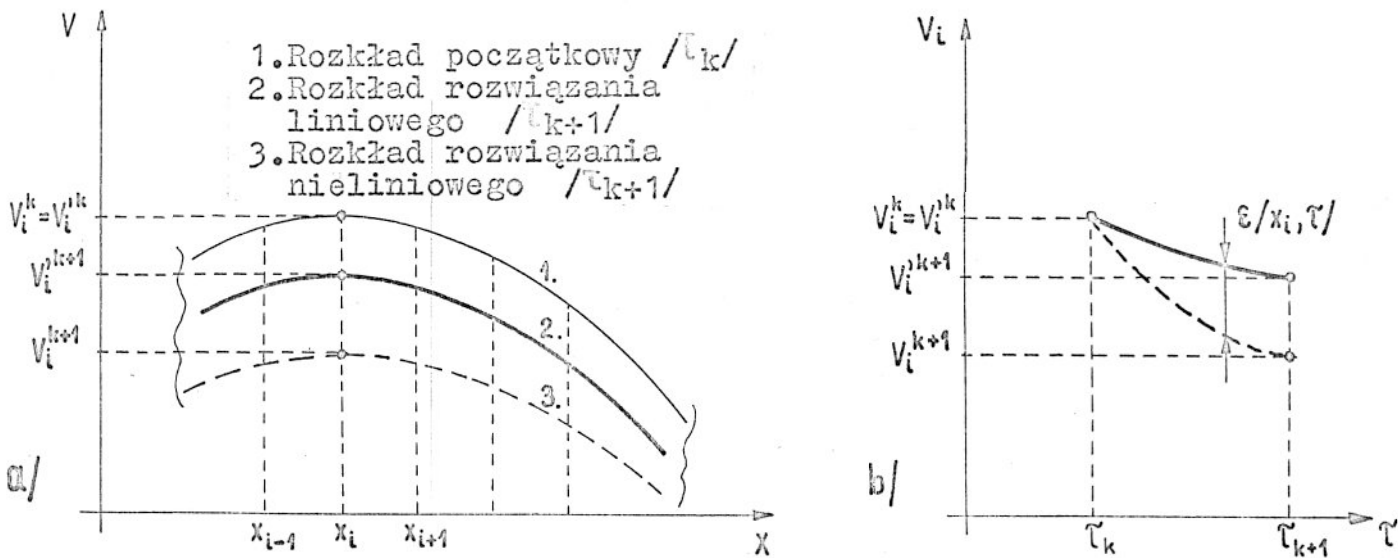
wanie algorytmów dla systemów hybrydowych złożonych z klasycznej maszyny analogowej i maszyny cyfrowej. Oraz drugi bazujący na metodach siatkowych, opracowywanych dla systemu hybrydowego złożonego z siatek R-R lub R-C oraz maszyny cyfrowej. W tym przypadku siatka spełnia funkcję podprogramu, generując natychmiastowe rozwiązanie danego etapu zadania. Znane opracowania dotyczą w głównej mierze stosowania siatek R-R w systemie hybrydowym. Ze względu na napotykaną dotychczas trudności konstrukcyjne współpraca siatek R-C z maszyną cyfrową jest stosunkowo rzadko realizowana. Praca [6] przedstawia próbę takiego rozwiązania. Korzystając z założeń przedstawionych w [6] przedstawiono poniżej metodę modelowania zagadnień quasilineowych na jednorodnej siatce R-C z dyskretną modyfikacją warunków początkowych. W p. 3.2.4.2 przedstawiono propozycję realizacji metody, z wykorzystaniem systemu hybrydowego. Przy opracowywaniu metody wykorzystuje się następujące założenia:

- a/ rozważa się wyłącznie quasilineowe, niejednorodne, jednowymiarowe równania różniczkowe cząstkowe poddane transformacji Kirchhoffa,
- b/ zadanie rozwiązuje się na jednorodnej siatce R-C w wykonaniu zmodyfikowanym, ze wspomaganie maszyną cyfrową,
- c/ rozwiązanie dotyczy określonego przekroju czasowego i jest otrzymywane w jednym cyklu procedury /p.p. 3.1.2.2/,
- d/ warunki początkowe każdego cyklu procedury, stanowią rozwiązanie zagadnienia nieliniowego i są generowane /modyfikowane/ przez maszynę cyfrową w etapie modyfikacji fazy biernej cyklu poprzedniego procedury.

Wynika stąd, że na wstępie rozwiązuje się zagadnienie liniowe na zmodyfikowanym modelu R-C wykonując krok czasowy o określonej długości, startując z warunków początkowych równych wartościom rozwiązania zadania nieliniowego w danej chwili czasowej. Następnie

korzystając z informacji o rozkładzie początkowym, rozkładzie rozwiązania liniowego po wykonaniu kroku czasowego i postaci funkcji nieliniowej równania, wyznacza się na drodze numerycznej rozwiązanie zagadnienia nieliniowego dla chwili wyznaczającej koniec kroku czasowego. Rys. 3.8 a,b przedstawia pomocniczą ilustrację rozkładów i wartości potencjałów węzkowych dla dowolnych chwil czasu τ_k i τ_{k+1} . Długość kroku czasowego wykonanego na zmodyfikowanym modelu R-C określa różnica wyróżnionych chwil czasu:

$$\Delta\tau_{k,k+1} = \tau_{k+1} - \tau_k \quad 3.60$$



Rys. 3.8. Wykresy zmienności potencjałów węzkowych w funkcji:

a/ współrzędnej geometrycznej, b/ czasu.

Rozważania przeprowadzono dla dowolnego wewnętrznego węzła z uwzględnieniem wpływu węzłów sąsiednich, oraz dla dowolnej chwili czasu τ_k traktowanej jako początek kolejnego cyklu procedury. Oczywiście otrzymany algorytm należy zastosować dla wszystkich wewnętrznych węzłów sieci rozpoczynając od chwili początkowej τ_0 .

Rozważa się proces quasilineowy typu 3.24, którego model elektryczny ma postać:

$$V_{i+1} + V_{i-1} - 2V_i = \frac{h^2}{\alpha_T} g/k_V \cdot V / \frac{dV_i}{d\tau} \quad 3.61$$

Jednorodną siatkę R-C bez wewnętrznych iniekcji prądowych opisuje układ równań:

$$V'_{i+1} + V'_{i-1} - 2V'_i = RC \frac{dV'_i}{d\tau} \quad 3.62$$

Zakłada się, że dla każdego węzła obszaru, liniowe rozwiązanie jest sumą rozwiązania zagadnienia nieliniowego i pewnej, nieznannej wartości ϵ , określanej mianem błędu nieuwzględniania nieliniowości:

$$V'_i = V_i + \epsilon_i / \tau \quad 3.63$$

Dodatkowo określa się że:

$$\begin{aligned} \text{dla początku cyklu: } \epsilon_i / \tau_k / &= \epsilon_i^k = 0 ; V_i^k = V_i \\ \text{dla końca cyklu: } \epsilon_i / \tau_{k+1} / &= \epsilon_i^{k+1} \end{aligned} \quad 3.64$$

Korzystając z 3.63 dla 3.62 otrzymuje się:

$$/V_{i+1} + V_{i-1} - 2V_i/ + / \epsilon_{i+1} + \epsilon_{i-1} - 2\epsilon_i / = RC \frac{dV'_i}{d\tau} \quad 3.64$$

Uwzględniając 3.61 w 3.64 otrzymuje się po przekształceniach:

$$dV'_i = \frac{h^2}{\alpha_T \cdot RC} g/k_V \cdot V_i, x_i / dV_i + \frac{1}{RC} / \epsilon_{i+1} + \epsilon_{i-1} - 2\epsilon_i / d\tau \quad 3.65$$

Poszukując rozwiązania 3.65 dla odcinka czasu $\Delta\tau_{k,k+1}$, całkuje się wyrażenie:

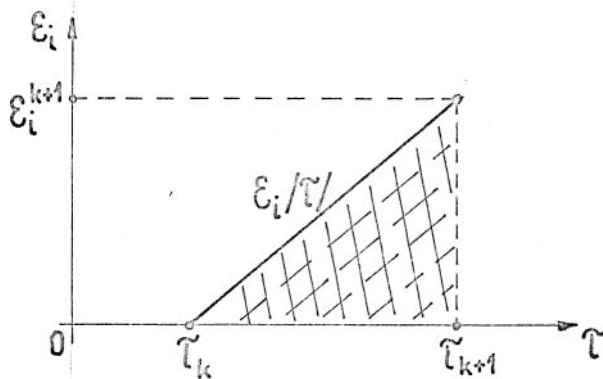
$$\int_{V_i^k}^{V_i^{k+1}} dV'_i = \frac{h^2}{\alpha_T \cdot RC} \int_{V_i^k}^{V_i^{k+1}} g/k_V \cdot V_i, x_i / dV_i + \frac{1}{RC} \int_{\tau_k}^{\tau_{k+1}} / \epsilon_{i+1} + \epsilon_{i-1} - 2\epsilon_i / d\tau \quad 3.66$$

otrzymując po przekształceniu:

$$\int_{V_i^k}^{V_i^{k+1}} g/d_v \cdot V_i, x_i / dV_i = \frac{d_t RC}{h^2} / V_i^{k+1} - V_i^k / - \frac{d_t}{h^2} \int_{\tau_k}^{\tau_{k+1}} / \epsilon_{i+1} + \epsilon_{i-1} - 2\epsilon_i / d\tau \quad 3.67$$

W celu określenia wartości całki z dyskretyzowanego laplasjanu błędu nieuwzględniania nieliniowości ϵ zakłada się, że dla małych przyrostów czasu /krótkich kroków czasowych/ błąd ϵ_i w każdym węźle jest liniową funkcją czasu /rys. 3.9/ i jest określony zależnością:

$$\epsilon_i / \tau / = \frac{\epsilon_i^{k+1}}{\tau_{k+1} - \tau_k} / \tau - \tau_k / \quad 3.68$$



Rys. 3.9. Założona zależność błędu nieuwzględniania nieliniowości $\epsilon_i / \tau /$ od czasu.

Wartość całki błędu wynosi zatem:

$$\int_{\tau_k}^{\tau_{k+1}} \epsilon_i / \tau / d\tau = \frac{(\tau_{k+1} - \tau_k) \epsilon_i^{k+1}}{2} \quad 3.69$$

Podstawiając 3.69 do 3.67 otrzymuje się:

$$\int_{V_i^k}^{V_i^{k+1}} g/d_v \cdot V_i, x_i / dV_i = \frac{d_t RC}{h^2} / V_i^{k+1} - V_i^k / - \frac{d_t / \tau_{k+1} - \tau_k /}{2h^2} / \epsilon_{i+1}^{k+1} - \epsilon_{i-1}^{k+1} - 2\epsilon_i^{k+1} / \quad 3.70$$

Wprowadzając 3.60 i 3.63 do 3.70 uzyskuje się:

$$\int_{V_i^k}^{V_i^{k+1}} g/k_v \cdot V_i, x_i / dV_i = \frac{\Delta T_{i,i} RC}{h^2} / V_i^{k+1} - V_i^k / - \frac{\Delta T_{k,k+1}}{2h^2} \left[/ V_{i+1}^{k+1} - V_{i+1}^k / + / V_{i-1}^{k+1} - V_{i-1}^k / - \right. \\ \left. - 2 / V_i^{k+1} - V_i^k / \right] \quad 3.71$$

Wiążąc ze sobą parametry równania modelu elektrycznego i siatki R-C, zgodnie z 3.33, zakłada się:

$$h^2 = \Delta T_{i,i} RC$$

uzyskując ostateczną postać równania 3.71 jako:

$$\int_{V_i^k}^{V_i^{k+1}} g/k_v \cdot V_i, x_i / dV_i = / V_i^{k+1} - V_i^k / - \frac{\Delta T_{k,k+1}}{2RC} \left[/ V_{i+1}^{k+1} - V_{i+1}^k / + \right. \\ \left. + / V_{i-1}^{k+1} - V_{i-1}^k / - 2 / V_i^{k+1} - V_i^k / \right] \quad 3.72$$

Poszukiwana wartość rozwiązania tzn. V_i^{k+1} nie może być określona bezpośrednio, ponieważ występuje zarówno w górnej granicy całki funkcji nieliniowej, jak również w członie uwzględniającym wpływ sąsiednich węzłów. W efekcie otrzymuje się układ równań nieliniowych. Proponuje się zastosowanie metod iteracyjnych [71] umożliwiających uzyskanie poszukiwanego rozwiązania. W tym celu wprowadza się dodatkowy indeks "j" określający numer kolejnej iteracji. Stąd aktualne oznaczenie poszukiwanej wartości rozwiązania - V_i^{k+1} .
Przykładowo:

Wyznacza się w sposób ogólny wartość rozwiązania ${}^{j+1}V_i^{k+1}$, traktowanego jako wynik kolejnej iteracji:

$${}^{j+1}V_i^{k+1} = k \mathcal{G}^{-1} \left\{ \mathcal{G} / V_i^k / + / V_i^{k+1} - V_i^k / - \frac{\Delta T_{k,k+1}}{2RC} \left[/ V_{i+1}^{k+1} - V_{i+1}^k / + \right. \right. \\ \left. \left. + / V_{i-1}^{k+1} - V_{i-1}^k / - 2 / V_i^{k+1} - V_i^k / \right] \right\} \quad 3.73$$

przy czym: \mathcal{G}^{-1} - funkcja odwrotna funkcji pierwotnej $g(\mathcal{K}_V \cdot V, x)$,
 k - wypadkowy współczynnik.

Procedura iteracyjna rozpoczyna się przy założeniu:

$$o_{V_i}^{k+1} = V_i^{k+1} \quad 3.74$$

Natomiast zakończenie procesu iteracyjnego powinno nastąpić po uzyskaniu w każdym węźle:

$$|j+1 \ v_i^{k+1} - j \ v_i^{k+1}| < \delta \quad ; \quad \delta > 0 \quad 3.75$$

W celu określenia warunku zbieżności procedury iteracyjnej należy porównywać wyniki rozwiązania w kolejnych krokach iteracyjnych. Ze względu na trudności występujące przy próbie ogólnego określenia warunków zbieżności, należy je wyznaczać w każdym z konkretnych przypadków. Parametrami mającymi bezpośredni wpływ na zbieżność procedury iteracyjnej są: długość wykonanego kroku czasowego i krok dyskretyzacji przestrzeni. Stąd współczynnik zbieżności może być określony jako:

$$\delta = \alpha_{\tau} \cdot \frac{\Delta T_{k,k+1}}{2h^2} = \frac{\Delta T_{k,k+1}}{2 \cdot RC} \quad 3.76$$

Praktyczne zastosowanie /p.p.5/ wymienionej procedury iteracyjnej wykazało poprawność metody, pozwalającej uzyskać rozwiązanie po wykonaniu zaledwie kilku iteracji. Należy podkreślić możliwość zastosowania innych, być może bardziej efektywnych, sposobów rozwiązywania otrzymanego układu równań.

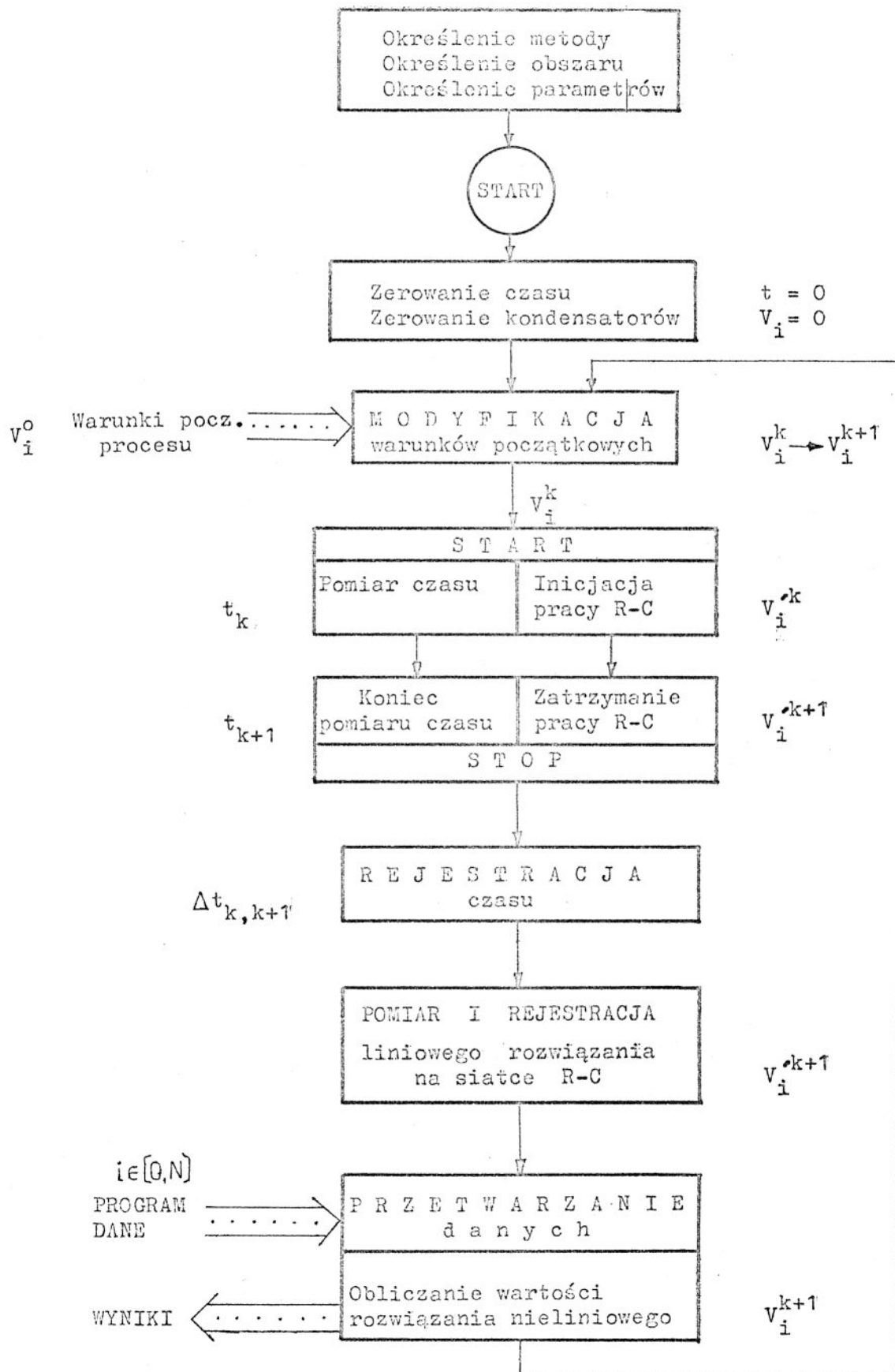
Zastosowanie metody z dyskretną modyfikacją warunków początkowych dla procesu o stałych rozłożonych typu 3.23 prowadzi do podobnej zależności, przy wymogu speżnienia określonych warunków analogii.

3.2.4.2. Realizacja modelu R-C z dyskretną modyfikacją warunków początkowych

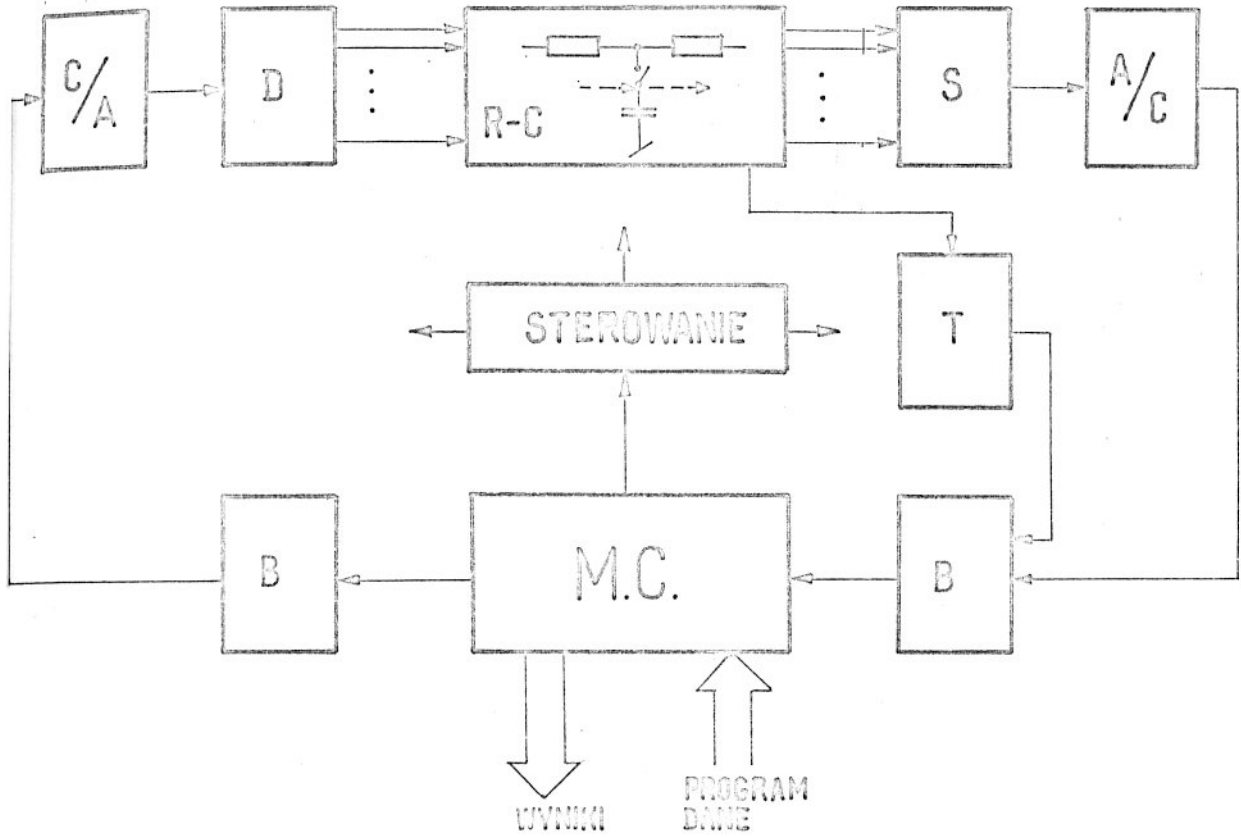
Wprowadzony w p. 3.2.4.1. algorytm wyznaczania rozwiązania posiada stosunkowo skomplikowaną strukturę, sugerującą konieczność zastosowania cyfrowej techniki obliczeniowej. Należy podkreślić istotę problemu, polegającą na eliminacji procesu iteracyjnego realizowanego na drodze działań technicznych, na korzyść przerwania obliczeń tego typu na maszynę cyfrową. Jednorodna siatka R-C pełni w metodzie funkcję podprogramu dla rozwiązywania liniowego zagadnienia brzegowego, co ma istotne znaczenie przy modelowaniu procesów w dużych i złożonych obszarach. Metoda wymaga zastosowania zmodyfikowanego modelu R-C /p.p.3.1.2.2/, umożliwiającego zatrzymanie procesu nieustalonego siatki w dowolnym momencie czasu.

Realizacja metody z dyskretną modyfikacją warunków początkowych może być przedstawiona przy pomocy schematu blokowego /rys. 3.10/. Schemat blokowy programu i przykład programu dla obliczania wartości rozwiązania wybranego równania nieliniowego zamieszczono w Dodatku /KOMUNIKAT ICT nr 286/.

Z kolei przedstawiono propozycję technicznej realizacji układu hybrydowego: "siatka R-C - maszyna cyfrowa". Ze względu na specyfikę problematyki ograniczono się jedynie do krótkiego komentarza propozycji, pomijając szczegółowe założenia techniczne układu.



Rys. 3.10. Schemat blokowy realizacji procedury rozwiązywania nieliniowego zagadnienia brzegowego metodą dyskretnej modyfikacji warunków początkowych jednorodnej siatki R-C.



Rys. 3.11. Propozycja technicznej realizacji układu hybrydowego.

Legenda oznaczenia bloków:

- MC - maszyna cyfrowa- jednostka przetwarzająca dane na drodze numerycznej wg założonego algorytmu oraz koordynująca pracę układu sterowania systemem,
- B - bufor, zespół urządzeń dopasowujących realne szybkości działania układów części cyfrowej i analogowej,
- C/A - przetwornik cyfrowo-analogowy, przetwarzający informację binarną na analogową wartość napięcia elektrycznego /wartość warunków początkowych/,
- D - dystrybutor, urządzenie rozdzielające sygnał elektryczny do odpowiednich punktów siatki /wprowadzenie warunków początkowych do kondensatorów siatki R-C/,

- R-C - jednorodna siatka R-C w wykonaniu zmodyfikowanym z określonymi warunkami brzegowymi i prądami iniekcji,
- S - selektor, urządzenie łączące odpowiednie punkty siatki /okładziny kondensatorów/ z układem pomiarowym /przetwornikiem A/C/,
- A/C - przetwornik analogowo-cyfrowy, urządzenie przetwarzające wejściowy sygnał analogowy na informację binarną,
- T - cyfrowy miernik czasu, urządzenie mierzące długość wykonywanego kroku czasowego /czas trwania fazy aktywnej modelu R-C/,
- STEROWANIE - zespół urządzeń o działaniu logicznym realizujący sterowanie pracą poszczególnych elementów systemu, koordynowany przez maszynę cyfrową.

4. MODELOWANIE PROCESÓW O STAŁYCH ROZŁOŻONYCH NA SIATKACH R-R

4.1. Modelowanie zagadnień liniowych

4.1.1. Model elektryczny procesu

Metodyka modelowania liniowego równania Fouriera na siatkach R-R została przedstawiona przez Liebmana w 1956 r. [38]. Jest ona alternatywną drogą modelowania niestacjonarnych zagadnień brzegowych względem metody siatek R-C. Wprowadzenie tzw. metody Liebmana do modelowania zadań niestacjonarnych, okazało się faktem konkurencyjnym wobec modelu Beukena. Bezspornie prostsze i tańsze oprzyrządowanie urządzenia modelującego, jak również stacjonarność otrzymywanych wyników przyczyniły się do bardzo powszechnej aplikacji metody. Podstawowe wady metody, tj. wzrost błędu na skutek dyskretyzacji pochodnej czasowej oraz duża pracochłonność przy realizacji procedury nie były czynnikiem hamującym jej zastosowanie.

Podjęte działania o charakterze technicznym [42] mające na celu częściową eliminację wymienionych wad, spowodowały w efekcie komplikację konstrukcyjną, porównywalną, a częstą większą od tej jaką wnosi oprzyrządowanie siatek R-C. Zagadnienia dotyczące podstaw teoretycznych metody Liebmann'a, jak również zastosowania zasad analogii są opracowane w wielu źródłach literaturowych [39], [24], [28], [36]. Stąd w pracy zostaną przedstawione tylko w zarysie najistotniejsze elementy modelowania zagadnień liniowych na siatkach R-R, niezbędne przy opracowywaniu następnych rozdziałów. Przyjmuje się liniowe, niejednorodne, jednowymiarowe równanie Fouriera określone w obszarze :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[k/x \frac{\partial \phi}{\partial x} \right] + F/x = b/x \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad 4.1$$

z warunkami: początkowym W_0
brzegowymi W_{BI}, W_{BII} ,

Zakłada się model siatkowy R-R, modelujący procesy o stałych rozłożonych wg zasady DSDT, czyli z dyskretyzacją współrzędnych geometrycznych i czasu. Kolejną operacją jest dyskretyzacja pochodnych przestrzennych i pochodnej czasowej w równaniu 4.1, a w konsekwencji utworzenie układu równań różnicowych, przybliżającego rzeczywisty opis procesu. Zakłada się przeprowadzenie dyskretyzacji pochodnych przestrzennych z jednakowym krokiem przestrzennym $\Delta x = h$, oraz zastosowanie przy dyskretyzacji pochodnej czasowej tzw. ilorażu różnicowego wstecznego. W efekcie dla każdego wewnętrznego węzła obszaru obowiązuje równanie:

$$k/x_i \frac{h}{2} \cdot \frac{\phi_{i+1}^{k+1} - \phi_i^{k+1}}{h} + k/x_i \frac{h}{2} \cdot \frac{\phi_{i-1}^{k+1} - \phi_i^{k+1}}{h} + h^2 F/x_i = h^2 b/x_i \frac{\phi_i^{k+1} - \phi_i^k}{t_{k+1} - t_k} \quad 4.2$$

W modelu elektrycznym R-R, o schemacie węzła przedstawionym na rys. 4.1, zgodnie z I prawem Kirchhoff'a, bilans prądów w i-tym węźle ma postać:

$$G_{i+1,i}/V_{i+1}^{k+1}-V_i^{k+1}/ + G_{i-1,i}/V_{i-1}^{k+1}-V_i^{k+1}/ + I_i = G_{t,i}/V_i^{k+1}-V_i^k/ \quad 4.3$$

przy określeniu warunków początkowych W_0^E
i brzegowych W_{BI}^E, W_{BII}^E ,

Zgodnie z prawami analogii, równania modelu elektrycznego 4.3 i procesu 4.2 są równoważne, jeżeli wprowadzone współczynniki analogii:

$$d_V = \frac{G}{V}; \quad d_G = \frac{k}{G} = \frac{h^2 b/x/}{\Delta t \cdot G_t}; \quad d_I = \frac{h^2 F/x/}{I} \quad 4.4$$

spełniają związek:

$$\frac{d_V \cdot d_G}{d_I} = 1 \quad 4.5$$

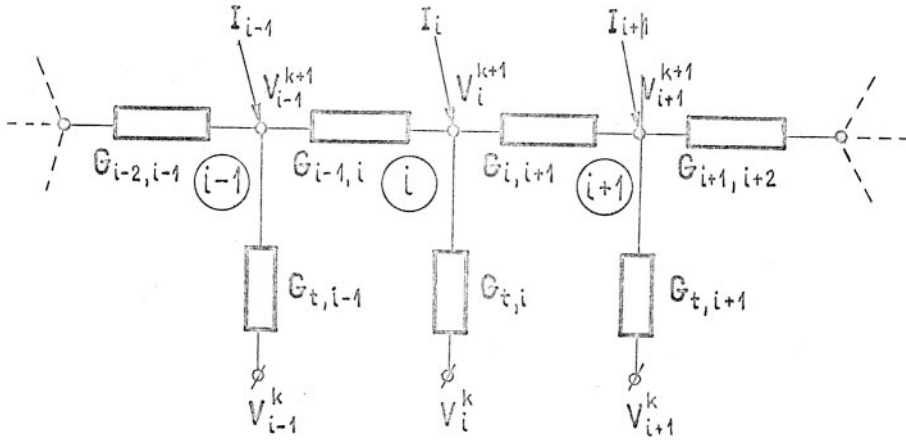
Zagadnienie doboru elementów na brzegach modelowanego obszaru jest przedstawione w [24].

4.1.2. Realizacja modelu elektrycznego

4.1.2.1. Klasyczny model R-R

Metoda Liebmana w swojej oryginalnej formie bazuje na modelu elektrycznym R-R, co oznacza modelowanie wszystkich członów równania opisującego proces o stałych rozłożonych elementami rezystancyjnymi. Poniżej przedstawiono schemat elektryczny fragmentu modelu R-R.

Model zawiera połączoną sieć rezystorów $G_{i,i+1}$ odwzorowujących obszar, zespół rezystorów czasowych $G_{t,i}$ połączonych z węzłami siatki i zespół źródeł prądowych I_i modelujących wewnętrzne źródła energii obszaru. Inicjacja pracy modelu następuje poprzez



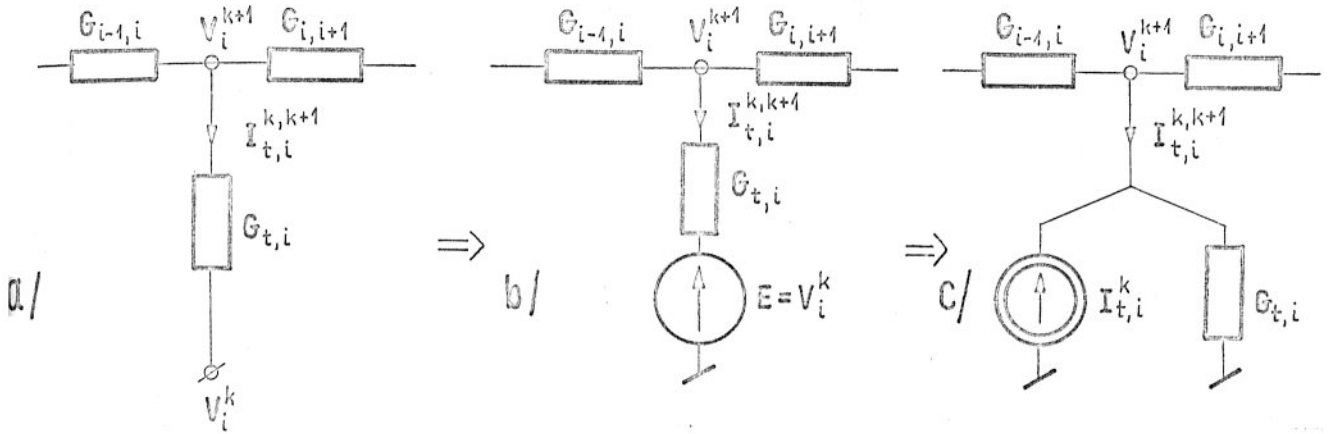
Rys. 4.1. Schemat klasycznego modelu R-R.

włączenie warunków brzegowych, iniekcji prądowej i podanie rozkładu początkowego na wolne końce rezystorów $G_{t,i}$. W efekcie otrzymuje się w węzłach siatki rozkład potencjałów węzkowych, stanowiący rozwiązanie problemu po kroku czasowym określonym wartością rezystora czasowego $G_{t,i}$. Stosowaną techniką pomiarową jest cyfrowy pomiar wartości potencjałów węzkowych.

4.1.2.2. Model R-R z iniektorem prądowym

Duża pracochłonność rozwiązywania problemu na siatce R-R, powoduje podjęcie działań technicznych, mających na celu automatyzację metody [33], [44], [50]. W najczęstszych wypadkach polega to na automatycznym zadawaniu za pośrednictwem źródeł napięciowych sterowanych cyfrowo, napięć zasilających rezystory czasowe. Rozwijane metody hybrydowe [27] bazują najczęściej na wymuszaniu określonych prądów iniekcji do węzłów sieci. Powstaje problem minimalizacji ilości sprzętu technicznego obsługującego tak wykorzystywaną sieć R-R. Poniżej przedstawiono propozycję modyfikacji klasycznego modelu R-R, wprowadzając w miejsce źródła napięciowego, generującego

potencjały węzłowe z poprzedniego kroku czasowego, sterowane źródło prądowe. Rys. 4.2 przedstawia kolejne etapy modyfikacji modelu R-R.



Rys. 4.2. Równoważne modele R-R:

a, b/ modele klasyczne, c/ model z iniektorem prądowym.

Prąd płynący przez rezystor czasowy w modelu klasycznym R-R wynosi:

$$I_{t,i}^{k,k+1} = G_{t,i} / V_i^{k+1} - V_i^k / = I_{t,i}^{k+1} - I_{t,i}^k \quad 4.6$$

i może być traktowany jako superpozycja dwóch składowych, składowej rozwiązania z poprzedniego kroku czasowego i składowej rozwiązania z aktualnie wykonywanego kroku czasowego. Ze względu na niemożliwość bezpośredniego określenia składowej $I_{t,i}^{k+1}$, realizuje się wyłącznie iniektor składowej $I_{t,i}^k$, o prądzie wyjściowym:

$$I_{t,i}^k = G_{t,i} \cdot V_i^k \quad 4.7$$

Stąd wartość prądu wypływającego z węzła sieci do elementów modelujących pochodną czasową wynosi:

$$I_{t,i}^{k,k+1} = G_{t,i} \cdot I_{t,i}^{k+1} - I_{t,i}^k \quad 4.8$$

Układ elektryczny odpowiadający zależności 4.8 jest przedstawiony na rys. 4.2c. Podobne wyniki otrzymuje się stosując wobec klasycznego modelu R-R /rys. 4.2b/ twierdzenie o równoważnym źródle prądowym [1].

Przejsście od sterowania napięciowego do sterowania prądowego w modelu R-R, pozwala na wielokrotne wykorzystywanie jednego iniektora prądowego, generującego wypadkową wartość prądu iniekcji, zawierającego określone składowe.

I tak przyjmując równanie typu 4.3 oraz uwzględniając 4.8, model elektryczny R-R z iniektorem prądowym może być opisywany zależnością:

$$G_{i-1,i}/V_{i-1}^{k+1} - V_i^{k+1}/ + G_{i,i+1}/V_{i+1}^{k+1} - V_i^{k+1}/ + I_{I,i} = G_{t,i} V_i^{k+1} \quad 4.9$$

przy czym:

$$I_{I,i} = I_i + I_{t,i}^k \quad 4.10$$

Częstokroć niejednorodności obszaru są uwzględniane przy pomocy dodatkowych prądów iniekcji do węzłów jednorodnej siatki R-R [21].

W takich przypadkach wartość prądu iniektora będzie zawierała dodatkowo składową korygującą niejednorodność obszaru.

Z wymienionych przykładów wynika, że przyjęcie koncepcji prądowego oddziaływania na siatkę R-R, umożliwia budowę prostszych modeli, dogodnych dla cyfrowego sterowania wypadkowymi prądami iniekcji. Dalszą konsekwencją, jest możliwość konstrukcji zintegrowanej, jednorodnej siatki R-R o dużej niezawodności i stałości parametrów. Omawianie powyższych problemów wykracza poza założone ramy pracy.

4.2. Modelowanie quasiliniowych zagadnień brzegowych na jednorodnych siatkach R-R.

4.2.1. Metodyka postępowania

W punkcie 3.2 przedstawiono problematykę modelowania quasiliniowych zagadnień brzegowych na jednorodnych siatkach R-C.

Przyjęcie tego typu modelu siatkowego jako podstawowego, wyjściowego do dalszych badań, wynika z faktu istnienia pełnej analogii modelu elektrycznego i procesu rzeczywistego. Jest to rzeczą bardzo pomocną dla określenia metod, ponieważ pozwala na ciągłą konfrontację modelu z procesem. Bazując na wnioskach wynikających z przedstawionych metod postępowania dla siatek R-C, dokonano ich transpozycji dla siatek R-R. Stąd w dalszej części pracy wprowadza się głównie warunki odpowiedniości modeli R-R i R-C. Należy podkreślić, że przedstawione metody dotyczą quasilineowych zagadnień brzegowych poddanych transformacji Kirchhoffa.

Problematyka rozwiązywania quasilineowych zagadnień brzegowych na siatkach R-R jest stosunkowo szeroko opracowana. Podstawowymi dwoma kierunkami postępowania są:

- a/ modelowanie zadań na siatkach R-R ze zmiennymi elementami,
- b/ modelowanie zadań na jednorodnych siatkach R-R z wykorzystaniem metod iteracyjnych angażujących strukturę siatki w każdym kroku iteracji.

Pierwszy z kierunków postępowania zawiera dwa rodzaje realizacji technicznej. Najpopularniejszą formą jest ręczna wymiana rezystorów siatki, wykorzystująca przeliczenia oparte na linearyzacji nieliniowości. Jest to metoda bardzo pracochłonna i wymagająca wspomaganie cyfrową techniką obliczeniową [18]. Drugi rodzaj realizacji technicznej, polega na zastosowaniu sterowanych rezystorów [47]. Najczęściej są to fotorezystory sterowane cyfrowo według algorytmu wynikającego z linearyzacji nieliniowości i bazującego na znajomości charakterystyk statycznych każdego z elementów. Bardzo często określenie ostatecznych wartości rezystorów siatki w danym kroku czasowym ma charakter iteracyjny.

Drugi kierunek postępowania wykorzystuje jednorodną siatkę R-R, na której za pośrednictwem iteracyjnie określanych iniekcji

prądowych, otrzymuje się żądany rozkład potencjałów węzłowych /rozwiązanie problemu w danym kroku czasowym/ [21], [55]. Oba kierunki postępowania nie pozwalają na otrzymanie rozwiązania wprost, co utrudnia badanie wpływu parametrów obszaru na rozkład potencjałów, bądź też wymaga stosowania skomplikowanego sprzętu technicznego.

W następnych punktach pracy przedstawiono propozycje dwóch metod, z których jedna tzw. metoda siatki R-R z węzłowym sprzężeniem zwrotnym - pozwala na bezpośrednie otrzymanie rozwiązania zadania nieliniowego w każdym kroku czasowym, oraz druga, tzw. metoda siatki R-R z korekcją potencjałów węzłowych eliminująca proces iteracyjny na strukturze siatki.

4.2.2. Modelowanie na jednorodnych siatkach R-R z węzłowym sprzężeniem zwrotnym

4.2.2.1. Algorytm generacji potencjałów czasowych

Przyjmuje się jednorodny model R-R opisywany równaniami węzłowymi:

$$G/V_{i+1}^{k+1} + V_{i-1}^{k+1} - 2V_i^{k+1}/ + I_i = G_t/V_i^{k+1} - V_{ip}^{k,k+1}/ \quad 4.12$$

lub

$$G/V_{i+1}^{k+1} + V_{i-1}^{k+1} - 2V_i^{k+1}/ = G_t/V_i^{k+1} - V_{ip}^{k,k+1}/ \quad 4.13$$

przy czym: $V_{ip}^{k,k+1}$ - tzw. potencjał czasowy, podawany na wolny koniec rezystora $G_{t,i}$ określony dla kroku czasowego $\Delta t_{k,k+1}$.

Rozważa się model elektryczny procesu typu:

$$G/V_{i+1} + V_{i-1} - 2V_i/ + I_i = h^2 g/\ell_v \cdot V_{i,x_1} / \frac{dV_i}{dt} \quad 4.14$$

lub

$$V_{i+1} + V_{i-1} - 2V_i = h^2 g / \ell_V \cdot V_{i,x_i} / \frac{dV_i}{dt} \quad 4.15$$

spełniające warunki 3.28 dla $\ell_V = 1$.

Z kolei porównuje się równania modelu elektrycznego i siatki R-R, tzn. 4.12 z 4.14 oraz 4.13 z 4.15, dla określonego kroku czasowego. W wyniku porównania otrzymuje się zależności

$$G_t / V_i^{k+1} - V_{ip}^{k,k+1} / = h^2 g / \ell_V \cdot V_{i,x_i} / \frac{dV_i}{dt} \Big|_{V_i = V_i^{k+1}} \quad 4.16$$

oraz

$$\frac{G_t}{G} / V_i^{k+1} - V_{ip}^{k,k+1} / = h^2 g / \ell_V \cdot V_{i,x_i} / \frac{dV_i}{dt} \Big|_{V_i = V_i^{k+1}} \quad 4.17$$

Dyskretyzując pochodną czasową przy pomocy ilorazu różnicowego wstecznego otrzymuje się odpowiednio zależności:

$$G_t / V_i^{k+1} - V_{ip}^{k,k+1} / = \frac{h^2}{\Delta t_{k,k+1}} g / \ell_V \cdot V_i^{k+1, x_i} / - / V_i^{k+1} - V_i^k / \quad 4.18$$

oraz

$$\frac{G_t}{G} / V_i^{k+1} - V_{ip}^{k,k+1} / = \frac{h^2}{\Delta t_{k,k+1}} g / \ell_V \cdot V_i^{k+1, x_i} / \cdot / V_i^{k+1} - V_i^k / \quad 4.19$$

Wprowadzając warunki równoważności dla obu przypadków:

$$G_t = \frac{h^2}{\Delta t_{k,k+1}} \quad - \quad \text{dla } 4.18 \quad 4.20$$

oraz

$$\frac{G_t}{G} = \frac{h^2}{\Delta t_{k,k+1}} \quad - \quad \text{dla } 4.19 \quad 4.21$$

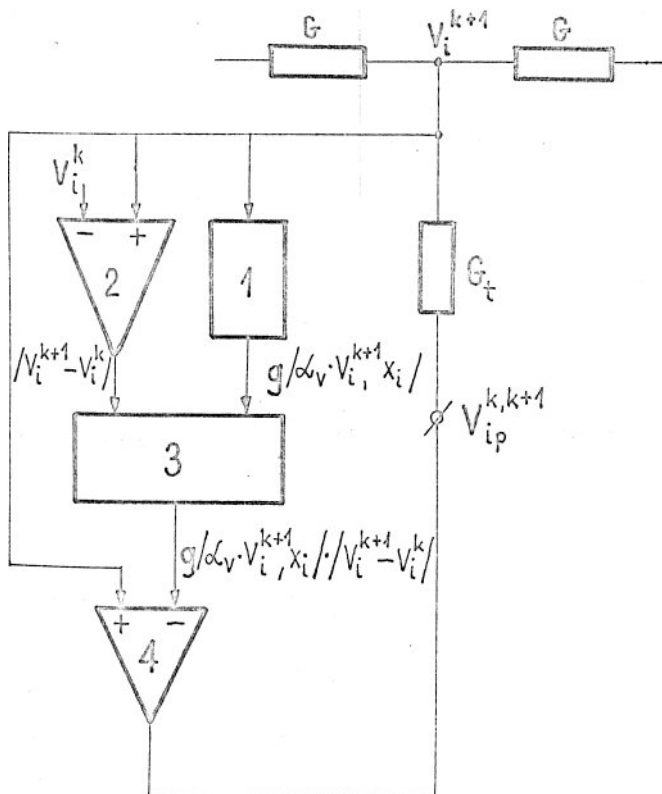
otrzymuje się po przekształceniu zależność określającą wartość potencjału czasowego $V_{ip}^{k,k+1}$:

$$V_{i,p}^{k,k+1} = V_i^{k+1} - g/C_v \cdot V_i^{k+1} \cdot x_i / \cdot / V_i^{k+1} - V_i^k / \quad 4.22$$

Oznacza to, że wprowadzając wartości potencjałów $V_{i,p}^{k,k+1}$ na wolne końce wszystkich rezystorów czasowych siatki R-R, otrzymuje się dla zagadnienia nieliniowego żądany rozkład potencjałów węzłowych.

4.2.2.2. Realizacja modelu R-R z węzłowym sprzężeniem zwrotnym

Dla realizacji modelu R-R z węzłowym sprzężeniem zwrotnym przyjmuje się jednorodną siatkę R-R, wypełnioną rezystorami określonymi warunkami równoważności 3.28 , 4,20 , 4.21 . Następnie obejmuje się każdy węzeł i rezystor czasowy G_t pętlą sprzężenia zwrotnego, tak aby rezystory czasowe były zasilane napięciem $V_{ip}^{k,k+1}$. Rys. 4.3. przedstawia schemat blokowy węzłowego sprzężenia zwrotnego.



1. Przekształtnik funkcyjny
2. Sumator
3. Człon mnożący
4. Sumator

Rys. 4.3. Schemat blokowy węzłowego sprzężenia zwrotnego.

Podobnie jak w metodzie siatek R-C z ciągłą modyfikacją warunków początkowych, przekształtnik funkcyjny jest realizowany dla określonego typu funkcji nieliniowej. Inicjacja pracy modelu następuje przez włączenie warunków brzegowych, źródeł iniekcji i podanie potencjałów rozkładu początkowego V_i^0 . Biorąc pod uwagę komplikacje techniczną modelu R-R z węzłowym sprzężeniem zwrotnym, należy sądzić, że aktualnie powszechne zastosowanie układu jest dyskusyjne.

4.2.3. Modelowanie na siatkach R-R z korekcją potencjałów węzłowych

4.2.3.1. Algorytm wyznaczania wartości skorygowanych potencjałów węzłowych

Prezentowana metoda modelowania quasiliniowych zagadnień brzegowych na jednorodnych siatkach R-R z korekcją potencjałów węzłowych jest ścisłym odpowiednikiem metody jednorodnej siatki R-C z dyskretną modyfikacją warunków początkowych. Terminologia zastosowana w nazwie metody, tzn. "korekcja potencjałów węzłowych" ma swoje uzasadnienie w technice jej realizacji. A mianowicie, wykorzystując informację o rozkładzie potencjałów węzłowych na początku kroku czasowego, wyniki rozwiązania liniowego na jednorodnej siatce R-R i postaci funkcji nieliniowości, koryguje się na drodze numerycznej wartości potencjałów węzłowych uzyskując w efekcie poszukiwane rozwiązanie nieliniowe. Uzyskany rozkład potencjałów, stanowi warunek wyjściowy dla wykonania następnego kroku czasowego.

Analizując pracę jednorodnej siatki R-R i zmodyfikowanej jednorodnej siatki R-C można stwierdzić, że przy spełnieniu określonych warunków efekt końcowy, tj. rozkład potencjałów dla wybranej chwili t_{k+1} , jest jednakowy. Różnica polega na odmiennych sposobach

wykonania kroku czasowego. W zmodyfikowanym modelu R-C zmiana potencjału węzłowego od wartości wyjściowej V_i^k do V_i^{k+1} /odpowiadającej długości kroku czasowego/ ma charakter ciągły, a długość kroku $\Delta t_{k,k+1}$ nie zależy od parametrów siatki i może być dowolnie zmieniana. W modelu R-R odpowiedź w postaci rozkładu potencjałów V_i^{k+1} ustala się natychmiast po zasileniu rezystorów czasowych wyjściową wartością potencjałów V_i^k , natomiast długość kroku czasowego jest uzależniona od wartości rezystorów czasowych G_t i najczęściej pozostaje stała.

Z faktu istnienia ścisłej odpowiedniości rozwiązań dla wybranych chwil czasowych w omawianych modelach R-R i R-C wynika istotny wniosek, sugerujący wykorzystanie opracowanego w p.3.2.4.1 algorytmu rozwiązywania zadania nieliniowego i określenie warunków równoważności jednorodnych modeli R-R i R-C. Rozważa się jednorodny model R-R o równaniu węzła:

$$G/V_{i+1}^{k+1} + V_{i-1}^{k+1} - 2V_i^{k+1}/ = G_t / V_i^{k+1} - V_i^k/ \quad 4.23$$

oraz jednorodny model R-C o równaniu węzła:

$$G/V_{i+1}^{k+1} + V_{i-1}^{k+1} - 2V_i^{k+1}/ = \mathcal{L}_t \cdot C \cdot \frac{dV_i}{dt} \quad 4.24$$

Zmodyfikowana wersja siatki R-C umożliwia zatrzymanie procesu /"zamrożenie"/ w dowolnej chwili czasu t_{k+1} , stąd równanie 4.24 można przedstawić jako:

$$G/V_{i+1}^{k+1} + V_{i-1}^{k+1} - 2V_i^{k+1}/ = \mathcal{L}_t \cdot C \cdot \frac{dV_i}{dt} \Bigg|_{t = t_{k+1}} \quad 4.25$$

Zakładając ekwiwalentność obu siatek w sensie jednakowego rozkładu potencjałów węzłowych V_i^{k+1} , można stwierdzić równość

$$G_t/V_i^{k+1} - V_i^k/ = \mathcal{L}_t \cdot C \cdot \frac{dV_i}{dt} \Bigg|_{t = t_{k+1}} \quad 4.26$$

Dyskretyzując pochodną czasową przy pomocy ilorazu różnicowego wstecznego i pomijając błąd wnoszony przez dyskretyzację otrzymuje się:

$$G_t / V_i^{k+1} - V_i^k / = d_t \cdot C \cdot \frac{1}{\Delta t_{k,k+1}} / V_i^{k+1} - V_i^k / \quad 4.27$$

Stąd wprost można określić warunki równoważności obu siatek jako:

$$\frac{d_t \cdot C}{G_t \cdot \Delta t_{k,k+1}} = 1 \quad 4.28$$

Korzystając z wyrażenia 3.71 i warunku 4.28 otrzymuje się zależność:

$$\int_{V_i^k}^{V_i^{k+1}} g / \kappa_V \cdot V_i, x_i = \frac{R \cdot \Delta t_{k,k+1}}{R_t \cdot h^2} / V_i^{k+1} - V_i^k / - \frac{\Delta t_{k,k+1}}{2h^2} \left[/ V_{i+1}^{k+1} - V_{i+1}^k / + \right. \\ \left. + / V_{i-1}^{k+1} - V_{i-1}^k / - 2 / V_i^{k+1} - V_i^k / \right] \quad 4.29$$

przy czym:

$$R_t = \frac{1}{G_t}$$

Wiążąc ze sobą parametry modelu elektrycznego i siatki R-R zakłada się:

$$\frac{\Delta t_{k,k+1}}{h^2} = \frac{R_t}{R} \quad 4.30$$

Stąd ostateczna postać równania 4.29 :

$$\int_{V_i^k}^{V_i^{k+1}} g / \kappa_V \cdot V_i, x_i / dV_i = / V_i^{k+1} - V_i^k / - \frac{R_t}{2R} \left[/ V_{i+1}^{k+1} - V_{i+1}^k / + / V_{i-1}^{k+1} - V_{i-1}^k / - \right. \\ \left. - 2 / V_i^{k+1} - V_i^k / \right] \quad 4.31$$

Podobnie jak w p. 3.2.4.1, określenie wartości rozwiązania nieliniowego V_i^{k+1} przeprowadza się przy pomocy procedury iteracyjnej,

realizowanej numerycznie:

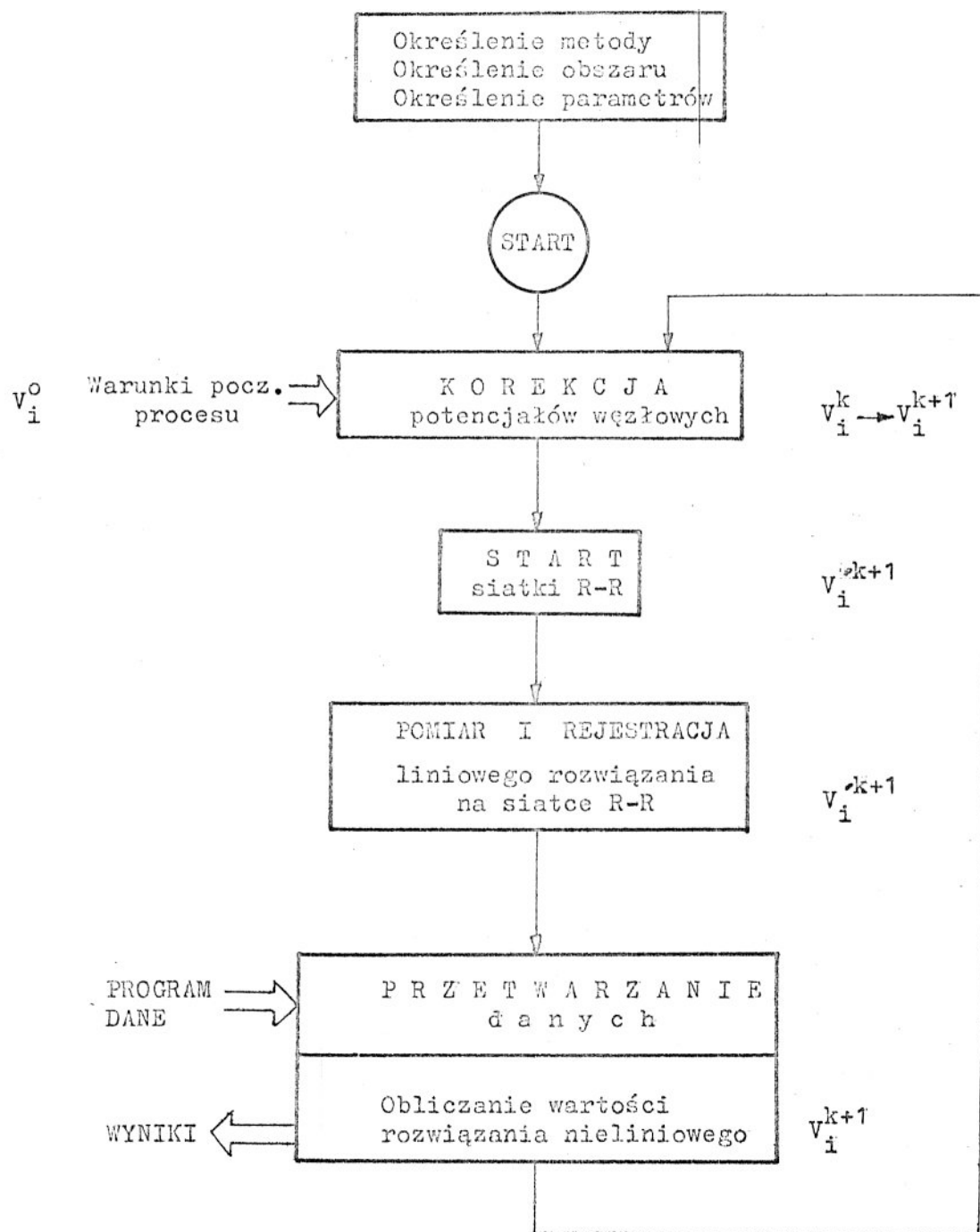
$$j^{k+1}V_i^{k+1} = kG^{-1} \left\{ G \left[\frac{1}{V_i^k} + \frac{1}{V_i^{k+1}} - \frac{1}{V_i^k} \right] - \frac{R_t}{2R} \left[\frac{1}{V_{i+1}^{k+1}} - \frac{jV_{i+1}^{k+1}}{V_{i+1}^{k+1}} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{V_{i-1}^{k+1}} - \frac{jV_{i-1}^{k+1}}{V_{i-1}^{k+1}} - 2 \frac{1}{V_i^{k+1}} - \frac{jV_i^{k+1}}{V_i^{k+1}} \right] \right\} \quad 4.32$$

Warunki inicjacji, zakończenia i zbieżności procedury są określone w p. 3.2.4.1, przy omawianiu metody siatki R-C z dyskretną modyfikacją warunków początkowych. Zastosowanie metody siatki R-R z korekcją potencjałów węzkowych dla procesu typu 4.14 prowadzi do podobnej zależności przy wymogu spełnienia określonych warunków analogii.

