

Jacek Cypryjański

Uniwersytet Szczeciński

MOŻLIWOŚCI WYKORZYSTANIA WYBRANYCH METOD TEORII DECYZJI DO SZACOWANIA WARTOŚCI INFORMACJI *EX ANTE*

1. Wstęp

Oszacowanie wartości informacji przed poznaniem jej treści jest poważnym problemem. Wynika on ze zjawiska asymetrii informacyjnej i ma szczególne znaczenie w kontekście ekonomicznej oceny inwestycji informatycznych. Pojawia się wówczas pytanie o wartość informacji dostarczanych przez system informatyczny będący przedmiotem inwestycji. Brak odpowiedzi na to pytanie znacznie ogranicza możliwość wykorzystania do oceny inwestycji metod rachunku efektywności.

Ze względu na brak teorii rozwiązującej kompleksowo kwestię szacowania wartości informacji *ex ante* ważne jest, zdaniem autora, możliwie precyzyjne określenie, na ile różne teorie mogą mieć tu zastosowanie. Celem niniejszej pracy jest próba określenia, na ile przydatna w szacowaniu wartości informacji *ex ante* jest teoria decyzji. Metodyczną podstawę pracy stanowią studia literaturowe z zakresu teorii decyzji, w których uwagę skupiono na dwóch zasadniczych pytaniach: wartość jakiego typu informacji pozwala oszacować teoria decyzji oraz w jakich sytuacjach teoria decyzji znajduje zastosowanie?

2. Podstawy teorii decyzji

Sytuację decyzyjną w teorii decyzji przedstawia się za pomocą następujących kategorii zmiennych: **niezależnych zmiennych decyzyjnych** – wariantów decyzji reprezentujących alternatywne kierunki działań (*A*); **niezależnych parametrów** znajdujących się poza kontrolą decydenta (przyszłych możliwych do wystąpienia stanów natury *S* oraz prawdopodobieństw ich wystąpienia *P*); **zmiennych zależ-**

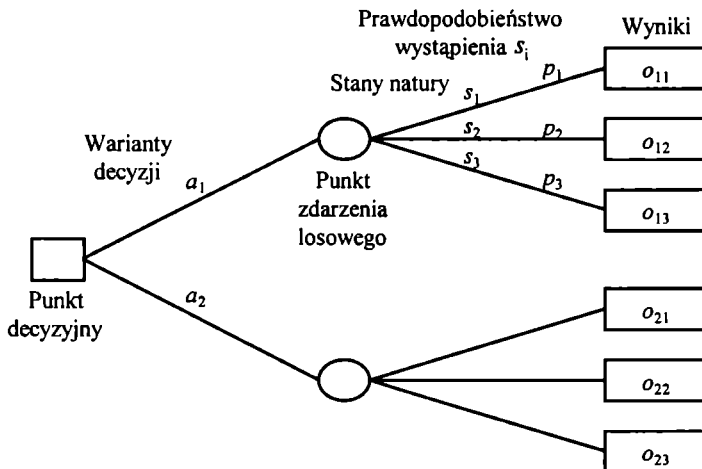
nych – wyników, skutków wyboru każdego z wariantów decyzji w każdym z możliwych do wystąpienia stanów (O). Dwie podstawowe techniki modelowania sytuacji decyzyjnych to tabele decyzyjne (tab. 1) oraz drzewa decyzyjne (rys. 1).

Scharakteryzowane za pomocą powyższych zmiennych i ujęte w formie tabel lub drzew sytuacje decyzyjne są dalej dzielone na trzy kategorie ze względu na stopień pewności decydenta co do wystąpienia w przyszłości określonego stanu natury. W ten sposób rozróżnia się podejmowanie decyzji w warunkach pewności, ryzyka oraz niepewności. Pewność oznacza, że decydent wie dokładnie, jaki stan natury wystąpi w przyszłości. Ryzyko to sytuacja, w której decydent nie ma pewności co do tego, jaki stan natury wystąpi, natomiast zna prawdopodobieństwo wystąpienia każdego z nich. Prawdopodobieństwo to może być określone w sposób subiektywny lub obiektywnie, w oparciu o logikę, dane historyczne lub na podstawie eksperymentów. W warunkach niepewności decydent nie wie, który z możliwych stanów natury wystąpi, ani też nie zna prawdopodobieństwa ich wystąpienia.

