

A 1911 I

P O L S K A A K A D E M I A N A U K
K O M I T E T G E O D E Z J I

**G E O D E Z J A
I K A R T O G R A F I A**

K W A R T A L N I K N A U K O W Y

T O M I I I • Z E S Z Y T 3

P A Ń S T W O W E
W Y D A W N I C T W O N A U K O W E
W A R S Z A W A

1 9 5 4

P O L S K A A K A D E M I A N A U K
K O M I T E T G E O D E Z J I

G E O D E Z J A
I K A R T O G R A F I A

KWARTALNIK NAUKOWY

TOM III • ZESZYT 3



P A Ń S T W O W E
W Y D A W N I C T W O N A U K O W E

W A R S Z A W A

1 9 5 4

KOMITET REDAKCYJNY

Jan Różycki (redaktor naczelny), Bronisław Dzikiewicz (zastępca redaktora), Marian Brunon Piasecki (sekretarz)

RADA REDAKCYJNA

Franciszek Biernacki, Tadeusz Kochmański, Zygmunt Kowalczyk,
Stanisław Kryński, Henryk Leśniok, Janusz Tymowski

Adres Redakcji: Politechnika Warszawska,
Warszawa, Pl. Jedności Robotniczej 1

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE — W A R S Z A W A 1954

Nakład 835+100 egz.	Do składania 14 VI 1954
Ark. wyd. 7,92, druk. 6,25	Podpisano do druku 23 VIII 1954
Papier dr. sat. 70 g 70×100/16 V kl.	Druk ukończono w sierpniu 1954
Cena zł 10,—	Zam. Nr 484/49 — K-5-10822

POZNAŃSKA DRUKARNIA NAUKOWA — POZNAŃ, FREDRY 10



PROF. DR TADEUSZ BANACHIEWICZ

M. Odlanicki-Poczobutt

Znaczenie prac naukowych prof. dra Tadeusza Banachiewicza dla rozwoju geodezji

(Z okazji jubileuszu 50-lecia działalności)

Wszechstronna 50-letnia działalność naukowa prof. dra Tadeusza Banachiewicza obejmuje przede wszystkim liczne działy astronomii, matematykę obliczeniową i geodezję, a jego wybitne osiągnięcia naukowe z teorią krakowianów na czele przenoszą się coraz szerzej z astronomii i geodezji również do innych dziedzin wiedzy i gospodarki narodowej, jak statystyka, budownictwo, inżynieria, geologia, górnictwo, przemysł szklarski, medycyna.

W geodezji zawdzięczamy Banachiewiczowi liczne osiągnięcia teoretyczne i praktyczne, a w pierwszym rzędzie szeroki rozwój obliczeń geodezyjnych, teorii błędów i rachunku wyrównawczego na nowych ulepszonych zasadach.

Nad usprawnieniem techniki obliczeń Banachiewicz pracuje już od 1919 roku. W pierwszym rzędzie chodziło wówczas o obliczenia astronomiczne, jednak wynalazione przez niego metody krakowianowe znalazły szybko zastosowanie w geodezji, a także w innych dziedzinach.

W okresie międzywojennym, poza naszymi czołowymi geodetami tego okresu, prof. E. Warchałowskim i prof. K. Weiglem, niewielu geodetów interesowało się wynalazkami Banachiewicza oraz zastosowaniem ich w pracach naukowych i praktycznych w geodezji.

Dopiero w ostatnim 10-leciu nastąpił szeroki rozwój metod Banachiewicza w geodezji. Należy przy tym podkreślić, że największe osiągnięcia naukowe i praktyczne w bilansie dotychczasowego dorobku geodezji w Polsce Ludowej zanotować można właśnie w zakresie zastosowań rachunków tabelarycznych w obliczeniach geodezyjnych i rachunku wyrównawczym, a także przy rozwiązywaniu problemów geodezji teoretycznej — w oparciu o metody Banachiewicza, o jego tzw. algebrę krakowianową.

Algebra krakowianowa posługuje się nie liczbami używanymi w algebrze zwykłej, lecz całymi zespołami liczb, które w matematyce nazywane są tabelami. Już w połowie XIX w. Cayley wprowadził takie liczby

tabelaryczne nazwane macierzami. Liczby te okazują się jednak w zastosowaniach praktycznych niedogodne. Wybitne udoskonalenia liczb tabelarycznych wprowadził właśnie po pierwszej wojnie światowej Banachiewicz.

Zmienił on używaną dotychczas w praktyce definicję mnożenia macierzy, co wymagało wypracowania reguł dla wzorów, dostosowanych do nowej definicji. Badania te doprowadziły Banachiewicza do odkrycia podstawowego prawa dla tzw. „rozkładu na czynniki elementarne“ i do stworzenia nieznanego dotychczas pojęcia dzielenia i pierwiastkowania liczb zespolonych.

W ten sposób powstała nowa algebra liczb zespolonych, algebra krakowianowa, nowy dział obliczeń, znany dziś powszechnie pod nazwą „rachunku krakowianowego“.

W ostatnim dziesięcioleciu zaznaczył się niezwykle szybki rozwój algebry krakowianowej. Oprócz tego powstały i rozwinęły się w oparciu o idee Banachiewicza nowe działy — „algebra jądrowa“ T. Kochmańskiego, uogólniona następnie na „ciągi wielowymiarowe“ i ponadto dalsze rozszerzenie rachunków tabelarycznych przez wprowadzenie „symboli pomocniczych“ S. Hausbrandta.

Dzisiaj można już mówić o szkole Banachiewicza w geodezji, skupiającej wszystkich wybitniejszych pracowników w dziedzinie obliczeń, teorii błędów i rachunku wyrównawczego z S. Hausbrandtem i T. Kochmańskim na czele.

Stworzenie nowego kierunku w badaniach geodezyjnych o szerokim zastosowaniu praktycznym stanowi jedno z podstawowych osiągnięć Banachiewicza.

Podstawową ideą Banachiewicza jest ustalenie obliczeń w taki sposób, by mogły one być wygodnie i ekonomicznie wykonywane na maszynach. Na tej drodze dokonany został poważny krok naprzód w dziedzinie, w której od czasów wielkiego Gaussa obliczenia ustawiano zwykle w formie nadającej się do logarytmowania.

Rozwinięte w oparciu o rachunek krakowianowy nowe metody obliczeń geodezyjnych, teorii błędów i rachunku wyrównawczego przyczyniły się wybitnie do uproszczenia analizy wielu zagadnień teoretycznych oraz obliczeń, trudnych do rozwiązania zwykłymi sposobami dotychczas stosowanymi. Metody te zapewniają przy tym szybkość, skrócenie zapisów, kontrolę, przejrzystość, jednolitą formę, zwięzłość oraz zmniejszenie wysiłku myślowego w porównaniu z dawnymi sposobami liczenia.

Przy pomocy rachunku krakowianowego Banachiewicz opracował szereg ważnych dla geodezji dziedzin.

Wymienić tu można rozwiązanie kilkoma metodami układu równań liniowych. Podkreślić należy, że zwłaszcza nieoznaczone rozwiązanie tego

układu ma bardzo duże praktyczne znaczenie i znalazło już zastosowanie w produkcji, przynosząc wielkie korzyści gospodarce narodowej.

Opracowany został w prostym ujęciu rachunek wyrównawczy z obliczaniem błędów średnich. Powstał niezmiernie prosty „algorytm Banachiewicza“, znacznie doskonalszy od „algorytmu Gaussa“, co jest wielkim osiągnięciem nie tylko w skali krajowej, ale i światowej.

Podstawowe znaczenie ma opracowanie poligonometrii sferycznej w postaci krakowianowej. Z wyprowadzonego po raz pierwszy wzoru ogólnego poligonometrii sferycznej wynikają wzory trygonometrii sferycznej jako poszczególne przypadki. W ten sposób Banachiewicz zakończył prace wielu wybitnych uczonych, jak Gauss, Euler, Monge, Delambre.

Zapoczątkowane zostały opracowania problemów geodezji wyższej przy zastosowaniu metod krakowianowych.

Przedstawione osiągnięcia teoretyczne i coraz szersze stosowanie krakowianów w praktyce geodezyjnej dowodzi wyższości rozwiązań Banachiewicza nad dawnymi klasycznymi metodami.

Rachunek krakowianowy znany już jest i stosowany również za granicą.

Banachiewicz ma w swoim dorobku również szereg innych osiągnięć naukowych, mających istotne znaczenie dla rozwoju geodezji. Obok prac teoretycznych i obliczeniowych rozwija on również prace obserwacyjne.

Należy tu wymienić m. in. obserwacje grawimetryczne, których wynikiem było wyznaczenie przed pierwszą wojną światową siły ciężkości dla szeregu punktów w Rosji Europejskiej. Pierwsze pomiary grawimetryczne w Polsce zorganizowane zostały z inicjatywy i pod kierownictwem Banachiewicza. Pomiary te prowadził Banachiewicz w związku z udziałem swoim w pracach Bałtyckiej Komisji Geodezyjnej.

W r. 1929 opracował niektóre zagadnienia grawimetryczne, dotyczące eliptyczności równika ziemskiego i skorygował związane z tym poglądy Bossolasco i Bonsdorffa. Zorganizowane przez Banachiewicza pomiary grawimetryczne w Polsce przejęte zostały później przez instytucje geologiczne dla celów poszukiwawczych. Są to ważne osiągnięcia zarówno dla badań geodezyjnych, jak i dla poszukiwań złóż. Doprowadziły one m. in. do odkrycia niecki Kujawskiej.

W r. 1928 na konferencji geodezyjnej w Berlinie zaproponował Banachiewicz nową metodę zakładania triangulacji poprzez oceany opartą na wykorzystaniu zakryć gwiazd przez Księżyc do celów geodezyjnych. Metodę tę opracował Banachiewicz na podstawie wyników badań naukowych polskiej ekspedycji dla obserwacji zaćmienia Słońca w Laponii w 1927 r. przy zastosowaniu podanej przez niego nowej metody chronokinematograficznej. Przyrząd używany w tej metodzie tzw. chronokine-

matograf jest również pomysłu Banachiewicza. W ten sposób powstała nowa księżycowo-geodezyjna metoda Banachiewicza łączenia kontynentów i wyznaczania figury Ziemi, stosowana już w ostatnich latach w badaniach naukowych ekspedycji szwedzkich, fińskich i amerykańskich. Metoda ta otwiera nowe możliwości rozszerzenia badań geodezyjnych w porównaniu z stosowaną dotychczas triangulacją klasyczną.

Należy również wspomnieć o konstrukcjach szeregu instrumentów naukowych astronomicznych i geodezyjnych, wykonanych w Zakładzie Aparatów Naukowych, zorganizowanym pod kierunkiem Banachiewicza w Krakowie.

Wśród osiągnięć geodezyjnych Banachiewicza mamy również prace techniczne, jak np. niwelacja ścisła odcinka Kraków—Kielce, wykonana pod jego kierunkiem i przy udziale prof. B. Piątkiewicza i dra K. Kordylewskiego jako próba działalności naukowo-praktycznej w zakresie geodezji wyższej.

Osobny rozdział w pracach Banachiewicza stanowi jego działalność pedagogiczna w zakresie geodezji. Już w 1904 r. po ukończeniu Wydziału Fizyko-Matematycznego Uniwersytetu w Warszawie ze stopniem kandydata nauk matematycznych pozostaje przy Uniwersytecie jako aspirant katedry astronomii i geodezji wyższej. W r. 1918 zostaje docentem geodezji na Politechnice Warszawskiej. Od 1919 r. pracuje, z przerwą podczas okupacji jako profesor astronomii i dyrektor Obserwatorium w Krakowie.

W latach 1945—1951 prof. T. Banachiewicz kieruje katedrą geodezji wyższej i astronomii na Oddziale Geodezyjnym Wydziałów Politechnicznych AGH w Krakowie. W okresie tym bierze udział w pracach organizacyjnych przy uzgadnianiu kierunków specjalizacji i programów nauczania oraz kształceniu młodej kadry naukowej, prowadzi prace dydaktyczne z astronomii i geodezji wyższej oraz przewodniczy w latach 1946—1951 Komisji Egzaminu Dyplomowego na stopień magistra inżyniera geodety. Mimo licznych zajęć naukowych w obserwatorium znalazł prof. T. Banachiewicz czas na współpracę w nowopowstałym Oddziale Geodezyjnym, przyczyniając się w dużym stopniu do podniesienia jego poziomu dydaktycznego i naukowego, do rozwoju Krakowskiego Ośrodka Geodezyjnego wyższych studiów i prac naukowo-badawczych.

Duże znaczenie dla rozwoju działalności naukowej mają organizowane przez prof. T. Banachiewicza zebrania naukowe Obserwatorium Krakowskiego. Pierwsze zebranie odbyło się 19 stycznia 1934 r., a do dnia 20 maja 1954 r. zorganizowano 374 zebrania.

Wspomnieć wreszcie należy o bogatej działalności piśmienniczej Banachiewicza.

Pod kierunkiem prof. T. Banachiewicza wydano wspólnie z prof. J. Witkowskim 10 tomów ogólnopolskiego i międzynarodowego czasopisma „Acta Astronomica“. Oprócz tego wydano 5 tomów Rocznika Obserwatorium Krakowskiego i 26 drukowanych międzynarodowych okólników Obserwatorium Krakowskiego.

Bibliografia opublikowanych prac naukowych Banachiewicza obejmuje przeszło 230 tytułów. Obecnie wydaje się w Państwowym Wydawnictwie Naukowym w Warszawie *Rachunek krakowianowy z zastosowaniami* o objętości ok. 23 arkuszy druku.

Ogłoszone drukiem prace Banachiewicza, mające znaczenie dla geodezji, obejmują między innymi następujące pozycje:

O pewnym sposobie łączenia geodezyjnego kontynentów, Spraw. Pol. Ak. Umiej. 35, nr 5, 1928 r.

Sur l'ellipticité de l'équateur terrestre, „Acta Astr.“ c. 1, 45—47, oraz „Comptes Rendus Ac.“, Paris, 188, 46—47, i 188, 492—493, 1929 r.
Zum Frage der Ellipt. d. Erdaequators, Act. Astr. c. 1, 51—57.

Über die Anwendung der Krakoviane in der Methode der kleinsten Quadrate, Verh. der 6 Tagung der Baltischen Geodätischen Kommission, Helsinki 1933.

Les problèmes et les méthodes de la Géodésie supérieure, Verh. d. 6 Tagung d. Balt. Geod. Komm., 39—46.

Zur Berechnung der Determinanten etc., „Act. Astr.“, c. 3. 41—67, 1937 r.
Einfluss der Gewichte auf die Resultate einer Ausgleichung nach der Methode der kl. Quadrate, „Acta Astr.“, c. 3 109—117, 1938 r.

Etudes d'analyse pratique, „Bull. Acad. Pol.“, Cracow Obs. Reprint 22.

On the computation of inverse arrays, „Acta Astr.“ c. 4, 26—30, 1939 r.

Résolution d'un système d'équations linéaires algébriques par division — L'Enseignement mathématique 39, Crac. Observatory Reprint 24, 1948 r.

O 2 algorytmach, Gaussa i Krakowianowym, „Przeegl. Geod.“ 5, nr 5—6, 1949 r.

Les cracoviens et quelques-unes de leurs applications en géodésie, „Bull. Soc. Sciences“, Poznań 10, 1—39; Crac. Obs. Repr. 25.

Sur la résolution des équations normales de la méthode des moindres carrés, — *Spraw. pos. Tow. Nauk. Warsz.* 41, 63—68; Crac. Obs. Reprint 26, 1950 r.

Artykuł po węgiersku o metodzie Choleskiego i krakowianowej w czasopiśmie „Földméréstani Közlemenyek“ ze streszczeniem francuskim; podobny artykuł w „Przeoglądzie Geodezyjnym“ Nr 11, 1951, 331—332, 1951 r.

Metody rachunków astronomicznych, skrypt, 129 str., PWN, 1952 r.

Rachunek krakowianowy z zastosowaniem, ok. 23 arkuszy druku, którego wydania podjął się PWN w Warszawie.

On the determination of the Figure of the Earth from occultations, notatka, „Acta Astr.“ a 5,56.

Some points relative to normal equations, „Ac. Astr.“ 5. 136—138.

The relation of the Gaussin to the Cracovian algorithm, „Acta Astr.“ a 5, 151—158 (w druku).

Oprócz tego Banachiewicz wydał przed wojną trzy zeszyty „Prac Astronomiczno-Geodezyjnych“ z monografiami K. Kordylewskiego oraz T. Olczaka.

W latach 1924—1925 Banachiewicz był wiceprezesem Bałtyckiej Komisji Geodezyjnej. W latach 1932—1938 jednym z wiceprezesów i członkiem Komitetu Wykonawczego Międzynarodowej Unii Astronomicznej. W 1938 r. został wybrany prezesem Międzynarodowej Komisji dla badań Księżyca. Jest doktorem honoris causa uniwersytetów w Warszawie, Poznaniu i Sofii. Jest członkiem Akademii w Padwie, członkiem korespondentem Royal Astronomical Society w Londynie i Poznańskiego Towarzystwa Naukowego. Był członkiem Polskiej Akademii Umiejętności i Towarzystwa Naukowego Warszawskiego, a po zorganizowaniu Polskiej Akademii Nauk został mianowany jej członkiem tytularnym.

Bierze obecnie czynny udział w pracach Komitetu Geodezji Polskiej Akademii Nauk i jego komisji w zebraniach naukowych geodezyjnych PAN oraz przewodniczy Komisji Wydziału III PAN dla spraw Międzynarodowej Unii Geodezyjno-Geofizycznej.

W dniu 15 marca 1954 r. na uroczystym posiedzeniu Wydziału III PAN z okazji 50-lecia pracy naukowej prof. dra Tadeusza Banachiewicza — prezes Polskiej Akademii Nauk prof. dr Jan Dembowski dokonał w imieniu Rady Państwa dekoracji Jubilata orderem Sztandaru Pracy I klasy.

Geodeci polscy składają Czcigodnemu Jubilatowi słowa podziękowania i najwyższego uznania za Jego pionierski trud życia i wybitne zasługi, położone dla rozwoju geodezji polskiej. Jednocześnie składają gorące życzenia dalszych osiągnięć na polu rozwoju nauki.

Te szczerze wyrazy podziękowania i życzeń złożył Komitet Geodezji PAN prof. T. Banachiewiczowi, za pośrednictwem swego przedstawiciela, na uroczystym posiedzeniu Wydziału III PAN w dniu 15 marca 1954 r., a następnie na posiedzeniu plenarnym Komitetu w dniu 31 marca 1954 r., dokonując równocześnie krótkiego przeglądu najważniejszych osiągnięć naukowych Jubilata i ich znaczenia dla geodezji.

Referat wygłoszony na zebraniu naukowym zorganizowanym przez Komitet Geodezji PAN w dniu 13 V 1954 r.

Zbigniew Czerski

Nowa metoda astronomicznego wyznaczenia azymutu i współrzędnych geograficznych

Klasyczne metody astronomii geodezyjnej polegają na rozwiązaniu trójkąta sferycznego; biegun — zenit — gwiazda. Jedynym elementem, który w tym trójkącie mierzy się dotychczas w sposób niezależny, jest odległość zenitalna gwiazdy $90^\circ - h$ (rys. 1).

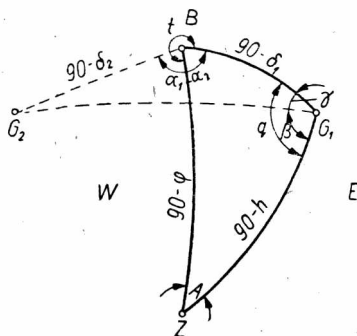
Do wyznaczenia kąta godzinnego t potrzebna jest znajomość długości geograficznej lub szerokości geograficznej miejsca obserwacji, jest to więc element zależny od innych. Kąta godzinnego nie można zmierzyć bezpośrednio, ponieważ biegun nie jest punktem fizycznie dostępnym na sklepieniu niebieskim.

Wynika z tego, że z jednego pomiaru można wyznaczyć jednocześnie tylko dwie wielkości poszukiwane np.: szerokość geograficzną i azymut lub długość geograficzną i azymut.

Istnieje możliwość bezpośredniego i niezależnego pomiaru jeszcze jednego elementu w omawianym trójkącie — a mianowicie kąta paralaktycznego q .

W takim układzie znanych elementów: odległość zenitalna, kąt paralaktyczny i odległość biegunowa gwiazdy ($90^\circ - \delta_1$) można z jednego pomiaru wyznaczyć równocześnie wszystkie trzy poszukiwane wielkości: szerokość geograficzną, długość geograficzną i azymut bez potrzeby nawet przybliżonej znajomości którejkolwiek z nich. Rozwiązanie tego zadania może mieć duże znaczenie dla terenów pozbawionych map topograficznych lub wtedy, gdy takie mapy są niedostępne.

Pomiar kąta q , który zastępuje niejako kąt godzinny, odbywa się bez użycia zegara. Jest to druga zaleta nowej metody. Notowanie wskazań zegara jest najtrudniejszą czynnością w astronomii geodezyjnej i wymaga z reguły pomocy drugiego obserwatora. Tylko bardzo rutynowany



Rys. 1

obserwator potrafi sam zapisywać czas. Na zmienność ruchu chronometru wpływa bardzo niekorzystnie transport, co zostało stwierdzone na przykład w czasie francuskiej wyprawy polarnej w r. 1948 („Annales de géophysique“ 1953 r.), stąd konieczność częstego porównywania zegarów z sygnałami czasu i konieczność transportowania ekwipunku radiowego.

Trzecią zaletą zastosowania kąta q jest prostota wzorów służących do obliczenia wielkości poszukiwanych¹, co zostanie w dalszym ciągu szczegółowo omówione.

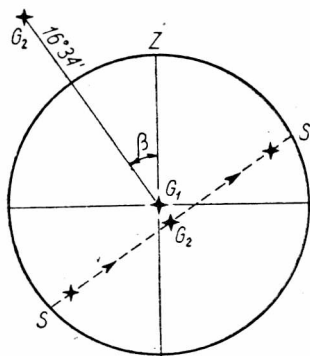
Przyjmujemy, że kąt q liczyć będziemy zgodnie z kierunkiem jego wzrastania w ciągu doby, to znaczy że w chwili dołowania gwiazdy wynosi on 0° , w górowaniu 180° , po stronie E jest mniejszy od 180° , po stronie W — większy od 180° .

Do zmierzenia kąta paralaktycznego służy gwiazda pomocnicza, którą będziemy w dalszym ciągu nazywali gwiazdą drugą (G_2) w odróżnieniu od gwiazdy pierwszej (G_1). Jeśli przez te dwie gwiazdy przeprowadzimy łuk koła wielkiego, to kąt paralaktyczny możemy zastąpić sumą dwóch kątów:

$$q = \beta + \gamma.$$

Kąt γ można wyliczyć z trójkąta G_1BG_2 , opierając się na danych współrzędnych z rocznika astronomicznego, przy czym można przewidywać, że będzie on miał wartość stałą, przynajmniej w ciągu wieczora obserwacyjnego.

Kąt β zmienia się w ciągu doby gwiazdowej od 0° do 360° i nosi on w astronomii nazwę kąta pozycyjnego. Jeśli oś celową lunety nastavimy na gwiazdę G_1 , to kreska pionowa pokrywa się z płaszczyzną G_1Z , zaś kąt ZG_1G_2 , leżący w płaszczyźnie prostopadłej do osi celowej lunety, stanowi właśnie kąt β (rys. 2). Można go zmierzyć na kole podziałowym, którego płaszczyzna jest prostopadła do osi lunety.



Rys. 2

Jako gwiazdę pierwszą przymujemy Biegunową, która ma znane zalety z punktu widzenia pomiarowego, zaś za gwiazdę drugą — ostatnią gwiazdę dyszla Małej Niedźwiedzicy (β *Ursae Minoris*), łatwą do odnalezienia na sklepieniu nieba. Jej jasność jest niewiele

mniejsza od jasności Biegunowej.

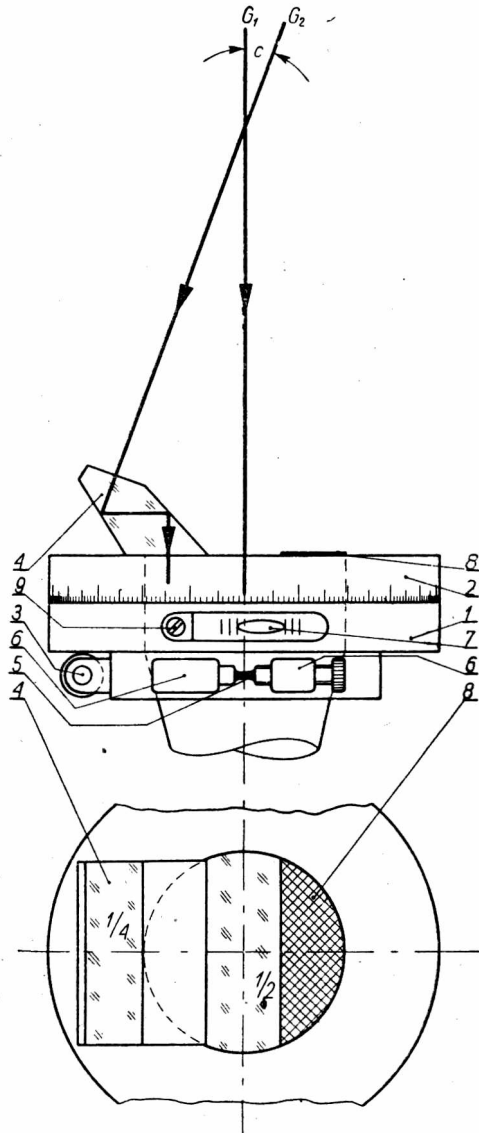
Odległość kątowa G_1G_2 wynosi przeszło 16° , wobec czego obie gwiazdy nie mogą być równocześnie widoczne w polu widzenia jakiej-

¹ Na prostotę wzoru do wyznaczenia azymutu i wynikające stąd możliwości zwrócił uwagę w swoim czasie prof. S. Hausbrandt.

kolwiek lunety geodezyjnej czy astronomicznej. Doprowadzenie obrazu gwiazdy G_2 w pole widzenia lunety i pomiar kąta β wykonuje się za pomocą małej nasadki, w miarę potrzeby nakładanej lub zdejmowanej z oprawy obiektywu lunety, a przedstawionej schematycznie na rys. 3.

Nasadka składa się z części nieruchomej 1, którą można docisnąć do oprawy obiektywu za pomocą śruby zaciskowej 3, oraz części obracającej się 2, do której przymocowany jest pryzmat 4. Jest to pryzmat achromatyczny, w którym następują dwa odbicia. Kąty jego są tak dobrane, że kierunek wiązki promieni biegnącej od gwiazdy drugiej po przejściu przez pryzmat staje się równoległy do osi celowej lunety i wobec tego obraz tej gwiazdy jest doprowadzony do środka pola widzenia².

Na część ruchomą naniesiona jest podziałka kątowna, zaś na część nieruchomą — noniusz n . Jeśli płaszczyzna odchylenia promieni w pryzmacie przechodzi przez zenit, to odczyt na noniuszu powinien wynosić 0° lub 180° . Tylko przy spełnieniu tego warunku odczyt na noniuszu w każdym innym położeniu pryzmatu jest równoznaczny z kątem β . Realizacja tego warunku jest zależna od właściwego zorientowania części 1 względem płaszczyzny pionowej, co dokonuje się za pomocą małej poziomnicy podłużnej 7 i śruby leniwej z dociskiem sprężynowym 6, połączonych na stałe z częścią 1. Czoła śruby i docisku opierają



Rys. 3

² Teoria optyczna pryzmatu, vide Z. Czerski, „Optyka instrumentalna“, 1954.

się o krawędzie szczerbinki celowniczej 5, znajdującej się zwykle przy każdej lunecie. Przed pomiarem należy pęcherzyk poziomnicy doprowadzić do położenia środkowego obrotem leniwki.