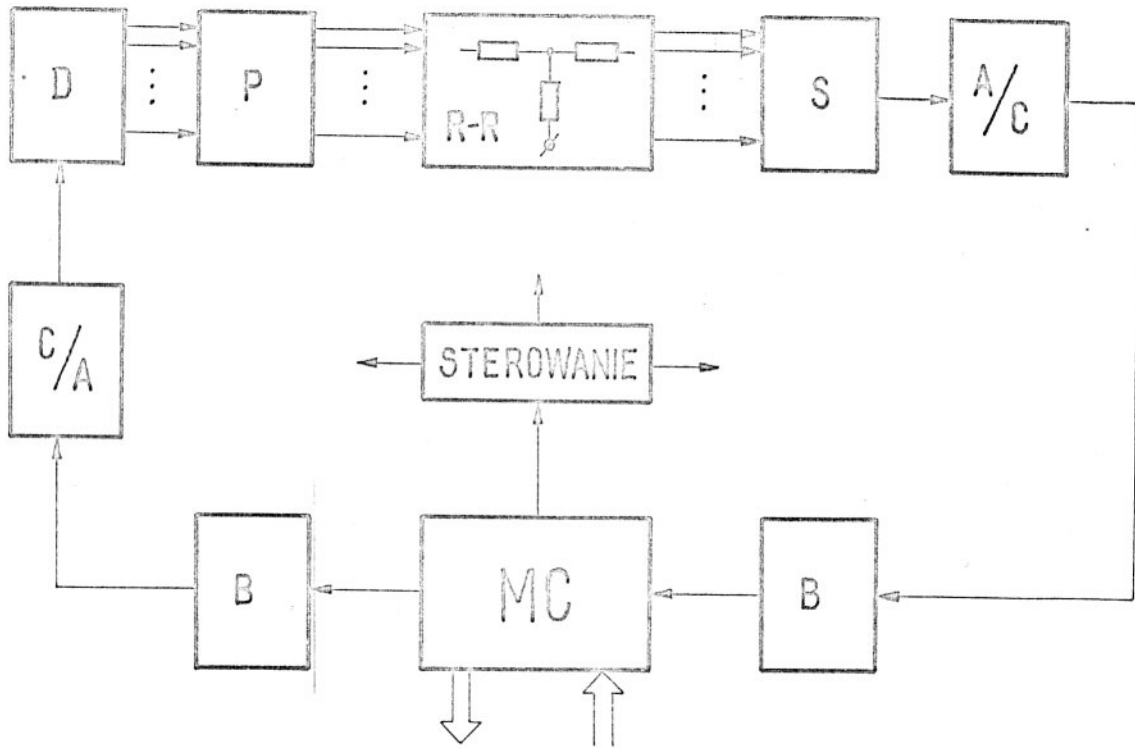
4.2.3.2. Realizacja modelu R-R z korekcją potencjałów Węzkowych

Przedstawiony w poprzednim punkcie algorytm wyznaczania rozwiązania zagadnienia nieliniowego, wymaga organizacji hybrydowego systemu obliczeniowego w układzie "siatka R-R - maszyna cyfrowa". Jednorodna siatka R-R pełni funkcję podprogramu dla rozwiązywania liniowego zagadnienia brzegowego, co ma istotne znaczenie przy modelowaniu dużych i złożonych obszarów. Schemat blokowy programu i przykład programu dla obliczania wartości rozwiązania nieliniowego równania zamieszczono w Dodatku.

Rys. 4.4, przedstawia uproszczony schemat blokowy realizacji metody siatki R-R z korekcją potencjałów węzkowych. Techniczna realizacja systemu hybrydowego, jest dokonywana zgodnie ze znanymi [42] rozwiązaniami. Rys. 4.5 przedstawia przykład takiego rozwiązania. Należy stwierdzić możliwość wykorzystania jednorodnej siatki R-R z iniektorem prądowym /p.p.4.1.2.3/. W tym wypadku układ pamięci analogowej musi posiadać wyjście prądowe, natomiast algorytm 4.32 należy uzupełnić warunkami równoważności dla procesów typu 4.3 :



Rys. 4.4. Schemat blokowy realizacji metody siatki R-R z korekcją potencjałów węzłowych.



Rys. 4.5. Schemat blokowy hybrydowego układu "siatka R-R -
- maszyna cyfrowa".

Legenda oznaczeń bloków /bloki niekomentowane są opisano w p.
3.2.4.2/.

- MC - maszyna cyfrowa,
- B - bufor,
- C/A - przetwornik cyfrowo-analogowy,
- D - dystrybutor, urządzenie rozdzielające sygnały elektryczne do odpowiednich komórek pamięci analogowej,
- P - pamięć analogowa, układ umożliwiający pamiętanie określonej wartości sygnału elektrycznego /potencjałów czasowych/,
- R-R - jednorodna siatka R-R, z określonymi warunkami brzegowymi i prądami iniekcji,
- S - selektor,

A/C - przetwornik analogowo-cyfrowy,

STEROWANIE - zespół układów o działaniu logicznym, koordynowanych przez maszynę cyfrową realizujący sterowanie pracą poszczególnych elementów systemu.

5. SYMULACJA CYFROWA MODELI SIATKOWYCH R-R I R-C DLA ROZWIĄZANIA QUASILINIOWYCH RÓWNAŃ RÓŻNICZKOWYCH CZĄSTKOWYCH /PRZYKŁAD/.

5.1. Sformułowanie problemu

Spośród przedstawionych w pracy metod modelowania na siatkach R-C i R-R, wybrano dwie równoważne, dla udokumentowania poprawności uzyskiwanych wyników. Są to:

- a/ metoda jednorodnej siatki R-C z dyskretną modyfikacją warunków początkowych,
- b/ metoda jednorodnej siatki R-R z korekcją potencjałów węzłowych.

Przetestowanie pozostałych metod wiąże się z budową skomplikowanych urządzeń technicznych, co jest zadaniem kosztownym. Wybrane zagadnienia, przetestowane na modelach doświadczalnych, są przedstawione w opracowaniach Instytutu Cybernetyki Technicznej [16], [68] i sygnalizowane w treści pracy. Dotyczy to głównie metody modelowania zagadnień niejednorodnych na jednorodnych siatkach R-C, oraz częściowo modelowanie zadań quasiliniowych na siatkach R-C z ciągłą modyfikacją warunków początkowych.

Dla przetestowania wybranych metod, zakłada się określone quasiliniowe równanie różniczkowe cząstkowe posiadające dokładne rozwiązanie analityczne przy założonych warunkach brzegowych i początkowych. Ponieważ prace metodologiczne i symulacyjne powinny wyprzedzać podejmowanie działań typu konstrukcyjno-technicznego,

zdecydowano się na cyfrową symulację siatki R-R /lub zmodyfikowanej R-C/ eliminując w tym przypadku udział analizatora siatkowego. Nie- wielki rozmiar obszaru i nieskomplikowana postać warunków brzego- wych, powodują dużą prostotę cyfrowej symulacji siatki.

Zakłada się quasiliniowe równanie różniczkowe cząstkowe podda- ne transformacji Kirchhoffa /p.tab.2.1/:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = \frac{2A}{S} \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad 5.1$$

z warunkami brzegowymi:

$$\Phi / 0, t / = \Phi / S, t / = 0 \quad 5.2$$

i warunkiem początkowym:

$$\Phi / x, 0 / = A / Sx - x^2 / \quad 5.3$$

przy czym: A - współczynnik równania

S - wymiar obszaru.

Zadanie polega na określeniu rozwiązania nieliniowego równania

5.1 i jego porównaniu z wynikami znanego rozwiązania analitycz- nego o postaci:

$$\Phi / x, t / = \frac{A}{1+t} / Sx - x^2 / \quad 5.3$$

Ze względu na symetrię problemu, zadanie wystarcza rozwiązywać dla obszaru $x \in [0, S/2]$. W związku z tym warunki brzegowe przyjmą postać:

$$\Phi / 0, t / = 0 \quad 5.4$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial n} \right|_{x = \frac{S}{2}} = 0 \quad 5.5$$

Z kolei przyjmuje się współczynniki analogii Δ_V, Δ_T o przykładowych wartościach

$$\Delta_V = 1; \quad \Delta_T = 1$$

i dyskretyzuje równanie 5.1 do postaci:

$$V_{i+1} + V_{i-1} - 2V_i = \frac{2A}{V_i} h^2 \frac{dV_i}{dT}; \quad i = 1, \dots, n \quad 5.6$$

$$n \in \mathbb{N}$$

z warunkami brzegowymi:

$$V_0 / T / = 0 \quad 5.7$$

$$\left. \frac{\partial V_i}{\partial n} \right|_{x_i = x_n} = 0 \quad 5.8$$

i warunkiem początkowym:

$$V_i / 0 / = A / Sx_i - x_i^2 /; \quad i = 0, 1, \dots, n \quad 5.9$$

Rozwiązanie analityczne przyjmuje postać:

$$V_i / T / = \frac{A}{1 + T} / Sx_i - x_i^2 /; \quad i = 0, 1, \dots, n \quad 5.10$$

Tak zdyskretyzowany obszar /połowa całości/ zawiera $(n + 1)$ węzłów, przy czym "n" określa się jako:

$$n = \frac{S}{2h} \quad 5.11$$

Równocześnie przyjmuje się stały krok czasowy $\Delta T_{k,k+1} = P$, umożliwiając określenie czasu jako wielokrotność kroku czasowego

$$T_k = k \cdot P; \quad k = 0, 1, \dots, m \quad 5.12$$

$$m \in \mathbb{N}$$

Ze względu na dogodność zapisu numerycznego warunek początkowy i rozwiązanie analityczne przedstawia się w postaci:

$$V_i^k = \frac{A}{1 + kP} \left[Shi - /hi/2 \right] ; \quad i = 0, 1, \dots, n \quad 5.13$$

$$k = 0, 1, \dots, m$$

Należy zauważyć, że warunek początkowy jest szczególnym przypadkiem rozwiązania analitycznego dla $k = 0$. Symulacja cyfrowa jednorodnej siatki R-R, może być w prosty sposób dokonana przy pomocy schematu różnicowego jawnego [48].

$$V_i^{k+1} = V_i^k + \frac{P}{h^2} /V_{i+1}^k + V_{i-1}^k - 2V_i^k/ ; \quad i = 1, \dots, n \quad 5.14$$

wymagającego speźnienia warunku zbieżności:

$$\frac{P}{h^2} \leq \frac{1}{2} \quad 5.15$$

oraz określenia wartości potencjałów węzkowych jako:

$$V_0^k = 0 ; \quad V_{n-1}^k = V_{n+1}^k ; \quad k = 0, 1, \dots, m \quad 5.16$$

Wartość funkcji nieliniowej $g /f_V \cdot V, x/$ ma postać:

$$g /f_V \cdot V, x/ = g/V/ = \frac{2A}{V} \quad 5.17$$

Algorytm 3.72 lub 4.31 wymaga określenia całki oznaczonej tej funkcji:

$$\int_{V_i^k}^{V_i^{k+1}} g/V/dV = 2A \int_{V_i^k}^{V_i^{k+1}} \frac{1}{V} dV = 2A \cdot \ln \frac{V_i^{k+1}}{V_i^k} \quad 5.18$$

Korzystając z warunku równoważności 3.33 , 4.28 lub 4.30 oraz przekształconego algorytmu 3.72 lub 4.32 uwzględniającego 5.18 otrzymuje się:

$$j+1V_i^{k+1} = V_i^k \exp \left\{ \frac{1}{2A} \left[V_i^{k+1} - V_i^k - \frac{P}{2h^2} \left(V_{i+1}^{k+1} - jV_{i+1}^{k+1} + V_{i-1}^{k+1} - jV_{i-1}^{k+1} - 2V_i^{k+1} - jV_i^{k+1} \right) \right] \right\} \quad 5.19$$

przy czym: $i = 1, \dots, n$; $k = 0, 1, \dots, m$;

Wprowadzając dla uproszczenia zapisu i organizacji programu wielkość jE_i^{k+1} określoną jako:

$$jE_i^{k+1} = V_i^{k+1} - jV_i^{k+1}; \quad i = 1, \dots, n \quad 5.20$$

$$k = 0, 1, \dots, m-1$$

algorytm wyznaczania rozwiązania nieliniowego ma postać:

$$j+1V_i^{k+1} = V_i^k \exp \left\{ \frac{1}{2A} \left[V_i^{k+1} - V_i^k - \frac{P}{2h^2} \left(jE_{i+1}^{k+1} - jE_{i-1}^{k+1} - 2jE_i^{k+1} \right) \right] \right\} \quad 5.21$$

Procedura iteracyjna rozpoczyna się od przyjęcia:

$$o_{E_i}^{k+1} = 0; \quad i = 1, \dots, n \quad 5.22$$

$$k = 0, 1, \dots, m-1$$

a kończy po osiągnięciu

$$\left| j+1V_i^{k+1} - jV_i^{k+1} \right| < D; \quad i = 1, \dots, n \quad 5.23$$

$$k = 0, 1, \dots, m-1$$

$$D > 0$$

Dla szacowania warunków zbieżności procedury porównuje się kolejne wyniki iteracji:

$$\beta \leq \frac{j+1V_i^{k+1}}{j+2V_i^{k+1}}; \quad k = 1, \dots, n \quad 5.24$$

$$V_i = 0$$

$$0 < \beta \leq 1$$

Oznaczając przez $\gamma = \frac{P}{2h^2}$, warunek 5.24 uwzględniający 5.21 prowadzi do zależności:

$$\frac{j+1V_i^{k+1}}{j+2V_i^{k+1}} = \exp \left[\gamma /j+1E_{i+1}^{k+1} + jE_{i-1}^{k+1} - 2j+1E_i^{k+1} - jE_{i+1}^{k+1} - jE_{i-1}^{k+1} + 2jE_i^{k+1} / \right] \quad 5.25$$

która po uwzględnieniu 5.20 przyjmuje postać:

$$\frac{j+1V_i^{k+1}}{j+2V_i^{k+1}} = \exp \left\{ \gamma \left[/j+1V_{i+1}^{k+1} - jV_{i+1}^{k+1} / + /j+1V_{i-1}^{k+1} - jV_{i-1}^{k+1} / - 2/j+1V_i^{k+1} - jV_i^{k+1} / \right] \right\} = \exp / \gamma \cdot Z / \quad 5.26$$

Zakłada się, że:

$$\max_i |j+1V_i^{k+1} - jV_i^{k+1}| = D ; \quad i = 1, \dots, n \quad 5.27$$

i szacuje maksymalną wartość Z jako:

$$\max |Z| = 2D \quad 5.28$$

Następnie rozwiązuje się odpowiednie nierówności 5.24 z uwzględnieniem 5.26 i 5.28. Przykładowo zakładając $\beta = 0,95$; $D = 1$ otrzymuje się:

$$0,95 \leq \exp^{-\gamma^2}$$

skąd

$$\gamma = \frac{P}{2h^2} \leq 0,025$$

Rozwiązane przykłady potwierdzają trafność oszacowania wartości warunku zbieżności.

Błąd bezwzględny, określający różnicę między wartością rozwiązania analitycznego i uzyskanego w wyniku stosowania metody, jest obliczany dla każdego kroku czasowego w każdym wewnętrznym węźle obszaru:

$$W_i^{k+1} = V_{i,anal.}^{k+1} - V_i^{k+1} \quad 5.29$$

Błąd względny, procentowy, określający skuteczność metody, jest obliczany dla każdego kroku czasowego w każdym wewnętrznym węźle obszaru z zależności:

$$U_i^{k+1} = \frac{V_{i,anal.}^{k+1} - V_i^{k+1}}{V_{i,anal.}^{k+1}} \cdot 100\% \quad 5.30$$

przy czym: $V_{i,anal.}^{k+1}$ - wartość rozwiązania analitycznego,
 V_i^{k+1} - wartość rozwiązania uzyskana po zakończeniu procedury iteracyjnej.

Dla spełnienia wymagań stawianych przez język programowania /ALGOL/ maszyny cyfrowej, przy realizacji programu wprowadza się następującą notację:

$$n = N; \quad m = M; \quad i = I; \quad j = J; \quad k = K; \quad h = H;$$

$$V' = L; \quad V = Y; \quad V_{analit.} = F; \quad x = X; \quad \tau = T.$$

Program wymaga wprowadzenia następujących danych:

$$N, H, M, P, S, A, D$$

przy czym:

- N - ilość węzłów wewnętrznych,
- H - skok dyskretyzacji obszaru,
- M - ilość kroków czasowych,
- P - długość kroku czasowego,
- S - wymiar całego obszaru,
- A - współczynnik równania,
- D - dokładność iteracji.

Schemat blokowy programu, program i wyniki obliczeń dla różnych wariantów danych są zamieszczone w Dodatku do pracy.

5.2. Analiza wyników

Zakładając wstępnie wartości danych wejściowych kierowano się następującymi zasadami:

- a/ wartości zmiennych muszą odpowiadać technicznym realiom siatki analizatora polowego,
- b/ symulowana siatka powinna mieć prostą strukturę w sensie ilości węzłów,
- c/ otrzymane wyniki powinny być reprezentatywne dla oceny stosowanej metody.

Wymagania technicznej odpowiedniości siatki symulowanej i rzeczywistej wiążą się z:

- przyjęciem wartości "1000" jako maksymalnej rozwiązania modelowanego procesu, co odpowiada wielkości jednostki maszynowej stosowanej w analizatorze siatkowym [68],
- ograniczeniem od dołu długości kroku czasowego do 0.01s, co wiąże się z technologią wykonania zmodyfikowanego modelu R-C /dla modelu R-R ograniczenie tego typu nie występuje/,
- przyjęciem wartości "1" współczynnika dokładności iteracji, co jest związane z praktyczną rozróżnialnością pomiarów w analizatorze siatkowym.

Przedstawione wyniki obliczeń dotyczą przypadków dla których procedura obliczeniowa jest zbieżna do rozwiązania. Stwierdzono, że dla określonych wariantów danych nie otrzymano finalnego rozwiązania, ze względu na rozbieżność procedury iteracyjnej.

Na rys. 5.1 przedstawiono rozkład wartości rozwiązania zadania w modelowanym obszarze. Ze względu na symetrię problemu zamieszczone wyniki dotyczą tylko połowy obszaru. Parametrem jest czas, stąd uwidocznione krzywe dotyczą określonych przekrojów czasowych. Rozkład wartości funkcji pola ma postać paraboli /dla całego obszaru/.

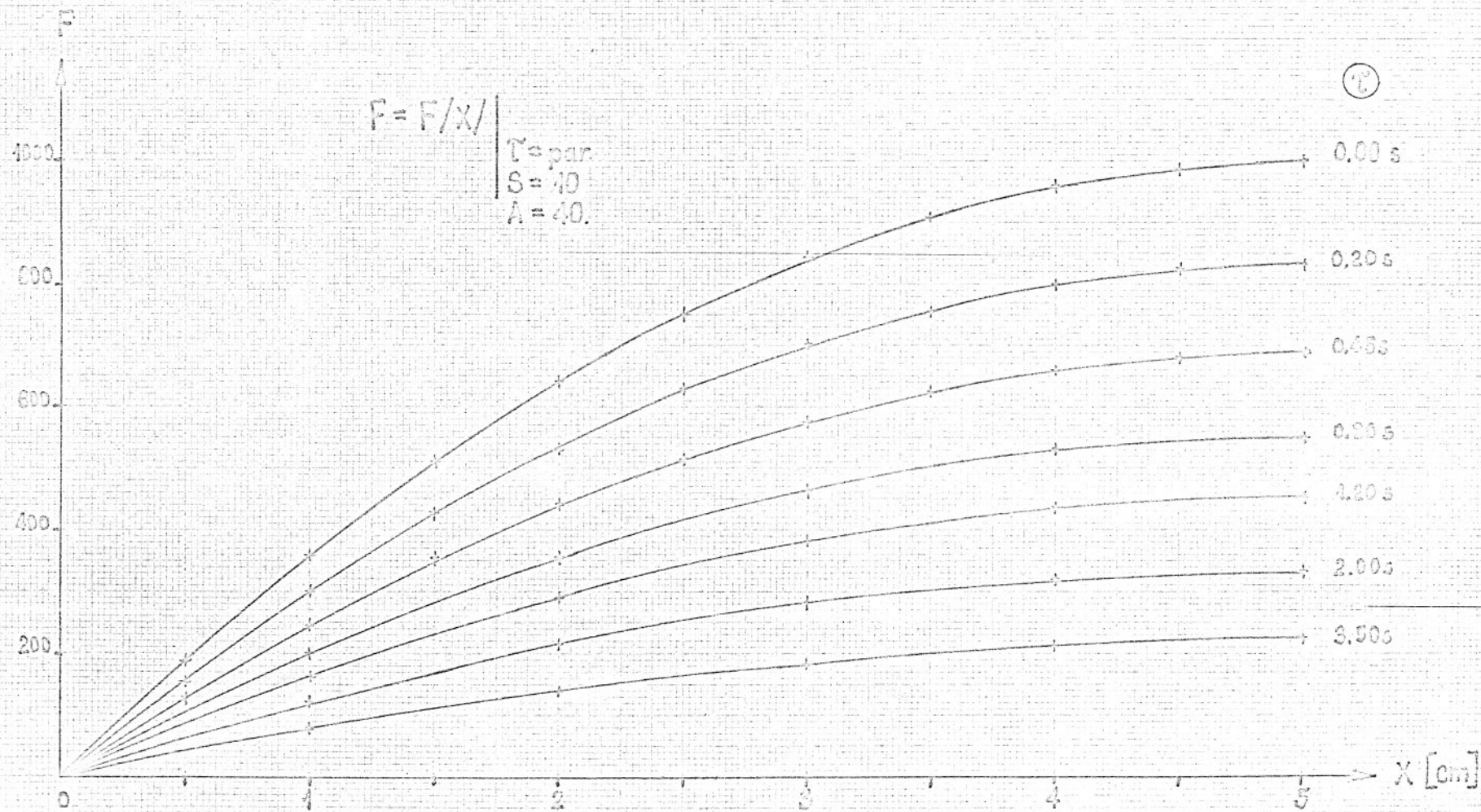
Rys. 5.2 przedstawia dla wybranych węzłów siatki modelu zmienność rozwiązania w czasie. W stanie ustalonym modelowanego procesu rozwiązanie w każdym węźle osiąga wartość zero. Dla zilustrowania idei zastosowanej metody na rys. 5.3 zestawiono wykresy zmian rozwiązania zadania liniowego i nieliniowego w kolejnych krokach czasowych.

Z kolei przeanalizowano wpływ poszczególnych parametrów modelu na wartość błędów: bezwzględnego i względnego procentowego, określonych wyrażeniami 5.29 i 5.30. Ze względu na nieco odmienny charakter informacji jaką wnoszą dwa rodzaje błędów, częstokroć analizuje się je równoległe dla konkretnego przypadku. Błąd względny, określony jednostkami potencjażu, pozwala na stwierdzenie stopnia niedokładności otrzymanego rozwiązania w aspekcie technicznych możliwości zastosowanej aparatury pomiarowej. Błąd względny procentowy określa przydatność zastosowanej metody, w sensie założonej dokładności rozwiązania problemu /lub wykonywanej prognozy/.

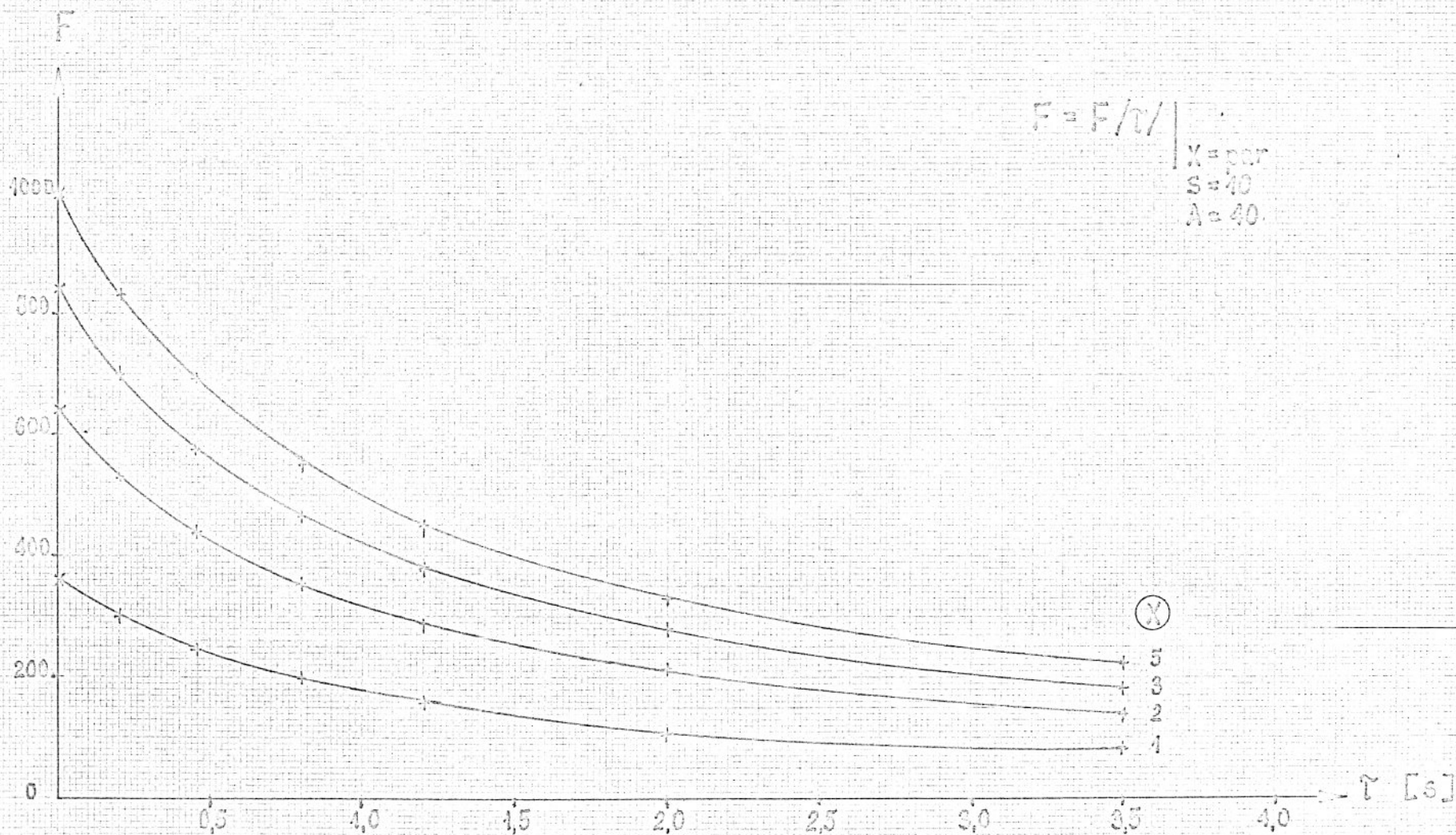
Rys. 5.4 przedstawia rozkład wartości błędu procentowego rozwiązania w modelowanym obszarze. Parametrem jest czas co umożliwia analizę zmian błędu dla różnych chwil czasowych. Generalnie należy stwierdzić, że największa wartość błędu występuje w pierwszym węźle modelu, malejąc dla węzłów położonych wewnątrz obszaru. Rozwiązanie w środkowym węźle obszaru $/x = \frac{S}{2}/$ jest obarczone najmniejszym błędem. Przyczyny tego stanu rzeczy należy upatrywać we wpływie brzegu obszaru na węzły siatki. Przyjęcie większego kroku dyskretyzacji przy tej samej ilości węzłów modelu powoduje widoczne zmniejszenie błędów, zwłaszcza w pierwszych węzłach siatki /rys. 5.7/. Bardzo istotną jest analiza zmian wartości błędów rozwiązania w funkcji czasu, decydująca o przydatności testowanej metody. Na rys. 5.5 uwidoczniono wyniki takiej analizy dla pierwszego wewnętrznego węzła, przyjmując jako parametr długość kroku czas-

wego. Należy podkreślić, że w większości wypadków przedstawiane wykresy dotyczą początkowych /lub pierwszego wewnętrznego/ węzłów modelu, gdzie wartości błędów są największe. Dla kroków czasowych o długości $P \geq 0.08s$ rozwiązanie jest rozbieżne do nieskończoności, co uwidocznione jest gwałtownym wzrostem wartości błędów. W zakresie zbieżności procedury iteracyjnej, wykorzystywanej przy realizacji metody, charakterystycznym jest wzrost błędu względnego oraz występowanie maksimum dla błędu bezwzględnego. W początkowej fazie rozwoju procesu oba błędy narastają stosunkowo szybko, po czym błąd względny wzrasta ze stosunkowo małym nachyleniem, natomiast błąd bezwzględny po osiągnięciu maksimum maleje. Fakt ten potwierdza celowość analizowania dwóch rodzajów błędu i wskazuje na różny sens dostarczanej informacji. Ze względu na istnienie wpływu kroku dyskretyzacji czasu na wartości błędów rozwiązania /co częściowo sugeruje rys. 5.5/ na rys. 5.6 wykreślono krzywe zmian wartości błędów rozwiązania w funkcji długości kroków czasowych. Analiza dotyczy wybranych węzłów modelu. Wzrost kroku dyskretyzacji czasu powoduje sukcesywny wzrost błędów rozwiązania prowadząc do rozbieżności rozwiązania dla określonych jego wartości. Na rys. 5.7 uwidoczniono wnioski płynące ze zbiorczego rozważenia wyników modelowania danego problemu w obszarach o różnych wymiarach. Każdorazowo obszar pokrywano jednakową ilością węzłów siatki. Stwierdzono istotne malenie błędu procentowego ze wzrostem długości obszaru. Przyczyny tego zjawiska należy szukać w malejącym, wzajemnym wpływie sąsiednich węzłów siatki. Oczywiście błąd wynikający z dyskretyzacji obszaru /siatka liniowa/ ma tendencje przeciwne, lecz w tym przypadku, dla zadania nieliniowego nie jest to sprawą istotną. Do podobnych wniosków prowadzi analiza wpływu ilości kroków dyskretyzacji określonego obszaru na błędy rozwiązania /rys. 5.8/. W konkluzji należy stwierdzić, że w zastosowanej

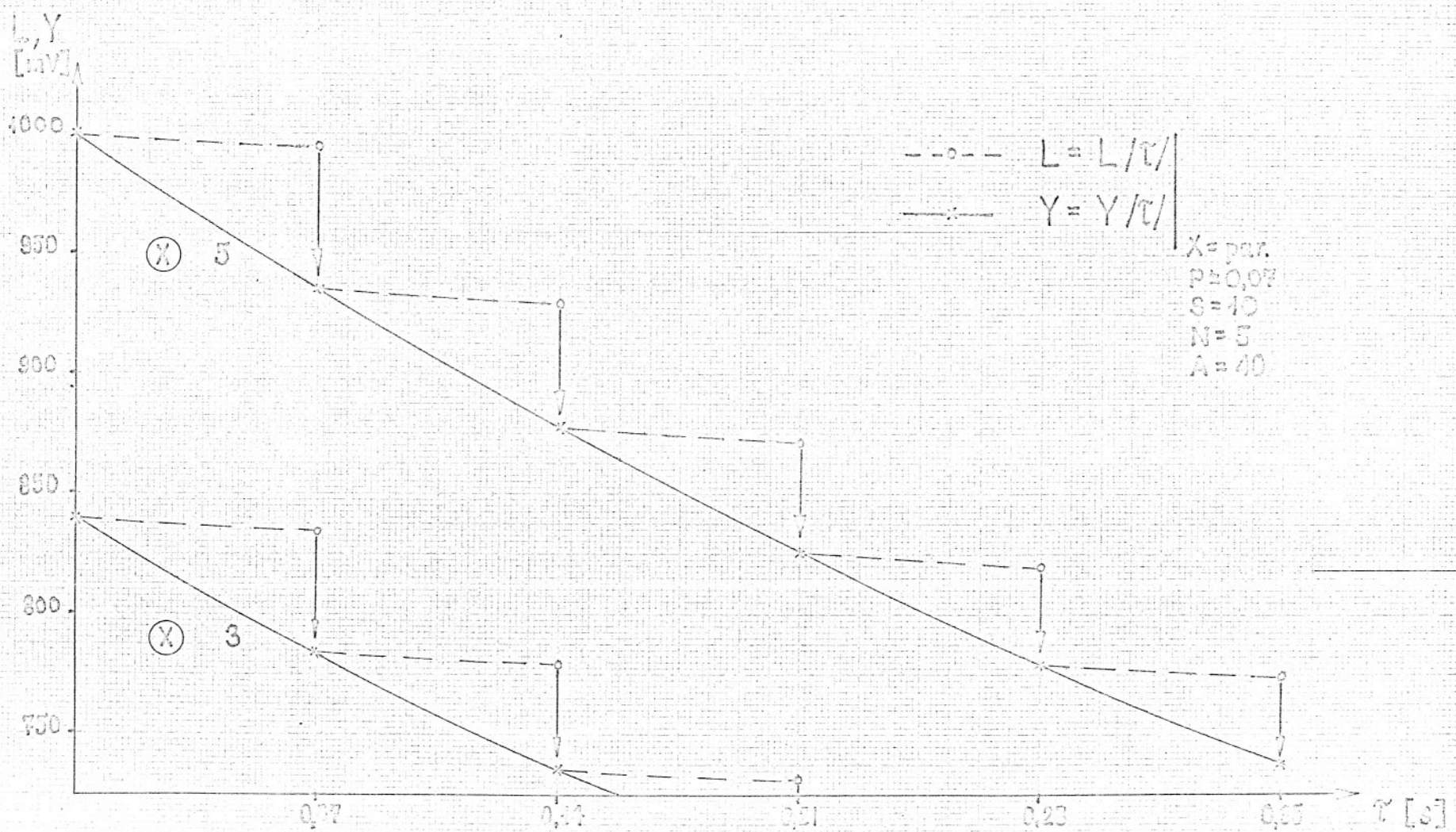
metodzie istotnym jest wzajemny wpływ sąsiadujących węzłów oraz spełnienie założenia o liniowej zależności błędu nieuwzględniania nieliniowości ε_i/τ od czasu. Ponadto trzeba podkreślić specyficzny charakter zadania testującego i związanej z nim funkcji wykładniczej /eksponenta/. Również przyjęcie innego sposobu rozwiązania układu równań nieliniowych może doprowadzić do eliminacji problemu rozbieżności rozwiązania. Otrzymane wyniki w pełni potwierdzają skuteczność metody. Błąd bezwzględny rozwiązania jest mniejszy od rozróżnialności praktycznie wykorzystywanych przyrządów pomiarowych. Błąd względny odpowiada wymaganiom stawianym przy modelowaniu rzeczywistych procesów o stałych rozłożonych. Należy wyrazić nadzieję, że metoda zastosowana do innego typu procesów quasiliniowych pozwoli na uzyskanie równie korzystnych i dokładnych wyników modelowania.



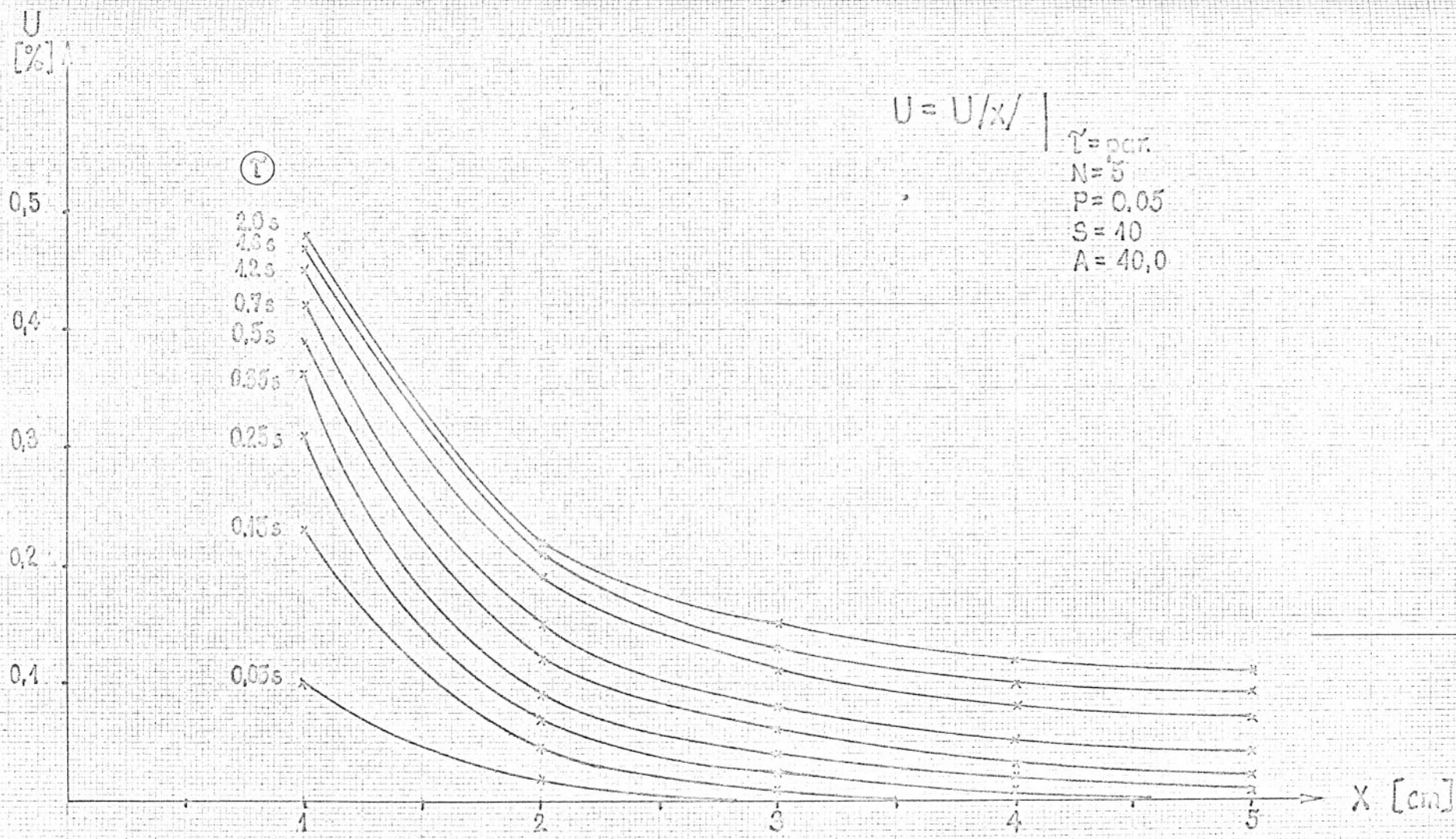
Rys. 5.1. Wykres rozkładu wartości funkcji w modelowanym obszarze dla różnych przekrojów czasowych.



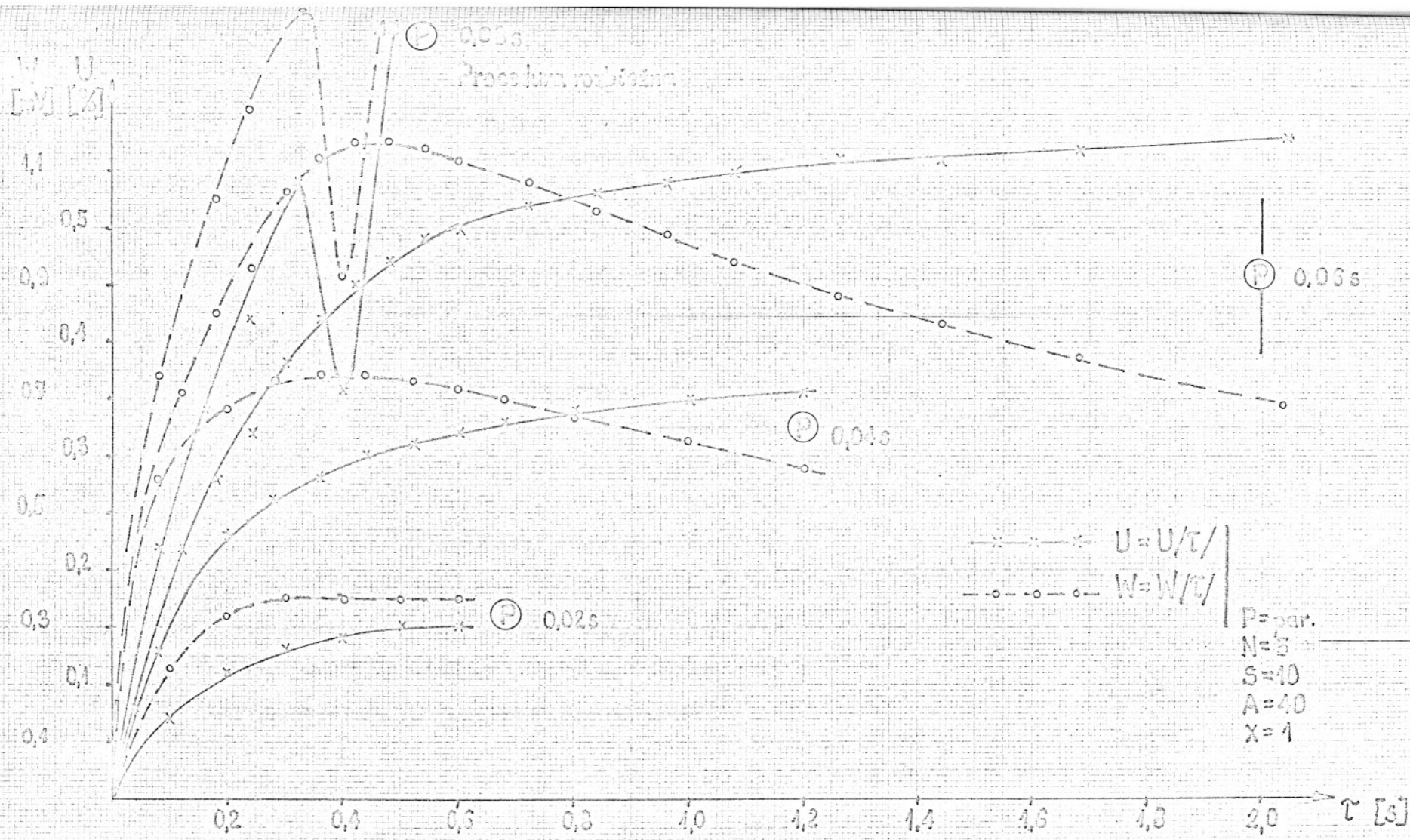
Rys. 5.2. Wykres zmian rozwiązania w funkcji czasu dla wybranych węzłów siatki modelu.



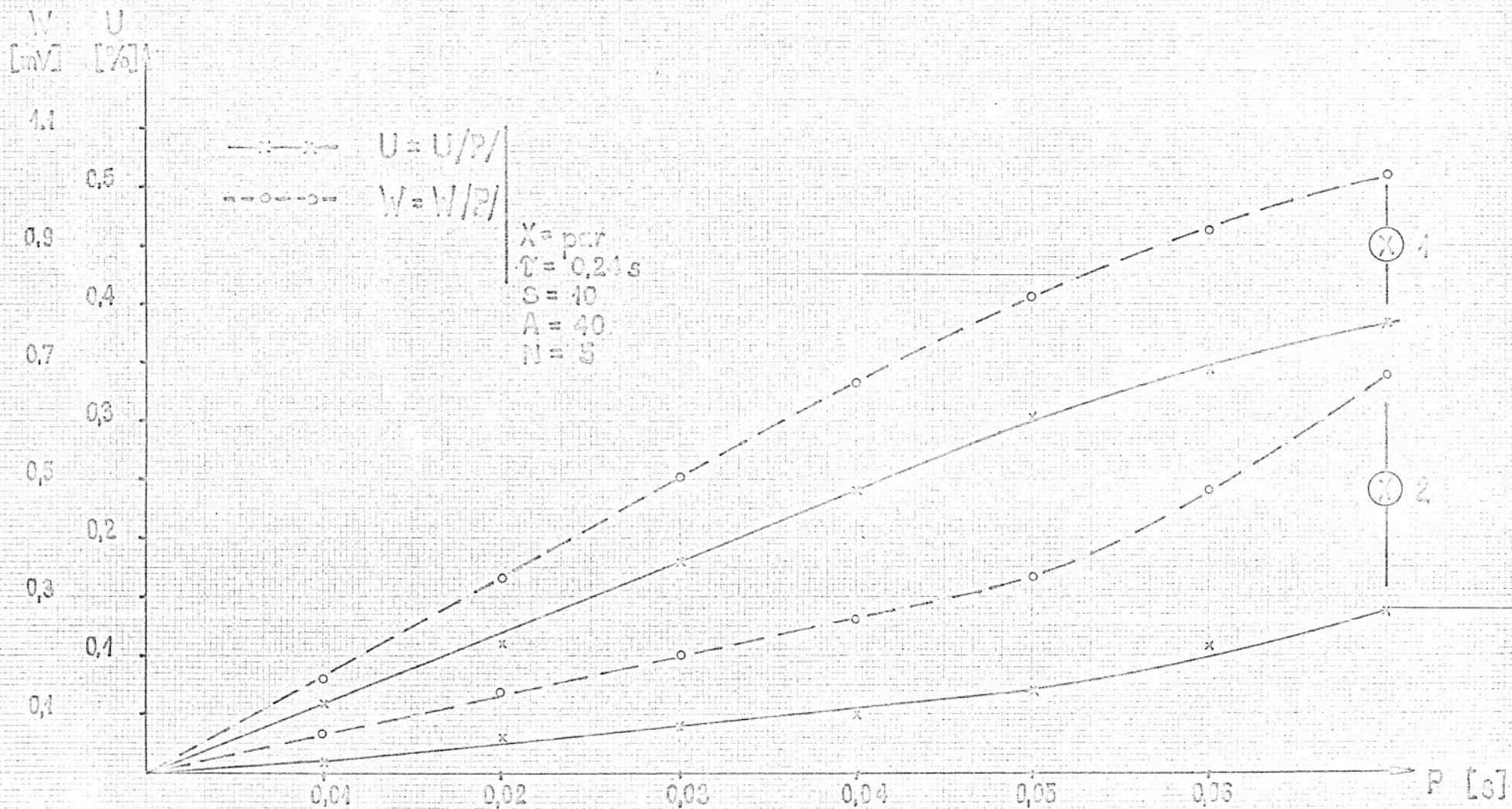
Rys. 5.3. Wykres zmian rozwiązania zadania liniowego i nieliniowego w kolejnych krokach czasowych.



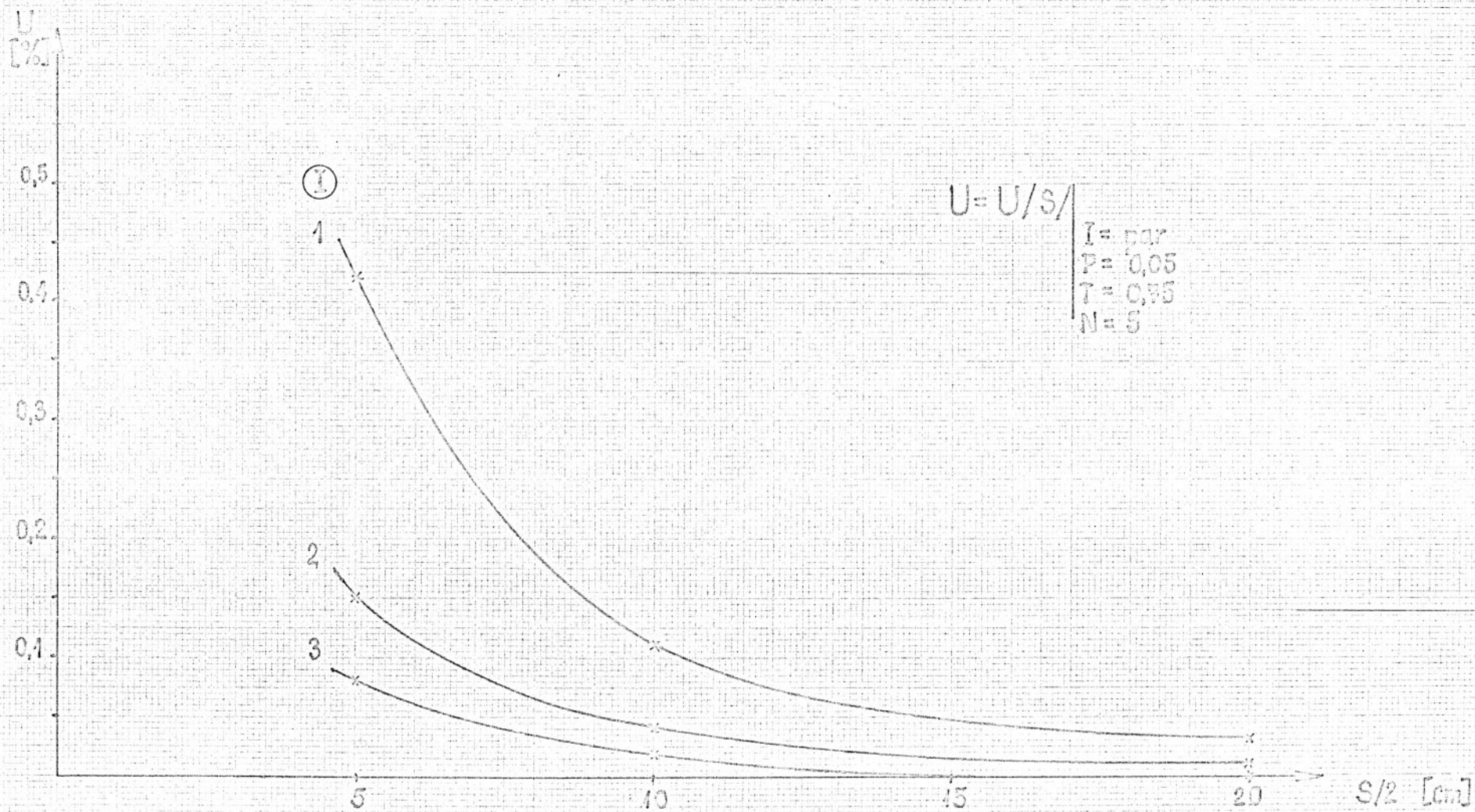
Rys. 5.4. Wykres rozkładu wartości błędu procentowego rozwiązania w modelowanym obszarze.



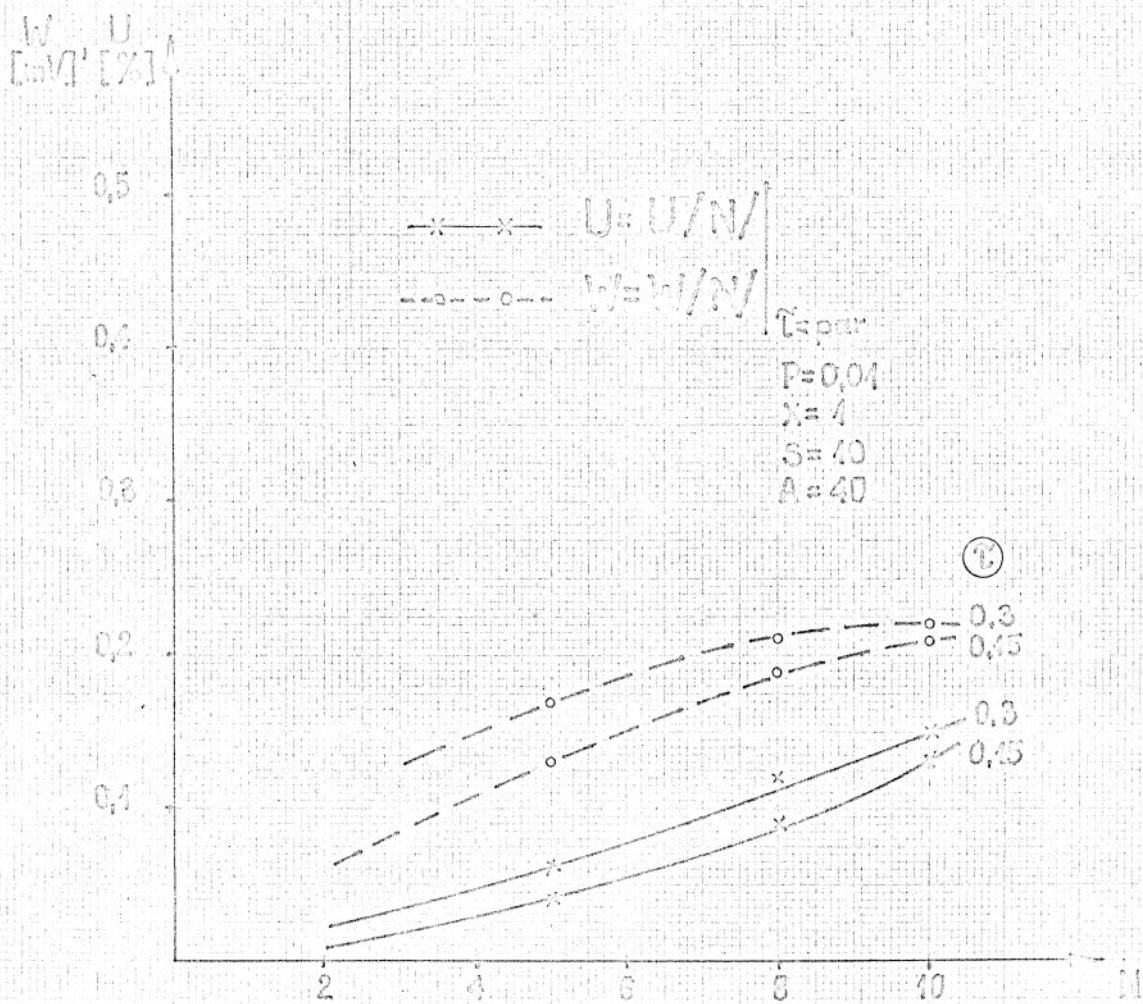
Rys. 5.5. Wykres zmian wartości błędów rozwiązania w funkcji czasu dla różnych długości kroków czasowych.