Tabela 1. Tabela decyzyjna

Warianty decyzji	Stany natury			
	p_1 s_1	p_2 s_2	...	p_m s_m
a_1	o_{11}	o_{12}	...	o_{1m}
a_2	o_{21}	o_{22}	...	o_{2m}
.
.
.
a_n	o_{n1}	o_{n2}		o_{nm}

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 1. Drzewo decyzyjne

Źródło: opracowanie własne.

Zarówno pewność, ryzyko, jak i niepewność dają się w prosty sposób wyrazić za pomocą obu wymienionych technik modelowania sytuacji decyzyjnych. W stanie pewności tabela decyzyjna zawiera tylko jedną kolumnę wyników (o), natomiast w przypadku drzewa decyzyjnego każdy jego punkt zdarzenia losowego posiada tylko jedno wyjście. W warunkach ryzyka jak również w warunkach niepewności możliwe do wystąpienia stany natury przekładają się na liczbę kolumn wyników (o) tabeli decyzyjnej, a w przypadku drzewa na liczbę wyjść z punktu zdarzenia losowego. Różnica między ryzykiem a niepewnością polega na tym, że jedynie w pierwszym przypadku każdej kolumnie i każdemu wyjściu przypisane jest prawdopodobieństwo (p).

Różnica w podejmowaniu decyzji w warunkach pewności, ryzyka i niepewności jest niczym innym jak różnicą w posiadanych przez decydenta informacjach. Pozyskanie dodatkowych informacji zwiększa stopień pewności decydenta. W tab. 2 przedstawiono możliwe do wystąpienia warianty.

Tabela 2. Zmiany wywołane pozyskaniem dodatkowych informacji

Warunki początkowe	Warunki po uzyskaniu dodatkowych informacji	Treść dodatkowej informacji
Ryzyko	Pewność	Informacja o stanie natury, który wystąpi w przyszłości
Ryzyko	Ryzyko	Dokładniejsza informacja o prawdopodobieństwie wystąpienia poszczególnych stanów natury
Niepewność	Pewność	Informacja o stanie natury, który wystąpi w przyszłości
Niepewność	Ryzyko	Informacja o prawdopodobieństwie wystąpienia poszczególnych stanów natury

Źródło: opracowanie własne.

Szacowanie wartości informacji jest ściśle związane z przyjętymi w teorii decyzji kryteriami wyboru wariantu w warunkach pewności, ryzyka i niepewności.

3. Kryteria wyboru

W warunkach pewności wybierany jest wariant generujący największą lub najmniejszą wartość, zależnie od tego, czy skutki wyboru poszczególnych wariantów (o) wyrażone są w postaci korzyści, czy w postaci kosztów. Taki sposób wyboru wariantu nie znajduje zastosowania w warunkach ryzyka i niepewności, jako że zależnie od tego, jaki stan natury wystąpi w przyszłości, skutki decyzji będą różne. W warunkach ryzyka można posłużyć się jednym z następujących kryteriów [Turban, Meredith 1991, s. 75]:

– Kryterium wartości oczekiwanej¹ (*Expected Value, EV*). Tu decydent wybierze wariant o największym (gdy zadanie dotyczy maksymalizacji) lub naj-

¹ Jeżeli wartość oczekiwana wyrażona jest w jednostkach pieniężnych, określana jest jako pieniężna wartość oczekiwana (*Expected Monetary Value, EMV*).

mniejszym (gdy zadanie dotyczy minimalizacji) oczekiwanym (średnim) zwrocie obliczanym następująco:

$$EV_i = \sum_{j=1}^m p_j o_{ij}.$$

– Kryterium oczekiwanej wartości utraconych korzyści (*Expected Opportunity Loss, EOL*). Utracone korzyści są definiowane tu jako relatywna strata wynikająca z wyboru wariantu, który dla danego stanu natury generuje wynik gorszy od najlepszego. Decydent wybiera wariant o najmniejszej wartości utraconych korzyści obliczanych następująco:

$$EOL_i = \sum_{j=1}^m p_j \left(\max_i o_{ij} - o_{ij} \right).$$

– Kryterium najbardziej prawdopodobnego stanu natury (*Most probable state of nature*). Decydent porównuje różne możliwe do wystąpienia stany natury i wybiera z nich stan najbardziej prawdopodobny. W ten sposób zmienia się sposób postrzegania sytuacji decyzyjnej z warunków ryzyka na warunki „zakładanej” pewności. Dalej proces decyzyjny przebiega tak jak przy podejmowaniu decyzji w warunkach pewności.