Pryzmat pokrywa $\frac{1}{4}$ powierzchni czynnej obiektywu. Przez połowę tej powierzchni, symetryczną względem osi, przechodzą promienie od gwiazdy pierwszej. Czwartka po stronie przeciwnej jest nieczynna (zakryta ekranem 8). Taki rozkład powierzchni czynnych wynika ze względu na konieczność wyeliminowania błędów systematycznych, jakie mogłyby powstać na skutek niesymetryczności wiązek świetlnych³.

Przy zastosowaniu nasadki obraz gwiazdy drugiej przesuwa się w polu widzenia lunety po pewnym torze ss (rys. 2). Ruch ten może być spowodowany po pierwsze dziennym ruchem tej gwiazdy, po drugie obrotem pryzmatu przez obserwatora. W każdym przypadku odczyt wykonany na kole podziałowym nasadki (koło to będziemy nazywali w dalszym ciągu kołem p o z y c y j n y m) stanowi kąt β dla momentu, gdy obraz gwiazdy G_2 pokrywa się lub znajduje się w najmniejszej odległości od gwiazdy G_1 .

Na błąd przypadkowy pomiaru kąta β składa się błąd przypadkowy obserwacji przejścia gwiazdy drugiej obok gwiazdy pierwszej i błąd przypadkowy odczytu na kole pozycyjnym. Za wartość średniego przypadkowego błędu pojedynczego wyznaczenia kąta β można przyjąć na zasadzie założeń konstrukcyjnych i przeprowadzonych doświadczeń

$$d_p \beta = \pm 30''.$$

Nasadka może mieć następujące błędy instrumentalne, charakteru systematycznego:

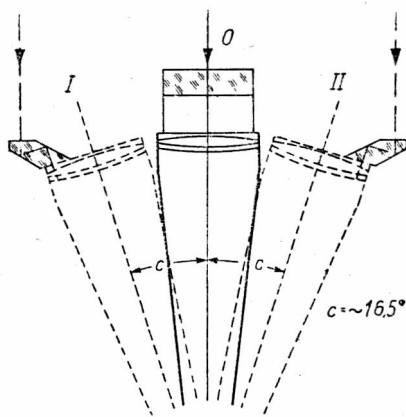
1. Błąd mimośrod.
2. Błąd nierównoległości osi obrotu części ruchomej względem osi celowej lunety, który nazwiemy błędem drugiej kolimacji.
3. Błąd rektyfikacji poziomnicy, który będziemy nazywali błędem miejsca pionu.

Przy wykonywaniu obserwacji w obu położeniach lunety, co zawsze ma miejsce, koło pozycyjne odczytuje się w miejscach odległych o 180° , a więc eliminuje się wpływ błędu mimośrod. Bliższa analiza doprowadza do identycznego wniosku, jeśli chodzi o błąd drugiej kolimacji. Natomiast błąd miejsca pionu nie eliminuje się w obu położeniach lunety.

³ Vide Z. Czerski, *Wpływ przeszkody przy pomiarach lunetowych*, „Przegląd Geodezyjny“ 1946, nr 2—3.

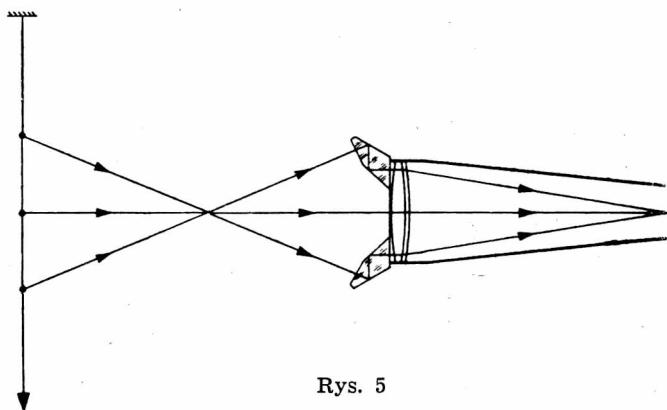
W zasadzie po wyregulowaniu przez wytwórníę poziomnicy nie powinna ona przez długi czas zmieniać stanu regulacji, zwłaszcza że jest to poziomnica średniej dokładności. Gdyby jednak zachodziły wątpliwości, można przeprowadzić sprawdzenie dwoma sposobami.

Sposób pierwszy: na cel punktowy w terenie (np. mirę przy wyznaczaniu azymutu). Po doprowadzeniu kreski poziomej lunety dokładnie na nieodchylony obraz celu (położenie 0, rys. 4) obracamy lunetę w azymucie w lewo o kąt $c \approx 16^{\circ}35'$ i przez obrót przyzmatu ruchem ręki doprowadzamy z kolei obraz odchylony celu na kreskę środkową (położenie I). W tym położeniu wykonujemy odczyt na kole pozycyjnym. Tę samą czynność wykonujemy po obróceniu lunety w azymucie w prawo o kąt c (położenie II). Średnia arytmetyczna z odczytów koła pozycyjnego w obu położeniach zwiększona o 90° jest właściwym miejscem pionu. Wykonanie podanych czynności w obu symetrycznych położeniach lunety jest konieczne ze względu na eliminację wpływu mimośrod, drugiej kolimacji i błędu almukantaru (gdy cel nie leży dokładnie w horyzoncie).



Rys. 4

Sposób drugi: na wiszący pion. Lunetą ustawioną zgrubsza w poziomie celujemy z odległości kilku metrów na nitkę zawieszzonego pionu.



Rys. 5

Doprowadzamy obrotem przyzmatu obraz odchylony nitki do pokrycia się z obrazem nieodchylonym raz w dolnym, drugi raz w górnym położeniu przyzmatu. Średnia arytmetyczna z dwu odczytów koła pozycyjnego jest miejscem pionu (rys. 5).

Sposób drugi jest prostszy i szybszy, gdyż wykonuje się przy niezmiennym położeniu lunety.

Jeśli przy sprawdzeniu pierwszym lub drugim sposobem zostanie stwierdzony błąd ustawienia poziomnicy, to należy go usunąć za pomocą śrubki rektyfikacyjnej 9.

Na wartość błędu systematycznego wyznaczenia kąta β , spowodowanego szczałkowym błędem miejsca pionu, można przyjąć na zasadzie założeń konstrukcyjnych i przeprowadzonych doświadczeń

$$d_s\beta = \pm 15''.$$

Kąt γ może być obliczony ze znanych deklinacji obu gwiazd i różnicy ich rektascenzji. Lepiej jednak wziąć pod uwagę odległość kątową między gwiazdami c , która może być przyjęta za niezmienną dla potrzeb omawianej metody w okresie nawet kilkuset lat. Drobne zmiany, spowodowane ruchami własnymi gwiazd i aberacją astronomiczną, nie mają tu żadnego znaczenia praktycznego.

Można zatem przyjąć jako stałą

$$c = 16^\circ 34' 41''$$

i wobec tego kąt γ obliczyć jako funkcję dwóch zmiennych: deklinacji gwiazdy biegunowej i różnicy rektascenzji obu gwiazd. Między tymi wielkościami i wielkością szukaną istnieje daleko posunięta zależność liniowa, co pozwala na ułożenie krótkiej i prostej w użyciu tabeli, niżej podanej. Jest ona ważna w okresie trzydziestoletnim.

W pierwszej kolumnie podane są różnice rektascenzji, przy czym od rektascenzji większej odejmowana jest zawsze mniejsza; w kolumnie drugiej — wartości γ dla najmniejszej wartości deklinacji w okresie trzydziestoletnim; w kolumnie trzeciej przyrosty γ na jedną minutę przyrostu deklinacji. Po stronie prawej umieszczone są tabelki interpolacyjne dla kolumny drugiej i trzeciej. Argumentem interpolacji jest różnica rektascenzji.

Współrzędne gwiazd zaczerpnięte z rocznika mogą być przybliżone to znaczy δ_1 w zaokrągleniu do $0,1''$, zaś $\alpha_2 - \alpha_1$ do $0,1^s$.

Odszukanie kąta γ z tej tabeli sprowadza się do wykonania dwóch dodawań arytmetycznych (nigdy odejmowania) i jednego mnożenia liczb trycyfrowych.

Błąd γ , wynikający z błędów zaokrągleń tabeli, wynosi średnio $1'' - 2''$, w przypadku zaś najbardziej niekorzystnym i bardzo mało prawdopodobnym, gdy wszystkie błędy zaokrągleń zbiegną się w jednym kierunku i to dopiero przy końcu epoki, błąd ten może wynosić około $3''$. Wobec znacznie większego błędu pomiaru kąta β , kąt γ uważamy za wyznaczony bezbłędnie (pomijając na razie wpływ błędów pozycji gwiazd).

T a b e l a γ 1954. I. 1 – 1984. I. 1

$\alpha_2 - \alpha_1$		γ (dla $\delta_1 = 89^\circ 02'$)		$\frac{\Delta\gamma}{1'}$		
12 ^h	33 ^m	7 ^o	46' 58''	+ 29,0''	1 ^s	+ 14,2''
	34	8	01 08	29,9	2	28,3
	35		15 17	30,8	3	42,5
	36		29 27	31,7	4	56,7
	37		43 36	32,5	5	70,8
	38		57 46	33,4	6	85,0
	39	9	11 56	34,3	7	99,2
	40		26 05	35,2	8	113,3
	41		40 15	36,0	9	127,5
	42		54 24	36,9	10 ^s	+ 2' 21,7
	43	10	08 34	37,8	20	4 43,3
	44		22 44	38,6	30	7 05,0
	45		36 54	39,5	40	9 26,7
	46		51 04	40,4	50	11 48,3
	47	11	05 14	41,2		
	48		19 24	42,1		
	49		33 34	43,0		
	50		47 44	43,9		
	51	12	01 54	44,7		
52		16 04	45,5	1 ^s	+ 0,01''	
53		30 14	46,4	2	,03	
54		44 24	47,3	3	,04	
55		58 35	48,1	4	,06	
56	13	12 45	49,0	5	,07	
57		26 56	49,8	6	,09	
58		41 06	50,7	7	,10	
59		55 17	51,5	8	,11	
13 ^h	00 ^m	14	09 27	52,4	9	,13
	01		23 38	53,2	10 ^s	+ 0,14''
	02		37 48	54,1	20	,29
					30	,43
				40	,57	
				50	,72	

Przykład liczbowy

18/19. VII. 1953 r.

$$\alpha_2 = 14^h 50^m 51,4^s$$

$$\alpha_1 = 1^h 50^m 59,9^s$$

$$\alpha_2 - \alpha_1 = 12^h 59^m 51,5^s$$

$$\delta_1 = 89^\circ 02' 34,2''$$

$$0,57'$$

$\gamma = 13^{\circ} 55' 17,0''$	
11' 48,3''	51,50''
14,2''	,72
7,1''	,01
29,8''	<u>52,23 · 0,57 = 29,8''</u>
116,4''	
<u><u>$\gamma = 14^{\circ} 07' 56''$</u></u>	

Kąt γ jest stały dla całego wieczoru obserwacyjnego. Składnik otrzymany z interpolacji drugiej kolumny można uważać za stały z reguły dla kilku, a w pewnych okresach roku nawet dla kilkunastu następujących po sobie wieczorów.

I. Azymut

Zagadnienie wyznaczenia azymutu sprowadza się do wyznaczenia azymutu Biegunowej (A).

Ze związku sinusowego mamy następujący ścisły i prosty wzór

$$\sin A = \sin p \sec \varphi \sin (\beta + \gamma),$$

gdzie $p = 90^{\circ} - \delta_1$.

Oznaczając

$$\sin p \sec \varphi = M$$

otrzymamy

$$\sin A = M \sin (\beta + \gamma).$$

Wielkość M jest stała dla całego wieczoru obserwacyjnego w danym miejscu obserwacji.

Przy małych szerokościach geograficznych można z powodzeniem stosować wzór przybliżony

$$A = p \sec \varphi \sin (\beta + \gamma)$$

$$P = p \sec \varphi$$

$$A = P \sin (\beta + \gamma).$$

Przyjmujemy na razie, że szerokość geograficzna miejsca obserwacji jest znana.

Obserwacja gwiazdy polega na ustawieniu Biegunowej na kreskę pionową lunety za pomocą śruby leniwej azymutalnej w chwili największego zbliżenia obu gwiazd i na odczytaniu koła pozycyjnego i koła poziomego (ewentualnie libeli nasadkowej).

Aby określić spodziewany błąd wyznaczenia azymutu zauważmy przede wszystkim, że na zasadzie tabeli γ istnieje następujący związek liczbowy:

$$d\gamma = -0,94 d\alpha_1 + 0,94 d\alpha_2 - 0,70 dp,$$

gdzie $d\alpha_1$ i $d\alpha_2$ oznaczają błędy pozycyjne rektascenzji dla obu gwiazd, zaś dp —błąd pozycyjny odległości biegunowej gwiazdy pierwszej. Drugi i trzeci składnik możemy pominąć, ze względu na znikomy ich wpływ. Po zróżniczkowaniu wzoru przybliżonego na azymut otrzymamy:

$$dA = -\frac{0,94}{e} p \sec \varphi \cos(\beta + \gamma) d\alpha_1 + \sin(\beta + \gamma) \sec \varphi dp + \\ + \frac{p}{e} \operatorname{tg} \varphi \sec \varphi \sin(\beta + \gamma) d\varphi + \frac{p}{e} \sec \varphi \cos(\beta + \gamma) d_p\beta + \frac{p}{e} \sec \varphi \cos(\beta + \gamma) d_s\beta \\ dA = \text{I} + \text{II} + \text{III} + \text{IV} + \text{V}$$

Przyjmujemy

$$d\alpha_1 = \frac{\pm 0,3''}{\cos \delta_1} = \pm 19,4'' \quad dp = \pm 0,3''$$

$$d\varphi = \pm 5'' \quad d_p\beta = \pm 30'' \quad d_s\beta = \pm 15''$$

W poniższej tabelce podane są maksymalne wartości czterech składników dla różnych szerokości geograficznych.

φ	I	II	III	IV	V
30°	± 0,32''	± 0,35''	± 0,06''	± 0,60''	± 0,30''
50°	± 0,44''	± 0,47''	± 0,16''	± 0,80''	± 0,40''
70°	± 0,82''	± 0,88''	± 0,70''	± 1,50''	± 0,75''

Rząd wielkości i obraz rozkładu tych błędów jest analogiczny jak przy metodzie wyznaczenia azymutu Biegunowej z pomiaru kąta godzinowego.

Zwróćmy ponadto uwagę, że maksymalne wartości składników I, IV i V wzajemnie się wykluczają z maksymalnymi wartościami składników II i III.

Refrakcja pionowa niejednakowa dla obu gwiazd obarcza wartość kąta pozycyjnego, otrzymaną z pomiaru, pewnym błędem systematycznym.

Wprowadzimy dodatkowe oznaczenia:

h_1, h_2 — wysokości obu gwiazd,

$dh_1 = R_1, dh_2 = R_2$ — odpowiadające im wartości refrakcji pionowej (liczby dodatnie),

E — różnica azymutów obu gwiazd,

$\Delta\beta$ — błąd systematyczny kąta pozycyjnego.

Z trójkąta ZG_1G_2 (rys. 6) można wyprowadzić zależność:

$$\sin E \operatorname{ctg} \beta = \operatorname{tg} h_2 \cos h_1 - \sin h_1 \cos E.$$

Po zróżniczkowaniu względem β , h_1 i h_2

($E = \text{const}$) i przekształceniach mamy

$$\Delta\beta = \frac{\sin \beta}{\sin c} \left(R_1 \cos c - R_2 \frac{\cos h_1}{\cos h_2} \right) \quad (1)$$

ponadto

$$h_1 = \varphi - p \cos(\beta + \gamma) \quad (2)$$

$$\sin h_2 = \cos c \sin h_1 + \sin c \cos h_1 \cos \beta. \quad (3)$$

Zespół wzorów (1) (2) (3) pozwala obliczyć w każdym przypadku błąd systematyczny kąta pozycyjnego spowodowany wpływem refrakcji pionowej.

Aberracja dzienna zmniejszała również wartość kąta pozycyjnego chociaż w stopniu mniejszym niż refrakcja. Obliczymy najpierw wpływ aberracji dziennej na kąt γ , wychodząc ze znanych wzorów

$$\alpha' - \alpha = 0,32'' \cos \varphi \cos t \sec \delta$$

$$\delta' - \delta = 0,32'' \cos \varphi \sin t \sin \delta.$$

Przyjmując dla Biegunowej

$$t = 180^\circ + (\beta + \gamma)^4$$

otrzymujemy następujące wyrażenie na zmianę różnicy rektascenzji obu gwiazd i zmianę deklinacji biegunowej

$$d(\alpha_1 - \alpha_2)'' = 0,32'' \cos \varphi \cos [(\beta + \gamma) + (\alpha_1 - \alpha_2)] \sec \delta_2 +$$

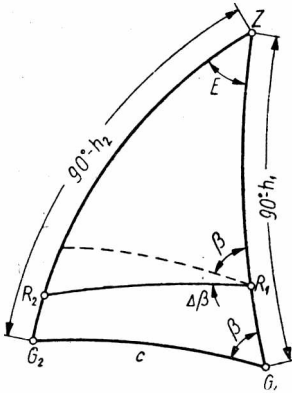
$$- 0,32'' \cos \varphi \cos(\beta + \gamma) \sec \delta_1.$$

$$d\delta_1 = 0,32'' \cos \varphi \sin [180^\circ + (\beta + \gamma)] \sin \delta_1.$$

Przyjmujemy $\alpha_1 - \alpha_2 = 168^\circ$. Z tabeli na kąt γ mamy liczbowy związek (dla środka epoki)

$$d\gamma = -0,94 d(\alpha_1 - \alpha_2) + 0,70 d\delta_1.$$

⁴ Błąd wyliczonej niżej wielkości $\delta\gamma$ spowodowany tym założeniem upraszczającym wynosi maksymalnie $0,34''$ co stanowi praktycznie wartość znikomą.



Rys. 6

Po podstawieniu poprzednich wyrażeń do tego wzoru, przekształceniu i odrzuceniu wyrazów małych otrzymujemy

$$d\gamma'' = 20,82'' \cos \varphi \cos (\beta + \gamma).$$

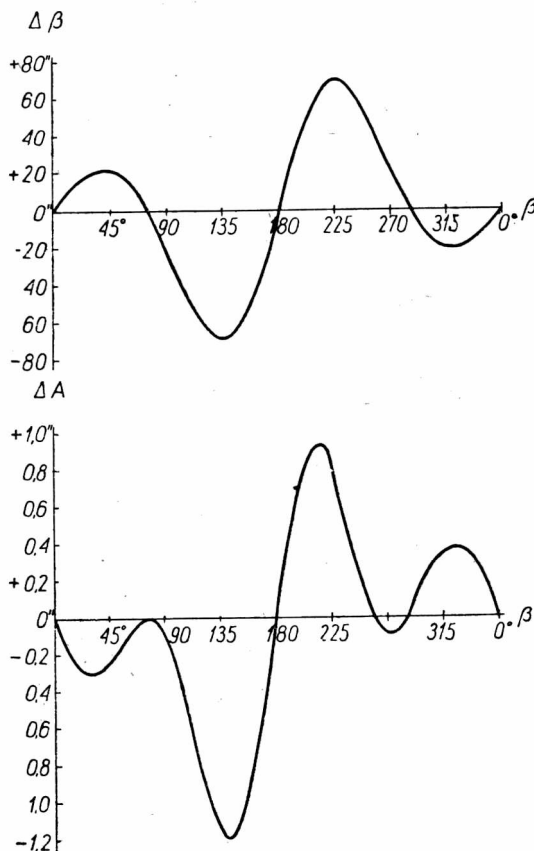
Różniczkując wzór przybliżony na azymut otrzymujemy poprawkę na wpływ aberracji dziennej

$$a = \frac{p}{\varrho} \sec \varphi \cos (\beta + \gamma) - \sec \varphi \sin (\beta + \gamma) d\delta_1$$

po podstawieniu uprzednio otrzymanych wyrażeń

$$a = 20,82'' \frac{p}{\varrho} \cos^2 (\beta + \gamma) + 0,32'' \sin^2 (\beta + \gamma) \sin \delta_1,$$

przyjmując $p = 3180''$, $a \approx +0,32'' \approx +0,3''$.



Rys. 7

Poprawkę tę należy dodać do azymutu zaobserwowanego, aby otrzymać azymut właściwy. Jest ona stała, niezależna od szerokości geograficznej i kąta pozycyjnego, podobnie jak w metodzie kąta godzinnego.

Z kolei obliczamy poprawkę (ΔA), którą należy dodać do azymutu zaobserwowanego, aby otrzymać wartość tego azymutu wolną od wpływu refrakcji.

$$\Delta A = - \frac{p}{\rho} \sec \varphi \cos(\beta + \gamma) \Delta \beta$$

Na rys. 7 przedstawione są graficznie błędy $\Delta \beta$ i poprawki ΔA dla β od 0° do 360° i $\varphi = 40^\circ$. Wartości refrakcji R_1 i R_2 przyjęto z tablic Kadau.

Poprawki ΔA zostały obliczone dla obszaru szerokości geograficznych od 30° do 70° i zestawione w tabeli o argumentach β i φ .

Tabela ΔA

	$\beta \backslash \varphi$	30°	35°	40°	50°	70°
1954 — 1984	0°
	15°	-0,4''	-0,3''	-0,2''	-0,1''	.
	30°	-0,6	-0,4	-0,3	-0,2	.
	45°	-0,5	-0,3	-0,2	-0,1	.
	60°	-0,2	-0,1	-0,1	.	.
	75°
	90°	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1''
	105°	-0,6	-0,5	-0,4	-0,3	-0,2
	120°	-1,4	-1,0	-0,8	-0,5	-0,3
	135°	-2,2	-1,5	-1,1	-0,7	-0,3
	150°	-2,4	-1,6	-1,1	-0,7	-0,3
	165°	-1,5	-1,0	-0,7	-0,4	-0,2
	180°
	195°	+1,4	+0,9	+0,6	+0,4	+0,2
	210°	+1,9	+1,3	+0,9	+0,5	+0,2
	225°	+1,5	+1,1	+0,8	+0,5	+0,2
	240°	+0,7	+0,5	+0,4	+0,3	+0,1
	255°	+0,1	+0,1	+0,1	.	.
	270°	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1
	285°	+0,1	.	.	.	-0,1
300°	+0,5	+0,3	+0,2	+0,1	-0,1	
315°	+0,7	+0,5	+0,4	+0,2	.	
330°	+0,7	+0,5	+0,4	+0,2	.	
345°	+0,4	+0,3	+0,2	+0,1	.	
360°	
	t_0	+20°	+17,5°	+15°	+10°	0° C

Tabela ta jest ważna na okres 1954—1984.

Wartości refrakcji R_1 zostały przyjęte dla ciśnienia normalnego $H_0=760$ mm i średnich temperatur nocy (wieczoru) t_0 , zwiększających się przy malejących szerokościach geograficznych. Temperatury te podano dla każdej kolumny na dole.

W tej tabeli mogą występować dwa błędy systematyczne:

1. Błąd epoki, wynikający z faktu, że obliczenia zostały wykonane dla średnich współrzędnych gwiazd, to znaczy dla roku 1969. Błąd ten wynosi maksymalnie $0,3''$ dla krańców epoki, dla szerokości $\varphi = 30^\circ$ i $\beta \approx 150^\circ$. Stosując prosty wzór poprawkowy (empiryczny)

$$\Delta_N A = \Delta A + 0,01 (1969 - N) \Delta A,$$

$$(90^\circ < \beta < 180^\circ).$$

gdzie N — oznacza rok kalendarzowy, można wpływ tego błędu zredukować do wartości maksymalnej $0,1''$.

Należy korzystać z tego wzoru jedynie przy małych szerokościach geograficznych, na krańcach epoki i tylko wtedy, gdy kąt pozycyjny leży w drugiej ćwiartce.

2. Błąd warunków atmosferycznych, wynikający z faktu, że temperatura i ciśnienie w chwili obserwacji mogą być inne niż te, dla których została obliczona tabela. Poniżej zestawiono dla trzech charakterystycznych szerokości geograficznych maksymalne wartości tego błędu przypadające przy kącie pozycyjnym $\beta \approx 135^\circ$ i przy warunkach atmosferycznych nocy (wieczoru), które możemy uznać za skrajne w terenach nawet górskich.

$\varphi = 30^\circ$	$t = +35^\circ\text{C}$ $H = 700$ mm	$-0,30''$
$\varphi = 50^\circ$	$t = +25^\circ\text{C}$ $H = 700$ mm	$-0,09''$
$\varphi = 70^\circ$	$t = -15^\circ\text{C}$ $H = 790$ mm	$+0,03''$

Gdyby komuś wpływy te wydawały się za duże, lub dla obserwacji w terenach wysokogórskich (gdzie ciśnienie może spaść nawet poniżej 500 mm) można stosować prosty wzór poprawkowy, który prawie całkowicie eliminuje te wpływy:

$$\Delta A_{t,H} = \Delta A + (A_t + B_H - A_{t_0}) \Delta A$$

Litery A i B w nawiasie oznaczają znane współczynniki w tablicy poprawkowej Radau.

Drobnymi cyframi w interliniach tabeli ΔA podane są końcówki poprawek dla połówek interwału β w tych obszarach, gdzie zmiany są niezupełnie liniowe.

Jak widzimy, w wielu przypadkach poprawki ΔA są tak małe, że można ich w ogóle nie brać pod uwagę.

Refrakcja pionowa daje drugi efekt optyczny, który nie powoduje jednak konieczności wprowadzania poprawek. Widoma odległość kątowna między obu gwiazdami jest zawsze mniejsza od teoretycznej a nadto jest zmienna w okresie doby. Na skutek tego zmienia się efektywny odstęp między gwiazdami w polu widzenia lunety w chwili ich największego zbliżenia. Maksymalna zmiana ($\varphi = 30^\circ$) wynosi $2'40''$.

Wpływ ten można zmniejszyć obierając kąt odchylenia pryzmatu nieco mniejszy od wartości teoretycznej, np.

$$c = 16^\circ 33' 40''.$$

Przy zastosowaniu takiego pryzmatu odstęp między gwiazdami w chwili ich największego zbliżenia nie przekroczy $1'40''$ przy $\varphi = 30^\circ$. Przy większych szerokościach geograficznych będzie on mniejszy.

Przeprowadziłem specjalne badania, które wykazały, że odstęp tego rzędu nie wpływa jeszcze na dokładność zaobserwowania przejścia jednej gwiazdy obok drugiej.

II. Szerokość geograficzna

W sposób analogiczny jak przy metodzie kąta godzinnego wyprowadzamy wzór szeregowy na wyznaczenie szerokości geograficznej zakładając, że znany jest kąt paralaktyczny $(\beta + \gamma)$. W rezultacie otrzymujemy

$$\begin{aligned} \varphi = & (h - R_h) + p \cos(\beta + \gamma) - \frac{p^2}{2e} \operatorname{tg} h \sin^2(\beta + \gamma) + \\ & - \frac{p^3}{6e^2} \cos(\beta + \gamma) \sin^2(\beta + \gamma) (1 + 3\operatorname{tg}^2 h) + \dots + \frac{p}{e} \sin(\beta + \gamma) \Delta\beta \\ \varphi = & \text{I} + \text{II} + \text{III} + \text{IV} + \text{V} + \dots \end{aligned}$$

Obserwacja polega na ustawieniu gwiazdy biegunowej na kresce poziomej lunety za pomocą śruby leniwej wertykalnej w chwili największego zbliżenia obu gwiazd i na odczytaniu koła pozycyjnego i koła pionowego. Od wysokości h , odczytanej na kole pionowym, należy odjąć poprawkę na refrakcję R_h z tablic w roczniku astronomicznym.