Rys. 5.6. Wykres zmian wartości błędów rozwiązania w funkcji długości kroków czasowych dla wybranych węzłów siatki modelu.



Rys. 5.7. Wykres zmian wartości błędu procentowego rozwiązania w funkcji wymiaru modelowanego obszaru.



Rys. 5.8. Wykres zmian wartości błędów rozwiązania w funkcji ilości kroków dyskretyzacji modelowanego obszaru dla różnych przekrojów czasowych.

6. WNIOSKI KOŃCOWE

Przedstawione w pracy metody modelowania na siatkach R-C i R-R bazują na podstawowym założeniu jakim jest zastosowanie znanego przekształcenia Kirchhoffa dla quasiliniowych równań różniczkowych cząstkowych. Przyjęcie takiego założenia prowadzi do istotnych uproszczeń zarówno w sensie metodologicznym jak i konstrukcyjnym. Umożliwia ono:

a/ przekształcenie równań quasiliniowych do formy skupiającej wynikową funkcję nieliniową przy pochodnej czasowej, i związaną z tym eliminację niejednorodnych wartości parametru przewodności obszaru,

b/ dla równań liniowych skupienie wartości parametrów niejednorodnego obszaru przy pochodnej czasowej.

Konsekwencją tych faktów jest możliwość zastosowania siatek R-C lub R-R z jednorodnymi wartościami elementów /rezystorów/ modelującymi niejednorodny parametr przewodności obszaru. Stąd przedstawione metody dotyczą jednorodnej siatki R, natomiast uwzględnianie nieliniowości za pośrednictwem drugiego elementu /R lub C/ posiada charakter metodologiczny bądź też metodologiczno-układowy. W pracy przyjęto podział prezentowanych metod, rozgraniczając siatki R-C i R-R. Każdorazowo prezentację metod modelowania zagadnień quasiliniowych, poprzedzają opracowania modyfikacji klasycznych wersji siatek, jako czynnika uzupełniającego lub warunkującego zastosowanie danej metody. Równocześnie przedstawia się zastosowanie określonych koncepcji metodologiczno-układowych, dla niejednorodnych, liniowych równań różniczkowych cząstkowych. Problematyka ta posiada duże znaczenie praktyczne dla modelowania rzeczywistych procesów o stałych rozłożonych. I tak przedstawiono propozycję modelowania niejednorodnego, liniowego równania Fouriera, poddanego

transformacji Kirchhoffa, na jednorodnej siatce R-C. Zastąpienie magazynu kondensatorów elektronicznym układem analogowym pozwala ponadto na stworzenie korzystnych warunków pomiaru wartości rozwiązania oraz precyzyjne odwzorowanie parametrów modelowanego obszaru. Prowadzone prace aplikacyjne, potwierdzają zalety tej metody.

Model siatkowy R-C został przyjęty jako model wyjściowy dla opracowania określonych metod postępowania. Bazując na analogii modelu i procesu, można w dogodny sposób analizować poszczególne elementy rozumowania. Na wstępie jest przedstawiona koncepcja zmodyfikowanego modelu R-C, charakteryzującego się szeregiem pozytywnych cech, a mianowicie:

- a/ możliwością cyfrowego pomiaru potencjałów /rozwiązania/ w dowolnym przekroju czasowym całego obszaru siatki,
 - b/ zachowaniem właściwości ciągłej funkcji czasu,
 - c/ prostotą zadawania warunków początkowych i inicjacji pracy siatki,
 - d/ możliwością współpracy w hybrydowym systemie obliczeniowym.
- Praktyczne zastosowanie zmodyfikowanego modelu R-C potwierdziło istnienie wymienionych zalet.

W pracy przedstawiono trzy metody rozwiązywania zagadnień kwasiliniowych na siatkach R-C. Są to:

- a/ metoda siatki R-C z nieliniowym kondensatorem,
- b/ metoda siatki R-C z ciągłą modyfikacją warunków początkowych,
- c/ metoda siatki R-C z dyskretną modyfikacją warunków początkowych.

W pierwszej z metod wprowadzono pojęcie kondensatora nieliniowego. W ogólnym przypadku jest to obecnie element nierealizowalny, nie mniej zagadnienie ma charakter uzupełniający dziedzinę modelowania na siatkach z nieliniowymi elementami. Określenie wartości chwilowej

prądu płynącego przez nieliniowy kondensator, pozwala na poprawną interpretację wartości pojemności kondensatora w siatkach R-C.

Druga z wymienionych metod polega na wykorzystaniu ciągłej modyfikacji warunków początkowych kondensatorów dla modelowania wartości chwilowej przepływającego prądu zgodnie z charakterem funkcji nieliniowej. Praktyczna realizacja tej metody wiąże się z pewną komplikacją układową jednorodnej siatki R-C. Jednak w odniesieniu do specjalizowanych zagadnień brzegowych np. rozwiązywanie beznaporowej filtracji nieustalonej zastosowanie metody może być opłaczalne. Należy podkreślić, że zarówno pierwsza, jak i druga metoda, pozwala na rozwiązywanie quasilineowych zagadnień brzegowych w sposób bezpośredni co oznacza, że otrzymywane rozkłady potencjałów węzkowych stanowią rozwiązanie zadania. Przy założeniach idealizujących układową realizację błędy metody w obu przypadkach nie występują, ponieważ każdorazowo następuje dokładne odwzorowanie procesu /pozostają błędy wynikające z dyskretyzacji przestrzeni/. Trzecia z wymienionych metod, bazuje na jednorodnej zmodyfikowanej siatce R-C i przeznaczona jest dla hybrydowego systemu obliczeniowego. Rozwiązanie otrzymuje się dla wybranych chwil czasowych stanowiących granice kroków czasowych. Jest ono określane numerycznie na podstawie algorytmu uwzględniającego charakter funkcji nieliniowej procesu, rozkładu początkowego każdego kroku czasowego i rozkładu rozwiązania liniowego. Wartości otrzymanego rozwiązania modyfikują warunki początkowe kondensatorów siatki, tworząc rozkład początkowy dla kolejnego kroku czasowego. Długość kroków czasowych może być w modelu R-C zmieniana w prosty sposób. Cechą charakterystyczną metody jest odejście od realizacji procedury iteracyjnej na siatce do rozwiązania tego problemu na drodze numerycznej. Siatka spełnia funkcję podprogramu rozwiązującego zagadnienia liniowe. Przedstawiona metoda obarcza rozwiązanie dodatkowym błędem metody. Ogólne określenie

wartości tego błędu jest bardzo utrudnione, stąd w pracy przedstawiono wyłącznie analizę wyników przykładu testującego metodę. Otrzymane wyniki potwierdzają poprawność metody siatki R-C z dyskretną modyfikacją warunków początkowych. Należy podkreślić dużą uniwersalność metody, która dzięki uwzględnianiu funkcji nieliniowej na drodze programowej, może być stosowana dla różnych procesów quasiliniowych. Ograniczeniem metody jest konieczność określenia parametrów siatki zapewniających zbieżność procedury iteracyjnej.

Z kolei przedstawiono problematykę modelowania quasiliniowych zagadnień brzegowych na siatkach R-R. Na wstępie zaproponowano, alternatywną względem klasycznego modelu R-R, wersję siatki R-R z iniektorem prądowym. Przyjęcie takiego rozwiązania pozwala na minimalizację sprzętu technicznego przy automatyzacji siatki. W pracy zaprezentowano dwie metody rozwiązywania quasiliniowych równań różniczkowych cząstkowych na jednorodnych siatkach R-R. Są to:

- a/ metoda siatki R-R z węzłowym sprzężeniem zwrotnym,
- b/ metoda siatki R-R z korekcją napięć węzłowych.

Obie metody są odpowiednikami metod siatek R-C z ciągłą i dyskretną modyfikacją warunków początkowych. Metoda siatki R-R z węzłowym sprzężeniem zwrotnym wiąże się z układową komplikacją modelu, niemniej, pozwala na otrzymanie bezpośredniego rozwiązania. Należy jednak sądzić, że obecnie opłacalność technicznej realizacji tej metody jest dyskusyjna. Druga z metod, podobnie jak w przypadku siatek R-C, pozwala na uzyskanie rozwiązania w wybranych chwilach czasowych, wykorzystując informację o rozwiązaniu w poprzednim kroku czasowym, rozwiązaniu zadania liniowego i funkcji nieliniowej równania. Metoda jest przeznaczona dla hybrydowych systemów obliczeniowych współpracujących ze zautomatyzowaną jednorodną siatką R-R. Zmiana długości kroku czasowego wymaga wymiany wszystkich rezystorów czasowych, co jest technicznie niedogodne. Stąd najczęściej modele R-R pracują z jednakowym krokiem czasowym.

wartości tego błędu jest bardzo utrudnione, stąd w pracy przedstawiono wyłącznie analizę wyników przykładowo testującej metodę. Otrzymane wyniki potwierdzają poprawność metody siatki R-C z dyskretną modyfikacją warunków początkowych. Należy podkreślić dużą uniwersalność metody, która dzięki uwzględnianiu funkcji nieliniowej na drodze programowej, może być stosowana dla różnych procesów quasilinearnych. Ograniczeniem metody jest konieczność określenia parametrów siatki zapewniających zbieżność procedury iteracyjnej.

Z kolei przedstawiono problematykę modelowania quasilinearnych zagadnień brzegowych na siatkach R-R. Na wstępie zaproponowano, alternatywną względem klasycznego modelu R-R, wersję siatki R-R z iniektorem prądowym. Przyjęcie takiego rozwiązania pozwala na minimalizację sprzętu technicznego przy automatyzacji siatki. W pracy zaprezentowano dwie metody rozwiązywania quasilinearnych równań różniczkowych cząstkowych na jednorodnych siatkach R-R. Są to:

- a/ metoda siatki R-R z węzłowym sprzężeniem zwrotnym,
- b/ metoda siatki R-R z korekcją napięć węzłowych.

Obie metody są odpowiednikami metod siatek R-C z ciągłą i dyskretną modyfikacją warunków początkowych. Metoda siatki R-R z węzłowym sprzężeniem zwrotnym wiąże się z układową komplikacją modelu, niemniej, pozwala na otrzymanie bezpośredniego rozwiązania. Należy jednak sądzić, że obecnie opłacalność technicznej realizacji tej metody jest dyskusyjna. Druga z metod, podobnie jak w przypadku siatek R-C, pozwala na uzyskanie rozwiązania w wybranych chwilach czasowych, wykorzystując informację o rozwiązaniu w poprzednim kroku czasowym, rozwiązaniu zadania liniowego i funkcji nieliniowej równania. Metoda jest przeznaczona dla hybrydowych systemów obliczeniowych współpracujących ze zautomatyzowaną jednorodną siatką R-R. Zmiana długości kroku czasowego wymaga wymiany wszystkich rezystorów czasowych, co jest technicznie niedogodne. Stąd najczęściej modele R-R pracują z jednakowym krokiem czasowym.

Metoda posiada charakter uniwersalny dla różnych funkcji nieliniowych, jednakże wymaga doboru parametrów siatki zapewniających zbieżność procedury iteracyjnej. O ile pierwsza z metod nie wnosi do rozwiązania dodatkowego uchybu /poza uchybem wynikającym z dyskretyzacji przestrzeni i czasu/, o tyle druga obciąża je błędem metody. Podobnie jak dla siatek R-C ogólne określenie wartości tego błędu jest bardzo trudne.

W podsumowaniu należy stwierdzić, że przyjęcie siatki R-C jako modelu wyjściowego, pozwala na transponowanie opracowanych metod na siatki R-R, poprzez wprowadzenie dodatkowych warunków ekwiwalentności rozwiązań obu siatek. Siatki R-C i R-R posiadają określone zalety i niedogodności. W zależności od typu zadania i dostępnych środków technicznych można wartościować cechy obu modeli, wybierając wariant korzystny w danej sytuacji. Spośród przedstawionych metod pełną zamienność /w sensie programowym/ posiadają: metoda siatki R-C z dyskretną modyfikacją warunków początkowych i metoda siatki R-R z korekcją potencjałów węzłowych. Fakt ten wykorzystano dla przedstawienia konkretnego przykładu testującego obie metody. W pracy wykorzystano symulację cyfrową siatek, co dla jednowymiarowych obszarów z nieskomplikowanymi warunkami brzegowymi jest dogodnym rozwiązaniem. Niemniej dla dużych obszarów z różnorodnymi warunkami brzegowymi, bezpośredni udział modelu siatkowego w systemie hybrydowym jest bardzo opłacalny.

Wszystkie przedstawione metody zostały opracowane dla zagadnień jednowymiarowych. Dla rozwiązywania zagadnień brzegowych w obszarach płaskich /dwuwymiarowych/ bądź przestrzennych /trójwymiarowych/ należy rozwinąć przedstawione propozycje. Jest to możliwe dla wszystkich równań, w których można zastosować transformację Kirchhoffa. Podstawowa idea wszystkich przedstawionych metod pozostaje niezmieniona, co wynika z częstego opierania się na bilansie energetycznym procesów. Stąd zwiększanie wymiaru zagadnienia nie

powoduje istotnych zmian w przeprowadzanym rozumowaniu.

Na zakończenie należy ponownie podkreślić istnienie zalet metod siatkowych przy modelowaniu procesów o stałych rozłożonych, a w szczególności ich zastosowanie w hybrydowych systemach obliczeniowych, pozwalających na optymalne wykorzystanie techniki analogowej i cyfrowej. Powszechność występowania procesów o stałych rozłożonych powoduje, że w wielu różnych dziedzinach nauki, zapotrzebowanie na metody modelowania zagadnień brzegowych jest bardzo duże. Zwiększone wymagania techniki, prowadzą do rozważania nieupraszczanych, najczęściej nieliniowych równań różniczkowych cząstkowych. Należy więc wyrazić nadzieję, że przedstawione w pracy metody rozwiązywania wybranych procesów o stałych rozłożonych, będą kolejnym elementem w dziedzinie modelowania zjawisk fizycznych.

7. LITERATURA

- [1] A t a b i e k o w: Liniowe obwody elektryczne
- [2] A n d r e e v a T.A., B e r e z o v s k i j A.A., G r e - k o v G.P.: Ob odnoj zadače dla kvazilinejnogo urawnenia tepkoprovodnosti. Nelinejnye kraevye zadači matematičeskoj fiziki Kiev 1973, ss. 5-13.
- [3] A u e r A., Ż e b r o w s k i L.: Opracowanie analogowego urządzenia do badań filtracji nieustalanej - etap I. Raport Instytutu Cybernetyki Technicznej Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1966.
- [4] B i e n i e w s k i J., J a r o d z k i L.: Niedogodności integratora siatkowego do badania procesów nieustalanej filtracji metodą Liebmana. Referaty na seminarium naukowe: Zastosowanie analizatora pola AP-600 do modelowania filtracji wód podziemnych. Kraków 1974, ss. 69-82.
- [5] B e u k e n C.L.: Wärmeverluste bei periodisch betriebenen Öfen. Dissertation an der Bergakademie Freiberg 1936. Verlag Triltsch u.Huther.
- [6] C a u s s a d e B., P a k l e z a J., R e n a r d G.: Un Calculateur hybride a reseau actif pour l'etude des phenomenes transitoires non lineaires. Centre National de la Recherche Scientifique Toulouse at Orsay.
- [7] C z a r n e c k i S.: Podstawowe problemy rozwoju hybrydowych analizatorów pól. Modelowanie zagadnień brzegowych. Ossolineum, Wrocław 1974, ss. 7-16.
- [8] C z e r w i ń s k a A.: Metoda modelowania analogowego dla rozwiązywania zagadnień odwrotnych. Modelowanie zagadnień brzegowych. Ossolineum, Wrocław 1974, ss. 104-116.
- [9] D u c E., W a s i l e w s k i S.: Modelowanie zagadnień brzegowych dla mostków termicznych. Prace Naukowe Instytutu

Cybernetyki Technicznej Politechniki Wrocławskiej nr 20, Wrocław 1975.

- [10] D u c E., W a s i l e w s k i S.: Modelowanie procesu niestacjonarnego przepływu ciepła przez przegrody budowlane. Prace Naukowe Instytutu Cybernetyki Technicznej Politechniki Wrocławskiej nr 20, Wrocław 1975.
- [11] D u c E., W a s i l e w s k i S.: Modelowanie przepływów elektroosmotycznych przy osuszaniu przegród budowlanych. Prace Naukowe Instytutu Cybernetyki Technicznej Politechniki Wrocławskiej nr 20, Wrocław 1975.
- [12] G u t e n m a c h e r Ł.I.: Električeskie modeli. Izd. AN SSSR, Moskva 1949.
- [13] J a b ł o Ń s k i A.: Założenia programu modernizacji integratora siatkowego dla modelowania filtracji nieustalonej. Zeszyty Naukowe Politechniki Krakowskiej - Budownictwo Wodne i Inżynieria Sanitarna nr 22, Kraków 1975.
- [14] J a b ł o Ń s k i A.: Modelowanie stacjonarnego pola temperatur na analizatorze pola AP-600. Prace Naukowe Instytutu Cybernetyki Technicznej Politechniki Wrocławskiej nr 20, Wrocław 1975, ss. 13-32.
- [15] J a b ł o Ń s k i A.: Zastosowanie modelu hybrydowego analizatora pola do badania dynamiki wymiany ciepła. Prace Naukowe Instytutu Cybernetyki Technicznej nr 20, Wrocław 1975, ss.63-80.
- [16] J a b ł o Ń s k i A., K o l b e r Z.: Elektroniczny układ węzła jednorodnej siatki R-C dla modelowania obszarów niejednorodnych. Komunikat nr 284 Instytutu Cybernetyki Technicznej Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1975.
- [17] J a b ł o Ń s k i A., K l i m e s z J., Ż e b r o w s k i L.: Dokumentacja osprzętu sprzężenia maszyny cyfrowej z inte-

gratorem siatkowym i wannami elektrolitycznymi do badania procesów nieustalanej filtracji - dokumentacja elektryczna. Raport nr 20 Instytutu Cybernetyki Technicznej Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1973.

- [18] J a b ł o ń s k i A., K l i m e s z J., K o w a l s k i K., Ż e b r o w s k i L.: Dokumentacja osprzętu sprzężenia maszyny cyfrowej z integratorem siatkowym i wannami elektrolitycznymi do badania procesów nieustalanej filtracji - oprogramowanie. Raport nr 21 Instytutu Cybernetyki Technicznej Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1973.
- [19] J a b ł o ń s k i A., K l i m e s z J., S o l n i k W., W a s i l e w s k i S., Ż e b r o w s k i L.: Dokumentacja układu komutacyjno-pomiarowego integratora filtracji nieustalanej. Raport nr 90 Instytutu Cybernetyki Technicznej Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1974.
- [20] J a b ł o ń s k i A., Ż e b r o w s k i L.: Niektóre problemy modelowania procesów o stałych rozłożonych. Prace Naukowe Instytutu Cybernetyki Technicznej Politechniki Wrocławskiej nr 20, Wrocław 1975, ss. 3-12.
- [21] J u r c z y ń s k a K.: Iteracyjna metoda rozwiązywania równań różniczkowych cząstkowych z nieliniową prawą stroną za pomocą analizatorów pól. Modelowanie zagadnień brzegowych. Ossolineum, Wrocław 1974, ss. 139-152.
- [22] J u r y S.H.: Solving partial differential equations. Industrial and Engineering Chemistry vol. 53, 1961, ss. 173-180.
- [23] K a c z m a r c z y k J.: Błędy zasady, a możliwość zwiększenia dokładności metody sieci oporowej. Prace Instytutu Automatyki PAN nr 66, Warszawa 1968, ss. 35-67.
- [24] K a r p l u s W.J.: Analog simulation - solution of field problems. New York 1958.

- [25] K a r p l u s W.J.: Heuristic optimization and identification in hybrid system. Actes Proceeding AICA, 1967.
- [26] K a r p l u s W.J.: Hybrid computation. John Wiley and Sons Inc., New York 1968.
- [27] K a r p l u s W.J.: A hybrid computer technique for treating nonlinear partial defferential equations. IEEE Transactions on Electronic Computers, EC-13, October 1964.
- [28] K ą c k i E.: Termokinetyka. WNT, Warszawa 1967.
- [29] K ą c k i E.: Równania różniczkowe cząstkowe w elektrotechnice. WNT, Warszawa 1971.
- [30] K o z d o b a Ę.A.: Električeskoje modelirovanie javlenij tepło i massoperenosa. Izd. Energia, Moskva 1972.
- [31] K o z d o b a Ę.A.: Solution of reverse, inverse and inductive nonstationary problems of thermal conductivity on electrical models. IV Inter. Heat Transfer Conf., Paris-Versailles, t.VII, pr. MTI.I, 1970.
- [32] K o z d o b a Ę.A.: Metody modelowania elektrycznego nieliniowych zadań przenoszenia ciepła i masy. Modelowanie zagadnień brzegowych. Ossolineum, Wrocław 1974, ss. 252-269.
- [33] K o z ł o v E.S., S e r g e e v N.P., N i k o ł a e v N.S.: Avtomatizacija processov rešenija kraevych zadač s pomošč'ju setočnych ACVM. Energija, Moskva 1974.
- [34] K u n e š J.: Development of the continuous RC analogs and their use in heat and mass transfer. Prac. AICA, Praque 1973.
- [35] K u n e š J., P e t e r m a n n O.: Modelowanie niesymetrii rozkładu temperatur w rotorze generatora prądu elektrycznego. Modelowanie zagadnień brzegowych. Ossolineum, Wrocław 1974, ss. 270-296.
- [36] K u z ' m i n M.N.: Elektromodelirovanie nekotorych nestacionarnych teplovych processov. Energija, Moskva 1972.

- [37] L i e b m a n n G.: Resistance - network analogues. AICA, 1955.
- [38] L i e b m a n n G.: New Electrical Analog Method for the Solution of Transient Heat - Conduction Problems. Trans of ASME, April 1956.
- [39] L i e b m a n n G.: Solution of Transient heat - transfer problems by the resistance - network analog method. Trans of the ASME, August 1956.
- [40] Ł u k j a n o w A.T.: Issledovanije upravnenij matematičeskoj fiziki metodom statičeskogo modelirovanija. Doktorskaja dissertacyja. Institut Kibernetiki AN USSR, Kijov 1969.
- [41] M a c e v i t y j J.M.: Rešenije nelinejnych zadač techni-
českoj tepkofiziki na električeskich modelach. Doktorskaja di-
ssertacyja. Institut teplo- i massoobmena AN BSSR, Minsk 1970.
- [42] M a k o w s k i Z.: Rachunek hybrydowy i maszyny hybrydowe w zastosowaniu do zagadnień brzegowych dla równań różniczkowych o pochodnych cząstkowych. Prace Instytutu Cybernetyki Stosowanej PAN, Warszawa 1973.
- [43] M a k o w s k i Z.: Hybrydowe analizatory pola. Modelowanie zagadnień brzegowych. Ossolineum, Wrocław 1974, ss. 17-28.
- [44] M a k o w s k i Z.: Uwagi o strukturze hybrydowych analiza-
torów pola. Modelowanie zagadnień brzegowych. Ossolineum,
Wrocław 1974, ss. 203-210.
- [45] M i c h a l s k i L.: Metoda Beukena - rozwój i zastosowa-
nia. Pomiarzy Automatyka Kontrola, nr 6, 1973.
- [46] M i t r o p o l s k i j J.A.: Nelinejnye kraevye zadači ma-
tematičeskoj fiziki. Izd. Inst. Matem. AN USSR, Kiev 1973.
- [47] P a k l e z a J.: Commande a programme, reglage, automatique et oplimisation des echanges thermques transitoires non line-
aires a l'aide d'un simulateur hybride. Prac. AICA, Praha
1973.

- [48] R a b e n'k i j W.S., G o d u n o v S.K.: Raznostnyje schemy - vvedenije v teoriju. Izd. Nauka, Moskva 1973.
- [49] R e n a r d G., T a P h u o c L o c: Résolution de l'équation de diffusion non linéaire par l'emploi de réseaux actifs couplés á un calculateur analogique á courants continus C.R.Acad. Sc. Paris, t.266, 1968, ss. 73-76.
- [50] R e n a r d G., T e i l D., Z a r k a I.: Determination d'écoulements de fluides, visqueux a l'aide d'un calculateur hybride a reseau. Le C.H.R. 10.000. Proc. AICA, Munich 1970.
- [51] R e n a r d G., T e i l D., Z a r k a J.: Processus iteratif pour l'imposition des conditions aux limites en calcul hybride par reseaux. AICA - n° 4, 1972.
- [52] S a m a r s k i j A.A.: Vvedenje v teorju raznostnych schem. Nauka, Moskva 1971.
- [53] S o l n i k W.: Quasiliniowy model adaptacyjny z jednorodną siatką R-R do rozwiązywania zagadnień brzegowych. Komunikat ICT Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1975.
- [54] T a r a p o n A.G.: Modelirovanie nestacionarnych polej na integratorach EINP. Institut Matem. AN USSR, Kiev 1970.
- [55] T e i l D., R e n a r d G.: Operateur hybride de convergence utilisant un mini-ordinateur. Proc. AICA, Prague 1973, ss. 356-359.
- [56] T i c h o n o v A.N., S a m a r s k i A.A.: Uravnenija matematičeskoj fizyki. Nauka, Moskva 1969.
- [57] V i c h n e v e t s k y R: Generalized finite - difference approximations for the problems. SIMULATION, May 1969, ss. 233-237.
- [58] V i c h n e v e t s k y R: Application of hybrid computers to the integration of partial defferential equations of the first and second order. Proc. of the IFIP Congress 68, Edinburg Scotland 1968, ss. 68-75.

- [59] V i c h n e v e t s k y R.: State of art in hybrid methods for partial defferential equations. Proc. AICA/IFIP, Munich 1970, ss. 33-43.
- [60] V i c h n e v e t s k y R.: Serial solution of parabolic partial defferential equations. The decomposition method for non-linear and prace dependent problem. Simulation, vol. 13, July 1968, ss. 47-48.
- [61] V i c h n e v e t s k y R.: The method of decomposition for unstable two - point boundary value problems. IEEE Transactions on Computers, Autust 1971, ss. 910-914.
- [62] Z a j d a Z.: Modelowanie pól fizycznych opisanych równaniem biharmonicznym na analizatorach polowych. Komunikat nr 41 Instytutu Cybernetyki Technicznej Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1973.
- [63] Z a j d a Z.: Modelowanie procesów o stałych rozłożonych opisywanych quasiliniowym równaniem Fouriera. Komunikat nr 182 Instytutu Cybernetyki Technicznej Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1974.
- [64] Z a j d a Z.: Symulacja cyfrowa procesów o stałych rozłożonych opisywanych quasiliniowym równaniem przewodnictwa ciepła. Praca doktorska. Komunikat nr 263 Instytutu Cybernetyki Technicznej Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1975.
- [65] Ż e b r o w s k i L., K l i m e s z J.: Elektryczny integrator filtracji nieustalonej. Komunikat nr 23, Instytutu Cybernetyki Technicznej Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1973.
- [66] Ż e b r o w s k i L., K l i m e s z J., N o w a c k i Z.: Opracowanie analogowego urządzenia do badań filtracji nieustalonej - etap II. Raport Instytutu Cybernetyki Technicznej Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1967.

- [67] Ż e b r o w s k i L., J a b ł o ń s k i A., K l i m e s z J., W a s i l e w s k i S.: Możliwości modelowania oraz symulacji procesów odwodnieniowych w górnictwie odkrywkowym. Prace Naukowe Instytutu Górnictwa Politechniki Wrocławskiej nr 18, Konferencje nr 2, Wrocław 1975.
- [68] Ż e b r o w s k i L., G r a n d e k K., H o ł o w n i a M., J a b ł o ń s k i A., K l i m e s z J., S o l n i k W., W a s i l e w s k i S., Z a j d a Z.: Dokumentacja uniwersalnego analizatora siatkowego R-C dla modelowania filtracji nieustalanej. Cz. I, II, III. Raporty 107, 108, 109 Instytutu Cybernetyki Technicznej Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1975.
- [69] Ż e r n o v I.E., Š e c t a k o v V.M.: Modelirovanie filtracji podziemnych vod. Hegpa, Moskva 1971.
- [70] T r a j d o s - W r ó b e l T.: Matematyka dla inżynierów. WNT, Warszawa 1966.
- [71] K u n z i H.P., K r e l l e W.: Nelinejnye programirovanie, Moskva 1965.

Niniejszy komunikat otrzymują:

1. Dział Wydawnictw, Biblioteka Główna	1 egz.
2. Biblioteka Międzyinstytutowa EMI-6,25	1 egz.
3. Archiwum I-6	1 egz.
4. I Z-ca Dyrektora I-6	1 egz.
5. Promotor	1 egz.
6. Recenzenci	2 egz.
7. Instytut Organizacji i Kierowania PAN	1 egz.
8. Centrum Obliczeniowe PAN	1 egz.
9. Instytut Automatyki Politechniki Warszawskiej	1 egz.
10. Instytut Informatyki Politechniki Gdańskiej	1 egz.
11. Instytut Automatyki Politechniki Poznańskiej	1 egz.
12. Instytut Kompleksowych Systemów Sterowania, Gliwice	1 egz.
13. Instytut Górnicztwa Politechniki Wrocławskiej	1 egz.
14. Instytut Inżynierii Sanitarnej Politechniki Krakowskiej	1 egz.
15. COBPGO "Poltegor", Wrocław	1 egz.
16. Zakład Automatyki i Modelowania ICT	3 egz.
17. Zakład Optymalizacji Systemów ICT	1 egz.
18. Zakład Podstaw Cybernetyki ICT	1 egz.
19. Zakład Systemów Cyfrowych ICT	1 egz.
20. Zakład Systemów Informatyki ICT	1 egz.
21. Zakład Systemów Sterowania ICT	1 egz.
22. Zakład Teleinformatyki ICT	1 egz.
23. Zakład Zastosowań Techniki Cyfrowej ICT	1 egz.
24. Autor	4 egz.

Razem: 30 egz.

Symbol UKD Słowny odpowiednik symbolu UKD:

681.32 Maszyny matematyczne

Symbol identyfikacji pracy:

75:Inst.Cybern.T.

Dyscyplina naukowa:

:	Automatyka, Cybernetyka i Informatyka
---	--

PWr

MNSzWIT

Specjalność:

:	Modelowanie cyfrowe i hybrydowe	R	I-6
---	---------------------------------	---	-----

Autor: JABLONSKI Andrzej

T Tytuł pracy: Modelowanie metodami siatek R-C i R-R wybranych procesów o stałych rozłożonych opisywanych quasiliniowym równaniem różniczkowym cząstkowym.

:

ss. 108 rys. 14 tabl. 1 wykr. 8 poz. bibliogr. 71

(w przypadku pracy opublikowanej podać pełny opis bibliograficzny publikacji).

Data zgłoszenia pracy w Urzędzie Patentowym PRL:

:	Nr tematu	Nr zlecenia	Nr archiwum	APW	CINTE
	10101/11	-	I-6/K-285/75	TAK	TAK

Rodzaj pracy: doktorska

Data rozpoczęcia pracy: 09.73

Data zakończenia pracy: 09.75

Promotor (tytuł, nazwisko, imię): doc. Żebrowski Ludwik

Wyniki badań (zastosowane w praktyce – gdzie; przekazane do zastosowania – komu; nadają się do przekazania – komu; stanowią podstawę do dalszych badań; jeśli praca była zamówiona, podać przez kogo):

Glancie

na odwrocie analiza (zachować układ pionowy)

Nazwa modelu (prototypu) urządzenia:

Główne parametry techniczne:

W pracy przedstawiono metody modelowania quasi-liniowych procesów o stałych rozłożonych przy pomocy siatek R-R i R-C. Zaprezentowano zarówno metody bezpośrednie otrzymywania rozwiązania modelowanego procesu /metody: siatki R-C z nieliniowym kondensatorem, siatki R-C z ciągłą modyfikacją warunków początkowych, siatki R-R z węzłowym sprzężeniem zwrotnym/ i metody pośrednie przeznaczone dla hybrydowych systemów obliczeniowych jednorodna siatka R-C /lub R-R/ - maszyna cyfrowa" /metoda siatki R-C z dyskretną modyfikacją warunków początkowych i metoda siatki R-R z korekcją potencjałów węzłowych/. Wszystkie przedstawione metody są zastosowane dla

(miejsce na fotografię)

quasiliniowych równań różniczkowych cząstkowych w obszarach niejednorodnych poddanych transformacji Kirchhoffa. Przedstawiono wyniki przykładu testującego tego wybrane metody modelowania.

słowa kluczowe: modelowanie; zgadnienie brzegowe; równania różniczkowe cząstkowe; równania nieliniowe; transformacja Kirchhoffa; modele siatkowe; &&& system hybrydowy.



C3

Na prawach rękopisu

INSTYTUT CYBERNETYKI TECHNICZNEJ

POLITECHNIKI WROCŁAWSKIEJ

Komunikat nr 286

SYMULACJA CYFROWA MODELI SIATKO-
WYCH WYBRANEGO PROCESU NIELINIO-
WEGO OPISANEGO RÓWNANIEM RÓŻNICZ-
KOWYM CZĄSTKOWYM - PROGRAM I WY-
NIKI OBLICZEŃ

/dodatek do pracy doktorskiej/

Andrzej Jabłoński

Słowa kluczowe: symulacja, modelowanie, równania różniczkowe
cząstkowe, proces nieliniowy, model siatkowy.

Wrocław 1975.

Nr. 3004

mgr inż. Andrzej JABŁOŃSKI

Instytut Cybernetyki Technicznej

Politechniki Wrocławskiej

Wrocław, ul. Janiszewskiego 11/17 - C-3

SPIS TREŚCI

1. PRZEDSTAWIENIE PROBLEMU	4
1.1. Założenia wstępne	4
1.2. Model procesu nieliniowego	4
1.3. Metoda modelowania procesu quasiliniowego	6
2. ORGANIZACJA PROGRAMU	9
2.1. Dane wejściowe	9
2.2. Schemat blokowy programu	10
2.3. Wyprowadzanie wyników obliczeń	12
2.4. Program	14
3. REALIZACJA PROGRAMU	17
3.1. Zestawienie danych wejściowych	17
3.2. Wyniki obliczeń	19
4. LITERATURA	

1. PRZEDSTAWIENIE PROBLEMU

1.1. Założenia wstępne

Niniejsze opracowanie, będące równocześnie dodatkiem do pracy 1, zawiera wyniki praktycznej realizacji wybranych metod modelowania na siatkach R-C i R-R quasiliniowego procesu o stałych rozłożonych. Dla przetestowania wybranych metod, zakłada się określone quasiliniowe równanie różniczkowe cząstkowe, posiadające dokładne rozwiązanie analityczne przy założonych warunkach brzegowych i początkowych. Spośród przedstawionych w [1] metod modelowania na siatkach R-C i R-R wybrano dwie równoważne:

- a/ metoda jednorodnej siatki R-C z dyskretną modyfikacją warunków początkowych,
- b/ metoda jednorodnej siatki R-R z korekcją potencjałów węzłowych.

Ze względu na zasadność podejmowania prac metodologiczno-symulacyjnych przed działaniem konstrukcyjno-technicznym, zastosowano cyfrową symulację siatek, eliminując tym samym udział analizatora siatkowego. Niewielki rozmiar obszaru i nieskomplikowana postać warunków brzegowych powodują dużą prostotę cyfrowej symulacji siatki. Analiza uzyskanych wyników jest zamieszczona w [1].

Przetestowanie pozostałych metod, przedstawionych w [1], wiąże się z budową skomplikowanych urządzeń technicznych.

1.2. Model procesu nieliniowego

Zakłada się quasiliniowe równanie różniczkowe cząstkowe, poddane uprzednio transformacji Kirchhoffa

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} = \frac{2A}{\Theta} \frac{\partial \Theta}{\partial t} \quad 1.1$$

z warunkami brzegowymi:

$$\Theta / 0, t / = \Theta / S, t / = 0 \quad 1.2$$

i warunkiem początkowym:

$$\Theta / x, 0 / = A / Sx - x^2 / \quad 1.3$$

przy czym: A - współczynnik równania

S - wymiar obszaru

Zadanie polega na określeniu rozwiązania nieliniowego równania 1.1 i jego porównaniu z wynikami znanego rozwiązania analitycznego o postaci:

$$\Theta / x, t / = \frac{A}{1+t} / Sx - x^2 / \quad 1.4$$

Ze względu na symetrię problemu zadanie rozwiązuje się dla obszaru $x \in [0, S/2]$. W związku z tym warunki brzegowe przyjmą postać:

$$\Theta / 0, t / = 0 ; \quad \left. \frac{\partial \Theta}{\partial n} \right|_{x=S/2} = 0 \quad 1.5$$

Z kolei przyjmuje się współczynniki analogii α_V, α_τ o przykładowych wartościach $\alpha_V = \alpha_\tau = 1$ i dyskretyzuje równanie 1.1 do postaci:

$$V_{i+1} + V_{i-1} - 2V_i = \frac{2A}{V_i} h^2 \frac{\partial V_i}{\partial \tau} ; \quad i = 1, \dots, n \quad 1.6$$

z warunkami brzegowymi:

$$V_0 / \tau / = 0 ; \quad \left. \frac{\partial V_i}{\partial n} \right|_{x_i = x_n} = 0 \quad 1.7$$

i warunkiem początkowym:

$$V_i / \tau = A / S x_i - x_i^2 / ; \quad i = 0, 1, \dots, n \quad 1.8$$

przy czym: α_V - współczynnik analogii potencjału,

α_T - współczynnik analogii czasu,

V_i - potencjał węzłowy siatki,

τ - czas modelowy.

Rozwiązanie analityczne przyjmuje postać:

$$V_i / \tau = \frac{A}{1 + \alpha} / S x_i - x_i^2 / ; \quad i = 0, 1, \dots, n \quad 1.9$$

Tak zdyskretyzowany obszar /połowa całości/ zawiera /n+1/ węzłów, przy czym "n" określa się jako:

$$n = \frac{S}{2 \cdot h} \quad 1.10$$

Równocześnie przyjmuje się stały krok czasowy $\Delta \tau_{k,k+1} = P$, umożliwiając określenie czasu jako wielokrotność kroku czasowego

$$\tau_k = k \cdot P \quad k = 0, 1, \dots, m \quad 1.11$$

Ze względu na dogodność zapisu numerycznego warunek początkowy i rozwiązanie analityczne przedstawia się w postaci:

$$V_i^k = \frac{A}{1+k \cdot P} \left[S h i - /h i /^2 \right] ; \quad i = 0, 1, \dots, n \quad 1.12$$

$$k = 0, 1, \dots, m$$

Należy zauważyć, że warunek początkowy jest szczególnym przypadkiem rozwiązania analitycznego dla $k = 0$.

1.3. Metoda modelowania procesu quasiliniowego

Wymienione w p. 1.1 dwie metody modelowania można uznać za rów-

noważne ze względu na podobieństwo poszczególnych etapów ich realizacji. Stąd w niniejszym opracowaniu wprowadzono jednolitą formę algorytmu metody, dogodną dla symulacji cyfrowej modeli siatkowych. W komentarzu programu operuje się nazwą metody jako: METODA KOREKCJI. Rozwiązanie zadania nieliniowego prezentowaną metodą jest dwuetapowe. Na wstępie rozwiązuje się zagadnienie liniowe na jednorodnym modelu siatkowym wykonując krok czasowy o określonej długości, startując z warunków początkowych równych wartościom rozwiązania zadania nieliniowego dla tej chwili czasu. Następnie korzystając z informacji o rozkładzie początkowym, rozkładzie rozwiązania liniowego po wykonaniu kroku czasowego i postaci funkcji nieliniowej równania, wyznacza się na drodze numerycznej poszukiwaną wartość rozwiązania nieliniowego /po wykonaniu kroku czasowego/.

Uogólniony algorytm metody ma postać:

$$\int_{V_i^k}^{V_i^{k+1}} g/c_v \cdot V_i, x_i / dV_i = /V_i^{k+1} - V_i^k / - \frac{\Delta \bar{t}_{k,k+1}}{2h^2} /V_{i+1}^{k+1} - V_{i+1}^k / + \\ + /V_{i-1}^{k+1} - V_{i-1}^k / - 2/V_i^{k+1} - V_i^k / \quad 1.13$$

przy czym: V_i^k - rozwiązanie /potencjał/ zadania nieliniowego dla chwili "k"

V_i^k - rozwiązanie /potencjał/ zadania liniowego dla chwili "k"

$$g/c_v \cdot V_i, x_i / = 2A/V \text{ dla 1.1.}$$

Poszukiwana wartość rozwiązania t.zn. V_i^{k+1} jest określana na drodze iteracyjnej /j - wskaźnik iteracji/, co dla zadania 1.6 i algorytmu 1.13 prowadzi do wyrażenia:

$${}^{j+1}V_i^{k+1} = V_i^k \exp \left\{ \frac{1}{2A} \left[V_i^{k+1} - V_i^k - \frac{P}{2h^2} /V_{i+1}^{k+1} - V_{i+1}^k / + \right. \right. \\ \left. \left. + /V_{i-1}^{k+1} - V_{i-1}^k / - 2/V_i^{k+1} - V_i^k / \right] \right\} \quad 1.14$$

dla: $i = 1, \dots, n$; $k = 0, 1, \dots, m$

Wprowadzając dla uproszczenia zapisu i organizacji programu wielkość $j_{E_i}^{k+1}$ określoną jako:

$$j_{E_i}^{k+1} = V_i^{k+1} - j_{V_i}^{k+1} \quad 1.15$$

algorytm wyznaczania rozwiązania nieliniowego ma postać:

$$j^{+1}V_i^{k+1} = V_i^k \exp \left\{ \frac{1}{2A_i} \left[V_i^{k+1} - V_i^k - \frac{P}{2h^2} / j_{E_{i+1}}^{k+1} + j_{E_{i-1}}^{k+1} - 2j_{E_i}^{k+1} / \right] \right\} \quad 1.16$$

dla: $i = 1, \dots, n$; $k = 0, 1, \dots, m$

Procedura iteracyjna rozpoczyna się od przyjęcia

$$o_{E_i}^{k+1} = 0 \quad \text{dla } i = 1, \dots, n \quad 1.17$$

$$k = 0, 1, \dots, m$$

a kończy po osiągnięciu:

$$\left| j^{+1}V_i^{k+1} - j_{V_i}^{k+1} \right| < D \quad \text{dla } i = 1, \dots, n \quad 1.18$$

$$k = 0, 1, \dots, m$$

$$D > 0$$

Symulacja cyfrowa jednorodnej siatki dla otrzymania rozwiązania liniowego może być w prosty sposób dokonana przy pomocy schematu różnicowego jawnego:

$$V_i^{k+1} = V_i^k + \frac{P}{h^2} / V_{i+1}^k + V_{i-1}^k - 2V_i^k / \quad \text{dla } i = 1, \dots, n \quad 1.19$$

wymagającego spełnienia warunku zbieżności:

$$\frac{P}{h^2} \leq \frac{1}{2} \quad 1.20$$

oraz określenia wartości potencjałów węzłowych:

$$V_o^k = 0; \quad V_{n-1}^k = V_{n+1}^k \quad \text{dla } k = 0, 1, \dots, m \quad 1.21$$

Zbieżność procedury iteracyjnej jest stwierdzona empirycznie i porównywana z wynikiem oszacowania zawartym w [1].

Niedokładność metody modelowania względem rozwiązania analitycznego zadania określają:

- błąd bezwzględny rozumiany jako:

$$W_i^{k+1} = V_{i,analit.}^{k+1} - V_i^{k+1} \quad 1.22$$

- błąd względny procentowy:

$$U_i^{k+1} = \frac{V_{i,analit.}^{k+1} - V_i^{k+1}}{V_{i,analit.}^{k+1}} \cdot 100\% \quad 1.23$$

2. ORGANIZACJA PROGRAMU

2.1. Dane wejściowe

Dla spełnienia wymagań stawianych przez język programowania /ALGOL/ maszyny cyfrowej, przy realizacji programu wprowadza się następującą notację:

$n = N; \quad m = M; \quad i = I; \quad j = J; \quad k = K; \quad h = H; \quad V' = L;$
 $V = Y; \quad V_{analit.} = F; \quad x = X; \quad \tau = T.$

Program wymaga wprowadzenia danych w następującej kolejności:

N H M P S A D

przy czym:

- N - ilość węzłów wewnętrznych,
- H - skok dyskretyzacji obszaru,
- M - ilość kroków czasowych,
- P - długość kroku czasowego,
- S - wymiar całego obszaru,
- A - współczynnik równania,
- D - dokładność iteracji.

Wartości N,M,S są typu INTEGER, natomiast H,P,A,D typu REAL. Dane wejściowe są umieszczane na karcie perforowanej.

Program umożliwia realizację w pętli serii dowolnej ilości wariantów danych wejściowych. Każdorazowo serię kart z danymi należy poprzedzić kartą informującą o ilości kart /wariantów/ w serii, a zakończyć kartą z symbolem "*****".

Dane testujące dobiera się zgodnie z technicznymi możliwościami rzeczywistych analizatorów siatkowych, co wiąże się z ograniczeniami:

$$L, Y, F \leq 1000/mV/ \text{ oraz } P \geq 0,01 /sek/$$

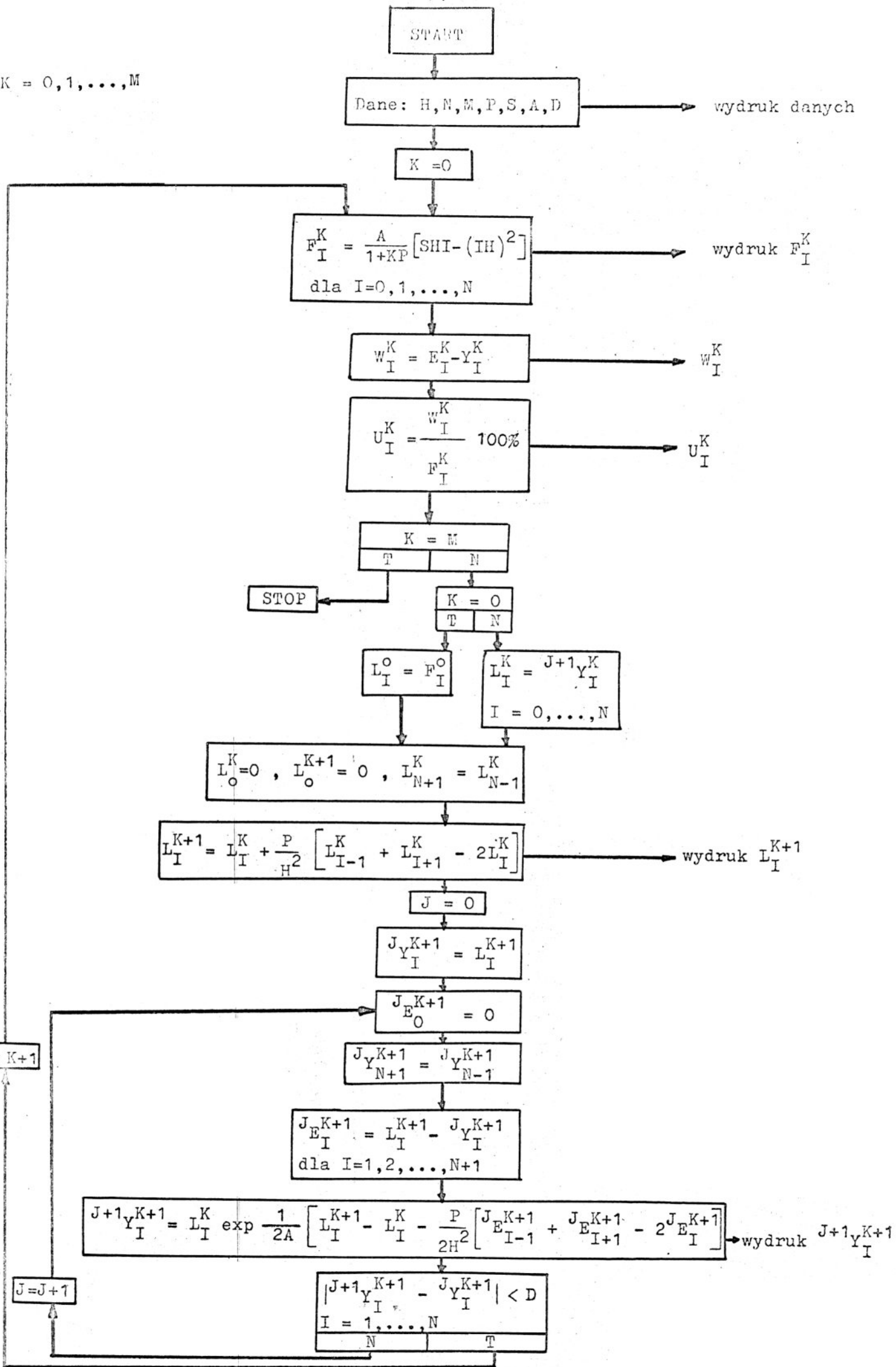
2.2. Schemat blokowy programu

Schemat blokowy, a w konsekwencji program powinien zawierać:

- a/ obliczenia rozwiązania analitycznego,
- b/ symulację liniowego modelu siatkowego,
- c/ obliczenia zgodnie z podanym algorytmem,
- d/ porównanie bezwzględne i względne wyników analitycznych i zastosowanej metody,
- e/ raportowanie historii procedury iteracyjnej,
- f/ raportowanie ilości zużytego czasu maszynowego,
- g/ tabelaryzację wyników.

Rys. 2.1 przedstawia uproszczony schemat blokowy programu.

$K = 0, 1, \dots, M$



Rys. 2.1. Schemat blokowy programu symulacji cyfrowej.

2.3. Wyprowadzanie wyników obliczeń

Otrzymane wyniki obliczeń wyprowadza się na drukarkę wierszową.

Każdorazowo po wykonaniu zadania wydruk zawiera:

- a/ komentarz określający rozwiązywane zadanie i metodę,
- b/ wykaz i określenie danych wejściowych zadania,
- c/ tabelaryzację współrzędnej przestrzennej /numery węzłów - x/
- d/ tabelaryzację warunków początkowych zadania $/F_i^0/$,
- e/ informację o chwili czasowej, dla której rozwiązuje się zadanie /współrzędna czasowa - T/,
- f/ tabelaryzację rozwiązania liniowego $/L_i^{k+1}/$,
- g/ tabelaryzację wyników kolejnych iteracji $/jY_i^{k+1}/$,
- h/ tabelaryzację rozwiązania analitycznego $/F_i^k/$,
- i/ tabelaryzację błędu bezwzględnego $/W_i^k/$,
- j/ tabelaryzację błędu względnego $/U_i^k/$,
- k/ informację o ilości wykorzystanego czasu maszynowego.

Rys. 2.2 przedstawia graficzny układ wyprowadzanych wyników.

