

AKADEMIA EKONOMICZNA IM. OSKARA LANGEGO

WE WROCŁAWIU

WYDZIAŁ GOSPODARKI REGIONALNEJ I TURYSTYKI

W JELENIEJ GÓRZE

ARTUR ZABORSKI

SKALOWANIE WIELOWYMIAROWE JAKO METODA

BADAŃ MARKETINGOWYCH

Praca doktorska napisana

pod kierunkiem

Prof. AE dra hab. Marka Walesiaka

JELENIA GÓRA 1998

SPIS TREŚCI

WSTĘP	4
1. BADANIA MARKETINGOWE A METODY WIELOWYMIAROWEJ ANALIZY STATYSTYCZNEJ	8
1.1. Podstawy badań marketingowych	8
1.1.1. Istota i zakres badań marketingowych	8
1.1.2. Etapy badań marketingowych	13
1.2. Metody wielowymiarowej analizy statystycznej w badaniach marketingowych	18
1.2.1. Pojęcia wstępne	18
1.2.2. Klasyfikacja metod wielowymiarowej analizy statystycznej w badaniach marketingowych	22
2. OGÓLNE ZASADY SKALOWANIA WIELOWYMIAROWEGO	32
2.1. Pomiar postaw nabywców w skalowaniu wielowymiarowym	32
2.1.1. Zagadnienia wstępne	32
2.1.2. Skale podstawowe	34
2.1.3. Skale złożone	38
2.2. Pomiar podobieństwa obiektów	40
2.2.1. Wprowadzenie	40
2.2.2. Bezpośrednie wyznaczanie podobieństw	41
2.2.3. Szacowanie na skalach pomocniczych	46

3. TEORETYCZNE PODSTAWY SKALOWANIA WIELOWYMIAROWEGO	54
3.1. Idea skalowania wielowymiarowego	54
3.2. Klasyczne skalowanie wielowymiarowe (KSW)	59
3.2.1. Metryczne KSW	59
3.2.2. Niemetryczne KSW	64
3.3. Modele różnic indywidualnych	69
3.4. Algorytm skalowania w modelu ALSCAL	73
3.5. Programy komputerowe skalowania wielowymiarowego	83
4. CHARAKTERYSTYKA ZASTOSOWAŃ SKALOWANIA WIELOWYMIAROWEGO W BADANIACH MARKETINGOWYCH	86
4.1. Problemy marketingowe rozwiązywane za pomocą skalowania wielowymiarowego	86
4.2. Przegląd zastosowań skalowania wielowymiarowego w rozwiązywaniu problemów marketingowych	98
5. WYKORZYSTANIE SKALOWANIA WIELOWYMIAROWEGO DO POZYCJONOWANIA PRODUKTÓW ORAZ OKREŚLANIA „LUKI” NA RYNKU	102
5.1. Wprowadzenie	102
5.2. Charakterystyka projektu badawczego	106
5.3. Pozycjonowanie wybranych marek spodni dżinsowych	109
ZAKOŃCZENIE	118
LITERATURA	122
ANEKS	129

Małe jest piękne. Mniej znaczy więcej.

E. F. Schumacher

(cyt. za: Kotler [1994], s. 241)

WSTĘP

Pojawienie się na rynku nowych produktów, nowych form ich sprzedaży oraz szerokie oddziaływanie środków masowego przekazu na konsumenta sprawiły, że marketing stał się jedną z najbardziej rozwijających się dziedzin nauki. Mnogość produktów, a także coraz większa liczba konsumentów zmusza do prowadzenia badań, które wydają się być niezbędne do podejmowania trafnych decyzji marketingowych. Złożoność rynku wymusza wzrost zapotrzebowania na wyspecjalizowane narzędzia wielowymiarowej analizy statystycznej. Z drugiej strony w istniejących krajowych publikacjach daje się zauważyć niedosyt opracowań dotyczących ważnej metody wielowymiarowej analizy statystycznej jaką jest skalowanie wielowymiarowe. Niniejsza praca łącząca metodologiczne i aplikacyjne aspekty skalowania wielowymiarowego jest próbą uzupełnienia tej luki. Skalowanie wielowymiarowe może być z powodzeniem wykorzystywane do wspomagania szeroko rozumianego procesu podejmowania decyzji marketingowych. Wraz z rozwojem techniki elektronicznej i oprogramowania komputerowego wzrasta zakres i skala zastosowań tej metody.

Praca składa się z pięciu rozdziałów.

W rozdziale pierwszym przedstawiono istotę, zakres i procedurę badań marketingowych. Ponadto wyjaśniono w nim podstawowe pojęcia wielowymiarowej analizy porównawczej takie jak obiekt, zmienna, macierz danych, skale pomiaru zmiennych oraz dokonano krótkiej charakterystyki i klasyfikacji metod wielowymiarowej analizy statystycznej stosowanych w bada-

niach marketingowych. Podstawowym kryterium podziału metod wielowymiarowej analizy statystycznej było to, czy w zbiorze badanych zmiennych występują zmienne zależne od innych zmiennych. Na tej podstawie został dokonany podział na metody badania zależności oraz współwystępowania. W przypadku metod badania zależności, w klasyfikacji uwzględniono również liczbę zmiennych zależnych oraz skale pomiaru zmiennych zależnych i niezależnych. Ponadto wśród metod badania współwystępowania wyróżniono metody analizujące strukturę zmiennych oraz metody opisujące relacje zachodzące pomiędzy badanymi obiektami.

Rozdział drugi zawiera prezentację ogólnych zasad skalowania wielowymiarowego. W pierwszej części rozdziału omówiono zagadnienia związane z pomiarem postaw nabywców pozwalające na dokładniejsze badanie zachowań konsumentów na rynku. Zaprezentowano podstawowe skale pomiaru postaw takie jak skala nominalna, pozycyjna, rangowa, porównania parami, stałych sum i skale zamiarów zakupu, a także skale złożone: skalę semantyczną, skalę Stapela oraz Likerta. W drugiej części rozdziału przedstawiono różne sposoby wyznaczania macierzy podobieństw między obiektami, która stanowi punkt wyjścia w skalowaniu wielowymiarowym. Zwrócono uwagę na metody, w których ideą jest porównywanie między sobą wszystkich lub wybranych par, jak również metody uwzględniające różne skale pomiaru zmiennych opisujących badane objekty.

W rozdziale trzecim zaprezentowano algorytmy obliczeniowe stosowane w procedurach skalowania wielowymiarowego. Przedstawiono metryczne i niemetryczne algorytmy klasycznego skalowania wielowymiarowego bazującego tylko na jednej macierzy niepodobieństw między obiektami. Omówiono również modele różnic indywidualnych, w których korzysta się z wielu macierzy obrazujących różnice między obiektami postrzegane przez różnych respondentów. Stosowanie modeli różnic indywidualnych pozwala na badanie relacji między obiektami w ramach kryteriów ocen stosowanych przez poszczególnych respondentów.

W rozdziale tym porównano także wybrane programy komputerowe stosowane w skalowaniu wielowymiarowym uwzględniając typ danych poddawanych analizie, typ zastosowanego modelu skalowania, stosowane miary dopasowania oraz ograniczenia programowe. Szczególną uwagę poświęcono programowi ALSCAL, który ze względu na swoją uniwersalność jest często wykorzystywany do rozwiązywania problemów badawczych. Program ten posłużył również do przeprowadzenia badania marketingowego, którego wyniki przedstawiono w rozdziale piątym.

Rozdział czwarty zawiera omówienie tych obszarów badań marketingowych, w których pomocnym narzędziem jest skalowanie wielowymiarowe. Wiele zaprezentowanych przykładów świadczy, że skalowanie wielowymiarowe może być bardzo przydatne w rozwiązywaniu konkretnych problemów marketingowych. W szczególności znajduje ono zastosowanie przy pozycjonowaniu i repozycjonowaniu, rozpoznawaniu luk rynkowych oraz określaniu preferencji konsumentów wobec produktów. Końcowym rezultatem tego rozdziału jest, dokonane w większości na podstawie anglojęzycznych czasopism marketingowych, zestawienie marketingowych aplikacji skalowania wielowymiarowego. Zestawienie to opracowano wykorzystując następujące kryteria: cel przeprowadzonych badań, charakter danych, które posłużyły do przeprowadzenia skalowania wielowymiarowego, zastosowana metoda skalowania.

Rozdział piąty prezentuje wyniki badania przeprowadzonego na grupie studentów. Badania dokonano w oparciu o trzy typy danych uzyskanych za pomocą badania ankietowego. Celem badania było określenie pozycji na rynku wybranych marek produktów, ustalenie relacji między konkurującymi markami, a także identyfikacja czynników decydujących o wyborze danej marki przez konsumenta.

W zakończeniu pracy dokonano podsumowania oraz wskazano na problemy wymagające dalszych studiów.

Rozdziały pracy podzielono na podrozdziały. Wzory, rysunki oraz tabele ponumerowano za pomocą dwóch liczb, z których pierwsza wskazuje numer rozdziału, a druga - kolejny numer wzoru (rysunku, tabeli). Spis pozycji literatury zamieszczono na końcu rozprawy. Literaturę cytuje się w tekście pracy przez podanie nazwiska autora oraz umieszczonego w nawiasie roku wydania danej pozycji.

Należy dodać, że podstawowe części rozprawy zostały opublikowane w Pracach Naukowych Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu oraz były referowane na konferencjach naukowych.

1. BADANIA MARKETINGOWE A METODY WIELOWYMIAROWEJ ANALIZY STATYSTYCZNEJ

1.1. Podstawy badań marketingowych

1.1.1. Istota i zakres badań marketingowych

Dynamiczny charakter procesów i zjawisk rynkowych sprawia, że podejmowaniu przedsięwzięć rynkowych towarzyszy występowanie ryzyka. W celu jego wyeliminowania lub znacznego zmniejszenia przedsiębiorstwa potrzebują głębokich analiz wybranych zagadnień. Mogą to być np. raporty o sytuacji na rynku, testy preferencji konsumentów wobec pewnych produktów, prognoza sprzedaży w danym regionie bądź analiza efektywności reklamy. Zdobywanie tych informacji następuje w wyniku badań marketingowych.

W literaturze dotyczącej marketingu funkcjonuje wiele określeń badań marketingowych (zob. np. Green, Tull, Albaum [1988], s. 2; Kinneer, Taylor [1991], s. 6; Kotler [1994], s. 120). Parasuraman [1986], s. 5¹ określa badania marketingowe jako „... zbiór technik i zasad systematycznego gromadzenia, zapisywania, analizowania i interpretowania informacji, które ułatwiają podejmowanie decyzji marketingowych”.

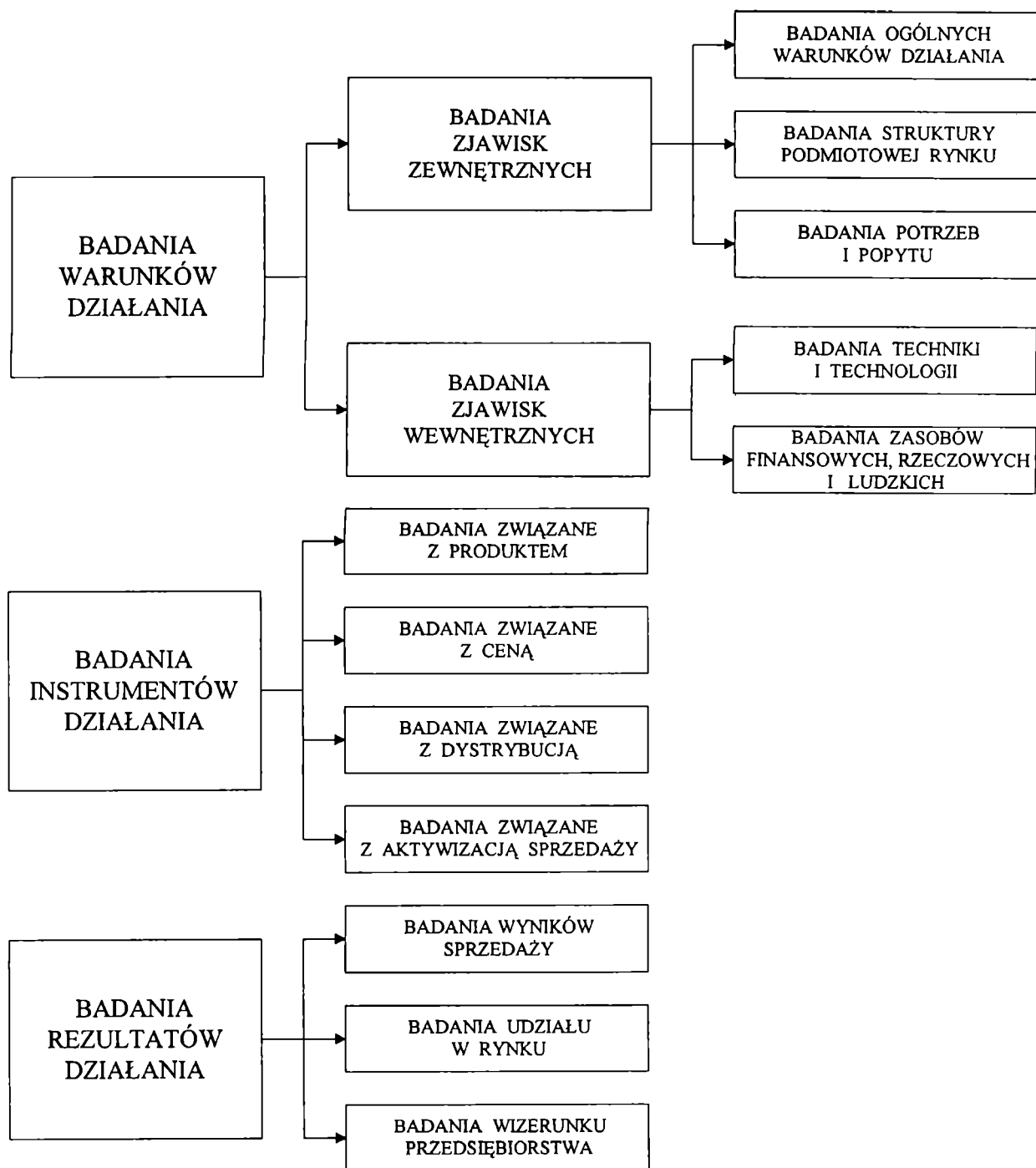
Badania marketingowe dostarczają informacji dających podstawy do podejmowania decyzji związanych z konkretnymi przedsięwzięciami, bądź do oceny realizacji podjętych wcześniej decyzji. Wspomagają więc procesy decyzyjne w przedsiębiorstwie, a ich użyteczność zależy od umiejętności określania istoty badanego problemu czy zakresu badań.

¹ Por. Garbarski, Rutkowski, Wrzosek [1992, s. 131].

Kotler [1994], s. 130–131 do cech charakteryzujących dobre badania marketingowe zalicza:

- naukowy charakter badań – w efektywnych badaniach marketingowych stosuje się zasady metody naukowej: uważną obserwację, sformułowanie hipotezy, predykcję i testowanie;
- kreatywność badania – największą korzyścią jaką przynoszą badania jest tworzenie nowych metod rozwiązywania problemów;
- wielość metod – w badaniach marketingowych należy unikać wykorzystywania tylko jednej metody. Powinno się dobierać metodę do problemu, a nie odwrotnie oraz doceniać konieczność gromadzenia informacji z różnych źródeł;
- współzależność modelu i danych – modele badań określają rodzaj potrzebnych danych;
- wartościowanie informacji – badacze marketingowi porównują wartość informacji z kosztem jej uzyskania. Porównanie to pozwala na określenie, z których opracowań powinno się korzystać i czy należy gromadzić dodatkowe informacje po otrzymaniu pierwszych wyników badań. Łatwo jest określić koszty badań, jednak problemy pojawiają się przy szacowaniu ich wartości. Zależy ona bowiem od wiarygodności i rzetelności badań oraz chęci kierownictwa przedsiębiorstwa do ich zastosowania;
- zdrowy sceptycyzm – badacze marketingowi powinni wykazywać zdrowy sceptycyzm w stosunku do założeń poczynionych przez kierownictwo przedsiębiorstwa odnośnie funkcjonowania rynku;
- etyka marketingowa – badania marketingowe pozwalają na lepsze poznanie potrzeb konsumentów, a tym samym na dostarczanie na rynek nowych produktów i usług, które pełniej je zaspokajają. Nieodpowiednie korzystanie z badań może być dla konsumentów uciążliwe lub wręcz szkodliwe.

Zakres prowadzonych przez przedsiębiorstwa badań marketingowych w głównej mierze wynika z zakresu podejmowanych przez te przedsiębiorstwa decyzji (Garbarski, Rutkowski, Wrzosek [1992], s. 132). Rys. 1.1 przedstawia klasyfikację obszarów badań marketingowych.



Rys. 1.1. Zakres badań marketingowych

Źródło: Garbarski, Rutkowski, Wrzosek [1992], s. 136.

Pierwszy obszar dotyczy warunków działania przedsiębiorstwa, w ramach którego wyróżnia się badania zjawisk zewnętrznych oraz badania zjawisk wewnętrznych.

Badania zjawisk zewnętrznych pozwalają na ocenę instytucjonalnych i rynkowych warunków funkcjonowania przedsiębiorstwa oraz umożliwiają ich kształtowanie. Pozwalają one wychwycić tendencje rozwojowe różnych procesów i zjawisk w otoczeniu przedsiębiorstwa, które wpływają na możliwości jego działania.

Badania ogólnych warunków działania obejmują m.in. analizy warunków politycznych, systemu prawnego, analizy technik i technologii produkcji, analizy warunków kulturowych i społecznych. Struktura podmiotowa rynku obejmuje analizy konkurencji (liczebność i wielkość konkurentów, programy ich działania, mocne i słabe strony konkurencji). Badania potrzeb i popytu obejmują swym zakresem: studia segmentacyjne, badanie postępowania konsumentów na rynku (postawy wobec produktów, zadowolenie z produktu, zachowanie w procesie zakupu, intencje w procesie zakupu, stopień wiedzy o produkcie), analizę popytu (potencjał rynku, potencjał sprzedaży, prognozy sprzedaży).

Badania zjawisk wewnętrznych dostarczają informacji o możliwościach i kierunkach rozwoju techniczno–technologicznych procesów oraz o aktualnych i przyszłych zasobach przedsiębiorstwa mających wpływ na jego działalność rynkową.

Kolejnym obszarem są badania instrumentów oddziaływania przedsiębiorstwa na rynek, obejmujące badania związane z produktem, ceną, dystrybucją oraz aktywizacją sprzedaży.

W badaniach związanych z produktem dokonuje się analizy relacji zachodzących między potrzebami konsumentów, a cechami produktów, za pomocą których potrzeby te są zaspokajane. Dąży się w nich do uzyskania informacji o (Garbarski, Rutkowski i Wrzosek [1992], s. 134):

- ilościowych i jakościowych potrzebach konsumentów, ich ewolucji i kierunkach zmian;

- stopniu dostosowania cech produktu do potrzeb konsumentów;
- stosunku konsumentów i stopniu ich przywiązania do produktu;
- stopniu zaspokajania potrzeb przez produkt w stosunku do popytu potencjalnego.

Badania te są podstawą do podejmowania decyzji dotyczących wprowadzania nowych produktów na rynek, modyfikacji istniejących produktów lub ich wycofywania, projektowania opakowań, znaków towarowych itp.

W badaniach związanych z cenami poszukuje się takiego poziomu ceny produktu, który będzie akceptowany przez potencjalnych klientów. Obejmują one analizy dotyczące elastyczności popytu, sposobów różnicowania cen oraz strategii kształtowania cen przez konkurentów.

Badania związane z dystrybucją umożliwiają podjęcie decyzji dotyczących wyboru typu kanału, jego długości, a także określenia stopnia intensywności dystrybucji. Zakres analiz jest tutaj różny, w zależności od tego, czy dokonywane są one z punktu widzenia producenta czy też przedsiębiorstwa pośredniczącego (Garbarski, Rutkowski, Wrzosek [1992], s. 135). Z punktu widzenia producenta badania polegają na określeniu:

- udziału pośredników uczestniczących w danym kanale;
- udziału poszczególnych kanałów w oddziaływaniu na rynek;
- udziału pośredników w prowadzeniu kampanii reklamowych;
- udziału pośredników w zbieraniu informacji o rynku;
- udziału pośredników w wynikach ekonomicznych przedsiębiorstwa.

Z punktu widzenia przedsiębiorstwa pośredniczącego badania określają zakres:

- swobody działalności w odniesieniu do wykonywanych czynności, kształtowania asortymentu, terenu działania;
- swobody rozwoju przedsiębiorstwa;
- możliwości sprawowania kontroli nad kanałami.

Badania związane z aktywizacją sprzedaży obejmują analizy skuteczności stosowania poszczególnych instrumentów wspierania procesów sprzedaży takich jak reklama, promocja, sprzedaż osobista, *public relations*, zasady kształtowania optymalnej struktury instrumentów promocyjnych, a także ocenę efektywności środków wydatkowanych na wspieranie procesów sprzedaży.

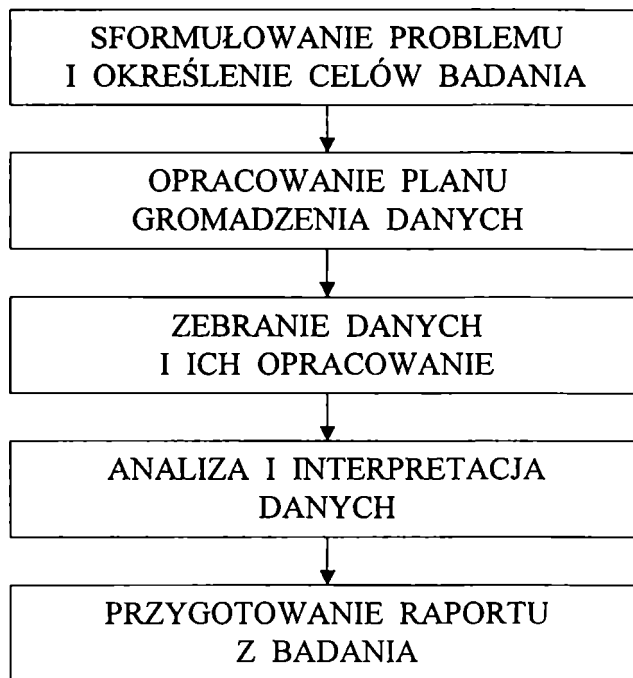
Ostatni obszar stanowią badania rezultatów działania przedsiębiorstwa. Składają się na nie badania wyników sprzedaży (zarówno w jednostkach bezwzględnych, jak również relatywnie do obszarów działania czy grup konsumentów), udziału przedsiębiorstwa w rynku oraz badania wizerunku przedsiębiorstwa w oczach konsumentów i innych uczestników rynku.

Zjawiska objęte badaniami zależą wzajemnie od siebie i ulegają ciągłym zmianom. Dlatego wyniki badań dostarczają przedsiębiorstwom informacji niezbędnych do wyboru kierunków działania na rynku wtedy, gdy zbieranie informacji jest procesem ciągłym, a poszczególne analizy są ze sobą konfrontowane.

1.1.2. Etapy badań marketingowych

Na badania marketingowe składa się na ogół 5 występujących po sobie etapów (rys. 1.2). Należy jednak pamiętać, że wszystkie etapy są ze sobą ściśle powiązane, dlatego też często niektóre z nich są realizowane równocześnie.

Podstawę procesu badania marketingowego stanowi dokładne sformułowanie problemu badań. Na tym etapie problemy marketingowe sformułowane przez menedżerów muszą zostać przetłumaczone na język problemu badawczego, przez precyzyjne określenie celów badań. Skonkretyzowanie problemu badań jest niezbędne dla zapewnienia praktycznej użyteczności podjętych działań oraz stanowi podstawę wyboru odpowiedniej metody badań.



Rys. 1.2. Etapy badań marketingowych

Źródło: Opracowano na podstawie prac: Kotler [1994], s. 121; Walesiak [1996], s. 16.

Szczegółowa identyfikacja problemu umożliwia przejście do drugiego etapu, którym jest opracowanie najbardziej efektywnego planu zgromadzenia potrzebnych informacji. Tworzenie planu badań wymaga określenia:

- źródeł danych,
- sposobu uzyskiwania danych,
- narzędzi badań,
- planu doboru próby,
- metody komunikowania się w celu uzyskania danych.

Źródła danych

Program badawczy wymaga zbierania danych pierwotnych i (lub) wtórnych. Głównymi źródłami pozyskiwania danych wtórnych są sprawozdawczość przedsiębiorstw i instytucji, publikacje statystyczne instytucji naukowo-badawczych, biuletyny statystyczne agencji badań

rynku, czasopisma statystyczne. Dane pierwotne uzyskuje się w wyniku specjalnych badań wybranego problemu marketingowego.

Metody uzyskiwania danych

Istnieją cztery zasadnicze sposoby zbierania danych pierwotnych (Kotler [1994], s. 123-125):

- obserwacja rynku;
- wywiad zogniskowany – grupa osób, pod nadzorem badacza, dyskutuje nad określonym zagadnieniem marketingowym;
- wywiad oparty na kwestionariuszu (ankiecie);
- eksperyment rynkowy – jego celem jest uchwycenie zachodzących relacji przyczynowo-skutkowych.

Narzędzia badawcze

Najbardziej powszechnym instrumentem używanym do zbierania danych źródłowych jest kwestionariusz (ankieta). Popularność kwestionariusza jest związana z jego elastycznością dzięki istnieniu różnorodnych możliwości formułowania pytań. Wyróżnia się dwa rodzaje pytań: pytania zamknięte i pytania otwarte. W pytaniach zamkniętych określone są wszystkie możliwości odpowiedzi i respondenci muszą tylko dokonać wyboru. Pytania otwarte pozwalają respondentom na odpowiedź własnymi słowami. Pytania otwarte są bardziej przydatne, gdy badacz pragnie wyrobić sobie pogląd o opiniach respondentów. Z kolei pytania zamknięte dostarczają odpowiedzi łatwiejszych do zinterpretowania.

Rzadziej, ale również stosowanym narzędziem w badaniach marketingowych są przyrządy mechaniczne. Należą do nich:

- galwanometry – stosowane do pomiaru zainteresowania lub emocji spowodowanej np. pokazaniem reklamy;

- kamery – do rejestracji zachowań respondentów (na czym zatrzymują wzrok, jak długo patrzą na poszczególne rzeczy itp.);
- audiometry – instalowane w telewizorach rejestrują czas ich włączenia oraz wybierane kanały.

Plan doboru próby

Przy prowadzeniu badań marketingowych należy opracować plan obejmujący następujące kwestie:

- jednostkę doboru próby – określającą z jakiej grupy społecznej będą pochodzić respondenci, jaki będzie ich wiek, płeć;
- wielkość próby;
- procedurę doboru próby – jak należy wybierać respondentów, aby otrzymać próbę reprezentatywną (dobór losowy lub nielosowy).

Określenie sposobu dotarcia do badanych

Najczęściej stosowanymi sposobami dotarcia do respondentów są:

- ankieta przesłana pocztą – sposób wykorzystywany wówczas, gdy obecność ankietera spowodowałaby stroniczość uzyskanych odpowiedzi;
- ankieta telefoniczna – najlepszy sposób szybkiego zbierania informacji, dający ponadto możliwość wyjaśniania niezrozumiałych pytań;
- wywiad osobisty – pozwalający na odnotowanie dodatkowych informacji dotyczących np. gestykulacji, ubioru respondenta.

Po opracowaniu planu badań można przejść do zbierania i opracowywania danych. Ponieważ badania wymagają często zbierania danych w różnych miejscach (np. w różnych punktach miasta czy też w różnych miastach) do etapu tego włączane są wyspecjalizowane firmy usługowe zatrudniające ankieterów i dysponujące specjalistycznym sprzętem. Z kolei nieobecność respondentów wymaga wielokrotnego ich odwiedzania lub zastępowania innymi. Rów-

niez same odpowiedzi na pytania mogą okazać się nieuczciwe. Wszystko to sprawia, że jest to najbardziej pracochłonny, kosztowny i obarczony największym ryzykiem popełnienia błędu etap badań marketingowych. Końcową fazą tego etapu jest opracowanie danych (grupowanie, agregowanie) tak, aby nadawały się do analizy.

Kolejnym etapem procesu badania marketingowego jest taka analiza danych, która umożliwi ich interpretację i przedstawienie wniosków. Przeprowadza się ją przy użyciu odpowiednich metod, których wybór uzależniony jest od celu badania, liczby analizowanych w badaniu zmiennych, liczebności próby statystycznej, skal pomiaru zmiennych (zob. Walesiak [1996], s. 150–151).

Istnieją różne kryteria klasyfikacji metod analizy danych. Jeżeli kryterium tym jest liczba zmiennych, to metody analizy danych można podzielić na:

- jednowymiarowe (średnia arytmetyczna, geometryczna, mediana, dominanta, współczynnik zmienności, odchylenie standardowe, test t –Studenta);
- dwuwymiarowe (współczynnik korelacji liniowej Pearsona, współczynnik korelacji τ Kendalla, test niezależności chi–kwadrat, regresja prosta);
- wielowymiarowe (zob. pkt 1.2).

Końcowym etapem badań jest prezentacja (w formie pisemnej lub ustnej) raportu. Zawiera on wnioski i propozycje rozwiązania problemów sformułowanych na początku badań.

Wartość badań marketingowych polega na dostarczaniu informacji wyjaśniających określone problemy i przyczyniających się do redukcji ryzyka związanego z podejmowaniem decyzji. Użyteczność badań zależy od stopnia ich wykorzystania w konkretnych sytuacjach decyzyjnych (Garbarski, Rutkowski, Wrzosek [1992], s. 139). Na wykorzystanie rezultatów badań w dużym stopniu wpływa postawa decydentów. Jeżeli nie są oni w stanie zaakceptować otrzymanych wyników, bądź realizacja zaleceń będzie niemożliwa z powodu braku środków finansowych, rzeczowych lub ludzkich, to badania zostaną zmarnowane.

1.2. Metody wielowymiarowej analizy statystycznej w badaniach marketingowych

1.2.1. Pojęcia wstępne

Podstawowymi jednostkami badania statystycznego są obiekty (przedsiębiorstwa, produkty, hasła reklamowe itp.) tworzące zbiór $O = \{O_1, O_2, \dots, O_n\}$, gdzie n oznacza liczbę rozpatrywanych obiektów.

Każdemu obiektowi O_i ($i = 1, 2, \dots, n$) można przyporządkować liczbę (lub wyrażenie) ze zbioru wartości X . Funkcja f określona na zbiorze obiektów O i przyjmująca wartości ze zbioru X , tzn. $f: O \rightarrow X$ nazywana będzie cechą (Borys [1980], s. 26). Wartość funkcji $x_i = f(O_i)$ jest realizacją cechy (zmiennej).

Obiekty można opisać za pomocą wielu cech (np. cena, waga, kolor, płaca), przez co mają one charakter wielowymiarowy. Jeżeli cechy X_j ($j = 1, 2, \dots, m$, przy czym m oznacza liczbę cech) są wspólne dla wszystkich obiektów podlegających analizie, wtedy każda z nich jest wektorem obserwacji $X_j = [x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{nj}]$, gdzie x_{ij} jest zmienną oznaczającą wartość j -tej cechy zaobserwowanej dla i -tego obiektu.

Wielowymiarowe obserwacje zapisuje się w macierzy danych (obserwacji):

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1m} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{nm} \end{bmatrix}.$$

W badaniach statystycznych występują różne rodzaje zmiennych. Najogólniej można je podzielić na zmienne ilościowe oraz zmienne jakościowe (zob. np. Jajuga [1993], s. 19).

Zmienna ilościowa przedstawiana jest za pomocą wartości liczbowych będących realizacjami tej zmiennej (np. wiek, zysk, objętość, ciężar). W zbiorze zmiennych ilościowych wyróżnia się (Jajuga [1993], s. 19):

- zmienne dyskretne (skokowe) – przyjmujące skończony, a co najwyżej nieskończony przeliczalny zbiór wartości (Pociecha [1986], s. 34). Przykładami zmiennych dyskretnych są: wielkość sprzedanego towaru w sztukach, wykształcenie (mierzone liczbą lat nauki);
- zmienne ciągłe – przyjmujące nieprzeliczalny zbiór wartości, często pochodzących z pewnego przedziału liczbowego. Zmiennymi ciągłymi są: zysk, wzrost, temperatura.

Zmienna jakościowa jest to taka zmienna, której odpowiadają pewne kategorie opisowe będące podstawą klasyfikacji obiektów. Zmiennymi opisowymi są np.: płeć, wykształcenie (podstawowe, średnie, wyższe), rodzaj firmy (bank, przedsiębiorstwo produkcyjne i in.). Mimo że zmienne jakościowe nie są mierzone za pomocą wartości liczbowych, to pewne kategorie tych zmiennych opisywane są przez liczby. Należy jednak pamiętać, że liczby te mają charakter umowny i nie należy dokonywać na nich działań arytmetycznych.

Zmienne jakościowe dzieli się na:

- zmienne nominalne. Szczególnym przypadkiem jest tu zmienna binarna, w przypadku której zmiennej wyróżnia się tylko dwie wartości opisywane zazwyczaj za pomocą zera i jedynki;
- zmienne porządkowe – dają możliwość uporządkowania kategorii (np. wykształcenie: podstawowe, średnie, wyższe).

W dalszej części pracy zmienne jakościowe będą nazywane zmiennymi niemetrycznymi, a zmienne ilościowe – metrycznymi.

Drugim kryterium klasyfikacji zmiennych jest skala pomiaru, gdzie przez pomiar rozumie się „przyporządkowanie liczb obiektom zgodnie z określonymi regułami w taki sposób,

aby liczby odzwierciedlały relacje zachodzące między tymi obiektami” (Walesiak [1996], s. 19).