Pierwsze cztery wyrazy podanego wyżej wzoru mają budowę analogiczną jak przy metodzie kąta godzinnego, różnią się tylko znakami. Do obliczenia wyrazu drugiego i trzeciego z powodzeniem można używać tablic pomocniczych podanych w rocznikach astronomicznych po zastąpieniu kąta godzinnego przez kąt $(\beta + \gamma)$.

Wyraz czwarty wynosi maksymalnie, podobnie jak w metodzie kąta godzinnego, przy różnych szerokościach geograficznych:

$$\varphi = 30^\circ : 0,09'' \quad \varphi = 50^\circ : 0,35'' \quad \varphi = 70^\circ : 1,56''.$$

Wyraz piąty stanowi poprawkę różniczkową ($\Delta\varphi$) wynikającą z wpływu refrakcji na kąt ($\beta + \gamma$) w wyrazie drugim.

Wpływ aberracji dziennej jest znikomy i może być pominięty.

Wartości liczbowe

$$\Delta\varphi = \frac{p}{q} \sin(\beta + \gamma) \Delta\beta$$

zostały podane w tabeli analogicznej do tabeli poprawek azymutalnych.

Tabela $\Delta\varphi$

		$\beta \backslash \varphi$	30°	35°	40°	50°	70°
1954 — 1984		0°
		15°	+0,2''	+0,1''	+0,1''	.	.
		30°	+0,4	+0,3	+0,2	+0,1''	.
		45°	+0,6	+0,4	+0,3	+0,1	.
		60°	+0,6	+0,4	+0,2	+0,1	.
		75°	+0,2	+0,1	.	-0,1	-0,1''
		90°	-0,4	-0,4	-0,3	-0,2	-0,1
		105°	-1,1	-0,8	-0,6	-0,3	-0,1
		120°	-1,4	-1,0	-0,7	-0,4	-0,1
		135°	-1,3 ^{,4}	-0,8 ^{,7}	-0,6	-0,3	-0,1
		150°	-0,7	-0,4 ^{,7}	-0,3	-0,1	.
		165°	-0,1 ^{,0}	-0,1 ^{,0}	.	.	.
		180°
		195°	-0,6 ^{,2}	-0,4 ^{,1}	-0,2	-0,1	.
		210°	-1,4 ^{,8}	-0,9	-0,6	-0,3	-0,1
		225°	-2,0 ^{,0}	-1,3	-0,9	-0,5	-0,1
		240°	-1,8 ^{,6}	-1,3	-0,9	-0,5	-0,1
		255°	-1,2	-0,9	-0,7	-0,4	-0,1
		270°	-0,4	-0,4	-0,3	-0,2	-0,1
		285°	+0,2	+0,1	.	.	-0,1
	300°	+0,5	+0,3	+0,2	+0,1	.	
	315°	+0,4	+0,3	+0,2	+0,1	.	
	330°	+0,2	+0,1	+0,1	.	.	
	345°	
	360°	
	t_c	+20°	+17,5°	+15°	+10°	0° C	

$H_c = 760$ mm

Jak widać, poprawki $\Delta\varphi$ są mniejsze od poprawek ΔA . Odpowiednio mniejsze są błędy wynikające ze zmian epoki i warunków atmosferycznych. Wzory korygujące te wpływy są identyczne jak przy azymucie, z tą tylko różnicą, że wzór na epokę należy stosować jedynie wtedy, gdy kąt pozycyjny leży w ćwiartce trzeciej, to znaczy, gdy

$$180^\circ < \beta < 270^\circ$$

Przewidywany błąd wyznaczenia szerokości geograficznej wyrażamy wzorem różniczkowym

$$\begin{aligned} d\varphi = & dh + \frac{0,94p}{\rho} \sin(\beta + \gamma) da_1'' + \cos(\beta + \gamma) dp + \\ & - \frac{p}{\rho} \sin(\beta + \gamma) d_p\beta - \frac{p}{\rho} \sin(\beta + \gamma) d_s\beta \\ d\varphi = & \text{I} + \text{II} + \text{III} + \text{IV} + \text{V}. \end{aligned}$$

Dalsze wyrazy są tak małe, że wpływ ich nie ma znaczenia praktycznego. Jeśli pomiar wykonuje się teodolitem typu Wild T 2, to można przyjąć $dh = \pm 1''$, zaś $da_1 = \pm 19,4''$, $dp = \pm 0,3''$, $d_p\beta = \pm 30''$, $d_s\beta = \pm 15''$. Maksymalne wartości składników wynoszą niezależnie od szerokości geograficznej

I	II	III	IV	V
$\pm 1''$	$\pm 0,3''$	$\pm 0,3''$	$\pm 0,5''$	$\pm 0,25''$

Maksymalne wartości składnika trzeciego wykluczają się z maksymalnymi wartościami składników drugiego, czwartego i piątego. Do powyższego dochodzą jeszcze systematyczne błędy: podziału koła pionowego i wyznaczenia refrakcji.

Jeżeli chodzi o przybliżone wyznaczenie szerokości geograficznej, na przykład wtedy, gdy znajomość tej szerokości jest potrzebna tylko do wyznaczenia azymutu, wystarczy zaobserwować Biegunową na kresce poziomej w dwóch położeniach lunety i zastosować wzór przybliżony

$$\varphi = (h - R_h) + p \cos(\beta + \gamma) - \frac{p^2}{2\rho} \operatorname{tg} h \sin^2(\beta + \gamma)$$

gdzie

$$h = \frac{h_L + h_P}{2}$$

$$(\beta + \gamma) = \frac{(\beta_L + \gamma) + (\beta_P + \gamma)}{2}$$

Błąd szacunkowy, wynikający z niedokładności tego wzoru, nie przekracza w najgorszym przypadku $1,5''$, o ile różnica czasu pomiędzy obserwacjami w obu położeniach lunety nie jest większa od 10 minut.

III. Długość geograficzna

Zagadnienie sprowadza się do wyznaczenia czasu gwiazdowego miejscowego (Θ) w momencie, dla którego znany jest czas gwiazdowy odniesiony do określonego południka, np. Greenwich. Do obserwacji potrzebny jest więc chronometr, którego poprawka czasu względem określonego południka jest znana.

Obserwacja polega na zanotowaniu w chwili największego zbliżenia obu gwiazd zarówno wskazania chronometru, jak i koła pozycyjnego. O ile znana jest szerokość geograficzna miejsca obserwacji, to nastawienie Biegunowej na kreski lunety jest zbędne. W przeciwnym razie należy równocześnie nastawić gwiazdę biegunową na kreskę poziomą i odczytać koło pionowe w celu wyznaczenia szerokości geograficznej miejsca obserwacji.

Nie uwzględniając na razie zjawiska refrakcji i aberracji diennej możemy napisać, biorąc pod uwagę trójkąt BZG₁ (rys. 1), zgodnie z przyjętą regułą liczenia kąta paralektycznego, w jednostkach kąta

$$\Theta = \alpha_1 + t = 180^\circ + \alpha_1 - \varepsilon + (\beta + \gamma) + A,$$

gdzie t — oznacza kąt godzinny Biegunowej

α_1 — rektascenzję Biegunowej

ε — przewyżkę sferyczną trójkąta.

Wiadomo, że

$$\sin \frac{\varepsilon}{2} = \frac{\sin \left(45^\circ - \frac{h}{2}\right) \sin \frac{p}{2}}{\cos \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right)} \cdot \sin (\beta + \gamma)$$

$\varepsilon > 0$ gdy Biegunowa znajduje się po stronie E

$\varepsilon < 0$ „ „ „ „ „ „ W.

Po rozwinięciu na szereg

$$\begin{aligned} \frac{\varepsilon}{2} &= \sin \frac{\varepsilon}{2} + \frac{1}{6} \sin^3 \frac{\varepsilon}{2} = \frac{p}{2} \cdot \frac{\sin \left(45^\circ - \frac{h}{2}\right)}{\cos \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right)} \cdot \sin (\beta + \gamma) + \\ &- \frac{p^3}{48 \varrho^2} \frac{\sin \left(45^\circ - \frac{h}{2}\right)}{\cos \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right)} \cdot \sin (\beta + \gamma) + \frac{p^3}{48 \varrho^2} \frac{\sin^3 \left(45^\circ - \frac{h}{2}\right)}{\cos^3 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right)} \cdot \sin^3 (\beta + \gamma) \dots \end{aligned}$$

W najbardziej niekorzystnym przypadku, gdy $\varphi=30^\circ$, drugi wyraz nie przekracza $0,01''$, zaś trzeci — $0,003''$. Można je więc odrzucić i przyjąć

$$\varepsilon = \frac{p \cdot \sin\left(45^\circ - \frac{h}{2}\right)}{\cos\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right)} \sin(\beta + \gamma).$$

Skądinąd wiemy, że

$$h = \varphi - p \cos(\beta + \gamma) + \frac{p^2}{2\varrho} \operatorname{tg} h \sin^2(\beta + \gamma).$$

Po wstawieniu do wzoru poprzedniego i rozwinięciu na szereg Taylora względem h otrzymujemy

$$\begin{aligned} \varepsilon = & p \operatorname{tg}\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right) \sin(\beta + \gamma) + \frac{p^2}{4\varrho} \sin 2(\beta + \gamma) + \\ & - \frac{p^3}{4\varrho^2} \sin^3(\beta + \gamma) \operatorname{tg} \varphi \dots \end{aligned}$$

Dalsze wyrazy rozwinięcia nie przekraczają kilku setnych sekundy łuku — można więc je odrzucić.

Skądinąd mamy

$$\sin A = \frac{\sin p}{\cos \varphi} \sin(\beta + \gamma).$$

Zastępując sinusy małych kątów przez kąty i rozwijając na szereg otrzymamy:

$$\begin{aligned} A = & p \sec \varphi \sin(\beta + \gamma) + \\ & + \frac{p^3 \cdot \sec \varphi \sin(\beta + \gamma)}{6\varrho^2} \left[\sin^2(\beta + \gamma) \sec^2 \varphi - 1 \right] + \dots \end{aligned}$$

Dalsze wyrazy rozwinięcia nie przekraczają kilku tysięcznych sekundy łuku, więc można je odrzucić.

Czas gwiazdowy miejscowy wyrazi się zatem wzorem następującym:

$$\begin{aligned} \theta = & 180^\circ + \alpha_1 + (\beta + \gamma) + p \left[\sec \varphi - \operatorname{tg}\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right) \right] \sin(\beta + \gamma) + \\ & - \frac{p^2}{4\varrho} \sin 2(\beta + \gamma) + \\ & + \frac{p^3}{6\varrho^2} \sec \varphi \sin(\beta + \gamma) \left[(\sec^2 \varphi + 1,5 \sin \varphi) \sin^2(\beta + \gamma) - 1 \right]. \end{aligned}$$

Ale kąt pozycyjny zmierzony jest z błędem refrakcji i aberracji dziennej, zaś rektascencja α_1 i odległość biegunowa p obarczone są również błędem aberracji dziennej. Należy więc wprowadzić jeszcze różnic-

kowe poprawki do drugiego, trzeciego i czwartego składnika (poprawki do dalszych składników są tak małe, że nie mają praktycznego znaczenia). Zatem

$$\begin{aligned} \Theta &= 180^\circ + \alpha_1 + (\beta + \gamma) + p \left[\sec \varphi - \operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \right] \sin(\beta + \gamma) - \Delta\beta + \\ &\quad - \frac{p}{\varrho} \left[\sec \varphi - \operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \right] \cos(\beta + \gamma) \Delta\beta + \\ &\quad + 0,32'' \left[1 - \cos \varphi \operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \right] - \frac{p^2}{4\varrho} \sin 2(\beta + \gamma) + \\ &\quad + \frac{p^3}{6\varrho^2} \sec \varphi \sin(\beta + \gamma) \left[(\sec^2 \varphi + 1,5 \sin \varphi) \sin^2(\beta + \gamma) - 1 \right] \\ \Theta &= \text{I} + \text{II} + \text{III} + \text{IV} + \text{V} + \text{VI} + \text{VII} + \text{VIII} + \text{IX}. \end{aligned}$$

Wyrazy od piątego do dziewiątego włącznie mają wartości liczbowe niewielkie. Sumę algebraiczną tych wyrazów można zestawzić w tabeli poprawek ($\Delta\Theta$), ułożonej według argumentów β i φ i podobnej do tabel ΔA i $\Delta\varphi$.

$$\begin{aligned} \Delta\Theta'' &= -\Delta\beta'' - \frac{p''}{\varrho} \left[\sec \varphi - \operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \right] \cos(\beta + \gamma) \Delta\beta'' + \\ &\quad + 0,32'' \left[1 - \cos \varphi \operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \right] - \frac{p^2}{4\varrho} \sin 2(\beta + \gamma) + \\ &\quad + \frac{p^3}{6\varrho^2} \sec \varphi \sin(\beta + \gamma) \left[(\sec^2 \varphi + 1,5 \sin \varphi) \sin^2(\beta + \gamma) - 1 \right]. \end{aligned}$$

Ostatni wyraz należy uwzględnić tylko przy większych szerokościach geograficznych. Przy szerokości 40° wartość jego nie przekracza $0,02^3$. Ostatecznie więc dla wyznaczenia czasu miejscowego mamy wzór w jednostkach czasu bardzo prosty i podobny do wzoru na azymut

$$\Theta^s = 12^h + \alpha_1^s + \frac{1}{15}(\beta'' + \gamma'') + K \sin(\beta + \gamma) + \Delta\Theta^s,$$

gdzie

$$K = \frac{p''}{15} \left[\sec \varphi - \operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \right]$$

ma wartość stałą dla całego wieczoru obserwacyjnego w danym miejscu obserwacji.

Spodziewany błąd wyznaczenia czasu wyraża się następującym wzorem różniczkowym

$$d\Theta^s = +0,004d\alpha_1'' + 0,063d\alpha_2'' + \left[\frac{K \sin(\beta + \gamma)}{p''} - 0,05 \right] dp'' +$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{p''}{15q} \sin(\beta + \gamma) \left[\frac{\operatorname{tg} \varphi}{\cos \varphi} + \frac{1}{2 \cos^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right)} \right] d\varphi'' + \\
 & + \left[\frac{1}{15} + \frac{K}{q} \cos(\beta + \gamma) \right] d_p \beta'' + \left[\frac{1}{15} + \frac{K}{q} \cos(\beta + \gamma) \right] d_s \beta'' \\
 & d\theta^s = \text{I} + \text{II} + \text{III} + \text{IV} + \text{V} + \text{VI}
 \end{aligned}$$

Dalsze wyraży nie mają znaczenia praktycznego.

Przyjmując jak poprzednio

$$\begin{aligned}
 d\alpha_1 &= \pm 19,4'', & d\alpha_2 &= \pm \frac{0,3''}{\cos \delta_2} = \pm 1,1'', & dp &= \pm 0,3'', \\
 d\varphi &= \pm 5'', & d_p \beta &= \pm 30'', & d_s \beta &= \pm 15'',
 \end{aligned}$$

otrzymamy maksymalne spodziewane błędy pomiaru

φ	I	II	III	IV	V	VI
30°	$\pm 0,08^s$	$\pm 0,07^s$	$\pm 0,03^s$	$\pm 0,01^s$	$\pm 2^s$	$\pm 1^s$
50°	$\pm 0,08^s$	$\pm 0,07^s$	$\pm 0,04^s$	$\pm 0,01^s$	$\pm 2^s$	$\pm 1^s$
70°	$\pm 0,08^s$	$\pm 0,07^s$	$\pm 0,07^s$	$\pm 0,04^s$	$\pm 2,01^s$	$\pm 1^s$

Jak widać z tego zestawienia obraz rozkładu błędów jest zgoła inny jak w klasycznej metodzie wyznaczenia czasu z pomiaru odległości zenitalnej. Wartości liczbowe tych błędów są prawie niezależne od szerokości geograficznej miejsca obserwacji, zaś wpływ błędu kąta pozycyjnego, praktycznie biorąc, jest stały w ciągu całej doby gwiazdowej. W ten sposób z obserwacji Biegunowej i gwiazdy pomocniczej można wyznaczyć długość geograficzną, nie tak dokładnie oczywiście jak azymut i szerokość geograficzną.

W metodach klasycznych nie wyznacza się, jak wiadomo, długości geograficznej z obserwacji Biegunowej, gdyż błędy byłyby wielokrotnie większe, a w pewnych przypadkach wynik byłby wręcz iluzoryczny. Skądinąd Biegunowa jest najwygodniejszą gwiazdą do obserwacji astronomiczno-geodezyjnych, ponieważ można ją zawsze odnaleźć w polu widzenia lunety bez efermyd.

Zadanie jednoczesnego wyznaczenia trzech poszukiwanych wielkości, to znaczy azymutu i obu współrzędnych geograficznych miejsca obserwacji sprowadza się do jednoczesnego określenia odległości zenitalnej gwiazdy biegunowej, jej kąta godzinnego i odpowiadającego tej gwiazdzie odczytu na kole poziomym.

W czasie obserwacji należy za pomocą obu leniwek nastawić gwiazdę biegunową na przecięcie krzyża kresek w momencie największego zbliżenia gwiazd, odczytać wskazanie chronometru, koło pozycyjne oraz koło pionowe i poziome. Wykonanie tych czynności można ewentualnie uprościć, rozbijając je na dwa kolejne etapy, jak następuje:

Etap I. Nastawienie gwiazdy biegunowej na kreskę pionową w momencie największego zbliżenia gwiazd. Odczytanie wskazania chronometru, koła pozycyjnego i poziomego (poziomnicy nasadkowej).

Wyznaczenie A i θ

Etap II. Nastawienie gwiazdy biegunowej na kreskę poziomą w momencie największego zbliżenia gwiazd. Odczytanie wskazania chronometru, koła pozycyjnego i koła pionowego.

Wyznaczenie φ i θ

Przy takim sposobie obserwowania ilość pomiarów długości jest dwukrotnie większa od ilości pomiarów azymutu i szerokości, co stanowi okoliczność korzystną, gdyż dokładność wyznaczenia długości geograficznej jest w tej metodzie znacznie mniejsza od dokładności wyznaczenia azymutu i szerokości.

Rachunek należy rozpocząć od obliczenia szerokości geograficznej, po czym niemal równocześnie można obliczyć długość geograficzną i azymut.

Model doświadczalny nasadki, opisanej na początku tej pracy, dostosowany do teodolitu Wilda T2, został wykonany przez moją firmę przy ul. Widok w Warszawie. Pomiary tą nasadką zostały przeprowadzone w r. 1953 przez dra Wiesława Opalskiego, za co składam Mu na tym miejscu serdeczne podziękowanie, jak również za pomoc przy obliczeniach (w szczególności przy obliczeniu pozycji gwiazd w okresie trzydziestoletnim) oraz za cenne rady. Pewne rady i sugestie zawdzięczam również mojej żonie.

РЕЗЮМЕ

Новый астрономо-геодезический метод заключается в измерении паралактического угла φ как сумму постоянного угла γ и переменного позиционного угла β . Для измерения угла β применяется насадка на объектив зрительной трубы, состоящая из призмы, отклоняющей на постоянный угол и круга с делениями. Угол γ определяется из таблиц, важность которых охватывает период 30 лет.

Азимут полярной звезды а также географическая широта и долгота места наблюдения определяются с помощью очень простых формул, причем с одного на-

блюдения можно определить все три неизвестных без предварительного знания их приближенных значений.

Азимут и географическая широта в данном методе определяются без применения часов, с точностью как в классическом методе (измерение часового угла и зенитного расстояния), географическая же долгота с меньшей точностью.

Метод может быть применен в северных широтах от 30' до 70'.

R É S U M É

La nouvelle méthode d'astronomie géodésique consiste dans le mesurage de l'angle parallactique q qui constitue une somme de l'angle constant γ et de l'angle variable de position β .

Pour déterminer l'angle β on place un embout sur l'objectif de la lunette qui possède un prisme faisant une déviation d'un angle fixe et on emploie aussi une cerde gradué. On détermine l'angle γ d'après les tables qui sont valables pendant une période de 30 ans.

L'azimut de l'étoile Polaire ainsi que la longitude et la latitude géographique d'un point d'observation sont déterminés à l'aide de très simples formules. Il faut savoir aussi qu'une seule observation peut déterminer toutes les trois inconnues sans avoir notion de leurs valeurs approximatives.

L'azimut et la latitude géographique sont déterminés par cette méthode sans application d'une montre avec la précision équivalente aux méthodes classiques (mesure de l'angle horaire et de la distance zénithale), tandis que la longitude géographique est déterminée avec une précision moindre.

Cette méthode peut être appliquée dans une zone comprise entre le trentième et le soixante-dixième degré de la latitude. (N)

Wiesław Opalski

Pomiar azymutu metodą Z. Czerskiego

Metoda ta, z którą bliżej zapoznaje czytelnika równoległy artykuł jej autora zamieszczony w tymże numerze, zasługuje na uwagę z wielu powodów. Wykorzystanie kąta pozycyjnego łuku między dwiema gwiazdami, jako wielkości podlegającej pomiarowi za pomocą koła pozycyjnego nasadki, dostarcza niezależnej danej obserwacyjnej (kąta paralaktyczny q), która w połączeniu z odczytywaniem koła poziomego prowadzi w prosty i krótki sposób do wyznaczenia azymutu.

Koncepcja nasadki znajdowała dotychczas zastosowanie tylko do mało dokładnych wyznaczeń, np. w metodzie nasadki Wilda. W metodzie dra Z. Czerskiego zastosowanie nasadki oparte jest na zasadzie pomiaru kąta pozycyjnego, a więc zupełnie odmiennej od zasady nasadki Wilda. Opracowana przez autora teoretycznie w kierunku wydobycia dużej dokładności i praktycznie w kierunku uproszczenia rachunku za pomocą prostych tabliczek, metoda ta nabiera charakteru konkurencyjnego w stosunku do metody przejść gwiazdy Biegunowej, którą to metodę nazywać tu będziemy krótko metodą Polaris. Obywając się bez znajomości długości geograficznej miejsca obserwacji i bez użycia zegara, góruje nad taką krótkością obliczeń. Z analizy teoretycznej wynika, że pod względem dokładności nie ustępuje metodzie Polaris. Dotychczas zebrane materiały obserwacyjne, o których będzie mowa poniżej, są szczupłe, ale znajdujemy w nich potwierdzenie teoretycznych przewidywań co do dokładności.

Empiryczne wypróbowanie metody, przeeksperymentowanie szeregu zagadnień i sprawdzenie przewidywanej dokładności było jednym z ważnych i bardzo interesujących elementów całości prac. Na propozycję dra Z. Czerskiego podjąłem w ciągu lata i wczesną jesienią 1953 r. szereg obserwacji za pomocą przygotowanego przez niego próbnego modelu nasadki, przystosowanego do nasadzania na teodolit typu Wild T2. Należy zaznaczyć, że ten prowizoryczny egzemplarz nasadki, zbudowany przez dra Czerskiego, częściowo z dobranych gotowych elementów (koło z podziałką) stanowi konstrukcję raczej prymitywną w porównaniu z nowoczesnymi konstrukcjami fabrycznymi. Jednakże nawet i w tych warunkach

dokładność osiągniętych wyników obserwacji potwierdziła praktycznie realność oczekiwań autora metody.

W początkowych fazach obserwacje miały charakter orientacyjny i doprowadziły do szeregu wniosków natury teoretycznej i praktycznej. Ostatecznie nasadka została przystosowana do obserwacji pary gwiazd: α UMi i β UMi.

Elementarna obserwacja polega na tym, że obraz Polaris utrzymujemy za pomocą leniwki azymutalnej na nitce pionowej, śledząc jednocześnie obraz β UMi uzyskany za pośrednictwem przyrządu; obraz ten przesuwa się dość szybko i mija obraz Polarnej zbliżając się doń na pewną odległość minimalną rzędu $1'$; w momencie minimum tej odległości przerywamy ruch leniwki, po czym odczytujemy koło poziome i koło pozycyjne nasadki oraz libelę nasadkową w obu jej położeniach. Dla pewniejszego uchwycenia pozycji obrazu β UMi w minimalnej odległości zaleca się przed pierwszym celowaniem wykonać małe obroty nasadki śledząc obrazy gwiazd, aby zawnazu zorientować się, w jakim kierunku będzie się przesuwał obraz β UMi i gdzie jest pozycja jego minimalnej odległości. Przed następnym celowaniem obserwator musi siłą rzeczy cofnąć obraz β UMi małym obrotem nasadki, aby zaobserwować ponownie zjawisko minimalnej odległości obrazów.

Obserwacje wykonywałem seriami, składającymi się z 8 elementarnych obserwacji gwiazd i 8 celowań na cel ziemski. Dla zamierzonego porównania dokładności metody kąta pozycyjnego i metody Polaris do każdej elementarnej obserwacji dołączałem notowanie chronometru, które jest zupełnie zbyteczne w pierwszej z tych metod. Dzięki temu, każdą z serii wykorzystałem do redukcji podwójnie: metodą kąta pozycyjnego i metodą Polaris.

Wartości azymutu, otrzymywane z takich obserwacji równoległe obydwiema metodami, nadają się szczególnie do porównania metod: wspólny obserwator i instrument, jednoczesność obserwacji, a wreszcie identyczność materiału obserwacyjnego odnośnie do celowań na mirę i Polaris oraz odczytów koła poziomego i libelli nasadkowej. Ta maksymalna wspólnota eliminuje szereg czynników, które mogłyby zaciemnić porównanie metod. W tych warunkach błędy średnie każdej z obu wartości azymutu jak również i różnica tych wartości stwarzają czysty obraz umożliwiający porównanie metody kąta pozycyjnego z metodą Polaris. Różne wartości azymutu i ewentualnie różne wartości błędów średnich wynikają jedynie z zasadniczo odmiennych części materiału obserwacyjnego (kąta pozycyjny — kąta godzinny). Wpływ tych odmiennych części nie jest zaciemniony przez błędy przypadkowe, które weszłyby ze strony elementów obserwacyjnych, wspólnych treściowo obu metodom (celowanie, odczyty koła poziomego i libelli) w tym przypadku, jeżeliby te ele-

menty nie były identyczne liczbowo, a tym bardziej gdyby obserwacje były robione przy różnych okolicznościach zewnętrznych (obserwator, instrument, pora).

Widać to najlepiej na przykładzie zestawienia podanego przy końcu artykułu. Rozrzut wartości, otrzymanych z różnych serii tą samą metodą (np. metodą Polaris), nawet w ciągu tego samego wieczora, jest znacznie większy niż maksymalne różnice par odpowiednich wartości, otrzymanych z tej samej serii obu metodami.

Jako cel ziemski użyty został kolimator w postaci teodolitu Wild T2, którego siatkę po zdjęciu okularu oświetlała światłem rozproszonym lampa elektryczna, ustawiona z tyłu. Kolimator ten, umieszczony na sąsiednim słupku obserwacyjnym, wykorzystany został w braku stosownego a jednocześnie pewnego świecącego dalekiego przedmiotu; oczywiście tego rodzaju krótkoogniskowy i prowizorycznie ustawiony kolimator nie mógł gwarantować zachowania stałości kierunku celu z należytą precyzją. Ta okoliczność tłumaczy duże rozbieżności poszczególnych wartości azymutu, uzyskanych z różnych serii, przy bardzo dobrej na ogół zgodności każdej pary wartości otrzymanych obu metodami z tej samej serii obserwacyjnej. Z tego też powodu tworzenie średniej z wyników wszystkich serii byłoby pozbawione realnego uzasadnienia.

Przytoczę teraz jako przykład jedną z serii obserwacyjnych, a następnie redukcje tejże serii według obydwóch metod.

Obserwacja z dnia 10/11 października 1953 r.

Miejsce obserwacji: Obserwatorium Katedry Astronomii Praktycznej
Politechniki Warsz., słup S. $\varphi = 52^{\circ}13,4'$.