NIELINIOWE ZAGADNIENIE BRZEGOWE - METODA KOREKЦИИ

RÓWNANIE: $DDX/F/ = 2A:F$ $DT/F/$

DANE:

ILOŚĆ WĘZŁÓW: $N+1$ $N =$ DYSKRETYZACJA OBSZARU: H $H =$ ILOŚĆ KROKÓW CZASOWYCH: M $M =$ DYSKRETYZACJA CZASU: P $P =$ WYMIAR OBSZARU: $S/2$ $S =$ WSPÓŁCZYNNIK RÓWNANIA: $2A$ $A =$ DOKŁADNOŚĆ ITERACJI: D $D =$ $X =$ $F/X, O/ =$ $W/X, O/ =$ $U/X, O/ =$  $T = K \cdot P$ SEK $L/X, K/ =$ $Y/X, K/ =$ $F/X, K/ =$ $W/X, K/ =$ $U/X, K/ =$

CZAS OBLICZEŃ = SEK

2.4. Program

```

3/56/56          09/09/75          COMPILED BY XALT MK1, 5
TATEMENT
0      'LIST'(LP)
0      'PROGRAM'(NZBM)
0      'INPUT' 1=CR0
0      'OUTPUT' 2=LPO
0      'TRACE' 2
0
0      'BEGIN'
1      'INTEGER' 'PROCEDURE' SECONDS;
1      'EXTERNAL';
1
1      'INTEGER' I,J,K,L1,LD,M,N,S,S1,S2,Q;
2      'REAL' P,A,D,H;
3      SELECT INPUT(1); SELECT OUTPUT(2);
6      LD:=READ;
7      'FOR' L1:=1 'STEP' 1 'UNTIL' LD 'DO'
8      'BEGIN'
8      S1:=SECONDS;
10     M:=READ;
11     H:=READ;
12     N:=READ;
13     P:=READ;
14     S:=READ;
15     A:=READ;
16     D:=READ;
17     'BEGIN'
17     'ARRAY' W,U,E,L,B,F,Y[0:M+1,0:N+1];
17     WRITETEXT('('('('5C10S')N%I%F%L%I%N%I%O%W%E%Z%A%G%A%D%N%I%F%N%I%F%
18     %B%R%Z%F%G%O%W%E%-%%M%F%T%O%D%A%%K%O%R%F%K%C%J%I('2C8S')'ROWNA
18     NIE%:%DDX(F)%=%2A%;%F%*%DT(F)('2C8S')'DANE%:'('2C5S')'ILOSC%
18     %WEZLOW%:ZN%+%1%%N%='))');
19     PRINT(N,2,0);
20     WRITETEXT('('('('2C5S')'DYSKRETYZACJA%OBSZARU;%H%%H%='))');
21     PRINT(H,2,1);
22     WRITETEXT('('('('2C5S')'ILOSC%KROKOW%ZASOWYCH;%M%%M%='))');
23     PRINT(M,2,0);
24     WRITETEXT('('('('2C5S')'DYSKRETYZACJA%ZASU;%P%%P%='))');
25     PRINT(P,2,4);
26     WRITETEXT('('('('2C5S')'WYMIAR%OBSZARU;%S/2%%S%='))');
27     PRINT(S,2,0);
28     WRITETEXT('('('('2C5S')'WSPOLCZYNNIK%ROWNANIA;%2A%%A%='))');
29     PRINT(A,2,1);
30     WRITETEXT('('('('2C5S')'DOKLADNOSC%ITERACJI;%D%%D%='))');
31     PRINT(D,2,1);
32     K:=0;
33     WRITETEXT('('('('2C5S')'X%%N%='))');
34     'FOR' I:=1 'STEP' 1 'UNTIL' N 'DO'
35     PRINT(I,7,0);
36     ET3:WRITETEXT('('('('2C5S')'F(X,')');
37     PRINT(Y,2,0);
38     WRITETEXT('(')%='));
39     'FOR' I:=1 'STEP' 1 'UNTIL' N 'DO'
40     'BEGIN'
40     IY,I1:=((I+Y*(D)))/(I+Y*(D));
42     PRINT(IY,I1,A,2);
43     'END';

```

```

44 WRITE TEXT(' (' ('2C5S') 'U(X,') ');
45 PRINT(K,2,0);

46 WRITE TEXT(' (' (') %=%%) ');
47 'FOR' I:=1 'STEP' 1 'UNTIL' N 'DO'
48 'BEGIN'
48 Y[0,I]:=F[0,I];
50 ULK,I]:=(F[K,I]-Y[K,I])/F[K,I]*100;
51 WLK,I]:=F[K,I]-Y[K,I];
52 PRINT(WLK,I),4,2);
53 'END';
54 WRITE TEXT(' (' ('2C5S') 'U(X,') ');
55 PRINT(K,2,0);
56 WRITE TEXT(' (' (') %=%%) ');
57 'FOR' I:=1 'STEP' 1 'UNTIL' N 'DO'
58 'BEGIN'
58 PRINT(ULK,I),3,2);
60 PRINTCH(21);
61 'END';
62 'IF' K=M 'THEN' 'GO TO' ET1;
63 'IF' K=0 'THEN'
63 'BEGIN'
63 'FOR' I:=1 'STEP' 1 'UNTIL' N 'DO'
65 L[0,I]:=F[0,I];
66 'END'
66 'ELSE' 'FOR' I:=0 'STEP' 1 'UNTIL' N 'DO'
67 L[K,I]:=Y[K,I];
68 L[K,0]:=L[K+1,0]:=0.0;
69 L[K,N+1]:=L[K,N-1];
70 WRITE TEXT(' (' ('3C8S') 'T %=%%) ');
71 PRINT((K+1)*P,2,4);
72 WRITE TEXT(' (' (% %SEK ('3C5S') 'L(X,') ');
73 PRINT((K+1),2,0);
74 WRITE TEXT(' (' (') %=%%) ');
75 'FOR' I:=1 'STEP' 1 'UNTIL' N 'DO'
76 'BEGIN'
76 L[K+1,I]:=L[K,I]+P/(H*H)*(L[K,I-1]+L[K,I+1]-2*(L[K,I]));
78 PRINT(L[K+1,I],4,2);
79 'END';
80 L[K+1,N+1]:=L[K+1,N-1];
81 J:=0;
82 'FOR' I:=0 'STEP' 1 'UNTIL' N 'DO'
83 Y[K+1,I]:=L[K+1,I];
84 ET2: 'IF' J 'GT' 10 'THEN'
84 'BEGIN'
84 K:=K+1;
86 'GO TO' ET3;
87 'END';
88 'FOR' I:=0 'STEP' 1 'UNTIL' N 'DO'
89 BLK+1,I]:=Y[K+1,I];
90 E[K+1,0]:=0.0;
91 B[K+1,N+1]:=Y[K+1,N+1]:=Y[K+1,N-1];
92 'FOR' I:=1 'STEP' 1 'UNTIL' N+1 'DO'
93 E[K+1,I]:=L[K+1,I]-Y[K+1,I];
94 NEWLINE(2);
95 SPACE(5);
96 WRITE TEXT(' (' ('Y(X,') ');
97 PRINT((K+1),2,0);
98 WRITE TEXT(' (' (') %=%%) ');

```



```

99      'FOR' I:=1 'STEP' 1 'UNTIL' N 'DO'
100     'BEGIN'
100     Y[K+1,I]:=L[K,I]*EXP(1/(2*A)*(L[K+1,I]-L[K,I]-P/(2*H*H)*
101     (E[K+1,I-1]+E[K+1,I+1]-2*E[K+1,I])));

102     PRINT(Y[K+1,I],4,2);
103     'END';
104     'FOR' I:=1 'STEP' 1 'UNTIL' N 'DO'
105     'IF' ABS(Y[K+1,I]-B[K+1,I]) 'GE' D 'THEN'
106     'BEGIN'
107     J:=J+1;
107     'GO TO' ET2;
108     'END';
109     K:=K+1;
110     'GO TO' ET3;
111     S2:=SECONDS;
112     S2:=S2-S1;
113     WRITETEXT('(','(5C5S)'CZAS%OBLICZEN%=%%''););
114     PRINT(S2,4,0);
115     WRITETEXT('(','%%SEK'')');
116     'END';
117     'END' SERII;
118     'END' PROGRAMU;

```

3. REALIZACJA PROGRAMU

3.1. Zestawienie danych wejściowych

I seria:

N	5	5	5	5	5	5	5
H	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.
M	30	30	30	30	40	40	50
P	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07
S	10	10	10	10	10	10	10
A	40.	40.	40.	40.	40.	40.	40.
D	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.

/str./

II seria:

N	8	8	8	8	8	8	8
H	0.625	0.625	0.625	0.625	0.625	0.625	0.625
M	30	30	30	30	30	30	30
P	0.01	0.015	0.0175	0.02	0.0225	0.025	0.0275
S	10	10	10	10	10	10	10
A	40.	40.	40.	40.	40.	40.	40.
D	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.

/str./

III seria:

N	10	10	10	10
H	0.5	0.5	0.5	0.5
M	30	30	30	30
P	0.01	0.0125	0.015	0.0175
S	10	10	10	10
A	40.	40.	40.	40.
D	1.	1.	1.	1.

/str./

IV seria:

N	5	5	5	5	5
H	2.	2.	2.	2.	2.
M	30	30	30	30	30
P	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
S	20	20	20	20	20
A	10.	10.	10.	10.	10.
D	1.	1.	1.	1.	1.

/str./

V seria:

N	5	5	5	5	5
H	4.	4.	4.	4.	4.
M	30	30	30	30	30
P	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
S	40	40	40	40	40
A	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5
D	1.	1.	1.	1.	1.

/str./

ROZWIĄZANIE : $DDX(F) = ZA : F * DT(0)$

DANE :

- LIŚCIE WZŁOW : $N + 1$ $N = 5$
- WYSKRETYZACJA OBSZARU : H $H = 1.0$
- LIŚCIE KROKÓW CZASOWYCH : M $M = 30$
- WYSKRETYZACJA CZASU : P $P = 0.0100$
- WYMIAR OBSZARU : $S/2$ $S = 1.0$
- WSPÓŁCZYNNIK ROZWIĄZANIA : ZA $A = 40.0$
- WYŁADKOWOŚĆ ITERACJI : D $D = 1.0$

X	1	2	3	4	5
$F(X, 0)$	560.00	640.00	840.00	960.00	1000.00
$U(X, 0)$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
$U(X, 0)$	0.00 %	0.00 %	0.00 %	0.00 %	0.00 %

T = 0.0100 SEK

$F(X, 1)$	559.20	639.20	839.20	959.20	999.20
$Y(X, 1)$	550.42	633.63	831.64	950.45	990.05
$Y(X, 1)$	550.42	633.64	831.68	950.50	990.10
$F(X, 1)$	550.44	633.66	831.68	950.50	990.10
$U(X, 1)$	0.02	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00
$U(X, 1)$	0.00 %	-0.00 %	-0.00 %	-0.00 %	-0.00 %

T = 0.0200 SEK

$F(X, 2)$	559.63	639.87	839.89	949.70	989.31
$Y(X, 2)$	552.91	627.42	823.49	941.13	980.34
$Y(X, 2)$	552.91	627.45	823.53	941.18	980.39
$F(X, 2)$	552.94	627.45	823.53	941.18	980.39
$U(X, 2)$	0.03	0.00	-0.00	-0.00	-0.00
$U(X, 2)$	0.01 %	0.00 %	-0.00 %	-0.00 %	-0.00 %

T = 0.0300 SEK

$F(X, 3)$	552.12	626.67	822.75	940.39	979.61
$Y(X, 3)$	549.47	621.33	815.49	931.99	970.83
$Y(X, 3)$	549.47	621.36	815.53	932.04	970.87
$F(X, 3)$	549.51	621.36	815.53	932.04	970.87
$U(X, 3)$	0.05	0.00	0.00	-0.00	-0.00
$U(X, 3)$	0.01 %	0.00 %	0.00 %	-0.00 %	-0.00 %

T = 0.0400 SEK

$F(X, 4)$	540.69	620.58	814.76	931.26	970.10
$Y(X, 4)$	540.09	615.35	807.65	923.03	961.49
$Y(X, 4)$	540.09	615.38	807.69	923.08	961.54
$F(X, 4)$	540.15	615.38	807.69	923.08	961.54
$U(X, 4)$	0.06	0.01	0.00	-0.00	-0.00
$U(X, 4)$	0.02 %	0.00 %	0.00 %	-0.00 %	-0.00 %

T = 0,0500		SEK				
L(X, 5)) =	343,53	614,61	806,92	922,31	960,77
Y(X, 5)) =	342,79	609,49	799,96	914,24	952,34
Y(X, 5)) =	342,79	609,51	800,00	914,29	952,38
F(X, 5)) =	342,86	609,52	800,00	914,29	952,38
U(X, 5)) =	0,07	0,01	0,00	-0,00	-0,00
U(X, 5)) =	0,02 %	0,00 %	0,00 %	-0,00 %	-0,00 %

T = 0,0600		SEK				
L(X, 6)) =	342,03	608,75	799,24	913,52	951,62
Y(X, 6)) =	337,54	603,73	792,42	905,62	943,35
Y(X, 6)) =	337,54	603,76	792,45	905,66	943,40
F(X, 6)) =	337,62	603,77	792,45	905,66	943,40
U(X, 6)) =	0,08	0,01	0,00	-0,00	-0,00
U(X, 6)) =	0,02 %	0,00 %	0,00 %	-0,00 %	-0,00 %

T = 0,0700		SEK				
L(X, 7)) =	330,79	603,01	791,70	904,91	942,64
Y(X, 7)) =	330,36	598,09	785,01	897,16	934,54
Y(X, 7)) =	330,36	598,11	785,04	897,20	934,58
F(X, 7)) =	330,45	598,13	785,05	897,20	934,58
U(X, 7)) =	0,09	0,02	0,00	0,00	-0,00
U(X, 7)) =	0,03 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	-0,00 %

T = 0,0800		SEK				
L(X, 8)) =	330,61	597,37	784,30	896,45	933,83
Y(X, 8)) =	330,24	592,55	777,74	888,85	925,89
Y(X, 8)) =	330,23	592,57	777,77	888,89	925,93
F(X, 8)) =	330,33	592,59	777,78	888,89	925,93
U(X, 8)) =	0,10	0,02	0,00	0,00	-0,00
U(X, 8)) =	0,03 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	-0,00 %

T = 0,0900		SEK				
L(X, 9)) =	324,50	591,83	777,03	888,15	925,19
Y(X, 9)) =	330,17	587,11	770,60	880,70	917,39
Y(X, 9)) =	330,17	587,13	770,64	880,73	917,43
F(X, 9)) =	330,28	587,16	770,64	880,73	917,43
U(X, 9)) =	0,11	0,02	0,01	0,00	-0,00
U(X, 9)) =	0,03 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	-0,00 %

T = 0,1000		SEK				
L(X, 10)) =	327,44	586,40	769,90	880,00	916,70
Y(X, 10)) =	327,16	581,77	763,60	872,69	909,05
Y(X, 10)) =	327,16	581,79	763,63	872,73	909,09
F(X, 10)) =	327,27	581,82	763,64	872,73	909,09
U(X, 10)) =	0,11	0,03	0,01	0,00	-0,00
U(X, 10)) =	0,03 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	-0,00 %

T = 0,1100		SEK				
$L(X, 11)$	=	520.43	581.06	762.90	872.00	900.56
$Y(X, 11)$	=	524.21	576.52	756.72	864.83	900.86
$\bar{Y}(X, 11)$	=	524.21	576.54	756.75	864.86	900.90
$F(X, 11)$	=	524.32	576.58	756.76	864.86	900.90
$U(X, 11)$	=	0.12	0.03	0.01	0.00	0.00
$U(X, 11)$	=	0.04	% 0.01	% 0.00	% 0.00	% 0.00

T = 0,1200		SEK				
$L(X, 12)$	=	525.49	575.82	756.03	864.14	900.18
$Y(X, 12)$	=	521.51	571.37	749.96	857.11	892.82
$\bar{Y}(X, 12)$	=	521.30	571.39	749.99	857.14	892.86
$F(X, 12)$	=	521.63	571.43	750.00	857.14	892.86
$U(X, 12)$	=	0.12	0.04	0.01	0.00	0.00
$U(X, 12)$	=	0.04	% 0.01	% 0.00	% 0.00	% 0.00

T = 0,1300		SEK				
$L(X, 13)$	=	520.59	570.68	749.28	856.43	892.14
$Y(X, 13)$	=	516.66	566.31	743.32	849.52	884.92
$\bar{Y}(X, 13)$	=	516.45	566.33	743.35	849.56	884.96
$F(X, 13)$	=	516.58	566.37	743.36	849.56	884.96
$U(X, 13)$	=	0.13	0.04	0.01	0.00	0.00
$U(X, 13)$	=	0.04	% 0.01	% 0.00	% 0.00	% 0.00

T = 0,1400		SEK				
$L(X, 14)$	=	517.75	565.62	742.64	848.85	884.25
$Y(X, 14)$	=	513.66	561.34	736.80	842.07	877.16
$\bar{Y}(X, 14)$	=	513.66	561.36	736.83	842.10	877.19
$F(X, 14)$	=	513.70	561.40	736.84	842.11	877.19
$U(X, 14)$	=	0.13	0.04	0.01	0.00	0.00
$U(X, 14)$	=	0.04	% 0.01	% 0.00	% 0.00	% 0.00

T = 0,1500		SEK				
$L(X, 15)$	=	514.96	560.66	736.13	841.40	874.49
$Y(X, 15)$	=	512.91	556.45	730.39	834.75	869.53
$\bar{Y}(X, 15)$	=	512.91	556.48	730.42	834.78	869.56
$F(X, 15)$	=	513.04	556.52	730.43	834.78	869.57
$U(X, 15)$	=	0.14	0.05	0.01	0.00	0.00
$U(X, 15)$	=	0.04	% 0.01	% 0.00	% 0.00	% 0.00

T = 0,1600		SEK				
$L(X, 16)$	=	512.21	555.78	729.72	834.08	868.87
$Y(X, 16)$	=	510.21	551.65	724.09	827.55	862.03
$\bar{Y}(X, 16)$	=	510.20	551.67	724.12	827.58	862.07
$F(X, 16)$	=	510.34	551.72	724.14	827.59	862.07
$U(X, 16)$	=	0.14	0.05	0.02	0.00	0.00
$U(X, 16)$	=	0.05	% 0.01	% 0.00	% 0.00	% 0.00

T =	0,1700	SFK				
L(X, 17)) =	307,52	550,98	727,43	826,89	861,38
Y(X, 17)) =	307,55	546,94	717,90	820,48	854,67
V(X, 17)) =	307,55	546,96	717,93	820,51	854,70
F(X, 17)) =	307,69	547,01	717,95	820,51	854,70
W(X, 17)) =	0,15	0,05	0,02	0,01	0,00
U(X, 17)) =	0,05	% 0,01	% 0,00	% 0,00	% 0,00

T =	0,1800	SFK				
L(X, 18)) =	300,87	546,27	717,25	819,82	854,01
Y(X, 18)) =	304,94	542,30	711,82	813,52	847,47
V(X, 18)) =	304,94	542,32	711,84	813,55	847,45
F(X, 18)) =	302,08	542,37	711,86	813,56	847,46
W(X, 18)) =	0,15	0,06	0,02	0,01	0,00
U(X, 18)) =	0,05	% 0,01	% 0,00	% 0,00	% 0,00

T =	0,1900	SFK				
L(X, 19)) =	304,26	541,64	711,17	812,87	846,78
Y(X, 19)) =	307,37	537,74	705,84	806,69	840,30
V(X, 19)) =	307,37	537,76	705,86	806,72	840,33
F(X, 19)) =	302,52	537,82	705,88	806,72	840,34
W(X, 19)) =	0,15	0,06	0,02	0,01	0,00
U(X, 19)) =	0,05	% 0,01	% 0,00	% 0,00	% 0,00

T =	0,2000	SFK				
L(X, 20)) =	301,70	537,08	705,19	806,04	839,66
Y(X, 20)) =	299,85	533,25	699,95	799,96	833,30
V(X, 20)) =	299,85	533,27	699,98	799,99	833,33
F(X, 20)) =	300,00	533,33	700,00	800,00	833,33
W(X, 20)) =	0,15	0,06	0,02	0,01	0,00
U(X, 20)) =	0,05	% 0,01	% 0,00	% 0,00	% 0,00

T =	0,2100	SFK				
L(X, 21)) =	297,18	532,60	699,31	799,32	832,66
Y(X, 21)) =	297,37	528,84	694,17	793,35	826,41
V(X, 21)) =	297,36	528,86	694,19	793,38	826,44
F(X, 21)) =	297,52	528,93	694,21	793,39	826,45
W(X, 21)) =	0,16	0,06	0,03	0,01	0,01
U(X, 21)) =	0,05	% 0,01	% 0,00	% 0,00	% 0,00

T =	0,2200	SFK				
L(X, 22)) =	290,71	528,20	693,53	792,72	825,78
Y(X, 22)) =	294,93	524,51	688,47	786,85	819,64
V(X, 22)) =	294,92	524,52	688,50	786,87	819,67
F(X, 22)) =	292,08	524,59	688,52	786,89	819,67
W(X, 22)) =	0,16	0,07	0,03	0,01	0,01
U(X, 22)) =	0,05	% 0,01	% 0,00	% 0,00	% 0,00

T = 0,2500 SFK

L(x, 23)	=	296,27	520,27	687,34	786,22	819,01
Y(x, 23)	=	296,53	520,24	687,38	786,45	819,97
V(x, 23)	=	296,52	520,26	687,20	786,48	819,00
F(x, 23)	=	296,28	520,33	687,93	786,49	819,01
U(x, 23)	=	0,16	0,07	0,03	0,01	0,01
U(x, 23)	=	0,06 %	0,01 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %

T = 0,2400 SFK

L(x, 24)	=	297,68	519,61	682,25	779,83	812,35
Y(x, 24)	=	298,16	516,04	677,37	774,16	806,42
V(x, 24)	=	298,16	516,06	677,39	774,18	806,44
F(x, 24)	=	298,32	516,13	677,42	774,19	806,45
U(x, 24)	=	0,16	0,07	0,03	0,01	0,01
U(x, 24)	=	0,06 %	0,01 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %

T = 0,2500 SFK

L(x, 25)	=	287,52	515,41	676,74	773,54	805,80
Y(x, 25)	=	287,54	511,91	671,95	767,96	799,97
V(x, 25)	=	287,84	511,93	671,97	767,99	799,99
F(x, 25)	=	288,00	512,00	672,00	768,00	800,00
U(x, 25)	=	0,16	0,07	0,03	0,01	0,01
U(x, 25)	=	0,06 %	0,01 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %

T = 0,2600 SFK

L(x, 26)	=	287,20	511,29	671,33	767,35	799,35
Y(x, 26)	=	285,55	507,84	666,61	761,87	793,62
V(x, 26)	=	285,55	507,86	666,63	761,89	793,64
F(x, 26)	=	285,71	507,94	666,67	761,90	793,65
U(x, 26)	=	0,16	0,08	0,03	0,01	0,01
U(x, 26)	=	0,06 %	0,01 %	0,01 %	0,00 %	0,00 %

T = 0,2800 SFK

L(x, 29)	=	280,46	499,29	655,59	749,36	780,61
Y(x, 29)	=	278,00	496,03	651,10	744,15	775,16
V(x, 29)	=	278,90	496,04	651,12	744,17	775,18
F(x, 29)	=	279,07	496,12	651,16	744,19	775,19
U(x, 29)	=	0,17	0,08	0,04	0,02	0,01
U(x, 29)	=	0,06 %	0,02 %	0,01 %	0,00 %	0,00 %

T = 0,3000 SFK

L(x, 30)	=	278,28	495,42	650,50	743,55	774,56
Y(x, 30)	=	278,76	492,21	646,00	738,42	769,19
V(x, 30)	=	278,75	492,22	646,11	738,44	769,22
F(x, 30)	=	278,92	492,31	646,15	738,46	769,23
U(x, 30)	=	0,17	0,08	0,04	0,02	0,01
U(x, 30)	=	0,06 %	0,02 %	0,01 %	0,00 %	0,00 %

N I E L I N I O W E Z A G A D N I E N I E B R Z E G O W E - M E T O D A K O E F I
R O W N A N I E : $DDX(F) = 2A : F * DT(F)$

DANE :

LICZBA WZGLOW : $N + 1$ $N = 5$
 DYSKRETYZACJA PRZESZKONY : H $H = 1.0$
 LICZBA KROKOW CZASOWYCH : M $M = 30$
 DYSKRETYZACJA CZASU : P $P = 0.0200$
 WYMIAR PRZESZKONY : $S/2$ $S = 10$
 WSPOLCZYNNIK PRZESZKONY : $2A$ $A = 40.0$
 DOKLADNOSC ITERACJI : D $D = 1.0$

X	=	1	2	3	4	5
$F(X, 0)$	=	360.00	640.00	840.00	960.00	1000.00
$U(X, 0)$	=	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
$U(X, 0)$	=	0.00 %	0.00 %	0.00 %	0.00 %	0.00 %

T = 0,0200 SEK

$L(X, 1)$	=	350.40	638.40	838.40	958.40	998.40
$Y(X, 1)$	=	352.87	627.53	823.37	940.99	980.20
$Y(X, 1)$	=	352.87	627.45	823.53	941.18	980.39
$F(X, 1)$	=	352.04	627.45	823.53	941.18	980.39
$U(X, 1)$	=	0.07	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00
$U(X, 1)$	=	0.02 %	-0.00 %	-0.00 %	-0.00 %	-0.00 %

T = 0,0400 SEK

$L(X, 2)$	=	351.31	625.88	821.96	939.61	978.82
$Y(X, 2)$	=	340.03	615.26	807.54	922.90	961.36
$Y(X, 2)$	=	340.03	615.38	807.69	923.08	961.54
$F(X, 2)$	=	340.15	615.38	807.69	923.08	961.54
$U(X, 2)$	=	0.13	0.01	-0.00	-0.00	-0.00
$U(X, 2)$	=	0.04 %	0.00 %	-0.00 %	-0.00 %	-0.00 %

T = 0,0600 SEK

$L(X, 3)$	=	344.49	613.84	806.15	921.54	960.00
$Y(X, 3)$	=	337.46	603.64	792.31	905.50	943.23
$Y(X, 3)$	=	337.45	603.75	792.45	905.66	943.40
$F(X, 3)$	=	337.62	603.77	792.45	905.66	943.40
$U(X, 3)$	=	0.17	0.02	0.00	-0.00	-0.00
$U(X, 3)$	=	0.05 %	0.00 %	0.00 %	-0.00 %	-0.00 %

T = 0,0800 SEK

$L(X, 4)$	=	337.95	602.24	790.94	904.15	941.89
$Y(X, 4)$	=	333.13	592.45	777.64	888.73	925.76
$Y(X, 4)$	=	333.13	592.56	777.77	888.89	925.93
$F(X, 4)$	=	333.33	592.59	777.78	888.89	925.93
$U(X, 4)$	=	0.21	0.04	0.01	-0.00	-0.00
$U(X, 4)$	=	0.06 %	0.01 %	0.00 %	-0.00 %	-0.00 %

T = 0,1000 SEK						
L(X, 5)) =	531,65	591,07	776,29	887,41	924,45
Y(X, 5)) =	527,65	581,66	763,50	872,58	908,94
Y(X, 5)) =	527,04	581,77	763,63	872,73	909,09
F(X, 5)) =	527,27	581,82	763,64	872,73	909,09
U(X, 5)) =	0,23	0,05	0,01	0,00	-0,00
U(X, 5)) =	0,07 %	0,01 %	0,00 %	0,00 %	-0,00 %
T = 0,1200 SEK						
L(X, 6)) =	525,59	580,51	762,17	871,27	907,64
Y(X, 6)) =	521,18	571,27	749,86	857,00	892,71
Y(X, 6)) =	521,17	571,36	749,98	857,14	892,86
F(X, 6)) =	521,43	571,43	750,00	857,14	892,86
U(X, 6)) =	0,26	0,07	0,02	0,00	-0,00
U(X, 6)) =	0,08 %	0,01 %	0,00 %	0,00 %	-0,00 %
T = 0,1400 SEK						
L(X, 7)) =	519,25	569,93	748,55	855,71	891,43
Y(X, 7)) =	515,57	561,23	736,70	841,97	877,05
Y(X, 7)) =	515,51	561,32	736,82	842,10	877,19
F(X, 7)) =	515,79	561,40	736,84	842,11	877,19
U(X, 7)) =	0,28	0,08	0,02	0,00	0,00
U(X, 7)) =	0,09 %	0,01 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %
T = 0,1600 SEK						
L(X, 8)) =	514,12	559,92	735,41	840,70	875,79
Y(X, 8)) =	510,06	551,54	724,00	827,45	861,94
Y(X, 8)) =	510,05	551,63	724,11	827,58	862,07
F(X, 8)) =	510,34	551,72	724,14	827,59	862,07
U(X, 8)) =	0,29	0,09	0,03	0,01	0,00
U(X, 8)) =	0,09 %	0,02 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %
T = 0,1800 SEK						
L(X, 9)) =	508,68	550,25	722,73	826,20	860,69
Y(X, 9)) =	504,70	542,18	711,72	813,43	847,33
Y(X, 9)) =	504,78	542,27	711,83	813,55	847,45
F(X, 9)) =	505,08	542,37	711,86	813,56	847,46
U(X, 9)) =	0,31	0,11	0,04	0,01	0,00
U(X, 9)) =	0,10 %	0,02 %	0,01 %	0,00 %	0,00 %
T = 0,2000 SEK						
L(X, 10)) =	503,43	540,91	710,47	812,19	846,10
Y(X, 10)) =	299,69	533,14	699,86	799,87	833,21
Y(X, 10)) =	299,68	533,21	699,96	799,99	833,33
F(X, 10)) =	300,00	533,33	700,00	800,00	833,33
U(X, 10)) =	0,32	0,12	0,04	0,01	0,01
U(X, 10)) =	0,11 %	0,02 %	0,01 %	0,00 %	0,00 %

T = 0,3400 SEK

L(X, 17)	=	271.18	484.46	635.07	726.02	756.34
Y(X, 17)	=	260.32	477.38	626.71	716.29	746.15
Y(X, 17)	=	260.31	477.44	626.78	716.37	746.14
F(X, 17)	=	260.66	477.61	626.87	716.42	746.27
W(X, 17)	=	0.35	0.18	0.09	0.04	0.03
U(X, 17)	=	0.13 %	0.04 %	0.01 %	0.01 %	0.00 %

T = 0,3600 SEK

L(X, 18)	=	267.12	476.24	625.58	715.18	745.04
Y(X, 18)	=	264.37	470.35	617.48	705.75	735.18
Y(X, 18)	=	264.35	470.41	617.55	705.83	735.26
F(X, 18)	=	264.71	470.59	617.65	705.88	735.29
W(X, 18)	=	0.35	0.18	0.09	0.05	0.04
U(X, 18)	=	0.13 %	0.04 %	0.02 %	0.01 %	0.00 %

T = 0,3800 SEK

L(X, 19)	=	263.19	469.23	616.38	704.66	734.08
Y(X, 19)	=	260.53	463.53	608.53	695.52	724.52
Y(X, 19)	=	260.52	463.58	608.60	695.60	724.60
F(X, 19)	=	260.87	463.77	608.70	695.65	724.64
W(X, 19)	=	0.35	0.19	0.10	0.05	0.04
U(X, 19)	=	0.14 %	0.04 %	0.02 %	0.01 %	0.01 %

T = 0,4000 SEK

L(X, 20)	=	259.37	462.42	607.44	694.44	723.44
Y(X, 20)	=	250.80	456.90	599.83	685.58	714.17
Y(X, 20)	=	250.79	456.95	599.90	685.66	714.24
F(X, 20)	=	251.14	457.14	600.00	685.71	714.29
W(X, 20)	=	0.35	0.19	0.10	0.06	0.04
U(X, 20)	=	0.14 %	0.04 %	0.02 %	0.01 %	0.01 %

T = 0,4200 SEK

L(X, 21)	=	253.06	455.81	598.75	684.51	713.10
Y(X, 21)	=	253.18	450.46	591.38	675.93	704.11
Y(X, 21)	=	253.17	450.51	591.44	675.99	704.18
F(X, 21)	=	253.52	450.70	591.55	676.06	704.23
W(X, 21)	=	0.35	0.19	0.11	0.06	0.05
U(X, 21)	=	0.14 %	0.04 %	0.02 %	0.01 %	0.01 %

T = 0,4400 SEK

L(X, 22)	=	252.05	449.38	590.31	674.87	703.05
Y(X, 22)	=	249.66	444.20	583.16	666.53	694.32
Y(X, 22)	=	249.65	444.25	583.22	666.60	694.39
F(X, 22)	=	250.00	444.44	583.33	666.67	694.44
W(X, 22)	=	0.35	0.20	0.11	0.07	0.05
U(X, 22)	=	0.14 %	0.04 %	0.02 %	0.01 %	0.01 %

		T = 0,2000	S _{PK}			
L(X, 25)	=	241,02	431,15	566,36	647,49	676,54
Y(X, 25)	=	239,66	426,42	559,82	639,86	666,54
V(X, 25)	=	239,65	426,46	559,88	639,92	666,60
F(X, 25)	=	249,00	426,67	560,00	640,00	666,67
U(X, 25)	=	0,35	0,21	0,12	0,08	0,06
U(X, 25)	=	0,15 %	0,05 %	0,02 %	0,01 %	0,01 %
		T = 0,2200	S _{PK}			
L(X, 26)	=	236,59	425,39	558,81	638,85	665,58
Y(X, 26)	=	236,50	420,80	552,45	631,44	657,77
V(X, 26)	=	236,49	420,84	552,50	631,50	657,83
F(X, 26)	=	236,84	421,05	552,63	631,58	657,89
U(X, 26)	=	0,35	0,21	0,13	0,08	0,07
U(X, 26)	=	0,15 %	0,05 %	0,02 %	0,01 %	0,01 %
		T = 0,2400	S _{PK}			
L(X, 27)	=	231,65	419,79	551,45	630,44	656,77
Y(X, 27)	=	231,63	415,34	545,28	623,24	649,22
V(X, 27)	=	231,62	415,37	545,32	623,29	649,28
F(X, 27)	=	231,77	415,58	545,45	623,38	649,35
U(X, 27)	=	0,35	0,21	0,13	0,09	0,07
U(X, 27)	=	0,15 %	0,05 %	0,02 %	0,01 %	0,01 %
		T = 0,2600	S _{PK}			
L(X, 28)	=	226,59	414,33	544,28	622,25	648,24
Y(X, 28)	=	226,43	410,01	538,28	615,24	640,90
V(X, 28)	=	226,42	410,04	538,33	615,29	640,95
F(X, 28)	=	226,77	410,26	538,46	615,38	641,03
U(X, 28)	=	0,35	0,21	0,13	0,09	0,08
U(X, 28)	=	0,15 %	0,05 %	0,02 %	0,01 %	0,01 %
		T = 0,2800	S _{PK}			
L(X, 29)	=	221,40	409,02	537,30	614,27	639,92
Y(X, 29)	=	221,51	404,81	531,47	607,45	632,78
V(X, 29)	=	221,50	404,85	531,51	607,50	632,83
F(X, 29)	=	221,85	405,06	531,65	607,59	632,91
U(X, 29)	=	0,35	0,22	0,14	0,09	0,08
U(X, 29)	=	0,15 %	0,05 %	0,03 %	0,02 %	0,01 %
		T = 0,3000	S _{PK}			
L(X, 30)	=	226,50	403,83	530,50	606,49	631,82
Y(X, 30)	=	224,67	399,75	524,82	599,86	624,87
V(X, 30)	=	224,65	399,78	524,86	599,90	624,92
F(X, 30)	=	222,00	400,00	525,00	600,00	625,00
U(X, 30)	=	0,35	0,22	0,14	0,10	0,08
U(X, 30)	=	0,15 %	0,05 %	0,03 %	0,02 %	0,01 %

CZAS OBLICZEN: = 26 SEK

N I F L I N I O W E Z A G A D N I E N I E B R Z E G O W E - M E T O D A K O R E K C J

ROZWIĄZANIE : $DDA(F) = ZA : F * DT(F)$

DANE :

ILOSC WZLOW : $N + 1$ $N = 5$
 DYSKRETYZACJA PRZESZKON : H $H = 1,0$
 ILOSC KROKOW CZASOWYCH : M $M = 30$
 DYSKRETYZACJA CZASU : P $P = 0,0300$
 WYMIAR PRZESZKON : $S/2$ $S = 1,0$
 WSKAZOWNIK ROWNANIA : ZA $A = 40,0$
 DOKLADNOSC ITERACJI : D $D = 1,0$

X	1	2	3	4	5
$F(X, 0)$	360,00	640,00	840,00	960,00	1000,00
$W(X, 0)$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$U(X, 0)$	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %

T = 0,0300 SEK

$L(X, 1)$	357,60	637,60	837,60	957,60	997,60
$Y(X, 1)$	349,36	621,09	815,17	931,63	970,45
$V(X, 1)$	349,36	621,36	815,54	932,04	970,88
$F(X, 1)$	349,51	621,36	815,53	932,04	970,87
$W(X, 1)$	0,16	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00
$U(X, 1)$	0,04 %	-0,00 %	-0,00 %	-0,00 %	-0,00 %

T = 0,0600 SEK

$L(X, 2)$	347,04	619,03	813,21	929,71	968,55
$Y(X, 2)$	339,37	603,49	792,12	905,29	943,01
$V(X, 2)$	339,36	603,75	792,45	905,66	943,40
$F(X, 2)$	339,62	603,77	792,45	905,66	943,40
$W(X, 2)$	0,27	0,02	0,00	-0,00	-0,00
$U(X, 2)$	0,08 %	0,00 %	0,00 %	-0,00 %	-0,00 %

T = 0,0900 SEK

$L(X, 3)$	337,11	601,48	790,19	903,40	941,14
$Y(X, 3)$	329,95	586,85	770,33	880,39	917,07
$V(X, 3)$	329,93	587,10	770,63	880,74	917,44
$F(X, 3)$	330,28	587,16	770,64	880,73	917,43
$W(X, 3)$	0,34	0,05	0,01	-0,00	-0,00
$U(X, 3)$	0,10 %	0,01 %	0,00 %	-0,00 %	-0,00 %

T = 0,1200 SEK

$L(X, 4)$	327,75	584,89	768,43	878,54	915,23
$Y(X, 4)$	321,05	571,11	749,70	856,82	892,53
$V(X, 4)$	321,03	571,34	749,98	857,14	892,86
$F(X, 4)$	321,43	571,43	750,00	857,14	892,86
$W(X, 4)$	0,40	0,09	0,02	-0,00	-0,00
$U(X, 4)$	0,12 %	0,02 %	0,00 %	-0,00 %	-0,00 %

T = 0,1500		SEK				
L(X, 5)	=	510,01	560,19	747,83	855,00	890,72
Y(X, 5)	=	510,03	556,19	730,14	834,48	869,26
Y(X, 5)	=	510,00	556,40	730,40	834,78	869,57
F(X, 5)	=	510,04	556,52	730,43	834,78	869,57
W(X, 5)	=	0,44	0,12	0,04	0,00	-0,00
U(X, 5)	=	0,14	0,02	0,00	0,00	-0,00

T = 0,1800		SEK				
L(X, 6)	=	510,54	554,51	728,31	832,69	867,48
Y(X, 6)	=	504,64	542,02	711,58	813,28	847,17
Y(X, 6)	=	504,61	542,22	711,81	813,55	847,46
F(X, 6)	=	502,08	542,37	711,86	813,56	847,46
W(X, 6)	=	0,47	0,15	0,05	0,01	0,00
U(X, 6)	=	0,16	0,03	0,01	0,00	0,00

T = 0,2100		SEK				
L(X, 7)	=	502,60	540,18	709,78	811,51	845,42
Y(X, 7)	=	497,05	528,57	693,23	793,12	826,18
Y(X, 7)	=	497,02	528,75	694,15	793,37	826,44
F(X, 7)	=	497,52	528,93	694,21	793,39	826,45
W(X, 7)	=	0,50	0,18	0,07	0,02	0,01
U(X, 7)	=	0,17	0,03	0,01	0,00	0,00

T = 0,2400		SEK				
L(X, 8)	=	495,06	526,76	692,16	791,38	824,45
Y(X, 8)	=	489,84	515,76	677,13	773,93	806,19
Y(X, 8)	=	489,81	515,93	677,34	774,17	806,44
F(X, 8)	=	490,32	516,13	677,42	774,19	806,45
W(X, 8)	=	0,51	0,20	0,08	0,03	0,01
U(X, 8)	=	0,18	0,04	0,01	0,00	0,00

T = 0,2700		SEK				
L(X, 9)	=	487,00	513,99	675,40	772,23	804,50
Y(X, 9)	=	482,97	503,56	661,13	755,65	787,15
Y(X, 9)	=	482,94	503,72	661,32	755,87	787,38
F(X, 9)	=	483,46	503,94	661,42	755,91	787,40
W(X, 9)	=	0,53	0,22	0,10	0,04	0,02
U(X, 9)	=	0,19	0,04	0,01	0,01	0,00

T = 0,3000		SEK				
L(X, 10)	=	481,07	501,82	659,43	753,98	785,49
Y(X, 10)	=	476,42	491,92	645,87	738,21	768,99
Y(X, 10)	=	476,39	492,07	646,04	738,41	769,20
F(X, 10)	=	476,92	492,31	646,15	738,46	769,23
W(X, 10)	=	0,53	0,24	0,11	0,05	0,03
U(X, 10)	=	0,19	0,05	0,02	0,01	0,00

T = 0,3500 SEK

L(X, 11)	=	274,57	490,22	644,19	736,57	767,35
Y(X, 11)	=	270,17	480,81	631,29	721,56	751,64
Y(X, 11)	=	270,14	480,95	631,45	721,75	751,84
F(X, 11)	=	270,68	481,20	631,58	721,80	751,88
W(X, 11)	=	0,54	0,25	0,12	0,06	0,04
U(X, 11)	=	0,20 %	0,05 %	0,02 %	0,01 %	0,01 %

T = 0,3600 SEK

L(X, 12)	=	260,30	479,14	629,65	719,94	750,03
Y(X, 12)	=	264,19	470,19	617,36	705,64	735,06
Y(X, 12)	=	264,10	470,32	617,51	705,81	735,25
F(X, 12)	=	264,71	470,59	617,65	705,88	735,29
W(X, 12)	=	0,54	0,27	0,14	0,07	0,05
U(X, 12)	=	0,21 %	0,06 %	0,02 %	0,01 %	0,01 %

T = 0,3900 SEK

L(X, 13)	=	262,42	468,55	615,74	704,05	733,48
Y(X, 13)	=	250,48	460,03	604,02	690,40	719,19
Y(X, 13)	=	250,45	460,15	604,17	690,57	719,37
F(X, 13)	=	250,00	460,43	604,32	690,65	719,42
W(X, 13)	=	0,54	0,28	0,15	0,08	0,06
U(X, 13)	=	0,21 %	0,06 %	0,02 %	0,01 %	0,01 %

T = 0,4200 SEK

L(X, 14)	=	250,75	458,42	602,44	688,84	717,64
Y(X, 14)	=	253,01	450,30	591,25	675,81	704,00
Y(X, 14)	=	252,98	450,42	591,39	675,97	704,16
F(X, 14)	=	253,52	450,70	591,55	676,06	704,23
W(X, 14)	=	0,54	0,29	0,16	0,09	0,07
U(X, 14)	=	0,21 %	0,06 %	0,03 %	0,01 %	0,01 %

T = 0,4500 SEK

L(X, 15)	=	251,31	448,72	589,70	674,28	702,47
Y(X, 15)	=	247,76	440,98	579,01	661,82	689,43
Y(X, 15)	=	247,73	441,08	579,14	661,97	689,58
F(X, 15)	=	246,28	441,38	579,31	662,07	689,66
W(X, 15)	=	0,54	0,30	0,17	0,10	0,08
U(X, 15)	=	0,22 %	0,07 %	0,03 %	0,01 %	0,01 %

T = 0,4800 SEK

L(X, 16)	=	240,10	439,42	577,48	660,31	687,92
Y(X, 16)	=	242,73	432,03	567,27	648,40	675,45
Y(X, 16)	=	242,70	432,13	567,39	648,54	675,59
F(X, 16)	=	243,24	432,43	567,57	648,65	675,68
W(X, 16)	=	0,54	0,30	0,18	0,11	0,09
U(X, 16)	=	0,22 %	0,07 %	0,03 %	0,02 %	0,01 %

T = 0,2100 SEK

L(X, 17)	=	241,10	430,50	565,77	646,92	673,97
Y(X, 17)	=	237,00	423,44	555,99	635,52	662,02
Y(X, 17)	=	237,87	423,53	556,11	635,65	662,16
F(X, 17)	=	230,41	423,84	556,29	635,76	662,25
W(X, 17)	=	0,54	0,31	0,19	0,12	0,09
U(X, 17)	=	0,23 %	0,07 %	0,03 %	0,02 %	0,01 %

T = 0,3400 SEK

L(X, 18)	=	230,31	421,94	554,51	634,05	660,57
Y(X, 18)	=	233,26	415,18	545,15	623,13	649,12
Y(X, 18)	=	233,23	415,27	545,26	623,25	649,25
F(X, 18)	=	233,77	415,58	545,45	623,38	649,35
W(X, 18)	=	0,54	0,32	0,19	0,12	0,10
U(X, 18)	=	0,23 %	0,08 %	0,04 %	0,02 %	0,02 %

T = 0,3700 SEK

L(X, 19)	=	231,69	413,71	543,70	621,69	647,69
Y(X, 19)	=	228,50	407,24	534,73	611,22	636,71
Y(X, 19)	=	228,77	407,32	534,83	611,33	636,83
F(X, 19)	=	229,30	407,64	535,03	611,46	636,94
W(X, 19)	=	0,53	0,32	0,20	0,13	0,11
U(X, 19)	=	0,23 %	0,08 %	0,04 %	0,02 %	0,02 %

T = 0,0000 SEK

L(X, 20)	=	227,26	405,79	533,30	609,80	635,30
Y(X, 20)	=	224,50	399,60	524,70	599,75	624,77
Y(X, 20)	=	224,47	399,68	524,79	599,86	624,88
F(X, 20)	=	225,00	400,00	525,00	600,00	625,00
W(X, 20)	=	0,53	0,32	0,21	0,14	0,12
U(X, 20)	=	0,23 %	0,08 %	0,04 %	0,02 %	0,02 %

T = 0,0300 SEK

L(X, 21)	=	224,09	398,17	523,29	598,36	623,38
Y(X, 21)	=	220,36	392,24	515,04	588,71	613,26
Y(X, 21)	=	220,34	392,31	515,13	588,81	613,37
F(X, 21)	=	220,86	392,64	515,34	588,96	613,50
W(X, 21)	=	0,52	0,33	0,21	0,15	0,13
U(X, 21)	=	0,24 %	0,08 %	0,04 %	0,02 %	0,02 %

T = 0,0600 SEK

L(X, 22)	=	218,88	390,84	513,65	587,34	611,90
Y(X, 22)	=	210,38	385,15	505,72	578,06	602,18
Y(X, 22)	=	210,35	385,21	505,81	578,16	602,28
F(X, 22)	=	210,87	385,54	506,02	578,31	602,41
W(X, 22)	=	0,52	0,33	0,22	0,15	0,13
U(X, 22)	=	0,24 %	0,09 %	0,04 %	0,03 %	0,02 %

$L(X, 25)$	=	207.42	370.36	486.75	556.58	579.85
$Y(X, 25)$	=	207.24	365.32	470.70	548.32	571.10
$\bar{Y}(X, 25)$	=	207.21	365.38	479.77	548.40	571.28
$F(X, 25)$	=	207.71	365.71	480.00	548.57	571.43
$W(X, 25)$	=	0.51	0.33	0.23	0.17	0.15
$U(X, 25)$	=	0.25 %	0.09 %	0.05 %	0.03 %	0.03 %

T = 0,7800 SEK

$L(X, 26)$	=	207.86	364.01	478.40	547.03	569.91
$Y(X, 26)$	=	207.77	359.16	471.61	539.07	561.56
$\bar{Y}(X, 26)$	=	207.75	359.22	471.68	539.15	561.64
$F(X, 26)$	=	207.25	359.55	471.91	539.33	561.80
$W(X, 26)$	=	0.50	0.33	0.23	0.18	0.16
$U(X, 26)$	=	0.25 %	0.09 %	0.05 %	0.03 %	0.03 %

T = 0,8100 SEK

$L(X, 27)$	=	200.42	357.87	470.33	537.80	560.29
$Y(X, 27)$	=	190.42	353.20	463.79	530.13	552.25
$\bar{Y}(X, 27)$	=	190.40	353.26	463.85	530.21	552.32
$F(X, 27)$	=	190.00	353.59	464.09	530.39	552.49
$W(X, 27)$	=	0.50	0.33	0.24	0.18	0.16
$U(X, 27)$	=	0.25 %	0.09 %	0.05 %	0.03 %	0.03 %

T = 0,8400 SEK

$L(X, 28)$	=	197.00	351.93	462.52	528.88	551.00
$Y(X, 28)$	=	197.19	347.44	456.22	521.48	543.24
$\bar{Y}(X, 28)$	=	197.16	347.49	456.28	521.55	543.31
$F(X, 28)$	=	197.65	347.83	456.52	521.74	543.48
$W(X, 28)$	=	0.49	0.33	0.24	0.18	0.17
$U(X, 28)$	=	0.25 %	0.10 %	0.05 %	0.04 %	0.03 %

T = 0,8700 SEK

$L(X, 29)$	=	197.88	346.19	454.98	520.25	542.01
$Y(X, 29)$	=	192.05	341.86	448.90	513.11	534.52
$\bar{Y}(X, 29)$	=	192.03	341.91	448.96	513.18	534.59
$F(X, 29)$	=	192.51	342.25	449.20	513.37	534.76
$W(X, 29)$	=	0.49	0.33	0.24	0.19	0.17
$U(X, 29)$	=	0.25 %	0.10 %	0.05 %	0.04 %	0.03 %

T = 0,9000 SEK

$L(X, 30)$	=	190.76	340.63	447.67	511.90	533.30
$Y(X, 30)$	=	187.02	336.46	441.80	505.01	526.07
$\bar{Y}(X, 30)$	=	187.99	336.51	441.86	505.07	526.14
$F(X, 30)$	=	187.47	336.84	442.11	505.26	526.32
$W(X, 30)$	=	0.48	0.33	0.25	0.19	0.17
$U(X, 30)$	=	0.25 %	0.10 %	0.06 %	0.04 %	0.03 %

N I E L I N I O W E Z A G A D N I E N I E B R Z E G O W F - M E T O D A K O R E K C J I

$$\text{ROWNANIE : } D D A (F) = Z A : F * D T (F)$$

DANE :

LICZBA WZLOW : $N + 1$ $N = 5$
 DYSKRETYZACJA OBSZARU : H $H = 1,0$
 LICZBA KROKOW CZASOWYCH : M $M = 30$
 DYSKRETYZACJA CZASU : P $P = 0,0400$
 WYCIAR OBSZARU : $S/2$ $S = 1,0$
 WSPOLCZYNNIK PRZEMIANIA : $2A$ $A = 40,0$
 DOKLADNOSC TIERACJI : D $D = 1,0$

X	1	2	3	4	5
$F(X, 0)$	360,00	640,00	840,00	960,00	1000,00
$W(X, 0)$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$U(X, 0)$	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %

 $T = 0,0400$ SEK

$L(X, 1)$	350,80	636,80	836,80	956,80	996,80
$Y(X, 1)$	340,88	614,91	807,06	922,36	960,79
$Z(X, 1)$	340,88	615,39	807,70	923,08	961,54
$F(X, 1)$	340,15	615,38	807,69	923,08	961,54
$W(X, 1)$	0,28	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00
$U(X, 1)$	0,08 %	-0,00 %	-0,00 %	-0,00 %	-0,00 %

 $T = 0,0800$ SEK

$L(X, 2)$	342,82	612,30	804,62	920,00	958,47
$Y(X, 2)$	332,92	592,09	777,22	888,25	925,26
$Z(X, 2)$	332,89	592,55	777,77	888,90	925,93
$F(X, 2)$	332,33	592,59	777,78	888,89	925,93
$W(X, 2)$	0,45	0,04	0,01	-0,01	-0,01
$U(X, 2)$	0,13 %	0,01 %	0,00 %	-0,00 %	-0,00 %

 $T = 0,1200$ SEK

$L(X, 3)$	329,96	589,57	774,81	885,93	922,97
$Y(X, 3)$	320,92	570,90	749,48	856,57	892,27
$Z(X, 3)$	320,87	571,33	749,97	857,15	892,87
$F(X, 3)$	321,43	571,43	750,00	857,14	892,86
$W(X, 3)$	0,54	0,10	0,03	-0,01	-0,01
$U(X, 3)$	0,17 %	0,02 %	0,00 %	-0,00 %	-0,00 %

 $T = 0,1600$ SEK

$L(X, 4)$	316,05	568,45	747,11	854,29	890,01
$Y(X, 4)$	309,77	551,18	723,65	827,06	861,54
$Z(X, 4)$	309,72	551,56	724,09	827,58	862,07
$F(X, 4)$	310,34	551,72	724,14	827,59	862,07
$W(X, 4)$	0,63	0,16	0,05	0,00	-0,01
$U(X, 4)$	0,20 %	0,03 %	0,01 %	0,00 %	-0,00 %

T =	0,2000	SEK				
L(X, 5)	=	507,00	548,79	721,33	824,82	859,32
Y(X, 5)	=	297,38	532,77	699,52	799,52	832,85
Y(X, 5)	=	297,32	533,12	699,92	799,99	833,33
F(X, 5)	=	300,00	533,33	700,00	800,00	833,33
W(X, 5)	=	0,68	0,21	0,08	0,01	0,00
U(X, 5)	=	0,23 %	0,04 %	0,01 %	0,00 %	0,00 %

T =	0,2400	SEK				
L(X, 6)	=	290,70	530,44	697,25	797,32	830,66
Y(X, 6)	=	287,68	515,56	676,95	773,74	806,00
Y(X, 6)	=	287,62	515,87	677,31	774,16	806,44
F(X, 6)	=	290,37	516,13	677,42	774,19	806,45
W(X, 6)	=	0,71	0,20	0,11	0,03	0,01
U(X, 6)	=	0,24 %	0,05 %	0,02 %	0,00 %	0,00 %

T =	0,2800	SEK				
L(X, 7)	=	287,08	513,28	674,73	771,58	803,86
Y(X, 7)	=	280,58	490,42	655,79	749,57	780,83
Y(X, 7)	=	280,52	499,71	656,12	749,95	781,22
F(X, 7)	=	281,25	500,00	656,25	750,00	781,25
W(X, 7)	=	0,73	0,29	0,13	0,05	0,03
U(X, 7)	=	0,26 %	0,06 %	0,02 %	0,01 %	0,00 %

T =	0,3200	SEK				
L(X, 8)	=	270,07	497,20	653,62	747,45	778,72
Y(X, 8)	=	274,05	484,27	635,91	726,86	757,17
Y(X, 8)	=	271,99	484,52	636,21	727,21	757,53
F(X, 8)	=	274,73	484,85	636,36	727,27	757,58
W(X, 8)	=	0,74	0,32	0,16	0,07	0,04
U(X, 8)	=	0,27 %	0,07 %	0,02 %	0,01 %	0,01 %

T =	0,3600	SEK				
L(X, 9)	=	267,61	482,09	633,78	724,78	755,11
Y(X, 9)	=	264,02	470,00	617,19	705,48	734,90
Y(X, 9)	=	263,96	470,24	617,47	705,80	735,24
F(X, 9)	=	264,71	470,59	617,65	705,88	735,29
W(X, 9)	=	0,74	0,35	0,18	0,09	0,06
U(X, 9)	=	0,28 %	0,07 %	0,03 %	0,01 %	0,01 %

T =	0,4000	SEK				
L(X, 10)	=	261,66	467,88	615,11	703,44	732,88
Y(X, 10)	=	250,46	456,56	599,55	685,32	713,91
Y(X, 10)	=	250,40	456,77	599,80	685,61	714,21
F(X, 10)	=	257,14	457,14	600,00	685,71	714,29
W(X, 10)	=	0,74	0,37	0,20	0,10	0,08
U(X, 10)	=	0,29 %	0,08 %	0,03 %	0,02 %	0,01 %

T = 0,0100 SEK

L(X, 17)) =	210.89	387.06	509.96	583.22	607.64
Y(X, 17)) =	213.64	380.40	499.56	571.06	594.89
Y(X, 17)) =	213.59	380.52	499.71	571.22	595.06
F(X, 17)) =	214.29	380.95	500.00	571.43	595.24
W(X, 17)) =	0.70	0.44	0.20	0.20	0.18
U(X, 17)) =	0.33 %	0.11 %	0.06 %	0.04 %	0.03 %

T = 0,1200 SEK

L(X, 18)) =	211.72	378.61	497.80	569.32	593.15
Y(X, 18)) =	208.66	371.54	487.04	557.77	581.04
Y(X, 18)) =	208.61	371.65	488.07	557.92	581.21
F(X, 18)) =	209.30	372.09	488.37	558.14	581.40
W(X, 18)) =	0.60	0.44	0.30	0.22	0.19
U(X, 18)) =	0.33 %	0.12 %	0.06 %	0.04 %	0.03 %

T = 0,1600 SEK

L(X, 19)) =	200.79	369.79	486.21	556.06	579.34
Y(X, 19)) =	203.91	363.09	476.84	545.08	567.83
Y(X, 19)) =	203.86	363.19	476.97	545.23	567.98
F(X, 19)) =	204.55	363.64	477.27	545.45	568.18
W(X, 19)) =	0.68	0.44	0.31	0.22	0.20
U(X, 19)) =	0.33 %	0.12 %	0.06 %	0.04 %	0.03 %