W warunkach niepewności można posłużyć się jednym z następujących kryteriów [Turban, Meredith 1991, s. 111-115]:

– Kryterium Laplace’a, równych prawdopodobieństw (*The criterion of equal probabilities*). Zakłada się, że wszystkie stany natury mogą wystąpić z równym prawdopodobieństwem i oblicza się wartość oczekiwaną.

– Kryterium pesymistyczne (*criterion of pessimism*). Dla każdego wariantu decyzji wyznaczana jest najmniejsza wartość spośród korzyści jakie generuje ten wariant w poszczególnych stanach natury, a następnie wybierany jest wariant o największej z tych wartości (maximin). Jeżeli w tablicy decyzyjnej skutki przedstawione są w postaci kosztów, wyznaczana jest wartość największa, a następnie wybierany jest wariant o najmniejszej z tych wartości (minimax).

– Kryterium optymistyczne (*criterion of optimism*). Postępuje się podobnie jak w przypadku kryterium pesymistycznego, z tym że wybierany jest wariant o największych z największych korzyści (maximax) lub o najmniejszych z najmniejszych kosztów (minimin).

– Kryterium Hurowicza, współczynnik optymizmu (*coefficient of optimism*). Według Hurowicza najlepszym wariantem jest ten z największą (gdy zadanie dotyczy maksymalizacji) wartością ważoną WV , która obliczana jest dla każdego wariantu decyzji wg formuły:

$$WV_i = \alpha \max_j o_{ij} + (1 - \alpha) \min_j o_{ij},$$

gdzie α oznacza stopień optymizmu mierzony w skali od 0 do 1 (0 – całko-

wity pesymizm, 1 – całkowity optymizm), $\max_j o_{ij}$ – największy do uzyskania wynik dla wariantu i , $\min_j o_{ij}$ – najmniejszy z możliwych do uzyskania wynik dla wariantu i .

– Kryterium Savage'a (*The coefficient of regret*) – koncepcja podobna do utraty możliwości, polegająca na zastosowaniu kryterium minimax do tabeli decyzyjnej zawierającej wartości obliczane w taki sposób, jak przy kryterium oczekiwanej utraty możliwości (*EOL*) dla decyzji podejmowanych w warunkach ryzyka.

Kryteria wyboru wariantów w warunkach niepewności mogą być również wykorzystane w warunkach ryzyka. Wszystkie mają jednak istotne mankamenty i sugerują na ogół wybór innego z alternatywnych wariantów.

4. Szacowanie wartości informacji

To, czy można *a priori* określić wartość dodatkowej informacji i w jaki sposób należy tego dokonać, zależy od trzech czynników: od wariantu zmian, jakie wywołuje pozyskanie dodatkowych informacji (tab. 2), od kryterium wyboru, jakim posługuje się decydent, oraz od tego, czy szacowanie wartości informacji odnosi się do decyzji podejmowanej jednorazowo, czy wielokrotnie w możliwie niezmiennych warunkach.

Dla decyzji podejmowanych jednorazowo i wariantów zmian pierwszego i trzeciego (tzn. informacji o stanie natury, który wystąpi), bez względu na przyjęte kryterium wyboru, wartość dodatkowej informacji nie jest możliwa do określenia, zanim decydent nie pozna jej treści. Znając już treść informacji, można określić jej wartość, obliczając różnicę pomiędzy wynikiem, jaki generował wariant, który decydent wybrałby bez posiadania dodatkowej informacji, a wynikiem maksymalnym dla danego stanu natury. Trzeba podkreślić, że wartość dodatkowej informacji równałaby się zeru, gdyby wybór wariantu nie uległ zmianie.

Dla decyzji podejmowanych jednorazowo i wariantów zmian drugiego i czwartego (tzn. informacji o prawdopodobieństwie wystąpienia poszczególnych stanów natury), bez względu na przyjęte kryterium wyboru, wartość dodatkowej informacji nie jest możliwa do określenia, zanim wynik podjętej decyzji nie będzie znany. Wcześniej, tzn. po uzyskaniu informacji a przed podjęciem decyzji, możliwe jest jedynie stwierdzenie, że wartość informacji równa jest zeru, jeśli wybór wariantu nie uległ zmianie.

Oczywiście w obu opisanych przypadkach pozyskanie dodatkowej informacji spowoduje zmianę kryterium wyboru (poza drugim wariantem zmian, w którym kryterium wyboru może pozostać nie zmienione) i może spowodować wybór innego wariantu decyzji. Dokładne określenie wartości dodatkowej informacji *a priori* nie jest jednak możliwe. Jest to związane ze zjawiskiem asymetrii informacyjnej i wynika to z faktu, że wartości, które stanowią podstawę podjęcia decyzji

dla każdego z kryteriów określonych dla warunków ryzyka i niepewności, z oczywistych względów nie odzwierciedlają faktycznych skutków decyzji podjętych jednorazowo.