W teorii pomiaru wyróżnia się cztery skale (Stevens [1959]). Są nimi: skala nominalna, skala porządkowa (rangowa), skala interwałowa (przedziałowa), skala ilorazowa (stosunkowa). Dwie pierwsze określane są jako skale „słabe”, dwie ostatnie – jako skale „mocne”.

Skala nominalna stanowi najniższy typ skali pomiarowej. Pozwala ona jedynie na stwierdzenie, czy obiekty mają takie same, czy różne wartości cech. Kwantyfikacja danych zebranych za pomocą skal nominalnych polega wyłącznie na ich zliczaniu.

W badaniach marketingowych skale nominalne wykorzystywane są w technikach projekcyjnych oraz wywiadzie głębinowym.

Skala porządkowa wprowadza uporządkowanie między obiektami. Oprócz rozróżnienia pomiędzy $x_A = x_B$ lub $x_A \neq x_B$ pozwala stwierdzić czy $x_A > x_B$ lub $x_A < x_B$.

Skale porządkowe mają szerokie zastosowanie w badaniach marketingowych, ponieważ służą do pomiaru preferencji i postaw nabywców (zob. pkt 2.1).

Skala przedziałowa jest to skala, w której występuje umownie określony punkt zerowy oraz stała jednostka miary. Pomiar dokonywany za pomocą tej skali oprócz ustalania kolejności obiektów ze względu na określone cechy określa również miarę różnicy między nimi. Nie tylko można więc powiedzieć, że $x_A > x_B$, ale także, że x_A jest o $(x_A - x_B)$ jednostek różne od x_B .

Skala ilorazowa stanowi najwyższy i najbardziej złożony typ skali. Zero w tej skali jest pojęciem absolutnym. Pomiar dokonywany za pomocą skali ilorazowej, oprócz wszystkich wymienionych wcześniej informacji określa relacje między wartościami zmiennych.

Podstawowe własności skal pomiaru cech oraz dopuszczalne metody i techniki dla poszczególnych skal przedstawiono w tab. 1.1.

Podstawowe własności skal pomiaru oraz dopuszczalne metody i techniki dla poszczególnych skal

Typ skali	Dopuszczalne podstawowe relacje	Dozwolone przekształcenia matematyczne	Dopuszczalne operacje arytmetyczne	Typowe przykłady	Dopuszczalne statystyki i testy statystyczne
Nominalna	równości, różności	$y = f(x)$, gdzie $f(x)$ - dowolne przekształcenie wzajemnie jednoznaczne	zliczanie zdarzeń	kolor, smak, płeć, zawód, miejsce urodzenia, pochodzenie społeczne, forma działalności przedsiębiorstwa	- wartość modalna; miary informacji; - miary zależności statystycznej (Pearsona, Cramera, Hellwiga, Czuprowa); - testy nieparametryczne (test zgodności chi-kwadrat, test niezależności chi-kwadrat);
Porządkowa	powyższe oraz większości i mniejszości	$y = f(x)$, gdzie $f(x)$ - dowolna monotonicznie rosnąca funkcja	zliczanie zdarzeń	skala ocen, jakość produktu, stopień ryzyka, oczekiwane korzyści z produktu, stopień zadowolenia, klasy czystości wód, skala twardości minerałów	- mediana, rozstęp ćwiartkowy; - współczynnik korelacji τ Kendala, współczynnik korelacji rang Spearmana, współczynnik konkordancji Kendalla i Smitha; - testy nieparametryczne (znaków, serii, Kołmogorowa-Smirnowa)
Przedziałowa	powyższe oraz równości różnic i przedziałów	$y = ax + b$ (przekształcenie liniowe) dla $a > 0$	powyższe oraz dodawanie i odejmowanie	temperatura (Celsjusza, Fahrenheita), daty kalendarza, iloraz inteligencji	- średnia arytmetyczna; wariancja, odchylenie standardowe, odchylenie przeciętne, szerokość przedziału zmienności; - współczynnik korelacji Pearsona, stosunek korelacyjny, współczynnik korelacji cząstkowej; - testy parametryczne (F -ilorazu, wariancji, t -Studenta, test istotności współczynnika regresji)
Ilorazowa	powyższe oraz równości ilorazów	$y = ax$ (przekształcenie multiplikatywne) dla $a > 0$	powyższe oraz mnożenie i dzielenie	wzrost, waga, temperatura (w stopniach Kelvina), liczba zatrudnionych, dochód, cena, wydatki na reklamę	średnia geometryczna, średnia harmoniczna, momenty zwykłe - średnia arytmetyczna kwadratowa; współczynnik zmienności

Źródło: Opracowano na podstawie prac: Stevens [1959], s. 25 i 27, Walesiak [1996], s. 23; Koziński [1971], s. 31-32

1.2.2. Klasyfikacja metod wielowymiarowej analizy statystycznej w badaniach marketingowych

Wielowymiarowa analiza statystyczna (WAS) jest zbiorem metod, za pomocą których analizowane są obiekty opisane przez przynajmniej trzy zmienne. Spośród wielu znanych technik przedstawione zostaną te, które znajdują zastosowanie w badaniach marketingowych.

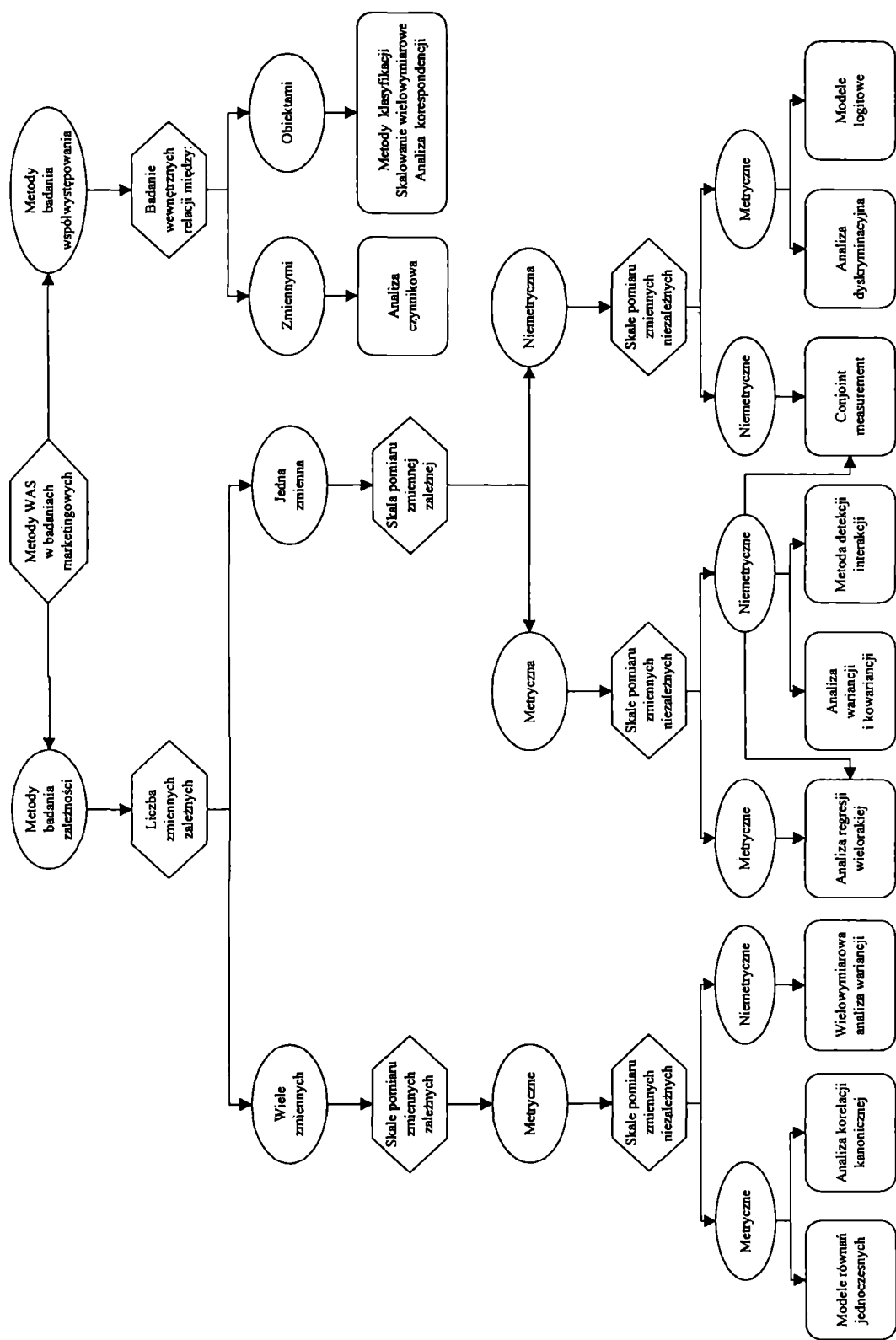
Klasyfikacje metod wielowymiarowej analizy statystycznej zaproponowali m.in.: Green, Tull, Albaum [1988], s. 416, 426; Hair, Anderson, Tatham, Black [1995], s. 18–19; Jajuga [1987; 1993]; Kendall [1975]; Walesiak [1996], s. 74; Kinnear, Taylor [1991], s. 607, 625.

Podstawowym kryterium podziału metod wielowymiarowej analizy statystycznej na metody badania zależności oraz współwystępowania jest to, czy w zbiorze badanych zmiennych występuje zmienna zależna (zmiennie zależne) od innych zmiennych (por. Walesiak [1996], s. 73–74). Klasyfikacja metod WAS uwzględnia również, w przypadku metod badania zależności, liczbę zmiennych zależnych oraz skale pomiaru zmiennych zależnych i niezależnych. Ponadto wśród metod badania współwystępowania wyróżniono metody analizujące strukturę zmiennych oraz metody opisujące relacje zachodzące pomiędzy badanymi obiektami. Wybór odpowiedniej do konkretnego problemu techniki badawczej powinien uwzględniać wymienione czynniki. Na rys. 1.3 przedstawiono klasyfikację metod wielowymiarowej analizy statystycznej według przedstawionych kryteriów.

Metody badania zależności

Interesująca systematyzacja metod badania zależności została przedstawiona w pracy Hair, Andersona, Tathama i Blacka [1995], s. 21. Systematyzacja ta opiera się na trzech następujących kryteriach:

- liczbie zmiennych zależnych (jedna lub więcej zmiennych);
- skalach pomiaru zmiennych (metryczne: przedziałowe i ilorazowe; niometryczne: nominalne i porządkowe);



Rys. 1.3. Klasyfikacja metod WAS

Źródło: Opracowano na podstawie prac: Hair, Anderson, Tatham, Black [1995]; s. 18–19; Walesiak [1996], s. 74.

akcji na zmiany zmiennych niezależnych oraz określenie udziału zmiennych niezależnych w wyjaśnianiu zmiennej zależnej.

W analizie regresji wielorakiej do szacowania parametrów wykorzystuje się najczęściej metodę najmniejszych kwadratów, przyjmując jednocześnie założenie o liniowym charakterze zależności pomiędzy zmienną zależną a zmiennymi niezależnymi oraz o braku korelacji między zmiennymi niezależnymi.

Jako przykład zastosowania analizy regresji wielorakiej można podać przewidywanie wielkości sprzedaży produktu (zmienna zależna) na podstawie informacji o wydatkach na reklamę, liczbie sprzedawców, liczbie sklepów oferujących dany produkt, cenie produktu (zmienne niezależne).

Rozwinięciem analizy regresji wielorakiej są modele równań jednoczesnych. Wykorzystywane są one w sytuacji gdy równolegle dokonuje się estymacji parametrów dla kilku równań regresji.

Analiza dyskryminacyjna

Punktem wyjścia analizy dyskryminacyjnej jest jedna zmienna zależna mierzona na skali nominalnej (np. wysoki lub niski stopień ryzyka finansowego, częstość użytkowania produktu, segmenty rynku) oraz, podobnie jak w analizie regresji, metryczne zmienne niezależne. Analiza dyskryminacyjna jest wykorzystywana w sytuacjach, gdy cała badana próba może być podzielona na klasy na podstawie wariantów odpowiadających zmiennej zależnej. Podstawowym celem analizy dyskryminacyjnej jest znalezienie funkcji dyskryminacyjnej, gdzie zmienna zależna jest kombinacją liniową zmiennych niezależnych. Funkcja ta jest podstawą do wnioskowania, na podstawie wartości zmiennych niezależnych, o przynależności badanych obiektów do określonych klas oraz do zidentyfikowania czynników różnicujących klasy.

Analiza dyskryminacyjna może być m.in. stosowana do:

- rozróżniania klientów o różnej częstości użytkowania określonego produktu na podstawie ich demograficznych lub psychograficznych cech,
- określania czynników decydujących o udanej bądź nieudanej lokalizacji sklepu,
- identyfikowania zmiennych różnicujących poszczególne segmenty rynku.

Wielowymiarowa analiza wariancji

Wielowymiarowa analiza wariancji MANOVA (*Multivariate Analysis of Variance*) jest metodą statystyczną wykorzystywaną do równoczesnego badania zależności pomiędzy wieloma niemetrycznymi zmiennymi niezależnymi, a dwiema lub większą liczbą metrycznych zmiennych zależnych. W celu wyeliminowania wpływu „niekontrolowanych” zmiennych niezależnych na zmienne zależne analiza wariancji może być stosowana w połączeniu z wielowymiarową analizą kowariancji MANCOVA (*Multivariate Analysis of Covariance*).

Analiza korelacji kanonicznej

Analiza korelacji kanonicznej jest uogólnieniem analizy regresji wielorakiej. W metodzie tej bada się jednoczesny wpływ wielu metrycznych zmiennych niezależnych na zbiór wielu metrycznych zmiennych zależnych, podczas gdy analiza regresji wielorakiej wymagała jednej zmiennej zależnej. Analizę korelacji kanonicznej stosuje się wtedy, gdy zbiór zmiennych opisujących badane obiekty można podzielić na dwie grupy. Podstawą metody jest odkrycie liniowego związku każdego zbioru zmiennych (zarówno zależnych jak i niezależnych) maksymalizującego korelację pomiędzy dwoma zbiorami w celu zbadania relacji istniejących między nimi. W praktyce możliwe jest wyznaczenie więcej niż jednej pary zmiennych kanonicznych nie skorelowanych z innymi parami zmiennych kanonicznych, które do celów interpretacyjnych uporządkowane są według malejących wartości współczynnika korelacji.

Stosowanie analizy korelacji kanonicznej jest uzasadnione przy segmentacji rynku oraz gdy rynek jest słabo rozpoznany i nie można sobie pozwolić na wyeliminowanie niektórych zmiennych.

Modele logitowe

Modele logitowe są kombinacją analizy regresji wielorakiej oraz analizy dyskryminacyjnej. W modelach tych, podobnie jak w analizie regresji, jedna zmienna zależna jest określona przez wiele zmiennych niezależnych, przy czym zmienna zależna, tak jak w analizie dyskryminacyjnej, mierzona jest na skali nominalnej. Niemetryczność zmiennej zależnej pociąga za sobą konieczność stosowania innych metod estymacji, poza tym jest ona zbliżona do analizy regresji wielorakiej. Modele logitowe różnią się od analizy dyskryminacyjnej głównie tym, że dopuszczają wszystkie typy zmiennych niezależnych (metryczne i niemetryczne).

Conjoint measurement

Metoda *conjoint measurement* służy do określania łącznego wpływu dwóch lub więcej nominalnych zmiennych niezależnych na zmienną zależną, która mierzona jest na skali porządkowej, przedziałowej lub ilorazowej. Jest to technika statystyczna, w której preferencje respondentów wobec różnych ofert poddawane są dekompozycji w celu określenia funkcji użyteczności dla każdego atrybutu oraz względnego znaczenia każdego z nich (por. Bąk i Walesiak [1997]).

Różne skale pomiaru zmiennej zależnej wymagają odmiennych metod estymacji. Dla zmiennej mierzonej na skali przedziałowej lub ilorazowej może to być np. metoda najmniejszych kwadratów ze zmiennymi sztucznymi, a dla zmiennej zależnej mierzonej na skali porządkowej – monotoniczna analiza wariancji (Walesiak [1996], s. 89).

Metoda *conjoint measurement* jest wykorzystywana w badaniach marketingowych w celu (por. Walesiak [1996], s. 89–90):

- zdefiniowania produktu lub usługi o optymalnych charakterystykach,
- określenia relatywnej ważności każdej zmiennej w procesie wyboru produktu przez nabywcę oraz określenia użyteczności każdego poziomu danej zmiennej,
- wydzielenia klas (segmentów) potencjalnych konsumentów o zbliżonych preferencjach zakupu,
- prognozowania udziału w rynku produktów.

Metoda detekcji interakcji (AID)

W metodzie AID zmienność zmiennej zależnej mierzonej na skali przedziałowej lub ilorazowej wyjaśniana jest przez binarne zmienne niezależne mierzone na skali nominalnej. Głównym celem tej metody jest podział badanej próby na coraz mniejsze grupy tak, aby czynniki określające istotę każdej grupy najpełniej wyjaśniały zmienność zmiennej zależnej.

Wykorzystanie procedury AID w badaniach marketingowych sprowadza się głównie do identyfikacji:

- segmentów rynkowych,
- hierarchii ważności różnych czynników w wyjaśnianiu procesów i zjawisk rynkowych.

Jednak z powodu konieczności dysponowania dużą próbą statystyczną obejmującą minimum 800 obserwacji nie należy do metod często stosowanych.

Metody badania współwystępowania

Jeżeli badacz analizuje określone wewnętrzne relacje między zmiennymi lub obiektami, to wykorzystuje do tego celu metody współwystępowania. Należą do nich: analiza czynnikowa, metody klasyfikacji, skalowanie wielowymiarowe i analiza korespondencji. Za pomocą tych metod bada się wzajemne położenie obiektów lub zmiennych w przestrzeni wielowymiarowej.

Analiza czynnikowa

Analiza czynnikowa, obejmująca analizę głównych składowych oraz klasyczną analizę czynnikową, jest wykorzystywana do badania wzajemnych zależności pomiędzy dużą liczbą zmiennych oraz określania istoty i siły związku między zmiennymi. Jest metodą umożliwiającą redukcję i agregację zebranych informacji przez zredukowanie znacznej liczby wzajemnie skorelowanych zmiennych do zbioru zmiennych będących ich kombinacją liniową.

W badaniach marketingowych analiza czynnikowa jest stosowana między innymi do (por. np. Garbarski, Rutkowski, Wrzosek [1992], s. 166; Walesiak [1996], s. 145–146):

- identyfikacji czynników, które decydują np. o wyborze danego produktu,
- określania siły i istoty związku między czynnikami wpływającymi na decyzję konsumenta,
- określania pozycji produktu na rynku na tle produktów konkurencyjnych.

Metody klasyfikacji

Metody klasyfikacji zmierzają do ukazania podgrup obiektów posiadających pewne wspólne charakterystyki. Ich celem jest wyodrębnienie z próbki realnie istniejących obiektów, rozłącznych i względnie jednorodnych grup w oparciu o podobieństwa występujące między nimi. W metodach klasyfikacji, w przeciwieństwie do analizy dyskryminacyjnej, grupy nie są wcześniej zdefiniowane.

Analiza wyodrębniania skupień obejmuje dwa etapy. Pierwszy polega na pomiarze podobieństwa między obiektami (np. odległość euklidesowa, miejska)², a następnie podziale zbiorowości obiektów na klasy za pomocą różnych metod klasyfikacji. W drugim etapie następuje identyfikacja czynników różnicujących grupy. Etap ten może być realizowany za pomocą analizy dyskryminacyjnej.

² Inne miary podobieństwa omówiono w rozdz. 2.

Podstawowymi obszarami zastosowań metod klasyfikacji w badaniach marketingowych są³:

- segmentacja rynku uwzględniająca cechy geograficzne, demograficzne, psychograficzne i behawioralne,
- identyfikacja relatywnie jednorodnych grup nabywców w celu lepszego zrozumienia ich zachowania na rynku,
- ocena pozycji produktu (przedsiębiorstwa) na rynku na tle produktów (przedsiębiorstw) konkurencyjnych,
- identyfikacja relatywnie jednorodnych rynków dla testowania produktów.

Skalowanie wielowymiarowe

Celem skalowania wielowymiarowego jest przedstawienie relacji zachodzących pomiędzy obiektami traktowanymi jako punkty w przestrzeni wielowymiarowej. Ze względu na możliwości geometrycznej interpretacji otrzymanych wyników jest to najczęściej przestrzeń dwuwymiarowa. Punktem wyjścia skalowania wielowymiarowego jest macierz odległości między każdą parą badanych obiektów konstruowana na podstawie podobieństw między obiektami postrzeganymi przez respondentów. Przy wykorzystaniu odpowiednich procedur, zależnych od typu zmiennych, dokonuje się takiego rozmieszczenia punktów na mapie percepcyjnej, aby dopasowanie konfiguracji odległości w przestrzeni wielowymiarowej i dwuwymiarowej było najlepsze.

Skalowanie wielowymiarowe stosowane jest w badaniach marketingowych m.in. w celu⁴:

- określania pozycji produktu na rynku na tle produktów konkurencyjnych;

³ Szerzej problematykę zastosowań metod klasyfikacji w badaniach marketingowych omówiono w pracy Walesiaka [1996].

⁴ Szerzej problematykę zastosowań skalowania wielowymiarowego w konkretnych badaniach marketingowych omówiono w rozdz. 4.

- poszukiwania luk na rynku;
- segmentacji rynku – poprzez wyodrębnienie grup jednostek (ludzi, rynków, organizacji) – segmentów, które mają pewne wspólne charakterystyki (postawy, skłonności nabywcze, przyzwyczajenia, itp.);
- oceny możliwości nowo wprowadzanych produktów na rynek w stosunku do produktów konkurencyjnych;
- określania najistotniejszych dla konsumentów cech produktów;
- określania struktury rynku;
- oceny haseł reklamowych.

Wyniki przedstawione na mapie percepcyjnej pokazują względne położenie wszystkich obiektów, jednak do określenia czynników, które wpływają na pozycję obiektów konieczne jest stosowanie dodatkowych technik badawczych.

Analiza korespondencji

Analiza korespondencji to kombinacja analizy czynnikowej i skalowania wielowymiarowego. Jest ona metodą łączącą redukcję wymiarów ocen obiektów oraz odzwierciedlenie na mapie percepcyjnej obiektów przy uwzględnieniu ich wybranych cech. Np. preferencje konsumentów względem określonych produktów mogą być oceniane przy uwzględnieniu zmiennych demograficznych przez określenie ile osób preferuje dany produkt w podziale na każdą z kategorii demograficznych. Związek między preferencjami wobec produktów a wyróżnioną charakterystyką tych preferencji jest przedstawiony w przestrzeni dwuwymiarowej lub trójwymiarowej, gdzie względna bliskość między obiektami jest równoznaczna z ich podobieństwem.

Analiza korespondencji różni się od wcześniej wymienionych metod tym, że oprócz możliwości analizy zarówno danych metrycznych jak i niemetrycznych dopuszcza występowanie nieliniowych zależności (Hair, Anderson, Tatham, Black [1995], s. 17).

2. OGÓLNE ZASADY SKALOWANIA WIELOWYMIAROWEGO

2.1. Pomiar postaw nabywców w skalowaniu wielowymiarowym

2.1.1. Zagadnienia wstępne

Informacją niezbędną do podejmowania określonych decyzji rynkowych (oceny skuteczności kampanii reklamowej, dokonywania segmentacji rynku, opracowywania strategii wejścia na rynek czy też określania pozycji produktów na rynku) jest znajomość postaw konsumentów. Informacje tego rodzaju pozwalają na badanie zachowania konsumentów na rynku.

Pomiar postaw nabywców może być przeprowadzony za pomocą procedur skalowania jednowymiarowego i wielowymiarowego. Skalowanie jednowymiarowe stosuje się wtedy, gdy pod uwagę brana jest tylko jedna cecha opisująca badane obiekty, natomiast w skalowaniu wielowymiarowym ocenie respondenta poddaje się jednocześnie wiele cech. W procesie pomiaru postaw stosuje się zazwyczaj skale słabe (nominalne lub porządkowe). Rzadziej pomiar ten przeprowadzany jest na skali przedziałowej lub ilorazowej.

Typowymi narzędziami służącymi do poznania postaw są tzw. skale postaw, przez które rozumie się „...zbiór stwierdzeń wyrażających większą lub mniejszą przychylność wobec przedmiotu mierzonej postawy” (Garbarski [1989], s. 19). Osoba badana zapoznaje się z przedstawianymi stwierdzeniami, a następnie ma za zadanie zaznaczyć, w ściśle określony sposób, fakt zgodności własnych ocen z niektórymi z nich bądź też stopień zgodności.

Podczas skalowania odpowiedzi w pomiarach postaw należy zwrócić uwagę na kilka podstawowych problemów występujących przy wszystkich rodzajach skal (od nominalnej do ilorazowej). Są nimi (Kaczmarczyk [1991], s. 150–155; Walesiak [1996], s. 33):

Skalowanie zrównoważone i niezrównoważone. Przy skalowaniu zrównoważonym wymagane jest ustalenie środkowej klasy oraz wyznaczenie jednakowej liczby klas o jednakowej intensywności po obu stronach klasy środkowej. Jeżeli po obu stronach skali występuje różna liczba klas bądź klasy o różnej intensywności, mamy do czynienia ze skalowaniem niezrównoważonym. Przykład zrównoważonego i niezrównoważonego skalowania odpowiedzi przedstawia zestawienie:

Pytanie	odpowiedzi wyskalowane	odpowiedzi niewyskalowane
Jaka część rocznej produkcji Państwa przedsiębiorstwa jest eksportowana?	<input type="checkbox"/> 0 – 20% <input type="checkbox"/> 21 – 40% <input type="checkbox"/> 41 – 60% <input type="checkbox"/> 61 – 80% <input type="checkbox"/> 81 – 100%	<input type="checkbox"/> 0 – 10% <input type="checkbox"/> 11 – 30% <input type="checkbox"/> 31 – 60% <input type="checkbox"/> 61 – 100%

W celu zmniejszenia błędu pomiaru i stworzenia możliwości łatwego stosowania metod statystycznych na etapie redukcji i analizy danych przy projektowaniu kwestionariusza należy dążyć do zrównoważonego skalowania.

Forma skali. Kategorie danej skali mogą być opisywane słownie, graficznie, numerycznie lub w sposób kombinowany. Wybór formy skali uzależniony jest od typu respondentów oraz od typu skali pomiaru, który chcemy stosować w konkretnym badaniu. Np. przy pomiarze postaw dzieci preferuje się graficzną (obrazkową) formę skali.

Liczba kategorii skali. Liczba kategorii między biegunami skali uzależniona jest od postawy respondenta, formy pomiaru i metody analizy danych. Jeżeli badaczka interesują ogólne dane może stosować dwie lub trzy kategorie. Najczęściej jednak wykorzystuje się od pięciu do dziesięciu kategorii.

Parzysta lub nieparzysta liczba kategorii. Wybór liczby kategorii decyduje o tym, czy skala będzie zawierała środkową (neutralną) pozycję. Przy projektowaniu neutralnych kategorii

należy zachować szczególną ostrożność, ponieważ ich wybór jest dla części respondentów wygodny, co może spowodować powstanie błędu pomiaru.

Skalowanie wymuszające i niewymuszające. W skalach wymuszających wymaga się od respondentów wskazania konkretnej pozycji na skali. W przypadku gdy respondent nie ma własnego zdania o obiekcie, przez co nie jest w stanie wyrazić swojej postawy, stosuje się skalowanie niewymuszające, umożliwiające respondentowi zajęcie stanowiska neutralnego („nie wiem”, „nie mam zdania”).

Skale z jednostką odniesienia i skale bez jednostki odniesienia. Na skali z jednostką odniesienia respondenci wyrażają swoją postawę np. przez porównanie określonego produktu z produktem idealnym, konkurencyjnym lub jakimkolwiek innym produktem.

2.1.2. Skale podstawowe

Podstawowe skale pomiaru postaw są to skale pojedyncze, które wyrażają wartości liczbowe lub kategorie nadawane przez respondentów określonym cechom. W badaniach marketingowych stosuje się wiele podstawowych skal. Wśród nich wyróżnia się (por. Walesiak [1996], s. 27–30, Kaczmarczyk [1991], s. 155–160):

- skalę nominalną,
- skalę pozycyjną,
- skalę rangową,
- skalę porównywania parami,
- skalę stałych sum,
- skalę zamiarów zakupu.

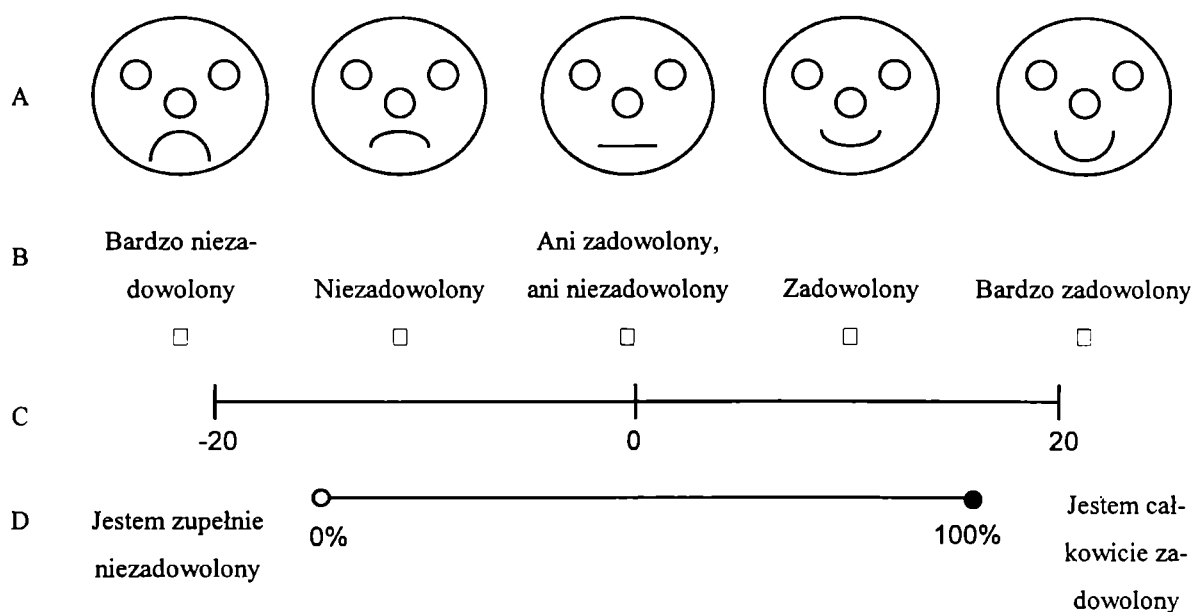
Skala nominalna jest najprostszym typem skali postaw. Klasyfikuje się w niej konsumentów na dwie lub więcej kategorii, pomiędzy którymi występują jedynie relacje równości i

różności. Na przykład, zadając respondentom pytanie: „Czy jesteś przeciwnikiem palenia tytoniu?” skala nominalna zostanie utworzona z odpowiedzi: „tak”, „nie”, „nie mam zdania”.

Skala pozycyjna. Na skali pozycyjnej respondent wyraża swoją postawę wobec badanego obiektu wskazując jego pozycję wśród uporządkowanych kategorii:

- w pewnym ciągłym przedziale (np. $[-20 ; 20]$), gdzie ekstremalne wartości oznaczają skrajne odczucia względem obiektu;
- na graficznej skali przedziałowej lub ilorazowej;
- w formie obrazkowej.

Przykłady prezentacji skali pozycyjnej dla cechy np. „zadowolenie respondentów z usług sklepu X” przedstawia rys. 2.1.



Rys. 2.1. Zadowolenie z usług sklepu X: A – skala graficzna (obrazkowa) – porządkowa; B – skala werbalna – porządkowa; C – skala graficzna (liczbowa) – przedziałowa; D – skala graficzna (liczbowa) – ilorazowa

Źródło: Walesiak [1996], s. 28.

Skala rangowa. Na tej skali respondenci porządkują obiekty według podanego kryterium przez nadanie im rang. Rangi są kolejnymi liczbami naturalnymi. Uszeregowane w ten sposób

obiekty obrazują preferencje respondentów. Przykładem może być uporządkowanie np. 7 marek samochodów ze względu na komfort jazdy.

Skale rangowe są często stosowane w pomiarach preferencji, ponieważ są łatwe i zrozumiałe dla respondentów. Ich wadą jest malejąca efektywność w miarę wzrostu liczby ocenianych obiektów i cech. W takiej sytuacji korzystniejsze jest zastosowanie porównania parami.

Skala porównywania parami. Metoda ta polega na porównywaniu ze względu na badaną cechę wszystkich tj. $\frac{n(n-1)}{2}$ par, gdzie n jest liczbą obiektów. Wyniki porównań dla każdego z respondentów zestawia się w postaci macierzy:

	A	B	C	D	E	F
A	–	1	0	0	1	1
B	0	–	1	0	0	1
C	1	0	–	1	0	0
D	1	1	0	–	1	0
E	0	1	1	0	–	0
F	0	0	1	1	1	–

gdzie jedynka w kolumnie oznacza dominację obiektu znajdującego się w tej kolumnie względem odpowiedniego obiektu w wierszu.

Wyniki uzyskane dla wszystkich respondentów podlegają agregacji i przedstawiane są w postaci macierzy $n \times n$ (n – liczba obiektów) w procentach, ułamkach dziesiętnych lub liczbach bezwzględnych, gdzie elementy i -tego wiersza i j -tej kolumny oznaczają odsetek lub liczbę respondentów wskazujących dominację obiektu j -tego nad obiektem i -tym.

Skala stałych sum. Skala ta posiada dwie odmiany. Są to:

- skala porównawcza,
- skala rangowa.