T = 0,2000 SEK

L(X, 20)) =	202.08	361.37	475.15	543.41	566.16
Y(X, 20)) =	199.37	355.01	466.24	532.96	555.21
Y(X, 20)) =	199.33	355.11	466.35	533.10	555.35
F(X, 20)) =	200.00	355.56	466.67	533.33	555.56
W(X, 20)) =	0.67	0.44	0.31	0.23	0.21
U(X, 20)) =	0.34 %	0.12 %	0.07 %	0.04 %	0.04 %

T = 0,2400 SEK

L(X, 21)) =	197.59	353.33	464.57	531.32	553.57
Y(X, 21)) =	195.04	347.29	456.09	521.37	543.13
Y(X, 21)) =	194.99	347.38	456.20	521.50	543.26
F(X, 21)) =	195.65	347.83	456.52	521.74	543.48
W(X, 21)) =	0.66	0.44	0.32	0.24	0.22
U(X, 21)) =	0.34 %	0.13 %	0.07 %	0.05 %	0.04 %

T = 0,2800 SEK

L(X, 22)) =	193.29	345.64	454.46	519.76	541.52
Y(X, 22)) =	190.88	339.90	446.38	510.27	531.57
Y(X, 22)) =	190.84	339.98	446.49	510.39	531.69
F(X, 22)) =	191.49	340.43	446.81	510.64	531.91
W(X, 22)) =	0.65	0.44	0.32	0.25	0.22
U(X, 22)) =	0.34 %	0.13 %	0.07 %	0.05 %	0.04 %

T = 1,0400 SFK

L(X, 25)	=	311.66	326.45	427.71	487.90	508.88
Y(X, 25)	=	179.41	319.49	419.58	479.63	499.65
Y(X, 25)	=	329.32	319.56	419.67	479.73	499.76
F(X, 25)	=	180.00	320.00	420.00	480.00	500.00
U(X, 25)	=	0.63	0.44	0.33	0.27	0.26
U(X, 25)	=	0.35 %	0.14 %	0.08 %	0.06 %	0.05 %

T = 1,0400 SFK

L(X, 26)	=	312.81	312.95	418.07	478.13	498.15
Y(X, 26)	=	179.89	313.22	411.35	470.22	489.85
Y(X, 26)	=	329.85	313.28	411.43	470.32	489.95
F(X, 26)	=	176.47	313.73	411.76	470.59	490.20
U(X, 26)	=	0.62	0.44	0.33	0.27	0.25
U(X, 26)	=	0.35 %	0.14 %	0.08 %	0.06 %	0.05 %

T = 1,0800 SFK

L(X, 27)	=	314.32	311.71	409.86	468.75	488.38
Y(X, 27)	=	174.51	307.19	403.43	461.18	480.42
Y(X, 27)	=	324.47	307.25	403.51	461.26	480.51
F(X, 27)	=	173.08	307.69	403.85	461.54	480.77
U(X, 27)	=	0.61	0.44	0.34	0.27	0.25
U(X, 27)	=	0.35 %	0.14 %	0.08 %	0.06 %	0.05 %

T = 1,1200 SFK

L(X, 28)	=	310.96	305.71	401.97	459.72	478.97
Y(X, 28)	=	169.25	301.39	395.82	452.47	471.35
Y(X, 28)	=	329.21	301.45	395.89	452.55	471.44
F(X, 28)	=	169.81	301.89	396.23	452.83	471.70
U(X, 28)	=	0.60	0.44	0.34	0.28	0.26
U(X, 28)	=	0.35 %	0.15 %	0.09 %	0.06 %	0.05 %

T = 1,1600 SFK

L(X, 29)	=	316.73	299.94	394.38	451.04	469.93
Y(X, 29)	=	166.11	295.81	388.48	444.08	462.62
Y(X, 29)	=	326.07	295.86	388.55	444.16	462.70
F(X, 29)	=	166.67	296.30	388.89	444.44	462.96
U(X, 29)	=	0.59	0.44	0.34	0.28	0.26
U(X, 29)	=	0.36 %	0.15 %	0.09 %	0.06 %	0.06 %

T = 1,2000 SFK

L(X, 30)	=	314.62	294.38	387.07	442.68	461.22
Y(X, 30)	=	163.09	290.42	381.41	436.00	454.20
Y(X, 30)	=	323.05	290.48	381.48	436.08	454.28
F(X, 30)	=	163.64	290.91	381.82	436.36	454.55
U(X, 30)	=	0.58	0.43	0.34	0.28	0.27
U(X, 30)	=	0.36 %	0.15 %	0.09 %	0.07 %	0.06 %

UNIFILINOWE ZAGADNIENIE BRZEGOWE - METODA KOREKCYJ

$$ROUNANIE : DDA(F) = ZA : F * DT(F)$$

DANE :

ILOSC WZLOW : $N + 1$	$N = 5$
DYSKRETYZACJA OBSZARU : H	$H = 1,0$
ILOSC KROKOW CZASOWYCH : M	$M = 40$
DYSKRETYZACJA CZASU : P	$P = 0,0500$
MIKAR OBSZARU : $S/2$	$S = 10$
WSPOLCZYNNIK ROUNANIA : ZA	$A = 40,0$
DOKLADNOSC ITERACJI : D	$D = 1,0$

X	=	1	2	3	4	5
$F(X, 0)$	=	360,00	640,00	840,00	960,00	1000,00
$U(X, 0)$	=	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$W(X, 0)$	=	0,00	% 0,00	% 0,00	% 0,00	% 0,00

T = 0,0500 SEK

$L(X, 1)$	=	350,00	636,00	836,00	956,00	996,00
$Y(X, 1)$	=	342,44	608,79	799,03	913,18	951,23
$Z(X, 1)$	=	342,43	609,53	800,01	914,29	952,39
$V(X, 1)$	=	342,51	600,43	799,98	914,27	952,36
$F(X, 1)$	=	342,86	609,52	800,00	914,29	952,38
$U(X, 1)$	=	0,34	0,09	0,02	0,02	0,02
$W(X, 1)$	=	0,10	% 0,02	% 0,00	% 0,00	% 0,00

T = 0,1000 SEK

$L(X, 2)$	=	330,73	605,61	796,17	910,46	948,55
$Y(X, 2)$	=	320,71	581,03	762,74	871,75	908,08
$Z(X, 2)$	=	320,65	581,70	763,59	872,71	909,08
$V(X, 2)$	=	320,73	581,60	763,58	872,69	909,05
$F(X, 2)$	=	320,27	581,82	763,64	872,73	909,09
$U(X, 2)$	=	0,54	0,22	0,06	0,03	0,04
$W(X, 2)$	=	0,16	% 0,04	% 0,01	% 0,00	% 0,00

T = 0,1500 SEK

$L(X, 3)$	=	323,14	577,96	759,93	869,06	905,42
$Y(X, 3)$	=	312,38	555,70	729,59	833,90	868,66
$Z(X, 3)$	=	312,31	556,29	730,33	834,74	869,53
$V(X, 3)$	=	313,04	556,52	730,43	834,78	869,57
$F(X, 3)$	=	0,73	0,23	0,10	0,05	0,04
$U(X, 3)$	=	0,23	% 0,04	% 0,01	% 0,01	% 0,00

T = 0,2000 SEK

$L(X, 4)$	=	300,89	552,79	726,85	834,25	866,05
$Y(X, 4)$	=	299,25	532,50	699,23	799,20	832,52
$Z(X, 4)$	=	299,16	533,05	699,86	799,94	833,29
$V(X, 4)$	=	300,00	533,33	700,00	800,00	833,33
$U(X, 4)$	=	0,84	0,28	0,14	0,06	0,04
$W(X, 4)$	=	0,28	% 0,05	% 0,02	% 0,01	% 0,01

L(X, 5) =	295,90	529,70	696,52	796,60	829,95
Y(X, 5) =	287,20	511,16	671,27	767,26	799,26
$\bar{Y}(X, 5) =$	287,10	511,66	671,83	767,92	799,94
F(X, 5) =	286,00	512,00	672,00	768,00	800,00
U(X, 5) =	0,90	0,34	0,17	0,08	0,06
U(X, 5) =	0,31 %	0,07 %	0,03 %	0,01 %	0,01 %

T = 0,3000 SFK

L(X, 6) =	285,97	508,44	668,62	764,72	796,74
Y(X, 6) =	270,09	491,48	645,46	737,77	768,55
$\bar{Y}(X, 6) =$	275,99	491,92	645,94	738,36	769,15
F(X, 6) =	270,92	492,31	646,15	738,46	769,23
U(X, 6) =	0,93	0,39	0,21	0,10	0,08
U(X, 6) =	0,34 %	0,08 %	0,03 %	0,01 %	0,01 %

T = 0,3500 SFK

L(X, 7) =	272,99	488,83	642,86	735,28	766,07
Y(X, 7) =	265,82	473,25	621,54	710,46	740,11
$\bar{Y}(X, 7) =$	265,72	473,65	621,98	710,98	740,64
F(X, 7) =	260,67	474,07	622,22	711,11	740,74
U(X, 7) =	0,95	0,43	0,24	0,13	0,10
U(X, 7) =	0,36 %	0,09 %	0,04 %	0,02 %	0,01 %

T = 0,4000 SFK

L(X, 8) =	262,83	470,67	619,02	708,02	737,67
Y(X, 8) =	250,29	456,33	599,34	685,10	713,69
$\bar{Y}(X, 8) =$	250,19	456,68	599,73	685,56	714,16
F(X, 8) =	257,14	457,14	600,00	685,71	714,29
U(X, 8) =	0,95	0,46	0,27	0,15	0,12
U(X, 8) =	0,37 %	0,10 %	0,04 %	0,02 %	0,02 %

T = 0,4500 SFK

L(X, 9) =	253,41	453,81	596,87	682,70	711,30
Y(X, 9) =	247,43	440,58	578,66	661,47	689,08
$\bar{Y}(X, 9) =$	247,53	440,89	579,02	661,89	689,51
F(X, 9) =	240,28	441,38	579,31	662,07	689,66
U(X, 9) =	0,95	0,49	0,29	0,18	0,14
U(X, 9) =	0,38 %	0,11 %	0,05 %	0,03 %	0,02 %

T = 0,5000 SFK

L(X, 10) =	244,64	438,12	576,25	659,13	686,75
Y(X, 10) =	239,15	425,88	559,36	639,42	666,11
$\bar{Y}(X, 10) =$	239,06	426,16	559,68	639,80	666,50
F(X, 10) =	240,00	426,67	560,00	640,00	666,67
U(X, 10) =	0,94	0,51	0,32	0,20	0,17
U(X, 10) =	0,39 %	0,12 %	0,06 %	0,03 %	0,02 %

T = 0,2500 SFK

39

L(X, 11)) =	236,46	423,48	557,01	637,13	663,83
Y(X, 11)) =	231,42	412,12	541,31	618,79	644,62
V(X, 11)) =	231,33	412,38	541,60	619,13	644,97
F(X, 11)) =	234,26	412,90	541,94	619,35	645,16
W(X, 11)) =	0,03	0,53	0,34	0,22	0,19
U(X, 11)) =	0,40 %	0,13 %	0,06 %	0,04 %	0,03 %

T = 0,0000 SFK

L(X, 12)) =	226,81	409,79	539,02	616,55	642,39
Y(X, 12)) =	224,17	399,23	524,38	599,45	624,47
V(X, 12)) =	224,08	399,46	524,65	599,76	624,79
F(X, 12)) =	222,00	400,00	525,00	600,00	625,00
W(X, 12)) =	0,02	0,54	0,35	0,24	0,21
U(X, 12)) =	0,41 %	0,13 %	0,07 %	0,04 %	0,03 %

T = 0,0500 SEK

L(X, 13)) =	221,65	396,95	522,14	597,26	622,29
Y(X, 13)) =	217,36	387,13	508,48	581,28	605,54
V(X, 13)) =	217,28	387,33	508,72	581,56	605,84
F(X, 13)) =	216,18	387,88	509,09	581,82	606,06
W(X, 13)) =	0,00	0,55	0,37	0,26	0,23
U(X, 13)) =	0,41 %	0,14 %	0,07 %	0,04 %	0,04 %

T = 0,1000 SEK

L(X, 14)) =	214,92	384,90	506,30	579,13	603,41
Y(X, 14)) =	210,06	375,73	493,52	564,17	587,73
V(X, 14)) =	210,88	375,92	493,74	564,43	587,99
F(X, 14)) =	211,76	376,47	494,12	564,71	588,24
W(X, 14)) =	0,89	0,55	0,38	0,27	0,24
U(X, 14)) =	0,42 %	0,15 %	0,08 %	0,05 %	0,04 %

T = 0,1500 SFK

L(X, 15)) =	208,59	373,56	491,38	562,07	585,64
Y(X, 15)) =	204,02	364,99	479,41	548,05	570,93
V(X, 15)) =	204,84	365,16	479,61	548,28	571,17
F(X, 15)) =	203,71	365,71	480,00	548,57	571,43
W(X, 15)) =	0,87	0,56	0,39	0,29	0,26
U(X, 15)) =	0,42 %	0,15 %	0,08 %	0,05 %	0,05 %

T = 0,0000 SFK

L(X, 16)) =	204,62	362,86	477,32	545,99	568,88
Y(X, 16)) =	199,22	354,84	466,08	532,82	555,06
V(X, 16)) =	199,14	355,00	466,27	533,03	555,28
F(X, 16)) =	200,00	355,56	466,67	533,33	555,56
W(X, 16)) =	0,86	0,56	0,40	0,30	0,27
U(X, 16)) =	0,43 %	0,16 %	0,09 %	0,06 %	0,05 %

T = 0,8500		SEK				
L(X, 17)	=	196,98	352,77	464,04	530,81	553,06
Y(X, 17)	=	105,83	345,24	453,68	518,41	540,05
Y(X, 17)	=	105,75	345,38	453,65	518,60	540,26
F(X, 17)	=	194,59	345,95	454,05	518,92	540,54
W(X, 17)	=	0,84	0,56	0,41	0,31	0,28
U(X, 17)	=	0,43 %	0,16 %	0,09 %	0,06 %	0,05 %

T = 0,9000		SEK				
L(X, 18)	=	191,65	343,22	451,48	516,44	538,09
Y(X, 18)	=	186,72	336,15	441,53	504,76	525,83
Y(X, 18)	=	186,65	336,28	441,69	504,94	526,02
F(X, 18)	=	189,47	336,84	442,11	505,26	526,32
W(X, 18)	=	0,83	0,56	0,41	0,32	0,30
U(X, 18)	=	0,44 %	0,17 %	0,09 %	0,06 %	0,06 %

T = 0,9500		SEK				
L(X, 19)	=	186,60	334,17	439,58	502,83	523,91
Y(X, 19)	=	185,87	327,52	430,20	491,81	512,34
Y(X, 19)	=	185,80	327,64	430,35	491,97	512,52
F(X, 19)	=	184,62	328,21	430,77	492,31	512,82
W(X, 19)	=	0,81	0,56	0,42	0,33	0,31
U(X, 19)	=	0,44 %	0,17 %	0,10 %	0,07 %	0,06 %

T = 1,0000		SEK				
L(X, 20)	=	181,81	325,59	428,30	489,92	510,46
Y(X, 20)	=	179,27	319,33	419,44	479,50	499,52
Y(X, 20)	=	179,20	319,44	419,58	479,66	499,69
F(X, 20)	=	180,00	320,00	420,00	480,00	500,00
W(X, 20)	=	0,80	0,56	0,42	0,34	0,31
U(X, 20)	=	0,44 %	0,17 %	0,10 %	0,07 %	0,06 %

T = 1,0500		SEK				
L(X, 21)	=	177,26	317,44	417,57	477,66	497,68
Y(X, 21)	=	174,89	311,53	409,20	467,80	487,33
Y(X, 21)	=	174,83	311,64	409,33	467,94	487,48
F(X, 21)	=	175,61	312,20	409,76	468,29	487,80
W(X, 21)	=	0,78	0,56	0,43	0,35	0,32
U(X, 21)	=	0,45 %	0,18 %	0,10 %	0,07 %	0,07 %

T = 1,1000		SEK				
L(X, 22)	=	172,93	309,68	407,38	465,99	485,53
Y(X, 22)	=	170,72	304,11	399,45	456,65	475,72
Y(X, 22)	=	170,66	304,21	399,57	456,79	475,86
F(X, 22)	=	171,43	304,76	400,00	457,14	476,19
W(X, 22)	=	0,77	0,55	0,43	0,35	0,33
U(X, 22)	=	0,45 %	0,18 %	0,11 %	0,08 %	0,07 %

T = 1,1500		SEK		41		
L(X, 25)	=	160,81	302,30	397,66	454,88	473,95
Y(X, 25)	=	160,75	297,03	390,16	446,03	464,65
Y(X, 25)	=	160,69	297,12	390,27	446,15	464,78
F(X, 25)	=	167,44	297,67	390,70	446,51	465,12
U(X, 25)	=	0,75	0,55	0,43	0,36	0,33
U(X, 25)	=	0,45 %	0,19 %	0,11 %	0,08 %	0,07 %

T = 1,2000		SEK				
L(X, 24)	=	164,88	295,26	388,40	444,29	462,92
Y(X, 24)	=	162,95	290,28	381,28	435,88	454,08
Y(X, 24)	=	162,90	290,36	381,39	436,00	454,21
F(X, 24)	=	163,64	290,91	381,82	436,36	454,55
U(X, 24)	=	0,74	0,55	0,43	0,36	0,34
U(X, 24)	=	0,45 %	0,19 %	0,11 %	0,08 %	0,07 %

T = 1,2500		SEK				
L(X, 25)	=	161,12	288,54	379,57	434,18	452,38
Y(X, 25)	=	157,33	283,82	372,80	426,19	443,99
Y(X, 25)	=	157,27	283,90	372,90	426,30	444,10
F(X, 25)	=	160,00	284,44	373,33	426,67	444,44
U(X, 25)	=	0,73	0,54	0,43	0,37	0,34
U(X, 25)	=	0,45 %	0,19 %	0,12 %	0,09 %	0,08 %

T = 1,3000		SEK				
L(X, 26)	=	157,54	282,12	371,12	424,52	442,32
Y(X, 26)	=	153,86	277,65	364,69	416,92	434,33
Y(X, 26)	=	153,81	277,72	364,78	417,02	434,43
F(X, 26)	=	150,52	278,26	365,22	417,39	434,78
U(X, 26)	=	0,72	0,54	0,43	0,37	0,35
U(X, 26)	=	0,46 %	0,19 %	0,12 %	0,09 %	0,08 %

T = 1,3500		SEK				
L(X, 27)	=	154,11	275,98	363,04	415,28	432,69
Y(X, 27)	=	152,54	271,74	356,93	408,04	425,08
Y(X, 27)	=	152,49	271,81	357,01	408,14	425,18
F(X, 27)	=	153,10	272,34	357,45	408,51	425,53
U(X, 27)	=	0,70	0,54	0,43	0,37	0,35
U(X, 27)	=	0,46 %	0,20 %	0,12 %	0,09 %	0,08 %

T = 1,4000		SEK				
L(X, 28)	=	150,83	270,10	355,31	406,43	423,48
Y(X, 28)	=	147,56	266,07	349,49	399,54	416,22
Y(X, 28)	=	147,31	266,14	349,57	399,63	416,31
F(X, 28)	=	150,00	266,67	350,00	400,00	416,67
U(X, 28)	=	0,69	0,53	0,43	0,37	0,35
U(X, 28)	=	0,46 %	0,20 %	0,12 %	0,09 %	0,09 %

T = 1,4500		S _F				
L(X, 29)) =	147,68	266,67	347,90	397,96	414,64
Y(X, 29)) =	149,31	260,66	342,35	391,38	407,72
y(X, 29)) =	149,26	260,70	342,62	391,46	407,81
F(X, 29)) =	146,44	261,22	347,86	391,84	408,16
U(X, 29)) =	0,68	0,53	0,43	0,38	0,36
u(X, 29)) =	0,46 %	0,20 %	0,13 %	0,10 %	0,09 %

T = 1,5000		S _F				
L(X, 30)) =	146,67	250,06	340,79	380,83	406,17
Y(X, 30)) =	145,38	255,42	335,50	383,54	399,56
y(X, 30)) =	145,33	255,48	335,57	383,62	399,64
F(X, 30)) =	144,00	256,00	336,00	384,00	400,00
U(X, 30)) =	0,67	0,52	0,43	0,38	0,36
u(X, 30)) =	0,46 %	0,20 %	0,13 %	0,10 %	0,09 %

T = 1,5500		S _F				
L(X, 31)) =	147,77	253,88	333,97	382,02	398,04
Y(X, 31)) =	140,56	250,41	328,02	376,02	391,72
y(X, 31)) =	140,52	250,46	328,98	376,09	391,80
F(X, 31)) =	141,18	250,98	329,41	376,47	392,16
U(X, 31)) =	0,66	0,52	0,43	0,38	0,36
u(X, 31)) =	0,47 %	0,21 %	0,13 %	0,10 %	0,09 %

T = 1,6000		S _F				
L(X, 32)) =	136,09	248,89	327,41	374,52	390,23
Y(X, 32)) =	137,86	245,59	322,59	368,78	384,18
y(X, 32)) =	137,81	245,64	322,65	368,85	384,25
F(X, 32)) =	136,46	246,15	323,08	369,23	384,62
U(X, 32)) =	0,65	0,51	0,43	0,38	0,36
u(X, 32)) =	0,47 %	0,21 %	0,13 %	0,10 %	0,09 %

T = 1,6500		S _F				
L(X, 33)) =	136,32	244,10	321,11	367,31	382,71
Y(X, 33)) =	135,26	240,95	316,50	361,82	376,93
y(X, 33)) =	135,21	241,00	316,55	361,89	377,00
F(X, 33)) =	135,85	241,51	316,98	362,26	377,36
U(X, 33)) =	0,64	0,51	0,43	0,38	0,36
u(X, 33)) =	0,47 %	0,21 %	0,13 %	0,10 %	0,10 %

T = 1,7000		S _F				
L(X, 34)) =	135,74	239,49	315,04	360,37	375,49
Y(X, 34)) =	132,75	236,49	310,63	355,11	369,94
y(X, 34)) =	132,71	236,53	310,69	355,18	370,01
F(X, 34)) =	135,33	237,04	311,11	355,56	370,37
U(X, 34)) =	0,63	0,50	0,43	0,38	0,36
u(X, 34)) =	0,47 %	0,21 %	0,14 %	0,11 %	0,10 %

$L(X, 35)$	=	131.26	235.05	309.20	353.69	368.52
$Y(X, 35)$	=	130.33	232.19	304.98	348.65	363.21
$Y(X, 35)$	=	130.29	232.23	305.03	348.71	363.27
$F(X, 35)$	=	130.01	232.73	305.45	349.09	363.64
$W(X, 35)$	=	0.62	0.50	0.42	0.38	0.36
$U(X, 35)$	=	0.47 %	0.21 %	0.14 %	0.11 %	0.10 %

T = 1,6000 SFK

$L(X, 36)$	=	126.87	230.77	303.58	347.26	361.82
$Y(X, 36)$	=	126.00	228.04	299.53	342.42	356.72
$Y(X, 36)$	=	126.96	228.08	299.58	342.48	356.78
$F(X, 36)$	=	126.57	228.57	300.00	342.86	357.14
$W(X, 36)$	=	0.61	0.49	0.42	0.38	0.36
$U(X, 36)$	=	0.47 %	0.22 %	0.14 %	0.11 %	0.10 %

T = 1,6500 SFK

$L(X, 37)$	=	126.57	226.65	298.15	341.05	355.35
$Y(X, 37)$	=	125.76	224.04	294.27	336.41	350.46
$Y(X, 37)$	=	125.72	224.07	294.32	336.47	350.51
$F(X, 37)$	=	126.32	224.56	294.74	336.84	350.88
$W(X, 37)$	=	0.60	0.49	0.42	0.38	0.36
$U(X, 37)$	=	0.47 %	0.22 %	0.14 %	0.11 %	0.10 %

T = 1,9000 SFK

$L(X, 38)$	=	124.35	222.67	292.91	335.06	349.11
$Y(X, 38)$	=	123.59	220.17	289.19	330.61	344.41
$Y(X, 38)$	=	123.55	220.21	289.24	330.66	344.47
$F(X, 38)$	=	124.14	220.69	289.66	331.03	344.83
$W(X, 38)$	=	0.59	0.48	0.42	0.38	0.36
$U(X, 38)$	=	0.48 %	0.22 %	0.14 %	0.11 %	0.10 %

T = 1,9500 SFK

$L(X, 39)$	=	122.20	218.82	287.86	329.28	343.08
$Y(X, 39)$	=	121.49	216.44	284.29	325.00	338.57
$Y(X, 39)$	=	121.45	216.47	284.33	325.05	338.62
$F(X, 39)$	=	122.03	216.95	284.75	325.42	338.98
$W(X, 39)$	=	0.58	0.48	0.41	0.37	0.36
$U(X, 39)$	=	0.48 %	0.22 %	0.15 %	0.12 %	0.11 %

T = 2,0000 SFK

$L(X, 40)$	=	120.13	215.11	282.97	323.69	337.26
$Y(X, 40)$	=	119.40	212.83	279.55	319.58	332.93
$Y(X, 40)$	=	119.43	212.86	279.59	319.63	332.97
$F(X, 40)$	=	120.00	213.33	280.00	320.00	333.33
$W(X, 40)$	=	0.57	0.48	0.41	0.37	0.36
$U(X, 40)$	=	0.48 %	0.22 %	0.15 %	0.12 %	0.11 %

WYKONANIE PRACY W ZAGADNIENIU BRZEGOWYM - METODA WOLKOWICZKI
 RÓWNANIE 1: $DDA(F) = ZAIF * DT(F)$

DANE 1:

- LIŚCIE WZLOW 1: $N + 1$ $N = 5$
- DYSKRETYZACJA PRZESTRZENNA 1: H $H = 1.0$
- LIŚCIE KROKÓW CZASOWYCH 1: M $M = 40$
- DYSKRETYZACJA CZASU 1: P $P = 0.0600$
- WYMIAR OPSZARU 1: $S/2$ $S = 1^0$
- WSPÓLCZYNNIK RÓWNIANIA 1: $2A$ $A = 40.0$
- DOKŁADNOŚĆ ITERACJI 1: D $D = 1.0$

X	1	2	3	4	5
$F(X, 0)$	360.00	640.00	840.00	960.00	1000.00
$U(X, 0)$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
$U(X, 0)$	0.00 %	0.00 %	0.00 %	0.00 %	0.00 %

T = 0.0600 SEK

$L(X, 1)$	355.20	635.20	835.20	955.20	995.20
$Y(X, 1)$	339.04	607.73	791.08	904.09	941.76
$Y(X, 1)$	339.02	607.78	792.47	905.67	943.41
$Y(X, 1)$	339.16	607.62	792.43	905.63	943.40
$F(X, 1)$	339.62	607.77	792.45	905.66	943.40
$U(X, 1)$	0.47	0.16	0.03	0.03	0.03
$U(X, 1)$	0.14 %	0.03 %	0.00 %	0.00 %	0.00 %

T = 0.1200 SEK

$L(X, 2)$	334.67	599.08	787.89	901.10	938.84
$Y(X, 2)$	320.68	570.32	748.74	855.79	891.45
$Y(X, 2)$	320.59	571.26	749.93	857.11	892.84
$Y(X, 2)$	320.72	571.09	749.89	857.09	892.79
$F(X, 2)$	321.43	571.43	750.00	857.14	892.86
$U(X, 2)$	0.71	0.34	0.11	0.05	0.07
$U(X, 2)$	0.22 %	0.06 %	0.01 %	0.01 %	0.01 %

T = 0.1800 SEK

$L(X, 3)$	310.50	566.80	745.60	852.80	888.51
$Y(X, 3)$	304.24	541.25	710.68	812.34	846.24
$Y(X, 3)$	304.12	542.04	711.70	813.48	847.39
$Y(X, 3)$	304.24	541.90	711.68	813.45	847.38
$F(X, 3)$	305.08	542.37	711.86	813.56	847.46
$U(X, 3)$	0.85	0.47	0.19	0.11	0.07
$U(X, 3)$	0.28 %	0.09 %	0.03 %	0.01 %	0.01 %

T = 0.2400 SEK

$L(X, 4)$	300.24	557.83	707.60	809.38	843.31
$Y(X, 4)$	287.42	515.00	676.29	773.10	805.33
$Y(X, 4)$	287.29	515.68	677.18	774.04	806.36
$Y(X, 4)$	287.50	515.57	677.14	774.05	806.31
$F(X, 4)$	290.32	516.13	677.42	774.19	806.45
$U(X, 4)$	0.93	0.56	0.28	0.14	0.15
$U(X, 4)$	0.32 %	0.11 %	0.04 %	0.02 %	0.02 %

T = 0,5000 SEK

L(X, 5)	=	285,60	511,69	673,26	770,17	802,44
Y(X, 5)	=	275,99	491,18	645,08	737,41	768,22
Y(X, 5)	=	275,86	491,78	645,83	738,28	769,06
F(X, 5)	=	276,92	492,31	646,15	738,46	769,23
W(X, 5)	=	1,06	0,53	0,32	0,18	0,17
U(X, 5)	=	0,38 %	0,11 %	0,05 %	0,02 %	0,02 %

T = 0,5600 SEK

L(X, 6)	=	272,26	488,07	642,13	734,58	765,37
Y(X, 6)	=	263,73	469,48	616,67	704,91	734,36
Y(X, 6)	=	263,58	470,04	617,29	705,67	735,10
F(X, 6)	=	264,71	470,59	617,65	705,88	735,29
W(X, 6)	=	1,12	0,55	0,36	0,21	0,20
U(X, 6)	=	0,42 %	0,12 %	0,06 %	0,03 %	0,03 %

T = 0,4200 SEK

L(X, 7)	=	260,15	466,49	613,76	702,13	731,57
Y(X, 7)	=	252,53	449,62	590,63	675,15	703,35
Y(X, 7)	=	252,37	450,12	591,16	675,81	704,00
F(X, 7)	=	253,52	450,70	591,55	676,06	704,23
W(X, 7)	=	1,15	0,58	0,39	0,24	0,22
U(X, 7)	=	0,45 %	0,13 %	0,07 %	0,04 %	0,03 %

T = 0,4800 SEK

L(X, 8)	=	249,10	446,72	587,78	672,43	700,62
Y(X, 8)	=	242,24	431,38	566,68	647,79	674,85
Y(X, 8)	=	242,10	431,82	567,15	648,38	675,43
F(X, 8)	=	243,24	432,43	567,57	648,65	675,68
W(X, 8)	=	1,15	0,61	0,41	0,27	0,25
U(X, 8)	=	0,47 %	0,14 %	0,07 %	0,04 %	0,04 %

T = 0,5400 SEK

L(X, 9)	=	230,95	428,56	563,91	645,13	672,18
Y(X, 9)	=	232,77	414,56	544,60	622,56	648,57
Y(X, 9)	=	232,63	414,95	545,02	623,08	649,08
F(X, 9)	=	233,77	415,58	545,45	623,38	649,35
W(X, 9)	=	1,14	0,63	0,44	0,30	0,27
U(X, 9)	=	0,49 %	0,15 %	0,08 %	0,05 %	0,04 %

T = 0,6000 SEK

L(X, 10)	=	229,61	411,82	541,90	619,95	645,96
Y(X, 10)	=	224,02	390,00	524,17	599,22	624,25
Y(X, 10)	=	223,68	390,35	524,54	599,68	624,71
F(X, 10)	=	225,00	400,00	525,00	600,00	625,00
W(X, 10)	=	1,12	0,65	0,46	0,32	0,29
U(X, 10)	=	0,50 %	0,16 %	0,09 %	0,05 %	0,05 %

T = 1,0200 SEK

$L(X, 17)$	=	180,31	323,39	425,60	486,92	507,36
$Y(X, 17)$	=	177,35	315,09	415,13	474,60	494,42
$Y(X, 17)$	=	177,25	316,15	415,32	474,82	494,65
$F(X, 17)$	=	178,22	316,83	415,84	475,25	495,05
$U(X, 17)$	=	0,97	0,68	0,53	0,43	0,40
$U(X, 17)$	=	0,54	% 0,21	% 0,13	% 0,09	% 0,08

T = 1,0800 SEK

$L(X, 18)$	=	174,95	313,77	412,94	472,44	492,27
$Y(X, 18)$	=	172,23	306,87	403,14	460,90	480,15
$Y(X, 18)$	=	172,13	307,02	403,32	461,10	480,36
$F(X, 18)$	=	173,08	307,69	403,85	461,54	480,77
$U(X, 18)$	=	0,94	0,68	0,53	0,44	0,41
$U(X, 18)$	=	0,55	% 0,22	% 0,13	% 0,10	% 0,09

T = 1,1400 SEK

$L(X, 19)$	=	167,90	304,70	401,01	458,79	478,05
$Y(X, 19)$	=	167,39	298,26	391,83	447,97	466,68
$Y(X, 19)$	=	167,30	298,39	391,99	448,15	466,87
$F(X, 19)$	=	168,22	299,07	392,52	448,60	467,29
$U(X, 19)$	=	0,92	0,67	0,53	0,45	0,42
$U(X, 19)$	=	0,55	% 0,22	% 0,14	% 0,10	% 0,09

T = 1,2000 SEK

$L(X, 20)$	=	163,13	296,14	389,75	445,91	464,63
$Y(X, 20)$	=	162,82	290,12	381,14	435,74	453,94
$Y(X, 20)$	=	162,73	290,24	381,28	435,91	454,12
$F(X, 20)$	=	163,64	290,91	381,82	436,36	454,55
$U(X, 20)$	=	0,90	0,67	0,53	0,45	0,42
$U(X, 20)$	=	0,55	% 0,23	% 0,14	% 0,10	% 0,09

T = 1,2600 SEK

$L(X, 21)$	=	160,62	288,05	379,10	433,73	451,94
$Y(X, 21)$	=	158,49	282,41	371,01	424,17	441,89
$Y(X, 21)$	=	158,41	282,53	371,15	424,32	442,05
$F(X, 21)$	=	159,29	283,19	371,68	424,78	442,48
$U(X, 21)$	=	0,88	0,66	0,53	0,46	0,43
$U(X, 21)$	=	0,56	% 0,23	% 0,14	% 0,11	% 0,10

T = 1,3200 SEK

$L(X, 22)$	=	156,35	280,40	369,02	422,20	439,92
$Y(X, 22)$	=	154,39	275,10	361,41	413,19	430,45
$Y(X, 22)$	=	154,31	275,21	361,54	413,33	430,60
$F(X, 22)$	=	155,17	275,86	362,07	413,79	431,03
$U(X, 22)$	=	0,87	0,65	0,53	0,46	0,43
$U(X, 22)$	=	0,56	% 0,24	% 0,15	% 0,11	% 0,10

T = 1,5800		SEK				
L(X, 23)	=	152,30	273,13	350,46	411,26	428,53
Y(X, 23)	=	150,40	268,16	352,20	402,77	410,30
V(X, 23)	=	150,61	268,26	352,41	402,90	410,23
F(X, 23)	=	151,26	268,91	352,94	403,36	420,17
U(X, 23)	=	0,85	0,65	0,53	0,46	0,44
U(X, 23)	=	0,56	% 0,24	% 0,15	% 0,11	% 0,10

T = 1,4600		SEK				
L(X, 24)	=	148,46	266,24	350,39	400,88	417,71
Y(X, 24)	=	140,78	261,56	343,62	392,86	409,27
V(X, 24)	=	140,71	261,65	343,73	392,98	409,40
F(X, 24)	=	147,54	262,30	344,26	393,44	409,84
U(X, 24)	=	0,83	0,64	0,53	0,46	0,44
U(X, 24)	=	0,56	% 0,24	% 0,15	% 0,12	% 0,11

T = 1,3000		SEK				
L(X, 25)	=	144,80	259,68	341,76	391,01	407,43
Y(X, 25)	=	143,26	255,28	335,37	383,42	390,44
V(X, 25)	=	143,19	255,37	335,47	383,54	390,56
F(X, 25)	=	144,00	256,00	336,00	384,00	400,00
U(X, 25)	=	0,81	0,63	0,53	0,46	0,44
U(X, 25)	=	0,56	% 0,25	% 0,16	% 0,12	% 0,11

T = 1,2600		SEK				
L(X, 26)	=	141,33	253,44	333,55	381,61	397,63
Y(X, 26)	=	139,90	249,30	327,51	374,43	390,07
V(X, 26)	=	139,83	249,37	327,60	374,54	390,18
F(X, 26)	=	140,62	250,00	328,13	375,00	390,63
U(X, 26)	=	0,80	0,63	0,53	0,46	0,44
U(X, 26)	=	0,57	% 0,25	% 0,16	% 0,12	% 0,11

T = 1,0200		SEK				
L(X, 27)	=	138,01	247,49	325,72	372,66	388,30
Y(X, 27)	=	130,69	243,58	320,00	365,85	381,13
V(X, 27)	=	130,62	243,65	320,09	365,95	381,23
F(X, 27)	=	137,40	244,27	320,61	366,41	381,68
U(X, 27)	=	0,78	0,62	0,52	0,46	0,45
U(X, 27)	=	0,57	% 0,25	% 0,16	% 0,13	% 0,12

T = 1,0800		SEK				
L(X, 28)	=	134,85	241,82	318,25	364,11	379,40
Y(X, 28)	=	133,62	238,13	312,83	357,65	372,59
V(X, 28)	=	133,56	238,19	312,91	357,74	372,69
F(X, 28)	=	134,33	238,81	313,43	358,21	373,13
U(X, 28)	=	0,77	0,61	0,52	0,46	0,45
U(X, 28)	=	0,57	% 0,26	% 0,17	% 0,13	% 0,12

T = 2,1000 SEK

L(X, 35)) =	116,20	208,37	274,24	313,75	326,93
Y(X, 35)) =	115,50	205,84	270,42	309,16	322,08
V(X, 35)) =	115,45	205,89	270,47	309,22	322,14
F(X, 35)) =	116,13	206,45	270,97	309,68	322,58
W(X, 35)) =	0,68	0,57	0,50	0,45	0,44
U(X, 35)) =	0,58 %	0,27 %	0,18 %	0,15 %	0,14 %

T = 2,1600 SEK

L(X, 36)) =	115,05	204,34	268,92	307,67	320,59
Y(X, 36)) =	115,31	201,93	265,28	303,29	315,96
V(X, 36)) =	115,26	201,97	265,33	303,35	316,02
F(X, 36)) =	115,92	202,53	265,82	303,80	316,46
W(X, 36)) =	0,66	0,56	0,49	0,45	0,44
U(X, 36)) =	0,58 %	0,28 %	0,18 %	0,15 %	0,14 %

T = 2,2200 SEK

L(X, 37)) =	111,79	200,45	263,81	301,83	314,50
Y(X, 37)) =	111,19	198,17	260,34	297,64	310,07
V(X, 37)) =	111,15	198,21	260,38	297,69	310,12
F(X, 37)) =	111,80	198,76	260,87	298,14	310,56
W(X, 37)) =	0,65	0,55	0,49	0,45	0,43
U(X, 37)) =	0,58 %	0,28 %	0,19 %	0,15 %	0,14 %

T = 2,2800 SEK

L(X, 38)) =	107,70	196,71	258,89	296,20	308,63
Y(X, 38)) =	109,16	194,54	255,57	292,19	304,39
V(X, 38)) =	109,11	194,58	255,61	292,24	304,45
F(X, 38)) =	109,76	195,12	256,10	292,68	304,88
W(X, 38)) =	0,64	0,55	0,48	0,45	0,43
U(X, 38)) =	0,59 %	0,28 %	0,19 %	0,15 %	0,14 %

T = 2,3400 SEK

L(X, 39)) =	107,69	193,11	254,15	290,77	302,98
Y(X, 39)) =	107,20	191,04	250,98	286,94	298,92
V(X, 39)) =	107,15	191,08	251,02	286,98	298,97
F(X, 39)) =	107,78	191,62	251,50	287,43	299,40
W(X, 39)) =	0,63	0,54	0,48	0,44	0,43
U(X, 39)) =	0,59 %	0,28 %	0,19 %	0,15 %	0,14 %

T = 2,4000 SEK

L(X, 40)) =	105,76	189,64	249,58	285,54	297,53
Y(X, 40)) =	105,30	187,67	246,54	281,87	293,64
V(X, 40)) =	105,26	187,70	246,58	281,91	293,69
F(X, 40)) =	105,88	188,24	247,06	282,35	294,12
W(X, 40)) =	0,62	0,55	0,47	0,44	0,43
U(X, 40)) =	0,59 %	0,28 %	0,19 %	0,16 %	0,15 %

ROZWIĄZANIE : $DT(F) = ZAIF \cdot DT(F)$

DANE :

- LIŚCIE WZLÓDZ : $N + 1$ $N = 5$
- WYSKRETYZACJA OPISZARU : H $H = 1,0$
- LIŚCIE KROKÓW CZASOWYCH : M $M = 50$
- WYSKRETYZACJA CZASU : P $P = 0,0700$
- WYPIAR OPISZARU : $S/2$ $S = 1,0$
- WSPÓŁCZYNNIK PRÓBNIKA : PA $A = 40,0$
- DOKŁADNOŚĆ ITERACJI : D $D = 1,0$

X	1	2	3	4	5
$F(X, 0)$	560,00	640,00	840,00	960,00	1000,00
$U(X, 0)$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$U(X, 0)$	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %

T = 0,0700 SEK

$L(X, 1)$	554,40	634,40	834,40	954,40	994,40
$Y(X, 1)$	330,66	596,73	783,21	895,10	932,39
$Y(X, 1)$	330,63	598,15	785,07	897,22	934,60
$Y(X, 1)$	330,85	597,88	785,01	897,15	934,53
$F(X, 1)$	330,45	598,13	785,05	897,20	934,58
$U(X, 1)$	0,60	0,25	0,04	0,05	0,05
$U(X, 1)$	0,18 %	0,04 %	0,01 %	0,01 %	0,01 %

T = 0,1400 SEK

$L(X, 2)$	330,68	592,64	770,76	891,92	929,30
$Y(X, 2)$	314,84	559,95	735,16	840,34	875,35
$Y(X, 2)$	314,70	561,16	736,75	842,04	877,17
$Y(X, 2)$	314,91	560,92	736,66	842,04	877,08
$F(X, 2)$	310,79	561,40	736,84	842,11	877,19
$U(X, 2)$	0,88	0,48	0,18	0,07	0,12
$U(X, 2)$	0,28 %	0,09 %	0,02 %	0,01 %	0,01 %

T = 0,2100 SEK

$L(X, 3)$	310,09	556,00	731,73	837,12	872,17
$Y(X, 3)$	290,49	527,47	692,68	791,78	824,91
$Y(X, 3)$	290,31	528,49	693,96	793,29	826,30
$Y(X, 3)$	290,49	528,27	693,95	793,17	826,39
$F(X, 3)$	290,52	528,93	694,21	793,39	826,45
$U(X, 3)$	1,03	0,65	0,26	0,22	0,06
$U(X, 3)$	0,35 %	0,12 %	0,04 %	0,03 %	0,01 %

T = 0,2800 SEK

$L(X, 4)$	291,96	523,65	689,30	788,55	821,74
$Y(X, 4)$	280,17	498,58	654,75	748,66	779,71
$Y(X, 4)$	279,99	499,41	655,94	749,71	781,18
$Y(X, 4)$	280,13	499,27	655,79	749,89	780,89
$F(X, 4)$	281,25	500,00	656,25	750,00	781,25
$U(X, 4)$	1,12	0,73	0,46	0,11	0,36
$U(X, 4)$	0,40 %	0,15 %	0,07 %	0,01 %	0,05 %

T = 0,3500		SFK				
L(X, 5)	=	270,86	494,89	651,42	745,48	776,55
Y(X, 5)	=	260,57	472,65	620,94	700,61	730,66
Y(X, 5)	=	260,38	473,42	621,71	710,96	740,52
Y(X, 5)	=	260,52	473,22	621,87	710,57	740,77
F(X, 5)	=	260,67	474,07	622,22	711,11	740,74
W(X, 5)	=	1,15	0,85	0,35	0,54	-0,03
U(X, 5)	=	0,43 %	0,18 %	0,06 %	0,08 %	-0,00 %
T = 0,4200		SFK				
L(X, 6)	=	261,47	469,09	617,67	706,47	736,54
Y(X, 6)	=	252,42	440,30	590,09	675,11	702,63
Y(X, 6)	=	252,24	440,95	591,15	675,48	704,20
Y(X, 6)	=	252,34	440,80	590,84	676,04	703,46
F(X, 6)	=	253,52	450,70	591,55	676,06	704,23
W(X, 6)	=	1,18	0,81	0,71	0,02	0,77
U(X, 6)	=	0,47 %	0,18 %	0,12 %	0,00 %	0,11 %
T = 0,4900		SFK				
L(X, 7)	=	246,51	445,93	586,93	672,00	690,62
Y(X, 7)	=	240,53	428,15	562,71	642,71	670,50
Y(X, 7)	=	240,34	428,78	563,05	644,18	670,40
Y(X, 7)	=	240,44	428,57	563,40	643,42	671,33
F(X, 7)	=	241,61	420,53	563,76	644,30	671,14
W(X, 7)	=	1,17	0,96	0,36	0,88	-0,18
U(X, 7)	=	0,48 %	0,22 %	0,06 %	0,14 %	-0,03 %
T = 0,5600		SEK				
L(X, 8)	=	236,78	424,84	550,56	639,77	667,42
Y(X, 8)	=	229,69	409,04	537,02	614,74	639,33
Y(X, 8)	=	229,52	409,39	538,02	614,59	641,04
Y(X, 8)	=	229,50	409,42	537,60	615,40	640,00
Y(X, 8)	=	229,58	409,35	537,99	614,57	641,04
Y(X, 8)	=	229,58	409,44	537,59	615,40	639,99
Y(X, 8)	=	229,50	409,33	538,00	614,56	641,04
Y(X, 8)	=	229,57	409,45	537,59	615,41	639,98
Y(X, 8)	=	229,59	409,33	538,01	614,55	641,05
Y(X, 8)	=	229,57	409,45	537,58	615,41	639,07
Y(X, 8)	=	229,59	409,33	538,01	614,55	641,06
Y(X, 8)	=	229,57	409,45	537,58	615,42	639,96
F(X, 8)	=	230,77	410,26	538,46	615,38	641,03
W(X, 8)	=	1,20	0,80	0,89	-0,04	1,06
U(X, 8)	=	0,52 %	0,20 %	0,16 %	-0,01 %	0,17 %

$L(X, 9) =$	220,00	405,83	534,06	644,69	636,53
$Y(X, 9) =$	219,80	391,32	514,44	587,38	613,06
$Y(X, 9) =$	219,62	391,85	514,53	588,80	612,61
$Y(X, 9) =$	219,71	391,66	514,93	587,98	613,62
$Y(X, 9) =$	219,67	391,81	514,52	588,76	612,63
$F(X, 9) =$	220,86	392,64	515,34	588,96	613,50
$U(X, 9) =$	1,19	0,83	0,82	0,19	0,87
$U(X, 9) =$	0,54 %	0,21 %	0,16 %	0,03 %	0,14 %

T = 0,7000 SFK

$L(X, 10) =$	210,34	388,35	511,13	585,24	609,29
$Y(X, 10) =$	210,72	375,22	493,16	563,37	587,57
$Y(X, 10) =$	210,55	375,66	493,36	564,37	587,50
$F(X, 10) =$	211,76	376,47	494,12	564,71	588,24
$U(X, 10) =$	1,22	0,81	0,76	0,34	0,74
$U(X, 10) =$	0,57 %	0,22 %	0,16 %	0,06 %	0,13 %

T = 0,7700 SFK

$L(X, 11) =$	206,37	372,34	490,09	561,02	584,26
$Y(X, 11) =$	206,34	360,40	473,61	541,21	564,19
$Y(X, 11) =$	206,17	360,77	473,86	541,94	564,32
$F(X, 11) =$	206,39	361,58	474,58	542,37	564,97
$U(X, 11) =$	1,22	0,81	0,71	0,43	0,65
$U(X, 11) =$	0,60 %	0,22 %	0,15 %	0,08 %	0,11 %

T = 0,8400 SFK

$L(X, 12) =$	199,12	357,59	470,71	538,74	561,19
$Y(X, 12) =$	194,61	346,69	455,56	520,70	542,65
$Y(X, 12) =$	194,45	347,01	455,83	521,24	542,88
$F(X, 12) =$	195,65	347,83	456,52	521,74	543,48
$U(X, 12) =$	1,20	0,81	0,69	0,50	0,59
$U(X, 12) =$	0,61 %	0,23 %	0,15 %	0,09 %	0,11 %

T = 0,9100 SFK

$L(X, 13) =$	191,52	343,95	452,79	518,18	539,85
$Y(X, 13) =$	187,45	333,98	438,84	501,66	522,71
$Y(X, 13) =$	187,30	334,26	439,11	502,09	522,99
$F(X, 13) =$	188,48	335,08	439,79	502,62	523,56
$U(X, 13) =$	1,18	0,82	0,68	0,53	0,57
$U(X, 13) =$	0,63 %	0,24 %	0,15 %	0,11 %	0,11 %

T = 0,9800 SFK

$L(X, 14) =$	184,48	331,31	436,18	499,14	520,07
$Y(X, 14) =$	180,81	322,17	423,31	483,94	504,20
$Y(X, 14) =$	180,66	322,42	423,57	484,29	504,50
$F(X, 14) =$	181,82	323,23	424,24	484,85	505,05
$U(X, 14) =$	1,15	0,82	0,67	0,55	0,55
$U(X, 14) =$	0,64 %	0,25 %	0,16 %	0,11 %	0,11 %

T =	1,0500	SEK				
L(X, 15)) =	177,94	319,58	420,74	481,46	501,67
Y(X, 15)) =	174,62	311,16	408,85	467,42	486,07
Y(X, 15)) =	174,48	311,38	409,09	467,73	487,25
F(X, 15)) =	175,61	312,20	409,76	468,29	487,80
W(X, 15)) =	1,13	0,81	0,67	0,57	0,55
U(X, 15)) =	0,64 %	0,26 %	0,16 %	0,12 %	0,11 %

T =	1,1200	SEK				
L(X, 16)) =	171,85	308,64	406,35	464,99	484,52
Y(X, 16)) =	160,84	300,88	395,34	451,99	470,89
Y(X, 16)) =	160,71	301,08	395,56	452,26	471,15
F(X, 16)) =	169,81	301,89	396,23	452,83	471,70
W(X, 16)) =	1,10	0,81	0,67	0,57	0,55
U(X, 16)) =	0,65 %	0,27 %	0,17 %	0,13 %	0,12 %

T =	1,1900	SEK				
L(X, 17)) =	166,17	298,43	392,92	449,61	468,50
Y(X, 17)) =	165,43	291,26	382,70	437,54	455,83
Y(X, 17)) =	165,31	291,44	382,90	437,78	456,07
F(X, 17)) =	164,38	292,24	383,56	438,36	456,62
W(X, 17)) =	1,07	0,80	0,66	0,58	0,55
U(X, 17)) =	0,65 %	0,27 %	0,17 %	0,13 %	0,12 %

T =	1,2600	SEK				
L(X, 18)) =	160,85	288,87	380,34	435,22	453,51
Y(X, 18)) =	150,36	282,24	370,84	423,99	441,70
Y(X, 18)) =	150,24	282,39	371,02	424,20	441,92
F(X, 18)) =	159,29	283,19	371,68	424,78	442,48
W(X, 18)) =	1,05	0,79	0,66	0,58	0,55
U(X, 18)) =	0,66 %	0,28 %	0,18 %	0,14 %	0,13 %

T =	1,3300	SEK				
L(X, 19)) =	155,86	279,91	368,54	421,72	439,44
Y(X, 19)) =	155,50	273,75	350,69	411,24	428,43
Y(X, 19)) =	155,48	273,89	350,86	411,44	428,63
F(X, 19)) =	154,51	274,68	360,52	412,02	429,18
W(X, 19)) =	1,02	0,78	0,66	0,58	0,55
U(X, 19)) =	0,66 %	0,29 %	0,18 %	0,14 %	0,13 %

T =	1,4000	SEK				
L(X, 20)) =	151,17	271,48	357,45	409,03	426,22
Y(X, 20)) =	149,11	265,76	349,19	399,24	415,93
Y(X, 20)) =	149,00	265,89	349,35	399,42	416,11
F(X, 20)) =	150,00	266,67	350,00	400,00	416,67
W(X, 20)) =	1,00	0,77	0,65	0,58	0,56
U(X, 20)) =	0,67 %	0,29 %	0,19 %	0,14 %	0,13 %

T = 2,1000 SEK

53

L(X, 30)	=	110,21	208,60	274,77	314,43	327,64
Y(X, 30)	=	115,40	205,72	270,30	309,05	321,96
V(X, 30)	=	115,33	205,78	270,37	309,13	322,05
F(X, 30)	=	110,13	206,45	270,97	309,68	322,58
U(X, 30)	=	0,80	0,67	0,60	0,55	0,54
U(X, 30)	=	0,69 %	0,33 %	0,22 %	0,18 %	0,17 %

T = 2,1700 SEK

L(X, 31)	=	115,59	203,97	268,56	307,32	320,24
Y(X, 31)	=	114,85	201,17	264,33	302,22	314,85
V(X, 31)	=	114,78	201,23	264,39	302,29	314,93
F(X, 31)	=	113,56	201,89	264,98	302,84	315,46
U(X, 31)	=	0,78	0,66	0,59	0,55	0,53
U(X, 31)	=	0,69 %	0,33 %	0,22 %	0,18 %	0,17 %

T = 2,2400 SEK

L(X, 32)	=	111,08	199,46	262,62	300,52	313,16
Y(X, 32)	=	110,41	196,83	258,61	295,68	308,04
V(X, 32)	=	110,34	196,88	258,67	295,75	308,11
F(X, 32)	=	111,11	197,53	259,26	296,30	308,64
U(X, 32)	=	0,77	0,66	0,58	0,54	0,53
U(X, 32)	=	0,69 %	0,33 %	0,23 %	0,18 %	0,17 %

T = 2,3100 SEK

L(X, 33)	=	100,68	195,14	256,94	294,02	306,38
Y(X, 33)	=	100,07	192,66	253,14	289,43	301,52
V(X, 33)	=	100,01	192,71	253,20	289,49	301,59
F(X, 33)	=	100,76	193,35	253,78	290,03	302,11
U(X, 33)	=	0,75	0,65	0,58	0,54	0,52
U(X, 33)	=	0,60 %	0,33 %	0,23 %	0,19 %	0,17 %

T = 2,3800 SEK

L(X, 34)	=	100,38	191,01	251,50	287,80	299,90
Y(X, 34)	=	105,83	188,67	247,89	283,43	295,27
V(X, 34)	=	105,77	188,71	247,95	283,49	295,34
F(X, 34)	=	100,51	189,35	248,52	284,02	295,86
U(X, 34)	=	0,74	0,64	0,57	0,53	0,52
U(X, 34)	=	0,69 %	0,34 %	0,23 %	0,19 %	0,18 %