Narzędzie: teodolit Wild T2 nr 10934; libella nasadkowa: $\frac{1}{4} \tau = 1,35''$.

Chronometr: Muirhead nr 3677

Obserwator: W. Opalski

Cel ziemski: kolimator (Wild T2), (M).

Protokolant: Z. Czarski

Cel	Położ. koła	Chronometr (T)	Libella		Koło poziome (H)	Koło pozycyjne (β)	Koło pion. (z)
			l	p			
M	L				115°30'22'' 22		
M	L				115 30 24 22		
*	L	22 ^h 53 ^m 50 ^s	26,9	9,7	181 07 45	121°26'	37°05'
			10,0	27,2	46		
*	L	55 22,5	10,0	27,1	181 07 21	121 51	
			27,3	10,2	21		
*	P	58 40,5	27,0	9,8	0 57 04	302 52	
			10,4	27,7	03		

Ciąg dalszy tabelki ze strony 141

Cel	Położ. koła	Chronometr (T)	Libella		Koło poziome (H)	Koło pozycyjne (β)	Koło pion. (z)
			l	p			
*	P	23 ^h 00 ^m 32,5 ^s	10,0 26,7	27,1 9,6	0°56'29'' 28	303°21'	
M	P				295 24 45 45		
M	P				295 24 48 44		
M	P				295 24 47 45		
M	P				295 24 47 46		
*	P	23 07 03	27,7 10,0	10,5 27,1	0 54 27 27	304 59,5	
*	P	09 04,5	9,9 27,6	27,0 10,5	0 53 51 51	305 32	
*	L	14 30,5	28,9 9,4	11,9 26,5	181 01 16 14	126 44	
*	L	16 32	10,0 28,7	27,1 11,6	181 00 44 42	127 14,5	37 02
M	L				115 30 25 22		
M	L				115 30 23 23		

Redukcje obserwacji

A. Rachunki przygotowawcze (wspólne obu metodom). Współczynniki do poprawki inklinacyjnej i do wyrazu kolinacyjnego:

$$\begin{aligned} \text{ctg } z_{\text{pocz.}} &= 1,324 & \sin z_{\text{pocz.}} &= 0,603 \\ \text{ctg } z_{\text{końc.}} &= 1,324 & \sin z_{\text{końc.}} &= 0,603 \\ (\text{ctg } z)_{\text{sr}} &= 1,324 & \left(\frac{1}{2} \sin z\right)_{\text{sr}} &= 0,301_5 \\ \frac{\tau}{4} \cdot \text{ctg } z &= 1,79'' \end{aligned}$$

Wpływ inklinacji i średnie z odczytów koła poziomego:

4b - b'' ctg z	H*	$\bar{H}_* =$ H* - b'' ctg z	H $\bar{\circ}$	v
L + 0,6 - 1,1''	181°07'45,5''	181°07'44,4''	115°30'22,0''	-0,9''
L - 0,4 + 0,7	181 07 21	181 07 21,7	23,0	+0,1
P + 1,3 - 2,3	0 57 03,5	0 57 01,2	295 24 45,0	-0,9
P + 0,8 - 1,4	0 56 28,5	0 56 27,1	46,0	+0,1
P - 1,1 + 2,0	0 54 27	0 54 29,0	46,0	+0,1
P - 1,2 + 2,1	0 53 51	0 53 53,1	46,5	+0,6
L - 4,9 + 8,8	181 01 15	181 01 23,8	115 30 23,5	+0,6
L - 3,2 + 5,7	181 00 43	181 00 48,7	23,0	+0,1
		śr.	115 30 22,9	
		śr.	295 24 45,9	
[vv] $\bar{\circ}$ = 2,38		H $\bar{\circ}$ =	115 27 34,4	

Redukcja metodą kąta pozycyjnego

Wzór zasadniczy: $\sin a_n = \frac{\cos \delta}{\cos \varphi} \cdot \sin(\beta + \gamma)$.

$\gamma = 13^\circ 46,0'$ (z tablicy dra Czernskiego) $\cos \delta$ 8,22021
 $\delta_{app} = +89^\circ 02' 55''$ (Polaris) $\cos \varphi$ 9,78717
 $\cos \delta : \cos \varphi$ 8,43303

$\beta + \gamma$	$\sin(\beta + \gamma)$	$\sin a_n$	a_n	$N = \overline{H_*} - a_n$ $+(-180^\circ)$	v
L 135° 12'	9,84796	8,28099	+ 1° 05' 39,5"	+ 2' 04,9"	- 3,7"
L 135 37	9,84476	8,27779	05 10,6	+ 2 11,1	+ 2,5
P 136 38	9,83674	8,26977	03 59,0	- 6 57,8	- 1,6
P 137 07	9,83283	8,26586	03 24,6	- 6 57,5	- 1,3
P 138 45,5	9,81904	8,25207	01 25,7	- 6 56,7	- 0,5
P 139 18	9,81431	8,24734	00 45,8	- 6 52,7	+ 3,5
L 140 30	9,80351	8,23654	+ 0 59 16,2	+ 2 07,6	- 1,0
L 141 00,5	9,79880	8,23183	58 37,8	+ 2 10,9	+ 2,3
				śr + 2 08,6	
				śr - 6 56,2	

$[vv]_* = 42,98$

$M_0 = -2' 23,8''$

$H_{\odot} = 115^\circ 27' 34,4''$
 $M_0 = -2' 23,8$
 $H - M_0 = 115 29 58,2$
 $\Delta = -0,2$
 $A_{\odot} = 115^\circ 29' 58,0'' \pm 1,0''$

$\frac{1}{n(n-2)} \cdot [vv]_{\odot} = 0,05$
 $\frac{1}{n(n-2)} \cdot [vv]_* = \frac{0,90}{0,95}$

(wpływ Δ refrakcji i aberracji dziennej z tabliczki dra Czernskiego)

C. Redukcja metodą Polaris (kąta godzinnego)

Wzór zasadniczy: $\text{tg } a_n = \frac{m \cdot \sin t_n}{(1 + n \cos t_n)}$

$p = 0^\circ 57' 05''$ $a = 1^h 52^m 28,3^s$
 $\sec \varphi$ 0,212826 m 8,43309 $u = +3 26,7$
 $\text{tg } p$ 8,220267 m 8,33094 $u - a = -1^h 49^m 02^s$
 $\text{tg } \varphi$ 0,110670

$t = T + (u - a)$	t_n	$\cos t_n$	$n \cdot \cos t_n$	$\sin t_n$	$m \cdot \sin t_n$	z tabl. Rocz. Astr.
L 21 ^h 04 ^m 48 ^s	136° 12' 00"	9,85839 _n	8,18933 _n	9,84020	8,27329	+ 676
L 21 06 20,5	136 35 07,5	9,86117 _n	8,19211 _n	9,83713	8,27022	+ 681
P 21 09 38,5	137 24 37,5	9,86701 _n	8,19795 _n	9,83042	8,26351	+ 690
P 21 11 30,5	137 52 37,5	9,87023 _n	8,20117 _n	9,82654	8,25963	+ 696
P 21 18 01	139 30 15	9,88107 _n	8,21201 _n	9,81251	8,24560	+ 713
P 21 20 02,5	140 00 37,5	9,88432 _n	8,21526 _n	9,80798	8,24107	+ 719
L 21 25 28,5	141 22 07,5	9,89275 _n	8,22369 _n	9,79540	8,22849	+ 733
L 21 27 30	141 52 30	9,89579 _n	8,22673 _n	9,79055	8,22364	+ 738

$\text{tg } a_n$	a_n	$N =$ $\overline{H}_* - a_n + (-180^\circ)$	v
L 8,28005	+1° 05' 30,3"	+2' 14,1"	-2,0"
L 8,27703	05 03,1	+2 18,6	+2,5
P 8,27041	04 04,0	-7 02,8	-0,9
P 8,26659	03 30,4	-7 03,3	-1,4
P 8,25273	01 30,7	-7 01,7	+0,2
P 8,24826	00 52,9	-6 59,8	+2,1
L 8,23582	+0 59 09,8	+2 14,0	-2,1
L 8,23102	58 30,8	+2 17,9	+1,8
		śr. +2 16,1	
		śr. -7 01,9	
		$M_0 = -2' 22,9''$	
$[vv]_* = 25,12$			
$H = 115^\circ 27' 34,4''$		$\frac{1}{n(n-2)} [vv]_{\odot} = 0,05$	
$M_0 = -2 22,9$			
$H - M_0 = 115^\circ 29' 57,3''$		$\frac{1}{n(n-2)} [vv]_* = 0,52$	
aber. dz. + 0,3			
$A_{\odot} = 115^\circ 29' 57,6'' \pm 0,8''$			0,57

Porównanie wyników otrzymanych obu metodami dla 8 serii obserwacyjnych, wykonanych jesienią 1953 r. daje nam poniższa tabelka, w której kolejne kolumny zawierają odpowiednio: datę obserwacji, Nr serii, wartość azymutu kierunku celu ziemskiego uzyskaną metodą kąta pozycyjnego wraz z błędem średnim serii, wartość azymutu uzyskaną metodą kąta godzinowego Polaris wraz z błędem średnim serii oraz różnicę obu wartości azymutu.

26 IX 1953	1	$115^\circ 29' 56,2'' \pm 1,0''$	$115^\circ 29' 57,3'' \pm 1,0''$	-1,1"
	2	$51,3 \pm 0,8$	$51,7 \pm 0,8$	-0,4
28/29 IX 1953	1	$57,0 \pm 1,7$	$57,0 \pm 1,5$	0,0
	2	$49,7 \pm 0,8$	$49,3_5 \pm 0,7$	+0,3 ₅
10/11 X 1953	1	$62,0 \pm 1,7$	$62,2_5 \pm 1,6$	-0,2 ₅
	2	$60,7 \pm 0,5$	$60,2 \pm 0,6$	+0,5
	3	$58,0 \pm 1,0$	$57,6 \pm 0,8$	+0,4
	4	$59,9 \pm 1,2$	$58,3 \pm 0,9$	+1,6

Ze względu na niewielką liczbę obserwacji zestawienie nie rości sobie pretensji do tego, iżby stanowiło wyczerpujący obraz empirycznego porównania obu metod. Metoda dra Z. Czernskiego jest świeża i dalsze doświadczenia są niewątpliwie wskazane. Jednakże wyniki tego pierwszego szeregu obserwacji rzucają już pewne światło na praktyczną wartość metody. Wyliczone tu błędy średnie wskazują, że obie metody prowadzą w jednakowych warunkach instrumentalnych do wyników o tej samej praktycznie dokładności. Nie daje się także zauważyć syste-

matycznych różnic rezultatów. Średnia arytmetyczna widocznych w tabeli różnic odpowiednich par wartości wynosi $+0,14''$.

Należy wreszcie podkreślić zwięzłość ułożonych przez dra Z. Czerskiego tabliczek dla kąta γ i dla wpływów refrakcji oraz możliwość stosowania tych tablic w okresie 30 lat. Sprzyja to wygodnej i szybkiej redukcji pomiarów.

РЕЗЮМЕ

В статье представлены азимутальные наблюдения методом измерения позиционного угла, разработанным доктором Черским З., редуции этих наблюдений и полученные результаты.

После краткого изложения оригинальных свойств метода и его положительных сторон, которые с точки зрения практичности применения и точности результатов ставят его в одном ряду с методом полярной звезды, следует описание наблюдений и характеристика исполненной программы наблюдений. Программу наблюдений составлено с расчетом проведения сравнения точности метода позиционного угла с методом полярной звезды на основе возможно далеко продвинутой идентичности данных наблюдений.

Наблюдения произвел автор данной статьи с использованием теодолита Вильд Т2 и насадки, сконструированной доктором Черским.

После редуции приведенной серии согласно обоим методам следует сводка результатов восьми исполненных серий. Оба метода дают хорошую сходимость в границах ср. кв. ошибки измерения серии.

Вычисления с использованием специальных коротких таблиц автора метода являются более краткими чем в методе полярной звезды.

RÉSUMÉ

L'article décrit les observations azimutales d'après la méthode de l'angle de position de deux étoiles, élaborée par le docteur Z. Czerski, ainsi que les réductions de ces observations et les résultats obtenus.

Après un court débat des traits originaux de la méthode, des ses qualités, qui l'amènent en ce qui concerne la praticabilité et la précision au même rang que la méthode de l'étoile Polaire, l'auteur décrit les processus d'observation et la caractéristique du programme d'observation effectué.

Ce programme fut établi en prenant en considération de la comparaison de précision de la méthode de l'angle de position avec la méthode „Polaris“ et cela se basant sur les données d'observation les plus identifiables.

On cite les données d'observation concernant une série de mesurage.

L'auteur établit ses observations en utilisant le théodolite modèle — Wild T2 et l'embout construit par le docteur Z. Czerski.

Après les réductions des dites séries d'après les méthodes sus-mentionnées on arrive à une comparaison des résultats des huit séries.

Les deux méthodes donnent une conformité tout à fait bonne dans les limites d'une erreur moyenne de mesure d'une série.

En employant les tables spéciales abrégées de l'auteur de la méthode les calculs sont plus courts que par la méthode „Polaris“.

Wacław Grądzki

Metody obliczania zwierciadeł reflektorowych

I. Uwagi wstępne

Zasadniczy podział zwierciadeł reflektorowych polega na rozróżnieniu zwierciadeł sferycznych i parabolicznych. Zwierciadła reflektorowe sferyczne, wykonane z metalu lub ze szkła srebrzonego zewnątrz, posiadają określoną ostateczną aberrację sferyczną, która powoduje obok strat wskutek absorpcji jeszcze dodatkowe straty energii świetlnej. Straty te przy dużym otworze czynnym zwierciadła dochodzą niekiedy do 30% ogólnej energii strumienia świetlnego. Usunięcie tych strat lub też ich zmniejszenie jest teoretycznie niemożliwe. Dlatego przez pewien okres czasu stosowano zwierciadła paraboliczne z metalu albo ze szkła posrebrzone zewnątrz.

Zwierciadła takie są teoretycznie bezaberracyjne, czyli nie posiadają, poza absorpcją, żadnych dodatkowych strat energii świetlnej. Jednak produkcja metalowych zwierciadeł parabolicznych, precyzyjnie wykonanych, okazała się zbyt kosztowna. Natomiast szklane zwierciadła paraboliczne, zewnątrz srebrzone, okazały się nietrwałe. Toteż Mangin zaproponował we Francji, w okresie pierwszej wojny światowej, nową konstrukcję szklanego zwierciadła sferycznego — srebrzonego wewnątrz.

Konstrukcja zwierciadła Mangina polegała na tym, że warstwa szkła tego zwierciadła otrzymywała kształt soczewki ujemnej o aberracji sferycznej mającej znak odwrotny, lecz równej co do bezwzględnej wartości aberracji sferycznej odbijającej powierzchni srebra. Dzięki temu obydwie powyższe aberracje wzajemnie się znoszą i w rezultacie otrzymujemy zwierciadło teoretycznie całkowicie wolne od aberracji sferycznej. Mangin podał jednocześnie wzór do obliczenia promieni krzywizny powierzchni zwierciadła sferycznego wewnątrz posrebrzonego, skorygowanego ze względu na aberrację sferyczną, który przedstawia się w postaci następującej:

$$r_2 = 2 \frac{(n-1)r_1^2 + (n-1)r_1 \cdot t_0 + nt_0^2}{2(n-1)r_1 + (2n-1)t_0},$$

niniejszej pracy obliczona przy pomocy wzorów trygonometrycznych odległość czołowa e , czyli odległość od zwierciadła punktu dającego w pewnej strefie promień świetlny odbity równoległe do osi optycznej zwierciadła. Otrzymane wzory zostały rozwiązane dla bardzo małych kątów apertury, czyli dla promieni centralnych, i zostało wykonane przejście do granicy. Otrzymane w ten sposób wzory pozwalają na porównanie korekcji dowolnej strefy ze strefą środkową. Zakładając dowolną odległość czołową e_1 zwierciadła i przyjmując z góry pewien kąt $u = u_1$ określający czynny otwór zwierciadła, musimy tak dobrać promienie r_1 i r_2 obu powierzchni soczewki zwierciadła, żeby promień wychodzący z soczewki był równoległy do osi optycznej. W tym celu zgodnie z rysunkiem 1 musi być spełniona następująca równość:

$$\varphi'_3 = \alpha_3.$$

Z rysunku 1 otrzymujemy:

$$\sin \varphi_1 = \frac{r_1 - e}{r_1} \sin u_1$$

oraz

$$\alpha_1 = u_1 - \varphi_1.$$

Na podstawie twierdzenia Sneliusa możemy napisać zgodnie z rys. 1

$$\sin \varphi'_1 = \frac{\sin \varphi_1}{n},$$

gdzie n jest to współczynnik załamania szkła soczewki zwierciadła.

Z rys. 1 dalej otrzymujemy następujące wzory:

$$H_1P' = r_1 - r_1 \frac{\sin \varphi'_1}{\sin u_1},$$

gdzie

$$u'_1 = \alpha_1 + \varphi'_1$$

oraz

$$\sin \varphi_2 = \sin u_2 \frac{r_2 - (H_1P' + d)}{r_2},$$

$$\varphi'_2 = \varphi_2 \quad \text{i} \quad u_2 = u'_1.$$

$$C_2P'' = \frac{r_2 \cdot \sin \varphi_2}{\sin u'_2}, \quad \sin \varphi_3 = \frac{C_2P'' + r_2 - (r_1 + d)}{r_1} \sin u_3.$$

Ale zgodnie z naszym wyjściowym założeniem

$$\varphi'_3 = \alpha_3,$$

gdzie jak wskazuje rys. 1

$$a_3 = \varphi_3 + u_3,$$

zatem

$$\varphi'_3 = \varphi_3 + u_3,$$

przy czym

$$\sin \varphi'_3 = n \sin \varphi_3.$$

Gdyby dobrać promienie krzywizny soczewki według powyższych wzorów, to równoległymi do osi zwierciadła byłyby tylko promienie brzegowe o kącie rozwarcia stożka równym u_1 , natomiast co do promieni innych stref nie mielibyśmy żadnych konkretnych danych o ich przebiegu. Ponieważ w powyższych wzorach mamy cztery niewiadome: e_1 , d , r_1 i r_2 , przeto z punktu widzenia teoretycznego byłoby możliwe ułożyć według powyższych wzorów cztery równania dla czterech różnych wartości kąta u , z których można by obliczyć jednocześnie cztery niewiadome, czyli w kosekwencji skorygować zwierciadło w czterech dowolnych strefach. Takie jednak zadanie byłoby nader skomplikowane. Dlatego też na razie ograniczyłem się do rozpatrzenia i rozwiązania powyższych równań tylko dla dwóch stref: promieni brzegowych i centralnych. Przy czym przechodząc do granicy $u \rightarrow 0$ otrzymałem bardzo znaczne uproszczenie zadania. Istotnie przyrównując w poprzednich wzorach dla małego kąta u_1

$$\sin \varphi_1 = \varphi_1, \quad \sin \varphi'_1 = \varphi'_1, \quad \sin u_1 = u_1 \quad \text{itd.}$$

otrzymamy następujące wzory:

$$\varphi_1 = \frac{r_1 - e}{r_1} u_1, \quad \alpha_1 = u_1 - \varphi_1,$$

$$\varphi'_1 = \frac{\varphi_1}{n}, \quad u'_1 = \alpha_1 + \varphi'_1.$$

Albo

$$u'_1 = u_1 - \varphi_1 + \frac{\varphi_1}{n}, \quad H_1 P' = r_1 - r_1 \frac{\varphi'_1}{u'_1},$$

$$u_2 = u'_1,$$

$$\varphi_2 = u_2 \frac{r_2 - \left(r_1 - r_1 \frac{\varphi'_1}{u'_1} \right) - d}{r_2}, \quad \varphi'_2 = \varphi_2,$$

$$u'_2 = u_2 - 2\varphi_2, \quad u_3 = u'_2, \quad C_2 P'' = r_2 \frac{\varphi_2}{u'_2},$$

$$\varphi_3 = \frac{\frac{r_2 \varphi_2}{u_2} + r_2 - r_1 - d}{r_1} u_3,$$

$$\varphi_3' = \varphi_3 \cdot n, \quad \varphi_3 = \alpha_3, \quad \varphi_3' = \varphi_3 + u_3.$$

W ostatnich wzorach można wszystkie pośrednie niewiadome wyeliminować i przejść do jednego równania względem zasadniczych niewiadomych: r_1 , r_2 , e_1 i d .

Istotnie nasze zasadnicze równanie korekcji i w tym przypadku pozostaje takie samo:

$$\varphi_3' = \alpha_3,$$

czyli

$$\varphi_3' = \varphi_3 + u_3$$

albo

$$\varphi_3 \cdot n = \varphi_3 + u_3'$$

Ponieważ

$$u_2' = u_2 - 2\varphi_2,$$

zatem

$$\varphi_3 \cdot n = \varphi_3 + u_2 - 2\varphi_2,$$

albo

$$u_2 - 2\varphi_2 = \varphi_3(n - 1)$$

ale

$$\varphi_3 = \frac{\frac{r_2 \cdot \varphi_2}{u_2'} + r_2 - r_1 - d}{r_1} (u_2 - 2\varphi_2),$$

zatem otrzymujemy

$$\frac{\frac{r_2 \cdot \varphi_2}{u_2 - 2\varphi_2} + r_2 - (r_1 + d)}{r_1} (u_2 + 2\varphi_2) + u_2 - 2\varphi_2 =$$

$$= \frac{\frac{r_2 \cdot \varphi_2}{u_2 - 2\varphi_2} + r_2 - (r_1 + d)}{r_1} (u_2 - 2\varphi_2) \cdot n$$

albo

$$\frac{u_2 \left[r_2 - \left(r_1 - \frac{r_1 \varphi_1'}{u_1} \right) - d \right]}{r_1} + r_2 - (r_1 + d) \cdot \left[\frac{u_2 - 2u_2}{r_2} \frac{r_2 - \left(r_1 - \frac{r_1 \cdot \varphi_1'}{u_1} \right) - d}{r_2} \right] \cdot (1 - n) +$$

$$+ u_2 - 2u_2 \frac{r_2 - \left(r_1 - \frac{r_1 \varphi_1'}{u_1} \right) - d}{r_2} = 0.$$

Ale

$$u_1' = u_1 - \varphi_1 + \frac{\varphi_1}{n},$$

zatem

$$\frac{\left(u_1 - \varphi_1 + \frac{\varphi_1}{n}\right) \left[r_2 - \left(r_1 - \frac{r_1 \frac{\varphi_1}{n}}{u_1 - \varphi_1 + \frac{\varphi_1}{n}} \right) - d \right]}{r_1} + r_2 - r - d$$

$$\frac{\left(u_1 - \varphi_1 + \frac{\varphi_1}{n}\right) - 2 \left(u_1 - \varphi_1 + \frac{\varphi_1}{n}\right) \cdot \frac{r_2 - \left(r_1 - \frac{r_1 \cdot \frac{\varphi_1}{n}}{u_1 - \varphi_1 + \frac{\varphi_1}{n}} \right) - d}{r_2}}{r_1} \cdot (n-1) =$$

$$\left[u_1 - \varphi_1 + \frac{\varphi_1}{n} - 2 \left(u_1 - \varphi_1 + \frac{\varphi_1}{n}\right) \cdot \frac{r_2 - \left(r_1 - \frac{r_1 \cdot \frac{\varphi_1}{n}}{u_1 - \varphi_1 + \frac{\varphi_1}{n}} \right) - d}{r_2} \right] (n-1) =$$

$$= u_1 - \varphi_1 + \frac{\varphi_1}{n} - 2 \left(u_1 - \varphi_1 + \frac{\varphi_1}{n}\right) \frac{r_2 - \left(r_1 - \frac{r_1 \cdot \frac{\varphi_1}{n}}{u_1 - \varphi_1 + \frac{\varphi_1}{n}} \right) - d}{r_2}.$$

Oznaczając w poprzednim wzorze: $\varphi_1 = \frac{r_1 - e_1}{r_1} u_1 = \left(1 - \frac{e_1}{r_1}\right) u_1$

$1 - \frac{e_1}{r_1}$ przez k otrzymamy: $\varphi_1 = k \cdot u_1$.

Po podstawieniu wzór poprzedni przyjmie postać

$$\frac{\left(u_1 - k u_1 + \frac{k u_1}{n}\right) \cdot \left[r_2 - \left(r_1 - \frac{r_1 \cdot \frac{k u_1}{n}}{u_1 - k u_1 + \frac{k u_1}{n}} \right) - d \right]}{r_1} + r_2 - r_1 - d$$

$$\frac{\left(u_1 - k u_1 + \frac{k u_1}{n}\right) - 2 \left(u_1 - k u_1 + \frac{k u_1}{n}\right) \cdot \frac{r_2 - \left(r_1 - \frac{r_1 \cdot \frac{k u_1}{n}}{u_1 - k u_1 + \frac{k u_1}{n}} \right) - d}{r_2}}{r_1}$$

$$\left[\frac{r_2 - \left(r_1 - \frac{r_1 \cdot \frac{ku_1}{n}}{u_1 - ku_1 + \frac{ku_1}{n}} \right) - d}{1 - 2 \frac{\quad}{r_2}} \right] (n-1) \left(u_1 - ku_1 + \frac{ku_1}{n} \right) =$$

$$= \left(u_1 - ku_1 + \frac{ku_1}{n} \right) \left[\frac{r_2 - \left(r_1 - \frac{r_1 \cdot \frac{ku_1}{n}}{u_1 - ku_1 + \frac{ku_1}{n}} \right) - d}{1 - 2 \frac{\quad}{r_2}} \right]$$

Po redukcjach i przejściu do granicy kiedy $u_1 \rightarrow 0$, otrzymamy:

$$\frac{r_2 - \left(r_1 - \frac{r_1 \cdot \frac{k}{n}}{1 - k - \frac{k}{n}} \right) - d}{1 - 2 \frac{\quad}{r_2}} + r_2 - (r_1 + d)$$

$$\frac{r_2 - \left(r_1 - \frac{r_1 \cdot \frac{k}{n}}{1 - k + \frac{k}{n}} \right) - d}{r_2} \cdot r_1$$

$$\cdot (n-1) \left[\frac{r_2 - \left(r_1 - \frac{r_1 \cdot \frac{k}{n}}{1 - k + \frac{k}{n}} \right) - d}{1 - 2 \frac{\quad}{r_2}} \right] =$$

$$= 1 - 2 \frac{r_2 - \left(r_1 - \frac{r_1 \cdot \frac{k}{n}}{1 - k + \frac{k}{n}} \right) - d}{r_2}$$

Wprowadzając oznaczenia:

$$x = \frac{r_1 \cdot \frac{k}{n}}{1 - k + \frac{k}{n}},$$

otrzymamy:

$$\frac{\left[\frac{r_2 - r_1 + x - d}{1 - 2 \frac{r_2 - r_1 + x - d}{r_2}} + r_2 - (r_1 + d) \right] (n-1)}{r_1} \cdot \left(1 - 2 \frac{r_2 - r_1 + x - d}{r_2} \right) =$$

$$= 1 - 2 \frac{r_2 - r_1 + x - d}{r_2}$$

albo

$$\frac{r_2(r_2 - r_1 + x - d) + (r_2 - r_1 - d) \cdot (r_2 - 2r_2 + 2r_1 - 2x + 2d)}{r_1(r_2 - 2r_2 + 2r_1 - 2x + 2d)}$$

$$\cdot \frac{r_2 - 2r_2 + 2r_1 - 2x + 2d}{r_2} (n-1) = \frac{r_2 - 2r_2 + 2r_1 - 2x + 2d}{r_2},$$

skąd

$$\frac{2r_1 - r_2 - 2x + 2d}{r_2} \cdot \left[1 - (n-1) \frac{r_2(r_2 - r_1 + x - d) + (r_2 - r_1 - d)(2r_1 - r_2 - 2x + 2d)}{r_1(2r_1 - r_2 - 2x + 2d)} \right] = 0$$

albo

$$2r_1 - r_2 - 2x + 2d -$$

$$- (n-1) \frac{r_2(r_2 - r_1 + x - d) + (r_2 - r_1 - d)(2r_1 - r_2 - 2x + 2d)}{r_1} = 0.$$

Po przeniesieniu niewiadomych na lewą stronę otrzymamy:

$$-2x - (n-1) \frac{r_2}{r_1} \cdot x + 2 \frac{r_2 - r_1 - d}{r_1} (n-1) \cdot x =$$

$$= -2r_1 + r_2 - 2d + (n-1) \left[\frac{r_2}{r_1} (r_2 - r_1 - d) + \frac{r_2 - r_1 - d}{r_1} (2r_1 - r_2 + 2d) \right],$$

stąd

$$x = \frac{2r_1 - r_2 + 2d - \frac{n-1}{r_1} [(r_2 - r_1 - d)r_2 + (r_2 - r_1 - d)(2r_1 - r_2 + 2d)]}{2 + \frac{n-1}{r_1} (2r_1 - r_2 + 2d)}$$

Po znalezieniu x z ostatniego wzoru możemy znaleźć współczynnik k na podstawie poprzedniego wzoru, a mianowicie:

$$x = \frac{r_1 \frac{k}{n}}{1 - k + \frac{k}{n}},$$

skąd

$$x - kx + \frac{k}{n} \cdot x = r_1 \frac{k}{n}$$

albo

$$k \left(\frac{r_1}{n} - \frac{x}{n} + x \right) = x, \text{ czyli } k = \frac{x}{\frac{r_1}{n} - \frac{x}{n} + x}.$$

Po obliczeniu k znajdziemy odległość czołową e_1 ze wzoru następującego:

$$k = 1 - \frac{e_1}{r_1},$$

skąd

$$e_1 = r_1(1 - k).$$

Poniżej podaję przykład liczbowy obliczenia zwierciadła powyższą metodą, przeznaczonego dla reflektora do triangulacji komórkowej.