W przypadku decyzji podejmowanych wielokrotnie w możliwie niezmiennych warunkach możliwość i sposób określenia wartości informacji *a priori* zależy przede wszystkim od wariantu zmian wywołanych dodatkową informacją.

Pierwszy z wariantów wymienionych w tabeli dotyczy przypadku, w którym decydent, znając prawdopodobieństwo wystąpienia poszczególnych stanów natury, za każdym razem przed podjęciem decyzji uzyskuje dokładną informację o stanie natury, który tym razem wystąpi. Jeżeli wcześniej, bez dodatkowej informacji, decydent konsekwentnie wybierałby wariant o największej wartości oczekiwanej (czyli kierował się pierwszym z wymienionych kryteriów podejmowania decyzji w warunkach ryzyka), to licząc średnio, rezultaty jego decyzji w dłuższym okresie zbliżałyby się do tej właśnie wartości. Natomiast wiedząc, jaki stan natury wystąpi, mógłby za każdym razem wybrać wariant decyzji zapewniający najlepszy z możliwych wyników. W dłuższym okresie średnie rezultaty jego decyzji byłyby równe tzw. wartości oczekiwanego zwrotu w warunkach pewności (*expected payoff under certainty, EPC*) obliczanej następująco:

$$EPC = \sum_{j=1}^m p_j \left(\max_i o_{ij} \right).$$

Wówczas wartość dodatkowej informacji określanej jako **oczekiwana wartość dokładnej informacji** (*Expected Value of Perfect Information, EVPI*) można oszacować za pomocą formuły:

$$EVPI = EPC - EMV = \sum_{j=1}^m p_j \left(\max_i o_{ij} \right) - \max_i \sum_{j=1}^m p_j o_{ij}.$$

W przypadku drugiego z wymienionych kryteriów wyboru w warunkach ryzyka można łatwo wykazać, że *EVPI* liczone dla każdego z alternatywnych wariantów jest równe jego oczekiwanej wartości utraconych korzyści:

$$EVPI_i = EPC - EMV_i = \sum_{j=1}^m p_j \left(\max_i o_{ij} \right) - \sum_{j=1}^m p_j o_{ij} = \sum_{j=1}^m p_j \left(\max_i o_{ij} - o_{ij} \right) = EOL_i.$$

EVPI można również obliczyć, gdyby decydent zamierzał podejmować decyzje, kierując się kryterium najbardziej prawdopodobnego stanu natury:

$$EVPI = EPC - EMV_k = \sum_{j=1}^m p_j \left(\max_i o_{ij} \right) - \sum_{j=1}^m p_j o_{kj},$$

gdzie k oznacza numer wariantu generującego największy z możliwych wyników dla najbardziej prawdopodobnego stanu natury.

Drugi wariant tabeli to przypadek, w którym decydent początkowo dysponuje informacją o prawdopodobieństwie wystąpienia poszczególnych stanów natury. Za każdym razem przed podjęciem decyzji uzyskuje on dodatkową informację o stanie natury, który tym razem wystąpi. Nie jest to jednak, tak jak w pierwszym wariantcie, informacja dokładna, lecz – co znacznie częściej występuje w praktyce – prognoza obciążona pewnym błędem. Błąd ten można wyrazić w postaci prawdopodobieństw warunkowych $P(B|S)$ określających częstotliwość, z jaką w przeszłości dana prognoza (b_i) poprzedzała wystąpienie danego stanu natury (s_j). Czyli jak często prognoza była trafna, a jak często chybiała.

Tabela 3. Przykładowa sytuacja decyzyjna

	s_1	s_2
prawdopodobieństwa	$P(s_1) = 0,30$	$P(s_2) = 0,70$
warianty		
a_1	$\sigma_{11} = 40$	$\sigma_{12} = 90$
a_2	$\sigma_{21} = 10$	$\sigma_{22} = 100$
prognozy		
b_1	$P(b_1 s_1) = 0,80$	$P(b_1 s_2) = 0,05$
b_2	$P(b_2 s_1) = 0,15$	$P(b_2 s_2) = 0,90$
b_3	$P(b_3 s_1) = 0,05$	$P(b_3 s_2) = 0,05$

Źródło: opracowanie własne.