T = 2,4500 SEK

L(X, 35)	=	104,17	187,05	246,29	281,83	293,68
Y(X, 35)	=	105,68	184,84	242,86	277,67	289,28
V(X, 35)	=	105,62	184,88	242,91	277,73	289,34
F(X, 35)	=	104,35	185,51	243,48	278,26	289,86
U(X, 35)	=	0,73	0,63	0,57	0,53	0,52
U(X, 35)	=	0,70 %	0,34 %	0,23 %	0,19 %	0,18 %

T = 5,2200	SEK					
L(X, 46)) =	89,23	152,32	200,55	220,49	239,14
Y(X, 46)) =	84,74	151,00	198,52	226,98	236,47
Y(X, 46)) =	84,74	151,12	198,55	227,01	236,50
F(X, 46)) =	85,31	151,68	199,05	227,49	236,97
W(X, 46)) =	0,60	0,54	0,50	0,48	0,47
U(X, 46)) =	0,71 %	0,36 %	0,25 %	0,21 %	0,20 %

T = 5,2900	SEK					
L(X, 47)) =	85,43	149,79	197,22	225,68	235,17
Y(X, 47)) =	85,36	148,63	195,28	223,27	232,61
Y(X, 47)) =	85,32	148,65	195,31	223,31	232,64
F(X, 47)) =	85,02	149,18	195,80	223,78	233,10
W(X, 47)) =	0,59	0,54	0,50	0,47	0,46
U(X, 47)) =	0,71 %	0,36 %	0,25 %	0,21 %	0,20 %

T = 5,3600	SEK					
L(X, 48)) =	82,06	147,34	194,00	222,00	231,33
Y(X, 48)) =	82,02	146,24	192,15	219,69	228,87
Y(X, 48)) =	81,98	146,26	192,17	219,72	228,90
F(X, 48)) =	82,57	146,79	192,66	220,18	229,36
W(X, 48)) =	0,58	0,53	0,49	0,47	0,46
U(X, 48)) =	0,71 %	0,36 %	0,25 %	0,21 %	0,20 %

T = 5,4300	SEK					
L(X, 49)) =	80,74	144,97	190,89	218,43	227,61
Y(X, 49)) =	80,72	143,93	189,11	216,21	225,25
Y(X, 49)) =	80,69	143,95	189,13	216,24	225,28
F(X, 49)) =	81,26	144,47	189,62	216,70	225,73
W(X, 49)) =	0,58	0,52	0,48	0,46	0,45
U(X, 49)) =	0,71 %	0,36 %	0,26 %	0,21 %	0,20 %

T = 5,5000	SEK					
L(X, 50)) =	79,47	142,68	187,87	214,98	224,01
Y(X, 50)) =	79,47	141,69	186,16	212,85	221,74
Y(X, 50)) =	79,43	141,71	186,19	212,88	221,77
F(X, 50)) =	80,00	142,22	186,67	213,33	222,22
W(X, 50)) =	0,57	0,52	0,48	0,46	0,45
U(X, 50)) =	0,71 %	0,36 %	0,26 %	0,21 %	0,20 %

... METODY ILODOWE ZAGADNIENIE PRZEGNIWE - METODA KOREKCYJ

FORMANIE : $DDA(F) = 2AIF + DT(F)$

DANE :

- ILOSC WZLOW : $N + 1$ $N = 5$
- DYSKRETYZACJA OBSZARU : H $H = 1,0$
- ILOSC KROKOW CZASOWYCH : M $M = 50$
- DYSKRETYZACJA CZASU : P $P = 0,0800$
- WYMIAR OBSZARU : $S/2$ $S = 1,0$
- KOEFICJENT PRZYPIECZANIA : $2A$ $A = 40,0$
- DOZLADZOSC ITERACJI : D $D = 1,0$

X	1	2	3	4	5
$F(X, 0) =$	560,00	640,00	840,00	960,00	1000,00
$U(X, 0) =$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$U(X, 0) =$	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %

$T = 0,0800$ SEK

$F(X, 1) =$	555,60	633,60	833,60	953,60	993,60
$U(X, 1) =$	532,32	590,79	775,42	886,19	923,12
$U(X, 1) =$	532,28	592,61	777,81	888,92	925,96
$U(X, 1) =$	532,60	592,23	777,72	888,82	925,85
$F(X, 1) =$	533,33	592,59	777,78	888,89	925,93
$U(X, 1) =$	0,74	0,36	0,06	0,07	0,07
$U(X, 1) =$	0,22 %	0,06 %	0,01 %	0,01 %	0,01 %

$T = 0,1600$ SEK

$F(X, 2) =$	520,76	586,50	771,77	882,89	919,93
$U(X, 2) =$	507,19	549,91	721,97	825,37	859,76
$U(X, 2) =$	507,00	551,40	724,02	827,47	862,03
$U(X, 2) =$	507,29	551,09	723,83	827,52	861,88
$F(X, 2) =$	510,34	551,72	724,14	827,59	862,07
$U(X, 2) =$	1,05	0,64	0,30	0,07	0,19
$U(X, 2) =$	0,34 %	0,12 %	0,04 %	0,01 %	0,02 %

$T = 0,2400$ SEK

$F(X, 3) =$	503,89	545,56	718,31	821,97	856,38
$U(X, 3) =$	287,10	514,32	675,53	772,10	804,64
$U(X, 3) =$	280,86	515,59	677,03	774,12	806,14
$U(X, 3) =$	287,12	515,26	677,13	773,72	806,56
$F(X, 3) =$	290,32	516,13	677,42	774,19	806,45
$U(X, 3) =$	1,21	0,27	0,29	0,48	-0,11
$U(X, 3) =$	0,62 %	0,17 %	0,04 %	0,06 %	-0,01 %

T = 0,3200 SFK

L(X, 4)	=	284,03	510,12	671,91	768,62	801,31
Y(X, 4)	=	271,47	483,18	636,33	725,94	755,28
Y(X, 4)	=	271,24	484,07	636,09	726,58	757,81
Y(X, 4)	=	271,42	484,01	635,46	727,67	756,38
Y(X, 4)	=	271,36	483,93	636,19	726,13	758,29
Y(X, 4)	=	271,37	484,14	635,21	728,21	755,67
Y(X, 4)	=	271,39	483,80	636,56	725,39	759,24
Y(X, 4)	=	271,34	484,30	636,70	729,23	754,40
Y(X, 4)	=	271,42	483,59	637,26	724,01	760,98
Y(X, 4)	=	271,31	484,57	637,75	731,13	752,05
Y(X, 4)	=	271,47	483,22	638,56	721,44	764,22
Y(X, 4)	=	271,24	485,08	632,00	734,67	747,70
F(X, 4)	=	272,73	484,85	636,36	727,27	757,58
U(X, 4)	=	1,48	-0,23	4,36	-7,40	9,88
U(X, 4)	=	0,54 x	-0,05 x	0,69 x	-1,02 x	1,30 x

T = 0,4000 SFK

L(X, 5)	=	260,65	470,73	628,46	727,50	745,62
Y(X, 5)	=	250,11	453,68	604,65	671,68	728,47
Y(X, 5)	=	250,48	457,72	594,38	695,84	700,83
Y(X, 5)	=	250,15	453,40	609,04	666,48	738,09
Y(X, 5)	=	250,43	458,87	590,16	704,39	690,52
Y(X, 5)	=	250,31	451,91	614,59	656,02	752,14
Y(X, 5)	=	250,20	460,87	583,39	718,80	673,80
Y(X, 5)	=	250,63	449,44	623,86	639,08	775,93
Y(X, 5)	=	254,80	464,23	572,43	743,26	646,92
Y(X, 5)	=	250,16	445,39	639,58	611,95	816,81
Y(X, 5)	=	254,15	469,91	554,70	785,63	604,38
Y(X, 5)	=	250,06	438,84	666,79	569,18	889,19
F(X, 5)	=	250,14	457,14	600,00	685,71	714,29
U(X, 5)	=	-0,92	18,31	-66,79	116,54	-174,91
U(X, 5)	=	-0,36 x	4,00 x	-11,13 x	16,99 x	-24,49 x

T = 0,4800 SFK

L(X, 6)	=	251,88	442,61	640,74	602,59	837,99
Y(X, 6)	=	230,87	460,04	481,50	864,21	468,85
Y(X, 6)	=	244,11	414,78	649,16	510,81	880,99
Y(X, 6)	=	230,40	473,17	449,75	971,95	409,73
Y(X, 6)	=	240,08	402,65	711,85	438,27	1040,96
Y(X, 6)	=	230,50	494,69	404,91	1168,14	324,73
Y(X, 6)	=	240,22	384,95	830,12	337,55	1378,98
Y(X, 6)	=	230,70	535,03	330,06	1623,01	209,40
Y(X, 6)	=	250,01	357,26	1135,71	195,64	2438,89
Y(X, 6)	=	220,17	642,72	229,47	3702,27	62,96
Y(X, 6)	=	270,24	302,29	3782,24	21,52	22584,00
Y(X, 6)	=	230,29	250,24	14,51	3,1547877,70	0,00
Y(X, 6)	=	240,24	632,43	547,57	648,65	675,68
Y(X, 6)	=	24,58	-2135,61	553,05	-391947229,05	675,68
U(X, 6)	=	10,37	-0,17	7,64	-604251,7,81	100,00 x

N I F L I N I O W E Z A G A D N I E N I E B R Z E G O W I | - M E T O D A K O R E K C J I
 R O W N A N I A : $DDX(F) = 2AIF \cdot DT(F)$

D A N E :

I Ł O S C W E Z Ł O W : $N + 1$ $N = 8$
 D Y S K R E T Y Z A C J A O B S Z A R U : H $H = 0.6$
 I Ł O S C K R O K O W C Z A S O W Y C H : M $M = 30$
 D Y S K R E T Y Z A C J A C Z A S U : P $P = 0.0175$
 W Y M I A R O B S Z A R U : $S/2$ $S = 10$
 W S P O Ł C Z Y N N I K R O W N A N I A : $2A$ $A = 40.0$
 D O K Ł A D N O S C I T E M A C J I : D $D = 1.0$

X	1	2	3	4	5	6	7	8
F(X, 0)	234.38	437.50	609.38	750.00	859.38	937.50	984.38	1000.00
W(X, 0)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
U(X, 0)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

T = 0,0175 SEK

L(X, 1)	232.98	436.10	607.98	748.60	857.98	936.10	982.98	998.50
Y(X, 1)	230.31	429.91	598.80	736.99	844.47	921.24	967.30	982.55
Z(X, 1)	230.25	429.98	598.89	737.10	844.59	921.38	967.45	982.80
F(X, 1)	230.34	429.98	598.89	737.10	844.59	921.38	967.44	982.80
W(X, 1)	0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00
U(X, 1)	0.04	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00

T = 0,0350 SEK

L(X, 2)	228.89	428.60	597.52	735.73	843.22	920.00	966.07	981.43
Y(X, 2)	226.35	422.62	588.68	724.53	830.19	905.67	950.95	966.04
Z(X, 2)	226.29	422.69	588.77	724.64	830.31	905.80	951.09	966.18
F(X, 2)	226.45	422.71	588.77	724.64	830.31	905.80	951.09	966.18
W(X, 2)	0.16	0.01	0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00
U(X, 2)	0.07	0.00	0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00

T = 0,0525 SEK

L(X, 3)	224.95	421.33	587.41	723.29	828.96	904.45	949.74	964.83
Y(X, 3)	222.54	415.57	578.89	712.49	816.39	890.61	935.14	949.99
Z(X, 3)	222.48	415.64	578.97	712.59	816.51	890.74	935.27	950.12
F(X, 3)	222.68	415.68	578.98	712.59	816.51	890.74	935.27	950.12
W(X, 3)	0.21	0.04	0.01	0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00
U(X, 3)	0.09	0.01	0.00	0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00

T = 0,0700 SEK

L(X, 4)	221.17	414.30	577.64	711.26	815.18	889.41	933.94	948.79
Y(X, 4)	218.86	408.75	569.42	700.84	803.04	876.05	919.85	934.45
Z(X, 4)	218.80	408.82	569.49	700.93	803.15	876.17	919.98	934.58
F(X, 4)	219.04	408.88	569.51	700.93	803.15	876.17	919.98	934.58
W(X, 4)	0.24	0.06	0.02	0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00
U(X, 4)	0.11	0.01	0.00	0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00

T = 0,3750 SEK

L(X, 25)	=	171,15	320,60	447,05	550,50	630,96	688,42	722,90	734,39
Y(X, 25)	=	170,17	317,95	443,02	545,33	624,90	681,74	715,84	727,21
Z(X, 25)	=	170,14	317,97	443,04	545,36	624,94	681,78	715,88	727,25
F(X, 25)	=	170,45	318,18	443,18	545,45	625,00	681,82	715,91	727,27
W(X, 25)	=	0,32	0,21	0,14	0,09	0,06	0,04	0,03	0,02
U(X, 25)	=	0,19	x 0,07	x 0,03	x 0,02	x 0,01	x 0,01	x 0,00	x 0,00

T = 0,3900 SEK

L(X, 26)	=	169,28	317,10	442,17	544,49	624,07	680,91	715,01	725,38
Y(X, 26)	=	168,33	314,52	438,23	539,44	618,16	674,38	708,11	717,36
Z(X, 26)	=	168,30	314,54	438,26	539,47	618,10	674,42	708,15	717,40
F(X, 26)	=	168,62	314,75	438,40	539,57	618,26	674,46	708,18	717,42
W(X, 26)	=	0,32	0,21	0,14	0,09	0,06	0,04	0,03	0,02
U(X, 26)	=	0,19	x 0,07	x 0,03	x 0,02	x 0,01	x 0,01	x 0,00	x 0,00

T = 0,4050 SEK

L(X, 27)	=	167,45	313,67	437,39	538,61	617,33	673,56	707,29	718,54
Y(X, 27)	=	166,53	311,16	433,55	533,68	611,56	667,18	700,55	711,58
Z(X, 27)	=	166,50	311,18	433,57	533,71	611,50	667,22	700,59	711,72
F(X, 27)	=	166,81	311,39	433,72	533,81	611,65	667,26	700,62	711,74
W(X, 27)	=	0,32	0,21	0,14	0,10	0,06	0,04	0,03	0,03
U(X, 27)	=	0,19	x 0,07	x 0,03	x 0,02	x 0,01	x 0,01	x 0,00	x 0,00

T = 0,4200 SEK

L(X, 28)	=	165,66	310,32	432,72	532,86	610,74	666,36	699,74	710,86
Y(X, 28)	=	164,76	307,87	428,97	528,04	605,09	660,13	693,15	704,16
Z(X, 28)	=	164,74	307,89	428,99	528,07	605,13	660,17	693,19	704,20
F(X, 28)	=	165,05	308,10	429,14	528,17	605,19	660,21	693,22	704,23
W(X, 28)	=	0,31	0,21	0,15	0,10	0,07	0,05	0,03	0,03
U(X, 28)	=	0,19	x 0,07	x 0,03	x 0,02	x 0,01	x 0,01	x 0,00	x 0,00

T = 0,4350 SEK

L(X, 29)	=	163,91	307,04	428,14	527,22	604,28	659,32	692,34	704,35
Y(X, 29)	=	163,04	304,65	424,48	522,52	598,77	653,23	685,90	695,79
Z(X, 29)	=	163,01	304,66	424,50	522,55	598,80	653,26	685,94	695,83
F(X, 29)	=	163,33	304,88	424,65	522,65	598,87	653,31	685,98	695,86
W(X, 29)	=	0,31	0,21	0,15	0,10	0,07	0,05	0,04	0,03
U(X, 29)	=	0,19	x 0,07	x 0,04	x 0,02	x 0,01	x 0,01	x 0,01	x 0,00

T = 0,4500 SEK

L(X, 30)	=	162,19	303,83	423,67	521,71	597,96	652,43	685,10	695,00
Y(X, 30)	=	161,35	301,49	420,08	517,11	592,57	646,47	678,80	687,58
Z(X, 30)	=	161,33	301,51	420,11	517,14	592,60	646,50	678,84	687,62
F(X, 30)	=	161,64	301,72	420,26	517,24	592,67	646,55	678,88	687,56
W(X, 30)	=	0,31	0,22	0,15	0,10	0,07	0,05	0,04	0,03
U(X, 30)	=	0,19	x 0,07	x 0,04	x 0,02	x 0,01	x 0,01	x 0,01	x 0,00

ROWNIANIE : $DDX(F) = 2AIF \cdot DT(F)$

DANE :

ILOSC WZLOW I N + 1 N = 8
 DYSKRETYZACJA ORSZARU I H H = 0.625
 ILOSC KROKOW CZASOWYCH I M M = 30
 DYSKRETYZACJA CZASU I P P = 0.0100
 WYMIAR ORSZARU I S/2 S = 10
 WSPOLCZYNNIK ROWNANIA I 2A A = 40.0
 DOKLADNOSC ITERACJI I D D = 1.0

X	1	2	3	4	5	6	7	8
F(X, 0)	234.38	437.50	609.38	750.00	859.38	937.50	984.38	1000.00
W(X, 0)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
U(X, 0)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

T = 0.0100 SEK

L(X, 1)	233.58	436.70	608.58	749.20	858.58	936.70	983.58	999.20
Y(X, 1)	234.04	433.15	603.31	742.54	850.82	928.17	974.58	990.05
Z(X, 1)	234.02	433.17	603.34	742.57	850.87	928.22	974.63	990.10
F(X, 1)	234.05	433.17	603.34	742.57	850.87	928.22	974.63	990.10
W(X, 1)	0.03	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00
U(X, 1)	0.01	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00

T = 0.0200 SEK

L(X, 2)	231.23	432.38	602.55	741.78	850.07	927.43	973.84	987.31
Y(X, 2)	229.74	428.90	597.40	735.26	842.48	919.07	965.03	980.34
Z(X, 2)	229.72	428.92	597.43	735.29	842.52	919.12	965.07	980.39
F(X, 2)	229.78	428.92	597.43	735.29	842.52	919.12	965.07	980.39
W(X, 2)	0.05	0.00	0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00
U(X, 2)	0.02	0.00	0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00

T = 0.0300 SEK

L(X, 3)	228.94	428.13	596.64	734.51	841.74	918.33	964.29	977.61
Y(X, 3)	227.49	424.73	591.60	728.12	834.30	910.15	955.66	970.83
Z(X, 3)	227.47	424.75	591.63	728.16	834.34	910.19	955.70	970.87
F(X, 3)	227.55	424.76	591.63	728.16	834.34	910.19	955.70	970.87
W(X, 3)	0.08	0.01	0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00
U(X, 3)	0.03	0.00	0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00

T = 0.0400 SEK

L(X, 4)	228.70	423.97	590.85	727.38	833.57	909.42	954.93	971.10
Y(X, 4)	227.29	420.64	585.91	721.12	826.28	901.40	946.47	961.49
Z(X, 4)	227.27	420.66	585.93	721.15	826.32	901.44	946.51	961.54
F(X, 4)	227.36	420.67	585.94	721.15	826.32	901.44	946.51	961.54
W(X, 4)	0.09	0.02	0.00	0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00
U(X, 4)	0.04	0.00	0.00	0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00

T = 0,2500 SEK

L(x, 25)	180,17	352,06	490,72	604,16	692,38	755,39	793,20	805,80
Y(x, 25)	187,31	349,87	487,41	599,94	687,46	749,96	787,47	799,97
Y(x, 25)	187,29	349,88	487,43	599,96	687,48	749,99	787,49	800,00
F(x, 25)	187,50	350,00	487,50	600,00	687,50	750,00	787,50	800,00
W(x, 25)	0,21	0,12	0,07	0,04	0,02	0,01	0,01	0,00
U(x, 25)	0,11 x	0,03 x	0,01 x	0,01 x	0,00 x	0,00 x	0,00 x	0,00 x

T = 0,2600 SEK

L(x, 26)	180,66	349,24	486,79	599,32	686,84	749,35	786,85	799,35
Y(x, 26)	185,82	347,09	483,54	595,18	682,00	744,01	781,22	793,62
Y(x, 26)	185,81	347,10	483,56	595,20	682,02	744,03	781,24	793,65
F(x, 26)	180,01	347,22	483,63	595,24	682,04	744,05	781,25	793,65
W(x, 26)	0,21	0,12	0,07	0,04	0,02	0,01	0,01	0,01
U(x, 26)	0,11 x	0,04 x	0,02 x	0,01 x	0,00 x	0,00 x	0,00 x	0,00 x

T = 0,2700 SEK

L(x, 27)	185,18	346,46	482,92	594,56	681,39	743,40	780,61	793,01
Y(x, 27)	184,35	344,35	479,73	590,49	676,63	738,15	775,07	787,37
Y(x, 27)	184,34	344,36	479,75	590,51	676,65	738,18	775,09	787,40
F(x, 27)	184,55	344,49	479,82	590,55	676,67	738,19	775,10	787,40
W(x, 27)	0,21	0,12	0,08	0,04	0,02	0,01	0,01	0,01
U(x, 27)	0,11 x	0,04 x	0,02 x	0,01 x	0,00 x	0,00 x	0,00 x	0,00 x

T = 0,2800 SEK

L(x, 28)	185,72	343,73	479,12	589,88	676,02	737,55	774,46	785,77
Y(x, 28)	184,91	341,66	475,98	585,87	671,34	732,38	769,01	781,22
Y(x, 28)	184,90	341,67	476,00	585,89	671,36	732,41	769,03	781,24
F(x, 28)	183,11	341,80	476,07	585,94	671,39	732,42	769,04	781,25
W(x, 28)	0,21	0,13	0,08	0,05	0,03	0,02	0,01	0,01
U(x, 28)	0,11 x	0,04 x	0,02 x	0,01 x	0,00 x	0,00 x	0,00 x	0,00 x

T = 0,2900 SEK

L(x, 29)	184,28	341,04	475,37	585,27	670,74	731,78	768,41	780,52
Y(x, 29)	181,49	339,01	472,29	581,33	666,13	726,71	763,05	775,16
Y(x, 29)	181,48	339,02	472,30	581,35	666,15	726,73	763,07	775,19
F(x, 29)	181,69	339,15	472,38	581,40	666,18	726,74	763,08	775,19
W(x, 29)	0,21	0,13	0,08	0,05	0,03	0,02	0,01	0,01
U(x, 29)	0,11 x	0,04 x	0,02 x	0,01 x	0,00 x	0,00 x	0,00 x	0,00 x

T = 0,3000 SEK

L(x, 30)	180,87	338,40	471,68	580,73	665,53	726,11	762,45	774,57
Y(x, 30)	180,09	336,40	468,65	576,86	661,01	721,11	757,18	769,20
Y(x, 30)	180,08	336,41	468,67	576,87	661,03	721,14	757,20	769,22
F(x, 30)	180,29	336,54	468,75	576,92	661,06	721,15	757,21	769,23
W(x, 30)	0,21	0,13	0,08	0,05	0,03	0,02	0,01	0,01
U(x, 30)	0,12 x	0,04 x	0,02 x	0,01 x	0,00 x	0,00 x	0,00 x	0,00 x

U I F L I N I O W F Z A G A D N I E N I E R R Z E G O M E | - M E T O D A V O D E F E K C J I
 ROWNANIE : $DDX(F) = 2A + F * DT(F)$

DANE :

IŁOSC WZFLÓW : $N + 1$ $N = 8$
 DYSKRETYZACJA ORSZARU : H $H = 0,6$
 IŁOSC KROKÓW CZASOWYCH : M $M = 30$
 DYSKRETYZACJA CZASU : P $P = 0,0125$
 WYMIAR ORSZARU : $S/2$ $S = 10$
 WSPÓLCZYNNIK RUWNANIA : $2A$ $A = 40,0$
 DOKŁADNOŚĆ ITERACJI : D $D = 1,0$

X	1	2	3	4	5	6	7	8
$F(X, 0)$	234,38	437,50	609,38	750,00	859,38	937,50	984,38	1000,00
$W(X, 0)$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$U(X, 0)$	0,00	x 0,00	x 0,00	x 0,00	x 0,00	x 0,00	x 0,00	x 0,00

T = 0,0125 SEK

$L(X, 1)$	233,38	436,50	608,38	749,00	858,38	936,50	983,38	999,00
$Y(X, 1)$	231,46	432,07	601,81	740,68	848,70	925,85	972,15	987,58
$Z(X, 1)$	231,44	432,10	601,85	740,74	848,77	925,93	972,22	987,65
$F(X, 1)$	231,48	432,10	601,85	740,74	848,77	925,93	972,22	987,65
$W(X, 1)$	0,05	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00
$U(X, 1)$	0,02	x -0,00	x -0,00	x -0,00	x -0,00	x -0,00	x -0,00	x -0,00

T = 0,0250 SEK

$L(X, 2)$	230,45	431,11	600,86	739,75	847,78	924,94	971,23	986,67
$Y(X, 2)$	228,60	426,79	594,47	731,65	838,35	914,57	960,29	975,54
$Z(X, 2)$	228,58	426,82	594,51	731,71	838,41	914,63	960,37	975,61
$F(X, 2)$	228,66	426,83	594,51	731,71	838,41	914,63	960,37	975,61
$W(X, 2)$	0,08	0,01	0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00
$U(X, 2)$	0,04	x 0,00	x 0,00	x -0,00	x -0,00	x -0,00	x -0,00	x -0,00

T = 0,0375 SEK

$L(X, 3)$	227,60	425,85	593,54	730,73	837,44	913,66	959,39	974,63
$Y(X, 3)$	225,82	421,64	587,30	722,84	828,25	903,55	948,73	963,78
$Z(X, 3)$	225,79	421,67	587,35	722,89	828,31	903,61	948,80	963,86
$F(X, 3)$	225,90	421,69	587,35	722,89	828,31	903,61	948,80	963,86
$W(X, 3)$	0,11	0,02	0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00
$U(X, 3)$	0,05	x 0,00	x 0,00	x -0,00	x -0,00	x -0,00	x -0,00	x -0,00

T = 0,0500 SEK

$L(X, 4)$	224,83	420,70	586,38	721,93	827,35	902,65	947,83	962,89
$Y(X, 4)$	223,11	416,61	580,31	714,23	818,39	892,79	937,43	952,31
$Z(X, 4)$	223,08	416,64	580,35	714,29	818,45	892,86	937,50	952,38
$F(X, 4)$	223,21	416,67	580,36	714,29	818,45	892,86	937,50	952,38
$W(X, 4)$	0,14	0,03	0,01	0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00
$U(X, 4)$	0,06	x 0,01	x 0,00	x 0,00	x -0,00	x -0,00	x -0,00	x -0,00

T = 0,3125 SEK

63

L(x, 25)) =	179,27	335,61	467,88	576,09	660,25	720,36	756,43	768,45
Y(x, 25)) =	178,33	333,15	466,16	571,34	654,69	714,23	749,95	761,86
Y(x, 25)) =	178,31	333,17	466,18	571,36	654,72	714,26	749,99	761,89
F(x, 25)) =	178,57	333,33	466,29	571,43	654,76	714,29	750,00	761,90
W(x, 25)) =	0,26	0,16	0,10	0,06	0,04	0,02	0,01	0,01
U(x, 25)) =	0,15	% 0,05	% 0,02	% 0,01	% 0,01	% 0,00	% 0,00	% 0,00

T = 0,3250 SEK

L(x, 26)) =	177,56	332,41	463,42	570,60	653,96	713,50	749,22	761,13
Y(x, 26)) =	176,64	330,01	459,78	565,95	648,52	707,49	742,87	754,67
Y(x, 26)) =	176,62	330,02	459,80	565,97	648,54	707,52	742,91	754,70
F(x, 26)) =	176,89	330,19	459,91	566,04	648,58	707,55	742,92	754,72
W(x, 26)) =	0,26	0,17	0,11	0,07	0,04	0,02	0,02	0,01
U(x, 26)) =	0,15	% 0,05	% 0,02	% 0,01	% 0,01	% 0,00	% 0,00	% 0,00

T = 0,3375 SEK

L(x, 27)) =	175,88	329,27	459,04	565,22	647,79	706,77	742,15	753,25
Y(x, 27)) =	174,99	326,92	455,48	560,65	642,45	700,88	735,93	747,62
Y(x, 27)) =	174,97	326,93	455,50	560,68	642,48	700,91	735,96	747,65
F(x, 27)) =	175,23	327,10	455,61	560,75	642,52	700,93	735,98	747,66
W(x, 27)) =	0,26	0,17	0,11	0,07	0,04	0,03	0,02	0,01
U(x, 27)) =	0,15	% 0,05	% 0,02	% 0,01	% 0,01	% 0,00	% 0,00	% 0,00

T = 0,3500 SEK

L(x, 28)) =	174,23	326,19	454,75	559,93	641,73	700,16	735,22	745,20
Y(x, 28)) =	173,37	323,89	451,26	555,46	636,50	694,39	729,12	740,69
Y(x, 28)) =	173,35	323,90	451,28	555,48	636,53	694,42	729,15	740,72
F(x, 28)) =	173,61	324,07	451,39	555,56	636,57	694,44	729,17	740,74
W(x, 28)) =	0,26	0,17	0,11	0,07	0,04	0,03	0,02	0,02
U(x, 28)) =	0,15	% 0,05	% 0,02	% 0,01	% 0,01	% 0,00	% 0,00	% 0,00

T = 0,3625 SEK

L(x, 29)) =	172,62	323,16	450,54	554,74	635,79	693,68	728,41	739,28
Y(x, 29)) =	171,78	320,91	447,11	550,36	630,66	688,01	722,43	735,20
Y(x, 29)) =	171,76	320,93	447,13	550,38	630,69	688,04	722,46	735,23
F(x, 29)) =	172,02	321,10	447,25	550,46	630,73	688,07	722,48	735,24
W(x, 29)) =	0,26	0,17	0,11	0,07	0,05	0,03	0,02	0,02
U(x, 29)) =	0,15	% 0,05	% 0,03	% 0,01	% 0,01	% 0,00	% 0,00	% 0,00

T = 0,3750 SEK

L(x, 30)) =	171,03	320,19	446,40	549,65	629,95	687,31	721,72	733,19
Y(x, 30)) =	170,21	317,99	443,05	545,36	624,92	681,76	715,86	727,22
Y(x, 30)) =	170,19	318,01	443,07	545,38	624,95	681,79	715,89	727,25
F(x, 30)) =	170,45	318,18	443,18	545,45	625,00	681,82	715,91	727,27
W(x, 30)) =	0,26	0,17	0,12	0,08	0,05	0,03	0,02	0,02
U(x, 30)) =	0,15	% 0,05	% 0,03	% 0,01	% 0,01	% 0,00	% 0,00	% 0,00

N I P L I N I O W E Z A G A D N I E N I E ⁶⁴ R Z F G O W F . M E T O D A K O R E K C J I

ROZNIANIE : $DDX(F) = 2AIF * DT(F)$

DANE :

ILOSC WZLOW I N + 1 N = 8
 DYSKRETYZACJA OBSZARU I H H = 0.6
 ILOSC KROKOW CZASOWYCH I M M = 30
 DYSKRETYZACJA CZASU I P P = 0.0150
 WYMIAR OBSZARU I S/2 S = 10
 WSPOLCZYNNIK ROWNANIA I 2A A = 40.0
 DOKLADNOSC ITERACJI I D D = 1.0

X	=	1	2	3	4	5	6	7	8
F(x, 0)	=	234.38	437.50	609.38	750.00	859.38	937.50	984.38	1000.00
U(x, 0)	=	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
U(x, 0)	=	0.00	x 0.00	x 0.00	x 0.00	x 0.00	x 0.00	x 0.00	x 0.00

T = 0.0150 SEK

L(x, 1)	=	235.18	436.30	608.18	748.80	858.17	936.50	983.18	998.80
Y(x, 1)	=	230.89	430.99	600.30	738.83	846.58	923.54	969.72	995.11
Y(x, 1)	=	230.84	431.03	600.37	738.92	846.68	923.65	969.83	995.22
F(x, 1)	=	230.91	431.03	600.37	738.92	846.67	923.65	969.83	995.22
U(x, 1)	=	0.07	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00
U(x, 1)	=	0.03	x -0.00	x -0.00	x -0.00	x -0.00	x -0.00	x -0.00	x -0.00

T = 0.0300 SEK

L(x, 2)	=	229.67	429.85	599.19	737.73	845.49	922.46	968.65	984.04
Y(x, 2)	=	227.47	424.70	591.56	728.08	834.25	910.10	955.60	970.77
Y(x, 2)	=	227.43	424.75	591.62	728.16	834.35	910.19	955.70	970.87
F(x, 2)	=	227.55	424.76	591.63	728.16	834.34	910.19	955.70	970.87
U(x, 2)	=	0.12	0.01	0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00
U(x, 2)	=	0.05	x 0.00	x 0.00	x -0.00	x -0.00	x -0.00	x -0.00	x -0.00

T = 0.0450 SEK

L(x, 3)	=	226.27	423.58	590.46	726.99	833.18	909.03	954.54	962.71
Y(x, 3)	=	224.17	418.59	583.07	717.63	822.28	897.04	941.89	955.84
Y(x, 3)	=	224.13	418.64	583.13	717.70	822.37	897.13	941.99	955.94
F(x, 3)	=	224.28	418.66	583.13	717.70	822.37	897.13	941.99	955.94
U(x, 3)	=	0.16	0.02	0.00	0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00
U(x, 3)	=	0.07	x 0.01	x 0.00	x 0.00	x -0.00	x -0.00	x -0.00	x -0.00

T = 0.0600 SEK

L(x, 4)	=	222.99	417.48	581.98	716.55	821.22	895.98	940.84	955.79
Y(x, 4)	=	220.96	412.65	574.81	707.47	810.65	884.34	928.56	943.30
Y(x, 4)	=	220.92	412.69	574.87	707.55	810.73	884.43	928.66	943.40
F(x, 4)	=	221.11	412.74	574.88	707.55	810.73	884.43	928.66	943.40
U(x, 4)	=	0.19	0.04	0.01	0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00
U(x, 4)	=	0.08	x 0.01	x 0.00	x 0.00	x -0.00	x -0.00	x -0.00	x -0.00

T = 0,4375 SEK

L(x, 25)	=	163,72	306,86	427,98	527,07	604,13	659,17	692,20	703,21
Y(x, 25)	=	162,71	304,07	423,71	521,58	597,70	652,07	684,69	695,56
Y(x, 25)	=	162,68	304,10	423,74	521,62	597,75	652,12	684,74	695,62
F(x, 25)	=	163,04	304,35	423,91	521,74	597,83	652,17	684,78	695,65
W(x, 25)	=	0,37	0,25	0,17	0,12	0,08	0,06	0,04	0,04
U(x, 25)	=	0,23	x 0,08	x 0,04	x 0,02	x 0,01	x 0,01	x 0,01	x 0,01

T = 0,4550 SEK

L(x, 26)	=	161,72	303,12	422,76	520,65	596,77	651,14	683,77	694,64
Y(x, 26)	=	160,75	300,41	418,61	515,30	590,51	644,22	676,45	687,20
Y(x, 26)	=	160,72	300,44	418,64	515,34	590,55	644,27	676,50	687,25
F(x, 26)	=	161,08	300,69	418,81	515,46	590,64	644,33	676,55	687,29
W(x, 26)	=	0,37	0,25	0,18	0,12	0,08	0,06	0,04	0,04
U(x, 26)	=	0,23	x 0,08	x 0,04	x 0,02	x 0,01	x 0,01	x 0,01	x 0,01

T = 0,4725 SEK

L(x, 27)	=	159,78	299,47	417,67	514,38	589,59	643,31	675,54	686,28
Y(x, 27)	=	158,84	296,84	413,63	509,18	583,49	636,57	668,41	677,03
Y(x, 27)	=	158,80	296,86	413,66	509,21	583,53	636,61	668,46	677,07
F(x, 27)	=	159,17	297,11	413,84	509,34	583,62	636,67	668,51	677,12
W(x, 27)	=	0,36	0,25	0,18	0,13	0,09	0,06	0,05	0,04
U(x, 27)	=	0,23	x 0,09	x 0,04	x 0,02	x 0,01	x 0,01	x 0,01	x 0,01

T = 0,4900 SEK

L(x, 28)	=	157,87	295,91	412,71	508,26	582,58	635,66	667,51	678,12
Y(x, 28)	=	156,97	293,35	408,77	503,19	576,63	629,09	660,56	671,05
Y(x, 28)	=	156,94	293,37	408,79	503,23	576,67	629,13	660,60	671,10
F(x, 28)	=	157,30	293,62	408,98	503,36	576,76	629,19	660,65	671,14
W(x, 28)	=	0,36	0,25	0,18	0,13	0,09	0,06	0,05	0,05
U(x, 28)	=	0,23	x 0,09	x 0,04	x 0,03	x 0,02	x 0,01	x 0,01	x 0,01

T = 0,5075 SEK

L(x, 29)	=	156,02	292,43	407,85	502,29	575,73	628,19	659,66	670,16
Y(x, 29)	=	155,15	289,94	404,02	497,35	569,93	621,78	652,89	663,26
Y(x, 29)	=	155,11	289,96	404,04	497,38	569,97	621,82	652,93	663,30
F(x, 29)	=	155,47	290,22	404,23	497,51	570,07	621,89	652,99	663,35
W(x, 29)	=	0,36	0,25	0,18	0,13	0,09	0,07	0,05	0,05
U(x, 29)	=	0,23	x 0,09	x 0,05	x 0,03	x 0,02	x 0,01	x 0,01	x 0,01

T = 0,5250 SEK

L(x, 30)	=	154,21	289,03	403,12	496,45	569,04	620,89	652,00	662,37
Y(x, 30)	=	153,36	286,61	399,38	491,64	563,39	614,64	645,39	655,64
Y(x, 30)	=	153,33	286,63	399,40	491,67	563,43	614,68	645,44	655,69
F(x, 30)	=	153,69	286,89	399,59	491,80	563,57	614,75	645,49	655,74
W(x, 30)	=	0,36	0,26	0,19	0,13	0,10	0,07	0,06	0,05
U(x, 30)	=	0,23	x 0,09	x 0,05	x 0,03	x 0,02	x 0,01	x 0,01	x 0,01

CZAS OBLICZEN = 27 SEK

N I F L I N I O W E Z A G A D N I E N I E B R Z F G (W, F = M E T O D A V O R E K C J I
 R O W N A N I E : $DDX(F) = 2A \cdot F \cdot DT(F)$

DANE :

IŁOSC WĘZŁÓW : $N + 1$ $N = 8$
 DYSKRETYZACJA OBSZARU : H $H = 0,6$
 IŁOSC KROKÓW CZASOWYCH : M $M = 30$
 DYSKRETYZACJA CZASU : P $P = 0,0200$
 WYMIAR OBSZARU : $S/2$ $S = 10$
 WSPÓLCZYNNIK RÓWNANIA : $2A$ $A = 40,0$
 DOKŁADNOŚĆ ITERACJI : D $D = 1,0$

X	1	2	3	4	5	6	7	8
$F(X, 0)$	234,38	437,50	609,38	750,00	859,38	937,50	984,38	1000,00
$U(X, 0)$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$U(X, 0)$	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %

T = 0,0200 SEK

$L(X, 1)$	232,78	435,90	607,77	748,40	857,78	935,90	982,78	999,40
$Y(X, 1)$	229,73	428,84	597,31	735,15	842,36	918,96	964,88	980,20
$Y(X, 1)$	229,66	429,92	597,43	735,29	842,53	919,12	965,07	980,39
$F(X, 1)$	229,78	428,92	597,43	735,29	842,52	919,12	965,07	980,39
$U(X, 1)$	0,12	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00
$U(X, 1)$	0,05 %	-0,00 %	-0,00 %	-0,00 %	-0,00 %	-0,00 %	-0,00 %	-0,00 %

T = 0,0400 SEK

$L(X, 2)$	228,11	427,35	595,86	733,73	840,96	917,55	963,51	978,82
$Y(X, 2)$	225,24	420,56	585,83	721,02	826,17	901,27	946,34	961,36
$Y(X, 2)$	225,16	420,65	585,93	721,15	826,32	901,44	946,52	961,54
$F(X, 2)$	225,36	420,67	585,94	721,15	826,32	901,44	946,51	961,54
$U(X, 2)$	0,20	0,02	0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00
$U(X, 2)$	0,09 %	0,00 %	0,00 %	-0,00 %	-0,00 %	-0,00 %	-0,00 %	-0,00 %

T = 0,0600 SEK

$L(X, 3)$	225,64	419,11	584,39	719,62	824,78	899,90	944,98	959,00
$Y(X, 3)$	220,93	412,60	574,77	707,42	810,58	884,27	928,49	943,23
$Y(X, 3)$	220,85	412,69	574,87	707,55	810,73	884,44	928,66	943,40
$F(X, 3)$	221,11	412,74	574,88	707,55	810,73	884,43	928,66	943,40
$U(X, 3)$	0,26	0,05	0,01	0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00
$U(X, 3)$	0,12 %	0,01 %	0,00 %	0,00 %	-0,00 %	-0,00 %	-0,00 %	-0,00 %

T = 0,0800 SEK

$L(X, 4)$	219,36	411,17	573,36	706,04	809,22	882,93	927,15	941,89
$Y(X, 4)$	216,79	404,93	564,12	694,32	795,58	867,90	911,30	925,76
$Y(X, 4)$	216,71	405,01	564,21	694,44	795,72	868,06	911,46	925,93
$F(X, 4)$	217,01	405,09	564,24	694,44	795,72	868,06	911,46	925,93
$U(X, 4)$	0,30	0,08	0,03	0,01	0,00	-0,00	-0,00	-0,00
$U(X, 4)$	0,14 %	0,02 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	-0,00 %	-0,00 %	-0,00 %

T = 0,1000		SEK							
L(x, 5)) =	215,26	403,52	562,73	692,96	794,24	866,58	909,98	924,45
Y(x, 5)) =	212,81	397,54	553,85	681,69	781,12	852,13	894,74	909,94
Y(x, 5)) =	212,73	397,62	553,94	681,81	781,25	852,27	894,82	909,99
F(x, 5)) =	213,07	397,73	553,98	681,82	781,25	852,27	894,82	909,99
U(x, 5)) =	0,34	0,11	0,04	0,01	0,00	-0,00	-0,00	-0,00
U(x, 5)) =	0,16	% 0,03	% 0,01	% 0,00	% 0,00	% -0,00	% -0,00	% -0,00

T = 0,1200		SEK							
L(x, 6)) =	211,31	396,16	552,48	680,35	779,79	850,82	893,43	907,64
Y(x, 6)) =	208,98	390,42	543,94	669,51	767,17	836,92	878,76	892,71
Y(x, 6)) =	208,90	390,49	544,03	669,62	767,29	837,05	878,91	892,86
F(x, 6)) =	209,26	390,63	544,08	669,64	767,30	837,05	878,91	892,86
U(x, 6)) =	0,36	0,13	0,06	0,02	0,01	-0,00	-0,00	-0,00
U(x, 6)) =	0,17	% 0,03	% 0,01	% 0,00	% 0,00	% -0,00	% -0,00	% -0,00

T = 0,1400		SEK							
L(x, 7)) =	207,50	389,06	542,69	668,19	765,86	835,63	877,48	891,43
Y(x, 7)) =	205,28	383,54	534,39	657,76	753,71	822,24	863,35	877,06
Y(x, 7)) =	205,21	383,62	534,47	657,87	753,83	822,37	863,49	877,20
F(x, 7)) =	205,59	383,77	534,54	657,89	753,84	822,37	863,49	877,19
U(x, 7)) =	0,38	0,16	0,07	0,03	0,01	0,00	-0,00	-0,00
U(x, 7)) =	0,18	% 0,04	% 0,01	% 0,00	% 0,00	% 0,00	% -0,00	% -0,00

T = 0,1600		SEK							
L(x, 8)) =	203,84	382,21	533,06	656,46	752,42	820,26	862,08	875,79
Y(x, 8)) =	201,72	376,91	525,16	646,42	740,71	808,06	848,47	861,24
Y(x, 8)) =	201,65	376,98	525,24	646,52	740,83	808,19	848,60	862,07
F(x, 8)) =	202,05	377,16	525,32	646,55	740,84	808,19	848,60	862,07
U(x, 8)) =	0,39	0,17	0,08	0,04	0,01	0,00	-0,00	-0,00
U(x, 8)) =	0,19	% 0,05	% 0,02	% 0,01	% 0,00	% 0,00	% -0,00	% -0,00

T = 0,1800		SEK							
L(x, 9)) =	200,31	375,59	523,86	645,13	739,45	806,81	847,22	857,62
Y(x, 9)) =	198,28	370,51	516,25	635,45	728,16	794,37	834,02	847,53
Y(x, 9)) =	198,22	370,57	516,32	635,55	728,26	794,48	834,21	847,66
F(x, 9)) =	198,62	370,76	516,42	635,59	728,28	794,49	834,22	847,66
U(x, 9)) =	0,40	0,19	0,10	0,05	0,02	0,01	0,00	-0,00
U(x, 9)) =	0,20	% 0,05	% 0,02	% 0,01	% 0,00	% 0,00	% 0,00	% -0,00

T = 0,2000		SEK							
L(x, 10)) =	196,89	369,21	514,96	634,19	726,91	793,13	832,86	845,10
Y(x, 10)) =	194,96	364,31	507,63	624,86	716,02	781,13	820,12	833,21
Y(x, 10)) =	194,90	364,38	507,70	624,95	716,12	781,24	820,31	833,33
F(x, 10)) =	195,31	364,58	507,81	625,00	716,15	781,25	820,31	833,33
U(x, 10)) =	0,41	0,21	0,11	0,05	0,03	0,01	0,00	-0,00
U(x, 10)) =	0,21	% 0,06	% 0,02	% 0,01	% 0,00	% 0,00	% 0,00	% -0,00

T = 0,5000 SEK

GB

L(x, 25)	=	150,89	294,24	410,45	505,53	579,48	632,29	663,98	674,54
Y(x, 25)	=	152,88	291,35	406,00	499,81	572,76	624,87	656,13	665,55
Y(x, 25)	=	152,84	291,38	406,04	499,85	572,81	624,93	656,12	665,61
F(x, 25)	=	150,25	291,67	406,25	500,00	572,92	625,00	656,25	665,67
W(x, 25)	=	0,41	0,29	0,21	0,15	0,10	0,07	0,06	0,05
U(x, 25)	=	0,27	x 0,10	x 0,05	x 0,03	x 0,02	x 0,01	x 0,01	x 0,01

T = 0,5200 SEK

L(x, 26)	=	154,80	290,31	404,97	498,78	571,75	623,86	655,12	665,55
Y(x, 26)	=	153,82	287,51	400,66	493,23	565,22	616,64	647,50	657,78
Y(x, 26)	=	153,78	287,54	400,69	493,27	565,27	616,70	647,55	657,84
F(x, 26)	=	154,19	287,83	400,90	493,42	565,38	616,78	647,62	657,89
W(x, 26)	=	0,41	0,29	0,21	0,15	0,11	0,08	0,06	0,06
U(x, 26)	=	0,27	x 0,10	x 0,05	x 0,03	x 0,02	x 0,01	x 0,01	x 0,01

T = 0,5400 SEK

L(x, 27)	=	152,76	286,48	399,64	492,22	564,22	615,64	646,50	656,78
Y(x, 27)	=	151,82	283,77	395,45	486,82	557,88	608,63	639,08	647,23
Y(x, 27)	=	151,78	283,80	395,48	486,86	557,92	608,68	639,14	647,29
F(x, 27)	=	152,19	284,09	395,70	487,01	558,04	608,77	639,20	647,35
W(x, 27)	=	0,41	0,29	0,21	0,15	0,11	0,08	0,07	0,06
U(x, 27)	=	0,27	x 0,10	x 0,05	x 0,03	x 0,02	x 0,01	x 0,01	x 0,01

T = 0,5600 SEK

L(x, 28)	=	150,77	282,76	394,44	485,82	556,88	607,64	638,10	648,25
Y(x, 28)	=	149,87	280,13	390,38	480,57	550,72	600,83	630,89	647,21
Y(x, 28)	=	149,83	280,16	390,41	480,61	550,77	600,88	630,94	647,26
F(x, 28)	=	150,24	280,45	390,63	480,77	550,88	600,96	631,01	647,33
W(x, 28)	=	0,41	0,29	0,22	0,16	0,11	0,09	0,07	0,06
U(x, 28)	=	0,27	x 0,10	x 0,06	x 0,03	x 0,02	x 0,01	x 0,01	x 0,01

T = 0,5800 SEK

L(x, 29)	=	148,84	279,13	389,38	479,59	549,74	599,85	629,91	637,24
Y(x, 29)	=	147,98	276,58	385,43	474,48	543,75	593,22	627,90	637,29
Y(x, 29)	=	147,94	276,61	385,46	474,52	543,79	593,27	627,95	637,34
F(x, 29)	=	148,34	276,90	385,68	474,68	543,91	593,35	628,02	637,31
W(x, 29)	=	0,40	0,29	0,22	0,16	0,12	0,09	0,07	0,07
U(x, 29)	=	0,27	x 0,11	x 0,06	x 0,03	x 0,02	x 0,02	x 0,01	x 0,01

T = 0,6000 SEK

L(x, 30)	=	146,95	275,59	384,45	473,51	542,78	592,25	621,94	631,83
Y(x, 30)	=	146,12	273,12	380,61	468,55	536,95	585,80	615,11	624,88
Y(x, 30)	=	146,08	273,14	380,64	468,59	536,99	585,84	615,16	624,93
F(x, 30)	=	146,48	273,44	380,86	468,75	537,11	585,94	615,23	625,00
W(x, 30)	=	0,40	0,29	0,22	0,16	0,12	0,09	0,08	0,07
U(x, 30)	=	0,27	x 0,11	x 0,06	x 0,03	x 0,02	x 0,02	x 0,01	x 0,01

N I E L I N I O W E Z A G A D N I E N I E B R Z E G O U F - M E T O D A W D O B R E K C J I
 ROMNANTU $I = DD(X(F)) = 2A I F + DT(F)$

DATA I

LIŚCIE MEZLIOW I N + 1 N = 8
 DYSKRETYZACJA OBSZARU I H H = 0.6
 LIŚCIE KROKÓW CZASOWYCH I M M = 30
 DYSKRETYZACJA CZASU I P P = 0.0225
 WYMIAR OBSZARU I S/2 S = 10
 WSPÓŁCZYNNIK RUDNANIA I 2A A = 40.0
 DOKŁADNOŚĆ ITERACJI I D D = 1.0

X	1	2	3	4	5	6	7	8
$F(X, 0) =$	234.38	437.50	609.38	750.00	859.38	937.50	984.38	1000.00
$U(X, 0) =$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
$W(X, 0) =$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

T = 0.0225 SEK

$F(X, 1) =$	232.58	435.70	607.58	748.20	857.58	935.70	982.58	998.20
$Y(X, 1) =$	229.16	427.77	595.82	733.31	840.25	916.66	962.67	977.75
$Z(X, 1) =$	229.07	427.87	595.97	733.50	840.47	916.87	962.71	978.00
$F(X, 1) =$	229.22	427.87	595.97	733.50	840.46	916.87	962.71	978.00
$U(X, 1) =$	0.15	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00
$W(X, 1) =$	0.06	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00

T = 0.0650 SEK

$F(X, 2) =$	226.33	426.10	596.21	731.74	838.70	915.11	960.95	975.24
$Y(X, 2) =$	224.13	418.52	583.00	717.53	822.17	896.92	941.76	956.71
$Z(X, 2) =$	224.03	418.63	583.13	717.70	822.37	897.13	941.90	956.74
$F(X, 2) =$	224.28	418.66	583.13	717.70	822.37	897.13	941.90	956.74
$U(X, 2) =$	0.25	0.03	0.01	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00
$W(X, 2) =$	0.11	0.01	0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00

T = 0.0675 SEK

$F(X, 3) =$	222.34	416.90	581.40	715.98	820.65	895.41	940.26	955.22
$Y(X, 3) =$	219.34	409.66	570.70	702.41	804.85	878.02	921.92	935.56
$Z(X, 3) =$	219.24	409.77	570.82	702.57	805.04	878.22	922.13	935.77
$F(X, 3) =$	219.56	409.84	570.84	702.58	805.04	878.22	922.13	935.77
$U(X, 3) =$	0.32	0.06	0.02	0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00
$W(X, 3) =$	0.14	0.02	0.00	0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00

T = 0.0900 SEK

$F(X, 4) =$	216.59	408.07	569.14	700.89	803.35	876.54	920.45	935.08
$Y(X, 4) =$	214.75	401.17	558.91	687.91	788.24	859.90	902.90	917.23
$Z(X, 4) =$	214.66	401.27	559.02	688.07	788.42	860.09	903.10	917.43
$F(X, 4) =$	215.02	401.38	559.06	688.07	788.42	860.09	903.10	917.43
$U(X, 4) =$	0.37	0.10	0.04	0.01	0.00	-0.00	-0.00	-0.00
$W(X, 4) =$	0.17	0.03	0.01	0.00	0.00	-0.00	-0.00	-0.00

T = 0,5625 SEK

L(x, 25)	y =	150,59	282,59	394,29	485,67	556,74	607,50	637,26	645,11
Y(x, 25)	y =	149,59	279,64	389,72	479,77	549,81	599,84	629,86	637,86
Y(x, 25)	y =	149,54	279,67	389,76	479,82	549,87	599,89	629,91	637,88
F(x, 25)	y =	150,00	280,00	390,00	480,00	550,00	600,00	630,00	640,00
W(x, 25)	y =	0,46	0,33	0,24	0,18	0,13	0,10	0,08	0,07
U(x, 25)	y =	0,31	0,12	0,06	0,04	0,02	0,02	0,01	0,01

T = 0,5850 SEK

L(x, 26)	y =	146,42	278,52	388,60	478,57	548,72	598,75	628,77	638,78
Y(x, 26)	y =	146,47	275,66	384,18	472,26	542,00	591,32	620,21	630,77
Y(x, 26)	y =	146,42	275,70	384,22	473,11	542,06	591,38	620,27	630,84
F(x, 26)	y =	146,87	276,03	384,46	473,19	542,19	591,48	621,06	631,21
W(x, 26)	y =	0,45	0,33	0,25	0,18	0,13	0,10	0,08	0,08
U(x, 26)	y =	0,31	0,12	0,06	0,04	0,02	0,02	0,01	0,01

T = 0,6075 SEK

L(x, 27)	y =	140,51	274,16	383,08	471,87	540,92	590,25	619,84	622,70
Y(x, 27)	y =	140,40	271,00	378,80	466,33	534,41	583,64	612,22	621,24
Y(x, 27)	y =	140,35	271,03	378,84	466,38	534,47	583,10	612,29	622,00
F(x, 27)	y =	140,80	272,16	379,08	466,56	534,60	583,20	612,36	622,08
W(x, 27)	y =	0,45	0,33	0,25	0,18	0,14	0,10	0,07	0,08
U(x, 27)	y =	0,31	0,12	0,07	0,04	0,03	0,02	0,01	0,01