Stosując skalę porównawczą wymaga się od respondenta, aby dla każdej pary obiektów przyporządkował zgodnie ze swoimi preferencjami oceny liczbowe, tak aby dawały wymaganą sumę (zazwyczaj 10 lub 100).

W przypadku skali rangowej respondent proszony jest o dokonanie – zgodnie z preferencjami względem badanej cechy – podziału stałej sumy punktów między wszystkie obiekty.

Skala stałych sum najczęściej wykorzystywana jest do określania relatywnej ważności poszczególnych cech opisujących badane obiekty (Walesiak [1996], s. 29).

Skala zamiarów zakupów stosowana w pytaniach zadawanych respondentom w sprawie zamiarów zakupu nowych bądź zmodyfikowanych produktów i usług. Zmienna może tu być mierzona na skali (Walesiak [1996], s. 29):

- ilorazowej, gdy nabywców prosi się o określenie subiektywnych prawdopodobieństw zakupu poszczególnych dóbr;
- przedziałowej, gdy nabywcy wyrażają chęć zakupu określonego dobra na skali pozycyjnej (wartości skali mogą się zawierać np. w przedziale [0; 10], gdzie ekstremalne wartości oznaczają stwierdzenia: „z pewnością nie kupię” i „z pewnością kupię”);
- porządkowej, gdy nabywców prosi się o uszeregowanie produktów lub usług według pewności zakupu, gdzie kolejne pozycje uporządkowania oznaczają:
 - 1 – z pewnością nie kupię,
 - 2 – bardzo prawdopodobne, że nie kupię,
 - 3 – kupię lub nie kupię,
 - 4 – bardzo prawdopodobne, że kupię,
 - 5 – z pewnością kupię.

2.1.3. Skale złożone

Skale złożone są konstrukcjami składającymi się z wielu skal elementarnych. Do najczęściej stosowanych zalicza się:

- skalę semantyczną (różnicowania słownego),
- skalę Stapela,
- skalę Likerta.

Skala semantyczna jest zestawem kilku lub kilkunastu skal porządkowych (zazwyczaj 7-stopniowych). Każda skala jest skalą dwubiegunową, ograniczoną z obydwu stron parą antonimów, np. tani – drogi, słodki – gorzki, nowoczesny – przestarzały, itp. Każda ze skal służy do prezentacji postawy względem określonej cechy opisującej obiekt badania. Od respondenta wymaga się, aby na każdej skali wyróżnił – zgodnie ze swoimi preferencjami – jedną kategorię.

Po otrzymaniu odpowiedzi od wszystkich respondentów przyporządkowuje się wyróżnionym kategoriom liczby od –3 do 3 lub od 1 do 7. Następnie dla każdej skali porządkowej dokonuje się agregacji wyników i zestawia je w postaci punktowych szeregów statystycznych. Dla danych z poszczególnych skal obliczane są średnie arytmetyczne lub mediany. Otrzymane średnie zaznacza się na zestawionych razem skalach i łączy liniami (różnymi dla każdego obiektu, np. linia ciągła, przerywana, kropkowana). W wyniku porównania wszystkich linii na jednym wykresie otrzymuje się „profile polaryzacji”, charakteryzujące preferencje i postawy określonych grup respondentów w stosunku do cech wybranych obiektów.

Skala Stapela jest odmianą skali semantycznej. Do jej budowy wystarczy zastosowanie po jednym przymiotniku dla każdej skali porządkowej, bez konieczności szukania antonimów. Zmienne wyrażane są zazwyczaj na 10-stopniowej skali np. od –5 do +5. Skala Stapela służy do pomiaru zarówno kierunku jak i natężenia postaw respondentów. Zaletą skali Stapela w porównaniu do skali semantycznej jest jej łatwiejsze stosowanie przy równoważnych rezultatach obu pomiarów (Kaczmarczyk [1991], s. 164).

Rys. 2.2 przedstawia przykład pytania ankietowego wykorzystującego skalę Stapela przy ocenie funkcjonowania sklepu X.

Prosimy wskazać, przez zakreślenie jednej z kratek, jak Pana(i) zdaniem należy ocenić poszczególne cechy charakteryzujące sklep X?

	-5	-4	-3	-2	-1	+1	+2	+3	+4	+5
Asortyment	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Obsługa	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Wystrój	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Czystość	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Rys. 2.2. Przykład kwestionariusza wykorzystującego skalę Stapela

Źródło: Sporządzono na podstawie: Kaczmarczyk [1991], s. 165.

Skala Likerta (skala sumowanych ocen) jest przykładem skali porządkowej składającej się z wielu pozycji (od kilku do kilkudziesięciu). Pozycjami tymi są krótkie stwierdzenia o badanym obiekcie. Stwierdzenia należy tak formułować, aby nie było problemów z rozpoznaniem ich jako zdań sprzyjających lub niesprzyjających. Zadaniem respondentów jest zaznaczenie kategorii na skali porządkowej, która odpowiada ich postawie wobec danego stwierdzenia.

Poniżej przedstawiono cztery cechy charakteryzujące sok owocowy X. Proszę o podanie swojej opinii przez zakreślenie jednej z kratek przy każdym z czynników

	Całkowicie się zgadzam	Zgadzam się	Ani się zgadzam, ani się nie zgadzam	Nie zgadzam się	Całkowicie się nie zgadzam
Sok jest tani	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Sok jest klarowny	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Sok jest smaczny	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Sok jest estetycznie opakowany	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Rys. 2.3. Przykład kwestionariusza wykorzystującego skalę Likerta

Źródło: Sporządzono na podstawie: Kaczmarczyk [1991], s. 167.

Każdej z wymienionych kategorii przychylności wobec danego stwierdzenia odpowiada kolejna liczba naturalna, np. od 1 do 5. Wyższe wartości odzwierciedlają zazwyczaj postawy pozytywne, a niższe – postawy negatywne. Zsumowanie wartości liczbowych zakreślonych przez respondenta kategorii przy każdym ze stwierdzeń daje ogólny wynik skali. Im wyższy jest ten wynik, tym bardziej przychylna jest postawa respondenta wobec badanego obiektu.

2.2. Pomiar podobieństwa obiektów

2.2.1. Wprowadzenie

Punkt wyjścia w skalowaniu wielowymiarowym stanowi macierz podobieństw¹ między obiektami. Zazwyczaj jest to macierz symetryczna, zawierająca $\frac{n(n-1)}{2}$ elementów δ_{ij} ($i, j = 1, 2, \dots, n$) obrazujących odległości pomiędzy ocenianymi obiektami O_i oraz O_j , gdzie $i, j = 1, 2, \dots, n$ (n oznacza liczbę obiektów). Może to być jedna macierz dla wszystkich respondentów bądź, tak jak w modelach różnic indywidualnych, m macierzy (m – liczba respondentów). Element δ_{ij} znajdujący się w i -tym wierszu i j -tej kolumnie określa odległość pomiędzy obiektami i oraz j . Mierniki odległości charakteryzują się tym, że zwiększenie ich wartości jest równoznaczne ze zwiększaniem się różnic między obiektami.

Funkcja

$$\delta: O \times O \rightarrow R \quad (R - \text{liczba rzeczywista}, O - \text{zbiór obiektów}) \quad (2.1)$$

jest funkcją odległości wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdego i, j zachodzą warunki:

a) nieujemności: $\delta_{ij} \geq 0$,

¹ Przez macierz podobieństw rozumie się tu zarówno macierz odległości, jak i macierz bliskości.

b) zwrotności: $\delta_{ij} = 0 \Leftrightarrow i = j$,

c) symetryczności: $\delta_{ij} = \delta_{ji}$.

Jeżeli ponadto funkcja δ spełnia warunek nierówności trójkąta: $\delta_{ij} \leq \delta_{ik} + \delta_{kj}$, gdzie $k = 1, 2, \dots, n$, wtedy jest ona metryczną funkcją odległości (por. np. Ostasiewicz [1986], s. 86).

Oprócz odległości stosuje się także współczynniki bliskości s_{ij} . Miary bliskości są tym większe, im mniejsze są różnice między obiektami. Praktycznie dla każdego współczynnika odległości możliwe jest, po wykonaniu odpowiednich transformacji (zob. Grabiński [1992], s. 30), podanie równoważnego mu współczynnika bliskości. W szczególnym przypadku dla mierników o wartościach zawartych w przedziale $[0; 1]$ można stosować następujące formuły transformacji:

$$\begin{aligned}\delta_{ij} &= 1 - s_{ij} \\ \delta_{ij} &= \left[2 \cdot (1 - s_{ij})\right]^{\frac{1}{2}}.\end{aligned}\tag{2.2}$$

Spośród różnych metod wyznaczania elementów macierzy w pracy zaprezentowane zostaną najczęściej wykorzystywane w skalowaniu wielowymiarowym². Są nimi (Wieczorkowska [1985], s. 77-79):

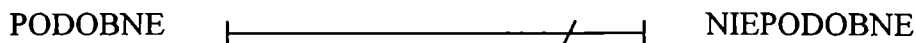
- bezpośrednie wyznaczanie podobieństw (w tym grupowanie),
- szacowanie na skalach pomocniczych.

2.2.2. Bezpośrednie wyznaczanie podobieństw

Na podstawie dotychczasowych badań można stwierdzić, że bezpośrednie wyznaczanie podobieństw jest najbardziej popularnym i najczęściej stosowanym zbiorem metod pozyskiwania danych wejściowych w skalowaniu wielowymiarowym. Ideą jest tu porównywanie między

² Inne metody przedstawia Davison [1983], s. 41–57.

Odmianą powyższej metody jest ocena graficzna (*graphic rating*). W tym podejściu respondent ma za zadanie zaznaczyć na graficznej skali ilorazowej (liczbowej) punkt tak, aby odległość (np. w mm) od lewej krawędzi odcinka do zaznaczonego miejsca obrazowała jego opinię o różnicy między obiektami:



Miarą niepodobieństwa obiektów jest średnia arytmetyczna (rzadziej mediana) odpowiedzi wszystkich respondentów.

W kolejnej metodzie bezpośredniego wyznaczania podobieństw (zob. Davison [1983], s. 42) jedną parę obiektów wybiera się jako standardową. Wszystkie pozostałe pary (oceniane pary) porównywane są w stosunku do pary standardowej. Zadaniem respondentów jest podanie dla każdej ocenianej pary liczby wskazującej różnicę między obiektami, relatywnie do różnicy występującej między obiektami pary standardowej. Na przykład, jeżeli respondent uważa, że niepodobieństwo ocenianej pary jest dwukrotnie większe niż pary standardowej, to przypisuje jej wartość „2”. Z kolei, jeżeli respondent twierdzi, że niepodobieństwo ocenianej pary jest dwukrotnie mniejsze w stosunku do pary standardowej przypisuje tej pierwszej wartość „ $\frac{1}{2}$ ”.

Dla każdej ocenianej pary niepodobieństwo jest średnią geometryczną (rzadziej medianą) opinii wszystkich respondentów.

Podobny charakter ma metoda (zob. Schiffman, Reynolds i Young [1981], s. 23) warunkowego porządkowania podobieństw (*conditional rank order*). Tutaj każdy z obiektów kolejno traktowany jest jako standardowy, a respondent proszony jest o uszeregowanie pozostałych obiektów ze względu na stopień ich podobieństwa względem obiektu standardowego.

	1	2	3	4	5
A –	B	D	E	F	C
B –	A	E	F	D	C
C –	D	E	A	B	F
D –	E	A	C	B	F
E –	D	B	A	C	F
F –	B	A	E	D	C

W przedstawionym zestawieniu w kolejnych kolumnach uszeregowano obiekty ze względu na narastające niepodobieństwa do odpowiednich obiektów standardowych.

Określmy np. wartość niepodobieństwa pary obiektów A i F. Respondent ocenił niepodobieństwo obiektu F względem obiektu A (pierwszy wiersz) umieszczając obiekt F na czwartym miejscu w uporządkowaniu. Niepodobieństwo A względem F wynika z uporządkowania w ostatnim wierszu. Niepodobieństwo pary porównywanych obiektów będzie średnią dwóch określonych wcześniej wartości i w naszym przypadku wynosi 3. Wyznaczona w ten sposób macierz niepodobieństw dla jednego respondenta przedstawia się następująco:

Obiekt	A	B	C	D	E	F
A	–	1	4	2	3	3
B		–	4,5	4	2	2
C			–	2	3	5
D				–	1	5,5
E					–	4
F						–

Niepodobieństwo badanej pary jest średnią arytmetyczną opinii wszystkich respondentów.

Zadanie to, na pozór łatwe, ulega skomplikowaniu przy dużej liczbie obiektów. W tej sytuacji można zastosować pewne uproszczenia. Np. dla 15 obiektów respondent może mieć za zadanie uszeregowanie jedynie 5 najbardziej podobnych oraz 5 najmniej podobnych obiektów. Pierwszej grupie obiektów zostają przypisane (zależnie od stopnia podobieństwa) wartości od 1 do 5, natomiast grupie drugiej od 7 do 11. Cztery obiekty nie uwzględnione w uporządko-

waniu otrzymają wartość 6. Kolejnym ułatwieniem jest eliminowanie obiektów będących już standardowymi ze zbioru obiektów porównywanych. Mimo, że wszystkie obiekty były szeregowane w stosunku do obiektu A, A zostanie wyłączone z porównań z obiektem B; A i B wyłączone z porównań z C itd. Procedura ta pozwoli skrócić o połowę czas potrzebny na zebranie danych.

Jeżeli liczba badanych obiektów wzrasta, liczba możliwych porównywanych par $\left(\frac{n(n-1)}{2}\right)$ również wzrasta, jednak w znacznie szybszym tempie. Badanie 10 obiektów wymaga porównania 45 par. Podwojenie liczby obiektów do 20 wymaga porównania 190 par. Duża liczba obiektów sprawia, że jeden respondent nie jest w stanie dokonać oceny podobieństwa wszystkich par. W tej sytuacji badacz zmuszony jest przeprowadzić niepełne badania, w których każda para obiektów porównywana jest przez kilku, ale nie przez wszystkich respondentów. W niepełnych badaniach porównywane pary dzieli się na podgrupy i każdy z respondentów ocenia obiekty tylko jednej grupy. Wymaga się, aby każda z grup oceniana była przez taką samą liczbę respondentów. Ważny jest także odpowiedni podział par obiektów na podgrupy. Proponuje się (zob. Davison 1983, s. 48), aby każda para pojawiała się w równej liczbie podgrup. Ponadto w każdej z podgrup powinny znajdować się wszystkie badane obiekty.

Prostą i użyteczną metodą, szczególnie dla dużej liczby badanych obiektów, jest grupowanie. Respondentowi prezentowane są na oddzielnych kartach wszystkie obiekty. Jego zadaniem jest rozłożenie kart na grupy obiektów podobnych. O liczbie grup decyduje zazwyczaj osoba badana, jednak może o tym zdecydować również badacz. Od każdego respondenta otrzymujemy macierz zerojedynkową. Jedynekę wpisujemy wtedy, gdy dwa obiekty zaliczone zostały do tej samej kategorii; zero, gdy do różnych. Współczynnik bliskości dla pary oblicza się na podstawie liczby osób, które zaliczyły dwa obiekty do tej samej kategorii.

Grupowane mogą być nie tylko poszczególne obiekty, ale również pary obiektów. W tej procedurze wszystkie pary zapisane są na oddzielnych kartach, a respondent ma za zadanie rozłożenie tych kart na kilka grup, gdzie w grupie pierwszej znajdują się pary najbardziej podobne, a w ostatniej pary najbardziej niepodobne. Liczba grup jest tu zazwyczaj narzucona przez badacza i wynosi od 6 do 9. Przypisanie określonej pary do jednej z grup jest równoznaczne z podaniem wartości niepodobieństwa. Wartość współczynnika bliskości wyznaczana jest tu jako średnia arytmetyczna ocen podanych przez wszystkich respondentów.

2.2.3. Szacowanie na skalach pomocniczych

Jeżeli przy badaniu podobieństwa obiektów bierzemy pod uwagę różne cechy, którymi charakteryzują się badane obiekty, oceny na skalach pomocniczych mogą się okazać przydatną lub wręcz preferowaną formą zbierania danych do skalowania. Procedura zbierania danych wymaga tu:

- oceny cech charakteryzujących badane obiekty na pewnej liczbie skal, o których zakłada się, że są związane z głównymi wymiarami przestrzeni,
- wyznaczenia mierników podobieństwa między obiektami i zestawienia ich w macierz podobieństw.

Istnieje wiele miar podobieństwa obiektów. Wszystkie one mają analogiczną interpretację, chociaż ze względu na odmienne konstrukcje przyjmują na ogół różne wartości liczbowe. Stosowanie określonych konstrukcji miar podobieństwa uzależnione jest w głównej mierze od skal pomiaru zmiennych.

Zestawienie wybranych miar niepodobieństwa obiektów opisanych za pomocą zmiennych mierzonych na skali przedziałowej lub ilorazowej przedstawia tab. 2.1. Przedstawione tam miary charakteryzują się specyficznymi właściwościami, tzn. różnymi zakresami zmienno-

ści, odmiennymi wagami przykładanymi do różnicy cech w zależności od wielkości tych różnic itp. Wartości zmiennych pochodzą z macierzy danych $\mathbf{X} = [x_{ij}]$ o wymiarach $n \times N$, gdzie elementy i -tego wiersza przedstawiają oceny cech obiektu i oznaczonych liczbą $p = 1, 2, \dots, N$ (N – liczba cech opisujących badany obiekt). Przed wyznaczeniem mierników odległości należy (zob. Grabiński [1992], s. 34):

- rozwiązać problem ważenia cech,
- doprowadzić do porównywalności różnoimienne zmienne,
- zagwarantować możliwie słabe skorelowanie cech.

Spośród wymienionych w tab. 2.1 miar w skalowaniu wielowymiarowym najczęściej wykorzystywana jest metryka Minkowskiego

$$\delta_{ij} = \left\{ \sum_p |x_{ip} - x_{jp}|^\lambda \right\}^{\frac{1}{\lambda}}, \lambda \geq 1 \quad (2.3)$$

gdzie x_{ip} i x_{jp} określają realizację p -tej cechy dla i -tego i j -tego obiektu, $p = 1, 2, \dots, N$,

λ – pewna liczba naturalna.

Szczególnymi przypadkami metryki Minkowskiego są:

- odległość miejska dla $\lambda = 1$

$$\delta_{ij} = \sum_p |x_{ip} - x_{jp}| \quad (2.4)$$

- odległość euklidesowa dla $\lambda = 2$

$$\delta_{ij} = \left\{ \sum_p (x_{ip} - x_{jp})^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (2.5)$$

- odległość Czebyszewa dla $\lambda \rightarrow \infty$

$$\delta_{ij} = \max_p |x_{ip} - x_{jp}| \quad (2.6)$$

Cenną zaletą tych miar jest to, że posiadają one interpretację geometryczną.

Wybrane miary odległości dla zmiennych mierzonych na skali ilorazowej i przedziałowej

Nazwa miernika	Formuła
Ważona odległość euklidesowa	$\delta_{ij} = \left\{ \sum_p w_p (x_{ip} - x_{jp})^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$
Metryka Minkowskiego	$\delta_{ij} = \left\{ \sum_p x_{ip} - x_{jp} ^\lambda \right\}^{\frac{1}{\lambda}}, \lambda \geq 1$
Metryka Canberra	$\delta_{ij} = \frac{1}{N} \sum_p \frac{ x_{ip} - x_{jp} }{(x_{ip} + x_{jp})}$
Współczynnik Braya–Curtisa	$\delta_{ij} = \frac{\sum_p x_{ip} - x_{jp} }{\sum_p (x_{ip} + x_{jp})}$
Odległość Clarka	$\delta_{ij} = \left\{ \frac{1}{N} \sum_p \left(\frac{x_{ip} - x_{jp}}{x_{ip} + x_{jp}} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$
Odległość Jeffreysa – Matusita	$\delta_{ij} = \frac{1}{N} \sum_p \left(x_{ip}^{\frac{1}{2}} - x_{jp}^{\frac{1}{2}} \right)^2$
Odległość kątowna	$\delta_{ij} = \frac{\sum_p x_{ip} x_{jp}}{\left[\sum_p x_{ip}^2 \sum_p x_{jp}^2 \right]^{\frac{1}{2}}}$
Odległość wykorzystująca współczynnik korelacji Pearsona	$\delta_{ij} = 1 - \frac{\sum_p (x_{ip} - \bar{x}_i)(x_{jp} - \bar{x}_j)}{\left\{ \sum_p (x_{ip} - \bar{x}_i)^2 \sum_p (x_{jp} - \bar{x}_j)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}}$

Źródło: opracowano na podstawie prac: Grabiński [1992], s. 33; Cox i Cox [1994], s. 10.

W literaturze dotyczącej wielowymiarowej analizy statystycznej wypracowano również wiele miar podobieństwa obiektów opisanych tylko za pomocą zmiennych nominalnych binarnych. Zestawienie wybranych miar przedstawia tab. 2.2.

Tabela 2.2

Wybrane miary podobieństw dla zmiennych nominalnych binarnych

Nazwa współczynnika	Formuła
Czekanowskiego	$s_{ij} = \frac{2a}{2a + b + c}$
Hammana	$s_{ij} = \frac{a - (b + c) + d}{a + b + c + d}$
Jaccarda	$s_{ij} = \frac{a}{a + b + c}$
Kulczyńskiego	$s_{ij} = \frac{a}{a + b}$
Mountforda	$s_{ij} = \frac{2a}{a(b + c) + 2bc}$
Sokala i Michenera	$s_{ij} = \frac{a + d}{a + b + c + d}$
Russella i Rao	$s_{ij} = \frac{a}{a + b + c + d}$
Rogersa i Tanimoto	$s_{ij} = \frac{a + d}{a + 2b + 2c + d}$
Ochiai	$s_{ij} = \frac{a}{[(a + b)(a + c)]^{\frac{1}{2}}}$
korelacji czteropunktowej	$s_{ij} = \frac{ad - bc}{[(a + b)(a + c)(b + d)(c + d)]^{\frac{1}{2}}}$

Źródło: opracowano na podstawie prac: Pocięcha [1986], s. 77 oraz Cox i Cox [1994], s. 11.

Etapem wstępnym konstrukcji miar z tab. 2.2 jest tablica kontyngencji o wymiarach

2×2 :

		Obiekt j		
		1	0	
Obiekt i	1	a	b	$a + b$
	0	c	d	$c + d$
		$a + c$	$b + d$	

gdzie: a (d) – liczba zmiennych, dla których obiekty i oraz j mają zgodne wartości występowania (braku występowania) odpowiedniego wariantu zmiennej: odpowiednio (1; 1) i (0; 0);

b (c) – liczba zmiennych, dla których obiekty i oraz j mają niezgodne wartości zmiennej: odpowiednio (1; 0) i (0; 1).

Dla obiektów opisanych za pomocą zmiennych nominalnych wielostanowych miarą podobieństwa jest wyrażenie (zob. Cox i Cox [1994], s. 12)

$$s_{ij} = \frac{1}{N} \sum_p s_{ijp} \quad (2.7)$$

gdzie: $s_{ijp} = 1$ jeżeli dla p -tej nominalnej zmiennej obiekty i oraz j należą do tej samej kategorii (w pozostałych przypadkach $s_{ijp} = 0$)

Przy takich samych założeniach miarę niepodobieństwa obiektów zaproponowali Sokal i Michener (por. Kaufman i Rousseeuw [1990], s. 28):

$$\delta_{ij} = \frac{1}{N} \sum_p (1 - s_{ijp}). \quad (2.8)$$

Dla obiektów opisanych zmiennymi porządkowymi miarę niepodobieństwa, w której wykorzystano ideę współczynnika korelacji zmiennych porządkowych τ Kendalla, zaproponował Walesiak [1996], s. 44:

$$\delta_{ij} = \frac{1}{2} \frac{\sum_p a_{ijp} b_{jip} + \sum_p \sum_{k(k \neq i, j)} a_{ikp} b_{jkp}}{2 \left[\left(\sum_p a_{ijp}^2 + \sum_p \sum_{k(k \neq i, j)} a_{ikp}^2 \right) \left(\sum_p b_{jip}^2 + \sum_p \sum_{k(k \neq i, j)} b_{jkp}^2 \right) \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (2.9)$$

gdzie:

$$a_{iup}(b_{jip}) = \begin{cases} 1, & \text{jeżeli } x_{ip} > x_{up} \text{ (} x_{jp} > x_{ip} \text{);} \\ 0, & \text{jeżeli } x_{ip} = x_{up} \text{ (} x_{jp} = x_{ip} \text{);} \\ -1, & \text{jeżeli } x_{ip} < x_{up} \text{ (} x_{jp} < x_{ip} \text{);} \end{cases}$$

$i, j, k = 1, 2, \dots, n$ - numer obiektu;

$u = j, k \quad t = i, k$

$p = 1, 2, \dots, N$ - numer zmiennej porządkowej;

$x_{ip}(x_{jp}, x_{kp})$ - i -ta (j -ta, k -ta) obserwacja na p -tej zmiennej porządkowej;

$\sum_p a_{ijp}^2 + \sum_p \sum_{k(k \neq i, j)} a_{ikp}^2$ - liczba relacji większości i mniejszości określona dla obiektu i ;

$\sum_p b_{jip}^2 + \sum_p \sum_{k(k \neq i, j)} b_{jkp}^2$ - liczba relacji większości i mniejszości określona dla obiektu j .

Miara δ_{ij} przyjmuje wartości z przedziału $[0; 1]$. Wartość zero oznacza, że dla porównywanych obiektów i oraz j między odpowiadającymi sobie obserwacjami na zmiennych porządkowych zachodzą tylko relacje równości. Z kolei δ_{ij} przyjmuje wartość jeden, gdy dla porównywanych obiektów i oraz j między odpowiadającymi sobie obserwacjami na zmiennych porządkowych zachodzą tylko relacje większości (mniejszości) lub relacje nie większości (nie mniejszości) i gdy relacje te są zachowane w stosunku do pozostałych obiektów $k = 1, 2, \dots, n$ ($k \neq i, j$).

Oprócz obiektów opisanych przez zmienne mierzone tylko na jednej ze skal w badaniach występują również takie, w których opisujące je zmienne mierzone są na różnych skalach pomiaru. Dla tego typu obiektów Gower (zob. Cox i Cox [1994], s. 13) zaproponował ogólną miarę podobieństwa:

$$s_{ij} = \frac{\sum_p w_{ijp} s_{ijp}}{\sum_p w_{ijp}}, \quad (2.10)$$

gdzie: w_{ijp} - przyjmuje wartość jeden (zero) jeżeli i -ty i j -ty obiekt jest porównywalny (nieporównywalny) ze względu na p -tą zmienną;

s_{ijp} - jest podobieństwem pomiędzy i -tym a j -tym obiektem jedynie ze względu na p -tą zmienną.

Dla zmiennej p mierzonej na skali nominalnej (w tym binarnych)

$$s_{ijp} = \begin{cases} 0, & \text{gdy między obiektami dla wyników pomiaru} \\ & \text{na } p\text{-tej zmiennej zachodzi relacja różności;} \\ 1, & \text{gdy między obiektami dla wyników pomiaru} \\ & \text{na } p\text{-tej zmiennej zachodzi relacja równości.} \end{cases} \quad (2.11)$$

Dla zmiennych o numerze p mierzonych na skali przedziałowej lub ilorazowej

$$s_{ijp} = 1 - \frac{|x_{ip} - x_{jp}|}{R_p}, \quad (2.12)$$

gdzie: R_p - rozstęp wyznaczony na podstawie wartości p -tej zmiennej.

Z równania (2.10) wynika, że s_{ij} jest średnią ze wszystkich podobieństw s_{ijp} . Jeżeli np. występują brakujące dane ogólny współczynnik odnosi się jedynie do tych obserwacji, które jednocześnie występują w porównywanych obiektach.

Jeżeli poszczególnym zmiennym przypisuje się wagi w_p współczynnik Gowera zostaje uogólniony i przyjmuje postać:

$$s_{ij} = \frac{\sum_p s_{ijp} w_{ijp} w_p}{\sum_p w_{ijp} w_p}. \quad (2.13)$$

Mimo występowania wielu metod wyznaczania podobieństwa między obiektami trudno jest podać dokładną receptę wskazującą, który ze sposobów wybrać.

Jeżeli dysponujemy macierzą danych oraz decydujemy się na szacowanie podobieństw na skalach pomocniczych wybór odpowiedniej metody uzależniony jest od skal pomiaru zmiennych opisujących obiekty.

Problem jest bardziej skomplikowany, gdy metodą pozyskiwania danych wejściowych w skalowaniu wielowymiarowym jest bezpośrednio wyznaczanie podobieństw. Wydaje się, że głównym kryterium wyboru jest wtedy liczba ocenianych obiektów.

3. TEORETYCZNE PODSTAWY SKALOWANIA WIELOWYMIAROWEGO

3.1. Idea skalowania wielowymiarowego

Określenie „skalowanie wielowymiarowe” zostało zdefiniowane w 1952 roku przez Torger-sona, który przedstawił jednocześnie pierwsze metryczne metody rozwiązania problemu. Rozwój metodologii skalowania wielowymiarowego przypada na lata 60-te i 70-te. Godnymi uwagi artykułami z tego okresu są prace Sheparda [1962] i Kruskala [1964] przedstawiające podstawy niemetrycznego skalowania, Carrolla i Changa [1970] dotyczące wielowymiarowego skalowania różnic indywidualnych oraz Takane, Younga i de Leeuwa [1977]. Lata 80-te i 90-te to przede wszystkim okres poszukiwań nowych metod prezentacji wyników skalowania (zob. Young, Hamer [1987], s. 15–40).

Skalowanie wielowymiarowe jest metodą badań naukowych opartą na założeniu, że badana rzeczywistość jest bardzo złożona, czyli wielowymiarowa. Respondent wyrażający swój stosunek do rzeczywistości operuje w sposób mniej lub bardziej świadomy wymiarami traktując obiekty (produkty, ludzi, przedmioty, stany przyrody, itp.) jako punkty w przestrzeni N -wymiarowej.

Celem skalowania wielowymiarowego jest:

- 1) ukazanie „struktury” badanych obiektów przez określenie treści wymiarów na podstawie podobieństw i preferencji respondentów;
- 2) przedstawienie w przestrzeni r -wymiarowej ($r < N$) relacji zachodzących pomiędzy badanymi obiektami.

Decyzja o liczbie wymiarów r należy do badacza i zależy od tego ilu wymiarowa przestrzeń stanowi zadowalające rozwiązanie dla danych wyjściowych. Ze względu na możliwości graficznej prezentacji wyników r wynosi zazwyczaj 2 lub 3.

Niech:

- 1) obiekty tworzą zbiór O , a niepodobieństwa określone na iloczynie kartezjańskim $O \times O$ pomiędzy obiektami i oraz j wynoszą δ_{ij} , tworząc macierz $\Delta = [\delta_{ij}]_{n \times n}$, gdzie n jest liczbą obiektów;
- 2) ϕ będzie odwzorowaniem zbioru O w zbiór punktów X , gdzie X jest podzbiorem przestrzeni, w której zostaną przedstawione obiekty. Tak więc $\phi(O_i) = x_i$ przy czym x_i jest punktem w przestrzeni r -wymiarowej;
- 3) d_{ij} będzie odległością pomiędzy x_i a x_j .

Celem skalowania wielowymiarowego jest znalezienie takiego odwzorowania ϕ , dla którego $d_{ij} \approx \hat{d}_{ij} = f(\delta_{ij})$ (gdzie \hat{d}_{ij} jest regresją pomiędzy d_{ij} a δ_{ij}).

W zależności od tego jaki charakter mają zmienne opisujące badane obiekty funkcja ϕ musi spełniać odpowiednie wymagania (por. Takane, Young i de Leeuw [1977], Young, de Leeuw i Takane [1976]):

– dla zmiennych dyskretnych

$$\phi: \delta_{ij} \sim \delta_{i'j'} \Rightarrow \hat{d}_{ij} = \hat{d}_{i'j'}, \quad (3.1)$$

($\delta_{ij} \sim \delta_{i'j'}$ oznacza, że niepodobieństwa między i a j oraz i' a j' oceniane są jednakowo),

– dla zmiennych ciągłych

$$\phi: \delta_{ij} \sim \delta_{i'j'} \Rightarrow l \leq \hat{d}_{ij}, \hat{d}_{i'j'} \leq u, \quad (3.2)$$

gdzie $\langle l; u \rangle$ – określony przedział,

– dla zmiennych mierzonych na skali porządkowej,

$$\phi: \delta_{ij} \prec \delta_{i'j'} \Rightarrow \hat{d}_{ij} \leq \hat{d}_{i'j'}. \quad (3.3)$$

- dla zmiennych mierzonych na skali przedziałowej lub ilorazowej $\hat{d}_{i,j}$ jest liniowo zależne od $\delta_{i,j}$ tak, że

$$\phi: \hat{d}_{i,j} = a_0 + a_1 \cdot \delta_{i,j}, \quad (3.4)$$

przy $a_0 = 0$ dla zmiennych mierzonych na skali ilorazowej.

Różne wymagania stawiane odwzorowaniu ϕ wymuszają stosowanie odmiennych metod skalowania. Zależnie od skali pomiaru zmiennych wyróżnia się dwie podstawowe procedury skalowania:

- metryczne – dla zmiennych mierzonych na skali ilorazowej lub przedziałowej,
- niemetryczne – dla zmiennych mierzonych na skali porządkowej.

Wielkości \hat{d}_{ij} wyznaczone są tak, aby minimalizowały wartość funkcji dopasowania „STRESS” (*Standardized Residual Sum of Squares* – znormalizowana suma kwadratów reszt).