Konstrukcja optyczna i mechaniczna tego reflektora została opracowana przeze mnie na polecenie G. U. P. K.

Zwierciadła tego reflektora zostały wykonane w P. Z. O., zaś części mechaniczne reflektora i montaż ostateczny wraz z wyjustowaniem zostały wykonane w warsztacie optyczno-mechanicznym G. U. P. K.

Jako wyjściowe założenia uwarunkowane wymiarami półfabrykatów będących w posiadaniu fabryki przyjmujemy następujące dane:

$$r_1 = 87,2, \quad d = 3,9, \quad n = 1,52, \quad u_1 = 45^\circ.$$

Podstawiając te dane do wzoru Mangina otrzymamy:

$$r_2 = 2 \frac{0,52 \cdot (87,2)^2 + 0,52 \cdot 87,2 \cdot 3,9 + 1,52 \cdot (3,9)^2}{2 \cdot 0,52 \cdot 87,2 + 1,04 \cdot 3,9} = 91,6.$$

Jest to wartość przybliżona, którą przyjmujemy jako orientacyjną. Podstawiając te same dane do wzorów na x , k i e_1 otrzymamy:

$$x = \frac{2 \cdot 87,2 - 91,6 + 7,8 - \frac{0,52}{87,2} (91,6 \cdot 0,5 + 90,6 \cdot 0,5)}{2 + \frac{0,52}{87,6} \cdot 90,6} = \frac{90,1}{2,54} = 35,5,$$

$$k = \frac{35,5}{\frac{87,2}{1,52} - \frac{35,5}{1,52} + 35,5} = 0,52,$$

$$e_1 = 87,2 \cdot 0,48 = 41,86.$$

Przechodzimy do obliczenia kątów odchylenia odbitych promieni brzegowych względem osi optycznej zwierciadła. W tym przypadku do obliczeń mamy następujące dane:

$$r_1 = 87,2, \quad u_1 = 45^\circ, \quad e_1 = 41,86, \quad r_2 = 91,6, \quad d = 3,9,$$

$$\sin \varphi_1 = \frac{r_1 - e_1}{r_1} \sin u_1 = \frac{87,2 - 41,86}{87,2} \sin 45^\circ =$$

$$= 0,70711 \cdot 0,51995 = 0,36766, \quad \varphi_1 = 21^\circ 34,3'$$

$$a_1 = 45^\circ - 21^\circ 34,3' = 23^\circ 25,7'$$

$$\sin \varphi_1' = \frac{\sin \varphi_1}{n} = \frac{0,36766}{1,52} = 0,24188, \quad \varphi_1' = 13^\circ 59,9'$$

$$u_1' = u_2 = a_1 + \varphi_1' = 13^\circ 59,9' + 23^\circ 25,7' = 37^\circ 25,6'$$

$$H_1 P' = 87,2 - 87,2 \frac{0,24188}{0,60773} = 87,2 - 34,7 = 52,5$$

$$\sin \varphi_2' = \frac{r_2 - (H_1 P' + d)}{r_2} \sin u_2 = 0,60773 \frac{91,6 - (52,5 + 3,9)}{91,6}$$

$$\sin \varphi_2' = 0,23353, \quad \varphi_2' = 13^\circ 30,3' = \varphi_2$$

$$u_2' = u_3 = 37^\circ 25,6' - 27^\circ 00,6' = 10^\circ 25,0'$$

$$C_2 P'' = \frac{0,23353}{0,18081} \cdot 91,6 = 118,31$$

$$\sin \varphi_3 = \frac{118,31 + 91,6 - 87,2 - 3,9}{87,2} \cdot 0,18081 = 1,36250 \cdot 0,18081 = 0,24635,$$

$$\varphi_3 = 14^\circ 15,6',$$

$$\sin \varphi_3' = 0,24635 \cdot 1,52 = 0,37445,$$

$$\varphi_3' = 21^\circ 59,3'$$

$$\varphi_3 + u_3 = 10^\circ 25,0' + 14^\circ 15,6' = 24^\circ 40,6'.$$

Czyli odchyłka kątowa promienia odbitego jest równa $2^\circ 41,3'$. Abyby rozbieżność tę usunąć, obliczymy przybliżoną wartość r_2 na zasadzie następujących wzorów:

$$\frac{\sin(\varphi_3 + u_3 + \Delta)}{n} = \sin u_3 \frac{r_2 \frac{\sin \varphi_2}{\sin u_3} + r_2 - r_1 - d}{r_1},$$

skąd

$$r_2 = \frac{r_1 \frac{\sin(\varphi_3 + u_3 + \Delta)}{n \cdot \sin u_3} + r_1 + d}{1 + \frac{\sin \varphi_2}{\sin u_3}},$$

$$\Delta = -\frac{2^\circ 41,3'}{2} = -1^\circ 20,65',$$

$$r_2 = \frac{\frac{87,2 \sin 23^\circ 20,1'}{1,52 \sin 10^\circ 25,0'} + 87,2 + 3,9}{1 + \frac{0,23353}{0,18081}} = \frac{216,77}{2,29158} = 94,6.$$

Mamy więc następujące dane do ponownego rozwiązania poprzednich równań:

$$\begin{aligned} r_1 &= 87,2, & r_2 &= 94,6, & u_1 &= 45^\circ, & e_1 &= 41,86, & d &= 3,9, \\ u_2 &= 37^\circ 25,6', & \varphi_1 &= 21^\circ 34,3' & a_1 &= 23^\circ 25,7', & \varphi_1' &= 13^\circ 59,9', \\ & & & & H_1 P' &= 52,5. \end{aligned}$$

Po wykonaniu obliczeń otrzymamy: $\varphi_2 = 14^\circ 12,3' = \varphi_2'$

$$u_2' = 37^\circ 25,6' - 28^\circ 24,6' = 9^\circ 01,0' = u_3$$

$$C_2 P'' = 94,6 \cdot \frac{0,24540}{0,15672} = 94,6 \cdot 1,56580 = 148,125$$

$$\sin \varphi_3 = \frac{148,13 + 94,6 - 87,2 - 3,9}{87,2} \cdot 0,15672 = \frac{151,6 \cdot 0,15672}{87,2}$$

$$\sin \varphi_3 = 0,27246 \quad \varphi_3 = 15^\circ 48,6'$$

$$\sin \varphi_3' = 0,27246 \cdot 1,52 = 0,41414$$

$$\varphi_3' = 24^\circ 27,9$$

$$\varphi_3 + u_3 = 15^\circ 48,6' + 9^\circ 01,0' = 24^\circ 49,6'$$

Widzimy, że odchyłka promienia odbitego wynosi $21,7'$. Ażeby rozbieżność tę usunąć obliczamy trzecie przybliżenie promienia r_2 .

$$\text{Średni kąt } \varphi_3' = \frac{24^\circ 27,9' + 24^\circ 49,6'}{2} = 24^\circ 38,7',$$

$$r_2 = \frac{87,2 \frac{\sin 24^\circ 38,7'}{1,52 \sin 9^\circ 01,0'} + 87,2 + 3,9}{1 + \frac{\sin 14^\circ 12,3'}{\sin 9^\circ 01,0'}} = \frac{152,65 + 91,1}{2,56584} = 94,9.$$

Sprawdzenie:

$$\sin \varphi_2 = \sin 37^\circ 25,6' \frac{94,9 - 56,4}{94,9} = 0,60773 \frac{38,5}{94,4} = 0,24655,$$

$$\varphi_2 = 14^\circ 16,3',$$

$$u_2' = u_3 = 37^\circ 25,6' - 28^\circ 32,6' = 8^\circ 53,0',$$

$$C_2 P'' = 94,9 \frac{\sin 14^\circ 16,3'}{\sin 8^\circ 53,0'} = 94,9 \frac{0,24655}{0,15442} = 151,57.$$

$$\sin \varphi_3 = \frac{151,57 + 94,9 - 87,2 - 3,9}{87,2} 0,15442 = 0,27514,$$

$$\varphi_3 = 15^\circ 58,2',$$

$$\sin \varphi_3' = 0,27514 \cdot 1,52 = 0,41821 \quad \varphi_3' = 24^\circ 43,3'$$

$$\varphi_3 + u_3 = 8^\circ 53,0' + 15^\circ 58,2' = 24^\circ 51,2',$$

czyli rozbieżność wynosi $7,9' = 24^\circ 51,2' - 24^\circ 43,3'$.

Obliczamy czwarte przybliżenie promienia r_2 :

średni kąt $\varphi_3' = 24^\circ 47,3'$,

$$r_2 = \frac{87,2 \frac{\sin 24^\circ 47,3'}{1,52 \sin 8^\circ 53,0'} + 87,2 + 3,9}{1 + \frac{0,24665}{0,15442}} = \frac{87,2 \frac{0,41927}{1,52 \cdot 0,15442} + 87,2 + 3,9}{1 + 1,59662}$$

$$r_2 = \frac{155,767 + 91,1}{2,59662} = 95,07.$$

Sprawdzenie:

$$\sin \varphi_2 = 0,60773 \frac{95,07 - 56,4}{95,07} = 0,24719 \quad \varphi_2 = 14^\circ 18,6'$$

$$u_3 = 37^\circ 25,6' - 2(14^\circ 18,6') = 8^\circ 48,8'$$

$$C_2 P'' = 95,07 \frac{\sin 14^\circ 18,6'}{\sin 8^\circ 48,8'} = 95,07 \frac{0,24719}{0,15317} = 153,4259,$$

$$\sin \varphi_3 = \frac{153,43 + 95,07 - 87,2 - 3,9}{87,2} 0,15317 = 0,27648$$

$$\varphi_3 = 16^\circ 03,0'$$

$$\sin \varphi_3' = 1,52 \cdot 0,27648 = 0,42025 \quad \varphi_3' = 24^\circ 51,0'$$

$$\varphi_3 + u_3 = 16^\circ 03,0' + 8^\circ 48,8' = 24^\circ 51,8',$$

czyli odchyłka promienia odbitego względem osi optycznej zwierciadła wynosi $0,8'$. Przyjmując powyższą odchyłkę za dopuszczalną, otrzymujemy ostateczne wartości promieni krzywizny powierzchni soczewki zwierciadła odpowiednio równe:

$$r_1 = 87,2 \text{ mm}, \quad r_2 = 95,07 \text{ mm}.$$

Zastosowując tablicę wartości funkcji trygonometrycznych o większej liczbie znaków od 5 byłoby można uzgodnić kierunki odbitych promieni z jeszcze większą dokładnością. Dla celów triangulacji komórkowej jest to jednak zbyteczne.

W celu wprowadzenia korekcji w trzech strefach powierzchni zwierciadła musieliśmy operować trzema niewiadomymi: e_1, r_1 i r_2 , zaś dla wprowadzenia korekcji zwierciadła w czterech strefach — czterema niewiadomymi: r_1, r_2, e_1 i d .

W przypadku pierwszym obliczenia przebiegałyby, jak następuje: zakładając dwie konkretne wartości na u , np. u_1 i u_2 znajdziemy w sposób podany poprzednio dwa wyniki:

$$1) \quad r'_1 \text{ i } r'_2,$$

$$2) \quad r''_1 \text{ i } r''_2;$$

$$\text{po czym obliczamy średnią } r_2^0 = \frac{r'_2 + r''_2}{2}$$

Otrzymaną wartość podstawiamy do wzoru

$$r''_1 = \frac{r_2^0 \left(1 + \frac{\sin u_2}{\sin u_3} \right) - d}{1 + \frac{\sin(\varphi_3 + u_3)}{\sin u_3}}.$$

Po znalezieniu wartości r''_1 powtarzamy wszystkie poprzednie obliczenia kilkakrotnie aż do otrzymania wyniku:

$$r'_2 = r''_2.$$

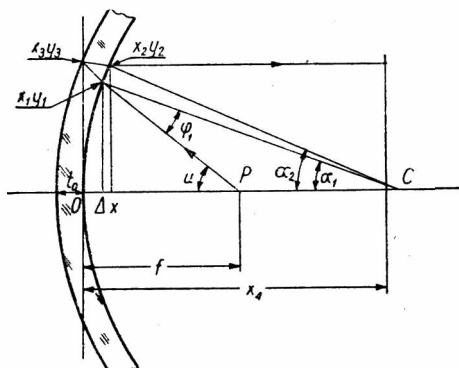
Znalezione wartości r_1, r_2 i e określają wymiary zwierciadła skorygowanego w trzech strefach:

$$u = 0, \quad u = u_1, \quad u = u_2.$$

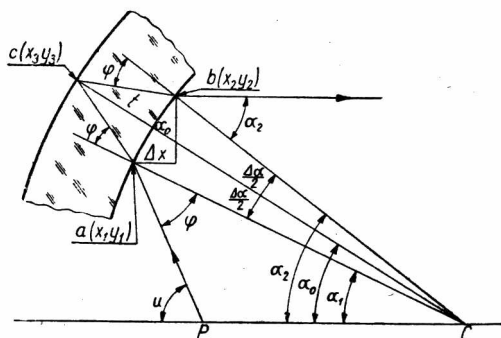
Widzimy, że obliczenia powyższe byłyby dosyć uciążliwe. W przypadku czterech stref byłyby one dla celów produkcyjnych nieekonomiczne. Z powyższego wnioskujemy, że zwierciadło typu Mangina nie może być skorygowane w całości, lecz tylko w kilku strefach.

III. Obliczanie zwierciadeł izosferycznych i kosferycznych

Zwierciadło sferyczne, skorygowane w całości we wszystkich strefach powierzchni czynnej, musiałyby mieć tylną powierzchnię nie sferę, lecz jakąś inną powierzchnię, którą będziemy nazywali kosferą. Ażeby znaleźć równanie kosfery zauważymy, że powierzchnia fali światła odbitego od zwierciadła bezaberracyjnego, w przypadku strumienia promieni świetlnych równoległych jest płaszczyzną.



Rys. 3



Rys. 4

W tym przypadku długość drogi optycznej P_0 promienia centralnego, zgodnie z rysunkiem 3, wynosi:

$$f + 2nt_0 + x_1 = P_0.$$

Długość drogi optycznej P_1 promienia padającego na zwierciadło pod kątem u możemy obliczyć, jak następuje:

Z rysunku 3 otrzymujemy:

$$x_1 = r - r \cos \alpha,$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 2 \cdot t \cdot \operatorname{tg} \left(\psi - \frac{\Delta \alpha}{2} \right) \sin \alpha_0.$$

Z rysunku 4 otrzymujemy: $a \cdot b = 2 \cdot t \cdot \operatorname{tg} \left(\psi - \frac{\Delta \alpha}{2} \right),$

gdzie

$$\Delta \alpha = \alpha_2 - \alpha_1, \quad \alpha_0 = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2},$$

$$\alpha_1 = u - \varphi_1, \quad \sin \varphi_1 = \frac{r-t}{r} \cdot \sin u, \quad \sin \psi_1 = \frac{\sin \varphi_1}{n}, \quad \Delta \alpha = \frac{ab}{r} \varrho'',$$

$$\varrho'' = 206265, \quad \Delta\alpha = \frac{2t \cdot \operatorname{tg}\left(\psi - \frac{\Delta\alpha}{2}\right)}{r} \cdot \varrho'',$$

$$P_1 = \frac{f - x_1}{\cos u} + \frac{2nt}{\cos\left(\psi - \frac{\Delta\alpha}{2}\right)} + x_4 - x_2,$$

$$P_1 = \frac{f - x_1}{\cos u} + \frac{2nt}{\cos\left(\psi - \frac{\Delta\alpha}{2}\right)} + x_4 - x_1 + x_1 - x_2,$$

$$P_1 = \frac{f - x_1}{\cos u} + \frac{2nt}{\cos\left(\psi - \frac{\Delta\alpha}{2}\right)} + x_4 - x_1 - \Delta x,$$

gdzie $\Delta x = x_2 - x_1$.

Ale ze względu na to, że powierzchnia fali światła odbitego jest płaszczyzną, musi być spełniona równość:

$$P_0 = P_1.$$

Podstawiając otrzymamy:

$$f + 2nt_0 + x_4 = \frac{f - x_4}{\cos u} + \frac{2nt}{\cos\left(\psi - \frac{\Delta\alpha}{2}\right)} + x_4 - x_1 - \Delta x,$$

stąd

$$f + 2nt_0 = \frac{f - x_1}{\cos u} + \frac{2nt}{\cos\left(\psi - \frac{\Delta\alpha}{2}\right)} - x_1 - \Delta x, \quad (1)$$

gdzie

$$\Delta x = 2 \cdot t \cdot \operatorname{tg}\left(\psi - \frac{\Delta\alpha}{2}\right) \sin \alpha_0, \quad (2)$$

$$x_1 = r - r \cos \alpha \quad (3)$$

$$\sin \psi_1 = \frac{\sin \varphi_1}{n}, \quad (4)$$

$$\sin \varphi_1 = \frac{r - f}{r} \sin u = \frac{r - f}{r} \sin \alpha_1. \quad (5)$$

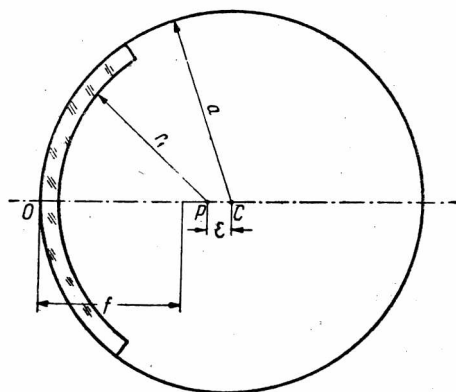
Wzory (1), (2), (3), (4) i (5) rozwiązują zagadnienie kosfery i w formie uwikłanej stanowią równanie tej powierzchni.

Mając znaną z wzorów (1).....(5) wartość t możemy obliczyć współrzędne dowolnego punktu powierzchni kosfery: x_3, y_3 za pomocą następujących wzorów:

$$x_3 = x_1 + \frac{\Delta x}{2} - t \cos \alpha_0,$$

$$y_3 = y_1 + \frac{\Delta x}{2} \cdot \operatorname{ctg} \alpha_0 + t \sin \alpha_0.$$

Współrzędne x_3, y_3 są to bieżące współrzędne powierzchni kosfery.



Rys. 5

Mając współrzędne szeregu punktów powierzchni kosfery, możemy obliczyć metodą najmniejszych kwadratów sferę optymalną, czyli tak zwaną izosferę przechodzącą między punktami x_3, y_3 w odległościach takich, których suma kwadratów jest najmniejsza.

Zgodnie z rysunkiem 5 powierzchnia izosfery jest częścią powierzchni kuli o promieniu a i o współrzędnych środka $(a, 0)$, wobec czego możemy napisać:

$$(x-a)^2 + y^2 = a^2,$$

gdzie

$$a = r + t + \varepsilon,$$

zatem

$$x^2 - 2ax + a^2 + y^2 = a^2,$$

skąd

$$a = \frac{x^2 + y^2}{2x}. \quad (6)$$

Podstawiając do wzoru (6) wartości współrzędnych punktów kosfery, a mianowicie

$$x'_3 = x_3 + t_0, \quad y'_3 = y_3,$$

otrzymamy szereg wartości a , dajmy na to

$$a_1, a_2, \dots, a_n.$$

Z teorii najmniejszych kwadratów wiadomo, że najprawdopodobniejszą wartością wielkości obciążonej błędami przypadkowymi jest ogólna średnia arytmetyczna z poszczególnych wartości tej wielkości, czyli

$$a = \frac{[ap]}{[p]},$$

gdzie p są to tak zwane wagi, które możemy obliczyć na podstawie wzoru

$$p_i = \frac{k}{\delta_i^2},$$

w którym

$$\delta_i = \frac{a}{n} - a_i,$$

zaś k — jest to stała dowolna.

Przykład. Przyjmując:

$$u = 60^\circ, \quad r = 87,2, \quad n = 1,52, \quad f = 41,86, \quad t_0 = 3,9,$$

otrzymamy:

$$\sin \varphi_1 = \frac{87,2 - 41,86}{87,2} \sin 60^\circ = 0,45029, \quad \varphi_1 = 26^\circ 45' 45'',$$

$$\alpha_1 = 60^\circ - 26^\circ 45' 45'' = 33^\circ 14' 15'',$$

$$\sin \psi_1 = \frac{\sin \varphi_1}{n} = \frac{0,45029}{1,52} = 0,29625, \quad \psi_1 = 17^\circ 13' 55'',$$

$$\Delta\alpha = \frac{7,8 \cdot 0,31016}{87,2} 206265'' = 5721,82'' = 1^\circ 35' 22'',$$

$$\frac{\Delta\alpha}{2} = 47' 40'',$$

$$\alpha_0 = \alpha_1 + \frac{\Delta\alpha}{2} = 33^\circ 14' 15'' + 47' 40'' = 34^\circ 01' 55'',$$

$$x_1 = 87,2 - 87,2 \cos 33^\circ 14' 15'' = 14,263,$$

$$\psi_1 - \frac{\Delta\alpha}{2} = 17^\circ 13' 55'' - 47' 20'' = 16^\circ 26' 35'',$$

$$\Delta x = 2t \sin \alpha_0 \operatorname{tg} \left(\psi_1 - \frac{\Delta\alpha}{2} \right) = 2 \cdot t \cdot 0,55957 \cdot 0,29513 = 0,33030 t,$$

$$\frac{\Delta x}{2 \sin \alpha_0} = t \cdot \operatorname{tg} \left(\psi_1 - \frac{\Delta\alpha}{2} \right) = 0,29513 t,$$

$$41,86 + 11,856 = 55,1886 + \frac{3,04 \cdot t}{0,95910} - 0,33030 \cdot t - 14,263$$

$$t = \frac{12,791}{3,169} = 4,037,$$

$$x_3 = 14,263 + \frac{0,33030 \cdot 4,037}{2} - 4,037 \cos 34^\circ 01' 35'',$$

$$x_3 = 14,263 + 0,66671 - 3,345 = 11,583,$$

$$t_0 = 3,9 \quad x'_3 = x_3 + t_0,$$

$$x'_3 = 11,583 + 3,9 = 15,483,$$

$$y'_3 = y_3 = (f - x_1) \operatorname{tg} u + 0,66671 \operatorname{ctg} \alpha_0 + 4,037 \sin 34^\circ 01' 35'',$$

$$y'_3 = 47,796 + 1,48109 + 2,2590 = 51,042,$$

$$a = \frac{(15,48)^2 + (51,04)^2}{2 \cdot 15,48} = 91,88,$$

czyli dla $u = 60^\circ$ $a = 91,88$.

Przyjmując: $u = 70^\circ$, $r = 87,2$, $f = 41,86$, $t_0 = 3,9$, $n = 1,52$, za pomocą analogicznych obliczeń otrzymamy:

$$a = 96,23.$$

Powyższe wyniki wskazują, że kosfera zgodnie z zasadą Mangina, wspólnie z przednią powierzchnią szkła zwierciadła tworzy soczewkę rozpraszającą, której aberracja ma znak odwrotny względem aberracji powierzchni odbijającej srebra. Obydwie te aberracje wzajemnie się znoszą i otrzymujemy zwierciadło całkowicie lub częściowo uwolnione od aberracji sferycznej.

IV. Metody obliczania zwierciadeł dwuparabolicznych

Reflektory paraboliczne są obecnie najbardziej rozpowszechnione i posiadają najróżnorodniejsze wymiary i kształty.

Zasadniczy podział reflektorów parabolicznych polega na rozróżnieniu: 1) reflektorów metalowych i szklanych z zewnętrzną powierzchnią srebrzoną oraz 2) szklanych z tylną, czyli wewnętrzną powierzchnią srebrzoną.

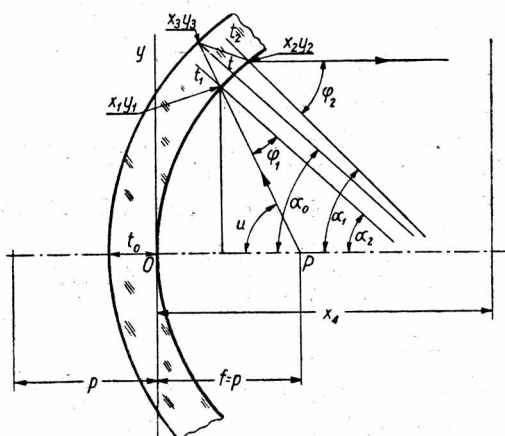
Aczkolwiek niewątpliwie przyszłość należy do grupy pierwszej reflektorów, to jednak ze względów produkcyjnych i materiałowych, do dzisiaj zarówno za granicą, jak i u nas są produkowane reflektory tylko drugiego rodzaju.

Reflektory paraboliczne drugiej grupy, podobnie do reflektorów sferycznych, mogą być:

- 1) dwuparaboliczne, 2) koparaboliczne i 3) izoparaboliczne.

Zrozumiałe jest, że tak samo jak w zwierciadłach sferycznych, jakość szkła, jego grubość, współczynnik załamania i kształt decydują o korekcji światła odbitego przez reflektor.

Rozważmy pierwszy rodzaj reflektora dwuparabolicznego.