T = 0,6300 SEK

L(x, 28)	y =	144,26	270,21	377,71	465,26	533,35	581,28	611,16	621,88
Y(x, 28)	y =	143,39	263,05	373,54	459,89	527,03	574,22	603,74	613,35
Y(x, 28)	y =	143,34	263,08	373,60	459,94	527,08	575,04	603,82	613,41
F(x, 28)	y =	143,79	263,40	373,85	460,12	527,22	575,15	603,91	613,50
W(x, 28)	y =	0,45	0,33	0,25	0,19	0,14	0,11	0,09	0,08
U(x, 28)	y =	0,31	0,12	0,07	0,04	0,03	0,02	0,01	0,01

T = 0,6525 SEK

L(x, 29)	y =	142,27	266,97	372,50	458,83	525,98	573,24	602,72	612,51
Y(x, 29)	y =	141,43	264,39	368,47	453,63	519,85	567,16	595,54	605,00
Y(x, 29)	y =	141,39	264,42	368,51	453,67	519,90	567,21	595,59	605,06
F(x, 29)	y =	141,83	264,75	368,76	453,86	520,05	567,32	595,69	605,14
W(x, 29)	y =	0,44	0,33	0,25	0,19	0,14	0,11	0,09	0,09
U(x, 29)	y =	0,31	0,12	0,07	0,04	0,03	0,02	0,02	0,01

T = 0,6750 SEK

L(x, 30)	y =	140,33	263,33	367,42	452,58	518,81	566,12	594,50	603,27
Y(x, 30)	y =	139,53	260,84	363,52	447,53	512,87	559,53	587,53	595,87
Y(x, 30)	y =	139,49	260,87	363,55	447,57	512,91	559,59	587,59	595,92
F(x, 30)	y =	139,93	261,19	363,81	447,76	513,06	559,70	587,69	597,01
W(x, 30)	y =	0,44	0,33	0,25	0,19	0,15	0,12	0,10	0,09
U(x, 30)	y =	0,31	0,13	0,07	0,04	0,03	0,02	0,02	0,02

N I E L I N I O W E Z A G A D N I E N I E 71 R Z Ę G O W E M E T O D A K O R E K C J I

ROWNIANIE : $DDX(F) = 2A \cdot F \cdot DT(F)$

DANE :

IŁOSC WĘZŁÓW : $N + 1$ $N = 8$
 DYSKRETYZACJA ORSZARU : H $H = 0,6$
 IŁOSC KROKÓW CZASOWYCH : M $M = 30$
 DYSKRETYZACJA CZASU : P $P = 0,0250$
 WYMIAR ORSZAKU : $S/2$ $S = 10$
 WSPÓLCZYNNIK RÓWNIANIA : $2A$ $A = 40,0$
 DOKŁADNOŚĆ ITERACJI : D $D = 1,0$

X	1	2	3	4	5	6	7	8
$F(X, 0)$	234,38	437,50	609,38	750,00	859,38	937,50	984,38	1000,00
$W(X, 0)$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$U(X, 0)$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

$T = 0,0250$ SEK

$L(X, 1)$	234,37	435,50	607,38	748,00	857,38	935,50	982,38	998,00
$Y(X, 1)$	228,59	426,70	594,33	731,48	838,16	914,35	960,07	975,31
$Z(X, 1)$	228,48	426,83	594,51	731,71	838,42	914,64	960,37	975,61
$F(X, 1)$	228,66	426,83	594,51	731,71	838,41	914,63	960,37	975,61
$W(X, 1)$	0,18	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00
$U(X, 1)$	0,08	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00

$T = 0,0500$ SEK

$L(X, 2)$	226,55	424,87	592,56	729,76	836,46	912,68	958,42	973,56
$Y(X, 2)$	223,04	416,48	580,19	714,08	818,21	892,60	937,23	952,10
$Z(X, 2)$	222,91	416,63	580,35	714,29	818,45	892,86	937,50	952,38
$F(X, 2)$	223,21	416,67	580,36	714,29	818,45	892,86	937,50	952,38
$W(X, 2)$	0,30	0,04	0,01	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00
$U(X, 2)$	0,13	0,01	0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00

$T = 0,0750$ SEK

$L(X, 3)$	221,05	414,71	578,44	712,38	816,55	890,95	935,60	950,48
$Y(X, 3)$	217,77	406,75	566,69	697,48	799,20	871,85	915,44	927,98
$Z(X, 3)$	217,65	406,90	566,83	697,67	799,42	872,10	915,70	930,24
$F(X, 3)$	218,02	406,98	566,86	697,67	799,42	872,09	915,70	930,23
$W(X, 3)$	0,38	0,08	0,03	0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00
$U(X, 3)$	0,17	0,02	0,01	0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00

$T = 0,1000$ SEK

$L(X, 4)$	215,83	405,02	564,97	695,81	797,56	870,24	913,84	928,38
$Y(X, 4)$	212,76	397,46	553,79	681,62	781,04	852,05	894,65	908,85
$Z(X, 4)$	212,64	397,60	553,93	681,81	781,25	852,28	894,89	909,09
$F(X, 4)$	213,07	397,73	553,98	681,82	781,25	852,27	894,89	909,09
$W(X, 4)$	0,43	0,13	0,05	0,01	0,00	-0,00	-0,00	-0,00
$U(X, 4)$	0,20	0,03	0,01	0,00	0,00	-0,00	-0,00	-0,00

T = 0,0250 SEK

72

L(x, 25)	=	144,77	271,82	379,33	467,30	535,71	584,57	615,89	625,66	
Y(x, 25)	=	143,79	268,83	374,68	461,28	528,63	576,73	605,60	615,22	
Y(x, 25)	=	143,73	268,87	374,72	461,33	528,69	576,80	605,67	615,29	
F(x, 25)	=	144,23	269,23	375,00	461,54	528,85	576,92	605,77	615,38	
W(x, 25)	=	0,50	0,37	0,28	0,21	0,15	0,12	0,10	0,09	
U(x, 25)	=	0,35	% 0,14	% 0,07	% 0,04	% 0,03	% 0,02	% 0,02	% 0,01	%

T = 0,0500 SEK

L(x, 26)	=	142,54	267,63	373,49	460,10	527,46	575,57	604,44	614,06	
Y(x, 26)	=	141,61	264,75	369,00	454,28	520,61	567,99	596,42	605,89	
Y(x, 26)	=	141,55	264,79	369,04	454,34	520,67	568,06	596,49	605,96	
F(x, 26)	=	142,05	265,15	369,32	454,55	520,83	568,18	596,59	605,06	
W(x, 26)	=	0,49	0,36	0,28	0,21	0,16	0,12	0,10	0,10	
U(x, 26)	=	0,35	% 0,14	% 0,08	% 0,05	% 0,03	% 0,02	% 0,02	% 0,02	%

T = 0,0750 SEK

L(x, 27)	=	140,38	263,57	367,83	453,12	519,46	566,85	595,27	604,75	
Y(x, 27)	=	139,49	260,80	363,49	447,50	512,84	559,51	587,51	595,85	
Y(x, 27)	=	139,44	260,85	363,53	447,55	512,90	559,57	587,58	595,91	
F(x, 27)	=	139,93	261,17	363,81	447,76	513,06	559,70	587,62	597,01	
W(x, 27)	=	0,49	0,36	0,28	0,21	0,16	0,13	0,11	0,10	
U(x, 27)	=	0,35	% 0,14	% 0,08	% 0,05	% 0,03	% 0,02	% 0,02	% 0,02	%

T = 0,1000 SEK

L(x, 28)	=	138,28	259,63	362,33	446,35	511,70	558,38	586,38	595,72	
Y(x, 28)	=	137,44	256,76	358,14	440,91	505,29	551,28	578,87	585,06	
Y(x, 28)	=	137,38	256,99	358,18	440,96	505,35	551,34	578,93	585,13	
F(x, 28)	=	137,87	257,35	358,46	441,18	505,51	551,47	579,04	584,24	
W(x, 28)	=	0,48	0,36	0,28	0,21	0,17	0,13	0,11	0,11	
U(x, 28)	=	0,35	% 0,14	% 0,08	% 0,05	% 0,03	% 0,02	% 0,02	% 0,02	%

T = 0,1250 SEK

L(x, 29)	=	136,25	255,81	357,00	439,78	504,17	550,16	577,75	585,25	
Y(x, 29)	=	135,44	253,23	352,94	434,52	497,97	543,28	570,47	577,54	
Y(x, 29)	=	135,39	253,26	352,98	434,57	498,02	543,34	570,54	577,60	
F(x, 29)	=	135,87	253,62	353,26	434,78	498,19	543,48	570,65	577,71	
W(x, 29)	=	0,48	0,36	0,28	0,22	0,17	0,14	0,12	0,11	
U(x, 29)	=	0,35	% 0,14	% 0,08	% 0,05	% 0,03	% 0,03	% 0,02	% 0,02	%

T = 0,1500 SEK

L(x, 30)	=	134,27	252,10	351,82	433,40	496,86	542,18	569,38	578,44	
Y(x, 30)	=	133,51	249,61	347,90	428,33	490,85	535,52	562,32	571,25	
Y(x, 30)	=	133,46	249,64	347,93	428,35	490,90	535,57	562,38	571,31	
F(x, 30)	=	133,93	250,00	348,21	428,57	491,07	535,71	562,50	571,43	
W(x, 30)	=	0,47	0,36	0,28	0,22	0,17	0,14	0,12	0,11	
U(x, 30)	=	0,35	% 0,14	% 0,08	% 0,05	% 0,04	% 0,03	% 0,02	% 0,02	%

N I E L I N I O W E Z A G A D N I E N I E B R Z E G O W E - M E T O D A k O R E K C J I
R O W N A N I E : $DDX(F) = 2AIF * DT(F)$

DANE :

IŁOSC WĘZŁÓW : $N + 1$ $N = 8$
 DYSKRETYZACJA ORSZARU : H $H = 0.6$
 IŁOSC KROKÓW CZASOWYCH : M $M = 30$
 DYSKRETYZACJA CZASU : P $P = 0.0275$
 WYMIAR ORSZARU : $S/2$ $S = 10$
 WSPÓŁCZYNNIK RÓWNANIA : $2A$ $A = 40.0$
 DOKŁADNOŚĆ ITERACJI : D $D = 1.0$

X	=	1	2	3	4	5	6	7	8
$F(x, 0)$	=	234.38	437.50	609.38	750.00	859.38	937.50	984.38	1000.00
$W(x, 0)$	=	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
$U(x, 0)$	=	0.00	% 0.00	% 0.00	% 0.00	% 0.00	% 0.00	% 0.00	% 0.00

T = 0,0275 SEK

$L(x, 1)$	=	232.18	435.30	607.18	747.80	857.18	935.30	982.17	997.80
$Y(x, 1)$	=	228.02	425.63	592.85	729.66	836.06	912.07	957.67	972.87
$Z(x, 1)$	=	227.88	425.79	593.07	729.93	836.38	912.41	958.03	973.24
$F(x, 1)$	=	228.10	425.79	593.07	729.93	836.37	912.41	958.03	973.24
$W(x, 1)$	=	0.22	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00
$U(x, 1)$	=	0.10	% -0.00	% -0.00	% -0.00	% -0.00	% -0.00	% -0.00	% -0.00

T = 0,0550 SEK

$L(x, 2)$	=	225.77	423.63	590.93	727.79	834.23	910.27	955.89	971.10
$Y(x, 2)$	=	221.95	414.47	577.40	710.65	814.29	888.31	932.73	947.54
$Z(x, 2)$	=	221.80	414.65	577.59	710.90	814.58	888.63	933.06	947.87
$F(x, 2)$	=	222.16	414.69	577.61	710.90	814.57	888.63	933.06	947.87
$W(x, 2)$	=	0.36	0.04	0.01	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00
$U(x, 2)$	=	0.16	% 0.01	% 0.00	% -0.00	% -0.00	% -0.00	% -0.00	% -0.00

T = 0,0825 SEK

$L(x, 3)$	=	219.76	412.54	575.51	708.82	812.49	886.54	930.97	945.78
$Y(x, 3)$	=	216.22	403.88	562.72	692.60	793.62	865.76	909.05	923.48
$Z(x, 3)$	=	216.07	404.06	562.89	692.84	793.88	866.05	909.36	923.79
$F(x, 3)$	=	216.51	404.16	562.93	692.84	793.88	866.05	909.35	923.79
$W(x, 3)$	=	0.44	0.10	0.04	0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00
$U(x, 3)$	=	0.20	% 0.02	% 0.01	% 0.00	% -0.00	% -0.00	% -0.00	% -0.00

T = 0,1100 SEK

$L(x, 4)$	=	214.09	402.01	560.86	690.80	791.85	864.02	907.33	921.76
$Y(x, 4)$	=	210.80	393.82	548.76	675.44	773.97	844.33	886.55	900.62
$Z(x, 4)$	=	210.65	393.99	548.92	675.66	774.21	844.60	886.83	900.91
$F(x, 4)$	=	211.15	394.14	548.99	675.68	774.21	844.59	886.82	900.90
$W(x, 4)$	=	0.50	0.15	0.07	0.01	0.01	-0.00	-0.00	-0.01
$U(x, 4)$	=	0.24	% 0.04	% 0.01	% 0.00	% 0.00	% -0.00	% -0.00	% -0.00

T = 0,0875 SEK

74

L(X, 25)	=	139,37	261,82	365,46	450,25	516,19	563,30	591,54	600,99
Y(X, 25)	=	130,42	258,82	360,76	444,15	509,02	555,33	583,15	592,38
Y(X, 25)	=	130,35	258,86	360,80	444,21	509,08	555,42	583,20	592,49
F(X, 25)	=	130,89	259,26	361,11	444,44	509,26	555,56	583,33	592,59
W(X, 25)	=	0,54	0,40	0,31	0,23	0,18	0,13	0,13	0,10
U(X, 25)	=	0,39	% 0,15	% 0,09	% 0,05	% 0,04	% 0,02	% 0,02	% 0,02

T = 0,1150 SEK

L(X, 26)	=	137,10	257,55	359,50	442,91	507,77	554,11	581,90	591,19
Y(X, 26)	=	130,20	254,66	354,97	437,02	500,85	546,42	573,79	582,88
Y(X, 26)	=	130,13	254,70	355,01	437,08	500,91	546,51	573,85	582,98
F(X, 26)	=	130,66	255,10	355,32	437,32	501,09	546,65	573,98	583,09
W(X, 26)	=	0,53	0,40	0,31	0,24	0,19	0,14	0,13	0,11
U(X, 26)	=	0,39	% 0,16	% 0,09	% 0,05	% 0,04	% 0,03	% 0,02	% 0,02

T = 0,1425 SEK

L(X, 27)	=	134,89	253,42	353,73	435,80	499,62	545,22	572,56	581,70
Y(X, 27)	=	134,04	250,64	349,36	430,12	492,94	537,79	564,73	573,68
Y(X, 27)	=	133,98	250,68	349,40	430,18	493,00	537,87	564,79	573,77
F(X, 27)	=	134,51	251,08	349,71	430,42	493,19	538,02	564,92	573,89
W(X, 27)	=	0,52	0,40	0,31	0,24	0,19	0,15	0,14	0,12
U(X, 27)	=	0,39	% 0,16	% 0,09	% 0,06	% 0,04	% 0,03	% 0,02	% 0,02

T = 0,1700 SEK

L(X, 28)	=	132,76	249,41	348,14	428,91	491,73	536,61	563,52	572,51
Y(X, 28)	=	131,96	246,74	343,93	423,43	485,27	529,44	555,94	564,77
Y(X, 28)	=	131,90	246,78	343,97	423,49	485,33	529,51	556,01	564,85
F(X, 28)	=	132,42	247,18	344,28	423,73	485,52	529,66	556,14	564,97
W(X, 28)	=	0,52	0,40	0,31	0,24	0,19	0,15	0,14	0,12
U(X, 28)	=	0,39	% 0,16	% 0,09	% 0,06	% 0,04	% 0,03	% 0,02	% 0,02

T = 0,1975 SEK

L(X, 29)	=	130,70	245,53	342,72	422,24	484,09	528,26	554,76	563,60
Y(X, 29)	=	129,94	242,97	338,66	416,95	477,84	521,33	547,43	555,13
Y(X, 29)	=	129,88	243,00	338,70	417,00	477,90	521,40	547,49	555,20
F(X, 29)	=	130,39	243,39	339,01	417,25	478,09	521,56	547,64	555,33
W(X, 29)	=	0,51	0,39	0,31	0,24	0,20	0,16	0,14	0,13
U(X, 29)	=	0,39	% 0,16	% 0,09	% 0,06	% 0,04	% 0,03	% 0,03	% 0,02

T = 0,8250 SEK

L(X, 30)	=	120,70	241,77	337,48	415,78	476,67	520,17	546,27	554,97
Y(X, 30)	=	127,98	239,30	333,55	410,66	470,64	513,47	539,18	547,74
Y(X, 30)	=	127,92	239,33	333,59	410,71	470,69	513,54	539,24	547,81
F(X, 30)	=	128,42	239,73	333,90	410,96	470,89	513,70	539,38	547,95
W(X, 30)	=	0,51	0,39	0,31	0,25	0,20	0,16	0,15	0,14
U(X, 30)	=	0,39	% 0,16	% 0,09	% 0,06	% 0,04	% 0,03	% 0,03	% 0,02

T = 0,2500 SEK

F(x, 25)	y =	156,77	289,56	410,55	515,63	604,16	671,25	733,21	775,54	797,74	805,80
Y(x, 25)	y =	151,00	287,85	407,79	511,92	599,94	671,26	727,94	767,27	791,27	799,97
Y(x, 25)	y =	151,73	287,86	407,91	511,94	599,96	671,38	727,99	767,39	792,00	800,00
F(x, 25)	y =	156,00	288,00	408,00	512,00	600,00	672,00	728,00	768,00	792,00	800,00
V(x, 25)	y =	0,22	0,14	0,09	0,06	0,04	0,02	0,01	0,01	0,00	0,00
U(x, 25)	y =	0,15	0,05	0,02	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

T = 0,2600 SEK

F(x, 26)	y =	151,15	287,22	407,27	511,30	599,32	671,34	727,35	767,35	791,36	799,36
Y(x, 26)	y =	150,59	285,56	404,65	507,86	595,18	666,62	722,18	761,87	785,68	793,62
Y(x, 26)	y =	150,57	285,57	404,67	507,87	595,20	666,64	722,21	761,90	785,71	793,65
F(x, 26)	y =	150,79	285,71	404,76	507,94	595,24	666,67	722,22	761,90	785,71	793,65
V(x, 26)	y =	0,22	0,15	0,10	0,06	0,04	0,02	0,01	0,01	0,01	0,00
U(x, 26)	y =	0,15	0,05	0,02	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

T = 0,2700 SEK

F(x, 27)	y =	149,95	284,93	404,03	507,24	594,56	666,01	721,57	761,26	785,07	793,01
Y(x, 27)	y =	149,40	283,31	401,46	503,86	590,49	661,37	716,50	755,87	779,50	787,37
Y(x, 27)	y =	149,38	283,32	401,48	503,87	590,51	661,39	716,52	755,90	779,52	787,40
F(x, 27)	y =	149,61	283,46	401,57	503,94	590,55	661,42	716,54	755,91	779,53	787,40
V(x, 27)	y =	0,22	0,15	0,10	0,06	0,04	0,03	0,02	0,01	0,01	0,01
U(x, 27)	y =	0,15	0,05	0,02	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

T = 0,2800 SEK

F(x, 28)	y =	146,76	282,69	400,85	503,24	589,88	660,76	715,89	755,27	778,89	786,77
Y(x, 28)	y =	146,23	281,09	398,32	499,92	585,88	656,20	710,90	749,27	773,41	781,22
Y(x, 28)	y =	146,21	281,10	398,34	499,93	585,89	656,22	710,92	749,29	773,43	781,24
F(x, 28)	y =	146,44	281,25	398,44	500,00	585,94	656,25	710,94	750,00	773,44	781,25
V(x, 28)	y =	0,22	0,15	0,10	0,07	0,04	0,03	0,02	0,01	0,01	0,01
U(x, 28)	y =	0,15	0,05	0,03	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

T = 0,2900 SEK

F(x, 29)	y =	146,60	280,47	397,71	499,31	585,27	655,60	710,30	749,36	772,81	780,62
Y(x, 29)	y =	146,08	278,91	395,23	496,04	581,33	651,11	705,39	744,15	767,41	775,16
Y(x, 29)	y =	146,06	278,92	395,25	496,06	581,35	651,13	705,41	744,17	767,43	775,19
F(x, 29)	y =	146,29	279,07	395,35	496,12	581,40	651,16	705,43	744,19	767,44	775,19
V(x, 29)	y =	0,22	0,15	0,10	0,07	0,04	0,03	0,02	0,01	0,01	0,01
U(x, 29)	y =	0,15	0,05	0,03	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

T = 0,3000 SEK

F(x, 30)	y =	146,65	278,36	394,63	495,44	580,73	651,51	704,79	743,55	766,81	774,57
Y(x, 30)	y =	146,05	276,76	392,19	492,22	576,86	646,10	699,96	737,43	761,51	769,20
Y(x, 30)	y =	146,03	276,77	392,20	492,24	576,88	646,12	699,98	737,45	761,53	769,22
F(x, 30)	y =	146,15	276,92	392,31	492,31	576,92	646,15	700,00	737,46	761,54	769,23
V(x, 30)	y =	0,22	0,15	0,10	0,07	0,05	0,03	0,02	0,01	0,01	0,01
U(x, 30)	y =	0,15	0,05	0,03	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

T = 0,3125 SFK

$f(x, 25)$	$y = 145,12$	275,96	304,41	491,45	576,10	645,39	699,21	737,68	760,76	768,45
$Y(x, 25)$	$y = 144,51$	274,08	303,42	487,51	571,34	639,23	693,28	731,38	754,24	761,86
$y(x, 25)$	$y = 144,48$	274,09	303,44	487,53	571,37	639,26	693,31	731,41	754,27	761,89
$F(x, 25)$	$y = 144,76$	274,29	303,57	487,62	571,43	640,00	693,33	731,43	754,29	761,90
$U(x, 25)$	$y = 0,28$	0,19	0,13	0,09	0,06	0,04	0,03	0,02	0,01	0,01
$u(x, 25)$	$y = 0,20$	% 0,07	% 0,03	% 0,02	% 0,01	% 0,01	% 0,00	% 0,00	% 0,00	% 0,00

T = 0,3250 SFK

$f(x, 26)$	$y = 145,74$	273,33	387,68	486,77	570,61	639,20	692,55	730,65	753,51	761,13
$Y(x, 26)$	$y = 145,14$	271,49	384,75	482,90	565,95	631,89	686,73	724,48	747,12	754,67
$y(x, 26)$	$y = 145,11$	271,50	384,77	482,93	565,97	631,92	686,77	724,51	747,16	754,71
$F(x, 26)$	$y = 145,40$	271,70	384,91	483,02	566,04	631,96	686,79	724,53	747,17	754,72
$U(x, 26)$	$y = 0,28$	0,19	0,14	0,09	0,06	0,04	0,03	0,02	0,01	0,01
$u(x, 26)$	$y = 0,20$	% 0,07	% 0,04	% 0,02	% 0,01	% 0,01	% 0,00	% 0,00	% 0,00	% 0,00

T = 0,3375 SFK

$f(x, 27)$	$y = 146,38$	270,75	384,01	482,17	565,22	631,17	686,01	723,76	746,40	753,95
$Y(x, 27)$	$y = 145,80$	268,95	381,15	478,39	560,66	627,97	680,31	717,71	740,14	747,62
$y(x, 27)$	$y = 145,77$	268,96	381,17	478,41	560,68	627,99	680,34	717,74	740,17	747,65
$F(x, 27)$	$y = 146,06$	269,16	381,31	478,50	560,75	628,04	680,37	717,76	740,19	747,66
$U(x, 27)$	$y = 0,28$	0,20	0,14	0,10	0,07	0,04	0,03	0,02	0,01	0,01
$u(x, 27)$	$y = 0,20$	% 0,07	% 0,04	% 0,02	% 0,01	% 0,01	% 0,00	% 0,00	% 0,00	% 0,00

T = 0,3500 SFK

$f(x, 28)$	$y = 147,04$	268,21	380,42	477,66	559,93	627,25	679,60	716,99	739,42	746,90
$Y(x, 28)$	$y = 146,49$	266,46	377,62	473,95	555,46	627,15	674,01	711,06	733,29	740,69
$y(x, 28)$	$y = 146,46$	266,47	377,64	473,98	555,49	627,18	674,04	711,09	733,32	740,73
$F(x, 28)$	$y = 146,74$	266,67	377,78	474,07	555,56	627,22	674,07	711,11	733,33	740,74
$U(x, 28)$	$y = 0,28$	0,20	0,14	0,10	0,07	0,05	0,03	0,02	0,02	0,01
$u(x, 28)$	$y = 0,20$	% 0,07	% 0,04	% 0,02	% 0,01	% 0,01	% 0,00	% 0,00	% 0,00	% 0,00

T = 0,3625 SFK

$f(x, 29)$	$y = 139,74$	265,73	376,90	473,23	554,75	621,43	673,30	710,55	732,58	739,99
$Y(x, 29)$	$y = 139,20$	264,01	374,15	469,60	550,36	616,44	667,83	704,53	726,56	733,90
$y(x, 29)$	$y = 139,17$	264,02	374,17	469,62	550,39	616,47	667,86	704,56	726,59	733,93
$F(x, 29)$	$y = 139,45$	264,22	374,31	469,72	550,46	616,51	667,89	704,59	726,61	733,94
$U(x, 29)$	$y = 0,28$	0,20	0,14	0,10	0,07	0,05	0,03	0,02	0,02	0,02
$u(x, 29)$	$y = 0,20$	% 0,08	% 0,04	% 0,02	% 0,01	% 0,01	% 0,00	% 0,00	% 0,00	% 0,00

T = 0,3750 SFK

$f(x, 30)$	$y = 130,45$	263,29	373,43	468,89	549,65	615,73	667,12	703,83	725,85	733,19
$Y(x, 30)$	$y = 130,93$	261,61	370,75	465,33	545,36	610,83	661,76	698,13	719,95	727,22
$y(x, 30)$	$y = 130,90$	261,62	370,76	465,35	545,38	610,86	661,78	698,16	719,98	727,26
$F(x, 30)$	$y = 130,18$	261,82	370,91	465,45	545,45	610,91	661,82	698,18	720,00	727,27
$U(x, 30)$	$y = 0,28$	0,20	0,14	0,10	0,07	0,05	0,03	0,02	0,02	0,02
$u(x, 30)$	$y = 0,20$	% 0,08	% 0,04	% 0,02	% 0,01	% 0,01	% 0,01	% 0,00	% 0,00	% 0,00

U T F L I N I O W E Z A G A D N I E N I E B R Z E G O W E - M I T O D A W O S F K C J I

ROZMIAR : $DDX(F) = 2A \cdot F \cdot DT(F)$

DANE :

LIŚC WZGLĘDNY $H + 1$ $H = 10$
 WYSKRETYZACJA OBSZARU I $H = 0,5$
 LIŚC PRÓBOWY CZASOWYCH I $M = 50$
 WYSKRETYZACJA CZASU P $P = 0,0150$
 WYMIAR OBSZARU $S/2$ $S = 10$
 WSPÓLCZYNNIK ROZMIARU I $2A = 40,0$
 DOPEŁNIENIE SIEMACJI I $D = 1,0$

X	=	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$F(X, 0)$	=	190,00	360,00	510,00	640,00	750,00	840,00	910,00	950,00	990,00	1000,00
$U(X, 0)$	=	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$U(X, 0)$	=	0,00	% 0,00	% 0,00	% 0,00	% 0,00	% 0,00	% 0,00	% 0,00	% 0,00	% 0,00

T = 0,0150 SEK

$F(X, 1)$	=	180,80	356,80	508,80	638,80	748,80	838,80	908,80	958,80	988,80	998,80
$Y(X, 1)$	=	187,17	354,64	502,41	630,47	738,83	827,49	896,45	945,71	975,26	985,11
$Y(X, 1)$	=	187,11	354,68	502,46	630,54	738,92	827,59	896,55	945,81	975,37	985,22
$F(X, 1)$	=	187,19	354,68	502,46	630,54	738,92	827,59	896,55	945,81	975,37	985,22
$U(X, 1)$	=	0,08	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00
$U(X, 1)$	=	0,04	% -0,00	% -0,00	% -0,00	% -0,00	% -0,00	% -0,00	% -0,00	% -0,00	% -0,00

T = 0,0300 SEK

$F(X, 2)$	=	180,94	353,49	501,28	629,36	737,73	826,40	895,37	944,63	974,19	984,04
$Y(X, 2)$	=	184,39	349,45	495,09	621,29	728,08	815,45	883,40	931,24	961,06	970,77
$Y(X, 2)$	=	184,32	349,50	495,14	621,36	728,16	815,53	883,50	932,04	961,17	970,87
$F(X, 2)$	=	184,47	349,51	495,15	621,36	728,16	815,53	883,50	932,04	961,17	970,87
$U(X, 2)$	=	0,14	0,02	0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00
$U(X, 2)$	=	0,08	% 0,00	% 0,00	% -0,00	% -0,00	% -0,00	% -0,00	% -0,00	% -0,00	% -0,00

T = 0,0450 SEK

$F(X, 3)$	=	180,17	348,33	493,98	620,19	726,99	814,37	882,33	930,87	960,00	969,71
$Y(X, 3)$	=	181,69	344,42	487,98	612,37	717,63	803,74	870,72	918,56	947,27	956,84
$Y(X, 3)$	=	181,63	344,46	488,03	612,44	717,70	803,83	870,81	918,66	947,37	956,94
$F(X, 3)$	=	181,82	344,50	488,04	612,44	717,70	803,83	870,81	918,66	947,37	956,94
$U(X, 3)$	=	0,19	0,04	0,01	0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00
$U(X, 3)$	=	0,10	% 0,01	% 0,00	% 0,00	% -0,00	% -0,00	% -0,00	% -0,00	% -0,00	% -0,00

T = 0,0600 SEK

$F(X, 4)$	=	180,50	343,30	486,88	611,29	716,56	802,68	869,67	917,51	946,22	955,79
$Y(X, 4)$	=	177,09	339,52	481,07	603,71	707,47	792,37	858,40	905,57	933,87	943,30
$Y(X, 4)$	=	177,02	339,56	481,11	603,77	707,55	792,45	858,49	905,66	933,96	943,40
$F(X, 4)$	=	177,24	339,62	481,13	603,77	707,55	792,45	858,49	905,66	933,96	943,40
$U(X, 4)$	=	0,22	0,06	0,02	0,00	0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00
$U(X, 4)$	=	0,12	% 0,02	% 0,00	% 0,00	% 0,00	% -0,00	% -0,00	% -0,00	% -0,00	% -0,00

T = 0,3750 SEK

$f(x, 25)$	$y = 130,51$	261,58	373,95	469,58	550,50	616,71	668,20	704,27	727,04	734,39
$Y(x, 25)$	$y = 137,88$	261,56	370,71	465,30	545,33	610,81	661,74	698,11	719,93	727,21
$Y(x, 25)$	$y = 137,84$	261,58	370,74	465,33	545,37	610,85	661,78	698,15	719,98	727,25
$f(x, 25)$	$y = 130,18$	261,82	370,91	465,45	545,45	610,91	661,82	698,18	720,00	727,27
$f(x, 25)$	$y = 0,34$	0,24	0,17	0,12	0,09	0,06	0,04	0,03	0,02	0,02
$u(x, 25)$	$y = 0,24$	% 0,09	% 0,05	% 0,03	% 0,02	% 0,01	% 0,01	% 0,00	% 0,00	% 0,00

T = 0,3900 SEK

$f(x, 26)$	$y = 137,00$	260,70	369,86	464,46	544,49	609,98	660,90	697,28	719,10	726,38
$Y(x, 26)$	$y = 130,39$	258,73	366,71	460,28	539,45	604,22	654,59	690,57	712,16	719,36
$Y(x, 26)$	$y = 130,35$	258,75	366,73	460,31	539,48	604,25	654,63	690,62	712,21	719,40
$f(x, 26)$	$y = 130,69$	258,99	366,91	460,43	539,57	604,32	654,68	690,65	712,23	719,42
$f(x, 26)$	$y = 0,34$	0,24	0,18	0,13	0,09	0,06	0,04	0,03	0,02	0,02
$u(x, 26)$	$y = 0,25$	% 0,09	% 0,05	% 0,03	% 0,02	% 0,01	% 0,01	% 0,00	% 0,00	% 0,00

T = 0,4050 SEK

$f(x, 27)$	$y = 135,52$	257,89	365,87	459,44	538,61	603,39	653,77	689,75	711,34	718,54
$Y(x, 27)$	$y = 134,93$	255,97	362,79	455,36	533,68	597,76	647,60	683,20	704,56	711,68
$Y(x, 27)$	$y = 134,90$	255,99	362,81	455,39	533,72	597,80	647,64	683,24	704,60	711,72
$f(x, 27)$	$y = 135,23$	256,23	362,99	455,52	533,81	597,86	647,69	683,27	704,63	711,74
$u(x, 27)$	$y = 0,34$	0,24	0,18	0,13	0,09	0,07	0,05	0,03	0,03	0,02
$u(x, 27)$	$y = 0,25$	% 0,09	% 0,05	% 0,03	% 0,02	% 0,01	% 0,01	% 0,00	% 0,00	% 0,00

T = 0,4200 SEK

$f(x, 28)$	$y = 134,07$	255,13	361,96	454,53	532,86	596,94	646,79	682,39	703,75	710,87
$Y(x, 28)$	$y = 133,51$	253,26	358,95	450,55	528,04	591,45	640,76	675,98	697,11	704,16
$Y(x, 28)$	$y = 133,47$	253,28	358,97	450,57	528,07	591,48	640,80	675,02	697,15	704,20
$f(x, 28)$	$y = 133,80$	253,52	359,15	450,70	528,17	591,55	640,85	675,06	697,18	704,23
$u(x, 28)$	$y = 0,33$	0,24	0,18	0,13	0,10	0,07	0,05	0,04	0,03	0,03
$u(x, 28)$	$y = 0,25$	% 0,10	% 0,05	% 0,03	% 0,02	% 0,01	% 0,01	% 0,01	% 0,00	% 0,00

T = 0,4350 SEK

$f(x, 29)$	$y = 132,65$	252,43	358,13	449,73	527,23	590,64	639,95	675,17	696,31	703,35
$Y(x, 29)$	$y = 132,11$	250,61	355,20	445,83	522,52	585,26	634,06	668,91	689,83	696,80
$Y(x, 29)$	$y = 132,07$	250,63	355,22	445,86	522,55	585,29	634,09	668,95	689,86	696,84
$f(x, 29)$	$y = 132,40$	250,87	355,40	445,99	522,65	585,37	634,15	668,99	689,90	696,86
$u(x, 29)$	$y = 0,33$	0,24	0,18	0,13	0,10	0,07	0,05	0,04	0,03	0,03
$u(x, 29)$	$y = 0,25$	% 0,10	% 0,05	% 0,03	% 0,02	% 0,01	% 0,01	% 0,01	% 0,00	% 0,00

T = 0,4500 SEK

$f(x, 30)$	$y = 131,26$	249,79	354,38	445,02	521,71	584,46	633,26	668,11	689,03	696,00
$Y(x, 30)$	$y = 130,74$	248,02	351,52	441,22	517,11	579,21	627,50	661,99	682,69	689,59
$Y(x, 30)$	$y = 130,70$	248,03	351,54	441,24	517,14	579,24	627,53	662,03	682,73	689,62
$f(x, 30)$	$y = 131,03$	248,28	351,72	441,38	517,24	579,31	627,59	662,07	682,76	689,66
$u(x, 30)$	$y = 0,33$	0,24	0,18	0,14	0,10	0,07	0,05	0,04	0,03	0,03
$u(x, 30)$	$y = 0,25$	% 0,10	% 0,05	% 0,03	% 0,02	% 0,01	% 0,01	% 0,01	% 0,00	% 0,00

T = 0,4375 SFK

U(x, 23)	y =	132,46	252,25	357,98	442,57	527,06	592,52	639,72	675,18	695,25	703,45
V(x, 23)	y =	131,61	250,13	354,56	443,02	521,61	584,15	633,10	667,45	682,00	695,13
W(x, 23)	y =	131,73	250,15	354,57	443,06	521,61	584,32	632,86	665,30	688,35	695,07
F(x, 23)	y =	132,17	250,43	354,78	443,22	521,74	584,35	633,04	667,83	688,70	695,65
G(x, 23)	y =	0,39	0,28	0,21	0,15	0,13	0,03	0,18	-0,18	0,35	-0,31
H(x, 23)	y =	0,20	x 0,11	x 0,06	y 0,03	x 0,03	x 0,00	x 0,03	x -0,03	x 0,05	x -0,05

T = 0,4520 SFK

U(x, 24)	y =	130,85	249,17	353,59	444,09	520,64	583,33	631,92	665,27	687,46	694,20
V(x, 24)	y =	130,25	247,12	350,28	439,66	515,33	577,12	625,48	652,41	680,22	686,75
W(x, 24)	y =	130,20	247,14	350,30	439,71	515,33	577,29	625,24	652,37	680,06	687,60
F(x, 24)	y =	130,58	247,42	350,52	439,86	515,46	577,32	625,43	652,22	680,41	687,29
G(x, 24)	y =	0,39	0,29	0,22	0,16	0,14	0,03	0,12	-0,18	0,35	-0,32
H(x, 24)	y =	0,30	x 0,12	x 0,06	x 0,04	x 0,03	x 0,01	y 0,03	x -0,03	x 0,05	y -0,05

T = 0,4725 SFK

U(x, 27)	y =	127,27	246,17	340,34	438,74	514,37	576,31	624,31	658,25	672,18	686,55
V(x, 27)	y =	120,70	244,16	346,11	434,43	509,20	570,26	618,05	651,57	672,63	678,58
W(x, 27)	y =	120,65	244,20	346,13	434,48	509,20	570,42	617,81	652,12	671,97	679,43
F(x, 27)	y =	127,63	244,48	346,35	434,63	509,34	570,46	618,00	651,25	672,33	679,12
G(x, 27)	y =	0,38	0,29	0,22	0,16	0,14	0,04	0,12	-0,17	0,35	-0,31
H(x, 27)	y =	0,30	x 0,12	x 0,06	x 0,04	x 0,03	x 0,01	x 0,03	x -0,03	x 0,05	y -0,05

T = 0,4900 SFK

U(x, 28)	y =	127,73	243,24	345,18	433,52	508,25	569,45	616,82	651,11	671,11	678,38
V(x, 28)	y =	127,18	241,30	342,04	429,33	503,22	565,56	610,78	643,22	664,22	670,62
W(x, 28)	y =	127,13	241,32	342,06	429,37	503,21	565,72	610,55	644,45	664,00	671,43
F(x, 28)	y =	127,52	241,61	342,28	429,53	503,36	565,76	610,74	644,30	664,43	671,14
G(x, 28)	y =	0,38	0,29	0,22	0,16	0,14	0,04	0,12	-0,16	0,34	-0,29
H(x, 28)	y =	0,30	x 0,12	x 0,06	x 0,04	x 0,03	x 0,01	x 0,03	x -0,02	x 0,05	y -0,04

T = 0,5075 SFK

U(x, 29)	y =	120,23	240,38	341,12	428,43	502,28	562,76	609,65	643,45	663,23	670,40
V(x, 29)	y =	120,70	238,50	338,07	424,34	497,37	557,01	603,68	635,46	656,28	662,86
W(x, 29)	y =	120,66	238,52	338,09	424,38	497,37	557,17	603,47	635,35	656,30	663,61
F(x, 29)	y =	120,64	238,81	338,31	424,54	497,51	557,21	603,65	635,42	656,72	663,35
G(x, 29)	y =	0,38	0,29	0,22	0,16	0,14	0,05	0,18	-0,14	0,32	-0,26
H(x, 29)	y =	0,30	x 0,12	x 0,07	x 0,04	x 0,03	x 0,01	x 0,03	x -0,02	x 0,05	y -0,04

T = 0,5250 SFK

U(x, 30)	y =	124,76	237,59	337,16	423,45	496,45	556,22	602,57	635,27	655,54	662,60
V(x, 30)	y =	124,26	235,76	334,18	419,47	491,66	550,63	596,74	622,17	642,41	655,28
W(x, 30)	y =	124,21	235,78	334,20	419,51	491,66	550,76	596,55	622,52	648,88	655,07
F(x, 30)	y =	124,59	236,07	334,43	419,67	491,80	550,82	596,72	622,51	642,18	655,74
G(x, 30)	y =	0,38	0,29	0,22	0,17	0,14	0,06	0,17	-0,12	0,30	-0,23
H(x, 30)	y =	0,30	x 0,12	x 0,07	x 0,04	x 0,03	x 0,01	x 0,03	x -0,02	x 0,05	y -0,03

NIE LINIOWE ZAGADNIENIE BRZEGOWE - METODA KOREKCYJ
 ROWNANIE I DOK(F) = 2AIF * DT(F)

DANE 1

ILOSC WEFLOW, N + 1	N = 5					
DYSKRETYZACJA OBSZARU I H	H = 2,0					
ILOSC KROKOW CZASOWYCH I M	M = 30					
DYSKRETYZACJA CZASU I P	P = 0,0100					
WYMIAR OBSZARU I S/2	S = 20					
WSPOLCZYNNIK ROWNANIA I 2A	A = 10,0					
DOKLADNOSC ITERACJI I D	D = 1,0					
X	1	2	3	4	5	
F(X, 0)	= 560,00	640,00	840,00	960,00	1000,00	
U(X, 0)	= 0,	0,	0,	0,	0,	
U(X, 0)	= 0,	% 0,	% 0,	% 0,	% 0,	%

T = 0,0100 SEK

L(X, 1)	= 359,80	639,80	839,80	959,80	999,80	
Y(X, 1)	= 350,42	633,63	831,64	950,45	990,05	
Y(X, 1)	= 350,43	633,66	831,68	950,50	990,10	
F(X, 1)	= 350,44	633,66	831,68	950,50	990,10	
U(X, 1)	= 0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	
U(X, 1)	= 0,00	% -0,00	% -0,00	% -0,00	% -0,00	%

T = 0,0200 SEK

L(X, 2)	= 350,23	633,47	831,49	950,30	989,90	
Y(X, 2)	= 352,92	627,42	823,49	941,13	980,34	
Y(X, 2)	= 352,93	627,45	823,53	941,18	980,39	
F(X, 2)	= 352,94	627,45	823,53	941,18	980,39	
U(X, 2)	= 0,01	0,00	-0,00	-0,00	-0,00	
U(X, 2)	= 0,00	% 0,00	% -0,00	% -0,00	% -0,00	%

T = 0,0300 SEK

L(X, 3)	= 349,74	627,25	823,33	940,98	980,20	
Y(X, 3)	= 349,49	621,35	815,50	931,99	970,83	
Y(X, 3)	= 349,50	621,36	815,53	932,04	970,87	
F(X, 3)	= 349,51	621,36	815,53	932,04	970,87	
U(X, 3)	= 0,01	0,00	-0,00	-0,00	-0,00	
U(X, 3)	= 0,00	% 0,00	% -0,00	% -0,00	% -0,00	%

T = 0,0400 SEK

L(X, 4)	= 349,31	621,16	815,34	931,84	970,68	
Y(X, 4)	= 340,13	615,35	807,65	923,03	961,49	
Y(X, 4)	= 340,14	615,38	807,69	923,08	961,54	
F(X, 4)	= 340,15	615,38	807,69	923,08	961,54	
U(X, 4)	= 0,01	0,00	-0,00	-0,00	-0,00	
U(X, 4)	= 0,00	% 0,00	% -0,00	% -0,00	% -0,00	%

T = 0,1200 SEK

86

L(X, 12)	=	324,11	576,39	756,58	864,68	900,12
Y(X, 12)	=	321,39	571,40	749,97	857,11	892,12
Y(X, 12)	=	321,40	571,42	750,00	857,14	892,16
F(X, 12)	=	321,43	571,43	750,00	857,14	892,16
W(X, 12)	=	0,03	0,01	0,00	-0,00	-0,00
U(X, 12)	=	0,01 %	0,00 %	0,00 %	-0,00 %	-0,00 %

T = 0,1300 SEK

L(X, 13)	=	321,22	571,24	749,82	856,96	892,68
Y(X, 13)	=	318,54	566,34	743,33	849,52	884,52
Y(X, 13)	=	318,55	566,36	743,36	849,56	884,56
F(X, 13)	=	318,58	566,37	743,36	849,56	884,56
W(X, 13)	=	0,03	0,01	0,00	0,00	-0,00
U(X, 13)	=	0,01 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	-0,00 %

T = 0,1400 SEK

L(X, 14)	=	318,37	566,19	743,18	849,38	884,78
Y(X, 14)	=	315,75	561,37	736,81	842,07	877,16
Y(X, 14)	=	315,76	561,39	736,84	842,11	877,19
F(X, 14)	=	315,79	561,40	736,84	842,11	877,19
W(X, 14)	=	0,03	0,01	0,00	0,00	-0,00
U(X, 14)	=	0,01 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	-0,00 %

T = 0,1500 SEK

L(X, 15)	=	315,58	561,22	736,66	841,93	877,02
Y(X, 15)	=	313,00	556,49	730,40	834,75	869,53
Y(X, 15)	=	313,01	556,51	730,43	834,78	869,57
F(X, 15)	=	313,04	556,52	730,43	834,78	869,57
W(X, 15)	=	0,03	0,01	0,00	0,00	-0,00
U(X, 15)	=	0,01 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	-0,00 %

T = 0,1600 SEK

L(X, 16)	=	312,84	556,34	730,26	834,61	869,39
Y(X, 16)	=	310,30	551,69	724,11	827,55	862,04
Y(X, 16)	=	310,31	551,71	724,13	827,59	862,07
F(X, 16)	=	310,34	551,72	724,14	827,59	862,07
W(X, 16)	=	0,04	0,01	0,00	0,00	-0,00
U(X, 16)	=	0,01 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	-0,00 %

T = 0,1700 SEK

L(X, 17)	=	310,14	551,54	723,96	827,41	861,90
Y(X, 17)	=	307,65	546,98	717,92	820,48	854,67
Y(X, 17)	=	307,66	547,00	717,94	820,51	854,70
F(X, 17)	=	307,69	547,01	717,95	820,51	854,70
W(X, 17)	=	0,04	0,01	0,00	0,00	-0,00
U(X, 17)	=	0,01 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	-0,00 %

T = 0,2500 SEK

L(X, 25)	=	290,12	515,95	677,25	774,03	806,29
Y(X, 25)	=	287,95	511,97	671,97	767,97	799,97
Y(X, 25)	=	287,96	511,98	671,99	768,00	800,00
F(X, 25)	=	288,00	512,00	672,00	768,00	800,00
U(X, 25)	=	0,04	0,02	0,01	0,00	0,00
U(X, 25)	=	0,01	x 0,00	x 0,00	x 0,00	x 0,00

T = 0,2600 SEK

L(X, 26)	=	287,80	511,82	671,83	767,84	799,84
Y(X, 26)	=	285,67	507,90	666,64	761,88	793,62
Y(X, 26)	=	285,67	507,92	666,66	761,90	793,65
F(X, 26)	=	285,71	507,94	666,67	761,90	793,65
U(X, 26)	=	0,04	0,02	0,01	0,00	0,00
U(X, 26)	=	0,01	x 0,00	x 0,00	x 0,00	x 0,00

T = 0,2700 SEK

L(X, 27)	=	285,51	507,76	666,50	761,74	793,49
Y(X, 27)	=	283,42	503,90	661,39	755,88	787,38
Y(X, 27)	=	283,42	503,92	661,41	755,90	787,40
F(X, 27)	=	283,46	503,94	661,42	755,91	787,40
U(X, 27)	=	0,04	0,02	0,01	0,00	0,00
U(X, 27)	=	0,01	x 0,00	x 0,00	x 0,00	x 0,00

T = 0,2800 SEK

L(X, 28)	=	283,27	503,76	661,25	755,74	787,24
Y(X, 28)	=	281,20	499,97	656,22	749,97	781,22
Y(X, 28)	=	281,21	499,98	656,24	750,00	781,25
F(X, 28)	=	281,25	500,00	656,25	750,00	781,25
U(X, 28)	=	0,04	0,02	0,01	0,00	0,00
U(X, 28)	=	0,01	x 0,00	x 0,00	x 0,00	x 0,00

T = 0,2900 SEK

L(X, 29)	=	281,05	499,82	656,09	749,84	781,09
Y(X, 29)	=	279,02	496,09	651,13	744,16	775,17
Y(X, 29)	=	279,03	496,10	651,15	744,18	775,19
F(X, 29)	=	279,07	496,12	651,16	744,19	775,19
U(X, 29)	=	0,04	0,02	0,01	0,00	0,00
U(X, 29)	=	0,02	x 0,00	x 0,00	x 0,00	x 0,00

T = 0,3000 SEK

L(X, 30)	=	278,87	495,95	651,00	744,03	775,04
Y(X, 30)	=	276,88	492,27	646,13	738,44	769,21
Y(X, 30)	=	276,88	492,29	646,14	738,46	769,23
F(X, 30)	=	276,92	492,31	646,15	738,46	769,23
U(X, 30)	=	0,04	0,02	0,01	0,00	0,00
U(X, 30)	=	0,02	x 0,00	x 0,00	x 0,00	x 0,00

$$\text{RÓWNANIE : } DDX(F) = 2AIF * DT(F)$$

DANE :

LICZBA WZŁÓW : $N + 1$ $N = 5$
 DYSKRETYZACJA OBSZARU : H $H = 2,0$
 LICZBA KROKÓW CZASOWYCH : M $M = 30$
 DYSKRETYZACJA CZASU : P $P = 0,0200$
 WYMIAR OBSZARU : $S/2$ $S = 20$
 WSPÓLCZYNNIK RÓWNIANIA : $2A$ $A = 10,0$
 DOKŁADNOŚĆ LITERACJI : D $D = 1,0$

X	1	2	3	4	5
$f(x, 0)$	360,00	640,00	840,00	960,00	1000,00
$w(x, 0)$	0,	0,	0,	0,	0,
$u(x, 0)$	0,	% 0,	% 0,	% 0,	% 0,

T = 0,0200 SEK

$f(x, 1)$	359,60	639,60	839,60	959,60	999,60
$Y(x, 1)$	352,87	627,33	823,37	940,99	980,20
$Y(x, 1)$	352,92	627,45	823,53	941,18	980,39
$f(x, 1)$	352,94	627,45	823,53	941,18	980,39
$w(x, 1)$	0,02	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00
$u(x, 1)$	0,00	% -0,00	% -0,00	% -0,00	% -0,00

T = 0,0400 SEK

$f(x, 2)$	352,53	627,06	823,14	940,78	980,00
$Y(x, 2)$	346,07	615,27	807,54	922,90	961,36
$Y(x, 2)$	346,12	615,38	807,69	923,08	961,54
$f(x, 2)$	346,15	615,38	807,69	923,08	961,54
$w(x, 2)$	0,03	0,00	-0,00	-0,00	-0,00
$u(x, 2)$	0,01	% 0,00	% -0,00	% -0,00	% -0,00

T = 0,0600 SEK

$f(x, 3)$	342,74	615,00	807,31	922,69	961,16
$Y(x, 3)$	339,54	603,66	792,31	905,50	943,23
$Y(x, 3)$	339,58	603,77	792,45	905,66	943,40
$f(x, 3)$	339,62	603,77	792,45	905,66	943,40
$w(x, 3)$	0,04	0,00	-0,00	-0,00	-0,00
$u(x, 3)$	0,01	% 0,00	% -0,00	% -0,00	% -0,00

T = 0,0800 SEK

$f(x, 4)$	339,20	603,39	792,08	905,28	943,02
$Y(x, 4)$	339,24	592,48	777,64	888,73	925,76
$Y(x, 4)$	339,28	592,59	777,78	888,89	925,93
$f(x, 4)$	339,33	592,59	777,78	888,89	925,93
$w(x, 4)$	0,05	0,01	0,00	-0,00	-0,00
$u(x, 4)$	0,02	% 0,00	% 0,00	% -0,00	% -0,00

T = 0,5000 SEK

89

L(X, 25)) =	242,89	432,11	567,27	648,36	675,39
Y(X, 25)) =	239,90	426,58	559,92	639,93	666,59
Y(X, 25)) =	239,91	426,62	559,97	639,98	666,65
F(X, 25)) =	240,00	426,67	560,00	640,00	666,67
U(X, 25)) =	0,09	0,05	0,03	0,02	0,01
U(X, 25)) =	0,04	x 0,01	x 0,00	x 0,00	x 0,00

T = 0,5200 SEK

L(X, 26)) =	239,65	426,55	559,71	639,72	666,39
Y(X, 26)) =	239,74	420,97	552,55	631,51	657,82
Y(X, 26)) =	239,75	421,00	552,60	631,56	657,88
F(X, 26)) =	239,84	421,05	552,63	631,58	657,89
U(X, 26)) =	0,09	0,05	0,03	0,02	0,01
U(X, 26)) =	0,04	x 0,01	x 0,01	x 0,00	x 0,00

T = 0,5400 SEK

L(X, 27)) =	236,49	420,74	552,34	631,20	657,62
Y(X, 27)) =	235,67	415,50	545,38	623,31	649,28
Y(X, 27)) =	235,68	415,53	545,43	623,36	649,34
F(X, 27)) =	235,77	415,58	545,45	623,38	649,35
U(X, 27)) =	0,09	0,05	0,03	0,02	0,01
U(X, 27)) =	0,04	x 0,01	x 0,01	x 0,00	x 0,00

T = 0,5600 SEK

L(X, 28)) =	233,42	415,27	545,17	623,10	649,08
Y(X, 28)) =	230,67	410,17	538,39	615,31	640,96
Y(X, 28)) =	230,68	410,21	538,43	615,37	641,01
F(X, 28)) =	230,77	410,26	538,46	615,38	641,03
U(X, 28)) =	0,09	0,05	0,03	0,02	0,02
U(X, 28)) =	0,04	x 0,01	x 0,01	x 0,00	x 0,00

T = 0,5800 SEK

L(X, 29)) =	230,43	409,95	538,17	615,11	640,75
Y(X, 29)) =	227,75	404,98	531,57	607,53	632,84
Y(X, 29)) =	227,76	405,01	531,61	607,58	632,90
F(X, 29)) =	227,85	405,06	531,65	607,59	632,91
U(X, 29)) =	0,09	0,05	0,03	0,02	0,02
U(X, 29)) =	0,04	x 0,01	x 0,01	x 0,00	x 0,00

T = 0,6000 SEK

L(X, 30)) =	227,51	404,76	531,36	607,32	632,64
Y(X, 30)) =	224,90	399,92	524,93	599,93	624,93
Y(X, 30)) =	224,91	399,95	524,97	599,98	624,98
F(X, 30)) =	225,00	400,00	525,00	600,00	625,00
U(X, 30)) =	0,09	0,05	0,03	0,02	0,02
U(X, 30)) =	0,04	x 0,01	x 0,01	x 0,00	x 0,00