W takim przypadku wartość dodatkowej informacji, w celu odróżnienia od $EVPI$, określana jest jako **oczekiwana wartość informacji sondażowej** (*Expected Value of Survey Information, EVSI*). Procedurę szacowania $EVSI$ najprościej jest przedstawić za pomocą przykładu. Rozpatrzmy sytuację decyzyjną, w której należy wybrać jeden z dwóch wariantów: a_1 , a_2 , przy możliwych do wystąpienia dwóch stanach natury: s_1 z prawdopodobieństwem p_1 oraz s_2 z prawdopodobieństwem p_2 . Prognoza (B), udostępniana decydentowi za każdym razem przed podjęciem decyzji, może przybierać postać jednej z trzech następujących informacji: b_1 – „wystąpi stan s_1 ”, b_2 – „wystąpi stan s_2 ”, b_3 – „nie można określić przyszłego stanu natury”. W tab. 3 zawarto prawdopodobieństwa P wystąpienia S , skutki wyboru każdego z dwóch wariantów w każdym z możliwych stanów natury O oraz prawdopodobieństwa warunkowe $P(B|S)$.

W przypadku pierwszego z wymienionych kryteriów wyboru w warunkach ryzyka – kryterium wartości oczekiwanej, $EVSI$ oblicza się następująco:

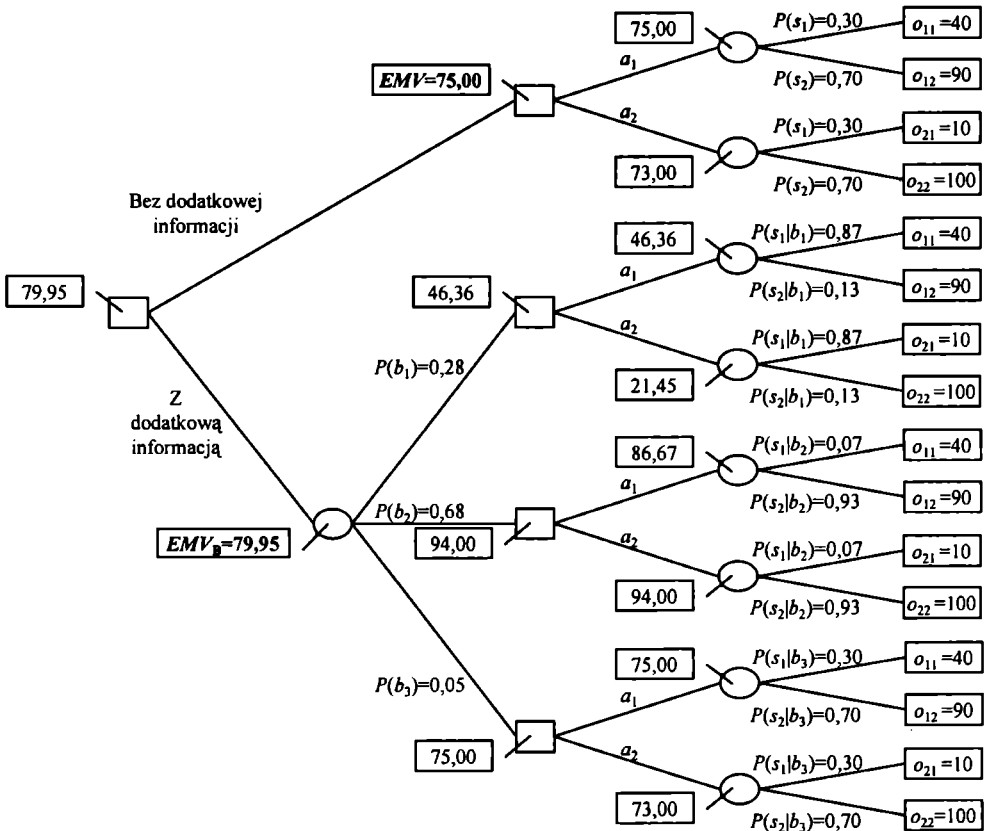
– Na podstawie wzoru Bayesa oblicza się prawdopodobieństwa warunkowe $P(S|B)$, określające częstotliwość wystąpienia stanu s_j w sytuacji, gdy prognoza będzie równa b_i :

$$P(s_j | b_i) = \frac{P(s_j)P(b_i | s_j)}{\sum_{j=1}^m P(s_j)P(b_i | s_j)}$$

– Oblicza się prawdopodobieństwo, z jakim prognoza będzie przybierać poszczególne wartości b_i :

$$P(b_i) = \sum_{j=1}^m P(s_j)P(b_i | s_j).$$

– Tworzy się drzewo decyzyjne odwzorowujące sytuację decyzyjną i nanosi nań rezultaty decyzji O oraz prawdopodobieństwa $P(S)$, $P(B|S)$ i $P(B)$ (rys. 2).