Rys. 6

Na podstawie wzorów geometrii analitycznej możemy napisać:

$$f = p, \quad y^2 = 4px.$$

Z rysunku 6 otrzymujemy:

$$\operatorname{tg} u_1 = \frac{y_1}{p - x_1} = \frac{R}{p - x_1},$$

gdzie $R = y_1$, jest to promień otworu czynnego zwierciadła:

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{y_1}{2p}.$$

Dla promieni centralnych wzory te otrzymują postać:

$$u_1 = \frac{y_1}{p - x_1}, \quad \alpha_1 = \frac{y_1}{2p}.$$

Z rysunku 6 otrzymujemy:

$$\varphi_1 = u_1 - \alpha_1,$$

a po podstawieniu otrzymamy:

$$\varphi_1 = \frac{y_1}{p - x_1} - \frac{y_1}{2p}.$$

Ale podobnie jak poprzednio mamy:

$$\sin \psi_1 = \frac{\sin \varphi_1}{n}$$

oraz dla promieni centralnych:

$$\psi_1 = \frac{\varphi_1}{n}.$$

Warunek bezaberracyjności światła możemy napisać w postaci:

$$\alpha_2 = \varphi_2,$$

gdzie

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{y_2}{2p}$$

oraz dla promieni centralnych

$$\varphi_2 = \frac{y_2}{2p} = \frac{\sqrt{4px_2}}{2p}.$$

Z rysunku 6 otrzymujemy:

$$x_2 = x_1 + 2 \cdot t \cdot \operatorname{tg} \left(\psi_1 - \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} \right) \cdot \sin \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$$

oraz dla promieni centralnych

$$x_2 = x_1 + 2t_0 \left(\frac{\varphi_1}{n} - \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} \right) \cdot \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$$

Podstawiając otrzymamy

$$\varphi_2 = \frac{\sqrt{4p \left[x_1 + 2t_0 \left(\frac{\varphi_1}{n} - \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} \right) \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \right]}}{2p}$$

Analogicznie do poprzedniego otrzymujemy

$$\sin \varphi_2 = n \sin \psi_2 = n \sin (\psi_1 - \alpha_1 + \alpha_2).$$

Dla promieni centralnych:

$$n\alpha_2 - n\alpha_1 + \psi n = \varphi_2.$$

Ponieważ

$$\psi_1 n = \varphi_1 \quad \text{oraz} \quad \varphi_2 = \alpha_2,$$

zatem otrzymamy:

$$n\alpha_2 - n\alpha_1 + \varphi_1 = \varphi_2 = \alpha_2$$

albo

$$\varphi_1 - n\alpha_1 = \alpha_2(1 - n),$$

gdzie

$$\alpha_1 = \frac{y_1}{2p} \quad \frac{\varphi_1}{n} = \frac{y_1}{n(p-x_1)} = \frac{y_1}{2pn}.$$

Obliczenie musimy wykonywać metodą kolejnych przybliżeń, mianowicie:

$$\alpha_2 = \varphi_2 = \frac{\sqrt{4p \left[x_1 + 2t_0 \left(\frac{\varphi_1}{n} - \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} \right) \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \right]}}{2p},$$

gdzie

$$\alpha'_2 = \frac{\sqrt{4p \left(x_1 + 2t_0 \frac{\varphi_1}{n} \cdot \alpha_1 \right)}}{2p}.$$

Podstawiając otrzymamy:

$$\begin{aligned} \frac{y_1}{p-x_1} - \frac{y_1}{2p} - \frac{ny_1}{2p} &= \frac{y_1}{p-x_1} - \frac{y_1}{2p} (n+1) = \\ &= \frac{(1-n) \sqrt{4p \left[x_1 + 2t_0 \left(\frac{\varphi_1}{n} - \frac{\alpha'_2 - \alpha_1}{2} \right) \frac{\alpha_1 + \alpha'_2}{2} \right]}}{2p} = \\ &= (1-n) \frac{\sqrt{4px_1 + 2t_0 \cdot 4p \frac{\varphi_1}{n} \frac{\alpha_1 + \alpha'_2}{2} - 2t_0 \cdot 4p \frac{\alpha'^2_2 - \alpha^2_1}{4}}}{2p} = \\ &= (1-n) \frac{\sqrt{Q}}{2p} \end{aligned}$$

gdzie

$$\begin{aligned} Q &= 4px_1 + 2t_0 \cdot 4p \left(\frac{y_1}{n(p-x_1)} - \frac{y_1}{2pn} \right) \left[\frac{y_1}{4p} + \frac{\sqrt{4px_1 + 2t_0 \cdot 4p \left(\frac{y_1}{n(p-x_1)} - \frac{y_1}{2pn} \right)}}{4p} \right] + \\ &\quad - 2t_0 \cdot 4p \left[\frac{4px_1 + 2t_0 \cdot 4p \left(\frac{y_1}{n(p-x_1)} - \frac{y_1}{2pn} \right) \frac{y_1}{2p}}{16p^2} - \frac{y^2}{16p^2} \right]. \end{aligned}$$

Podnosząc do kwadratu obie strony otrzymamy:

$$\begin{aligned} \frac{y_1^2}{(p-x_1)^2} + \frac{y_1^2}{4p^2} (n+1)^2 - \frac{2y_1^2}{2p(p-x_1)} \cdot (n+1) &= \frac{y_1^2}{4p^2} (4-n^2-2n+1-4n-4) = \\ &= \frac{y_1^2}{4p^2} (n^2-2n+1) = \frac{y_1^2}{4p^2} (n-1)^2 = \\ &= (n-1)^2 \frac{y_1^2 + 2t_0 \cdot 4p \left[\frac{y_1^2}{8p^2 n} + \frac{y_1}{2pn} \frac{\sqrt{y_1^2 + 2t_0 \cdot 4p \frac{y_1^2}{4p^2 n}}}{4p} \right]}{4p^2} + \\ &\quad - \frac{2t_0 \cdot 4p \cdot \frac{y_1^2 + 2t_0 \cdot 4p \frac{y_1^2}{4p^2 n} - y_1^2}{16p^2}}{4p^2}. \end{aligned}$$

Przechodząc do granicy, po skróceniach i redukcjach otrzymamy:

$$1 = 1 + 2t_0 \cdot 4p \left(\frac{1}{8p^2n} + \frac{1}{2pn} \frac{\sqrt{1 + \frac{2t_0}{pn}}}{4p} \right) - 2t_0 \cdot 4p \frac{1 + 2t_0 \frac{1}{pn} - 1}{16p^3}$$

skąd

$$t_0 = 0 \text{ oraz } \frac{1}{8p^2n} + \frac{1}{2pn} \frac{\sqrt{1 + \frac{2t_0}{pn}}}{4p} - \frac{t_0}{8p^3n} = 0$$

albo

$$1 + \sqrt{1 + \frac{2t_0}{pn}} - \frac{t_0}{p} = 0.$$

Podnosząc do kwadratu, po redukcjach otrzymamy:

$$\sqrt{1 + \frac{2t_0}{pn}} = \frac{t_0}{p} - 1,$$

$$1 + \frac{2t_0}{pn} = \frac{t_0^2}{p^2} + 1 - \frac{2t_0}{p},$$

skąd

$$t_0 = 0 \text{ oraz } \frac{2}{p \cdot n} = \frac{t_0}{p^2} - \frac{2}{p} \text{ albo } \frac{2}{n} + 2 = \frac{t_0}{p},$$

skąd

$$t_0 = 2p \left(1 + \frac{1}{n} \right).$$

Pierwiastek $t_0 = 2p(1 + \frac{1}{n})$ nie ma praktycznego znaczenia, natomiast pierwiastek $t_0 = 0$ oznacza, że korekcja środka zwierciadła jednocześnie z dowolną strefą jest możliwa tylko dla zwierciadła o bardzo małej grubości soczewki. Stąd wynika, że przy budowie reflektorów parabolicznych należy brać możliwie najcieńszą warstwę szkła, uwarunkowaną jedynie wytrzymałością materiału.

Ażeby znaleźć kształt paraboloidu wewnętrznego, musimy wyznaczyć współrzędne co najmniej jednego punktu tylnej powierzchni zwierciadła pod warunkiem:

$$a_2 = \varphi_2.$$

Otrzymamy tutaj następujące wzory:

$$p = \frac{y_1^2}{4x_1}, \quad \operatorname{tg} a_1 = \frac{y_1}{2p}, \quad \operatorname{tg} u_1 = \frac{y_1}{p - x_1}, \quad \varphi_1 = u_1 - a_1, \quad \sin \psi_1 = \frac{\sin \varphi_1}{n}, \quad \psi_2 = \psi_1,$$

$$a_2 = \varphi_2, \quad a_0 = \frac{a_1 + a_2}{2}, \quad \operatorname{tg} a_2 = \frac{y_2}{2p} = \frac{\sqrt{4px_2}}{2p}$$

$$\text{skąd} \quad 4p^2 \cdot \text{tg}^2 a_2 = 4px_2, \quad x_2 = p \cdot \text{tg}^2 a_2, \quad \Delta x = x_2 - x_1,$$

$$t = \frac{\Delta x}{\text{tg} \left(\psi_1 - \frac{\Delta a}{2} \right) \sin \frac{a_1 + a_2}{2} + \text{tg} \left(\psi_2 - \frac{\Delta a}{2} \right) \sin \frac{a_1 + a_2}{2}},$$

$$L = \frac{t}{\cos \left(\psi_1 - \frac{\Delta a}{2} \right)},$$

gdzie L — długość drogi promienia świetlnego w szkle soczewki zwierciadła.

$$x_3 = x_1 - t \cos \frac{a_1 + a_2}{2} + \frac{\Delta x}{2}$$

$$y_3 = y_1 + t \sin \frac{a_1 + a_2}{2} + \frac{\Delta x}{2} \text{ctg} a_0.$$

Parametr tylnej powierzchni

$$p'_0 = \frac{y_3^2}{4(x_3 + t_0)}.$$

Powyższe wzory w formie uwikłanej rozwiązują zagadnienie podwójnego paraboloidu.

Przykład. Załóżmy:

$$y_1 = 80, \quad p = 40,5, \quad n = 1,52, \quad t_0 = 3,$$

otrzymamy:

$$x_1 = \frac{y_1^2}{4p} = \frac{80^2}{4 \cdot 40,5} = \frac{6400}{162} = 39,506,$$

$$\text{tg} u_1 = \frac{80}{40,5 - 39,506} = 80,4829, \quad u_1 = 89^\circ 17' 50'',$$

$$\text{tg} a_1 = \frac{80}{2 \cdot 40,5} = 0,98765, \quad a_1 = 44^\circ 38' 40'',$$

$$\varphi_1 = 89^\circ 17' 50'' - 44^\circ 38' 40'' = 44^\circ 39' 10'',$$

$$\sin \psi_1 = \frac{\sin \varphi_1}{n} = \frac{0,70281}{1,52} = 0,46237, \quad \psi_1 = 27^\circ 32' 20'',$$

$$a_2 = \varphi_1 = 44^\circ 39' 10'',$$

$$x_2 = 40,5 (0,98765)^2 = 39,530,$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 39,530 - 39,506 = 0,024.$$

Widzimy, że korekcja dowolnej strefy bocznej wymaga również minimalnej grubości soczewki zwierciadła. Stąd wniosek, że parametr

tylnej powierzchni zwierciadła można obliczyć powyższym sposobem oraz wprowadzić jednocześnie korekcję którejkolwiek strefy i środka zwierciadła jedynie w przypadku przesunięcia źródła światła poza ognisko paraboloidu, nadając oczywiście grubości szkła soczewki zwierciadła wartość minimalną, zależną od wytrzymałości szkła.

Założmy w poprzednim przykładzie

$$t = t_0 = 3.$$

Z poprzedniego mamy:

$$y_1 = 80, \quad p = 40,5, \quad x_1 = 39,506, \quad u_1 = 89^\circ 17' 50'',$$

$$\alpha_1 = 44^\circ 38' 40'', \quad \varphi_1 = 44^\circ 39' 10'', \quad \psi_1 = 27^\circ 32' 20'',$$

skąd

$$\Delta x = 2 \cdot 3 \operatorname{tg} 27^\circ 32' 20'' \cdot \sin 44^\circ 38' 40'' = 2,19846,$$

$$x_2 = x_1 + \Delta x = 39,506 + 2,198 = 41,704,$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \sqrt{\frac{x_2}{p}} = \sqrt{\frac{41,704}{40,5}} = \sqrt{1,02973} = 1,01476$$

$$\alpha_2 = 45^\circ 25' 10''.$$

Przy przesuniętych źródle światła ostateczna wartość $u = (u)$ wyniesie

$$(u) = \alpha_2 + \alpha_1$$

$$(u) = 45^\circ 25' 10'' + 44^\circ 38' 40'',$$

$$(u) = 90^\circ 03' 50''.$$

Odległość czołowa źródła światła

$$e = x_1 + y_1 \cdot \operatorname{ctg} (u),$$

$$e = 39,506 + 80 \operatorname{ctg} 90^\circ 03' 50'' = 39,416.$$

Obliczamy parametr wewnętrznej powierzchni:

$$x_3 = x_1 + \frac{\Delta x}{2} - t \cos \alpha_0,$$

$$x_3 = 39,506 + \frac{2,198}{2} - 3 \cdot \cos 45^\circ 01' 55'' = 37,294 + 1,099 = 38,393,$$

$$y_3 = y_1 + t \sin \alpha_0 + \frac{\Delta x}{2} \cdot \operatorname{ctg} \alpha_0,$$

$$y_3 = 80 + 3 \cdot \sin 45^\circ 01' 55'' + 1,100 = 80 + 2,123 + 1,100 = 83,223,$$

$$p'_0 = \frac{y_3^2}{4(x_3 + t_0)} = \frac{83,22^2}{4(41,392)} = 41,831.$$

V. Obliczanie zwierciadeł koparabolicznych i izoparabolicznych

Przejdziemy do rozwiązywania koparaboloidu. Długość drogi optycznej promienia centralnego wyniesie:

$$P_0 = f + 2nt_0 + x_4.$$

Podobnie długość drogi optycznej promienia padającego pod kątem u wyniesie:

$$P_1 = f + x_1 + n(l_1 + l_2) + x_4 - x_2,$$

gdzie $f=p$ jest to parametr paraboli zewnętrznej.

Oznaczmy $f + x_1 = f_1$.

Z rysunku 6 i 7 otrzymujemy:

$$n(l_1 + l_2) = 2n \sqrt{t^2 + \left(\frac{\Delta x}{2 \sin \alpha_0}\right)^2},$$

co podstawiając do równania $P_1 = P_0$ otrzymujemy:

$$f + 2nt_0 + x_4 = f + x_1 + 2n \sqrt{t^2 + \left(\frac{\Delta x}{2 \sin \alpha_0}\right)^2} + x_4 - x_2,$$

albo

$$2nt_0 = 2n \sqrt{t^2 + \left(\frac{\Delta x}{2 \sin \alpha_0}\right)^2} - \Delta x,$$

ale

$$\Delta x = x_2 - x_1, \quad \alpha_0 = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2},$$

$$\Delta x = 2t \cdot \operatorname{tg} \left(\psi_1 - \frac{\Delta \alpha}{2} \right) \sin \alpha_0.$$

Podstawiając otrzymamy:

$$\begin{aligned} 2nt_0 &= 2n \sqrt{t^2 + \left[\frac{2t \operatorname{tg} \left(\psi_1 - \frac{\Delta \alpha}{2} \right) \sin \alpha_0}{2 \sin \alpha_0} \right]^2} - \Delta x = \\ &= 2n \sqrt{t^2 + t^2 \operatorname{tg}^2 \left(\psi_1 - \frac{\Delta \alpha}{2} \right)} - 2t \operatorname{tg} \left(\psi_1 - \frac{\Delta \alpha}{2} \right) \sin \alpha_0, \end{aligned}$$

albo

$$nt_0 = nt \frac{1}{\cos \left(\psi_1 - \frac{\Delta \alpha}{2} \right)} - t \operatorname{tg} \left(\psi_1 - \frac{\Delta \alpha}{2} \right) \sin \alpha_0. \quad (1)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{y_1}{2p}, \quad (2)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{\sqrt{4px_1}}{2p}, \quad (3)$$

$$x_3 = x_1 + \Delta x, \quad (4)$$

$$\Delta x = 2t_0 \cdot \operatorname{tg} \left(\psi_1 - \frac{\Delta a}{2} \right) \sin a_0, \quad (5)$$

$$\Delta x = 2t_0 \cdot \operatorname{tg} \psi_1 \cdot \sin a_1, \quad (6)$$

$$\sin \psi_1 = \frac{\sin \varphi_1}{n} \quad (7)$$

$$\varphi_1 = u - a_1 \quad (8)$$

Wzory (1) do (8) rozwiązują zagadnienie formy koparaboloidu:

$$x_3 = \frac{x_1 + x_2}{2} - t \cdot \cos a_0, \quad y_3 = \frac{y_1 + y_2}{2} + t \sin a_0.$$

Mając współrzędne szeregu punktów wewnętrznej powierzchni koparaboloidu, znajdziemy parametr izoparaboloidu, jak następuje:

$$p = \frac{y_3'^2}{4x_3'},$$

gdzie

$$y_3' = y_3, \quad x_3' = x_3 + t_0,$$

zatem

$$p = \frac{y_3^2}{4(x_3 + t_0)}.$$

Parametr izoparaboloidu znajdziemy ze wzoru

$$p_0 = \frac{[sp]}{|s|},$$

gdzie przez s oznaczono wagi.

$$s_i = \frac{K}{\delta_i^2}, \quad \delta_i = \frac{[p]}{n} - p_i,$$

K — dowolna wielkość stała.

Równanie wypośrodkowanego izoparaboloidu otrzyma postać

$$y^2 = 4p_0(x + t_0).$$

W zwierciadłach parabolicznych wewnętrznie srebrzonych często zastępuje się izoparaboloid przez izosferę, co wywołane jest brakiem maszyn do szlifowania i polerowania wypukłej strony powierzchni paraboloidu. Wtedy obliczamy promień a sfery w sposób podany poprzednio, a mianowicie:

$$(x_3' - a)^2 + y_3'^2 = a^2,$$

skąd

$$a = \frac{x_3'^2 + y_3'^2}{2x_3'}$$

gdzie

$$x_3' = x_3 + t_0, \quad y_3' = y_3,$$

zatem

$$a = \frac{(x_3 + t_0)^2 + y_3^2}{2(x_3 + t_0)}$$

Mając szereg wartości liczbowych

$$a_1, a_2, \dots, a_n$$

obliczymy promień średni

$$a_0 = \frac{[as]}{[s]}$$

Równanie izosfery przyjmie postać

$$[x - (a - t_0)]^2 + y^2 = a_0^2.$$

P r z y k ł a d. Załóżmy:

$$t_0 = 3, \quad y_1 = 80, \quad p = 40,5.$$

Z poprzednio podanych obliczeń możemy napisać:

$$x_1 = 39,506 \quad \alpha_1 = 44^\circ 38' 40''$$

$$\Delta x = 2,19846 \quad \varphi_1 = 44^\circ 39' 10''$$

$$u_1 = 89^\circ 17' 50'' \quad \psi_1 = 27^\circ 32' 20''$$

$$x_2 = 39,506 + 2,19846 = 41,706$$

$$\alpha_2 = 45^\circ 25' 10''$$

$$\Delta \alpha = \alpha_2 - \alpha_1 = 36' 30''$$

$$\frac{\Delta \alpha}{2} = 18' 15''$$

$$\Delta x = 2 \cdot t \cdot \operatorname{tg} (27^\circ 32' 20'' - 18' 15'') \sin 45^\circ 01' 55''$$

$$\Delta x = 2t \cdot 0,51470 \cdot 0,70750 = 0,72830 \cdot t = 2 \cdot 0,36415 t$$

$$\psi_1 - \frac{\Delta \alpha}{2} = 27^\circ 14' 05''$$

$$1,52 \cdot 3 = 1,52 \cdot t \frac{1}{0,88914} - t \cdot 0,36415$$

$$t = 3,3894$$

$$x_3 = 39,506 + 1,099 - 3,389 \cdot 0,70671 = 38,210$$

$$y_3 = 80 + 1,100 + 3,389 \cdot 0,70750 = 83,498$$

$$p_0' = \frac{83,498^2}{4 \cdot 41,210} = 42,337.$$

Widzimy, że metoda koparaboloidu jest praktycznie korzystniejsza, gdyż daje od razu wartość liczbową parametru bez potrzeby wprowadzania odmiennej od parametru $p=f$ odległości czołowej.

Parametr koparaboloidu jest nieco większy od parametru podwójnego paraboloidu ze względu na brak w pierwszym przypadku przesunięcia źródła światła poza ognisko powierzchni koparaboloidu.

Przykład następny podaje obliczenie koparaboloidu w przypadku, gdy nie ma żadnych z góry danych warunków ograniczających przebieg wewnętrznej powierzchni koparaboloidu.

W tym przypadku mamy do obliczenia kolejno wzory (1)—(8).

Założmy:

$$y_1 = 80, \quad p = 40,5, \quad n = 1,52, \quad t_0 = 3$$

to otrzymamy:

$$x_1 = \frac{80^2}{4 \cdot 40,5} = \frac{6400}{162} = 39,506$$

$$\operatorname{tg} u_1 = \frac{80}{40,5 - 39,506} = 80,4829$$

$$u_1 = 89^\circ 17' 50''$$

$$\varphi_1 = u_1 - \alpha_1 = 89^\circ 17' 50'' - 44^\circ 38' 40'' = 44^\circ 39' 10''$$

$$\sin \psi_1 = \frac{\sin \varphi_1}{n}, \quad \psi_1 = 27^\circ 32' 20''$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{\sqrt{4px_2}}{2p} = \sqrt{\frac{x_2}{p}}$$

$$\Delta x = 2t_0 \cdot \operatorname{tg} \psi_1 \cdot \sin \alpha_1$$

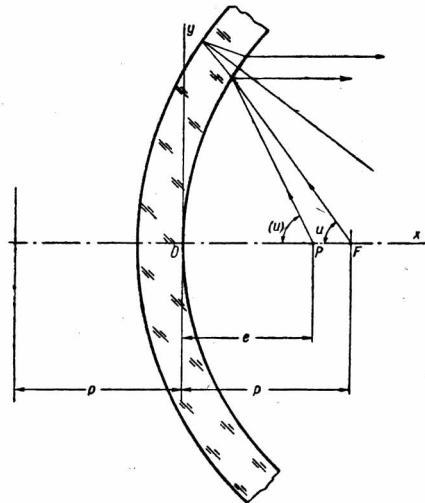
$$\Delta x = 2 \cdot 3 \cdot \operatorname{tg} 27^\circ 32' 20'' \cdot \sin 44^\circ 38' 40'' = 6 \cdot 0,52143 \cdot 0,70271 = 2,19848$$

$$x_2 = x_1 + \Delta x = 39,506 + 2,198 = 41,704$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \sqrt{\frac{x_2}{p}} = \sqrt{\frac{41,704}{40,5}} = \sqrt{1,02972} = 1,01475$$

$$\alpha_2 = 45^\circ 25' 10''$$

$$\Delta \alpha = \alpha_2 - \alpha_1 = 45^\circ 25' 10'' - 44^\circ 38' 40'' = 0^\circ 46' 30''$$



Rys. 7

$$\alpha_0 = 44^\circ 38' 40'' + 23' 15'' = 45^\circ 01' 55''$$

$$t = 3,3894 \approx 3,4$$

$$\Delta x = 2 \cdot t \cdot \operatorname{tg} \left(\psi - \frac{\Delta \alpha}{2} \right) \sin \alpha_0.$$

$$\Delta x = 2 \cdot 3,4 \cdot \operatorname{tg} 27^\circ 09' 05'' \cdot \sin 45^\circ 01' 55'' = 6,8 \cdot 0,49843 \cdot 0,70750$$

$$\Delta x = 2,39795$$

$$x_2 = x_1 + \Delta x = 39,506 + 2,398 = 41,904$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \sqrt{\frac{41,904}{40,5}} = \sqrt{1,03461} = 1,01716$$

$$\alpha_2 = 45^\circ 29' 15''$$

$$\Delta \alpha = 45^\circ 29' 15'' - 44^\circ 38' 40'' = 0^\circ 50' 35''$$

$$\alpha_3 = \alpha_1 + \frac{\Delta \alpha}{2} = 44^\circ 38' 40'' + 25' 17'' = 45^\circ 03' 57''$$

$$1,52 \cdot 3 = 1,52 \cdot t \frac{1}{\cos 27^\circ 07' 03''} - t \cdot \operatorname{tg} 27^\circ 07' 03'' \cdot \sin 45^\circ 03' 57''$$

$$\psi_1 - \frac{\Delta \alpha}{2} = 27^\circ 32' 20'' - 25' 17'' = 27^\circ 07' 03''$$

$$1,52 \cdot 3 = 1,52 t \frac{1}{0,89008} - t \cdot 0,51209 \cdot 0,70792$$

$$t = \frac{1,52 \cdot 3}{1,52 \cdot 1,12349 - 0,36252}$$

$$t = \frac{1,52 \cdot 3}{1,70770 - 0,36252}$$

$$t = \frac{4,56}{1,34518}$$

$$t = 3,38988$$

$$x_3 = 89,506 + 1,096 - 3,39 \cos 45^\circ 03' 57'' = 38,211$$

$$y_3 = 80 + 3,39 \cdot 0,70875 + \frac{2,40}{2} \cdot 0,99536 = 83,594$$

$$x'_3 = x_3 + t_0 = 41,211$$

$$y'_3 = y_3 = 83,594$$

$$p_0 = \frac{83,594^2}{4 \cdot 41,211} = \frac{6987,956836}{164,844} = 42,391.$$

Widzimy, że wynik jest zgodny z poprzednim wynikiem dla koparaboloidu. Oznacza to, że metoda koparaboloidu jest niezależna od grubości szkła soczewki zwierciadła, a także od z góry danych granic przybliżenia.

VI. Metoda różniczkowa obliczeń równania koparaboloidu

Rozważmy sposób analityczny określenia równania koparaboloidu. Z rysunku 8 otrzymamy:

$$z = \delta_2 - \delta_1,$$

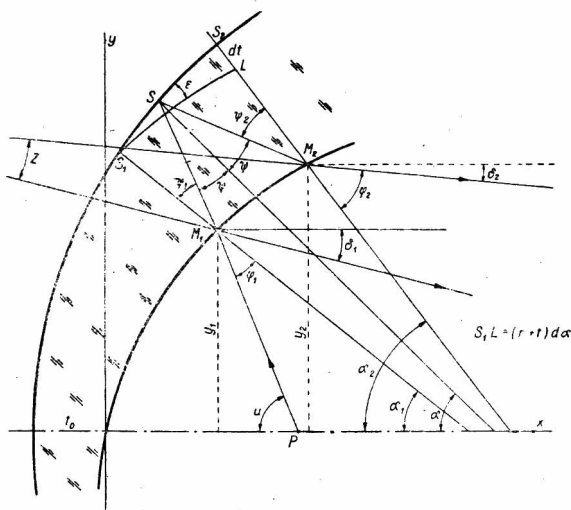
gdzie „ z ” jest to aberracja względna strumienia światła odbitego zewnątrz na powierzchni szkła niepokrytego warstwą srebra względem strumienia światła odbitego wewnątrz. Lecz w skorygowanym świetle koparaboloidu mamy:

$$\delta_2 = 0,$$

skąd

$$z = -\delta_1.$$

Usunięcie tej zewnętrznej aberracji jest łatwe pod warunkiem, że źródło światła zostanie umieszczone w ognisku paraboloidu zewnętrznego.



Rys. 8

Wtedy

$$\delta_1 = 0,$$

skąd

$$z = 0.$$

Obliczenie zmiennego parametru p koparaboloidu możemy wykonać na podstawie wzoru

$$y = 2p \operatorname{tg} \alpha_0.$$

Zróżniczkujemy obydwie strony tego równania względem y i p :

$$dy = 2dp \cdot \operatorname{tg} \alpha_0. \quad (1)$$

Z poprzedniego wzoru, mianowicie:

$$y_3 = \frac{y_1 + y_2}{2} + t \sin \alpha_0$$

wynika, że za „ dy “ możemy przyjąć wartość następującą:

$$dy = \Delta t \sin \alpha_0. \quad (2)$$

Z wzoru (1) otrzymujemy:

$$dp = \frac{dy}{2 \operatorname{tg} \alpha_0}. \quad (3)$$

Podstawiając wartość (2) do wzoru (3) otrzymamy:

$$dp = \frac{\Delta t \sin \alpha_0}{2 \operatorname{tg} \alpha_0} = \frac{\Delta t \cos \alpha_0}{2}.$$

W ostatnim wzorze zmianę parametru odniesiono do przyrostu $\frac{\Delta a}{2}$, zatem przyrost dp odpowiadający przyrostowi Δa będzie dwa razy większy, czyli

$$dp = \Delta t \cos \alpha_0. \quad (4)$$

Z wzorów (1)—(4) widzimy, że do rozwiązania analitycznego zagadnienia koparaboloidu trzeba tylko jeszcze znaleźć sposób określenia zmian wartości zmiennej wielkości „ t “.