90

N I E L I N I O W E Z A G A D N I E N I E R R Z E G O W E M E T O D A K O R E K C J I

ROUNANIE I $DDX(F) = 2AIF * DT(F)$

DANE :

- LIOSC MEZLOW I $N + 1$ $N = 5$
- DYSKRETYZACJA OP SZARU I H $H = 2,0$
- LIOSC KROKOW CZASOWYCH I M $M = 30$
- DYSKRETYZACJA CZASU I P $P = 0,0300$
- KWMIAR OP SZARU I $S/2$ $S = 20$
- USPOLECZYNIK ROUNANIA I $2A$ $A = 10,0$
- DOBLADNOSC ITERACJI I D $D = 1,0$

X	=	1	2	3	4	5
F(X, 0)	=	360,00	640,00	840,00	960,00	1000,00
H(X, 0)	=	0,	0,	0,	0,	0,
U(X, 0)	=	0,	0,	0,	0,	0,

T = 0,0300 SEK

F(X, 1)	=	359,40	639,40	839,40	959,40	999,40
Y(X, 1)	=	349,36	621,09	815,17	931,63	970,45
Z(X, 1)	=	349,48	621,36	815,54	932,04	970,88
F(X, 1)	=	349,51	621,36	815,53	932,04	970,87
U(X, 1)	=	0,04	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00
U(X, 1)	=	0,01	% -0,00	% -0,00	% -0,00	% -0,00

T = 0,0600 SEK

F(X, 2)	=	348,89	620,78	814,95	931,46	970,29
Y(X, 2)	=	339,45	603,51	792,12	905,29	943,01
Z(X, 2)	=	339,56	603,77	792,45	905,66	943,40
F(X, 2)	=	339,62	603,77	792,45	905,66	943,40
U(X, 2)	=	0,07	0,00	-0,00	-0,00	-0,00
U(X, 2)	=	0,02	% 0,00	% -0,00	% -0,00	% -0,00

T = 0,0900 SEK

F(X, 3)	=	338,99	603,20	791,89	905,10	942,83
Y(X, 3)	=	330,10	586,91	770,34	880,39	917,07
Z(X, 3)	=	330,19	587,15	770,64	880,74	917,44
F(X, 3)	=	330,28	587,16	770,64	880,73	917,43
U(X, 3)	=	0,09	0,01	-0,00	-0,00	-0,01
U(X, 3)	=	0,03	% 0,00	% -0,00	% -0,00	% -0,00

T = 0,1200 SEK

F(X, 4)	=	329,64	586,59	770,09	880,19	916,89
Y(X, 4)	=	321,25	571,19	749,72	856,83	892,53
Z(X, 4)	=	321,33	571,41	750,00	857,15	892,86
F(X, 4)	=	321,43	571,43	750,00	857,14	892,86
U(X, 4)	=	0,10	0,02	0,00	-0,00	-0,01
U(X, 4)	=	0,03	% 0,00	% 0,00	% -0,00	% -0,00

T = 0,7500 SEK

91

L(X, 25)	=	200,83	371,67	487,97	557,76	581,02
Y(X, 25)	=	200,57	365,58	479,88	548,45	571,31
Y(X, 25)	=	200,59	365,64	479,95	548,54	571,40
F(X, 25)	=	200,71	365,71	480,00	548,57	571,43
W(X, 25)	=	0,13	0,08	0,05	0,03	0,03
U(X, 25)	=	0,06 %	0,02 %	0,01 %	0,01 %	0,01 %

T = 0,7800 SEK

L(X, 26)	=	200,25	365,29	479,61	548,19	571,06
Y(X, 26)	=	200,11	359,42	471,79	539,21	561,68
Y(X, 26)	=	200,12	359,47	471,86	539,29	561,77
F(X, 26)	=	200,25	359,55	471,91	539,33	561,80
W(X, 26)	=	0,12	0,08	0,05	0,04	0,03
U(X, 26)	=	0,06 %	0,02 %	0,01 %	0,01 %	0,01 %

T = 0,8100 SEK

L(X, 27)	=	200,79	359,14	471,52	538,95	561,43
Y(X, 27)	=	199,76	353,46	463,97	530,27	552,38
Y(X, 27)	=	199,77	353,51	464,04	530,35	552,45
F(X, 27)	=	199,90	353,59	464,09	530,39	552,49
W(X, 27)	=	0,12	0,08	0,05	0,04	0,03
U(X, 27)	=	0,06 %	0,02 %	0,01 %	0,01 %	0,01 %

T = 0,8400 SEK

L(X, 28)	=	199,44	353,18	463,70	530,02	552,12
Y(X, 28)	=	199,52	347,70	456,41	521,63	543,37
Y(X, 28)	=	199,53	347,75	456,47	521,70	543,44
F(X, 28)	=	199,65	347,83	456,52	521,74	543,48
W(X, 28)	=	0,12	0,08	0,05	0,04	0,03
U(X, 28)	=	0,06 %	0,02 %	0,01 %	0,01 %	0,01 %

T = 0,8700 SEK

L(X, 29)	=	199,21	347,42	456,14	521,37	543,12
Y(X, 29)	=	192,38	342,12	449,08	513,26	534,65
Y(X, 29)	=	192,39	342,17	449,14	513,33	534,72
F(X, 29)	=	192,51	342,25	449,20	513,37	534,76
W(X, 29)	=	0,12	0,08	0,05	0,04	0,03
U(X, 29)	=	0,06 %	0,02 %	0,01 %	0,01 %	0,01 %

T = 0,9000 SEK

L(X, 30)	=	192,07	341,85	448,82	513,01	534,40
Y(X, 30)	=	189,34	336,72	441,99	505,16	526,21
Y(X, 30)	=	189,35	336,76	442,05	505,22	526,28
F(X, 30)	=	189,47	336,84	442,11	505,26	526,32
W(X, 30)	=	0,12	0,08	0,05	0,04	0,04
U(X, 30)	=	0,06 %	0,02 %	0,01 %	0,01 %	0,01 %

NIE LINIOWE ZAGADNIENIE BRZGOWE --- METODA KOREKCJI
 ROWNANIE I $DDX(F) = 2AIF * DT(F)$

DANE I

ILOSC WZLOW I N + 1	N = 5					
DYSKRETYZACJA OBSZARU I H	H = 2,0					
ILOSC KROKOW CZASOWYCH I M	M = 30					
DYSKRETYZACJA CZASU I P	P = 0,0400					
WYMIAR OBSZARU I S/2	S = 20					
WSPOLCZYNNIK ROWNANIA I 2A	A = 10,0					
DOKLADNOSC ITERACJI I D	D = 1,0					
X	1	2	3	4	5	
F(X, 0)	= 360,00	640,00	840,00	960,00	1060,00	
W(X, 0)	= 0,	0,	0,	0,	0,	
U(X, 0)	= 0, %	0,	% 0,	% 0,	% 0,	%
T = 0,0400 SEK						
L(X, 1)	= 359,20	639,20	839,20	959,20	999,20	
Y(X, 1)	= 345,88	614,91	807,06	922,36	960,79	
Z(X, 1)	= 346,00	615,30	807,70	923,08	961,54	
F(X, 1)	= 346,15	615,38	807,69	923,08	961,54	
W(X, 1)	= 0,07	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	
U(X, 1)	= 0,02 %	-0,00 %	-0,00 %	-0,00 %	-0,00 %	%
T = 0,0800 SEK						
L(X, 2)	= 345,32	614,62	806,93	922,31	960,77	
Y(X, 2)	= 335,05	592,15	777,22	888,25	925,26	
Z(X, 2)	= 335,22	592,59	777,78	888,90	925,93	
F(X, 2)	= 335,33	592,59	777,78	888,89	925,93	
W(X, 2)	= 0,11	0,01	-0,00	-0,01	-0,01	
U(X, 2)	= 0,03 %	0,00 %	-0,00 %	-0,00 %	-0,00 %	%
T = 0,1200 SEK						
L(X, 3)	= 332,48	591,85	777,04	888,16	925,19	
Y(X, 3)	= 321,14	571,01	749,50	856,58	892,27	
Z(X, 3)	= 321,20	571,41	750,00	857,15	892,87	
F(X, 3)	= 321,43	571,43	750,00	857,14	892,86	
W(X, 3)	= 0,14	0,02	0,00	-0,01	-0,01	
U(X, 3)	= 0,04 %	0,00 %	0,00 %	-0,00 %	-0,00 %	%
T = 0,1600 SEK						
L(X, 4)	= 320,58	570,70	749,29	856,44	892,15	
Y(X, 4)	= 310,06	551,33	723,68	827,08	861,54	
Z(X, 4)	= 310,10	551,69	724,13	827,60	862,08	
F(X, 4)	= 310,34	551,72	724,14	827,59	862,07	
W(X, 4)	= 0,16	0,03	0,00	-0,01	-0,01	
U(X, 4)	= 0,05 %	0,01 %	0,00 %	-0,00 %	-0,00 %	%

T = 1,0000 SEK

L(X, 25)) =	183,11	326,02	428,09	489,34	509,75
Y(X, 25)) =	179,83	319,83	419,84	479,85	499,85
Y(X, 25)) =	179,84	319,90	419,93	479,95	499,95
F(X, 25)) =	180,00	320,00	420,00	480,00	500,00
W(X, 25)) =	0,16	0,10	0,07	0,05	0,05
U(X, 25)) =	0,00	x 0,03	x 0,02	x 0,01	x 0,01

T = 1,0400 SEK

L(X, 26)) =	179,45	319,50	419,53	479,55	499,55
Y(X, 26)) =	176,30	313,56	411,61	470,44	490,05
Y(X, 26)) =	176,32	313,62	411,69	470,53	490,15
F(X, 26)) =	176,47	313,73	411,76	470,59	490,20
W(X, 26)) =	0,15	0,10	0,07	0,06	0,05
U(X, 26)) =	0,09	x 0,03	x 0,02	x 0,01	x 0,01

T = 1,0800 SEK

L(X, 27)) =	175,93	313,23	411,30	470,14	489,75
Y(X, 27)) =	172,91	307,53	403,70	461,39	480,63
Y(X, 27)) =	172,93	307,59	403,77	461,48	480,72
F(X, 27)) =	173,08	307,69	403,85	461,54	480,77
W(X, 27)) =	0,15	0,10	0,07	0,06	0,05
U(X, 27)) =	0,09	x 0,03	x 0,02	x 0,01	x 0,01

T = 1,1200 SEK

L(X, 28)) =	172,54	307,21	403,39	461,10	480,33
Y(X, 28)) =	169,65	301,73	396,08	452,69	471,56
Y(X, 28)) =	169,66	301,79	396,15	452,77	471,65
F(X, 28)) =	169,81	301,89	396,23	452,83	471,70
W(X, 28)) =	0,15	0,10	0,07	0,06	0,05
U(X, 28)) =	0,09	x 0,03	x 0,02	x 0,01	x 0,01

T = 1,1600 SEK

L(X, 29)) =	169,29	301,41	395,77	452,39	471,27
Y(X, 29)) =	166,51	296,14	388,75	444,31	462,83
Y(X, 29)) =	166,52	296,20	388,81	444,39	462,91
F(X, 29)) =	166,67	296,30	388,89	444,44	462,96
W(X, 29)) =	0,15	0,10	0,07	0,06	0,05
U(X, 29)) =	0,09	x 0,03	x 0,02	x 0,01	x 0,01

T = 1,2000 SEK

L(X, 30)) =	166,15	295,82	388,44	444,01	462,54
Y(X, 30)) =	163,48	290,76	381,68	436,23	454,41
Y(X, 30)) =	163,49	290,81	381,74	436,30	454,49
F(X, 30)) =	163,64	290,91	381,82	436,36	454,55
W(X, 30)) =	0,14	0,10	0,08	0,06	0,05
U(X, 30)) =	0,09	x 0,03	x 0,02	x 0,01	x 0,01

ROWNANIE : $DDX(F) = 2AIF * DT(F)$

DANE :

ILOSC WZLOW ; N + 1 N = 5
 DYSKRETYZACJA OBSZARU ; H H = 2,0
 ILOSC KROKOW CZASOWYCH ; M M = 30
 DYSKRETYZACJA CZASU ; P P = 0.0500
 WYMIAR OBSZARU ; S/2 S = 20
 WSPOLCZYNNIK ROWNANIA ; 2A A = 10,0
 DOKLADNOSC ITERACJI ; D D = 1,0

X	=	1	2	3	4	5
F(X, 0)	=	360,00	640,00	840,00	960,00	1000,00
W(X, 0)	=	0,	0,	0,	0,	0,
U(X, 0)	=	0,	x 0,	x 0,	x 0,	x 0,

T = 0,0500 SEK

L(X, 1)	=	359,00	639,00	839,00	959,00	999,00
Y(X, 1)	=	342,44	608,79	799,03	913,18	951,23
Y(X, 1)	=	342,75	609,53	800,01	914,29	952,39
Y(X, 1)	=	342,77	609,49	799,98	914,27	952,36
F(X, 1)	=	342,86	609,52	800,00	914,29	952,38
W(X, 1)	=	0,00	0,03	0,02	0,02	0,02
U(X, 1)	=	0,03	x 0,01	x 0,00	x 0,00	x 0,00

T = 0,1000 SEK

L(X, 2)	=	341,82	608,54	799,03	913,32	951,41
Y(X, 2)	=	326,86	581,13	762,77	871,75	908,08
Y(X, 2)	=	327,11	581,79	763,62	872,72	909,08
Y(X, 2)	=	327,13	581,75	763,60	872,70	909,06
F(X, 2)	=	327,27	581,82	763,64	872,73	909,09
W(X, 2)	=	0,14	0,07	0,03	0,03	0,03
U(X, 2)	=	0,04	x 0,01	x 0,00	x 0,00	x 0,00

T = 0,1500 SEK

L(X, 3)	=	326,22	580,84	762,69	871,79	908,15
Y(X, 3)	=	312,63	555,88	729,66	833,94	868,66
Y(X, 3)	=	312,85	556,46	730,40	834,75	869,54
F(X, 3)	=	312,04	556,52	730,43	834,78	869,57
W(X, 3)	=	0,19	0,07	0,04	0,03	0,03
U(X, 3)	=	0,06	x 0,01	x 0,01	x 0,00	x 0,00

T = 0,2000 SEK

L(X, 4)	=	311,99	555,58	729,53	833,88	868,67
Y(X, 4)	=	299,60	532,75	699,31	799,23	832,54
Y(X, 4)	=	299,78	533,26	699,95	799,97	833,31
F(X, 4)	=	300,00	533,33	700,00	800,00	833,33
W(X, 4)	=	0,22	0,07	0,05	0,03	0,02
U(X, 4)	=	0,07	x 0,01	x 0,01	x 0,00	x 0,00

T = 0,0000 SEK

L(X, 12)	=	231,38	412,13	541,21	618,66	646,47
Y(X, 12)	=	224,70	399,66	524,65	599,64	626,64
Y(X, 12)	=	224,77	399,87	524,92	599,95	626,95
F(X, 12)	=	225,00	400,00	525,00	600,00	625,00
W(X, 12)	=	0,23	0,13	0,08	0,05	0,05
U(X, 12)	=	0,10	0,03	0,02	0,01	0,01

T = 0,0500 SEK

L(X, 13)	=	224,15	399,25	524,29	599,32	624,34
Y(X, 13)	=	217,90	387,55	508,76	581,48	615,72
Y(X, 13)	=	217,95	387,75	509,00	581,76	616,01
F(X, 13)	=	218,18	387,88	509,00	581,82	616,06
W(X, 13)	=	0,23	0,13	0,09	0,06	0,05
U(X, 13)	=	0,11	0,03	0,02	0,01	0,01

T = 0,1000 SEK

L(X, 14)	=	217,35	387,14	508,40	581,15	605,40
Y(X, 14)	=	211,49	376,16	493,81	564,39	587,92
Y(X, 14)	=	211,54	376,34	494,03	564,64	588,18
F(X, 14)	=	211,76	376,47	494,12	564,71	588,24
W(X, 14)	=	0,23	0,13	0,09	0,06	0,05
U(X, 14)	=	0,11	0,03	0,02	0,01	0,01

T = 0,1500 SEK

L(X, 15)	=	210,95	375,75	493,44	564,06	587,59
Y(X, 15)	=	205,45	365,42	479,71	548,27	571,13
Y(X, 15)	=	205,49	365,58	479,91	548,51	571,37
F(X, 15)	=	205,71	365,71	480,00	548,57	571,43
W(X, 15)	=	0,22	0,13	0,09	0,06	0,06
U(X, 15)	=	0,11	0,04	0,02	0,01	0,01

T = 0,2000 SEK

L(X, 16)	=	204,93	365,01	479,34	547,94	570,80
Y(X, 16)	=	199,74	355,27	466,30	533,05	555,27
Y(X, 16)	=	199,78	355,42	466,57	533,27	555,50
F(X, 16)	=	200,00	355,56	466,67	533,33	555,56
W(X, 16)	=	0,22	0,13	0,09	0,07	0,06
U(X, 16)	=	0,11	0,04	0,02	0,01	0,01

T = 0,2500 SEK

L(X, 17)	=	199,23	354,87	466,02	532,71	554,94
Y(X, 17)	=	194,35	345,68	453,79	518,65	540,27
Y(X, 17)	=	194,38	345,81	453,96	518,85	540,48
F(X, 17)	=	194,59	345,95	454,05	518,92	540,54
W(X, 17)	=	0,21	0,13	0,09	0,07	0,06
U(X, 17)	=	0,11	0,04	0,02	0,01	0,01

T = 1,2500 SEK

94

L(X, 25)	=	163,00	290,32	381,26	435,83	454,01
Y(X, 25)	=	159,80	284,24	373,14	426,47	444,35
Y(X, 25)	=	159,82	284,32	373,23	426,58	444,37
F(X, 25)	=	160,00	284,44	373,33	426,67	444,44
W(X, 25)	=	0,18	0,13	0,10	0,08	0,08
U(X, 25)	=	0,11	x 0,05	x 0,03	x 0,02	x 0,02

T = 1,3000 SEK

L(X, 26)	=	159,37	283,87	372,79	426,14	443,92
Y(X, 26)	=	150,33	278,06	365,03	417,21	434,60
Y(X, 26)	=	150,34	278,13	365,12	417,31	434,70
F(X, 26)	=	150,52	278,26	365,22	417,39	434,78
W(X, 26)	=	0,18	0,13	0,10	0,08	0,08
U(X, 26)	=	0,12	x 0,05	x 0,03	x 0,02	x 0,02

T = 1,3500 SEK

L(X, 27)	=	150,91	277,70	364,68	416,87	434,27
Y(X, 27)	=	150,00	272,15	357,26	408,33	425,35
Y(X, 27)	=	150,01	272,21	357,35	408,43	425,45
F(X, 27)	=	150,19	272,34	357,45	408,51	425,53
W(X, 27)	=	0,18	0,13	0,10	0,08	0,08
U(X, 27)	=	0,12	x 0,05	x 0,03	x 0,02	x 0,02

T = 1,4000 SEK

L(X, 28)	=	152,39	271,79	356,92	408,00	425,03
Y(X, 28)	=	149,81	266,48	349,82	399,83	416,49
Y(X, 28)	=	149,83	266,54	349,90	399,91	416,59
F(X, 28)	=	150,00	266,67	350,00	400,00	416,67
W(X, 28)	=	0,17	0,13	0,10	0,09	0,08
U(X, 28)	=	0,12	x 0,05	x 0,03	x 0,02	x 0,02

T = 1,4500 SEK

L(X, 29)	=	149,41	266,12	349,48	399,50	416,17
Y(X, 29)	=	140,76	261,04	342,68	391,67	408,00
Y(X, 29)	=	140,77	261,10	342,76	391,75	408,08
F(X, 29)	=	140,94	261,22	342,86	391,84	408,16
W(X, 29)	=	0,17	0,13	0,10	0,09	0,08
U(X, 29)	=	0,12	x 0,05	x 0,03	x 0,02	x 0,02

T = 1,5000 SEK

L(X, 30)	=	140,36	260,69	342,35	391,34	407,67
Y(X, 30)	=	143,82	255,82	335,83	383,83	399,84
Y(X, 30)	=	143,83	255,88	335,90	383,91	399,92
F(X, 30)	=	144,00	256,00	336,00	384,00	400,00
W(X, 30)	=	0,17	0,12	0,10	0,09	0,08
U(X, 30)	=	0,12	x 0,05	x 0,03	x 0,02	x 0,02

N I F L I N I O W E Z A G A D N I E N I E B R Z E G I O W E - M E T O D A K O R E K C J I
 ROWNANIE : $DDX(F) = 2AIF * DT(F)$

DANE :

ILOSC WEZLOW : $N + 1$ $N = 5$
 DYSKRETYZACJA ORSZARU : H $H = 4.0$
 ILOSC KROKOW CZASOWYCH : M $M = 30$
 DYSKRETYZACJA CZASU : P $P = 0.0100$
 WYMIAR ORSZARU : $S/2$ $S = 40$
 WSPOLCZYNNIK ROWNANIA : $2A$ $A = 2.5$
 DOKLADNOSC ITERACJI : D $D = 1.0$

X	1	2	3	4	5
$F(X, 0)$	360.00	640.00	840.00	960.00	1000.00
$W(X, 0)$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
$U(X, 0)$	0.00 %	0.00 %	0.00 %	0.00 %	0.00 %

$T = 0.0100$ SEK

$L(X, 1)$	359.95	639.95	839.95	959.95	999.95
$Y(X, 1)$	350.42	633.63	831.64	950.45	990.05
$Z(X, 1)$	350.43	633.66	831.68	950.50	990.10
$F(X, 1)$	350.44	633.66	831.68	950.50	990.10
$W(X, 1)$	0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00
$U(X, 1)$	0.00 %	-0.00 %	-0.00 %	-0.00 %	-0.00 %

$T = 0.0200$ SEK

$L(X, 2)$	350.39	633.61	831.63	950.45	990.05
$Y(X, 2)$	352.92	627.42	823.49	941.13	980.34
$Z(X, 2)$	352.94	627.45	823.53	941.18	980.39
$F(X, 2)$	352.94	627.45	823.53	941.18	980.39
$W(X, 2)$	0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00
$U(X, 2)$	0.00 %	-0.00 %	-0.00 %	-0.00 %	-0.00 %

$T = 0.0300$ SEK

$L(X, 3)$	352.89	627.40	823.48	941.13	980.34
$Y(X, 3)$	349.50	621.33	815.50	931.99	970.83
$Z(X, 3)$	349.51	621.36	815.53	932.04	970.87
$F(X, 3)$	349.51	621.36	815.53	932.04	970.87
$W(X, 3)$	0.00	0.00	-0.00	-0.00	-0.00
$U(X, 3)$	0.00 %	0.00 %	-0.00 %	-0.00 %	-0.00 %

$T = 0.0400$ SEK

$L(X, 4)$	349.46	621.31	815.49	931.99	970.83
$Y(X, 4)$	340.14	615.36	807.65	923.03	961.49
$Z(X, 4)$	340.15	615.38	807.69	923.08	961.54
$F(X, 4)$	340.15	615.38	807.69	923.08	961.54
$W(X, 4)$	0.00	0.00	-0.00	-0.00	-0.00
$U(X, 4)$	0.00 %	0.00 %	-0.00 %	-0.00 %	-0.00 %

T = 0,2500		SEK				
L(X, 25)) =	290,27	516,08	677,38	774,15	806,41
V(X, 25)) =	287,98	511,98	671,98	767,98	799,97
Y(X, 25)) =	287,99	512,00	672,00	768,00	800,00
F(X, 25)) =	288,00	512,00	672,00	768,00	800,00
W(X, 25)) =	0,01	0,00	0,00	-0,00	-0,00
U(X, 25)) =	0,00	0,00	0,00	-0,00	-0,00

T = 0,2600		SEK				
L(X, 26)) =	287,95	511,96	671,96	767,96	799,96
Y(X, 26)) =	285,70	507,92	666,64	761,88	793,63
Y(X, 26)) =	285,70	507,93	666,67	761,90	793,65
F(X, 26)) =	285,71	507,94	666,67	761,90	793,65
W(X, 26)) =	0,01	0,00	0,00	-0,00	-0,00
U(X, 26)) =	0,00	0,00	0,00	-0,00	-0,00

T = 0,2700		SEK				
L(X, 27)) =	285,66	507,89	666,63	761,87	793,61
Y(X, 27)) =	283,45	503,92	661,40	755,88	787,38
Y(X, 27)) =	283,45	503,93	661,42	755,91	787,40
F(X, 27)) =	283,46	503,94	661,42	755,91	787,40
W(X, 27)) =	0,01	0,00	0,00	0,00	-0,00
U(X, 27)) =	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,00

T = 0,2800		SEK				
L(X, 28)) =	283,42	503,89	661,38	755,87	787,36
Y(X, 28)) =	281,23	499,98	656,23	749,98	781,23
Y(X, 28)) =	281,24	500,00	656,25	750,00	781,25
F(X, 28)) =	281,25	500,00	656,25	750,00	781,25
W(X, 28)) =	0,01	0,00	0,00	0,00	-0,00
U(X, 28)) =	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,00

T = 0,2900		SEK				
L(X, 29)) =	281,20	499,96	656,21	749,96	781,21
Y(X, 29)) =	279,05	496,10	651,14	744,16	775,17
Y(X, 29)) =	279,06	496,12	651,16	744,19	775,19
F(X, 29)) =	279,07	496,12	651,16	744,19	775,19
W(X, 29)) =	0,01	0,00	0,00	0,00	-0,00
U(X, 29)) =	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,00

T = 0,3000		SEK				
L(X, 30)) =	279,02	496,08	651,12	744,15	775,16
Y(X, 30)) =	276,91	492,29	646,13	738,44	769,21
Y(X, 30)) =	276,91	492,30	646,15	738,46	769,23
F(X, 30)) =	276,92	492,31	646,15	738,46	769,23
W(X, 30)) =	0,01	0,00	0,00	0,00	-0,00
U(X, 30)) =	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,00

M I E L I N I O M F Z A G A E I E N I E B R z I G O W F - M E T O D A W O D E K A L I

ROZMIAR: $\Delta X(\text{E}) = \Delta Z(\text{E}) * \Delta T(\text{E})$

DATA:

ILOSC WZLOW $\Delta N + 1$	N = 5					
DYSKRETYZACJA WRSZARU ΔH	H = 4.0					
ILOSC PROBOW CZASOWYCH ΔM	M = 30					
DYSKRETYZACJA CZASU ΔP	P = 0.0200					
WYNIK WRSZARU $\Delta S/2$	S = 40					
WSPOLCZYNNIK DOPUNANIA ΔZA	A = 2.5					
DOKLADNOSC ITERACJI ΔD	D = 1.0					
X	=	1	2	3	4	5
F(X, 0)	=	560.00	640.00	840.00	960.00	1000.00
Y(X, 0)	=	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
U(X, 0)	=	0.00	% 0.00	% 0.00	% 0.00	% 0.00

T = 0.0200 SEK

F(X, 1)	=	359.90	639.90	839.90	959.90	999.90
Y(X, 1)	=	352.87	627.33	823.37	940.99	980.20
Y(X, 1)	=	352.94	627.45	823.53	941.18	980.39
F(X, 1)	=	352.94	627.45	823.53	941.18	980.39
U(X, 1)	=	0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00
U(X, 1)	=	0.00	% -0.00	% -0.00	% -0.00	% -0.00

T = 0.0400 SEK

F(X, 2)	=	352.84	627.35	823.43	941.08	980.29
Y(X, 2)	=	340.08	615.27	807.54	922.90	961.36
Y(X, 2)	=	340.15	615.38	807.69	923.08	961.54
F(X, 2)	=	340.15	615.38	807.69	923.08	961.54
U(X, 2)	=	0.01	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00
U(X, 2)	=	0.00	% -0.00	% -0.00	% -0.00	% -0.00

T = 0.0600 SEK

F(X, 3)	=	340.05	615.29	807.60	922.98	961.44
Y(X, 3)	=	339.55	603.66	792.31	905.50	943.23
Y(X, 3)	=	339.61	603.77	792.45	905.66	943.40
F(X, 3)	=	339.62	603.77	792.45	905.66	943.40
U(X, 3)	=	0.01	0.00	-0.00	-0.00	-0.00
U(X, 3)	=	0.00	% 0.00	% -0.00	% -0.00	% -0.00

T = 0.0800 SEK

F(X, 4)	=	339.52	603.68	792.36	905.57	943.30
Y(X, 4)	=	333.27	592.49	777.64	888.73	925.76
Y(X, 4)	=	333.32	592.59	777.78	888.89	925.93
F(X, 4)	=	333.33	592.59	777.78	888.89	925.93
U(X, 4)	=	0.01	0.00	-0.00	-0.00	-0.00
U(X, 4)	=	0.00	% 0.00	% -0.00	% -0.00	% -0.00

T = 0,5000 SEK						
L(X, 25)	=	245,16	432,36	567,50	648,58	675,61
Y(X, 25)	=	239,96	426,62	559,95	639,94	666,61
Y _f (X, 25)	=	239,98	426,66	560,00	640,00	666,67
F(X, 25)	=	240,00	426,67	560,00	640,00	666,67
W(X, 25)	=	0,02	0,01	0,00	0,00	=0,00
U(X, 25)	=	0,01	x 0,00	x 0,00	x 0,00	x =0,00

T = 0,5200 SEK						
L(X, 26)	=	239,91	426,59	559,93	639,93	666,60
Y(X, 26)	=	230,80	421,01	552,58	631,52	657,84
Y _f (X, 26)	=	230,82	421,04	552,63	631,58	657,90
F(X, 26)	=	230,84	421,05	552,63	631,58	657,89
W(X, 26)	=	0,02	0,01	0,00	0,00	=0,00
U(X, 26)	=	0,01	x 0,00	x 0,00	x 0,00	x =0,00

T = 0,5400 SEK						
L(X, 27)	=	230,76	420,98	552,56	631,51	657,83
Y(X, 27)	=	235,73	415,54	545,40	623,32	649,29
Y _f (X, 27)	=	235,75	415,57	545,45	623,38	649,35
F(X, 27)	=	235,77	415,58	545,45	623,38	649,35
W(X, 27)	=	0,02	0,01	0,00	0,00	=0,00
U(X, 27)	=	0,01	x 0,00	x 0,00	x 0,00	x =0,00

T = 0,5600 SEK						
L(X, 28)	=	235,68	415,51	545,39	623,31	649,29
Y(X, 28)	=	230,73	410,21	538,41	615,33	640,97
Y _f (X, 28)	=	230,75	410,25	538,46	615,38	641,03
F(X, 28)	=	230,77	410,26	538,46	615,38	641,03
W(X, 28)	=	0,02	0,01	0,00	0,00	0,00
U(X, 28)	=	0,01	x 0,00	x 0,00	x 0,00	x 0,00

T = 0,5800 SEK						
L(X, 29)	=	230,68	410,18	538,39	615,32	640,96
Y(X, 29)	=	227,81	405,02	531,60	607,54	632,86
Y _f (X, 29)	=	227,83	405,05	531,64	607,59	632,91
F(X, 29)	=	227,85	405,06	531,65	607,59	632,91
W(X, 29)	=	0,02	0,01	0,00	0,00	0,00
U(X, 29)	=	0,01	x 0,00	x 0,00	x 0,00	x 0,00

T = 0,6000 SEK						
L(X, 30)	=	227,76	404,99	531,58	607,53	632,85
Y(X, 30)	=	224,96	399,96	524,95	599,95	624,95
Y _f (X, 30)	=	224,98	399,99	525,00	600,00	625,00
F(X, 30)	=	225,00	400,00	525,00	600,00	625,00
W(X, 30)	=	0,02	0,01	0,00	0,00	0,00
U(X, 30)	=	0,01	x 0,00	x 0,00	x 0,00	x 0,00

101

N I F L I N I O W E 7 A G A D N I E N I E P R Z E G O M E M E T O D A K O R E K C J I

ROZMIAR : DOX(F) * 2A : S * DT(F)

DANE :

ILOSC WEZLOW : N + 1 N = 5
 DYSKRETYZACJA OBSZARU : H H = 4,0
 ILOSC KROKOW CZASOWYCH : M M = 30
 DYSKRETYZACJA CZASU : P P = 0,0300
 WYMIA : OBSZARU : S/2 S = 40
 WSPOLCZYNNIK ROWNANIA : 2A A = 2,5
 DOKLADNOSC ITERACJI : D D = 1,0

X	=	1	2	3	4	5
F(X, 0)	=	360,00	640,00	840,00	960,00	1000,00
W(X, 0)	=	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
U(X, 0)	=	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

T = 0,0300 SEK

L(X, 1)	=	359,85	639,85	839,85	959,85	999,85
Y(X, 1)	=	349,36	621,09	815,17	931,63	970,45
V(X, 1)	=	349,51	621,36	815,54	932,04	970,88
F(X, 1)	=	349,51	621,36	815,53	932,04	970,87
W(X, 1)	=	0,01	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00
U(X, 1)	=	0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00

T = 0,0600 SEK

L(X, 2)	=	349,36	621,21	815,39	931,90	970,73
Y(X, 2)	=	339,48	603,52	792,12	905,29	943,01
V(X, 2)	=	339,61	603,77	792,46	905,66	943,40
F(X, 2)	=	339,62	603,77	792,45	905,66	943,40
W(X, 2)	=	0,02	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00
U(X, 2)	=	0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00

T = 0,0900 SEK

L(X, 3)	=	339,47	603,63	792,31	905,52	943,26
Y(X, 3)	=	330,13	586,92	770,34	880,39	917,07
V(X, 3)	=	330,26	587,16	770,65	880,74	917,44
F(X, 3)	=	330,28	587,16	770,64	880,73	917,43
W(X, 3)	=	0,02	0,00	-0,00	-0,00	-0,01
U(X, 3)	=	0,01	0,00	-0,00	-0,00	-0,00

T = 0,1200 SEK

L(X, 4)	=	330,12	587,02	770,51	880,60	917,30
Y(X, 4)	=	321,29	571,21	749,72	856,83	892,53
V(X, 4)	=	321,41	571,43	750,00	857,15	892,86
F(X, 4)	=	321,43	571,43	750,00	857,14	892,86
W(X, 4)	=	0,02	0,00	-0,00	-0,01	-0,01
U(X, 4)	=	0,01	0,00	-0,00	-0,00	-0,00

T = 0,7500 SEK

102

L(X, 25)	=	204,19	371,99	488,28	558,05	571,31
Y(X, 25)	=	203,66	365,64	479,92	548,49	571,34
Y(X, 25)	=	203,69	365,70	479,99	548,57	571,43
F(X, 25)	=	203,71	365,71	480,00	548,57	571,43
W(X, 25)	=	0,03	0,01	0,01	0,00	=0,00
U(X, 25)	=	0,01	x 0,00	x 0,00	x 0,00	x =0,00 x

T = 0,7800 SEK

L(X, 26)	=	203,60	365,61	479,91	548,48	571,34
Y(X, 26)	=	202,19	359,48	471,84	539,25	561,72
Y(X, 26)	=	202,22	359,54	471,90	539,32	561,80
F(X, 26)	=	202,25	359,55	471,91	539,33	561,80
W(X, 26)	=	0,03	0,01	0,01	0,00	=0,00
U(X, 26)	=	0,01	x 0,00	x 0,00	x 0,00	x =0,00 x

T = 0,8100 SEK

L(X, 27)	=	202,13	359,45	471,82	539,24	561,71
Y(X, 27)	=	198,84	353,53	464,02	530,31	552,41
Y(X, 27)	=	198,87	353,58	464,08	530,38	552,49
F(X, 27)	=	198,90	353,59	464,09	530,39	552,49
W(X, 27)	=	0,03	0,01	0,01	0,00	0,00
U(X, 27)	=	0,01	x 0,00	x 0,00	x 0,00	x 0,00 x

T = 0,8400 SEK

L(X, 28)	=	198,78	353,49	464,00	530,30	552,40
Y(X, 28)	=	193,60	347,76	456,45	521,67	543,40
Y(X, 28)	=	193,62	347,81	456,51	521,74	543,48
F(X, 28)	=	193,65	347,83	456,52	521,74	543,48
W(X, 28)	=	0,03	0,01	0,01	0,00	0,00
U(X, 28)	=	0,01	x 0,00	x 0,00	x 0,00	x 0,00 x

T = 0,8700 SEK

L(X, 29)	=	193,54	347,73	456,43	521,66	543,40
Y(X, 29)	=	192,46	342,19	449,13	513,30	534,69
Y(X, 29)	=	192,49	342,23	449,19	513,37	534,76
F(X, 29)	=	192,51	342,25	449,20	513,37	534,76
W(X, 29)	=	0,03	0,01	0,01	0,00	0,00
U(X, 29)	=	0,01	x 0,00	x 0,00	x 0,00	x 0,00 x

T = 0,9000 SEK

L(X, 30)	=	192,41	342,15	449,11	513,29	534,68
Y(X, 30)	=	189,43	336,78	442,04	505,20	526,25
Y(X, 30)	=	189,45	336,83	442,10	505,26	526,31
F(X, 30)	=	189,47	336,84	442,11	505,26	526,32
W(X, 30)	=	0,03	0,01	0,01	0,00	0,00
U(X, 30)	=	0,01	x 0,00	x 0,00	x 0,00	x 0,00 x

ROWNANIE : $DDA(F) = 2A \cdot F \cdot DT(F)$

DANE :

ILOSC WEZLOW : $N + 1$ $N = 5$
 DYSKRETYZACJA ORSZARU : H $H = 4,0$
 ILOSC KROKOW CZASOWYCH : M $M = 30$
 DYSKRETYZACJA CZASU : P $P = 0,0400$
 WYMIAR ORSZARU : $S/2$ $S = 40$
 WSPOLCZYNNIK ROWNANIA : $2A$ $A = 2,5$
 DOKLADNOSC ITERACJI : D $D = 1,0$

X	1	2	3	4	5
F(X, 0)	360,00	640,00	840,00	960,00	1000,00
W(X, 0)	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
U(X, 0)	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

T = 0,0400 SEK

L(X, 1)	359,80	639,80	839,80	959,80	999,80
Y(X, 1)	345,88	614,91	807,06	922,36	960,79
Z(X, 1)	346,14	615,39	807,70	923,08	961,54
F(X, 1)	346,15	615,38	807,69	923,08	961,54
W(X, 1)	0,02	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00
U(X, 1)	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

T = 0,0800 SEK

L(X, 2)	345,95	615,20	807,50	922,89	961,35
Y(X, 2)	333,08	592,16	777,22	888,25	925,26
Z(X, 2)	333,31	592,60	777,78	888,90	925,93
F(X, 2)	333,33	592,59	777,78	888,89	925,93
W(X, 2)	0,03	-0,00	-0,01	-0,01	-0,01
U(X, 2)	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00

T = 0,1200 SEK

L(X, 3)	333,12	592,41	777,60	888,71	925,75
Y(X, 3)	321,20	571,04	749,50	856,58	892,27
Z(X, 3)	321,40	571,43	750,01	857,15	892,87
F(X, 3)	321,43	571,43	750,00	857,14	892,86
W(X, 3)	0,03	-0,00	-0,01	-0,01	-0,01
U(X, 3)	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00

T = 0,1600 SEK

L(X, 4)	321,22	571,25	749,83	856,97	892,69
Y(X, 4)	310,13	551,37	723,69	827,08	861,54
Z(X, 4)	310,31	551,72	724,15	827,60	862,08
F(X, 4)	310,34	551,72	724,14	827,59	862,07
W(X, 4)	0,04	0,00	-0,01	-0,01	-0,01
U(X, 4)	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00

T = 1,0000 SEK

104

L(X, 25)	=	185,54	326,41	428,46	489,69	510,10
Y(X, 25)	=	179,93	319,92	419,91	479,90	499,90
Y(X, 25)	=	179,97	319,98	419,99	480,00	500,00
F(X, 25)	=	180,00	320,00	420,00	480,00	500,00
W(X, 25)	=	0,03	0,02	0,01	0,00	0,00
U(X, 25)	=	0,02	x 0,01	x 0,00	x 0,00	x 0,00

T = 1,0400 SEK

L(X, 26)	=	179,87	319,88	419,89	479,90	499,90
Y(X, 26)	=	170,41	313,65	411,68	470,49	490,10
Y(X, 26)	=	170,44	313,71	411,76	470,59	490,20
F(X, 26)	=	170,47	313,73	411,76	470,59	490,20
W(X, 26)	=	0,03	0,02	0,01	0,00	0,00
U(X, 26)	=	0,02	x 0,01	x 0,00	x 0,00	x 0,00

T = 1,0800 SEK

L(X, 27)	=	170,34	313,61	411,66	470,49	490,10
Y(X, 27)	=	173,02	307,62	403,76	461,45	480,68
Y(X, 27)	=	173,04	307,67	403,84	461,54	480,77
F(X, 27)	=	173,08	307,69	403,85	461,54	480,77
W(X, 27)	=	0,03	0,02	0,01	0,00	0,00
U(X, 27)	=	0,02	x 0,01	x 0,00	x 0,00	x 0,00

T = 1,1200 SEK

L(X, 28)	=	170,95	307,58	403,74	461,44	480,67
Y(X, 28)	=	169,75	301,81	396,15	452,74	471,61
Y(X, 28)	=	169,78	301,87	396,22	452,83	471,70
F(X, 28)	=	169,81	301,89	396,23	452,83	471,70
W(X, 28)	=	0,03	0,02	0,01	0,00	0,00
U(X, 28)	=	0,02	x 0,01	x 0,00	x 0,00	x 0,00

T = 1,1600 SEK

L(X, 29)	=	169,68	301,77	396,12	452,73	471,60
Y(X, 29)	=	160,61	296,23	388,81	444,36	462,88
Y(X, 29)	=	160,63	296,28	388,88	444,44	462,96
F(X, 29)	=	160,67	296,30	388,89	444,44	462,96
W(X, 29)	=	0,03	0,02	0,01	0,00	0,00
U(X, 29)	=	0,02	x 0,01	x 0,00	x 0,00	x 0,00

T = 1,2000 SEK

L(X, 30)	=	160,54	296,19	388,79	444,35	462,87
Y(X, 30)	=	163,58	290,84	381,74	436,29	454,47
Y(X, 30)	=	163,60	290,89	381,81	436,36	454,54
F(X, 30)	=	163,64	290,91	381,82	436,36	454,55
W(X, 30)	=	0,03	0,02	0,01	0,00	0,00
U(X, 30)	=	0,02	x 0,01	x 0,00	x 0,00	x 0,00

DANE :

ILOSC WEZLOW : $N + 1$ $N = 5$
 DYSKRETYZACJA OBSZARU : H $H = 4.0$
 ILOSC KROKOW CZASOWYCH : M $M = 30$
 DYSKRETYZACJA CZASU : P $P = 0.0500$
 WYMIAR OBSZARU : $S/2$ $S = 40$
 WSPOLCZYNNIK ROWNANIA : ZA $A = 2.5$
 DOKLADNOSC ITERACJI : D $D = 1.0$

X	=	1	2	3	4	5
F(X, 0)	=	360,00	640,00	840,00	960,00	1000,00
W(X, 0)	=	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
U(X, 0)	=	0,00	x 0,00	x 0,00	x 0,00	x 0,00

T = 0,0500 SEK

L(X, 1)	=	359,75	639,75	839,75	959,75	999,75
Y(X, 1)	=	342,44	608,79	799,03	913,18	951,23
Y(X, 1)	=	342,83	609,53	800,01	914,29	952,39
Y(X, 1)	=	342,83	609,51	799,98	914,27	952,36
F(X, 1)	=	342,86	609,52	800,00	914,29	952,38
W(X, 1)	=	0,03	0,02	0,02	0,02	0,02
U(X, 1)	=	0,01	x 0,00	x 0,00	x 0,00	x 0,00

T = 0,1000 SEK

L(X, 2)	=	342,59	609,27	799,75	914,03	952,12
Y(X, 2)	=	326,89	581,16	762,78	871,75	908,08
Y(X, 2)	=	327,23	581,81	763,63	872,72	909,08
Y(X, 2)	=	327,23	581,79	763,61	872,70	909,06
F(X, 2)	=	327,27	581,82	763,64	872,73	909,09
W(X, 2)	=	0,04	0,03	0,03	0,03	0,03
U(X, 2)	=	0,01	x 0,01	x 0,00	x 0,00	x 0,00

T = 0,1500 SEK

L(X, 3)	=	327,00	581,56	763,38	872,47	908,83
Y(X, 3)	=	312,70	555,93	729,67	833,92	868,66
Y(X, 3)	=	312,99	556,49	730,41	834,76	869,54
F(X, 3)	=	312,04	556,52	730,43	834,78	869,57
W(X, 3)	=	0,05	0,03	0,02	0,02	0,02
U(X, 3)	=	0,02	x 0,00	x 0,00	x 0,00	x 0,00

T = 0,2000 SEK

L(X, 4)	=	312,77	556,28	730,19	834,54	869,32
Y(X, 4)	=	299,69	532,81	699,33	799,24	832,55
Y(X, 4)	=	299,94	533,31	699,98	799,98	833,32
F(X, 4)	=	300,00	533,33	700,00	800,00	833,33
W(X, 4)	=	0,06	0,03	0,02	0,02	0,02
U(X, 4)	=	0,02	x 0,00	x 0,00	x 0,00	x 0,00

T = 0,6000 SEK

L(X, 12) =	232,04	412,71	541,76	619,19	644,99
Y(X, 12) =	224,84	399,76	524,72	599,68	624,67
Y(X, 12) =	224,94	399,97	524,98	599,99	624,99
F(X, 12) =	222,00	400,00	525,00	600,00	625,00
W(X, 12) =	0,06	0,03	0,02	0,01	0,01
U(X, 12) =	0,03 x	0,01 x	0,00 x	0,00 x	0,00 x

T = 0,6500 SEK

L(X, 13) =	224,79	399,82	524,83	599,84	624,84
Y(X, 13) =	210,03	387,66	508,83	581,53	605,76
Y(X, 13) =	210,13	387,85	509,07	581,81	606,05
F(X, 13) =	210,18	387,88	509,09	581,82	606,06
W(X, 13) =	0,06	0,03	0,02	0,01	0,01
U(X, 13) =	0,03 x	0,01 x	0,00 x	0,00 x	0,00 x

T = 0,7000 SEK

L(X, 14) =	217,98	387,70	508,92	581,66	605,90
Y(X, 14) =	211,63	376,27	493,88	564,44	587,96
Y(X, 14) =	211,71	376,44	494,10	564,70	588,23
F(X, 14) =	211,76	376,47	494,12	564,71	588,24
W(X, 14) =	0,05	0,03	0,02	0,01	0,01
U(X, 14) =	0,03 x	0,01 x	0,00 x	0,00 x	0,00 x

T = 0,7500 SEK

L(X, 15) =	211,56	376,30	493,95	564,55	588,08
Y(X, 15) =	202,58	365,53	479,78	548,33	571,18
Y(X, 15) =	202,66	365,69	479,98	548,56	571,42
F(X, 15) =	202,71	365,71	480,00	548,57	571,43
W(X, 15) =	0,05	0,03	0,02	0,01	0,01
U(X, 15) =	0,03 x	0,01 x	0,00 x	0,00 x	0,00 x

T = 0,8000 SEK

L(X, 16) =	202,52	365,54	479,84	548,42	571,28
Y(X, 16) =	194,88	355,38	466,46	533,11	555,33
Y(X, 16) =	194,95	355,53	466,65	533,32	555,55
F(X, 16) =	200,00	355,56	466,67	533,33	555,56
W(X, 16) =	0,05	0,03	0,02	0,01	0,01
U(X, 16) =	0,03 x	0,01 x	0,00 x	0,00 x	0,00 x

T = 0,8500 SEK

L(X, 17) =	194,81	355,39	466,51	533,19	555,41
Y(X, 17) =	194,48	345,79	453,86	518,71	540,33
Y(X, 17) =	194,54	345,92	454,04	518,91	540,53
F(X, 17) =	194,59	345,95	454,05	518,92	540,54
W(X, 17) =	0,05	0,03	0,02	0,01	0,01
U(X, 17) =	0,03 x	0,01 x	0,00 x	0,00 x	0,00 x

T = 1,4500 SFK

107

L(X, 25)	=	163,48	290,77	381,69	436,24	454,42
Y(X, 25)	=	159,92	284,34	373,22	426,55	444,32
Y(X, 25)	=	159,96	284,42	373,32	426,65	444,43
F(X, 25)	=	160,00	284,44	373,33	426,67	444,44
W(X, 25)	=	0,04	0,03	0,02	0,01	0,01
U(X, 25)	=	0,03	x 0,01	x 0,00	x 0,00	x 0,00

T = 1,5000 SFK

L(X, 26)	=	159,85	284,31	373,20	426,54	444,32
Y(X, 26)	=	150,45	278,17	365,11	417,28	434,67
Y(X, 26)	=	150,48	278,23	365,20	417,38	434,77
F(X, 26)	=	150,52	278,26	365,22	417,39	434,78
W(X, 26)	=	0,04	0,03	0,02	0,01	0,01
U(X, 26)	=	0,03	x 0,01	x 0,00	x 0,00	x 0,00

T = 1,5500 SFK

L(X, 27)	=	150,37	278,13	365,09	417,27	434,66
Y(X, 27)	=	153,12	272,25	357,35	408,40	425,42
Y(X, 27)	=	153,15	272,31	357,43	408,50	425,52
F(X, 27)	=	153,19	272,34	357,45	408,51	425,53
W(X, 27)	=	0,04	0,03	0,02	0,01	0,01
U(X, 27)	=	0,03	x 0,01	x 0,01	x 0,00	x 0,00

T = 1,4000 SFK

L(X, 28)	=	153,04	272,21	357,32	408,39	425,41
Y(X, 28)	=	149,93	266,58	349,90	399,90	416,56
Y(X, 28)	=	149,96	266,64	349,98	399,99	416,65
F(X, 28)	=	150,00	266,67	350,00	400,00	416,67
W(X, 28)	=	0,04	0,03	0,02	0,01	0,01
U(X, 28)	=	0,03	x 0,01	x 0,01	x 0,00	x 0,00

T = 1,4500 SFK

L(X, 29)	=	149,86	266,54	349,88	399,88	416,55
Y(X, 29)	=	140,87	261,14	342,77	391,74	408,06
Y(X, 29)	=	140,90	261,20	342,84	391,82	408,15
F(X, 29)	=	140,94	261,22	342,86	391,84	408,16
W(X, 29)	=	0,04	0,03	0,02	0,01	0,01
U(X, 29)	=	0,03	x 0,01	x 0,01	x 0,00	x 0,00

T = 1,5000 SFK

L(X, 30)	=	140,80	261,10	342,74	391,72	408,05
Y(X, 30)	=	143,94	255,92	335,91	383,91	399,91
Y(X, 30)	=	143,96	255,97	335,98	383,99	399,99
F(X, 30)	=	144,00	256,00	336,00	384,00	400,00
W(X, 30)	=	0,04	0,03	0,02	0,01	0,01
U(X, 30)	=	0,03	x 0,01	x 0,01	x 0,00	x 0,00

LITERATURA

- [1] Jabłoński A.: Modelowanie metodami siatek R-C i R-R wybranych procesów o stałych rozłożonych opisywanych quasiliniowym równaniem różniczkowym cząstkowym. Praca doktorska. Komunikat nr 285 Instytutu Cybernetyki Technicznej Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, 1975.

109

Niniejszy komunikat otrzymują:

1. Dział Wydawnictw, Biblioteka Główna	1 egz.
2. Biblioteka Międzyinstytutowa BMI-6,25	1 egz.
3. Archiwum I-6	1 egz.
4. I Z-ca Dyrektora I-6	1 egz.
5. Promotor	1 egz.
6. Recenzenci	2 egz.
7. Instytut Organizacji i Kierowania PAN	1 egz.
8. Centrum Obliczeniowe PAN	1 egz.
9. Instytut Automatyki Politechniki Warszawskiej	1 egz.
10. Instytut Informatyki Politechniki Gdańskiej	1 egz.
11. Instytut Automatyki Politechniki Poznańskiej	1 egz.
12. Instytut Kompleksowych Systemów Sterowania, Gliwice	1 egz.
13. Instytut Górnictwa Politechniki Wrocławskiej	1 egz.
14. Instytut Inżynierii Sanitarnej Politechniki Krakowskiej	1 egz.
15. COBPGO "Poltegor", Wrocław	1 egz.
16. Zakład Automatyki i Modelowania ICT	3 egz.
17. Zakład Optymalizacji Systemów ICT	1 egz.
18. Zakład Podstaw Cybernetyki ICT	1 egz.
19. Zakład Systemów Cyfrowych ICT	1 egz.
20. Zakład Systemów Informatyki ICT	1 egz.
21. Zakład Systemów Sterowania ICT	1 egz.
22. Zakład Teleinformatyki ICT	1 egz.
23. Zakład Zastosowań Techniki Cyfrowej ICT	1 egz.
24. Autor	4 egz.

Razem: 30 egz.

Symbol UKD Słowny odpowiednik symbolu UKD:

681.32 Maszyny matematyczne

Dyscyplina naukowa:

Automatyka, Cybernetyka i Informatyka

Specjalność:

Modelowanie cyfrowe i hybrydowe

Symbol identyfikacji pracy:

75:Inst.Cybern.T.

PWr

MNSzViT

R

1-6

Autor: JABŁOŃSKI Andrzej

Tytuł pracy: Symulacja cyfrowa modeli siatkowych
wybranego procesu nieliniowego opisanego
równaniem różniczkowym cząstkowym - pro-
gram i wyniki obliczeń.

ss. 109 rys. tabl. 95 wyk. - poz. bibliogr. 1

(w przypadku pracy opublikowanej podać pełny opis bibliograficzny publikacji).

Data zgłoszenia pracy w Urzędzie Patentowym PRL:

Nr tematu	Nr zlecenia	Nr archiwum	APW	Centrum INTE
10101 /11	-	I-6/K-286/75	TAK	TAK

Rodzaj pracy: komunikat, stosowana

Data rozpoczęcia pracy: 06.74

Data zakończenia pracy: 09.75

Promotor (tytuł, nazwisko, imię):

Wyniki badań (zastosowane w praktyce — gdzie; przekazane do zastosowania — komu; nadają się do przekazania — komu; stanowią podstawę do dalszych badań; jeśli praca była zamówiona, podać przez kogo):

na odwrocie analiza (zachować układ pionowy)

Nazwa modelu (prototypu) urządzenia:

Główne parametry techniczne:

W pracy przedstawiono symulację cyfrową modeli siatkowych R-C i RR wybranego procesu równaniem różniczkowym cząstkowym. Zastosowano metodę siatki R-R z korekcją potencjałów węzłowych /i równoważną metodę siatki R-R z dyskretną modyfikacją warunków początkowych/. Załączono program dla maszyny cyfrowej i przykładowe wyniki obliczeń porównywane z rozwiązaniem analitycznym problemu.

(miejsce na fotografię)

słowa kluczowe: symulacja; modelowanie; równania różniczkowe cząstkowe; proces nieliniowy; model siatkowy.