W najprostszej odmianie funkcja ta przyjmuje postać (Kruskal [1964b]):

$$S^* = \sum_{i,j} (d_{ij} - \hat{d}_{ij})^2 \quad (3.5)$$

Wartość poznawcza S^* nie jest duża, ponieważ jej wysoka wartość nie oznacza złego dopasowania. Jeżeli np. w konkretnym badaniu $S^* = 0,27$ to w tym samym badaniu, ale wykonanym w 10 razy większej skali $S^* = 27$. Aby uniknąć zależności od skali S^* podlega normalizacji i przyjmuje postać (Kruskal [1964a]):

$$S^2 = \frac{\sum_{i,j} (d_{ij} - \hat{d}_{ij})^2}{\sum_{i,j} d_{ij}^2} \quad (3.6)$$

Najbardziej popularną miarą jest zaproponowany przez Kruskala [1964b] pierwiastek kwadratowy z (3.6):

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i,j} (d_{ij} - \hat{d}_{ij})^2}{\sum_{i,j} d_{ij}^2}} \quad (3.7)$$

Ponadto wykorzystywane są również:

- S-STRESS (Takane, Young i de Leeuw [1977]):

$$SS = \sum_{i,j} (d_{ij}^2 - \hat{d}_{ij}^2)^2, \quad (3.8)$$

- współczynnik Younga (Takane, Young i de Leeuw [1977]):

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i,j} (d_{ij}^2 - \hat{d}_{ij}^2)^2}{\sum_{i,j} (d_{ij}^2)^2}}, \quad (3.9)$$

- współczynnik alienacji Gutmana (Davison [1983], s. 89):

$$K = \sqrt{(1 - r_c)^2}, \quad (3.10)$$

gdzie: $r_c = \frac{\sum_{i<j} d_{ij} \cdot \hat{d}_{ij}}{\sqrt{\sum_{i<j} d_{ij}^2} \cdot \sqrt{\sum_{i<j} \hat{d}_{ij}^2}}$.

- miara największej wiarygodności (Borg i Groenen [1997], s. 204):

$$ML = \sum_{i,j} (\log d_{ij} - \log \hat{d}_{ij})^2. \quad (3.11)$$

W zależności od procentowej wartości STRESS Kruskal [1964a] zaproponował następujące oceny dopasowania:

STRESS	Dopasowanie
20%	słabe
10%	średnie
5%	dobrze
2%	bardzo dobrze
0%	idealne

STRESS jest miarą dopasowania, która zależy od wielu czynników (zob. Borg i Groenen [1997], s. 43–44). Najważniejszymi z nich są:

- liczba obiektów n – im większa wartość n , tym większa wartość STRESS;
- liczba wymiarów r – im większa wartość r , tym mniejsza wartość STRESS;
- błędy występujące w danych – im więcej błędów, tym większa wartość STRESS;
- liczba brakujących danych – zwiększenie liczby brakujących danych zazwyczaj powoduje zwiększenie wartości STRESS.

Odrębnym problemem jest merytoryczna interpretacja uzyskanych wyników skalowania. Interpretacja ta polega głównie na określeniu treści wymiarów uzyskanej przestrzeni na podstawie treści konfiguracji punktów odpowiadających analizowanemu obiektowi.

Metody interpretacji wyników skalowania wielowymiarowego można podzielić na dwie grupy (Hair, Anderson, Tatham i Black [1995], s. 511). Są nimi:

- metody subiektywne,
- metody obiektywne.

W pierwszym podejściu proponuje się, aby po dokonaniu sądów o podobieństwie między obiektami poprosić respondenta o przedstawienie kryteriów, jakimi się kierował. Inną możliwością jest przedstawienie respondentom lub grupie ekspertów otrzymanej w wyniku procedur skalowania konfiguracji punktów z prośbą o dokonanie interpretacji. Również sam badacz może do identyfikacji osi na mapie wykorzystać posiadaną wiedzę na temat badanych obiektów oraz cech wpływających na określone rozmieszczenie punktów. Chociaż nie występują tu ilościowe podstawy przyporządkowania wymiarów do określonych atrybutów badanych obiektów, metody subiektywne są często (z powodzeniem) stosowane do interpretacji wyników skalowania wielowymiarowego.

W metodach obiektywnych bada się (najczęściej stosując współczynniki korelacji) relację pomiędzy wymiarami skalowania wielowymiarowego a ocenami cech dla każdego obiektu.

Cechy, które są wysoko skorelowane z wymiarami skalowania wielowymiarowego służą jako interpretacja tych drugich.

Interesującą propozycją jest przedstawiona przez Sokołowskiego [1995] metoda Gabriela pozwalająca na równoczesną optymalizację zarówno położenia punktów reprezentujących obiekty jak i odpowiadających cechom osi. Zaletą tej metody jest możliwość wykorzystania do opisu mapy percepcyjnej cech, które nie są brane pod uwagę przy rozmieszczaniu punktów na płaszczyźnie.

3.2. Klasyczne skalowanie wielowymiarowe (KSW)

3.2.1. Metryczne KSW

Najprostszą odmianą wśród wszystkich metod skalowania wielowymiarowego jest klasyczne skalowanie wielowymiarowe (KSW). Cechą charakterystyczną KSW jest to, że wykorzystuje ono tylko na jedną macierz niepodobieństwa między obiektami.

Początki metrycznego KSW sięgają lat 30-ych, kiedy to Young i Householder [1938] korzystając z macierzy odległości między punktami w przestrzeni euklidesowej zaprezentowali ideę wyznaczania współrzędnych punktów zachowujących odległości między nimi. Na tej podstawie Torgerson [1952] zaproponował pierwszy algorytm skalowania wielowymiarowego.

Najogólniej algorytm ten można przedstawić następująco. Jeżeli dana jest konfiguracja n punktów x_i ($i = 1, 2, \dots, n$), gdzie $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ir})^T$ w r -wymiarowej przestrzeni euklidesowej, przy czym zakłada się (Cox i Cox [1994], s. 23), że środek ciężkości konfiguracji punktów znajduje się w początku układu współrzędnych, czyli:

$$\sum_{i=1}^n x_{ia} = 0, \quad a = 1, 2, \dots, r,$$

wtedy odległość euklidesową pomiędzy punktami x_i i x_j przedstawia zależność:

$$d_{ij}^2 = (x_i - x_j)^T \circ (x_i - x_j). \quad (3.12)$$

Na podstawie znanych kwadratów odległości d_{ij}^2 zostanie wyznaczona macierz produktów skalarnych $\mathbf{B} = b_{ij} = x_i^T x_j$, a z tej macierzy szukane współrzędne punktów.

Aby wyznaczyć macierz \mathbf{B} równanie (3.12) zapiszmy jako (por. Cox i Cox [1994], s. 23):

$$d_{ij}^2 = x_i^T x_i + x_j^T x_j - 2x_i^T x_j, \quad (3.13)$$

stąd

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_{ij}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^T x_i + x_j^T x_j,$$

$$\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n d_{ij}^2 = x_i^T x_i + \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j^T x_j,$$

$$\frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij}^2 = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n x_i^T x_i. \quad (3.14)$$

Wyznaczając z (3.14) odpowiednie składniki i podstawiając do (3.13) otrzymujemy:

$$\begin{aligned} b_{ij} = x_i^T x_j &= -\frac{1}{2} \left(d_{ij}^2 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_{ij}^2 - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n d_{ij}^2 + \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij}^2 \right) = \\ &= a_{ij} - a_{i.} - a_{.j} + a_{..} \end{aligned} \quad (3.15)$$

gdzie: $a_{ij} = -\frac{1}{2} d_{ij}^2$, $a_{i.} = \frac{1}{n} \sum_j a_{ij}$, $a_{.j} = \frac{1}{n} \sum_i a_{ij}$, $a_{..} = \frac{1}{n^2} \sum_i \sum_j a_{ij}$.

Na podstawie macierzy \mathbf{A} o elementach a_{ij} otrzymuje się macierz produktów skalarnych \mathbf{B} (zob. Cox i Cox [1994], s. 24)

$$\mathbf{B} = \mathbf{H} \circ \mathbf{A} \circ \mathbf{H}, \quad (3.16)$$

gdzie: $\mathbf{H} = \mathbf{I} - \frac{1}{n} \mathbf{1} \circ \mathbf{1}^T$, przy czym \mathbf{I} oznacza macierz jednostkową, a $\mathbf{1} = (1, 1, \dots, 1)^T$ jest wektorem n jedynek.

Macierz produktów skalarnych \mathbf{B} można wyrazić (zob. Davison [1983], s. 73) jako:

$$\mathbf{B} = \mathbf{X} \circ \mathbf{X}^T, \quad (3.17)$$

gdzie: $\mathbf{X} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$.

Macierz \mathbf{B} jest nieujemnie określoną macierzą symetryczną o rzędzie równym r :

$$r(\mathbf{B}) = r(\mathbf{X} \circ \mathbf{X}^T) = r(\mathbf{X}) = r,$$

posiada więc r nieujemnych wartości własnych oraz $n - r$ zerowych wartości własnych.

Zapiszmy macierz \mathbf{B} jako:

$$\mathbf{B} = \mathbf{V} \circ \Lambda \circ \mathbf{V}^T, \quad (3.18)$$

gdzie: $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$ jest diagonalną macierzą wartości własnych macierzy \mathbf{B} ,

$\mathbf{V} = [v_1, v_2, \dots, v_n]$ macierzą wektorów własnych odpowiadających wartościom własnym znormalizowanym tak, że $v_i^T \circ v_i = 1$ (Cox i Cox [1994], s. 30).

Dla uproszczenia, wartości własne macierzy \mathbf{B} określone są tak, że $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n \geq 0$.

Ponieważ macierz \mathbf{B} posiada $n - r$ zerowych wartości własnych można ją zapisać jako:

$$\mathbf{B} = \mathbf{V}_1 \circ \Lambda_1 \circ \mathbf{V}_1^T, \quad (3.19)$$

gdzie: $\Lambda_1 = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r)$, $\mathbf{V}_1 = [v_1, v_2, \dots, v_r]$.

Po przyrównaniu równań (3.17) i (3.19) macierz współrzędnych punktów określa się jako:

$$\mathbf{X} = \mathbf{V}_1 \circ \Lambda_1^{\frac{1}{2}}, \quad (3.20)$$

gdzie: $\Lambda_1^{\frac{1}{2}} = \text{diag}\left(\lambda_1^{\frac{1}{2}}, \lambda_2^{\frac{1}{2}}, \dots, \lambda_r^{\frac{1}{2}}\right)$.

W praktycznych zastosowaniach konfiguracja punktów zazwyczaj jest wyznaczana na podstawie macierzy $\Delta = [\delta_{ij}]$, gdzie δ_{ij} – postrzegane niepodobieństwa między obiektami i i j .

Ponieważ niepodobieństwa często nie spełniają postulatów metryki, dlatego należy zastanowić

się kiedy odległości d_{ij} pomiędzy punktami w przestrzeni euklidesowej będą równe odpowiednim niepodobieństwom δ_{ij} .

Jeżeli macierz \mathbf{B} jest nieujemnie określoną macierzą o rzędzie równym r wtedy (jak wynika z dotychczasowych rozważań) kwadrat odległości pomiędzy punktami i i j wynosi (por. Cox i Cox [1994], s. 26):

$$\begin{aligned} d_{ij}^2 &= (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)^T (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j) = \\ &= \mathbf{x}_i^T \mathbf{x}_i + \mathbf{x}_j^T \mathbf{x}_j - 2\mathbf{x}_i^T \mathbf{x}_j = \\ &= b_{ii} + b_{jj} - 2b_{ij} = a_{ii} + a_{jj} - 2a_{ij} = -2a_{ij} = \delta_{ij}^2. \end{aligned} \quad (3.21)$$

Oznacza to, że istnieje taka konfiguracja punktów w przestrzeni r -wymiarowej, w której dla wszystkich i i j $d_{ij} = \delta_{ij}$.

Często otrzymana z δ_{ij} macierz \mathbf{B} nie jest nieujemnie określona. Dzieje się tak wtedy, gdy wartości niepodobieństw δ_{ij} nie spełniają postulatu metryki (własność nierówności trójkąta). Najprostszym przekształceniem monotonicznym transformującym niemetryczne podobieństwa w metryczne odległości jest procedura dodawania do każdego δ_{ij} (z wyjątkiem $i = j$) stałej c gdzie (por. Davison [1983], s. 76):

$$c_{\min} = \max_{i,j,k} \left\{ \left(\delta_{ij} - \delta_{jk} - \delta_{ik} \right), 0 \right\}.$$

Łatwo zauważyć, że macierz \mathbf{B} posiada przynajmniej jedną wartość własną równą zero, ponieważ $\mathbf{B} \circ \mathbf{1} = \mathbf{H} \circ \mathbf{A} \circ \mathbf{H} \circ \mathbf{1} = \mathbf{0}$. Oznacza to, że dla dowolnej konfiguracji n obiektów istnieje taka konfiguracja w euklidesowej przestrzeni $n-1$ wymiarowej, gdzie odległości pomiędzy punktami d_{ij} odpowiadają niepodobieństwom δ_{ij} . Jednak opisanie na przykład 20 obiektów za pomocą 19 wymiarowej przestrzeni nie ma praktycznego uzasadnienia. Naszym zadaniem jest przedstawienie obiektów w przestrzeni o możliwie małej liczbie wymiarów. Jeżeli zapiszemy

kwadraty odległości pomiędzy punktami w przestrzeni $n-1$ wymiarowej jako (por. Cox i Cox [1994] s. 27, Goldberger [1975] s. 57):

$$d_{ij}^2 = \sum_{a=1}^{n-1} \lambda_a (x_{ia} - x_{ja})^2, \quad (3.22)$$

zauważymy, że jeżeli niektóre z wartości własnych λ_a są „małe” wtedy ich udział w kwadracie odległości jest niewielki i mogą one być pominięte. Jeżeli jedynie r wartości własnych przyjmuje stosunkowo duże wartości wtedy r wymiarowa przestrzeń może służyć do opisanie obiektów. Gdy r wyniesie 2 lub 3 możliwa będzie graficzna prezentacja otrzymanych wyników.

Opisanie obiektów w przestrzeni r -wymiarowej (gdy $r(n-1)$ będzie obarczone błędem (niepodobieństwa między obiektami nie będą równe odległościom między odpowiednimi punktami). Skoro suma kwadratów odległości pomiędzy punktami w „pełnej” przestrzeni wynosi:

$$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij}^2 = n \sum_{i=1}^n x_i^T x_i = n \cdot \text{tr} \mathbf{B} = n \sum_{a=1}^{n-1} \lambda_a, \quad \text{tr } \mathbf{B} - \text{ślad macierzy } \mathbf{B}, \quad (3.23)$$

proponuje się (zob. Cox i Cox [1994], s. 29), aby miarą dopasowania konfiguracji punktów opisanych za pomocą przestrzeni r -wymiarowej do konfiguracji wyjściowej było wyrażenie:

$$\frac{\sum_{a=1}^r \lambda_a}{\sum_{a=1}^{n-1} \lambda_a}. \quad (3.24)$$

Jeżeli macierz \mathbf{B} nie jest nieujemnie określona wskaźnik (3.24) można zmodyfikować i zapisać jako:

$$\frac{\sum_{a=1}^r \lambda_a}{\sum_{a=1}^{n-1} |\lambda_a|} \text{ lub } \frac{\sum_{a=1}^r \lambda_a}{\sum_{a=1}^r \lambda_a^*}, \quad \text{gdzie: } \lambda_a^* - \text{nieujemna wartość własna.} \quad (3.25)$$

Wartości wskaźników (3.24) i (3.25) służą do wyboru takiej wartości r , dla której dopasowanie konfiguracji punktów do danych wejściowych będzie zadowalające.

3.2.2. Niemetryczne KSW

Niemetryczne procedury skalowania wielowymiarowego wykorzystuje się wtedy, gdy zmienne mierzone są na skali porządkowej. Rozwój niemetrycznych metod klasycznego skalowania przypada na lata 60-te. Pierwszy algorytm zaproponował Shepard [1962]. Rozwinięciem myśli Sheparda były prace Kruskala [1964 a i b], w których uwzględniono minimalizację funkcji dopasowania otrzymanej konfiguracji do danych wejściowych.

Celem niemetrycznego skalowania wielowymiarowego jest znalezienie takiego odwzorowania ϕ zbioru obiektów o wzajemnych niepodobieństwach δ_{ij} w zbiór punktów w przestrzeni r -wymiarowej o odległościach między nimi d_{ij} tak, aby $\hat{d}_{ij} \approx d_{ij}$, gdzie \hat{d}_{ij} jest monotoniczną regresją pomiędzy d_{ij} a δ_{ij} spełniającą warunek (Seber [1984], s. 241):

$$\delta_{ij} < \delta_{i'j'} \Rightarrow \hat{d}_{ij} \leq \hat{d}_{i'j'}. \quad (3.26)$$

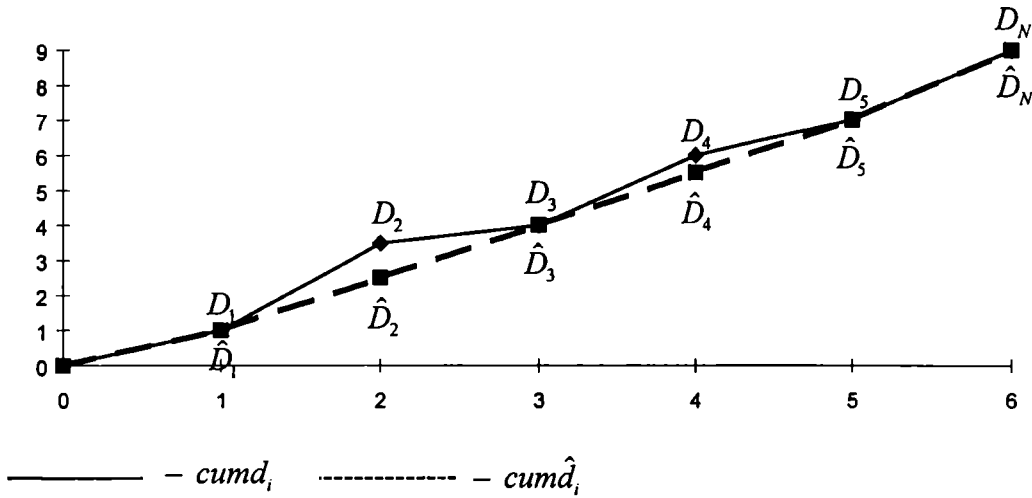
Wielkości \hat{d}_{ij} wyznaczone są tak, aby minimalizowały wartość funkcji dopasowania STRESS (zob. de Leeuw [1984]).

Dla potrzeb dalszych rozważań zapiszmy niepodobieństwa δ_{ij} jako δ_i ($i = 1, 2, \dots, N$), przy czym $\delta_1 < \delta_2 < \dots < \delta_N$, a $N = \frac{n(n-1)}{2}$. Również odległości d_{ij} zapiszmy jako d_i , gdzie d_i odpowiada niepodobieństwu δ_i . Przy takich oznaczeniach minimalizacja funkcji dopasowania dla danej konfiguracji punktów jest równoważna minimalizacji $S' = \sum_i (d_i - \hat{d}_i)^2$ (zob. Cox i Cox [1994], s. 48).

Oznaczmy przez D_i skumulowane sumy odległości d_i ($cum d_i$), gdzie:

$$D_i = \sum_{j=1}^i d_j, \quad i=1, 2, \dots, N.$$

Wartości D_i dla hipotetycznych danych liczbowych przedstawiono na rys. 3.1.



Rys. 3.1. Regresja izotoniczna dla hipotetycznych danych

Źródło: Opracowano na podstawie pracy Cox i Cox [1994], s. 47.

Linia przerywana jest wykresem funkcji będącej supremum wszystkich funkcji wypukłych, których wykresy leżą poniżej $cum d_i$. Wartości \hat{d}_i minimalizujące S' określone są przez

punkty leżące na tym wykresie, przy czym $\hat{D}_i = \sum_{j=1}^i \hat{d}_j$. Zauważmy, że $\hat{d}_i = \hat{D}_i - \hat{D}_{i-1}$, a jeżeli

$$\hat{D}_i < D_i \text{ wtedy } \hat{d}_i = \hat{d}_{i+1}.$$

Jeżeli $\{d_i^*\}$ jest dowolnym zbiorem wartości spełniających warunek (3.26), to w celu wykazania, że zbiór $\{\hat{d}_i\}$ rzeczywiście minimalizuje S' należy udowodnić prawdziwość nierówności:

$$\sum_{i=1}^N (d_i - d_i^*)^2 \geq \sum_{i=1}^N (d_i - \hat{d}_i)^2. \quad (3.27)$$

W tym celu przedstawmy lewą stronę (3.27) jako:

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^N (d_i - d_i^*)^2 &= \sum_{i=1}^N [(d_i - \hat{d}_i) + (\hat{d}_i - d_i^*)]^2 = \\
&= \sum_{i=1}^N (d_i - \hat{d}_i)^2 + \sum_{i=1}^N (\hat{d}_i - d_i^*)^2 + 2 \sum_{i=1}^N (d_i - \hat{d}_i)(\hat{d}_i - d_i^*). \tag{3.28}
\end{aligned}$$

Korzystając z równania Abela (por. Cox i Cox [1994], s. 48):

$$\sum_{i=1}^N a_i \cdot b_i = \sum_{i=1}^{N-1} A_i \cdot (b_i - b_{i+1}) + A_N b_N$$

gdzie: $A_i = \sum_{j=1}^i a_j$

zapiszmy

$$\begin{aligned}
&\sum_{i=1}^N (d_i - \hat{d}_i)(\hat{d}_i - d_i^*) = \\
&= \sum_{i=1}^{N-1} (D_i - \hat{D}_i)(\hat{d}_i - \hat{d}_{i+1}) - \sum_{i=1}^{N-1} (D_i - \hat{D}_i)(d_i^* - d_{i+1}^*) + (D_N - \hat{D}_N)(d_N - d_N^*). \tag{3.29}
\end{aligned}$$

Ponieważ $\hat{D}_N = D_N$ ostatni składnik równania (3.29) jest równy 0. Przeanalizujemy wartość iloczynu $(D_i - \hat{D}_i)(\hat{d}_i - \hat{d}_{i+1})$. Jeżeli dla odciętej i na rys. 3.1 $D_i = \hat{D}_i$ wtedy wartość iloczynu jest równa 0. Z kolei jeżeli $\hat{D}_i < D_i$ wtedy $\hat{d}_i = \hat{d}_{i+1}$ i wartość iloczynu również jest równa 0, czyli:

$$\sum_{i=1}^{N-1} (D_i - \hat{D}_i)(\hat{d}_i - \hat{d}_{i+1}) = 0.$$

Ponieważ $D_i - \hat{D}_i \geq 0$ oraz (z warunku monotoniczności) $d_i^* \leq d_{i+1}^*$ ostatni składnik równania (3.29) jest nieujemny:

$$- \sum_{i=1}^{N-1} (D_i - \hat{D}_i)(d_i^* - d_{i+1}^*) \geq 0.$$

Na podstawie powyższych zależności można stwierdzić, że prawdziwa jest nierówność:

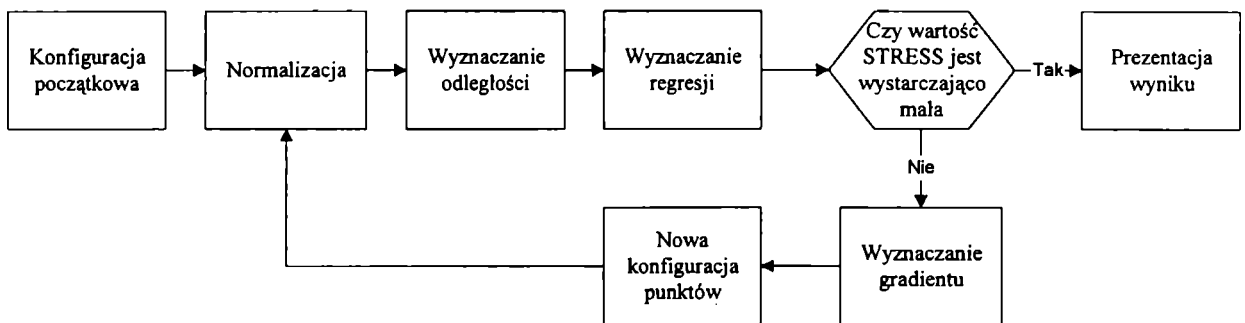
$$\sum_{i=1}^N (d_i - d_i^*)^2 \geq \sum_{i=1}^N (d_i - \hat{d}_i)^2 + \sum_{i=1}^N (\hat{d}_i - d_i^*)^2,$$

a tym samym

$$\sum_{i=1}^N (d_i - d_i^*)^2 \geq \sum_{i=1}^N (d_i - \hat{d}_i)^2.$$

Zbiór wartości $\{\hat{d}_{ij}\}$ minimalizuje wartość S dla danej konfiguracji punktów w przestrzeni r -wymiarowej i odpowiadających im odległości d_{ij} . Celem skalowania wielowymiarowego jest jednak znalezienie konfiguracji punktów minimalizującej wartość funkcji dopasowania.

Zaproponowana przez Kruskala [1964b] metoda gradientowa jest metodą kolejnych przybliżeń o charakterze iteracyjnym, wykorzystującą rachunek różniczkowy. Kolejne etapy tej metody prezentuje rys. 3.2.



Rys. 3.2. Algorytm skalowania przy wykorzystaniu metody gradientowej

Pierwszym jej etapem jest zapisanie współrzędnych konfiguracji n punktów w przestrzeni r -wymiarowej jako wektor $x = (x_{11}, \dots, x_{1r}, \dots, x_{nr})$ o $n \times r$ współrzędnych. Współrzędne konfiguracji n punktów znormalizowane są tak, że jej środek ciężkości znajduje się w początku układu współrzędnych, a przeciętna odległość punktów od początku układu współrzędnych wynosi 1 (Cox i Cox [1944], s. 50). Na podstawie współrzędnych obliczane są odległości między punktami w r -wymiarowej przestrzeni.

Następnie wyznacza się wszystkie pochodne cząstkowe (gradient) funkcji S (por. Cox i Cox [1994], s. 50 i Kruskal [1964b], s. 125):

$$\frac{\partial S}{\partial x_{ua}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{T^*}{S^*}} \cdot \frac{T^* \frac{\partial S^*}{\partial x_{ua}} - S^* \frac{\partial T^*}{\partial x_{ua}}}{T^{*2}} = \frac{1}{2} S \left(\frac{1}{S^*} \cdot \frac{\partial S^*}{\partial x_{ua}} - \frac{1}{T^*} \cdot \frac{\partial T^*}{\partial x_{ua}} \right) \quad (3.30)$$

gdzie: $\frac{\partial S^*}{\partial x_{ua}} = 2 \sum_{i,j} (d_{ij} - \hat{d}_{ij}) \cdot \frac{\partial d_{ij}}{\partial x_{ua}},$

$$\frac{\partial T^*}{\partial x_{ua}} = 2 \sum_{i,j} d_{ij} \cdot \frac{\partial d_{ij}}{\partial x_{ua}}.$$

W szczególnym przypadku (dla metryki euklidesowej) pochodne cząstkowe funkcji S wynoszą (Kruskal [1964b], s. 126):

$$\frac{\partial S}{\partial x_{ua}} = S \sum_{i,j} (\delta^{iu} - \delta^{ju}) \cdot \left[\frac{d_{ij} - \hat{d}_{ij}}{S^*} - \frac{d_{ij}}{T^*} \right] \cdot \frac{x_{ia} - x_{ja}}{d_{ij}}, \quad (3.31)$$

gdzie: $\delta^{iu} = 1$ dla $i = u$, $\delta^{iu} = 0$ dla $i \neq u$.

Współrzędne wektora x po m -tej iteracji przyjmują wartości:

$$x_{m+1} = x_m - \frac{\frac{\partial S}{\partial x} \cdot \alpha}{\left| \frac{\partial S}{\partial x} \right|}, \quad (3.32)$$

przy czym α zmienia się przy każdej iteracji i wynosi (Kruskal [1964b], s. 121):

$$\alpha_{m+1} = \alpha_m \times A \times B \times C,$$

gdzie: $A = 4,0^{\cos \theta}$, θ – kąt między poprzednim a obecnym gradientem,

$$B = \frac{1,3}{1 + s^5}, \quad s = \min \left[1, \frac{\text{obecny } S}{S \text{ 5 iteracji wcześniej}} \right], \quad C = \min \left[1, \frac{\text{obecny } S}{\text{poprzedni } S} \right],$$

$\left| \frac{\partial S}{\partial x} \right|$ – długość wektora wyznaczającego gradient funkcji S .

Nowe współrzędne punktów wyznacza się tak długo, aż wartość STRESS będzie wystarczająco mała, a tym samym dopasowanie konfiguracji punktów do danych wejściowych dobre.

3.3. Modele różnic indywidualnych

Zwykle przy badaniu relacji zachodzących między obiektami korzysta się z opinii wielu respondentów. Mamy wtedy do czynienia z sytuacją, kiedy danych jest m macierzy $\Delta_k = [\delta_{ij,k}]$, gdzie $k = 1, 2, \dots, m$, przy czym każda macierz Δ_k przedstawia różnice między obiektami postrzegane przez respondenta k . Na podstawie m macierzy Δ_k określa się wspólną dla wszystkich respondentów konfigurację punktów $X = [x_{ia}]$, gdzie $a = 1, 2, \dots, r$, reprezentującą badane obiekty w r -wymiarowej przestrzeni, która nazywana jest grupową przestrzenią zmiennych.

Ponieważ każdy z respondentów może się różnić (i zazwyczaj się różni) w ocenie ważności wpływu określonych zmiennych na podobieństwa między obiektami, w modelach różnic indywidualnych wprowadza się wagi w_{ka} zmiennej a dla respondenta k tworzące przestrzeń wag $\mathbf{W} = [w_{ka}]$. Wartości wag mieszczą się w przedziale od 0 do 1. Jeżeli w_{ka} przyjmuje wysoką wartość (bliską 1) oznacza to, że a -ty wymiar jest dla k -tego respondenta stosunkowo ważny. Przeciwnie – jeżeli w_{ka} jest małe (bliskie 0) wtedy do wymiaru a respondent przypisuje niewielkie znaczenie. Geometrycznie punkty w przestrzeni wag przedstawiają respondentów, a współrzędne tych punktów to wagi przypisywane poszczególnym wymiarom przez daną osobę.

Odległości między punktami w ważonym modelu wynoszą (por. Arabie, Carroll, De Sarbo [1987], s. 17; Cox i Cox [1994], s. 143):

$$d_{ij,k} = \left[\sum_{a=1}^r w_{ka} (x_{ia} - x_{ja})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.33)$$

Indywidualne konfiguracje punktów dla danego respondenta otrzymuje się mnożąc współrzędne punktów z grupowej przestrzeni przez odpowiednie wagi (a dokładniej przez ich pierwiastki kwadratowe):

$$x_{ika} = \sqrt{w_{ka}} \cdot x_{ia}, \quad (3.34)$$

gdzie: x_{ika} – współrzędne punktu i dla k -tego respondenta.

Z (3.33) i (3.34) wynika, że odległości między punktami w indywidualnej przestrzeni można zapisać jako:

$$d_{ij,k} = \left[\sum_{a=1}^r (x_{ika} - x_{jka})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.35)$$

Modele różnic indywidualnych pozwalają na badanie interesujących nas zjawisk w różnych aspektach. W wyniku ich stosowania otrzymujemy:

- grupową przestrzeń zmiennych przedstawiającą w przestrzeni r -wymiarowej relacje zachodzące między badanymi obiektami, przy uwzględnieniu preferencji respondentów;
- przestrzeń wag, której punktami są badane osoby; w przestrzeni tej można porównywać osoby pomiędzy sobą pod względem wag przypisywanych wymiarom;
- indywidualne konfiguracje zmiennych umożliwiające badanie relacji między obiektami w ramach kryteriów ocen stosowanych przez określonego respondenta.

Carroll i Chang [1970] zaproponowali metryczny model skalowania wielowymiarowego INDSCAL (*INDividual Differences SCALing*), uwzględniający zarówno grupową przestrzeń zmiennych, jak i przestrzeń wag.

W modelu tym dla każdego respondenta wyznacza się na podstawie macierzy podobieństw lub macierzy odległości macierz produktów skalarnych (por. pkt 3.2.1) B_k , której elementy są równe:

$$b_{ij,k} = \sum_{a=1}^r w_{ka} x_{ia} x_{ja} = -\frac{1}{2} \left(d_{ij,k}^2 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_{ij,k}^2 - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n d_{ij,k}^2 + \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij,k}^2 \right) = \mathbf{H} \circ \mathbf{A}_k \circ \mathbf{H},$$

gdzie: \mathbf{A}_k jest macierzą o elementach $a_{ij,k} = -\frac{1}{2} d_{ij,k}^2$.

Macierz produktów skalarnych jest podstawą do wyznaczenia konfiguracji wyjściowej punktów \mathbf{X} w przestrzeni r -wymiarowej (zob. pkt 3.2.1.). Wagi w_{ka} oraz współrzędne punktów x_{ia} wyznaczone są tak, aby minimalizowały wartość funkcji dopasowania (por. Cox [1994, s. 144]):

$$S = \sum_i \sum_j \sum_k \left(b_{ij,k} - \sum_{a=1}^r w_{ka} x_{ia} x_{ja} \right)^2 \quad (3.36)$$

gdzie: $b_{ij,k}$ są elementami macierzy produktów skalarnych dla respondenta k .

W algorytmie zaproponowanym przez Carrolla i Changa zarówno wagi jak i współrzędne punktów wyznaczone są przy wykorzystaniu metody najmniejszych kwadratów.