W tym celu rozważymy $\Delta S_1 S_2 L$ na rysunku 8.

Z $\Delta S_1 S_2 L$ otrzymujemy:

$$dt = (r + t) da \cdot \operatorname{tg} \varepsilon$$

albo

$$t - t_0 = (r + t) \Delta a \operatorname{tg} \varepsilon.$$

Ale

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \varepsilon = \Delta a,$$

zatem po podstawieniu otrzymamy:

$$t - t_0 = (r + t_0) \Delta a^2$$

albo

$$\Delta t = (r + t_0) \Delta a^2. \quad (4')$$

Promień krzywizny r znajdziemy z wzorów geometrii różniczkowej, a mianowicie:

$$r = \frac{\left[\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2} \right]^3}{\frac{d^2 y}{dx^2}}$$

albo
$$r = \frac{(1+y'^2)^{3/2}}{y''}. \quad (5)$$

Z wzoru
$$y^2 = 2px,$$

różniczkując obie strony względem x i y otrzymamy:

$$2yy' = 4p,$$

skąd
$$y' = \frac{4p}{2y} = \frac{4p}{2\sqrt{4px}}$$

albo
$$y' = \frac{2p}{\sqrt{4px}} = \sqrt{p} \cdot x^{-\frac{1}{2}}, \quad (6)$$

albo
$$y'^2 = p \cdot x^{-1}. \quad (6')$$

Różniczkując (6) otrzymamy:

$$y'' = \sqrt{p} \left(-\frac{1}{2} \right) x^{-\frac{3}{2}}$$

albo
$$y'' = -\frac{\sqrt{p}}{2 \cdot \sqrt{x^3}}.$$

Podstawiając do wzoru (5) otrzymamy:

$$r = \frac{\left(\sqrt{1 + \frac{p}{x}} \right)^3}{-\frac{\sqrt{p}}{2\sqrt{x^3}}} = 2 \frac{\left(\sqrt{1 + \frac{p}{x}} \sqrt{x} \right)^3}{\sqrt{p}}$$

i ostatecznie
$$r = 2 \frac{(\sqrt{x+p})^3}{\sqrt{p}}. \quad (7)$$

Powyższe wzory (1)—(7) stanowią w formie uwikłanej rozwiązanie analityczne zagadnienia koparaboloidu.

W szczególności będziemy mieli kolejno do obliczenia następujące wzory:

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{y_1}{2p} = \frac{R}{2p},$$

gdzie R jest to promień otworu czynnego zwierciadła.

$$\Delta x = 2t_0 \cdot \operatorname{tg} \psi_1 \sin \alpha_1$$

$$\sin \psi_1 = \frac{\sin \varphi_1}{n}$$

$$\varphi_1 = u_1 - \alpha_1$$

$$\operatorname{tg} u_1 = \frac{y_1}{p - x_1}$$

$$x_1 = \frac{y_1^2}{4p}$$

$$x_2 = x_1 + \Delta x$$

$$\operatorname{tg} \alpha'_2 = \frac{\sqrt{4px_2}}{2p}$$

$$\Delta \alpha' = \alpha'_2 - \alpha_1$$

$$\Delta x = 2 \cdot t_0 \cdot \operatorname{tg} \left(\psi_1 - \frac{\Delta \alpha'}{2} \right) \sin \alpha'_0$$

$$\alpha'_0 = \frac{\alpha_1 + \alpha'_2}{2}$$

$$t = t_0 + \sum (r + t_0) \frac{\Delta \alpha'^2}{2}$$

gdzie Σ — znak sumy.

$$\Delta x = 2 \cdot t \cdot \operatorname{tg} \left(\psi_1 - \frac{\Delta \alpha'}{2} \right) \sin \alpha_0$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{\sqrt{4p(x_1 + \Delta x)}}{2p}$$

$$\Delta \alpha = \alpha_2 - \alpha_1$$

$$t = t_0 + \sum (r + t) \frac{\Delta \alpha^2}{2}$$

$$r = 2 \frac{(\sqrt{x+p})^3}{\sqrt{p}}$$

$$dp = \Delta t \cos \alpha_0$$

$$\alpha_0 = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$$

$$p = p_0 + \sum t \cos \alpha_0.$$

Za pomocą cyklicznego obliczenia powyższych wzorów otrzymamy szereg wartości:

$$p_1, p_2, \dots, p_k,$$

które możemy potraktować jako szereg wartości zmiennych obciążonych błędami pomiarowymi.

Wtedy wartość

$$p_0 = \frac{[ps]}{[s]}$$

będzie średnią wyważoną wartością parametru koparaboloidu, gdzie

$$s_i = \frac{k}{\delta_i^2} \text{ są to wagi, przy czym } \delta_i = \frac{[p]}{k} - p_i.$$

Metoda analityczna może być zastosowana również w sposób jeszcze prostszy do obliczenia kosfery. W tym przypadku zamiast poprzednich równań będziemy mieli następujące wzory:

$$t = t_0 + (r + t_0) \sum \frac{\Delta \alpha_0^2}{2} \quad (1)$$

$$\Delta \alpha_0 = \frac{2t_0 \cdot \operatorname{tg} \psi_1}{r} \varrho'' \quad (2)$$

$$\Delta \alpha = \frac{2t \operatorname{tg} \left(\psi - \frac{\Delta \alpha_0}{2} \right)}{r} \varrho'' \quad (3)$$

$$t = t_0 + \sum (r + t) \frac{\Delta \alpha^2}{2}. \quad (4)$$

Wzory (1)–(4) rozwiązują analitycznie zagadnienie kosfery. W szczególności będziemy mieli do obliczenia kolejno następujące wzory:

$$\sin \alpha_1 = \frac{y_1}{r} = \frac{R}{r},$$

gdzie R jest to promień otworu czynnego zwierciadła.

$$\Delta x_1 = r - r \cos \alpha$$

$$\Delta \alpha'_0 = \frac{2t_0 \operatorname{tg} \psi_1}{r} \varrho''$$

$$t' = t_0 + (r + t_0) \sum \frac{\Delta \alpha_0'^2}{2\varrho''^2}$$

$$\Delta \alpha = \frac{2 \cdot t' \cdot \operatorname{tg} \left(\psi_1 - \frac{\Delta \alpha}{2} \right)}{r} \cdot \varrho''$$

$$t = t_0 + \sum (r + t') \frac{\Delta \alpha^2}{2\varrho''^2}$$

$$\sin \psi_1 = \frac{\sin \varphi_1}{n}$$

$$\sin \varphi_1 = \frac{r-e}{e} \sin u_1$$

$$r_1 = r + t$$

$$\sin u_1 = \frac{R}{e-x_1},$$

gdzie e — odległość czołowa źródła światła.

Obliczenia promienia izosfery można wykonać dwoma sposobami:

1) dla różnych a_0 obliczyć z wzoru (4) szereg wartości t i średnią

wyważoną wartość $t_0 = \frac{[t]}{k}$ albo

2) dla różnych kątów a_0 obliczyć szereg przyrostów $dt_1, dt_2 \dots dt_k$,

a następnie średnio wyważony przyrost $dt_0 = \frac{[dt]}{k}$.

Średnią grubość soczewki zwierciadła izosferycznego obliczymy

$$\text{ze wzoru } t = t_0 + \frac{Kdt}{2}$$

i promień $r_1 = r + t$.

Dla usunięcia aberracji zewnętrznej dobieramy odległość czołową e tak, żeby $\delta_2 = 0$.

Z rysunku 9 widzimy, że warunkiem dla uczynienia $\delta_2 = 0$ jest równość $\varphi_1 = a_1$ albo $\sin \varphi_1 = \sin a_1$.

Ale z poprzedniego mamy:

$$\sin \varphi_1 = \frac{r-e}{r} \sin u_1,$$

gdzie

$$\sin u_1 = \frac{R}{e-x_1},$$

zatem

$$\sin \varphi_1 = \frac{r-e}{r} \cdot \frac{R}{e-x_1}.$$

Alte

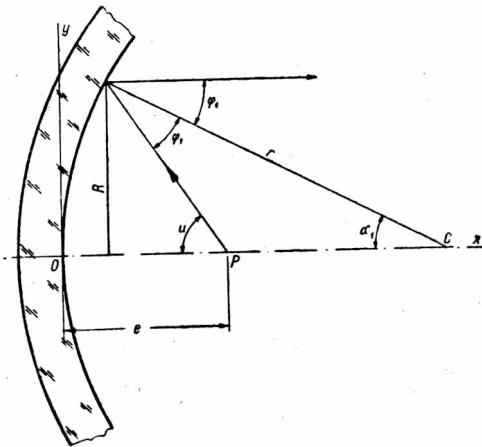
$$\sin a_1 = \frac{R}{r},$$

zatem po podstawieniu otrzymamy:

$$\frac{R}{r} = \frac{r-e}{r} \frac{R}{e-x_1},$$

skąd

$$1 = \frac{r-e}{e-x_1}, \quad \text{czyli } e-x_1 = r-e,$$



Rys. 9

skąd

$$e = \frac{r + x_1}{2}.$$

Biorąc pod uwagę, że

$$x_1 = r - r \cos \alpha_1,$$

czyli

$$x_1 = r - r \sqrt{1 - \left(\frac{R}{r}\right)^2},$$

otrzymamy:

$$e = \frac{r + r - r \sqrt{1 - \left(\frac{R}{r}\right)^2}}{2}$$

albo

$$e = r \left[1 - \frac{1}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{R}{r}\right)^2} \right]. \quad (a)$$

Poprzednio mieliśmy odległość czołową optymalną

$$e = r(1 - K),$$

gdzie

$$K = \frac{x}{\frac{r}{n} + x - \frac{x}{n}} \quad (b)$$

Ze wzorów (a) i (b) widzimy, że mając odległość czołową optymalną e , należy operować promieniem otworu czynnego R tak, aby po zadośćuczynieniu równości (b) zostało spełnione także równanie (a).

Zależności te wskazują, że istnieje dla każdego promienia r zwierciadła optymalny promień otworu czynnego R , przy którym zniesienie aberracji zewnętrznej i korekcja aberracji sferycznej wewnętrznej są najbardziej proste.

Przykład: założmy zgodnie z poprzednim:

$$y_1 = 80, \quad p = 40,5, \quad n = 1,52, \quad t_0 = 3,0.$$

Z poprzedniego mamy:

$$\alpha_1 = 44^\circ 38' 40'', \quad x_1 = 39,506, \quad u_1 = 89^\circ 17' 50'',$$

$$\Delta x = 2,39795 \quad \varphi_1 = 44^\circ 39' 10''$$

$$x_2 = 41,904 \quad \alpha_2 = 45^\circ 29' 15''$$

$$r = 2 \frac{(\sqrt{x+p})^3}{\sqrt{p}} \quad \Delta \alpha = 0^\circ 50' 35''$$

$$\alpha_0 = 45^\circ 03' 57''$$

$$dt = (r + t) \frac{da^2}{2}.$$

Dla kontroli obliczeń promienia r możemy zastąpić zmienną x przez zmienną y . Otrzymamy wówczas:

$$2yy' = 4p, \quad \text{skąd} \quad y' = \frac{2p}{y}$$

$$y'' = -\frac{2p}{y^2} \quad y' = -\frac{2p}{y^2} \cdot \frac{2p}{y} = -\frac{4p^2}{y^3}.$$

Podstawiając te wyniki do wzoru

$$r = \frac{(1 + y'^2)^{3/2}}{y''}, \quad (1)$$

otrzymamy:

$$r = \frac{\left[1 + \left(\frac{2p}{y}\right)^2\right]^{3/2}}{\frac{4p^2}{y^3}}. \quad (2)$$

Podstawiając do wzoru (1) i (2) wartości

$$x = 39,51, \quad y = 80, \quad p = 40,5,$$

otrzymamy:

$$r = 2 \frac{(\sqrt{39,51 + 40,5})^3}{\sqrt{40,5}} = 2 \frac{(8,9474)^3}{6,365} = \frac{1432,5214}{6,365} = 225,0622$$

$$r = \frac{\left[1 + \left(\frac{2 \cdot 40,5}{80}\right)^2\right]^{3/2}}{\frac{4 \cdot 40,5^2}{80^3}} = \frac{(2,02515)^{3/2}}{\frac{6561,0}{512000,0}} = \frac{512000 \cdot 2,86}{6561} = 223,20$$

i średnio:

$$r = 224,15.$$

$$\Delta t = (224,1 + 3,4) \Delta \alpha^2 = 227,5 \frac{51^2}{3438^2} = \frac{592507,8}{11819844} = 0,05012$$

na 51' zmiany α przy $\alpha_0 = 44^\circ 38' 40''$.

Odpowiadającą zmianę dp znajdziemy, jak następuje:

$$dp = \Delta t \cos \alpha_0.$$

Według poprzednich obliczeń przyjmujemy:

$$\Delta t = 0,050$$

$$\cos \alpha_0 = \cos 45^\circ 03' 57'' = 0,70629$$

$$dp = 0,05 \cdot 0,70629 = 0,036$$

na 51' zmiany kąta α_0 .

Dla $\alpha_0 = 0$ otrzymamy:

$$dp = \Delta t \cos \alpha_0 = 0,05 \cdot \cos 0^\circ = 0,050.$$

Średnio $dp = 0,043$ na $51'$ zmiany kąta α_0 .

$$\frac{\alpha_0}{51'} = 50 \text{ części,}$$

skąd średnia zmiana $dp = p - p_0$ na całym obszarze czynnym wynosi

$$\Delta p = 0,043 \cdot 50 = 2,15$$

oraz średnio wyważony parametr izoparaboloidu

$$p = p_0 + \Delta p = 40,5 + 2,15 = 42,65.$$

Poprzednio mieliśmy obliczony metodą trygonometryczną parametr średni koparaboloidu

$$p = 42,39.$$

Dla otrzymania bardziej ścisłego obrazu przebiegu zmian parametru p tylnej powierzchni koparaboloidu należy jednocześnie obliczać obie zmienne t i p etapami. Kąt dzielimy na pewną liczbę części, zależnie od wymaganej dokładności obliczenia, np. co $5^\circ = 300'$, razem na $\frac{45}{5} = 9$ części.

Dla każdego odcinka obliczamy dp i dt . Otrzymamy:

$$dp_1, dp_2, \dots, dp_k$$

$$dt_1, dt_2, \dots, dt_k$$

wtedy

$$p = p_0 + \sum dp$$

oraz

$$t = t_0 + \sum dt, \text{ dla strefy } \alpha_0.$$

Przeciętna wartość parametru tylnej powierzchni izoparaboloidu wyniesie:

$$dp_0 = \frac{[s \cdot dp]_1^k}{[s]_1^k},$$

$$\text{gdzie } s_i \text{ są to wagi: } s_i = \frac{Q}{\delta_i^2}, \quad \delta_i = \frac{[dp]}{k} - dp_i,$$

Q — jest to dowolna liczba stała,

K — liczba stref podziału średnicy otworu czynnego zwierciadła.

Ostateczna wartość parametru, przeciętna dla całego obszaru powierzchni czynnej izoparaboloidu

$$(p) = p + \frac{dp_0 \cdot K}{2}.$$

W przypadku kosfery poprzednie rachunki wypadają znacznie prościej, a mianowicie wartości

$$dt_1, dt_2, \dots, dt_k$$

obliczamy podobnie jak dla koparaboloidu:

$$dt = (r + t_0) \Delta \alpha^2,$$

gdzie r — promień zewnętrznej powierzchni kosfery.

Następnie na podstawie wzoru $r_1 = r + t_0 + dt$,

otrzymujemy

$$dr_1 = dt_0.$$

Zatem średnio wyważony przyrost promieni izosfery będziemy mogli obliczyć ze wzoru:

$$dr_0 = \frac{[s \cdot dt]_1^k}{[s]_1^k}$$

i ostatecznie promień izosfery obliczymy ze wzoru

$$r_{1,0} = r + \frac{kdr_0}{2}.$$

VII. Konstrukcja obudowy mechanicznej reflektoru

Rysunki 10 i 11 przedstawiają konstrukcje mechaniczne reflektorów: sferycznego i parabolicznego opracowane przez autora niniejszej pracy.

Zwierciadło do reflektorów sferycznych zostało wykonane w Polskich Zakładach Optycznych w Warszawie, zaś zwierciadła do reflektorów parabolicznych w Jeleniogórskiej Wytwórni Optycznej.

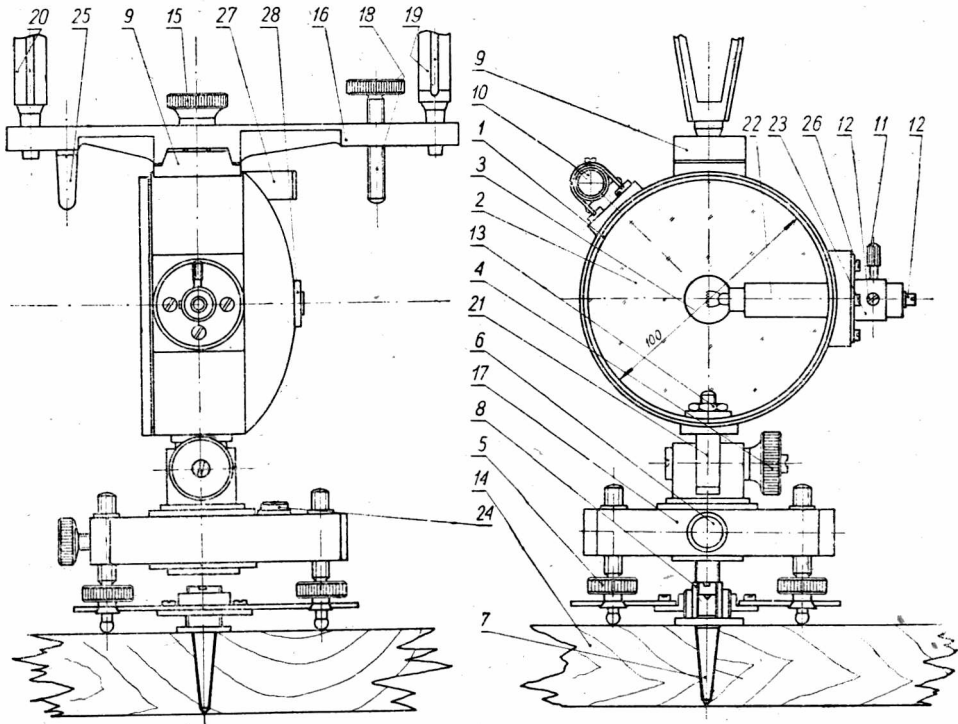
Części mechaniczne dorobione zostały w Warsztacie Mechaniczno-optycznym Głównego Urzędu Pomiarów Kraju, gdzie ostatecznie zostały one także zmontowane i wyjustowane. Reflektory sferyczne o średnicy otworu czynnego 100 mm ze źródłem światła w postaci żarówki elektrycznej 6 V i 2,5 watt o zasięgu 10 do 15 km, przeznaczone zostały do pomiarów triangulacji wypełniającej.

Jednak na razie, z braku reflektorów parabolicznych o większej średnicy otworu czynnego, użyte one zostały w latach od 1948 do 1951 z powodzeniem do triangulacji głównej o długości boków do 40 km.

Reflektory paraboliczne wykonane zostały w roku 1951 o średnicy otworu czynnego 140 mm. Wyposażone w takie samo źródło światła jak w reflektorach sferycznych, całkowicie odpowiadają zasięgiem długości boków triangulacji głównej.

Jak widzimy z rysunków: 10 i 11 mają one budowę stanowiącą jeden zespół działający jednocześnie z heliotropem słonecznym.

Taka budowa podniosła ogromnie ich sprawność w wykonywaniu prac pomiarowych w triangulacji, gdyż pozwoliła prowadzić obserwacje w dni pochmurne bez przerwy.



Rys. 10

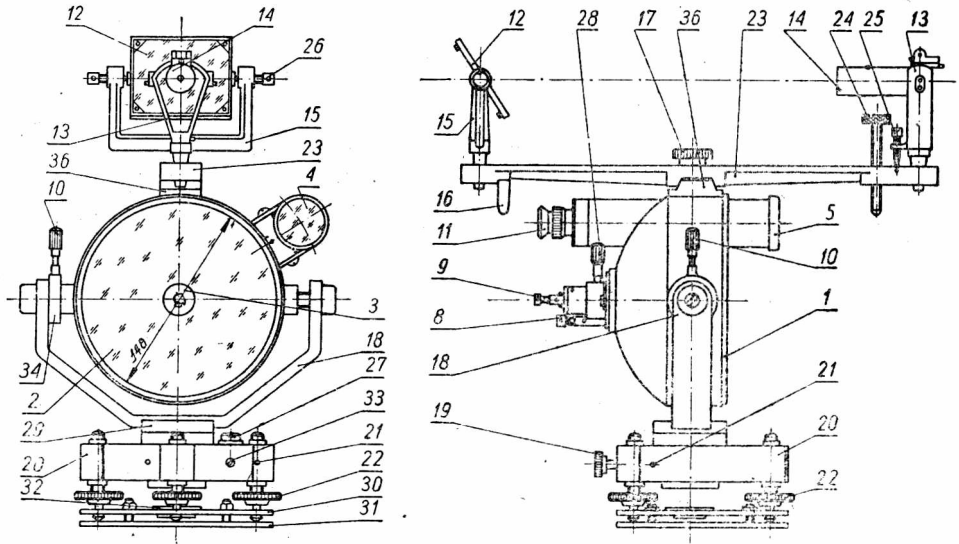
Wyszczególnienie części reflektora sferycznego

1 — korpus, 2 — zwierciadło sferyczne, 3 — żarówka, 4 — śruba zaciskowa przegubu, 5 — śruba elewacyjna nastawnicza, 6 — śruba zaciskowa czopa, 7 — śruba świetlna (centr), 8 — tuleja przejściowa dwustronnie gwintowana, 9 — pryzma heliotropu, 10 — osłona przeziernika, 11 — śruba zaciskowa oprawki żarówki, 12 — kontakty elektryczne, 13 — nakrętka sprężła, 14 — stół wieży triangulacyjnej, 15 — śruba dociskowa sprzęgająca heliotrop z korpusem reflektora, 16 — łożo heliotropu, 17 — spodarka, 18 — śruba elewacyjna heliotropu, 19 — wspornik lustro A, 20 — ramka krzyża nitkowego i wspornik poszukiwacza Słońca, 21 — oś przegubu, 22 — oprawka żarówki, 23 — pierścień zaciskowy oprawki, 24 — libella pudełkowa, 25 — nogi łoża heliotropu, 26 — śrubki mocujące pierścienia oprawki, 27 — przeziernik, 28 — wzziernik (filtr)

W świetle Słońca pracuje heliotrop, zaś w czasie zachmurzenia zostaje włączony prąd elektryczny na reflektor.

Rysunki 12, 13 i 14 przedstawiają zasadę działania i budowy heliotropu słonecznego skonstruowanego przez autora, będącego częścią składową zespołu obu reflektorów: sferycznego rys. 10 i parabolicznego rys. 11.

Heliotrop ten, w przypadku gdy Słońce świeci dłuższy czas bez przerwy, może pracować niezależnie od reflektora jako samodzielny aparat przykręcony do centra stołu wieży triangulacyjnej bezpośrednio za pomocą specjalnej śruby stawidłowej, przedstawionej na rysunku 14.



Rys. 11

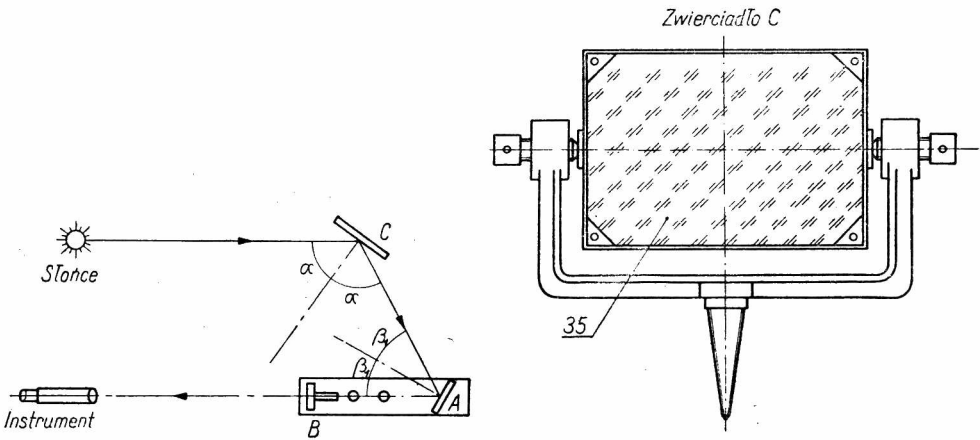
Wyszczególnienie części reflektora parabolicznego

1 — korpus reflektora parabolicznego, 2 — zwierciadło paraboliczne, 3 — żarówka reflektora, 4 — obiektyw lunetki celowniczej, 5 — lunetka celownicza, 6 — śrubki regulacyjne krzyża nitkowego lunetki celowniczej, 7 — płaszcz ochronny nakrętek regulacyjnych osi poziomej obrotu reflektora, 8 i 9 — kontakty doprowadzania prądu do żarówki elektrycznej. 10 — śruba zaciskowa obrotu reflektora w płaszczyźnie pionowej, 11 — okular lunetki, 12 — ramka B krzyża nitkowego heliotropu, 14 — poszukiwacz Słońca, 15 — wspornik zwierciadła A, 16 — nogi łoża heliotropu, 17 — śruba zaciskowa łoża heliotropu na pryzmie przewodnicy 36, 18 — wspornik korpusu reflektora, 19 — śruba zaciskowa obrotu reflektora w płaszczyźnie poziomej, 20 — spodarka, 21 — śruba regulacyjna nakrętki śruby nastawniczej, 22 — śruba nastawnicza, 23 — łożo heliotropu, 24 — śruba elewacyjna łoża, 25 — gwintowany kołek prowadzący ramki, B ustalający kierunek osi poszukiwawczej, 26 — śrubki regulacyjne osi obrotu lustra A, 27 — libella pudełkowa, 28 — śruba zaciskowa oprawki żarówki, 29 — pryzma czopu osi pionowej obrotu reflektora, 30 — płytka sprzęgająca, 31 — płytka ochronna, 32 — nakrętka sprzęgająca, 33 — śruba mocująca sprężyny hamulca obrotu reflektora dokoła osi pionowej, 34 — hamulec obrotu reflektora na osi poziomej, 35 — zwierciadło C, 36 — pryzma przewodnicy heliotropu

Nakrętka tej śruby posiada gwint M8 Bamberga. W taki sam gwint zaopatrzony jest czop śruby świetlnej stołu, czyli centra stołu.