Rys. 2. Drzewo decyzyjne dla rozpatrywanej sytuacji decyzyjnej

Źródło: opracowanie własne.

– Oblicza się wartości oczekiwane dla każdego punktu drzewa i w konsekwencji wartości oczekiwane dla sytuacji, w której decydent korzysta (EMV_B) i nie korzysta (EMV) z informacji dodatkowej.

– Oblicza się wartość informacji dodatkowej:

$$EVSI = EMV_B - EMV .$$

W rozpatrywanym przykładzie wartość $EVSI$ jest równa 4,95.

Dla dwóch pozostałych kryteriów wyboru w warunkach ryzyka: kryterium oczekiwanej wartości utraconych korzyści oraz kryterium najbardziej prawdopodobnego stanu natury obliczanie $EVSI$ jest realizowane w analogicznych krokach. Zmianie ulegają natomiast wartości w poszczególnych punktach drzewa decyzyjnego.

Trzeci i czwarty wariant z tab. 2 reprezentują przypadki, w których stanem wyjściowym są warunki niepewności. Brak informacji o prawdopodobieństwie wystąpienia każdego z możliwych stanów natury właściwych dla warunków niepewności uniemożliwia oszacowanie wartości dodatkowej informacji. W trzecim wariantcie nie będzie można wyznaczyć średnich rezultatów podejmowania decyzji w dłuższym okresie i to bez względu na przyjęte kryterium. W czwartym wariantcie nie będzie można obliczyć prawdopodobieństw warunkowych.

5. Podsumowanie

Możliwość zastosowania teorii decyzji do szacowania wartości informacji *ex ante* można podsumować następująco:

1. Teoria decyzji dotyczy sytuacji ustrukturalizowanych, tzn. tych, w których znane są wszystkie możliwe warianty decyzji, przyszłe możliwe do wystąpienia stany natury oraz skutki wyboru każdego z możliwych wariantów w każdym z możliwych do wystąpienia stanów natury. Posłużenie się teorią decyzji w jakimkolwiek zadaniu, w tym również do określenia wartości informacji *ex ante*, jest możliwe tylko w przypadku sytuacji decyzyjnych, które można przedstawić w taki sposób.

2. Teoria decyzji nie pozwala na określenie wartości informacji *ex ante* w przypadku decyzji podejmowanych jednorazowo. Wynika to z faktu, że miary stanowiące kryteria wybory w warunkach ryzyka i niepewności nie odzwierciedlają faktycznych skutków decyzji podejmowanych jednorazowo.

3. W przypadku decyzji podejmowanych wielokrotnie w możliwie niezmiennych warunkach teoria decyzji pozwala na oszacowanie wartości następujących informacji: informacji o stanie natury, który wystąpi w przyszłości (**oczekiwana wartość dokładnej informacji**) oraz dokładniejszej informacji o prawdopodobieństwie wystąpienia w przyszłości poszczególnych stanów natury (**oczekiwana wartość informacji sondażowej**).

4. Oszacowanie wartości tych dwóch typów informacji jest możliwe jedynie wtedy, gdy wcześniej znane były prawdopodobieństwa wystąpienia każdego z możliwych stanów natury.

5. Przy szacowaniu wartości tych dwóch typów informacji zakłada się w teorii decyzji racjonalność decydenta, tzn. że przy wyborze wariantu będzie się konsekwentnie kierował jednym kryterium wyboru.

6. Przyjęte kryterium wyboru determinuje sposób, w jaki wartość tych dwóch typów informacji będzie szacowana.

Literatura

Stevenson W.J., *Management Science*, Irwin, Homewood, Il. 1989.

Turban E., Meredith J., *Fundamentals of Management Science*, Irwin, Homewood, Il. 1991.

OPPORTUNITY OF APPLYING DECISION THEORY TO ASSESSMENT OF INFORMATION VALUE

Summary

Estimation of information value prior to knowing their content is a serious problem. This article analyzes the problem from the decision theory perspective, trying to answer two questions: value of what type of information does decision theory enable to evaluate? and what are the conditions of applying decision theory?