W celu odróżnienia dwóch estymatorów współrzędnych punktów w grupowej przestrzeni zmiennych oznaczmy x_{ia} i x_{ja} indeksami P i L (prawy i lewy). Funkcja dopasowania będzie miała wtedy postać:

$$S = \sum_i \sum_j \sum_k \left(b_{ij,k} - \sum_{a=1}^r w_{ka} x_{ia}^P x_{ja}^L \right)^2. \quad (3.37)$$

Wartość S jest najpierw minimalizowana ze względu na wagi w_{ka} przy wyznaczonych z macierzy produktów skalarnych x_{ia}^P i x_{ja}^L . Jeżeli $x_{ia}^P \cdot x_{ja}^L$ zapiszemy w macierzy $\mathbf{G} = [g_{\alpha\alpha}]_{n^2 \times r}$, gdzie elementy $g_{\alpha\alpha} = x_{ia}^L \cdot x_{ja}^P$, przy czym $\alpha = n(i-1) + j$, a wielkości $b_{ij,k}$ w macierzy $\mathbf{F} = [f_{k\alpha}]_{m \times n^2}$, gdzie elementy $f_{k\alpha} = b_{ij,k}$ wtedy estymatory najmniejszych kwadratów wag $\mathbf{W} = [w_{ka}]_{m \times r}$ będą równe:

$$\hat{\mathbf{W}} = \mathbf{F} \circ \mathbf{G} \circ (\mathbf{G}^T \circ \mathbf{G})^{-1}. \quad (3.38)$$

Następnie dla wyznaczonych wag w_{ia} oraz współrzędnych x_{ja}^P szacuje się estymatory najmniejszych kwadratów współrzędnych x_{ia}^L . Niech \mathbf{G} będzie teraz macierzą o wymiarach $mn \times r$, której elementy $g_{\alpha a} = w_{ka} \cdot x_{ja}^P$ gdzie $\alpha = n(k-1) + j$, a \mathbf{F} – macierzą o wymiarach $n \times nm$, której elementy $f_{\alpha\beta} = b_{ija}$, przy czym $\alpha = i$, $\beta = n(k-1) + j$. Jeżeli \mathbf{X}^L będzie macierzą o wymiarach $n \times r$ o elementach x_{ja}^L wtedy estymatory najmniejszych kwadratów \mathbf{X}^L dla wyznaczonych wcześniej wag w_{ka} oraz współrzędnych x_{ja}^P będą równe:

$$\hat{\mathbf{X}}^L = \mathbf{F} \circ \mathbf{G} \circ (\mathbf{G}^T \circ \mathbf{G})^{-1}. \quad (3.39)$$

Podobnie jak w ostatnim kroku wyznacza się estymatory najmniejszych kwadratów \mathbf{X}^P przy wykorzystaniu oszacowanych wcześniej wag w_{ka} oraz współrzędnych x_{ia}^L , a następnie przechodzi się do kolejnego cyklu iteracyjnego.

Szacowanie parametrów odbywa się tak długo, aż nastąpi zbieżność pomiędzy $\hat{\mathbf{X}}^L$ i $\hat{\mathbf{X}}^P$ ($\hat{\mathbf{X}}^L = \hat{\mathbf{X}}^P \circ \mathbf{C}$, \mathbf{C} jest niezerową macierzą diagonalną o wymiarach $r \times r$ (Cox [1994], s. 145)). Wtedy przyjmuje się, że $\hat{\mathbf{X}}^L = \hat{\mathbf{X}}^P$ i po raz ostatni wyznacza się $\hat{\mathbf{W}}$.

W omówionym (a także innych) algorytmie wykorzystuje się metody minimalizowania odchyłeń, których rezultatem może być osiągnięcie jedynie minimum lokalnego a nie oczekiwanego minimum globalnego. O tym, że otrzymane dane minimalizują lokalnie funkcję dopasowania nie możemy się przekonać, ponieważ jesteśmy usatysfakcjonowani otrzymanymi wynikami. Aby upewnić się czy nie mamy do czynienia z takim przypadkiem należy „uruchamiać” program z różnymi konfiguracjami początkowymi. Jeżeli rozwiązania są identyczne można sądzić, że jest to minimum globalne.

Innym sposobem poszukiwania minimum globalnego jest metoda redukcji wymiarów (Borg i Groenen [1997], s. 222). W metodzie tej poszukuje się konfiguracji punktów minimalizującej wartość funkcji dopasowania w przestrzeni o większej niż wymagana liczbie wymia-

rów (np. 10). Po redukcji zmiennej odpowiadającej ostatniej głównej składowej, otrzymaną konfigurację wykorzystuje się jako wyjściową w przestrzeni o zmniejszonej o jeden liczbę wymiarów. Proces ten jest powtarzany do momentu otrzymania konfiguracji w przestrzeni dwuwymiarowej.

3.4. Algorytm skalowania w modelu ALSICAL

Wśród wielu modeli skalowania wielowymiarowego ważną rolę odgrywa model ALSICAL (*Alternating Least Squares Scaling*) opracowany w drugiej połowie lat 70-tych przez Takane, Younga i de Leeuwa [1977]. Jego atrakcyjność polega na tym, że pozwala on na analizę danych:

- a) mierzonych zarówno na skali porządkowej jak i przedziałowej oraz ilorazowej;
- b) kompletnych oraz niepełnych;
- c) symetrycznych i niesymetrycznych;
- d) ciągłych oraz dyskretnych.

Problem skalowania polega tu na wyznaczeniu odwzorowania zbioru $\{\delta_{i,j,k}\}$ w zbiór $\{\hat{d}_{i,j,k}\}$ takiego, że $f(\delta_{i,j,k}) = \hat{d}_{i,j,k}^2$, gdzie $\hat{d}_{i,j,k}^2$ są estymatorami najmniejszych kwadratów $d_{i,j,k}^2$ otrzymanymi przy minimalizacji funkcji SSTRESS (por. Takane, Young i de Leeuw [1977]):

$$SS = \sum_i \sum_j \sum_k (d_{i,j,k}^2 - \hat{d}_{i,j,k}^2)^2. \quad (3.40)$$

Na algorytm ALSICAL składają się dwie podstawowe fazy (faza skalowania i faza estymacji zmiennych) oraz dwie fazy pomocnicze. W fazie skalowania otrzymywane są wielkości

$\hat{d}_{i,j,k}$ przy założeniu, że konfiguracja X oraz wagi W są znane. Na fazę estymacji składają się dwie podfazy:

- w pierwszej wyznaczane są wartości wag przy założeniu, że wielkości $\hat{d}_{i,j,k}$ i x_{ia} są dane,
- w drugiej – wyznaczane są nowe współrzędne punktów x_{ia} przy założeniu, że $\hat{d}_{i,j,k}$ oraz w_{ka} są dane.

Zarówno w_{ka} jak i x_{ia} wyznaczane są tak, aby minimalizować wartość formuły (3.40).

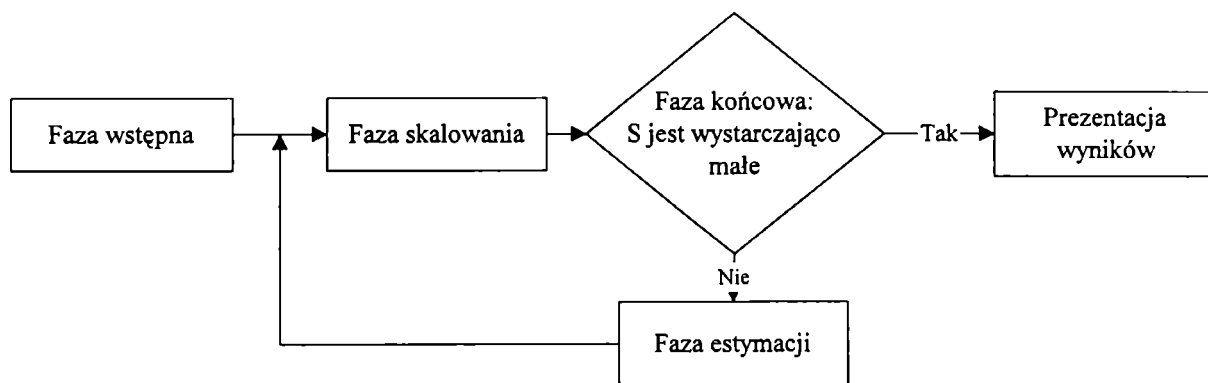
Fazy pomocnicze to:

- faza wstępna – w której wyznaczana jest początkowa konfiguracja X oraz wagi W bezpośrednio z $\delta_{i,j,k}$,
- faza końcowa – w której oblicza się wartość formuły SSTRESS(1) (por. Schiffman, Reynolds, Young [1981], s. 354):

$$S = \left\{ \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \left[\frac{\sum_i \sum_j (d_{i,j,k}^2 - \hat{d}_{i,j,k}^2)^2}{\sum_i \sum_j \hat{d}_{i,j,k}^4} \right] \right\}^{\frac{1}{2}}, \quad (3.41)$$

Jeżeli wartość S jest wystarczająco mała przechodzi się do następnego etapu.

Algorytm skalowania przy wykorzystaniu modelu ALSCAL ma charakter iteracyjny i można go przedstawić w postaci schematu:



Rys. 3.3. Algorytm skalowania w modelu ALSCAL

Prezentację modelu ALSICAL, dla ułatwienia analizy, ograniczymy do przypadku ważonego modelu przy założeniu symetryczności i kompletności danych.

Faza wstępna

Pierwszym krokiem jest oszacowanie możliwie najmniejszej stałej c_k , która zostaje dodana do wszystkich elementów macierzy Δ_k :

$$\delta_{ij,k}^* = \delta_{ij,k} + c_k,$$

tak, aby dla każdej trójki danych zachodziła nierówność:

$$\delta_{ij,k}^* + \delta_{jl,k}^* \geq \delta_{il,k}^* \text{ oraz } \delta_{il,k}^* \geq 0.$$

Krok ten jest niezbędny do stworzenia nieujemnie określonej macierzy produktów skalarnych \mathbf{B}_k^* o elementach (por. Schiffman, Reynolds, Young [1981], s. 350):

$$b_{ij,k}^* = -\frac{1}{2}(\delta_{ij,k}^{*2} - \delta_{i..k}^{*2} - \delta_{.j,k}^{*2} + \delta_{..k}^{*2}), \quad (3.42)$$

gdzie: $\delta_{i..k}^{*2} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \delta_{ij,k}^{*2}$; $\delta_{.j,k}^{*2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_{ij,k}^{*2}$; $\delta_{..k}^{*2} = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \delta_{ij,k}^{*2}$.

Torgerson udowodnił (zob. Davison [1983], s. 73), że każdy element macierzy \mathbf{B}_k^* można przedstawić jako:

$$b_{ij,k}^* = \sum_{l=1}^n x_{il,k}^* \cdot x_{jl,k}^*, \quad (3.43)$$

lub w zapisie macierzowym jako $\mathbf{B}_k^* = \mathbf{X}_k^* \circ \mathbf{X}_k^{*T}$, gdzie \mathbf{X}_k^* jest macierzą o wymiarach $n \times N$ prezentującą n punktów w przestrzeni N -wymiarowej.

Następnie dla każdego respondenta macierze produktów skalarnych normalizowane są tak, aby miały taką samą wariancję (Schiffman, Reynolds, Young [1981], s. 350). Elementy powstałej macierzy \mathbf{B}_k wynoszą:

$$b_{i,j,k} = \frac{b_{i,j,k}^*}{\left[\sum_i \sum_j b_{i,j,k}^{*2} / n(n-1) \right]^{\frac{1}{2}}}, \quad (3.44)$$

gdzie $n(n-1)$ oznacza liczbę elementów macierzy \mathbf{B}_k^* z wyjątkiem elementów diagonalnych.

Ze wszystkich m macierzy \mathbf{B}_k wyznaczana jest średnia macierz produktów skalarnych \mathbf{B} , której elementy są równe:

$$b_{i,j} = \frac{\sum_{k=1}^m b_{i,j,k}}{m}. \quad (3.45)$$

Otrzymana w powyższy sposób macierz \mathbf{B} jest wykorzystana do wyznaczenia początkowej konfiguracji n obiektów w przestrzeni r -wymiarowej. Konfigurację tę wyznacza się z macierzy \mathbf{B} przy użyciu metody głównych składowych.

Zgodnie z (3.43) można zapisać, że:

$$\mathbf{B} = \mathbf{X} \circ \mathbf{X}^T,$$

gdzie: $\mathbf{X} = [x_{ia}]_{n \times r}$ jest macierzą przedstawiającą n obiektów w przestrzeni r -wymiarowej,

\mathbf{X}^T – transponowana macierz \mathbf{X} .

Dla ważonego modelu ALSCAL wyznaczane są początkowe konfiguracje wag \mathbf{W}_k dla każdego z m respondentów (\mathbf{W}_k jest macierzą o wymiarach $r \times r$). Macierze \mathbf{W}_k są określone tak, że:

$$\mathbf{B} = \mathbf{Y} \circ \mathbf{W}_k \circ \mathbf{Y}^T, \quad (3.46)$$

gdzie: $\mathbf{Y} = \mathbf{X} \circ \mathbf{T}$, $\mathbf{T} \circ \mathbf{T}^T = \mathbf{I}$.

\mathbf{T} jest przekształceniem ortogonalnym \mathbf{X} w \mathbf{Y} . \mathbf{T} wyznaczane jest w sposób zaproponowany przez Schönemanna i de Leeuwa (zob. Takane, Young i de Leeuw [1977]; Young, Takane i Lewyckij [1978]). Diagonalne elementy macierzy \mathbf{W}_k tworzą macierz \mathbf{W} o wymiarach $m \times r$.

Istnieje możliwość, że nie wszystkie otrzymane w powyższy sposób wagi będą nieujemne. Niedogodność tą można usunąć przez dodanie do wszystkich wag wartość bezwzględną z największej ujemnej wagi (Takane, Young i de Leeuw [1977]).

Faza skalowania

Wykorzystując otrzymane wcześniej współrzędne punktów oraz wagi wyznacza się kwadraty odległości pomiędzy punktami według formuły (3.33):

$$d_{i,j,k}^2 = \sum_{a=1}^r w_{ka} (x_{ia} - x_{ja})^2,$$

gdzie w_{ka} jest wagą k -tego respondenta odpowiadającą a -temu wymiarowi, x_{ia} jest a -tą współrzędną punktu i , x_{ja} jest a -tą współrzędną punktu j .

Kolejnym etapem jest wyznaczenie estymatorów $\hat{d}_{i,j,k}^2$. Jeżeli wielkości $d_{i,j,k}^2$ oraz $\hat{d}_{i,j,k}^2$ przedstawimy jako kolumnowe wektory \mathbf{d}_k i $\hat{\mathbf{d}}_k$ o $n(n-1)/2$ elementach wtedy suma kwadratów odchyleń $\sum_i \sum_j (d_{i,j,k}^2 - \hat{d}_{i,j,k}^2)^2$ jest najmniejsza gdy (por. Takane, Young i de Leeuw [1977]):

$$\hat{\mathbf{d}}_k = \mathbf{E} \circ \mathbf{d}_k \text{ dla } \mathbf{E} = \mathbf{Z} \circ (\mathbf{Z}^T \circ \mathbf{Z})^{-1} \circ \mathbf{Z}^T \quad (3.47)$$

przy czym \mathbf{Z} zależy od typu transformacji. Jeżeli dane mierzone są na skali ilorazowej lub przedziałowej \mathbf{Z} jest kolumnowym wektorem kwadratów obserwacji $\delta_{i,j,k}^2$.

W przypadku zmiennych mierzonych na skali porządkowej dla każdego respondenta k wyznacza się regresję między $d_{i,j,k}$ a $\delta_{i,j,k}^*$:

$$\hat{d}_{i,j,k} = f(\delta_{i,j,k}^*),$$

gdzie: f – nieznaną monotonicznie rosnącą funkcją spełniającą warunek (3.3).

Wyznaczanie $\hat{d}_{i,j,k}$ przedstawimy na następującym przykładzie. Załóżmy, że istnieją cztery obiekty, dla których podobieństwa δ_{ij}^* wynoszą odpowiednio:

$$\delta_{12}^* = 2,1; \delta_{13}^* = 3,0; \delta_{14}^* = 2,4; \delta_{23}^* = 1,7; \delta_2^* = 3,9; \delta_3^* = 3,2,$$

a odpowiadające im odległości d_{ij} wyznaczone ze wzoru (3.33):

$$d_{12} = 1,6; d_{13} = 4,5; d_{14} = 5,7; d_{23} = 3,3; d_{24} = 4,3; d_{34} = 1,3.$$

Przyjmując dla ułatwienia nowe oznaczenia i porządkując δ_{ij}^* od najmniejszej do największej otrzymujemy:

$$\delta_1^* = 1,7; \delta_2^* = 2,1; \delta_3^* = 2,4; \delta_4^* = 3,0; \delta_5^* = 3,2; \delta_6^* = 3,9,$$

$$d_1 = 3,3; d_2 = 1,6; d_3 = 5,7; d_4 = 4,5; d_5 = 1,3; d_6 = 4,3.$$

Następnie szukamy takich \hat{d}_l , $l=1,2,\dots,6$, aby zachodził warunek (3.3), czyli $\hat{d}_1 \leq \hat{d}_2 \leq \dots \leq \hat{d}_6$.

Ponieważ pierwsze dwie wielkości nie spełniają tego wymagania zastępujemy je ich średnią otrzymując ciąg liczb:

$$2,45; 2,45; 5,7; 4,5; 1,3; 4,3.$$

Z tego samego powodu elementy od trzeciego do piątego zastępujemy ich średnią otrzymując:

$$2,45; 2,45; 3,83; 3,83; 3,83; 4,3.$$

Otrzymane wielkości spełniają warunek (3.3), możemy więc zapisać, że:

$$\hat{d}_1 = \hat{d}_2 = 2,45; \hat{d}_3 = \hat{d}_4 = \hat{d}_5 = 3,83; \hat{d}_6 = 4,3,$$

czyli

$$\hat{d}_{23} = \hat{d}_{12} = 2,45; \hat{d}_{14} = \hat{d}_{13} = \hat{d}_{34} = 3,83; \hat{d}_{24} = 4,3. \quad (3.48)$$

Wyznaczone w ten sposób \hat{d}_{ij} gwarantują minimalizację wyrażenia $\sum_i \sum_j (d_{ij} - \hat{d}_{ij})^2$ przy zachowaniu warunku (3.3) (por. pkt 3.2.2).

Dla zmiennych mierzonych na skali porządkowej postać macierzy \mathbf{Z} z równania (3.47) wynika z (3.48) i dla naszego przykładu:

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T.$$

Końcowym etapem fazy skalowania jest normalizacja zmiennych.

W procesie skalowania wyznacza się parametry gwarantujące minimalizację SSTRESS(1). Otrzymane w poprzednim kroku $\hat{d}_{ij,k}^2$ minimalizują jedynie licznik tego współczynnika. W związku z tym do zmiany długości wektora $\hat{\mathbf{d}}$ tak, aby wartość SSTRESS(1) była najmniejsza wykorzystywana jest następująca formuła (por. Schiffman, Reynolds i Young [1981], s. 354):

$$\hat{\mathbf{d}}_k^* = \hat{\mathbf{d}}_k \circ (\mathbf{d}_k^T \circ \mathbf{d}_k) \circ (\mathbf{d}_k^T \circ \hat{\mathbf{d}}_k)^{-1} \quad (3.49)$$

Faza końcowa

Po podstawieniu w miejsce $\hat{d}_{ij,k}^2$ wielkości $\hat{d}_{ij,k}^{*2}$ oblicza się wartość formuły dopasowania:

$$S = \left\{ \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \left[\frac{\sum_i \sum_j (d_{ij,k}^2 - \hat{d}_{ij,k}^{*2})^2}{\sum_i \sum_j \hat{d}_{ij,k}^{*4}} \right] \right\}^{\frac{1}{2}}.$$

Wartość otrzymanego współczynnika porównywana jest z wartością współczynnika S otrzymanego w poprzedniej iteracji. Jeżeli nie uległa ona zmianie lub jest mniejsza od z góry ustalonej wielkości (np. 0,001) proces zostaje zakończony. Jeżeli nie – przechodzi się do kolejnego etapu.

Faza estymacji

W ALSCAL-u wagi oraz współrzędne punktów reprezentujących obiekty nie mogą być wyznaczane jednocześnie, toteż etap estymacji składa się z dwóch podetapów:

- a) szacowania wag (pomijany w przypadku modelu nieważonego),
- b) szacowania współrzędnych.

Szacowanie wag

W celu wyznaczenia wag minimalizujących wartość SS wyznacza się z (3.40) pochodne cząstkowe względem elementów W i przyrównuje je do zera, a następnie rozwiązuje układ równań jednorodnych względem W . Dla uproszczenia obliczeń niech:

$$p_{ija} = (x_{ia} - x_{ja})^2,$$

wtedy zgodnie z (3.33):

$$d_{ij,k}^2 = \sum_{a=1}^r w_{ka} \cdot p_{ija},$$

co w zapisie macierzowym można przedstawić jako:

$$\mathbf{D} = \mathbf{W} \circ \mathbf{P}^T,$$

gdzie \mathbf{D} jest macierzą elementów $d_{ij,k}^2$ o wymiarach $m \times [n(n-1)]/2$, przy czym wiersze macierzy \mathbf{D} odpowiadają kolejnym respondentom a jej kolumny – parom obiektów; \mathbf{W} jest macierzą wag o wymiarach $m \times r$, a \mathbf{P} – macierzą elementów p_{ija} o wymiarach $[n(n-1)]/2 \times r$. Jeżeli ponadto $\hat{\mathbf{D}}^*$ będzie macierzą elementów $\hat{d}_{ij,k}^{*2}$ wyznaczonych w fazie skalowania o wymiarach $m \times [n(n-1)]/2$, wtedy można zapisać (zob. Takane, Young i de Leeuw [1977]), że:

$$SS = tr(\hat{\mathbf{D}} - \mathbf{W} \circ \mathbf{P}^T)^T \circ (\hat{\mathbf{D}} - \mathbf{W} \circ \mathbf{P}^T) \quad (3.50)$$

Po zróżniczkowaniu względem \mathbf{W} oraz przyrównaniu do zera wynika, że estymatory najmniejszych kwadratów \mathbf{W} wynoszą:

$$\mathbf{W} = \hat{\mathbf{D}} \circ \mathbf{P} \circ (\mathbf{P}^T \circ \mathbf{P})^{-1} \quad (3.51)$$

Szacowanie współrzędnych

Szacowanie współrzędnych punktów (por. Schiffman, Reynolds i Young [1981], s. 356) odbywa się przy wykorzystaniu wyznaczonych wcześniej wielkości $\hat{d}_{ij,k}^{*2}$ oraz wag. Współrzędne x_{le} , gdzie $l = 1, 2, \dots, n$; $e = 1, 2, \dots, r$ wyznaczane są pojedynczo tak aby minimalizowały:

$$S = \left\{ \frac{1}{m} \sum_k \left[\frac{\sum_i \sum_j (d_{ij,k}^2 - \hat{d}_{ij,k}^{*2})^2}{\sum_i \sum_j \hat{d}_{ij,k}^{*4}} \right] \right\}^{\frac{1}{2}}.$$

Ponieważ $\sum_i \sum_j \hat{d}_{ij,k}^{*4}$ przyjmuje stałą wartość, którą można zapisać jako:

$$c_k = \frac{1}{\sum_i \sum_j \hat{d}_{ij,k}^{*4}},$$

$$\text{to } S = \left[\frac{1}{m} \sum_k c_k \sum_i \sum_j (d_{ij,k}^2 - \hat{d}_{ij,k}^{*2})^2 \right]^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{1}{m} \sum_k c_k \cdot S_k \right]^{\frac{1}{2}},$$

$$\text{gdzie } S_k = \sum_i \sum_j (d_{ij,k}^2 - \hat{d}_{ij,k}^{*2})^2.$$

W ten sposób S jest przedstawiony jako suma funkcji S_k , z których każda może być optymalizowana ze względu na x_{le} .

Zgodnie z (3.33):

$$d_{ij,k}^2 = \sum_a w_{ka} (x_{ia} - x_{ja})^2,$$

$$\text{stad } S_k = \sum_i \sum_j \left[\sum_a w_{ka} (x_{ia} - x_{ja})^2 - \hat{d}_{ij,k}^{*2} \right]^2 = \sum_i \sum_j \left[\sum_{a \neq e} w_{ka} (x_{ia} - x_{ja})^2 + w_{ke} (x_{ie} - x_{je})^2 - \hat{d}_{ij,k}^{*2} \right]^2.$$

$$\text{Niech } a_{ijke}^2 = \frac{\hat{d}_{ij,k}^{*2} - \sum_{a \neq e} w_{ka} (x_{ia} - x_{ja})^2}{w_{ke}},$$

$$\text{wtedy } S_k = w_{ke}^2 \sum_i \sum_j \left[a_{ijke}^2 - (x_{ie} - x_{je})^2 \right]^2 = w_{ke}^2 \sum_i \sum_j \left(a_{ijke}^2 - x_{ie}^2 + 2x_{ie}x_{je} - x_{je}^2 \right)^2.$$

$$\text{Podstawiając } b_{ijke}^2 = a_{ijke}^2 - x_{je}^2 \text{ otrzymujemy } S_k = w_{ke}^2 \sum_i \sum_j \left(b_{ijke}^2 - x_{ie}^2 + 2x_{ie}x_{je} \right)^2.$$

Różniczkując S względem x_{ie} otrzymujemy:

$$\frac{\delta S}{\delta x_{ie}} = \frac{\delta \frac{1}{m} \sum_k c_k S_k}{\delta x_{ie}} = \frac{1}{m} \sum_k c_k \frac{\delta S_k}{\delta x_{ie}}, \quad (3.52)$$

$$\text{gdzie: } \frac{\delta S_k}{\delta x_{ie}} = \delta_{x_{ie}} \left[w_{ke}^2 \sum_i \sum_j \left(b_{ijke}^2 - x_{ie}^2 + 2x_{ie}x_{je} \right)^2 \right]. \quad (3.53)$$

Jeżeli $\gamma_{ijke} = \left(b_{ijke}^2 - x_{ie}^2 + 2x_{ie}x_{je} \right)$ wtedy:

$$\begin{aligned} \frac{\delta S_k}{\delta x_{ie}} &= 2w_{ke}^2 \sum_i \sum_j \gamma_{ijke} \delta_{\gamma_{ijke}} = \\ &= 2w_{ke}^2 \sum_i \sum_j \gamma_{ijke} \left[\delta_{x_{ie}} b_{ijke}^2 - \delta_{x_{ie}} x_{ie}^2 + \delta_{x_{ie}} 2x_{ie}x_{je} \right] = \\ &= 2w_{ke}^2 \sum_j \gamma_{l jke} \left[0 - 2x_{ie} + 2x_{je} \right] = \\ &= 4w_{ke}^2 \sum_j \gamma_{l jke} (x_{je} - x_{ie}) = \\ &= 4w_{ke}^2 \sum_j \left(b_{l jke}^2 - x_{ie}^2 + 2x_{ie}x_{je} \right) (x_{je} - x_{ie}) = \\ &= 4w_{ke}^2 \sum_j \left(x_{ie}^3 - 3x_{ie}^2 x_{je} + 2x_{ie}x_{je}^2 + b_{l jke}^2 x_{je} - b_{l jke}^2 x_{ie} \right). \end{aligned} \quad (3.54)$$

Powyższe wyrażenie posiada tylko jedną zmienną x_{ie} (wszystkie współrzędne z wyjątkiem x_{ie} traktujemy jako stałe). Podstawiając to wyrażenie do (3.52), a następnie przyrównując do zera wyznacza się, przy użyciu klasycznych metod, tę wielkość x_{ie} , dla której wartość S jest najmniejsza.

Podstawiając wyznaczone w ten sposób x_{le} w miejsce odpowiadającej jej współrzędnej wyznaczonej w poprzedniej iteracji analogicznie oblicza się kolejne współrzędne punktu l , a następnie współrzędne pozostałych punktów.

Otrzymanie w fazie estymacji nowych wartości wag oraz współrzędnych punktów umożliwia ponowne przejście do fazy skalowania, a tym samym rozpoczęcie kolejnego cyklu iteracyjnego.

3.5. Programy komputerowe skalowania wielowymiarowego

Procedury obliczeniowe skalowania wielowymiarowego są bardzo złożone, dlatego ich praktyczne zastosowanie wymaga korzystania z odpowiednich programów komputerowych.

Pierwsze programy komputerowe dotyczyły niemetrycznego skalowania wielowymiarowego. Były nimi MDSCAL zaproponowany przez Kruskala, SSA autorstwa Guttmana i Lingoesa oraz TORSCA Younga i Torgensona. Programy te podlegały licznym przekształceniom w wyniku tego powstawały doskonalsze wersje. W 1978 roku Kruskal, Young i Seery przedstawili KYST, który był rozwinięciem MDSCAL'a; Guttman, Lingoes i Roskam na podstawie SSA opracowali program MINISSA.

W 1970 roku Carroll i Chang przedstawili model skalowania różnic indywidualnych INDSCAL, którego późniejszą wersją był SINDSCAL. W 1977 roku Takane, Young i de Leeuw zaprezentowali ALSCAL, Ramsay – MULTISCALE, a Heiser i de Leeuw – SMACOF.

W pierwszej połowie lat 80-ych na rynku pojawiło się wiele nowych programów skalowania wielowymiarowego. Były nimi (Cox i Cox [1994], s. 171–172):

- CANDECOMP – (*CANonical DECOMPosition*),
- HICLUS – (*HIerarchical CLUStering*),

- INDSCAL–S (*INDividual Differences SCALing*),
- MDPREF – (*MultiDimensional PREFERence scaling*),
- MINICPA – (*Michigan–Israel–Nijmegen Integrated series; Conditional Proximity Analysis*),
- MINIRSA – (*MINI Rectangular Smallest space Analysis*),
- MINISSA – (*Michigan–Israel–Nijmegen Integrated Smallest Space Analysis*),
- MRSCAL – (*MetRic SCALing*),
- PARAMAP – (*PARAmetric MAPing*),
- PINDIS – (*Procrustean INDividual Differences Scaling*),
- PREFMAP – (*PREFERence MAPing*),
- PROFIT – (*PROperty FITing*),
- TRIOSCAL – (*TRIadic similarities Ordinal SCALing*),
- UNICON – (*UNIdimensional CONjoint measurement*).

Programy komputerowe skalowania wielowymiarowego dostępne są w ramach pakietów statystycznych. Najbardziej popularnymi pakietami są SPSS, SAS, STATISTICA i SYSTAT.

W tabeli 3.1 przedstawiono charakterystykę sześciu, najczęściej wykorzystywanych programów skalowania wielowymiarowego.

Pierwsza grupa cech charakteryzujących programy odnosi się do typu danych poddawanych analizie. W szczególności określono, czy program wymaga, aby dane były symetryczne, kompletne oraz na jakich skalach pomiaru są mierzone (M – metryczne, N – niemetryczne). W drugiej grupie podano jakiego typu skalowanie jest możliwe przy wykorzystaniu poszczególnych programów. Ostatnia grupa określa jaka miara dopasowania stosowana jest w programach skalowania (S – STRESS, SS – SSTRESS, K – współczynnik alienacji, ML – miara największej wiarygodności), oraz jakie są ograniczenia programowe odnośnie do liczby badanych obiektów, liczby wymiarów skalowania i liczby wprowadzanych danych. W niektórych pro-

gramach ograniczenia te wynikają wyłącznie z pojemności pamięci operacyjnej komputera (mem).

Tabela 3.1

Charakterystyka wybranych programów skalowania wielowymiarowego

	ALSCAL	KYST	INDSCAL	MINISSA	MULTISCAL	SMACOF
Dane:						
– asymetryczne	+	+	+	–	+	+
– braki w danych	+	+	–	+	+	+
– skale pomiaru	MN	MN	M	N	M	MN
Typ modelu:						
– klasyczny	+	+	–	+	+	+
– ważony	+	–	+	–	+	+
– różnic indywidualnych	+	–	+	–	+	–
Ogólne cechy:						
– miara dopasowania	SS	S	SS	S K	S ML	S
– max liczba obiektów	mem	100	mem	100	50	mem
– max liczba wymiarów	6	6	10	10	10	mem
– max liczba danych	mem	4 000	mem	4 950	15 000	mem

Źródło: Opracowano na podstawie prac: Borg i Groenen [1997], s. 420 i Young [1985], s. 657.

Dokładną charakterystykę przedstawionych w tabeli 3.1 programów, zasady ich działania oraz praktyczne zastosowanie w problemach skalowania wielowymiarowego zaprezentowano w pracy Schiffman, Reynolds i Young [1981].

4. CHARAKTERYSTYKA ZASTOSOWAŃ SKALOWANIA

WIELOWYMIAROWEGO W BADANIACH MARKETINGOWYCH

4.1. Problemy marketingowe rozwiązywane za pomocą skalowania wielowymiarowego

Graficzna prezentacja złożonej rzeczywistości jest niewątpliwie bardzo pomocna przy podejmowaniu różnego rodzaju decyzji, w związku z tym skalowanie wielowymiarowe znajduje zastosowanie w niemal wszystkich dziedzinach badawczych, a w szczególności w (Young, Hamer [1987]):

- naukach politycznych – w celu wyjaśnienia na podstawie jakich kryteriów postrzegane są podobieństwa między politykami (zob. Sokołowski [1998]);
- antropologii – przy badaniu różnic kulturowych różnych grup na podstawie wiary, języka itp.;
- planowaniu przestrzennym i urbanistyce – do określania podobieństw i różnic regionów, miast, osiedli;
- psychologii – do analizy spostrzegania cech osobistych, przeżyć, kolorów, smaku, bólu itp.;
- socjologii – do określania struktur grupowych na podstawie międzyosobowych różnic zachowań.

W badaniach marketingowych skalowanie wielowymiarowe jest stosowane między innymi przy (por. np. Walesiak [1996], s. 137–138, Cooper [1983], Green [1975]):

- segmentacji rynku,

- określaniu pozycji produktu na rynku (pozycjonowanie i repozycjonowanie),
- rozpoznawaniu „luki” na rynku,
- wprowadzaniu nowych produktów na rynek,
- określaniu preferencji konsumentów wobec produktów,
- badaniu efektywności haseł reklamowych.

Segmentacja rynku

Rynki składają się z nabywców, którzy są zróżnicowani pod względem swoich potrzeb. Przedsiębiorstwo, które decyduje się działać na rozległym obszarze rynku nie może w sposób prawidłowy zaspokajać potrzeb wszystkich jego klientów. W większości przypadków przedsiębiorstwo styka się z nabywcami o odmiennych preferencjach użytkowych czy estetycznych, co wymaga podejmowania zróżnicowanych działań marketingowych. Jednym z warunków dostosowania działalności przedsiębiorstwa do dywersyfikacji popytu jest dokonanie segmentacji rynku.

Przez segmentację rynku, w ujęciu klasycznym, rozumie się podział rynku na względnie jednorodne klasy nabywców na podstawie podobieństwa kryteriów charakteryzujących nabywców i (lub) kryteriów reakcji nabywców na oferowany produkt lub usługę (por. np. Kotler [1988], s. 281).

Zagadnienie segmentacji rynku może być rozpatrywane w szerszym sensie niż klasyczne (Walesiak [1993], s. 25). W klasycznym ujęciu segmentacji rynku obiektem badania jest pojedynczy konsument–nabywca (nabywca indywidualny, gospodarstwo domowe, przedsiębiorstwo–nabywca itp.). W badaniach *sensu largo* obiektem badania może być pojedynczy konsument–nabywca lub ich zbiorowość na określonym rynku (np. zbiór nabywców z danego miasta, regionu czy kraju, zbiór pracowników wykonujących dany zawód itp.). Celem badań *sensu largo* jest wyodrębnienie grup jednostek (ludzi, rynków) – segmentów, które mają pewne wspólne charakterystyki (skłonności nabywcze, postawy, przyzwyczajenia).

Użyteczność segmentacji rynku wyraża się w (por. Garbarski, Rutkowski i Wrzosek [1992], s. 121):

- dostosowaniu produktów do potrzeb nabywców, co przyczynia się do zwiększenia sprzedaży i konkurencyjności danych towarów na rynku,
- dotarciu do tych konsumentów, których preferencje są uwzględniane przy kształtowaniu produktu,
- szybkim zauważaniu zmian na rynku dzięki ciągłym obserwacjom określonych jego części,
- wcześniejszym przygotowaniu się do tych zmian,
- dokładniejszym określeniu czasu nasilania się aktywizacji sprzedaży.

Ważnym zagadnieniem każdego procesu segmentacji jest odpowiedni dobór jej kryteriów (zob. Beane i Ennis [1987], Wind [1978]). Należy jednak pamiętać, że nie ma uniwersalnego zbioru kryteriów segmentacji danego rynku. Kryteria wykorzystane przy wyodrębnieniu segmentów dla jednego produktu mogą być mało użyteczne w odniesieniu do innych produktów. Ponadto segmentacja jest procesem ciągłym, wymagającym stałego badania cech konsumentów i różnic między nimi oraz dostosowywania programu działania do tych różnic.

Kotler [1994], s. 247 dzieli zbiór kryteriów segmentacji według charakterystycznych cech konsumenta wykorzystując w tym celu cechy geograficzne, demograficzne i psychograficzne oraz według rodzaju reakcji konsumentów na określone cechy produktu, zachowania w pewnych sytuacjach, stosunek do marki produktu, lojalność (segmentacja behawioralna).

Segmentacja geograficzna wymaga podziału na takie jednostki geograficzne, jak państwa, regiony, okręgi administracyjne, miasta i ich dzielnice. Przedsiębiorstwo może zdecydować się na podjęcie działania na jednym lub kilku obszarach geograficznych bądź działać na wszystkich, uwzględniając jednak lokalne zróżnicowanie preferencji.

Segmentacja demograficzna prowadzi do podziału rynku na podstawie takich zmiennych jak wiek, płeć, liczba członków rodziny, wykształcenie, wykonywany zawód, dochód, rasa, narodowość. Zmienne demograficzne są najbardziej popularną podstawą wyróżniania segmentów rynku ponieważ są łatwo mierzalne oraz potrzeby i preferencje konsumentów są w dużym stopniu z nimi związane.

W segmentacji według cech psychograficznych dokonuje się podziału nabywców na grupy różniące się przynależnością do klasy społecznej, stylem życia oraz cechami osobowości. Przykład segmentacji klientów domów towarowych przy uwzględnieniu ich zarobków, wydatków na mieszkanie, zawodu i wykształcenia przedstawiono w pracy Singsona [1975].

W przypadku segmentacji behawioralnej nabywcy są dzieleni na podstawie ich wiedzy, postawy, sposobu użytkowania i reakcji na produkt. Uważa się (por. Kotler [1994], s. 252), że zmienne behawioralne są najlepszym punktem wyjścia do konstrukcji segmentów rynku. Przykład segmentacji behawioralnej na rynku papierosów przy uwzględnieniu 16 binarnych cech prezentuje Hooley [1980].

Nabywcy mogą być rozróżniani pod względem okazji, w których uświadamiają sobie daną potrzebę, nabywają lub użytkują produkt. Taki typ segmentacji jest pomocny między innymi przy rozszerzaniu zakresu użytkowania produktu (Kotler [1994], s. 252).

Istotną formą segmentacji behawioralnej jest klasyfikacja nabywców pod względem różnych oczekiwań korzyści, których szukają oni w nabywanych produktach. Wykorzystanie metod skalowania wielowymiarowego do segmentacji rynku ze względu na korzyści jakich oczekują konsumenci prezentują Green i Kim [1991] przy segmentacji rynku produktów komputerowych oraz Rangan, Moriarty i Swartz [1991] przy podziale klientów jednego z domów towarowych.

Określanie pozycji produktu na rynku

Każdy konsument posiada własne wyobrażenie o produktach, ich właściwościach i cechach użytkowych, korzyściach związanych z ich zakupem i in. Ponieważ wyobrażenie to może ulegać zmianie pod wpływem różnych zewnętrznych bodźców, warunkiem powodzenia działalności przedsiębiorstwa jest m.in. zidentyfikowanie najbardziej efektywnej pozycji produktu na rynku oraz zdecydowanie, jaki obraz firmy i produktu powinien być kreowany w świadomości konsumenta.

Pozycjonowanie (por. Kotler [1994], s. 283) jest działaniem związanym z kształtowaniem oferty i *image* przedsiębiorstwa prowadzącym do zajęcia znaczącego miejsca w świadomości docelowych odbiorców.

Zaprojektowanie produktu, który odegra znaczącą rolę w zaspokajaniu popytu w wybranym segmencie rynku wymaga zapoznania się z istniejącymi już ofertami i ich ocenami przez nabywców oraz zbadanie jakie cechy produktu kształtują jego wizerunek w świadomości konsumenta.

Przedsiębiorstwo projektując miejsce swojego produktu ma do wyboru różne opcje strategiczne (por. Kotler [1994], s. 286 i Altkorn [1995], s. 109). Jeżeli firma pełni rolę lidera na rynku może dążyć do umocnienia swojej pozycji zwiększając liczbę nabywców przez wprowadzanie innowacji oraz zachęcając klientów do zwiększania częstotliwości zakupów. Przedsiębiorstwo które nie jest monopolistą może projektować swój produkt w celu nawiązania walki z konkurentami poprzez jego różnicowanie – stwarzając w ten sposób możliwości dokonania wyboru. Działania te mogą polegać na różnicowaniu ceny, oferowaniu usług dodatkowych lub intensywnej promocji.

Inną strategią, wykorzystywaną przez firmy znajdujące się na dalszych pozycjach rynkowych, jest oferta cech produktów już sprawdzonych na rynku i uznanych za dobre. „Naśla-

owca” nie dąży tutaj bynajmniej do „wykradania” klientów lecz przedstawia podobną do już istniejącej ofertę licząc, że pojemność danego segmentu rynku nie jest w pełni wykorzystana.

Ważnym narzędziem pozycjonowania są mapy percepcji uzyskane za pomocą skalowania wielowymiarowego. Pokazują one jak konsumenci postrzegają produkty dominujące w danym segmencie rynku oraz które cechy są dla nich najbardziej pożądane. Metody skalowania wielowymiarowego umożliwiają wyznaczenie na mapie percepcji tzw. „punktu idealnego”, który może pokrywać się z pozycją któregoś z produktów znajdujących się na rynku lub od nich odbiegać. Mapy percepcji ułatwiają podjęcie decyzji dotyczących zmian jakich należy dokonać w produkcie lub jakie jego cechy należy eksponować, aby osiągnąć pożądaną pozycję na rynku. Uważa się (por. Altkorn [1995], s. 107), że najlepszym sposobem ustalania miejsca produktu na rynku nie jest uwzględnianie wszystkich jego cech, ale badanie i akcentowanie kluczowych atrybutów.

Praktyczne zastosowania metod skalowania wielowymiarowego do rozwiązywania powyższych problemów przedstawiają w swych pracach m. in. Wilkes [1977], Hooley [1980], Hodgkinson, Padmore i Tomes [1991], Smith i Lusch [1976], Green, Tull i Albaum [1988], Meade [1987], MacKay i Dröge [1990], Green, Carmone i Smith [1989], Young i Hamer [1987], Walesiak [1996].

Rozpoznawanie „luki” na rynku

Strategią marketingową, w której również wykorzystuje się wyniki skalowania wielowymiarowego w postaci mapy percepcyjnej jest poszukiwanie luki rynkowej, czyli nowej, ale mającej dla wystarczająco dużej liczby konsumentów znaczenie, pozycji w świadomości odbiorców. Przedsiębiorstwo dąży do znalezienia istniejących w danym segmencie luk i wykorzystuje je wprowadzając produkt niepodobny do dominujących na rynku. Poszukiwanie luk rynkowych może się odnosić do poszczególnych rynków, produktów jak i nabywców. Strategia ta wykorzystywana jest zwłaszcza przez małe firmy, które chcą uniknąć konkurencji z dużymi fir-

mami zajmują się małymi segmentami (niszami) rynku, którymi liderzy nie interesują się wcale bądź interesują się w niewielkim zakresie.

Cechami idealnej luki rynkowej jest to, że (por. Kotler [1994], s. 373):

- posiada wystarczający rozmiar i siłę, aby być zyskowną,
- posiada perspektywy wzrostu,
- nie interesują się nią duże firmy,
- firma ma odpowiednie umiejętności i środki, aby doskonale obsługiwać daną niszę,
- firma może bronić się przed atakami dużych konkurentów dzięki dobrej reputacji u klientów.

Tworzenie nisz może wynikać ze specjalizacji rynkowej. Kotler [1994], s. 373 przedstawia następujące kryteria, według których specjalizują się firmy:

- specjalizacja skierowana na jednego typu klienta,
- specjalizacja pionowa – w obsłudze określonego ogniwa łańcucha produkcyjno-dystrybucyjnego,
- specjalizacja według rozmiaru klienta – skupianie się na małych, średnich lub dużych klientach,
- specjalizacja geograficzna – obsługiwanie jedynie danego obszaru, regionu,
- specjalizacja produktów – produkowanie wyłącznie jednego produktu,
- specjalizacja według kryterium cech produktów – specjalizowanie się w produkcji pewnej odmiany lub wariantu produktu,
- wykonywanie produktów wyłącznie na zamówienie,
- specjalizacja jakościowo-cenowa,
- oferowanie usług nie wykonywanych w innych firmach,
- specjalizacja w obsłudze tylko jednego kanału dystrybucji.

Głównym ryzykiem specjalizacji jest to, że nisza może stać się niepopularna oraz, że stanowi łatwy cel ataku konkurentów. Firma specjalizująca się w działaniu na lukach rynkowych musi umieć dostrzegać, że jej nisza może osłabnąć i w związku z tym musi stale tworzyć nowe nisze.

Metody skalowania wielowymiarowego, dzięki którym możliwa jest prezentacja na mapie percepcyjnej złożonej sytuacji na rynku może tu być niezwykle przydatna. Zastosowanie skalowania wielowymiarowego do rozpoznawania luki na rynku przedstawiają w swych pracach m. in. Hooley [1980], Churchill [1991, s. 448–463], Adams i Van Anken [1995], Green, Krieger i Carroll [1987].

Wprowadzanie nowego produktu na rynek

Rozwój społeczno–ekonomiczny oraz szybki wzrost potrzeb konsumentów sprawia, że działania polegające na rozwoju i wprowadzaniu nowych produktów na rynek nabierają coraz większego znaczenia. Nowy produkt jest zarówno składnikiem zaspokajania potrzeb konsumenta jak i instrumentem, który umożliwia rozwój działalności oraz zwiększenie wyników ekonomicznych przedsiębiorstwa.

Nowy produkt może być rozpatrywany z punktu widzenia przedsiębiorstwa lub konsumenta (por. Garbarski, Rutkowski, Wrzosek [1992], s. 202). Nowy produkt dla przedsiębiorstwa to produkt o nowych rozwiązaniach technicznych i technologicznych. Nowe rozwiązania prowadzą do oszczędności surowca, pracy ludzkiej itp., przyczyniając się do obniżenia kosztów wytwarzania. Tak rozumiany nowy produkt nie koniecznie musi oznaczać odmienny sposób zaspokajania dotychczasowych lub nowych potrzeb.

Z punktu widzenia konsumenta nowy produkt to taki, który inaczej niż dotychczasowe zaspokaja istniejące lub nowe potrzeby. Przy takim kryterium oceną produktem nowym może być również stary produkt, jeżeli zaspokaja on nowe potrzeby w ramach rynku istniejącego lub gdy trafia na nowy segment rynku. Tak więc to, czy produkt jest postrzegany przez konsumenta

jako nowy zależy od jego subiektywnej oceny. Może on być uznany za nowy ze względu na jego funkcjonalność, wydajność, wygodę użytkowania, wygląd lub opakowanie. Kształtowanie nowego produktu wymaga w związku z tym dokładnej znajomości znaczenia jakie przypisują klienci różnym własnościom produktu.

Punktem rozpoczęcia poszukiwań pomysłów na nowy produkt są potrzeby i wymagania nabywców. Przedsiębiorstwa mogą uzyskać wiele informacji badając grupę „wiodących użytkowników”, tzn. tych, którzy w najwyższym stopniu korzystają z produktów przedsiębiorstwa i wcześniej niż inni mogą zauważyć potrzebne w nim udoskonalenia.

Poszukiwanie idei nowego produktu bywa również oparte na identyfikacji luki rynkowej. Na rynku może bowiem występować brak modeli danego produktu o określonej cenie, spełniających pewne funkcje bądź zaspokajających istniejące potrzeby.

Przy wprowadzaniu nowego produktu na rynek istnieje duże prawdopodobieństwo niepowodzenia. Może być ono spowodowane niewłaściwym pozycjonowaniem produktu, złą reklamą lub też zbyt wysoką ceną. W celu stworzenia dobrego produktu przedsiębiorstwo musi ponieść koszty badań (rozwoju, produkcji i marketingu). Z kolei ostra konkurencja prowadzi do rozproszenia rynku. Przedsiębiorstwa zmuszone są kierować swoje produkty do mniejszych segmentów rynku, a to oznacza mniejszą sprzedaż i mniejsze zyski. Również wielu konkurentów może wpaść w tym samym czasie na taki sam pomysł i powodzenie przypadnie szybszemu.

Aby zminimalizować ryzyko niepowodzenia przy wprowadzaniu nowego produktu wymagane jest prowadzenie wnikliwych badań i analiz marketingowych dotyczących segmentacji rynku, pozycjonowania, szukania luk rynkowych oraz badań dotyczących preferencji konsumentów, w których jako jedną z metod badawczych można zastosować skalowanie wielowymiarowe (zob. Teas i Perr [1989]).

Badanie preferencji konsumentów wobec produktów

O skuteczności sprzedaży wprowadzanego na rynek produktu lub usługi w dużym stopniu decyduje rozpoznanie preferencji konsumentów. Konsument postrzega każdy produkt jako zespół cech (punkt w przestrzeni wielowymiarowej) o różnych zdolnościach dostarczania pożądanых korzyści i zaspokajania potrzeb. W procesie zakupu nabywca zastanawia się nad takim wyborem, który przyniósłby mu korzyść oraz zaspokoił określoną potrzebę. Pamiętać jednak należy, że dla różnych konsumentów różne cechy produktu są istotne i znaczące. Istotne cechy produktu to niekoniecznie cechy najważniejsze. Istotność niektórych z nich może np. wynikać z reklamy informującej o produkcie i eksponującej jego pewne własności. O innych cechach konsument może nie pamiętać, ale ważność ich stanie się aktualna, gdy się mu o nich przypomni. Dlatego przedsiębiorstwa powinny zwracać większą uwagę na ważność cech produktu niż na ich istotność i umieć określić znaczenie ważności cech poszczególnych produktów jakie przypisują im konsumenci.

W procesie podejmowania decyzji zakupu konsument nabiera przekonań o danej marce i markach alternatywnych oraz o ich decydujących cechach. Przekonania te mogą ulegać zmianie w zależności od jego doświadczenia, pod wpływem reklamy itp. (zob. Perry, Izraeli i Perry [1976]).

W analizie zmierzającej do określenia korzyści, jakich oczekują konsumenci w określonym segmencie rynku oraz jak postrzegają oni względną wartość oferty handlowej, najważniejszymi etapami są (por. Kotler [1994], s. 220):

- określenie najważniejszych atrybutów cenionych przez konsumentów,
- ilościowa ocena znaczenia poszczególnych atrybutów,
- ocena przedsiębiorstwa oraz konkurencji według konsumenckich ocen ważności poszczególnych atrybutów,

- ocena przedsiębiorstwa co do poszczególnych atrybutów oferty w porównaniu do głównych konkurentów,
- monitorowanie dynamiki wartości dla konsumentów w czasie.

Singson [1975] zaprezentował wyniki badań kryteriów jakimi kierują się konsumenci przy wyborze określonych domów handlowych, łącząc preferencje klientów z ich socjoekonomiczną charakterystyką. Stwierdził, że mniej zamożne grupy przywiązują większą wagę do sklepów o szerokim asortymencie, a grupy bardziej zamożne do sklepów specjalistycznych. Zestawienie nie uwzględniające podziału socjoekonomicznego wskazuje, że sklepy są rozróżniane według kryterium „cena – jakość”.

Green, Carmone i Smith [1989], s. 15 w badaniu 10 napojów chłodzących stwierdzili, że podstawowym kryterium oceny jest ich smak oraz kaloryczność.

Wykorzystanie skalowania wielowymiarowego do badania preferencji konsumentów przedstawili również Wilkes [1977], Boyd, Westfall i Stasch [1989], Green, Tull i Albaum [1988], Churchill [1991], Green i Rao [1972], s. 109-121, Mazanec i Schweiger [1981].

Ocena efektywności hasel reklamowych

Reklama jest jednym z głównych narzędzi używanych przez przedsiębiorstwa w celu dotarcia z informacją do rynku docelowego. Reklamę można zdefiniować jako (por. np. Kotler [1994], s. 574) wszelkiego rodzaju płatną formę nieosobistej prezentacji oraz promocji pomysłów, dóbr lub usług przez określonego sponsora. Przez pojęcie „płatna forma” należy rozumieć zjawisko powstawania kosztów u nadawcy reklamy, a przez pojęcie „nieosobista prezentacja” – zjawisko eliminacji bezpośredniego udziału człowieka w tej prezentacji.

Reklama wpływa na zjawiska rynkowe, a przede wszystkim na motywy, postawy i sposób postępowania nabywców.

Celem informacji przekazywanych przez reklamę jest (por. Altkorn [1995], s. 309):

- kreowanie potrzeb (uświadamianie ludziom braków i budzenie chęci posiadania),

- ukazywanie i przypominanie walorów użytkowych określonego produktu,
- kształtowanie pozytywnego wyobrażenia o firmie nadającej reklamę.

Podejmowanie decyzji dotyczącej reklamy jest procesem wieloetapowym (zob. Kotler [1994], s. 574). Jednym z etapów jest ocena efektywności reklamy. Większość z metod pomiaru skuteczności reklamy jest dostosowana do ściśle określonych rodzajów reklam czy kampanii i może się odbywać zanim skieruje się reklamy do mediów oraz po ich wyemitowaniu lub wydrukowaniu.

Jedną z metod testowania reklamy przed jej emisją jest metoda *oceny bezpośredniej*. W metodzie tej konsumenci proszeni są o dokonanie oceny alternatywnych reklam. Oceny te są używane do określenia stopnia przyciągania uwagi konsumenta.

W kolejnej metodzie – *teście portfolio* – konsumentom prezentowany jest „portfel reklam”, a następnie proszeni oni są o przypomnienie wszystkich reklam i ich zawartości przy lub bez pomocy osoby prowadzącej wywiad. Zdolność do odtworzenia reklam świadczy o tym, czy reklama wyróżnia się, a jej treść jest zrozumiała i łatwa do zapamiętania. Przykład *testu portfolio* oraz prezentację wyników za pomocą skalowania wielowymiarowego przedstawia praca Lautmana, Percy i Kordisha [1978], w której oceniono sześć reklam w zależności od ilości i rodzaju zapamiętanych informacji.

Przedsiębiorstwa są również zainteresowane pomiarem wpływu reklamy po zakończeniu kampanii reklamowej przez badanie do jakiego stopnia kampania zwiększyła świadomość konsumentów, ich preferencje itp.. Perry, Izraeli i Perry [1976] zaprezentowali wyniki badań wpływu kampanii reklamowej izraelskich linii lotniczych na zmiany opinii ich potencjalnych klientów o Kanadzie jako celu podróży oraz intencjach podróżnych skłaniających ich do wizyty w tym kraju. Dwa badania – przed i po kampanii reklamowej wskazują, że mało atrakcyjna przed kampanią Kanada stała się po jej zakończeniu miejscem interesującym zarówno do spędzania wakacji, uprawiania sportów zimowych, jak również prowadzenia interesów.

Możliwości zastosowania skalowania do oceny haseł reklamowych opisują również Smith i Lush [1976], Green i Krieger [1993].

4.2. Przegląd zastosowań skalowania wielowymiarowego w rozwiązywaniu problemów marketingowych

Jak wynika z podanych przykładów skalowanie wielowymiarowe jest tą metodą statystycznej analizy wielowymiarowej, która znalazła trwałe miejsce w badaniach marketingowych. Jest ona ważnym narzędziem badawczym o czym świadczą liczne przykłady zastosowań w rozwiązywaniu konkretnych problemów marketingowych. Do opracowania przedstawionego w tab. 4.1 zestawienia zastosowań skalowania wielowymiarowego w badaniach marketingowych wykorzystano głównie publikacje zamieszczone w „Journal of Marketing Research”, „Journal of Marketing Research Society”, „Journal of Advertising Research”, „Journal of Consumer Research”, „Marketing Research”, „International Journal of Research in Marketing”, „European Journal of Marketing”. Przedmiotem badania w zaprezentowanych przykładach były takie grupy dóbr i usług jak:

- dobra konsumpcyjne trwałego użytku (samochody),
- dobra konsumpcyjne nietrwałego użytku (sprzęt sportowy, papierosy, pasty do zębów, zabawki, żywność),
- środki masowego przekazu (TV, gazety i czasopisma),
- usługi (bankowe, handlowe, transportowe),
- dobra przemysłowe (sprzęt elektroniczny, komputery).

Wybrane zastosowania metod skalowania wielowymiarowego w badaniach marketingowych

Źródło / stosowana metoda, oprogramowanie	Cel badania	Charakter danych
1	2	3
Singson [1975] TORSCA-9	identyfikacja kryteriów jakimi kierują się konsumenci przy wyborze określonych domów handlowych	191 respondentów podzielonych na 4 grupy (zależnie od wielkości dochodów, wykształcenia i wykonywanej pracy) porównywało parami 9 sklepów (w trzech grupach rodzajowych) określając ich podobieństwa na 7-stopniowej skali; każdy z respondentów uporządkował zbiór cech mających wpływ na wybór sklepów.
Smith i Lusch [1976] SSA	określenie wpływu kampanii reklamowej na zmianę pozycji na rynku jednego z gatunków papierosów	dwie grupy studentów (każda podzielona na palących i niepalących) określiła podobieństwa między 16 gatunkami papierosów przed i po kampanii reklamowej
Narayana [1976] INDSCAL	badanie stabilności w czasie preferencji konsumentów względem produktów	trzy grupy produktów: 10 napojów – oceniane przez 32 respondentów, 9 warzyw konserwowych – oceniane przez 73 respondentów, 8 urządzeń elektrycznych – oceniane przez 73 respondentów. Dwukrotnie (w odstępie 10 tygodni) oceniono podobieństwa pomiędzy wszystkimi możliwymi produktami w ramach danej grupy
Perry, Izraeli i Perry [1976] SSA	określenie wpływu kampanii reklamowej na zmianę opinii klientów o Kanadzie jako celu podróży oraz intencji kierujących nimi przy odwiedzaniu tego kraju	250 potencjalnych podróżnych (wybranych z 1200 osób) odpowiadało dwukrotnie (przed i po kampanii reklamowej) na pytania dotyczące chęci podróży do jednego z 7 krajów (w tym Kanady) oraz celu jaki by im przyświecał przy wyjeździe do Kanady
Lautman, Percy i Kordish [1978] MDSCAL-5M PROFIT	wybór hasła reklamowego i zbadanie jego „perswazyjnej” efektywności przy próbie zmiany pozycji na rynku	60 respondentów oceniło podobieństwa między 8 produktami oraz ważność 10 kryteriów jakie mają wpływ na opinię konsumentów o danym produkcie
Hoffman, Franke [1986] MATRIX	segmentacja rynku napojów chłodzących	34 respondentów oceniło 8 napojów na podstawie częstotliwości ich spożywania

1	2	3
Green, Krieger i Carroll [1987] Analiza korespondencji	badanie oczekiwań klientów dotyczących asortymentu w sklepach ze sprzętem narciarskim	620 respondentów porównywało parami 9 różnych opcji opisanych przez 12 zmiennych
Meade [1987] Analiza korespondencji	prezentacja pozycji samochodów osobowych na rynku brytyjskim, analiza cen wybranych samochodów	41 różnych samochodów podzielonych na trzy klasy (w zależności od wielkości i pojemności silnika) opisano przy pomocy 11 zmiennych
Young Hamer [1987] ALSCAL	badanie podobieństwa oraz preferencji konsumentów względem napojów	52 respondentów opisuje każdy z 29 napojów ze względu na 9 kryteriów na 9-stopniowej skali
Green, Tull i Albaum [1988] Nie podano nazwy metody	wybór hasła reklamowego	15 haseł reklamowych oceniono ze względu na ich związek z wizerunkiem firmy
	ocena efektywności hasła reklamowego	badanie przeprowadzono na grupie gospodyń domowych sprawdzające czy w pożądanym kierunku zmieniło się wyobrażenie konsumentów co do wartości smakowo-odżywczych płatków śniadaniowych
	określenie pozycji na rynku jednego z czasopism medycznych	10 popularnych medycznych czasopism uszeregowanych przez czytelników ze względu na każde z 6 kryteriów oceny
	określenie pozycji na rynku jednej z firm komputerowych	310 użytkowników komputerów uszeregowano 8 firm komputerowych ze względu na każdą z 15 cech
	określenie cech komputerów, które mają wpływ na decyzję o ich zakupie	każdy z respondentów podzielił 14 cech na trzy grupy o różnym stopniu ważności
Green, Carmone i Smith [1989] KYST	Badanie na jakiej podstawie konsumenci określają napoje jako podobne	60 studentów uporządkowało w pary (od najbardziej do najmniej podobnych) 10 napojów ze względu na każdą z 5 cech
	Określenie podobieństwa między czasopismami marketingowymi	respondenci uporządkowali parami podobieństwa między 8 czasopismami (od najbardziej do najmniej podobnych)
Hodkinson, Padmore i Tomes [1991] ALSCAL	Określenie pozycji na rynku wybranych produktów na przykładzie gazet, sklepów oraz płatków śniadaniowych	37 studentów porównywało parami (w ramach każdej z grup) 16 gazet, 20 sklepów i 15 gatunków płatków, określając podobieństwa każdej z par na 6-stopniowej skali od „bardzo różnych” do „bardzo podobnych”

1	2	3
Hoffman i Batra [1991] CANDISC PROC MATRIX	– określenie wielowymiarowości wpływu programów TV na zachowanie odbiorców oraz zależności między wpływem a typem programu; – badanie związku między wpływem programu a zachowaniem widza	832 widzów oceniało 39 programów telewizyjnych odpowiadając na dwie grupy pytań: a) wpływ programu TV na odczucia odbiorców – 3 pytania b) zachowania respondentów w trakcie programu – 12 pytań
Churchill [1991] TORSCA	badanie preferencji kierowców względem określonych marek samochodów badanie podobieństwa między bankami	właściciele 16 marek samochodów oceniali swój pojazd za pomocą 4 zmiennych mierzonych na 10-stopniowej skali respondenci oceniali podobieństwa między bankami na 4-stopniowej skali, a następnie w ramach każdego stopnia podobieństwa, uporządkowali pary od najmniej do najbardziej podobnych
Adams i Van Anken [1995] INDSCAL PROFIT	poszukiwanie kierunku zmiany pozycji na rynku działu zabawkowego jednego z domów towarowych	87 respondentów opisało 8 sklepów zabawkowych (w trzech grupach) za pomocą 6 cech (cena, asortyment, zapasy, obsługa, karty kredytowe, układ sklepu) na 5-stopniowej skali
Sokołowski [1995] Metoda Gabriela	analiza oceny papierów toaletowych dostępnych na rynku tureckim	respondenci ocenili 7 rodzajów papieru toaletowego w skali punktowej (maksimum 5 punktów) ze względu na 9 cech
Walesiak [1996] ALSCAL	określenie pozycji na rynku samochodów produkowanych w Polsce w stosunku do produktów konkurencyjnych	15 marek samochodów opisano następującymi zmiennymi: pojemność silnika, moc, maksymalna prędkość, cena

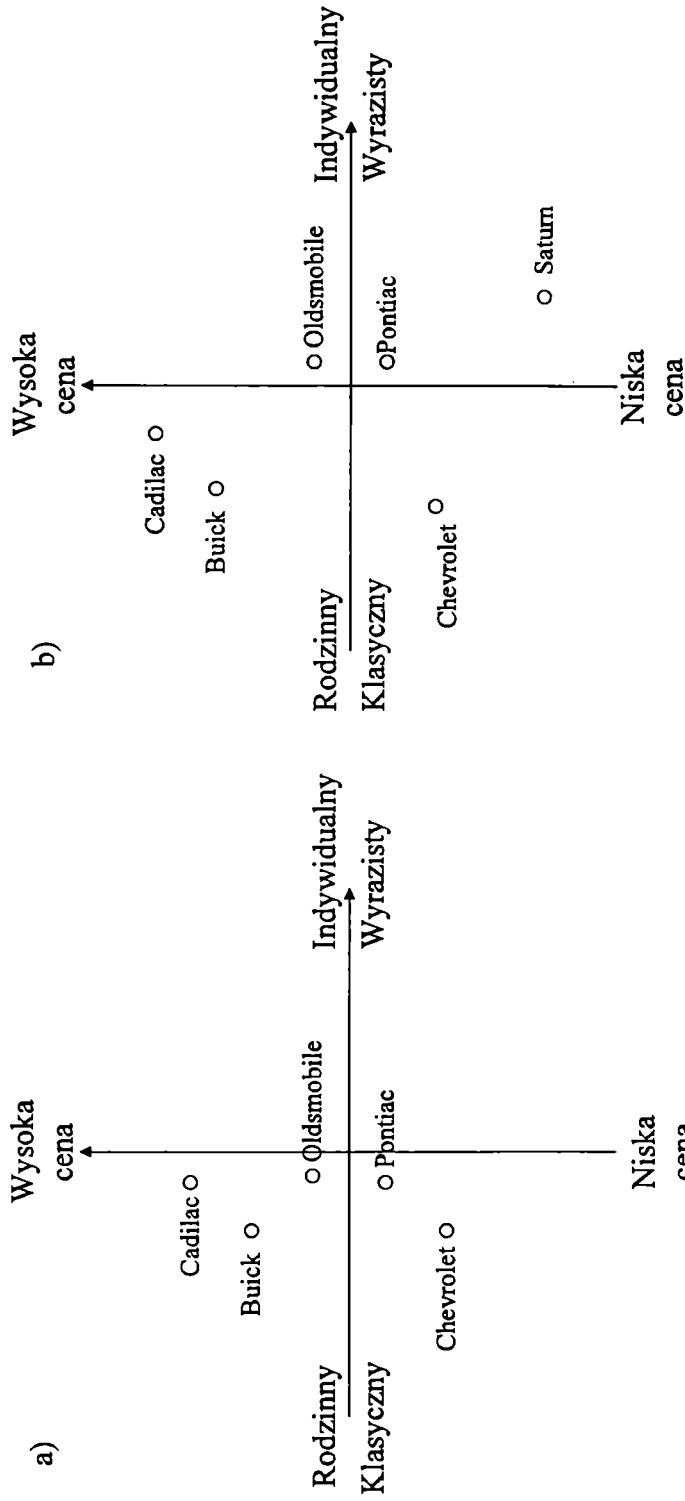
Źródło: Zaborski [1997].

5. WYKORZYSTANIE SKALOWANIA WIELOWYMIAROWEGO DO POZYCJONOWANIA PRODUKTÓW ORAZ OKREŚLANIA „LUKI” NA RYNKU

5.1. Wprowadzenie

Pozycjonowanie produktów, określanie luki rynkowej oraz preferencji dokonuje się na podstawie wyobrażeń konsumentów o podobieństwach między produktami oraz na podstawie ocen produktów ze względu na opisujące je cechy. Z tych danych możliwe jest otrzymanie map percepcyjnych przedstawiających w dwuwymiarowej przestrzeni pozycję na rynku poszczególnych produktów lub marek. Graficzna prezentacja jest pomocna między innymi przy podejmowaniu działań zmierzających do zmiany lub umocnienia istniejącej pozycji na rynku.

Jako przykład wykorzystania map percepcyjnych mogą posłużyć badania przeprowadzone w 1982 roku przez koncern samochodowy General Motors (zob. Berkowitz i.in. [1992], 217-219). Na podstawie opinii respondentów skonstruowano dwuwymiarową mapę percepcyjną samochodów GM na rynku amerykańskim. Rys. 5.1 a pokazuje, że konsumenci rozróżniają samochody GM głównie ze względu na ich cenę. Ponadto widoczna jest luka na rynku wyrażająca się w braku taniego samochodu o indywidualnym charakterze. W celu zmiany istniejącej sytuacji przeprowadzono kampanię reklamową zmierzającą do zmiany pozycji rynkowej samochodów Oldsmobile i Pontiac. Aby zlikwidować istniejącą lukę rynkową wprowadzono również nowy model małego samochodu Saturn. Docelową, pożądaną mapę percepcyjną, na której naniesiono między innymi przewidywaną pozycję Saturna prezentuje rys. 5.1 b.



Rys. 5.1. Mapy percepcyjne samochodów General Motors: a) w roku 1982; b) założenia na rok 1990.

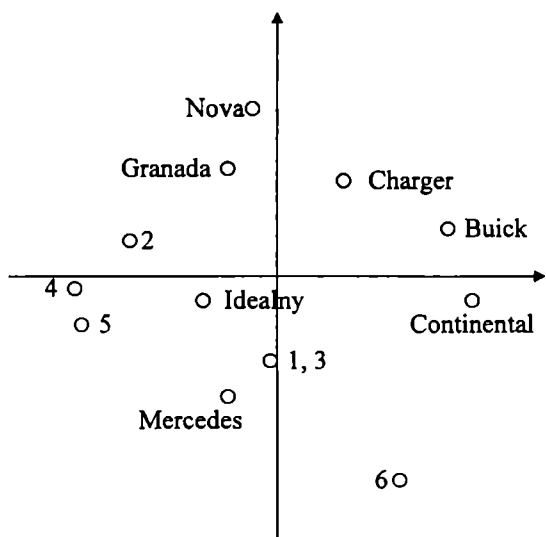
Źródło: Berkowitz i in. [1992], s. 218.

Metody skalowania wielowymiarowego pozwalają również na jednoczesną prezentację na mapie percepcyjnej badanych obiektów oraz zmiennych (kryteriów, ze względu na które dokonuje się charakterystyki obiektów). Taka prezentacja pozwala na oszacowanie w jakim stopniu każdy z obiektów spełnia określone kryteria. Im bliższe jest wzajemne położenie badanego obiektu i zmiennej tym lepiej dany obiekt jest oceniany ze względu na tą zmienną.

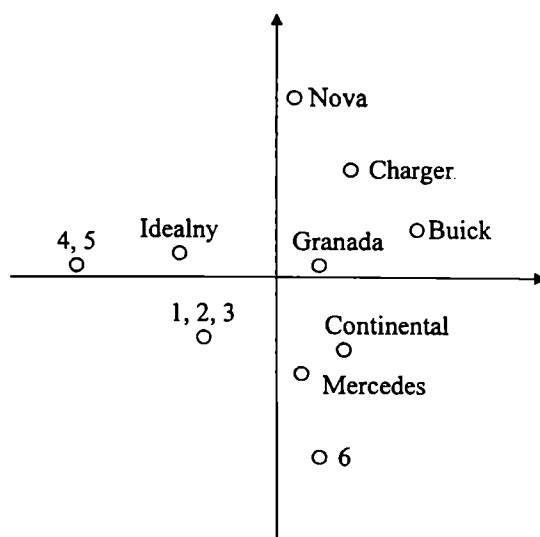
Wilkes [1977] prezentuje wyniki badania, w którym trzy grupy respondentów (właściciele Mercedesa, właściciele Forda Granady oraz właściciele innych samochodów) określiły postrzeganie wybranych marek samochodów na rynku amerykańskim. Samochody oceniane były ze względu na 6 zmiennych:

- 1 – jakość wykonania,
- 2 – cena,
- 3 – rozwiązania techniczne,
- 4 – oszczędność paliwa,
- 5 – funkcjonalność,
- 6 – prestiż.

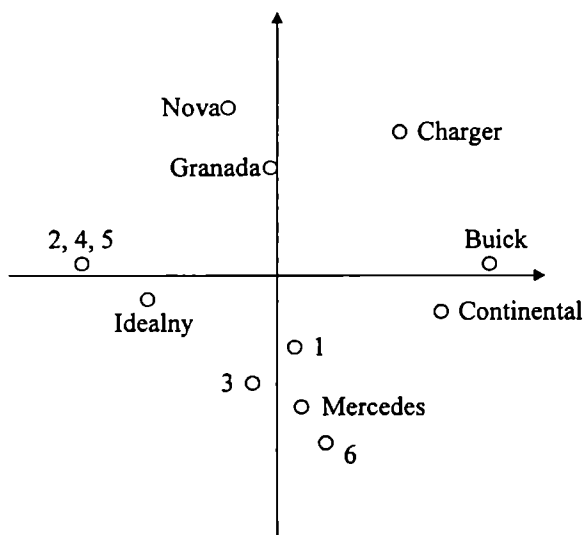
Rys. 5.2 a i b wskazują, że posiadacze Mercedesa oraz Forda Granady cenią swoje marki przede wszystkim ze względu na ich jakość wykonania oraz nowoczesne rozwiązania techniczne. Plasują jednocześnie posiadane przez siebie marki najbliżej marki „idealnej”. Ponadto właściciele Granady pozycjonują swoje samochody blisko Mercedesa uważając, że Granada posiada zbliżoną charakterystykę do Mercedesa, przynajmniej ze względu na cechy uwzględnione w badaniu. Dla respondentów nie posiadających Mercedesa i Forda Granady (rys. 5.3 c) Granada jest najbardziej podobna do Chevroleta Nova - samochodu najgorzej ocenianego (przez wszystkich respondentów) ze względu na zaproponowane w badaniu zmienne. Mercedes jest natomiast uważany przez tą grupę za samochód prestiżowy, o wysokiej jakości wykonania i posiadający nowoczesne rozwiązania techniczne.



a) posiadacze Mercedesa



b) posiadacze Forda Granady



c) nie posiadający ani Mercedesa
ani Forda Granady

- | |
|----------------------------|
| 1 - jakość wykonania |
| 2 - niska cena |
| 3 - rozwiązania techniczne |
| 4 - oszczędność paliwa |
| 5 - funkcjonalność |
| 6 - prestiż |

Rys. 5.2. Konfiguracje wybranych samochodów oraz opisujących je zmiennych

Źródło: Wilkes [1977], s. 18.

5.2. Charakterystyka projektu badawczego

Podstawowym celem przeprowadzonego badania marketingowego było określenie pozycji wybranych marek spodni dżinsowych, ustalenie wzajemnych relacji między konkurującymi ze sobą markami, a także identyfikacja czynników decydujących o określonej pozycji na rynku oraz o wyborze przez konsumenta danej marki.

Spośród 1 286 studentów studiów stacjonarnych Wydziału Gospodarki Regionalnej i Turystyki Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu wybrano losowo grupę 130 respondentów, którzy przedstawili swoje opinie na temat dziewięciu marek spodni dżinsowych. W skład badanej próby weszło 91 kobiet i 39 mężczyzn w większości mieszkających w miastach o wielkości do 100 tysięcy mieszkańców. Przeciętne miesięczne dochody wybranych studentów wynoszą 342 zł i pochodzą od rodziców lub ze stypendiów. Ponad 90% respondentów stwierdziło, że często lub codziennie nosi spodnie dżinsowe. Dokładną charakterystykę badanej próby przedstawia tabela 5.1.

Informacje o badanych markach spodni zebrano za pomocą ankiety (zob. aneks). Ankieta składała się z trzech części dotyczących badanych produktów oraz z części zawierającej charakterystykę respondenta.

W pierwszej części ankiety respondenci porównali 36 par marek spodni, oceniając na 7-stopniowej skali ich podobieństwo. Wartość 1 oznaczała marki bardzo podobne, a 7 marki mało do siebie podobne. Dane zawarte w tej części ankiety posłużyły do przedstawienia podobieństw między obiektami oraz ukazania „ukrytej struktury” badanych obiektów poprzez określenie treści wymiarów na podstawie podobieństw.

Charakterystyka respondentów oceniających marki spodni dżinsowych

Charakterystyka respondentów	Liczba osób	%
1. Liczba respondentów:		
— kobiet	91	70,0
— mężczyzn	39	30,0
2. Rok studiów:		
— I	45	34,6
— II	30	23,1
— III	35	26,9
— IV	20	15,4
3. Liczba osób w gospodarstwie domowym:		
— 2 osoby	9	6,9
— 3 osoby	31	23,8
— 4 osoby	60	46,2
— 5 i więcej osób	30	23,1
4. Stałe miejsce zamieszkania:		
— wieś	17	13,1
— miasto poniżej 50 tys. mieszkańców	41	31,5
— miasto od 50 do 100 tys. mieszkańców	32	24,6
— miasto powyżej 100 tys. mieszkańców	40	30,8
5. Miejsce zamieszkania w okresie studiów:		
— akademik	67	51,5
— stancja lub wynajęte mieszkanie	16	12,3
— mieszkanie rodziców	44	33,9
— własne mieszkanie	3	2,3
6. Źródło dochodów w czasie studiów ¹ :		
— stypendium	50	38,4
— własne dochody z pracy	19	14,6
— pieniądze od rodziców	117	90,0
— inne	24	18,4
7. Przeciętna wysokość miesięcznych przychodów (w zł)	342	
8. Częstotliwość noszenia spodni dżinsowych:		
— okazjonalnie	12	9,2
— często	73	56,2
— codziennie	45	34,6
9. Liczba kupowanych w roku par spodni:		
— 1 para	36	27,7
— 2 pary	57	43,8
— 3 pary	28	21,5
— 4 i więcej par	9	6,9
10. Przeciętny czas użytkowania jednej pary spodni (w miesiącach)	15	

¹ Respondenci mogli zaznaczyć kilka wariantów odpowiedzi

W drugiej części przedstawiono siedem cech opisujących wybrane marki spodni. Cechami tymi były:

- 1 - moda (krój, fason),
- 2 - dostępność rozmiarów,
- 3 - wykończenie,
- 4 - odporność na ścieranie,
- 5 - wybór kolorów,
- 6 - popularność,
- 7 - cena.

Respondentów poproszono o uporządkowanie obiektów ze względu na każdą zmienną poprzez nadanie im rang, przy czym rangi były kolejnymi liczbami naturalnymi od 1 do 9. Liczba 1 oznaczała ocenę najlepszą, a liczba 9 ocenę najgorszą. Uszeregowanie w ten sposób obiektów pozwoliło na dokonanie oceny marek spodni ze względu na poszczególne zmienne.

W trzeciej części respondenci ocenili postrzeganie badanych marek spodni ze względu na wcześniej wymienione zmienne. Zmienne przedstawiono na 7-stopniowej skali semantycznej, a krańce skali podano w postaci antonimów. Respondenci mieli za zadanie wyróżnić na każdej skali – zgodnie ze swoimi preferencjami – jedną kategorię. Każda z siedmiu skal posłużyła do prezentacji postawy względem określonej cechy opisującej obiekt badania.

Na podstawie danych otrzymanych z każdej części ankiety przeprowadzono skalowanie wielowymiarowe. Do skalowania wykorzystano program ALSCAL dostępny w pakiecie statystycznym *SPSS for Windows v. 7.5*.

5.3. Pozycjonowanie wybranych marek spodni dżinsowych

Odpowiedzi respondentów udzielone w pierwszej części ankiety były podstawą do przedstawienia podobieństw między obiektami. Po obliczeniu średnich arytmetycznych dla każdej porównywanej pary, otrzymano macierz odległości (tab. 5.2).

Tabela 5.2

Macierz odległości między markami spodni dżinsowych

Marka	Symbol	a	b	c	d	e	f	g	h	i
Mustang	a	0,00								
Diesel	b	3,89	0,00							
His	c	4,63	3,48	0,00						
Dallas	d	4,48	3,89	3,38	0,00					
Levi's	e	3,83	4,35	5,13	4,96	0,00				
Americanos	f	4,74	4,11	4,11	4,08	4,97	0,00			
Wrangler	g	3,43	4,25	4,59	4,52	4,30	4,42	0,00		
Lee	h	3,58	4,26	4,58	4,32	3,45	4,50	2,92	0,00	
Big Star	i	4,05	4,60	4,26	4,08	4,61	3,67	4,37	4,39	0,00

Po czterech iteracjach skalowania wielowymiarowego otrzymano konfigurację marek spodni dżinsowych w przestrzeni dwuwymiarowej (zob. rys. 5.3 oraz tab. 5.3), dla której współczynnik Kruskala wynosi $S = 0,28719$ (współczynnik Younga $SS = 0,36189$). Na rys. 5.3 wymiar 1 oznacza walory użytkowe badanych marek, a wymiar 2 - ich cenę.

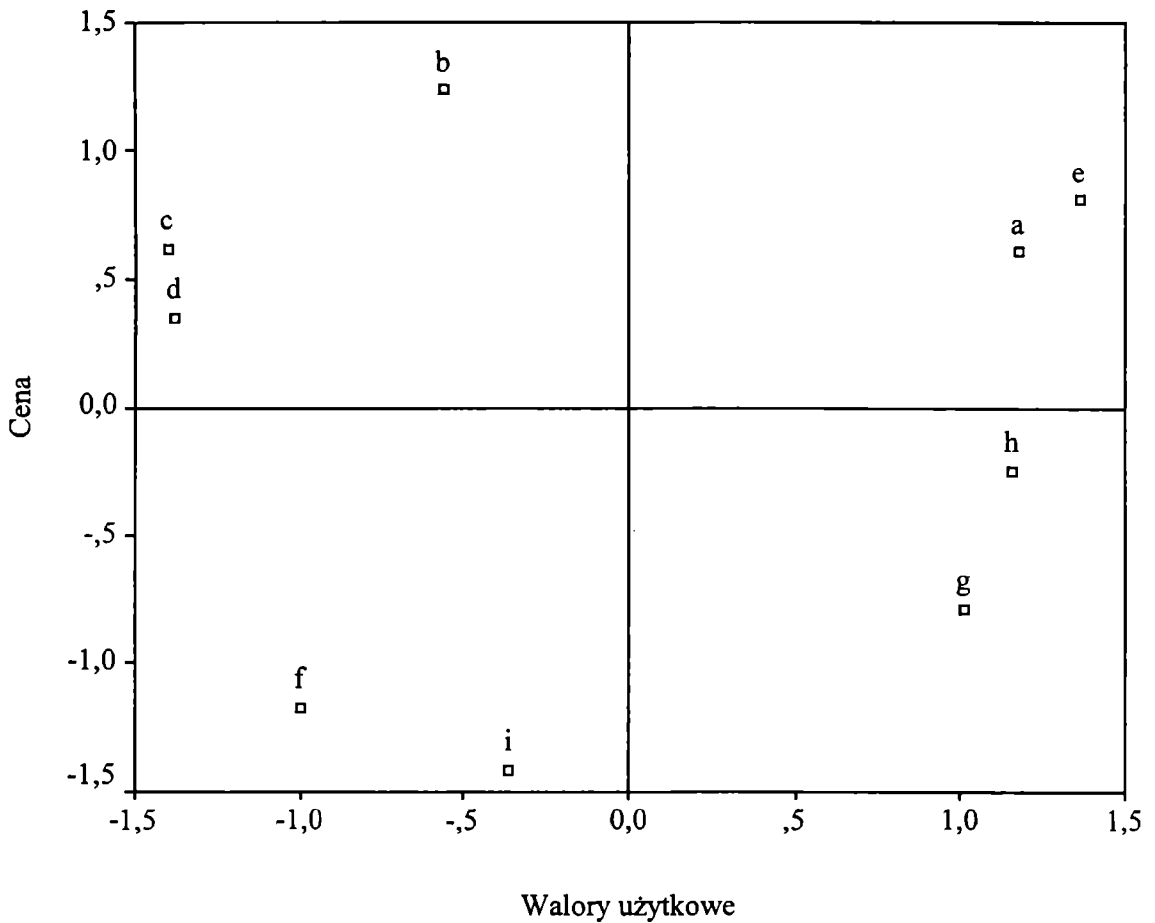
Tabela 5.3

Współrzędne marek spodni w dwuwymiarowej przestrzeni

Marka spodni	Symbol	Wymiar 1	Wymiar 2
Mustang	a	1,1750	0,6060
Diesel	b	-0,5624	1,2364
His	c	-1,4002	0,6209
Dallas	d	-1,3794	0,3479
Levi's	e	1,3608	0,8078
Americanos	f	-0,9967	-1,1697
Wrangler	g	1,0098	-0,7866
Lee	h	1,1555	-0,2464
Big Star	i	-0,3624	-1,4164

Rysunek 5.3 wskazuje na występowanie grup marek spodni ocenianych przez respondentów jako podobne, a tym samym konkurujących ze sobą na rynku. Są nimi:

- Mustang i Levi's,
- Wrangler i Lee,
- Americanos i Big Star,
- His i Dallas,



Rys. 5.3. Dwuwymiarowa konfiguracja punktów reprezentujących marki spodni dzinsowych uzyskana za pomocą modelu skalowania wielowymiarowego ALSCAL

Mustang i Levi's oceniane są jako marki o najlepszych walorach użytkowych, ale mające wysoką cenę. Zbliżone walory użytkowe przy nieco niższej cenie posiada druga z wymienionych par - Wrangler i Lee. Jako najtańsze przy swoich walorach użytkowych oceniane są Americanos i Big Star.

nos i Big Star. His i Dallas charakteryzują się najgorszymi z pośród badanych marek walorami użytkowymi przy stosunkowo wysokiej cenie. Marką odizolowaną jest Diesel oceniany jako drogi przy przeciętnych walorach użytkowych.

W drugiej części ankiety respondenci określili swoje preferencje poprzez nadanie rang markom spodni ze względu na każdą z wymienionych zmiennych. Na podstawie uśrednionych ocen respondentów utworzono macierz danych (tab. 5.4)

Tabela 5.4

Średnie rangi marek spodni dla 7 badanych zmiennych

Marka	Symbol	Numer zmiennej						
		1	2	3	4	5	6	7
Mustang	a	4,010	4,340	3,800	3,790	4,740	3,990	4,650
Diesel	b	5,370	5,770	5,210	5,010	5,730	6,180	5,250
His	c	8,870	6,690	6,820	6,710	6,610	7,780	5,230
Dallas	d	6,000	6,210	6,420	6,070	6,030	7,090	4,440
Levi's	e	2,460	3,090	2,540	3,240	3,250	1,950	6,110
Americanos	f	6,290	5,130	6,150	6,280	3,910	5,390	4,130
Wrangler	g	3,670	4,160	3,570	3,630	4,570	3,790	4,910
Lee	h	4,490	4,930	4,500	4,440	5,210	4,370	5,660
Big Star	i	5,720	4,450	5,950	5,870	4,770	4,350	4,390

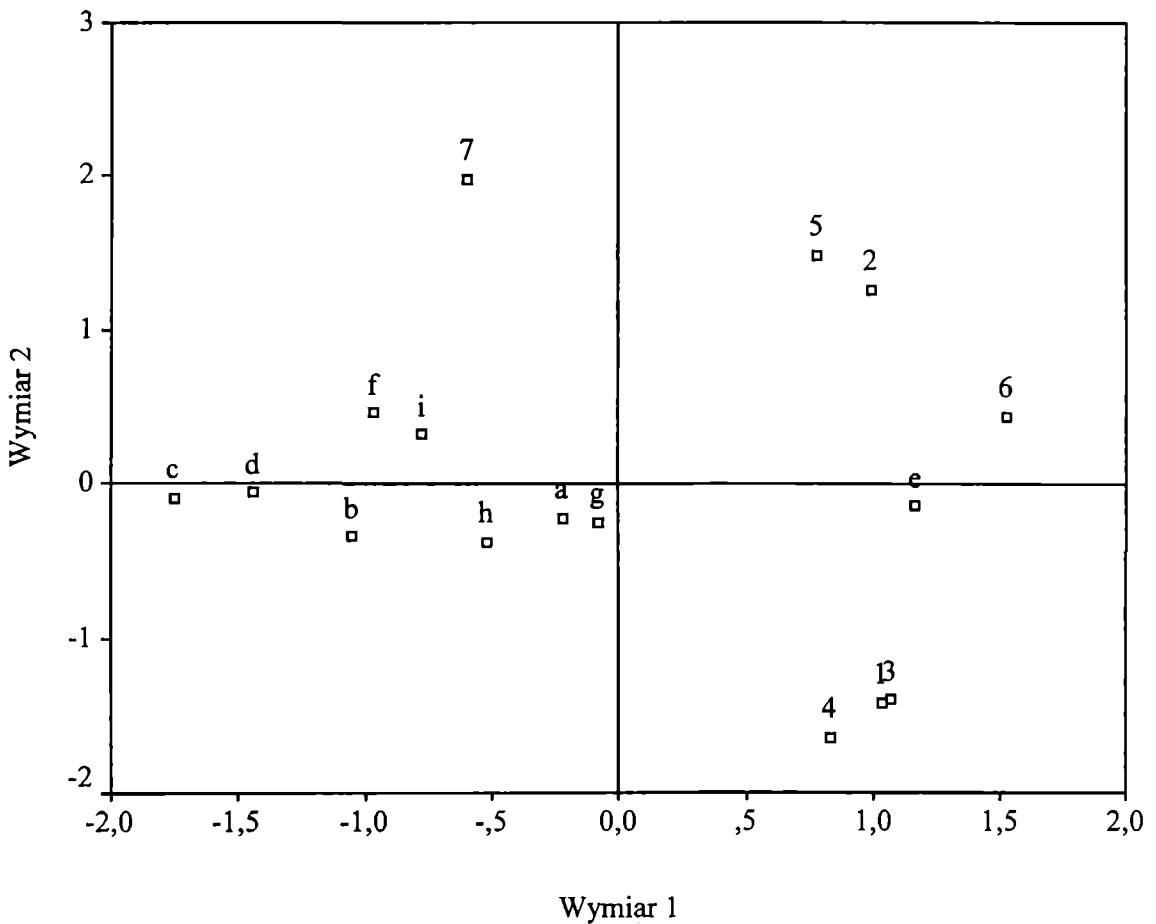
W wyniku skalowania wielowymiarowego po 107 iteracjach (współczynnik Kruskala wynosi $S = 0,07547$, a współczynnik Younga $SS = 0,07663$) otrzymano na mapie percepcyjnej (zob. rys. 5.4) konfigurację punktów reprezentujących badane marki spodni oraz cech, ze względu na które marki te były oceniane. Współrzędne wyznaczonych punktów podano w tabeli 5.5.

Rysunek 5.4 wskazuje na występowanie trzech grup cech mających wpływ na ocenę poszczególnych marek. Są nimi:

- powszechność (dostępność rozmiarów, wybór kolorów i popularność);
- jakość (modny krój, wykończenie, odporność na ścieranie);

Współrzędne punktów reprezentujących marki spodni
oraz zmienne w dwuwymiarowej przestrzeni

Marka	Symbol	Wymiar 1	Wymiar 2	Zmienna	Wymiar 1	Wymiar 2
Mustang	a	-0,2195	-0,2145	1	1,0370	-1,4288
Diesel	b	-1,0519	-0,3399	2	0,9938	1,2595
His	c	-1,7533	-0,0986	3	1,0725	-1,4204
Dallas	d	-1,4371	-0,0588	4	0,8310	-1,6449
Levi's	e	1,1664	-0,1419	5	0,7771	1,4890
Americanos	f	-0,9643	0,4604	6	1,5239	0,4385
Wrangler	g	-0,0803	-0,2474	7	-0,5953	1,9815
Lee	h	-0,5235	-0,3692			
Big Star	i	-0,7766	0,3194			



Rys. 5.4. Dwuwymiarowa konfiguracja marek spodni dżinsowych oraz opisujących je cech

Rozkład punktów na rys. 5.4 wskazuje, że realizacje zmiennych należących do dwóch pierwszych grup mają podobny wpływ na pozycję wszystkich badanych marek, dlatego określono je łącznie jako walory użytkowe.

Najbardziej popularny Levi's leży blisko dwóch pierwszych grup cech. Oznacza to, że jest on ze względu na nie oceniany pozytywnie, co wyraźnie odróżnia go od wszystkich pozostałych marek spodni. Duża odległość od trzeciej cechy świadczy o wysokiej cenie tej marki. Najmniej powszechne, posiadające najgorszą jakość i jednocześnie drogie, to zdaniem respondentów His i Dallas. Americanos i Big Star charakteryzują się przeciętnymi walorami użytkowymi, ale są najtańsze ze wszystkich badanych marek.

Podstawą do przeprowadzenia skalowania wielowymiarowego były również opinie respondentów przedstawione w trzeciej części ankiety. Uśrednione odpowiedzi 130 respondentów zawiera tabela 5.6.

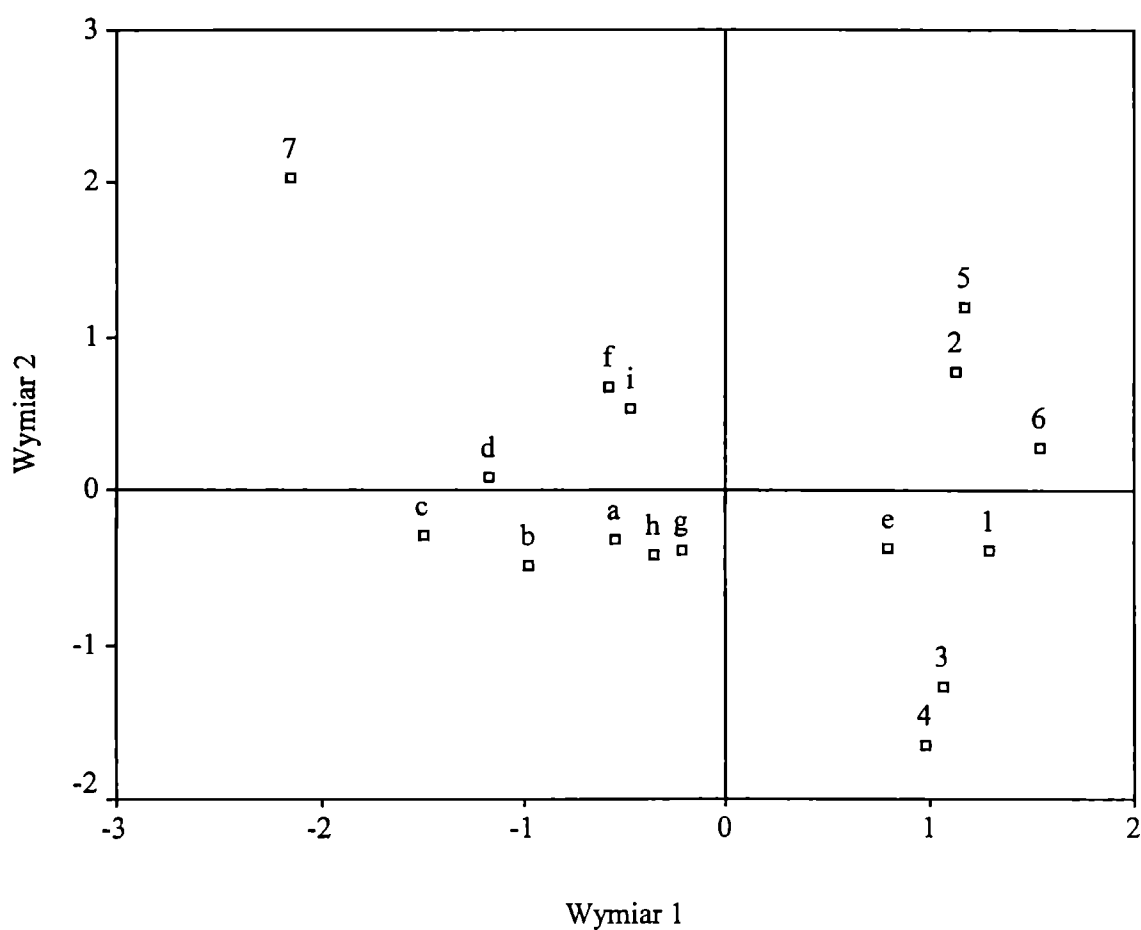
Tabela 5.6

Średnie oceny marek spodni dla 7 badanych zmiennych

Marka	Symbol	Numer zmiennej						
		1	2	3	4	5	6	7
Mustang	a	3,030	3,140	3,020	3,290	3,920	2,820	4,420
Diesel	b	3,560	3,910	3,520	3,690	4,150	4,070	4,450
His	c	4,250	4,120	4,240	4,350	4,390	5,460	3,930
Dallas	d	3,820	3,620	3,950	4,220	4,050	4,540	3,190
Levi's	e	1,490	2,230	2,020	2,290	2,620	1,370	5,970
Americanos	f	3,250	3,060	4,030	4,250	2,860	3,050	2,880
Wrangler	g	2,300	2,870	2,420	2,560	3,540	2,620	4,680
Lee	h	2,760	3,080	2,750	2,820	3,520	2,900	4,740
Big Star	i	3,340	2,750	3,620	4,260	3,140	2,560	3,620

Współrzędne punktów reprezentujących marki spodni
oraz zmienne w dwuwymiarowej przestrzeni

Marka	Symbol	Wymiar 1	Wymiar 2	Zmienna	Wymiar 1	Wymiar 2
Mustang	a	-0,5497	-0,3150	1	1,2893	-0,3937
Diesel	b	-0,9812	-0,4867	2	1,1298	0,7689
His	c	-1,4942	-0,2926	3	1,0670	-1,2677
Dallas	d	-1,1751	0,0834	4	0,9816	-1,6454
Levi's	e	0,7958	-0,3768	5	1,1734	1,1944
Americanos	f	-0,5783	0,6793	6	1,5399	0,2879
Wrangler	g	-0,2163	-0,3843	7	-2,1541	2,0306
Lee	h	-0,3548	-0,4146			
Big Star	i	-0,4732	0,5324			



Rys. 5.5. Dwuwymiarowa konfiguracja marek spodni dżinsowych oraz opisujących je cech

Po 116 iteracjach skalowania wielowymiarowego (współczynnik Kruskala $S = 0,11063$, a współczynnik Younga $SS = 0,07989$) otrzymano dwuwymiarową konfigurację 9 obiektów oraz 7 zmiennych, których współrzędne przedstawia tabela 5.7.

Układ punktów na mapie percepcyjnej (zob. rys. 5.5) jest bardzo podobny do układu punktów na rys. 5.4. W związku z tym analogiczna jest również interpretacja otrzymanych wyników. Levi's posiada najlepsze walory użytkowe, Americanos i Big Star są najtańsze, a Diesel i His charakteryzują się najgorszymi walorami użytkowymi przy stosunkowo wysokiej cenie.

Dane z tabeli 5.7 posłużyły również do wyznaczenia macierzy odległości między badanymi obiektami, traktowanymi jako punkty w 7-wymiarowej przestrzeni, gdzie każdy wymiar odpowiadał zmiennej opisującej marki spodni (zob. tab. 5.8).

Po trzech iteracjach skalowania wielowymiarowego otrzymano dwuwymiarową mapę percepcyjną marek spodni (współczynnik Kruskala wynosi $S = 0,01920$, a współczynnik Younga $SS = 0,01156$), gdzie wymiar pierwszy oznacza walory użytkowe, a wymiar 2 – cenę (zob. rys. 5.6).

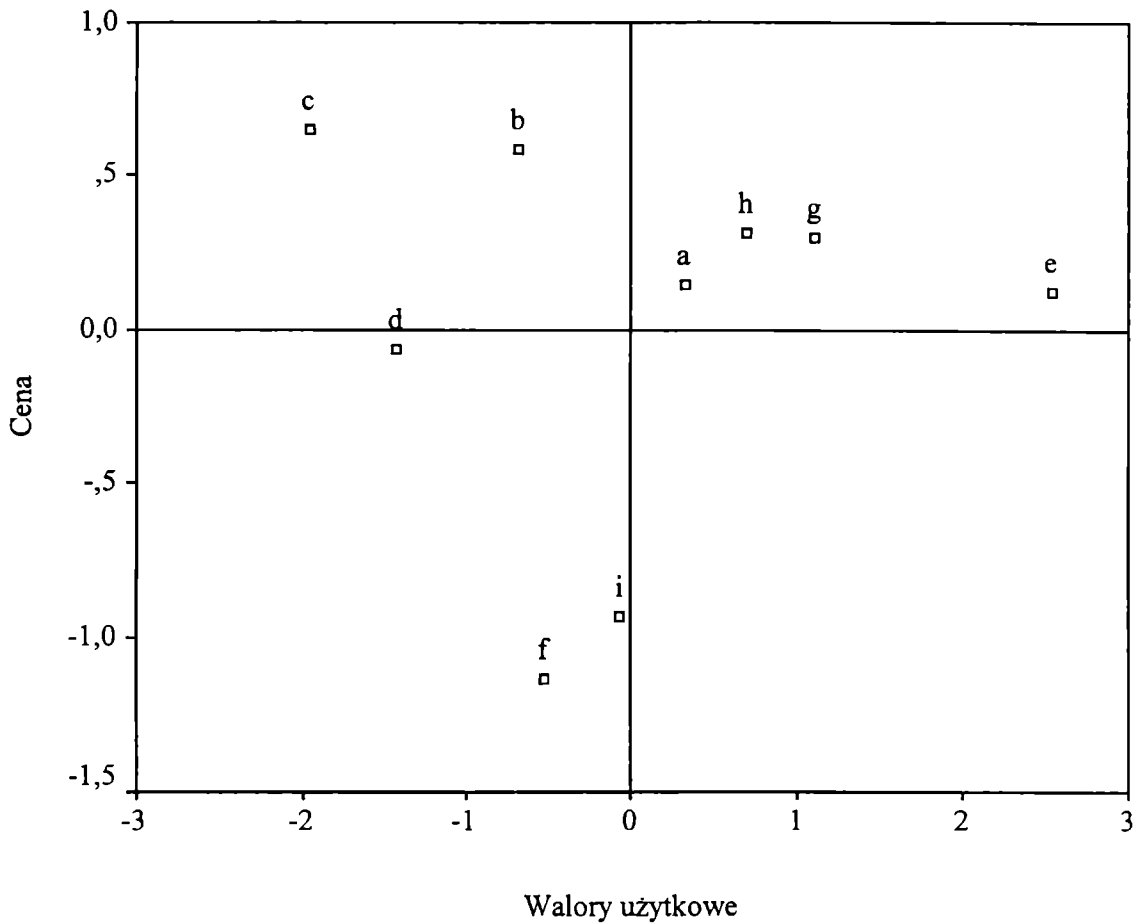
Tabela 5.8

Macierz odległości między markami spodni dżinsowych
wyznaczonych na podstawie danych z tabeli 5.6.

Marka	Symbol	a	b	c	d	e	f	g	h	i
Mustang	a	0,00								
Diesel	b	1,70	0,00							
His	c	3,53	1,93	0,00						
Dallas	d	2,66	1,56	1,43	0,00					
Levi's	e	3,38	4,82	6,66	5,88	0,00				
Americanos	f	2,36	2,56	3,38	2,09	4,91	0,00			
Wrangler	g	1,32	2,77	4,61	3,76	2,31	3,20	0,00		
Lee	h	0,80	2,13	3,98	3,19	2,79	2,80	0,72	0,00	
Big Star	i	1,69	2,39	3,63	2,46	4,16	1,07	2,59	2,19	0,00

Współrzędne marek spodni w dwuwymiarowej przestrzeni

Marka spodni	Symbol	Wymiar 1	Wymiar 2
Mustang	a	0,3285	0,1457
Diesel	b	-0,6910	0,5869
His	c	-1,9524	0,6500
Dallas	d	-1,4265	-0,0621
Levi's	e	2,5339	0,1273
Americanos	f	-0,5274	-1,1343
Wrangler	g	1,1096	0,3017
Lee	h	0,6946	0,3151
Big Star	i	-0,0693	-0,9304



Rys. 5.6. Dwuwymiarowa konfiguracja marek spodni dżinsowych

Przedstawione wyniki skalowania wielowymiarowego otrzymane na podstawie porównań parami oraz przy wykorzystaniu skal pomocniczych są zbliżone do siebie i potwierdzają, że respondenci oceniają marki spodni według dwóch podstawowych kryteriów, którymi są walory użytkowe (jakość i powszechność) oraz cena. Marką nie mającą konkurentów na rynku jest Levi's, najlepiej oceniany ze względu na walory użytkowe. Markami uważanymi za najtańsze są Americanos i Big Star, a najbardziej podobne to Mustang, Wrangler i Lee. Wydaje się, że nieco odmienne wyniki prezentujące Mustang jako najbardziej podobne do Levi's wiążą się z zastosowaną w pierwszej części metodą zbierania danych wejściowych. Potwierdza się, że metoda porównywania parami jest uciążliwa dla respondentów i nie zawsze daje rzeczywiste wyniki. Dlatego wskazane jest stosowanie jej w połączeniu z innymi metodami.

Zaprezentowane mapy percepcyjne wskazują na brak marek spodni tanich, a jednocześnie o wysokich walorach użytkowych (por. rys. 5.6). Wypełnienie tej luki jest niezwykle trudne z uwagi na to, że poprawa jakości wymaga na ogół podniesienia cen produktów. Rys. 5.6 wskazuje na istnienie drugiej luki występującej na rynku obejmującej produkty o niskiej cenie i relatywnie niskich walorach użytkowych. Najprawdopodobniej luka ta jest jednak wypełniona przez mniej znane marki (nie uwzględnione w badaniu) oferujące tanie spodnie dżinsowe o gorszej jakości, ale o szerokiej gamie kolorów i rozmiarów.

ZAKOŃCZENIE

Wraz z rozwojem i powstawaniem nowych przedsiębiorstw wzrasta potrzeba wiarygodnych informacji, na których decydenci mogą opierać swoje decyzje i plany marketingowe. Muszą oni znać potencjalne rozmiary rynku, nastawienie i preferencje konsumentów, skuteczność prowadzonej kampanii reklamowej, itp. Coraz więcej przedsiębiorstw wykorzystuje badania marketingowe, które pomagają menedżerom w podejmowaniu lepszych, trafniejszych decyzji. Większość przedsiębiorstw korzysta w tym celu z usług wyspecjalizowanych firm lub posiada własne komórki badań marketingowych.

Badacze marketingowi rozwinęli wiele, często skomplikowanych technik służących wspomaganie procesów decyzyjnych. Powinni jednak pamiętać, że jeżeli nie jest to konieczne nie należy przytłaczać kierownictwa wymyślnymi technikami statystycznymi, lawiną liczb i wykresów. Powinno się przedstawiać tylko ważne wnioski, mające związek z decyzjami marketingowymi podejmowanymi przez decydentów.

Spośród wielu metod wielowymiarowej analizy statystycznej skalowanie wielowymiarowe w dużej mierze spełnia przedstawione wymagania. Jest to metoda prezentująca złożone zależności występujące na rynku w prostej, graficznej formie. Jednak brak w krajowych publikacjach opracowań dotyczących tej metody sprawia, że jest ona rzadko wykorzystywana przy rozwiązywaniu problemów marketingowych. Niniejsza praca ma na celu prezentację polskiemu czytelnikowi metod skalowania wielowymiarowego oraz ich aplikacyjnych możliwości w badaniach marketingowych.

Najważniejsze wyniki pracy można podzielić na dwie grupy. W pierwszej z nich autor przedstawia metodologiczne podstawy skalowania wielowymiarowego. W pracy omówiono m.in.:

a) sposoby wyznaczania podobieństw między obiektami opierające się na porównaniach parami, które często są podstawą do otrzymania danych wejściowych skalowania wielowymiarowego;

b) podstawowe algorytmy obliczeniowe skalowania wielowymiarowego opierające się zarówno na jednej macierzy odległości między obiektami (z podziałem na metryczne i niemetryczne procedury), a także algorytmy wykorzystujące jako dane wejściowe wiele macierzy odległości (modele różnic indywidualnych). Szczególną uwagę zwrócono na algorytm modelu ALSCAL, który ze względu na swoją uniwersalność należy do najczęściej stosowanych. Dokonano także charakterystyki wybranych programów skalowania wielowymiarowego.

Do drugiej grupy wyników pracy należy wskazanie możliwości aplikacyjnych skalowania wielowymiarowego w rozwiązywaniu konkretnych problemów marketingowych. Jest to kompendium wiedzy opracowane na podstawie najważniejszych źródeł światowej literatury marketingowej. Zaprezentowano przydatność skalowania wielowymiarowego w segmentacji rynku, określaniu pozycji produktów na rynku, rozpoznawaniu luk rynkowych, wprowadzaniu nowych produktów na rynek, określaniu preferencji konsumentów oraz badaniu efektywności haseł reklamowych. Na potwierdzenie praktycznego wykorzystania prezentowanej metody dokonano zestawienia wielu badań marketingowych, w których zastosowano skalowanie wielowymiarowe.

Przeprowadzono także badanie ankietowe, które było podstawą do skalowania wielowymiarowego wybranych marek produktów. Pozwoliło to na określenie pozycji badanych marek na rynku oraz na identyfikację czynników mających wpływ na decyzje konsumentów dotyczących zakupu produktów.

W zamierzeniach autora przeprowadzone badanie miało służyć jedynie prezentacji metod skalowania wielowymiarowego. Świadczy o tym między innymi dobór próby respondentów.

Jednak otrzymane wyniki są zgodne z intuicyjnym wyobrażeniem o badanych markach produktów, przez co potwierdzają skuteczność prezentowanej metody badawczej.

Z pewnością omówione w pracy zagadnienia nie wyczerpują w pełni poruszanego problemu i wymagają dalszych, pogłębionych studiów. Przedmiotem osobnego opracowania powinny być metody pokrewne do skalowania wielowymiarowego takie jak analiza Prokrusta, w której dokonuje się porównania dwóch lub więcej konfiguracji punktów otrzymanych na podstawie różnych badań, analiza głównych składowych czy też analiza korespondencji.

Należy pamiętać, że w konkretnych badaniach marketingowych skalowanie wielowymiarowe może być stosowane w połączeniu z innymi metodami wielowymiarowej analizy statystycznej. W segmentacji rynku poszczególne segmenty wyznaczane są przy pomocy metod klasyfikacji. Następnie metodą k -średnich otrzymuje się macierz odległości euklidesowych pomiędzy poszczególnymi segmentami. Otrzymana macierz odległości stanowi podstawę do przeprowadzenia skalowania wielowymiarowego, w wyniku którego ustalona zostaje dwuwymiarowa konfiguracja punktów pozwalająca na graficzną prezentację segmentów rynku.

Przykładem połączenia skalowania wielowymiarowego i metod klasyfikacji może być również skalowanie różnic skupień (*cluster differences scaling*). W tej metodzie każdy obiekt przydzielony jest do określonego skupiska, a każde skupisko reprezentowane jest przez punkt w wielowymiarowej przestrzeni. W skalowaniu różnic skupień miara dopasowania optymalizowana jest zarówno ze względu na współrzędne punktów reprezentujących wydzielone skupiska, jak również ze względu na obiekty należące do poszczególnych skupisk.

Autor zdaje sobie sprawę, że skalowanie wielowymiarowe nie jest panaceum na rozwiązywanie wszystkich problemów marketingowych. Badacz nie może być zorientowany na metody. Przede wszystkim powinien skoncentrować się na określonym problemie marketingowym, a dopiero w drugiej kolejności wybrać odpowiednie narzędzie analityczne. Jeżeli moż-

liwe jest zastosowanie kilku metod badawczych, nie należy polegać na wskazaniach tylko jednej z nich.

Jak wynika z przedstawionej pracy skalowanie wielowymiarowe znajduje zastosowanie w wielu obszarach badań marketingowych. W wielu przypadkach metoda ta stosowana łącznie z innymi metodami wielowymiarowej analizy statystycznej. Zaprezentowane decydnym w komunikatywny sposób wielowymiarowe, złożone zagadnienia z pewnością wpłyną na stopień wykorzystania badań marketingowych w podejmowaniu konkretnych decyzji rynkowych.

LITERATURA

- Adams A.J., Van Anken S.: *Observations: a New Approach to Measuring Product Category Membership*. „Journal of Advertising Research”, September/October 1995, No. 5, 73-79.
- Altkorn J.: *Podstawy marketingu*. Kraków: Instytut Marketingu 1995.
- Arabie P., Carroll J.D., DeSarbo W.S.: *Three-way Scaling and Clustering*. Beverly Hills: Sage 1987.
- Bąk A., Walesiak M.: *Metody estymacji parametrów w modelu conjoint analysis*. Zeszyt nr 4 Sekcji Klasyfikacji i Analizy Danych PTS pt. „Klasyfikacja i analiza danych – teoria i zastosowania”. Jelenia Góra–Wrocław–Katowice 1997.
- Beane T.P., Ennis D.M.: *Market Segmentation. a Review*. „European Journal of Marketing”, 1987 No. 5, vol. 21, 20-42.
- Berkowitz E.N., Kevin R.A., Hartley S.W., Rudelins W.: *Marketing*. Homewood: Irwin 1992.
- Biela A.: *Skalowanie wielowymiarowe jako metoda badań naukowych*. Towarzystwo Naukowe KUL: Lublin 1992.
- Borg I., Groenen P.: *Modern Multidimensional Scaling. Theory and Applications*. New York: Springer-Verlag 1997.
- Borys T.: *Elementy teorii jakości*. Warszawa: PWN 1980.
- Boyd H.W., Westwall R., Stasch S.F.: *Marketing Research. Text and Cases*. Homewood: Irwin 1989.
- Brinberg D., Wood R.: *A Resource Exchange Theory Analysis of Consumer Behavior*. „Journal of Consumer Research”, December 1983, No. 3, 330-338.
- Carroll J.D., Arabie P.: *Multidimensional Scaling*. „Annual Review of Psychology”, 1980, Vol. 31, 161-191.
- Carroll J.D., Chang J.J.: *Analysis of Individual Differences in Multidimensional Scaling via an N-way Generalization of „Eckart - Young” Decomposition*. „Psychometrika”, 1970, 35, 238-319.

- Carroll J.D., Green P.E., Schaffer C.M.: *Comparing Interpoint Distances in Correspondence Analysis: a Clarification*. „Journal of Marketing Research”, November 1987, 271-275.
- Churchill G.A.: *Marketing Research. Methodological Foundations*. Chicago: Dryden 1991.
- Cooper L.G.: *A Review of Multidimensional Scaling in Marketing Research*. „Applied Psychological Measurement”, Fall 1983, No. 4.
- Cox T.F., Cox M.A.A.: *Multidimensional Scaling*. Londyn: Chapman and Hall 1994.
- Davison M.L.: *Multidimensional Scaling*. New York: John Wiley and Sons 1983.
- De Leeuw J., Young F.W., Takane Y.: *Additive Structure in Qualitative Data: an Alternating Least Squares Method with Optimal Scaling Features*. „Psychometrika”, 1976, 471-504.
- De Leeuw J.: *Differentiability of Kruskal's Stress at a Local Minimum*. „Psychometrika”, 1984, 49, No. 1, 111-113.
- Garbarski L., Rutkowski I., Wrzosek W.: *Marketing*. Warszawa: PWE 1992.
- Garbarski L.: *Metody badania postaw nabywców*. „Reklama” 1989 nr 1, 19–21.
- Goldberger A.S.: *Teoria ekonometrii*. Warszawa: PWE 1975.
- Grabiński T.: *Metody taksonometrii*. Kraków: Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej 1992.
- Green P.E., Carmone F.J., Smith S.M.: *Multidimensional Scaling. Concepts and Applications*. Boston, London, Sydney, Toronto: Allyn and Bacon 1989.
- Green P.E., Kim J.S.: *Beyond the Quadrant Chart: Designing Effective Benefit Bundle Strategies*. „Journal of Advertising Research”, December 1991, No. 6, 56-63.
- Green P.E., Krieger A.M., Carroll J.D.: *A Simple Approach to Target Market Advertising Strategy*. „Journal of Advertising Research”, October/November 1987, 21-27.
- Green P.E., Krieger A.M.: *A Simple Approach to Target Market Advertising Strategy*. „Journal of Market Research Society”, April 1993, No. 2, 161-170.
- Green P.E., Rao V.R.: *Applied Multidimensional Scaling*. New York: Holt, Rinehart and Winston 1972.
- Green P.E., Tull D.S., Albaum G.: *Research for Marketing Decisions*. Englewood Cliffs: Prentice–Hall 1988.

- Green P.E.: *Marketing Applications of MDS: Assessment and Outlook*. „Journal of Marketing”, January 1975, 24-31.
- Hair J.F., Anderson R.E., Tatham R.L., Black W.C.: *Multivariate Data Analysis with Readings*. Englewood Cliffs: Prentice Hall 1995.
- Hodkinson G.P., Padmore J., Tomes A.E.: *Mapping Consumers' Cognitive Structures: a Comparison of Similarity Trees with Multidimensional Scaling and Cluster Analysis*. „European Journal of Marketing”, 1991, Vol. 25, No. 7, 41-60.
- Hoffman D.L., Batra R.: *Viewer Response to Programs: Dimensionality and Concurrent Behavior*. „Journal of Advertising Research”, August/September 1991, No. 4, 46-56.
- Hoffman D.L., Franke G.R.: *Correspondence Analysis: Graphical Representation of Categorical Data in Marketing Research*. „Journal of Marketing Research”, August 1986, 248-269.
- Holbrook M.B., Lehmann D.R.: *Allocating Discretionary Time: Complementarily among Activities*. „Journal of Consumer Research”, March 1981, No. 4, 395-406.
- Hooley G.J.: *Multidimensional Scaling of Consumer Perceptions and Preferences*. „European Journal of Marketing”, 1980, Vol. 14, No. 7, 436-448.
- Jajuga K., Walesiak M.: *Uwagi o badaniach niewyczerpujących przy zastosowaniu metod statystycznej analizy wielowymiarowej*. Konferencja naukowa nt. „Statystyka regionalna. Sondaż i integracja baz danych” (Baranowo k. Poznania, 25–27 września 1996 r.). Akademia Ekonomiczna w Poznaniu 1997, 33–41.
- Jajuga K.: *Statystyczna analiza wielowymiarowa*. Warszawa: PWN 1993.
- Jajuga K.: *Statystyka ekonomicznych zjawisk złożonych – wykrywanie i analiza niejednorodnych rozkładów wielowymiarowych*. Prace Naukowe AE we Wrocławiu nr 371, 1987. Seria: Monografie i opracowania nr 39.
- Kaczmarczyk S.: *Badania marketingowe. Metody i techniki*. Warszawa: PWE 1991.
- Kaufman L., Rousseeuw P.J.: *Finding Groups in Data: an Introduction to Cluster Analysis*. New York: Wiley 1990.
- Kendall M.G.: *Multivariate Analysis*. London: Griffin 1975.

- Kinney T.C., Taylor J.R.: *Marketing Research. An Applied Approach*. New York: McGraw-Hill 1991.
- Kotler P.: *Marketing Management. Analysis, Planning, Implementation, and Control*. Englewood Cliffs: Prentice-Hall 1988.
- Kotler P.: *Marketing. Analiza, planowanie, wdrażanie i kontrola*. Warszawa: Geberthner i Ska 1994.
- Kozielecki J. (red.): *Problemy psychologii matematycznej*. Warszawa: PWN 1971.
- Kramer J. (red): *Badania rynkowe i marketingowe*. Warszawa: PWE 1994.
- Kruskal J.B., Wish M.: *Multidimensional Scaling*. Beverly Hills: Sage 1978.
- Kruskal J.B.: *Multidimensional scaling by optimising goodness of fit to a nonmetric hypothesis*. „Psychometrika”, 1964a, No. 29, 1-27.
- Kruskal J.B.: *Nonmetric Multidimensional Scaling: a Numerical Method*. „Psychometrika”, 1964b, No. 29, 115-129.
- Lautman M.R., Percy L.H., Kordish G.R.: *Campaigns from Multidimensional Scaling*. „Journal of Advertising Research”, June 1978, 35-40.
- MacKay D.B., Dröge C.: *Extensions of Probabilistic Perceptual Maps With Implications for Competitive Positioning and Choice*. „International Journal of Research in Marketing”, 1990, No. 7, 265-282.
- Mazanec J.A., Schweiger G.C.: *Improved Marketing Efficiency through Multiproduct Brand Names? An Empirical Investigation of Image Transfer*. „European Research”, January 1981, No. 1, 32-44.
- Meade N.: *Strategic Positioning in the UK Car Market*. „European Journal of Marketing”, 1987, Vol. 21, No. 5, 43-56.
- Narayana C.L.: *The Stability of Perceptions*. „Journal of Advertising Research”, April 1976, 45-49.
- Ostasiewicz W.: *Zastosowanie zbiorów rozmytych w ekonomii*. Warszawa: PWN 1986.
- Perry M., Izraeli D., Perry A.: *Image Change as a Result of Advertising*. „Journal of Advertising Research”, February 1976, 45-50.
- Pociecha J.: *Statystyczne metody segmentacji rynku*. Kraków: Akademia Ekonomiczna 1986.

- Rangan V.K., Moriarty R.T., Swartz G.S.: *Segmenting Customers in Mature Industrial Markets*. „Journal of Marketing”, October 1992, 72-82.
- Schiffman S.S., Reynolds M.L., Young F.W.: *Introduction to Multidimensional Scaling: the Theory, Methods and Applications*. New York: Academic Press 1981.
- Seber G.A.F.: *Multivariate Observations*. New York: Wiley 1984.
- Shepard R.N.: *Analysis of Proximities: Multidimensional Scaling with an Unknown Distance Function. I and II*. „Psychometrika”, 1962, 27, 125-140, 219-246.
- Singson R.L.: *Multidimensional Scaling Analysis of Store Image and Shopping Behavior*. „Journal of Retailing”, Summer 1975, No. 2, 38-52.
- Smith R.E., Lusch R.F.: *How Advertising Can Position a Brand*. „Journal of Advertising Research”, February 1976, 37-43.
- Sokołowski A.: *Identyfikacja osi w skalowaniu wielowymiarowym*. Zeszyt nr 2 Sekcji Klasyfikacji i Analizy Danych PTS pt „Klasyfikacja i analiza danych - problemy teoretyczne”. Jelenia Góra - Wrocław - Kraków 1995, 97-100.
- Sokołowski A.: *Privatization Referendum 1996 in Poland in Search of the Voting Patterns*. Materiały z XIX Ogólnopolskiego Seminarium Naukowego nt. *Przestrzenno – czasowe modelowanie i prognozowanie zjawisk gospodarczych*. Kraków: Wydawnictwo AE 1998, 189-192.
- SPSS for Windows, Version 7.5*. Chicago: SPSS Inc. 1997.
- Stevens S.S.: *Measurement, Psychophysics and Utility*. W: Churchmann C.W., Ratoosh P. *Measurement; Definitions and Theories*. New York: Wiley 1959.
- Takane Y., Young F.W., de Leeuw J.: *Nonmetric Individual Differences in Multidimensional Scaling: an Alternating Least Squares Method with Optimal Scaling Features*. „Psychometrika”, 1978, 42, 7-67.
- Teas R.K., Perr A.L.: *A Test of a Decompositional Method of Multiattribute Perceptions Measurement*. „Journal of Consumer Research”, December 1989, No. 3, 384-391.
- Torgerson W.S.: *Multidimensional Scaling: Theory and Method*. „Psychometrika”, 1952, 17, 401-419

- Walesiak M., Bąk A.: *Realizacja badań marketingowych metodą conjoint analysis z wykorzystaniem pakietu statystycznego SPSS for Windows*. Wrocław: Wydawnictwo AE we Wrocławiu 1997.
- Walesiak M.: *Metody analizy danych marketingowych*. Warszawa: PWN 1996.
- Walesiak M.: *Statystyczna analiza wielowymiarowa w badaniach marketingowych*. Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu 1993 nr 654. Seria: Monografie i opracowania nr 101.
- Walesiak M.: *Zastosowania skalowania wielowymiarowego w rozwiązywaniu problemów marketingowych*. Materiały z VII Ogólnopolskiej Konferencji Naukowej w Świnoujściu nt. *Mikroekonomia w teorii i praktyce*. Szczecin: US 1995.
- Wieczorkowska G.: *Zastosowanie skalowania wielowymiarowego do wydobywania „ukrytej struktury” w danych o podobieństwie obiektów*. W: Paszkiewicz E., Szustrowa T.: *Metody badań psychologicznych*. Seria III. Tom 4. Warszawa: PWN 1985, 66-87.
- Wilczyński J.: *Skalowanie wielowymiarowe jako metoda geometrycznej reprezentacji psychologicznej relacji podobieństwa*. „Przegląd Psychologiczny”, 1980, nr 3, 549-567.
- Wilkes R.E.: *Product Positioning by Multidimensional Scaling*. „Journal of Marketing Research”, August 1977, 15-19.
- Wind Y.: *Issues and Advances in Segmentation Research*. „Journal of Marketing Research”, 1978, Vol. 15, 317-337.
- Young F.W., de Leeuw J., Takane Y.: *Regression with Qualitative and Quantitative Variables: an Alternating Least Squares Method with Optimal Scaling Features*. „Psychometrika”, 1976, 41, 505-529.
- Young F.W., Hamer R.M.: *Multidimensional Scaling. History, Theory and Applications*. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates 1987.
- Young F.W., Null C.H.: *Multidimensional Scaling of Nominal Data: the Recovery of Metric Information with ALSCAL*. „Psychometrika”, 1978, 43, No. 3, 367-379.
- Young F.W., Takane Y., Lewycky R.: *Three Notes on ALSCAL*. „Psychometrika”, 1978, 43, 433-435.

- Young F.W.: *Multidimensional Scaling*. W: Kotz S., Johnson N.L. (eds.): *Encyclopedia of Statistical Sciences*. Vol. 5. New York: Wiley 1985, 649-659.
- Young G., Householder A.S.: *Discussion of a Set of Points in Terms of their Mutual Distances*. „Psychometrika”, 1938, 3, 19-22.
- Zaborski A. *Klasyczne skalowanie wielowymiarowe*. Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu (w druku).
- Zaborski A.: *Metody wielowymiarowej analizy statystycznej w badaniach marketingowych – krótka charakterystyka oraz podstawowe zastosowania*. Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu (w druku).
- Zaborski A.: *Modele różnic indywidualnych w skalowaniu wielowymiarowym*. Materiały z XXXIII Konferencji Statystyków, Ekonometryków, Matematyków Polski Południowej. Wrocław: Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu 1997, 149-159.
- Zaborski A.: *Przegląd zastosowań skalowania wielowymiarowego w rozwiązywaniu problemów marketingowych*. Zeszyt nr 4 Sekcji Klasyfikacji i Analizy Danych PTS pt. „Klasyfikacja i analiza danych – teoria i zastosowania”. Jelenia Góra–Wrocław–Katowice 1997, 108-121.
- Zaborski A.: *Skalowanie wielowymiarowe - charakterystyka modelu ALSCAL*. Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu 1997, 87-98.

Porównywana para marek spodni dżinsowych	Bardzo podobne						Mało podobne
	1	2	3	4	5	6	7
Dallas i Levi's							
Dallas i Americanos							
Dallas i Wrangler							
Dallas i Lee							
Dallas i Big Star							
Levi's i Americanos							
Levi's i Wrangler							
Levi's i Lee							
Levi's i Big Star							
Americanos i Wrangler							
Americanos i Lee							
Americanos i Big Star							
Wrangler i Lee							
Wrangler i Big Star							
Lee i Big Star							

CZEŚĆ II

Poniżej przedstawiono siedem cech opisujących wybrane marki spodni dżinsowych. Proszę o określenie swoich preferencji (osobno ze względu na każdą cechę) poprzez odpowiednie przyporządkowanie poszczególnym markom spodni dżinsowych kolejnych liczb naturalnych od 1 do 9. Liczba 1 oznacza ocenę najlepszą, a liczba 9 ocenę najgorszą.

Marka	Moda (krój, fason)	Dostępność rozmiarów	Wykończenie	Odporność na ścieranie	Wybór kolorów	Popularność	Cena
Mustang							
Diesel							
His							
Dallas							
Levi's							
Americanos							
Wrangler							
Lee							
Big Star							

CZĘŚĆ III

Proszę ocenić, zgodnie ze swoimi preferencjami (w 7-stopniowej skali), postrzeganie każdej marki spodni dżinsowych osobno dla każdej wyróżnionej cechy przez wstawienie w odpowiednim polu symbolu „X”

MUSTANG								
	1	2	3	4	5	6	7	
A. Modny krój (fason)								Niemodny krój (fason)
B. Szeroka dostępność rozmiarów								Wąska dostępność rozmiarów
C. Staranne wykończenie								Niestaranne wykończenie
D. Odporne na ścieranie								Mało odporne na ścieranie
E. Duży wybór kolorów								Mały wybór kolorów
F. Popularne								Niepopularne
G. Tanie								Drogie

DIESEL								
	1	2	3	4	5	6	7	
A. Modny krój (fason)								Niemodny krój (fason)
B. Szeroka dostępność rozmiarów								Wąska dostępność rozmiarów
C. Staranne wykończenie								Niestaranne wykończenie
D. Odporne na ścieranie								Mało odporne na ścieranie
E. Duży wybór kolorów								Mały wybór kolorów
F. Popularne								Niepopularne
G. Tanie								Drogie

HIS								
	1	2	3	4	5	6	7	
A. Modny krój (fason)								Niemodny krój (fason)
B. Szeroka dostępność rozmiarów								Wąska dostępność rozmiarów
C. Staranne wykończenie								Niestaranne wykończenie
D. Odporne na ścieranie								Mało odporne na ścieranie
E. Duży wybór kolorów								Mały wybór kolorów
F. Popularne								Niepopularne
G. Tanie								Drogie

DALLAS								
	1	2	3	4	5	6	7	
A. Modny krój (fason)								Niemodny krój (fason)
B. Szeroka dostępność rozmiarów								Wąska dostępność rozmiarów
C. Staranne wykończenie								Niestaranne wykończenie
D. Odporne na ścieranie								Mało odporne na ścieranie
E. Duży wybór kolorów								Mały wybór kolorów
F. Popularne								Niepopularne
G. Tanie								Drogie

LEVI'S								
	1	2	3	4	5	6	7	
A. Modny krój (fason)								Niemodny krój (fason)
B. Szeroka dostępność rozmiarów								Wąska dostępność rozmiarów
C. Staranne wykończenie								Niestaranne wykończenie
D. Odporne na ścieranie								Mało odporne na ścieranie
E. Duży wybór kolorów								Mały wybór kolorów
F. Popularne								Niepopularne
G. Tanie								Drogie

AMERICANOS								
	1	2	3	4	5	6	7	
A. Modny krój (fason)								Niemodny krój (fason)
B. Szeroka dostępność rozmiarów								Wąska dostępność rozmiarów
C. Staranne wykończenie								Niestaranne wykończenie
D. Odporne na ścieranie								Mało odporne na ścieranie
E. Duży wybór kolorów								Mały wybór kolorów
F. Popularne								Niepopularne
G. Tanie								Drogie

WRANGLER								
	1	2	3	4	5	6	7	
A. Modny krój (fason)								Niemodny krój (fason)
B. Szeroka dostępność rozmiarów								Wąska dostępność rozmiarów
C. Staranne wykończenie								Niestaranne wykończenie
D. Odporne na ścieranie								Mało odporne na ścieranie
E. Duży wybór kolorów								Mały wybór kolorów
F. Popularne								Niepopularne
G. Tanie								Drogie

LEE								
	1	2	3	4	5	6	7	
A. Modny krój (fason)								Niemodny krój (fason)
B. Szeroka dostępność rozmiarów								Wąska dostępność rozmiarów
C. Staranne wykończenie								Niestaranne wykończenie
D. Odporne na ścieranie								Mało odporne na ścieranie
E. Duży wybór kolorów								Mały wybór kolorów
F. Popularne								Niepopularne
G. Tanie								Drogie

BIG STAR								
	1	2	3	4	5	6	7	
A. Modny krój (fason)								Niemodny krój (fason)
B. Szeroka dostępność rozmiarów								Wąska dostępność rozmiarów
C. Staranne wykończenie								Niestaranne wykończenie
D. Odporne na ścieranie								Mało odporne na ścieranie
E. Duży wybór kolorów								Mały wybór kolorów
F. Popularne								Niepopularne
G. Tanie								Drogie

CZĘŚĆ IV

CHARAKTERYSTYKA RESPONDENTA

Zaznacz jeden wybrany wariant odpowiedzi wstawiając znak „x” w kratkę lub wpisz wartość w pole [.....].

1	Płeć	<input type="checkbox"/> Kobieta <input type="checkbox"/> Mężczyzna
2	Rok studiów	[.....] Rok
3	Stan cywilny	<input type="checkbox"/> Panna <input type="checkbox"/> Kawaler <input type="checkbox"/> Zamężna/zonaty <input type="checkbox"/> Inne
4	Liczba osób w gospodarstwie domowym (łącznie z respondentem)	[.....] Osób(y)
5	Liczba posiadanych dzieci	[.....] Dziecko (dzieci)
6	Źródło dochodów finansowych (można zaznaczyć kilka wariantów odpowiedzi)	<input type="checkbox"/> Stypendium (socjalne, naukowe) <input type="checkbox"/> Własne dochody z pracy <input type="checkbox"/> Pieniądze od rodziców <input type="checkbox"/> Inne
7	Określ wysokość swoich przychodów przeciętnie w miesiącu (stypendia, dochody z pracy, pieniądze od rodziców, inne)	<input type="checkbox"/> Poniżej 250 zł <input type="checkbox"/> [250 – 500) zł <input type="checkbox"/> powyżej 500 zł
8	Miejsce zamieszkania w okresie studiów	<input type="checkbox"/> Akademik <input type="checkbox"/> Hotel (na prawach akademika) <input type="checkbox"/> Stacja, wynajęte mieszkanie <input type="checkbox"/> Mieszkanie rodziców <input type="checkbox"/> Własne mieszkanie <input type="checkbox"/> Inne
9	Stale miejsce zamieszkania	<input type="checkbox"/> Miasto powyżej 100 tys. mieszkańców <input type="checkbox"/> Miasto od 50 do 100 tys. mieszkańców <input type="checkbox"/> Miasto poniżej 50 tys. mieszkańców <input type="checkbox"/> Wieś
10	Odległość od uczelni do miejsca stałego zamieszkania	<input type="checkbox"/> do 30 km <input type="checkbox"/> 31–120 km <input type="checkbox"/> powyżej 120 km
11	Czy równolegle ze studiami pracujesz?	<input type="checkbox"/> praca stała (etatowa) <input type="checkbox"/> praca dorywcza <input type="checkbox"/> nie pracuję
12	Ile par spodni dżinsowych kupujesz w ciągu roku?	[.....]