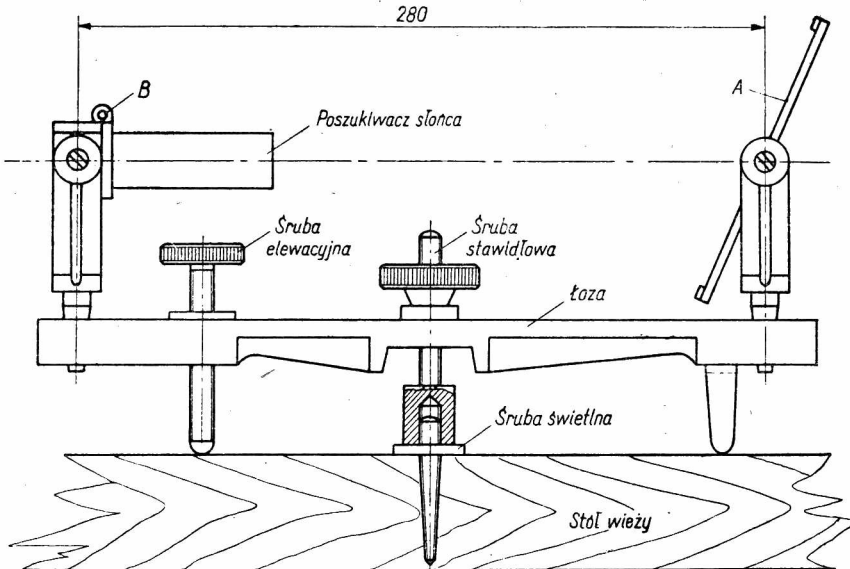
Ażeby umożliwić przykręcanie do tego samego centra również spodarek reflektorów, posiadających nakrętki z gwintem Zeissa o $\frac{5}{8}$ cala, służy dwustronnie gwintowana tulejka przejściowa przedstawiona na rys. 16.

Śruba elewacyjna służy do skierowania promieni świetlnych Słońca, odbitych przez heliotrop w kierunku instrumentu (teodolitu) obserwującego sygnały heliotropu w płaszczyźnie pionowej.



Rys. 12

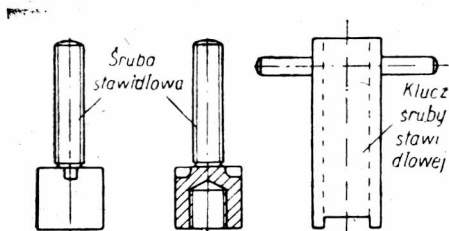
Rys. 13



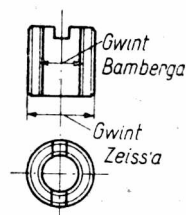
Rys. 14

Dla skierowania światła heliotropu w płaszczyźnie poziomej, obracamy łożo heliotropu dokoła śruby stawidłowej. Do celowania w żądanym kierunku służy otwór w środku zwierciadła A i krzyż nici w ramce B.

Po nastawieniu osi celowej heliotropu na właściwy cel, obracamy lusterko A tak, żeby światło, odbite od lustra A, padło w środek ekranu wewnątrz poszukiwacza Słońca przy ramce B. (rys. 14).



Rys. 15



Rys. 16

W czasie obserwacji lustro A jest nieruchome, natomiast w miarę przesuwania się Słońca po sklepieniu niebieskim obracamy miarowo lustro C, przymocowane do nogi wieży triangulacyjnej z boku w ten sposób, żeby odbite od niego światło Słońca stale padało na środek lustra A, co wyjaśnia rysunek 12.

Reflektory sferyczne (rys. 10) oparte są na przegubie stałym, hamowanym samoczynnie za pomocą sprężyny, ażeby przy nagłym odkręceniu śruby zaciskowej hamulca reflektor nie opadał na bok.

Reflektor paraboliczny (rys. 11) oparty został na osiach stożkowych poziomych z regulacją luzu i zaopatrzony w lunetkę celowniczą, niezależnie od linii celowniczej heliotropu, a to na wypadek nocnych obserwacji, gdy heliotrop zostaje zdjęty z reflektora.

Justowanie reflektora polega na sprawdzeniu i zadośćuczynieniu następującym warunkom:

1. strumień świetlny reflektora musi być ściśle równoległy, czyli zbieżność strumienia musi być równa zeru. Przekrój strumienia świetlnego musi posiadać kształt koła,
2. oś lunetki celowniczej musi być równoległa względem osi strumienia świetlnego, czyli względem osi optycznej reflektora,
3. oś celowa heliotropu musi być równoległa do obu osi: optycznej reflektora i osi celowej lunetki celowniczej.

Dla zadośćuczynienia warunkowi pierwszemu, ustawiamy przed reflektorem w odległości około 50 metrów od niego ekran. Następnie przesuwamy żarówkę po zwolnieniu śrubek zaciskowych 11 i 26 (rys. 10) wzdłuż osi optycznej reflektora oraz prostopadle do osi w różnych kierunkach, tak żeby światło na ekranie przybrało kształt okrągły i śred-

nica otrzymanego koła światła stała się równą średnicy otworu czynnego reflektora.

W celu spełnienia warunku drugiego, ustawiamy za pomocą śrubek regulacyjnych przy okularze lunetki celowniczej krzyż nitkowy lunetki na punkt zaznaczony na ekranie w dole od środka koła światła w odległości równej odległości środka obiektywu lunetki celowniczej od środka otworu czynnego reflektora.

Warunek trzeci sprawdzamy i rektyfikujemy w podobny sposób jak w punkcie poprzednim, lecz w toku montażu. Przy czym odległości krzyża ramki B heliotropu od środka koła światła na ekranie musi być skierowana w górę i musi być równa odległości osi obrotu lustra A od środka otworu czynnego reflektora.

VIII. Uwagi końcowe

Próby wykonania reflektorów parabolicznych o srebrzonej powierzchni zewnątrz, a więc całkowicie bezaberracyjnych, zarówno u nas, jak i za granicą rozbijają się na razie o duże trudności materiałowe, gdyż używane dotychczas materiały do srebrzenia zewnętrznego szybko ulegają zniszczeniu pod wpływem ciepła wydzielanego przez źródło światła reflektora.

Do celów triangulacji, wymagającej strumienia świetlnego o przekroju ściśle w kształcie koła, reflektory metalowe nie mogą mieć zastosowania, a to z powodu dużej rozszerzalności cieplnej metalu, powodującej odkształcenie strumienia świetlnego. Zwierciadła paraboliczne ze szkła z zewnętrzną warstwą srebra wymagają dużej precyzji wykonania powierzchni parabolicznej, co w produkcji technicznej na razie nie jest dostatecznie opanowane.

Dlatego obecnie najbardziej odpowiednie i dogodne dla celów triangulacji są zwierciadła sferyczne soczewkowe systemu Mangina, lecz skorygowane we wszystkich strefach metodą podaną w niniejszej pracy.

O ile nie posiadamy jeszcze dostatecznych środków srebrzenia zewnętrznego trwałego, w przypadku opanowania techniki szlifowania powierzchni parabolicznych, najodpowiedniejsze byłyby zwierciadła izo-, koparaboloidu lub izosfery. W razie opanowania metody srebrzenia zewnętrznego trwałego, najbardziej odpowiednią konstrukcją byłaby konstrukcja zwierciadła szklanego o powierzchni paraboloidu z zewnętrzną warstwą odbijającą.

Metody powyższe obliczania korekcji aberracji sferycznych mogą mieć zastosowanie także do układów soczewkowo-zwierciadlanych w projektorach precyzyjnych i sygnalizacji świetlnej dalekodystansowej.

РЕЗЮМЕ

В настоящей работе приводятся методы расчета рефлекторных зеркал для целей триангуляции 1-го и низших классов.

Принимая во внимание формулу *Mangin'a* которая не учитывает апертуры т. е. радиуса действующего отверстия, автор применил новый метод коррекции отдельных зон зеркала в зависимости от диаметра в данной зоне, учитывая одновременно коррекцию середины зеркала.

Метод заключается в решении системы четырех уравнений с четырьмя неизвестными, из которых e является передним расстоянием, d — толщиной стекла линзы, r_1 и r_2 — радиусами кривизны передней и задней поверхностей линзы зеркала. Описанный в данной статье метод, будучи математически совершенно строгим, относится только к двум или трем зонам и не объясняет коррекции зеркала в остальных промежуточных зонах.

Двухсферическое зеркало с коррекцией во всех зонах должно было бы иметь заднюю поверхность линзы отличную от сферы. Эту поверхность автор называет косферой. С целью определения формы косферы, опираясь на положения о равенстве оптического пути всех лучей и свойства поверхности волны отраженного света, свободного от аберации, являющейся плоскостью, автор установил пять уравнений, являющихся уравнением поверхности косферы в сложном виде. Уравнения эти позволяют найти для каждой зоны самостоятельно соответствующий радиус кривизны r_2 задней отражающей поверхности зеркала, при условии униформности сферической аберации данной зоны. Имея достаточное количество рассчитанных зон можно способом наименьших квадратов найти радиус оптимальной сферы, проходящей между точками всех рассчитанных зон в таких расстояниях, что бы сумма квадратов этих расстояний была минимум. Сферу эту автор называет изосферой.

Изложенные выше методы автор применил тоже к параболическим зеркалам. Решение уравнений для боковой и центральной зон двухпараболического зеркала показало, что одновременная коррекция середины зеркала и какой либо боковой зоны теоретически возможно только в том случае, когда стекло линзы двухпараболического зеркала в его середине является бесконечно тонким. Это обстоятельство показывает на то, что метод двухпараболоида является нецелесообразным для практических целей. Метод же копараболоида ведет к системе уравнений в сложном виде, однако более простой по сравнению с косферой.

Кроме этого автор разработал метод копараболоида основанный на вычислении этапами дифференциалов или приращений параметра. Данный метод является несравненно более простым в применении; требует он введения коррекции всех одновременно зон, а не только нескольких, произвольно выбранных, а поэтому на практике является более точным. С другой стороны требует он значительно более длинных, хотя более простых вычислений.

Возможно здесь тоже нахождение среднего оптимального дифференциала и среднего параметра изопараболоида, или среднего радиуса изосферы. В конце настоящей работы автор описывает механическую конструкцию рефлекторов с действующими отверстиями 100 и 140 мм, разработанную автором для целей угловых измерений в триангуляции Польши.

RÉSUMÉ

Ce travail contient la description des méthodes de calculs des miroirs réflecteurs pour opérer la triangulation principale et celluleuse c'est-à-dire de rangs inférieurs.

Prenant en considération la formule de Mangin, qui ne tient pas compte de l'apprétaje ou de rayon de l'orifice actif, l'auteur a appliqué une nouvelle méthode

de correction des zones particulières de miroir, qui dépendent du diamètre dans la zone en question, tenant compte aussi d'une correction simultanée du centre de miroir.

Cette méthode consiste à résoudre les quatre équations déterminant quatre inconnues à savoir: la distance frontale — e , l'épaisseur du verre de la lentille — d , ainsi que les rayons de la courbe r_1 et r_2 de la surface de devant et de derrière de la lentille du miroir.

La dite méthode qui est au point de vue mathématique tout à fait précise ne concerne cependant que deux ou trois zones et ne met pas au point la correction du miroir dans les zones restantes intermédiaires.

Le miroir bisphérique corrigé dans toutes les zones devait avoir une surface de derrière de la lentille différente de la sphère. L'auteur appelle cette surface cosphère.

Afin de déterminer la forme de cosphère l'auteur s'est basé sur le principe d'égalité de la voie optique de tous les rayons lumineux et sur la propriété de la surface de l'onde de lumière réfléchié mais pas aberrative et qui est un plan et a établi cinq équations qui dans la forme complexe constituent l'équation de la surface de cosphère.

Ces équations permettent à chaque zone, indépendamment des zones restantes de déterminer le rayon correspondant de courbe r_2 de la surface de derrière réfléchissant du miroir à la condition cependant de supprimer l'aberration sphérique de cette zone.

Ayant un nombre suffisant de zones calculées, on peut, par la méthode des carrés minimes, trouver le rayon de la sphère optima, appelé par l'auteur isosphère et qui passe entre les points de toutes les zones calculées et cela dans de telles distances dont la somme des carrés est la plus petite.

L'auteur a appliqué aussi les méthodes sus-mentionnées pour les miroirs paraboliques.

La résolution des équations pour la zone latérale et centrale d'un miroir biparabolique a démontré que les corrections simultanées du milieu de miroir et d'une zone latérale quelconque est théoriquement possible. mais seulement dans le cas où la couche du verre de la lentille du miroir biparabolique est infiniment mince au milieu de miroir.

Ceci démontre que la méthode du biparaboloïde pour buts pratiques n'est pas opportune. Par contre la méthode du coparaboloïde mène à un système d'équations sous forme aussi compliquée mais beaucoup plus simple en comparaison avec cosphère.

L'auteur a élaboré en plus la méthode du coparaboloïde basée sur le calcul différentiel effectué par étapes ou autrement dit sur les accroissements du paramètre.

Cette méthode est sans comparaison plus facile à appliquer, mais elle exige les corrections simultanées de toutes les zones, et non pas de quelques unes seulement prises au hasard. C'est pourquoi elle est en pratique plus précise, quoiqu'elle exige d'assez longs mais bien plus simples calculs.

L'auteur souligne enfin qu'il est possible de trouver ici une différentielle optimale moyenne ainsi qu'un paramètre moyen d'isoparaboloïde ou encore un rayon moyen d'isosphère.

En terminant son travail l'auteur décrit la construction mécanique des réflecteurs avec une ouverture active de 100 et 140 millimètres, construction élaborée par l'auteur — même pour opérer la triangulation de la Pologne.

Felician Kępiński

Uwagi do pracy J. Radeckiego „Nowy sposób obliczania azymutu gwiazdy Polarnej z kąta godzinnego“

W zeszycie nr 2 tomu I prac Geodezyjnego Instytutu Naukowo-badawczego uka-
zała się praca dra J. Radeckiego, sygnalizująca nowy sposób obliczania azymutu
biegunowej na mocy jej kąta godzinnego.

Wobec praktycznego znaczenia tego zadania rachunkowego, wiążącego się bądź
co bądź z fundamentalnym zagadnieniem wyznaczania azymutu z przejść Polaris
przez pionową nitkę teodolitu, wydaje się rzeczą wskazaną poddanie „nowego spo-
sobu“ szczegółowemu rozpatrzeniu.

Po przytoczeniu znanego wzoru

$$\operatorname{tg} A = -\frac{b}{1-a}, \quad \begin{aligned} b &= \sec \varphi \cdot \operatorname{tg} p \cdot \sin t \\ a &= \operatorname{tg} \varphi \cdot \operatorname{tg} p \cdot \cos t, \end{aligned}$$

i przypomnieniu, że wydawany dawniej przez G. I. N. B. „Rocznik Astronomiczny“
w r. 1953 umieścił specjalne tablice wartości $\log \frac{1}{1-a}$, ułatwiające logarytmiczne
rozwiązanie powyższego wzoru z dokładnością 6-cyfrowego rachunku — autor
J. Radecki wypowiada mniemanie, że brak jeszcze „sposobu, który by pozwalał
na szybkie, dokładne i niezależne sprawdzenie wyniku“. Nasuwa się tu pytanie:
sprawdzenie jakiego wyniku? Czy wyniku, osiąganego za pomocą dopiero co wspom-
nianych tablic „Rocznika“? Ale oto czytamy dalej: „lukę tę powinna wypełnić niniej-
sza praca, której celem jest wyłożenie nowej metody obliczania azymutu gwiazdy
Polarnej przy użyciu tablic pomocniczych, zapewniającej dokładność rachunku $\pm 0,5''$,
a przy tym prostej w użyciu“.

Jasne, że „nowy sposób“, o tak ograniczonej dokładności nie może dawać kontroli
znacznie dokładniejszego rachunku, dokonywanego na mocy tablic „Rocznika Astro-
nomicznego“ 1953.

Z samego więc wstępu do pracy odnosi się wrażenie, że jej autorowi może nie
tyle chodziło o bardzo dokładne obliczanie azymutu Polaris (choć taką mogła być
pierwotna jego intencja), ile o ułożenie jeszcze innych tablic, choćby o ograniczonej
dokładności i żadnymi względami niekrepowanej rozpiętości a także nieokreślonej
trwałości.

Powróćmy do powyższego wzoru i jego rozwinięcia w szereg postępowy według
wzrastających potęg odległości biegunowej Polaris — podkreślić to należy — po-
prawnie dokonanego przez J. Radeckiego, co prawda bez rozpatrzenia zbieżności
szeregu.

Jak wiadomo, szereg ten jest zbieżny i zbieżność jego będzie nadal wzrastać przez
dziesiątki lat. Na pierwszy plan wysuwa się tu więc pytanie, jaki rząd wielkości
przedstawiają poszczególne wyrazy szeregu.

Sprawą tą zajmowali się m. in. J. Ph. Herr i W. Tinter, autorzy dzieła *Lehrbuch der Sphärischen Astronomie in ihrer Anwendung auf geographische Ortsbestimmung*, Wien 1887. W rozważaniach swoich przyjęli oni za wartość wyjściową $p_0 = 4680''$. Kładąc obecnie $p_0 = 3330''$ jako górną granicę absolutnej wartości poszczególnych wyrazów rozwinięcia na A , otrzymamy następujące wartości:

φ	3 rz.	4 rz.	5 rz.
45°	0,59''	0,01''	0,000''
50	0,86	0,01	0,001
55	1,28	0,03	0,002
60	2,06	0,05	0,003

Z zestawienia tego wyniku, że wyrazy 5 i wyższego rzędu nawet przy przestrzeganiu największej (możliwej w praktyce) precyzji mogą być pominięte, natomiast wyraz 4 rzędu musi być uwzględniony. O ile jednak ograniczyć się do dokładności $\pm 0,5''$, wystarcza zadowolić się wyrazami do 3 rzędu włącznie.

Ten stan rzeczy nasuwa jedno z dwóch alternatywnych wskazań: podejmując myśl wprowadzenia do praktyki rachunkowej rozleglejszych tablic pomocniczych, należałoby na mocy nich dążyć do osiągnięcia najwyższego stopnia dokładności lub też z góry ograniczając się do mniejszej dokładności, powiedzmy $\pm 0,5''$, rozpiętość tablic zredukować do minimum.

Stając na gruncie drugiej alternatywy, rozmiar tablic bez żadnego uszczerbku należało zredukować 6-krotnie, ograniczając się do pełnych stopni szerokości geograficznej. Powstający z zaokrąglenia tabulowanych wartości i interpolacji według φ i t błąd wypadkowy przy korzystaniu z tablic nie powinien przekroczyć jedności piątego miejsca, a więc na mocy ostatniego wyrazu wzoru (13), nie powinien wywołać w azymucie błędu większego niż $\pm 0,23''$. Ale niezrozumiałe ustawienie przy W we wzorze (12) współczynnika rzędu wielkości 3,4 prowadzi do znacznego pomniejszenia

dokładności obliczenia $\frac{p}{1000} \cdot W$, na mocy tablic W .

Jeżeli chodzi o precyzyjne obliczenie azymutu Polaris z dokładnością wykluczającą błąd $0,05''$, to do tego celu, oprócz wspomnianych powyżej tablic „Rocznika Astronomicznego“ 1953 na wielkość $\log \frac{1}{1-a}$, posłużyć mogą będące w opracowaniu do „Rocznika Astronomicznego“ 1955 tablice, oparte na wzorach następujących:

$$A = - \left[p \cdot \sec \varphi \cdot \sin t + M_0 \left(\frac{p}{p_0} \right)^2 \cdot \sin^2 t + N_0 \left(\frac{p}{p_0} \right)^3 \right]$$

$$M_0 = \frac{1}{2} p_0^2 \sin 1'' \cdot \sec \varphi \cdot \operatorname{tg} \varphi$$

$$N_0 = \frac{1}{3} p_0^3 \sin 1'' \cdot \sec \varphi \cdot \sin t \cdot \{ -\operatorname{tg}^2 \varphi + F_4 \cos^2 t - p_0 \sin 1'' \cdot \operatorname{tg} \varphi \cos t \cdot [F_3 - 3F_2 \cos^2 t] \}$$

$$F_i = 1 + i \cdot \operatorname{tg}^2 \varphi$$

Wzór powyższy na A , tutaj wypisany w cokolwiek odmiennej postaci, podany został przez W. Valentinera, Lipsk 1869.

O przewadze jego nad „nowym sposobem“ J. Radeckiego, pomijając inne momenty, decydują występujące w nim czynniki $\left(\frac{p}{p_0} \right)^2$, $\left(\frac{p}{p_0} \right)^3$, w istotny sposób przedłużające waż-

ność odnośnych tablic na M_0 i N_0 . Podkreślić należy, że nawet wyrazy trzeciego rzędu ze względu na p są w nich uwzględnione z całym rygiorem, natomiast odnośna część funkcji W „nowego sposobu“ stanowi tylko przybliżenie.

РЕЗЮМЕ

„Новый способ“ предложенный в I томе трудов Геодезического научно-исследовательского Института, побуждает автора этих строк сделать некоторые замечания.

По его мнению, не было необходимости предпринимать так громоздкий труд для достижения ограниченной точности $\pm 0,5''$. Это в особенности потому, что Rocznik Astronomiczny 1953 позволяет получать азимут Полярной с точностью 6-значного исчисления, а также потому, что издавна известны предложения Валентинара представлять азимут Полярной при помощи нижеследующих формул:

$$A = - \left[p \cdot \sec \varphi \cdot \sin t + M_0 \left(\frac{p}{p_0} \right)^2 \cdot \sin 2t + N_0 \left(\frac{p}{p_0} \right)^3 \right]$$

$$M_0 = \frac{1}{2} p_0^2 \sin 1'' \cdot \sec \varphi \cdot \operatorname{tg} \varphi$$

$$N_0 = \frac{1}{3} p_0^3 \sin^2 1'' \cdot \sec \varphi \cdot \sin t \cdot \{ -\operatorname{tg}^2 \varphi + F_4 \cos^2 t - p_0 \sin 1'' \operatorname{tg} \varphi \cos t \cdot [F_3 - 3F_2 \cos^2 t] \}$$

$$F_i = 1 + i \cdot \operatorname{tg}^2 \varphi.$$

Составление подходящих таблиц будет предметом 2 страниц Rocznika Astronomicznego 1955. Они обнаружат несомненное превосходство старого над „новым способом“ Ю. Радецкого.

RÉSUMÉ

Ce mémoire paru dans le I tome des travaux de l'Institut Géodésique de Pologne engage l'auteur de la présente note à faire quelques remarques critiques.

Malgré que les tables du „Rocznik Astronomiczny“ 1953 soient très commodes pour calculer l'azimut de la Polaire avec une exactitude assez élevée, l'auteur du mémoire entreprend la tâche considérable de composer de vastes tables ne donnant cependant qu'une exactitude assez restreinte de $\pm 0,5''$, et altérables chaque dizaine d'années.

Faisant face à cette nouvelle proposition, l'auteur de la note présente rappelle les formules de Valentinier:

$$A = - \left[p \cdot \sec \varphi \cdot \sin t + M_0 \left(\frac{p}{p_0} \right)^2 \cdot \sin 2t + N_0 \left(\frac{p}{p_0} \right)^3 \right]$$

$$M_0 = \frac{1}{2} p_0^2 \sin 1'' \cdot \sec \varphi \cdot \operatorname{tg} \varphi$$

$$N_0 = \frac{1}{3} p_0^3 \sin^2 1'' \cdot \sec \varphi \cdot \sin t \cdot \{ -\operatorname{tg}^2 \varphi + F_4 \cos^2 t - p_0 \sin 1'' \operatorname{tg} \varphi \cos t \cdot [F_3 - 3F_2 \cos^2 t] \}$$

$$F_i = 1 + i \cdot \operatorname{tg}^2 \varphi.$$

qui s'adaptent parfaitement à l'établissement de tables de relative brièveté et d'assez longue validité. Elles seront insérées dans la prochaine édition du „Rocznik Astronomiczny“ 1955.

Julian Radecki

W sprawie uwag F. Kępińskiego do mojej pracy pt:
 „Nowy sposób obliczania azymutu gwiazdy Polarnej z kąta godzinnego”

Obywatel prof. dr F. Kępiński, ogłaszając w bieżącym numerze „Geodezji i Kartografii” swe *Uwagi do pracy J. Radeckiego* rozpoczął nad sposobem i tablicami mojego pomysłu publiczną dyskusję, którą chętnie podejmę. Mam przy tym nadzieję, że posłuży ona sprawie jeszcze większego zbliżenia nauki do praktyki.

Zawarte w *Uwagach* wyniki szczegółowego rozpatrzenia przez prof. Kępińskiego mojej pracy sprowadzają się do następujących punktów:

1. Omówionej w pracy *Nowy sposób obliczania* metody nie można stosować do sprawdzania wyników otrzymywanych przy pomocy tablic *Rocznika Astronomicznego* na rok 1953, ponieważ zapewnia ona dokładność rachunku jedynie $\pm 0,5$ a tablice zawierają sześciocyfrowe wartości $\log \frac{1}{1-u}$, gdzie $\log \alpha = \log (\operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} p \operatorname{cost})$.

2. Tablice są nieokreślonej trwałości.

3. Są one zestawione zbyt gęsto według szerokości geograficznej. Zamiast co 10 minut łuku należało współczynniki W podać jedynie dla pełnych stopni.

4. Rozwinięcia na szereg wzoru wyjściowego (2) dokonano poprawnie, ale nie rozpatrzono zbieżności szeregu.

5. Ustawienie przy współczynniku W we wzorze (12) wielkości $\frac{p''}{1000} \cong 3,4$ jest niezrozumiałe i prowadzi do znacznego pomniejszenia dokładności obliczenia iloczynu $\frac{p''}{1000} \cdot W$.

6. Znajdujące się w opracowaniu do *Rocznika Astronomicznego* na rok 1955 tablice — oparte na ujętych w cokolwiek odmiennej postaci wzorach W . Valentinera — przewyższają mój sposób. Decydują o tym występujące w tych wzorach czynniki $\left(\frac{p}{p_0}\right)^2$ i $\left(\frac{p}{p_0}\right)^3$ przedłużające ważność tablic współczynników M_0 (przy p^2) oraz N_0 (przy p^3).

Przechodzę teraz do szczegółowej analizy powyższych wniosków.

Ad. 1. Pierwszy punkt okaże się nieistotny, jeżeli sprawę rozpatrzymy na płaszczyźnie praktyki geodezyjnej i konkretnych potrzeb produkcji. W pracach geodezyjnych, takich, jak poligonizacja precyzyjna i triangulacja szczegółowa, zachodzi potrzeba wyznaczania azymutu astronomicznego z dokładnością paru sekund 7—8 cc. Wyznaczenie opiera się na obserwacji gwiazdy Polarnej w czterech seriach metodą kąta godzinnego. Redukcję wykonuje się dwukrotnie, metodami niezależnymi, dążąc do otrzymania wyników z każdego półpoczetu w pełnych sekundach lub dziesięciotysięcznych częściach grada. W związku z tym rachunek prowadzi się pięciocyfrowo (zob. T. Banachiewicz, *Metody rachunków astronomicznych*, Warszawa, 1952, PWN).

Po raz pierwszy obliczenie wykonuje obserwator w polu. Liczy on logarytmami i posługuje się tablicami Rocznika Astronomicznego na rok 1953, biorąc z nich wartości $\log \frac{1}{1-a}$ jedynie do jednostki piątego miejsca po przecinku. Po raz drugi obserwacje redukuje się w biurze. Obecnie prowadzi się tu rachunek przy użyciu arytmometru moją metodą, która skraca i ułatwia pracę, stanowiąc przy tym cenną kontrolę przez swą niezależność od pierwszej redukcji. Wynik uznawany jest jako poprawny, jeżeli rachunek kontrolny potwierdzi pierwszy rezultat w granicach 1—2 cc, tj. w granicach dokładności nowego sposobu. Dwukrotna redukcja wykonana niezależnie dwoma odrębnymi sposobami daje gwarancję praktycznej bezbłądności rachunku. Maksymalny bowiem błąd rachunku wynoszący 2 cc jest wielkością rzędu niższego w stosunku do średniego błędu z pōpoczetu.

Ad 2. O okresie ważności tablic piszę w swej pracy dwukrotnie. Po raz pierwszy na str. 39, w. 11—15 od gōry: „I dopiero po ich (lat kilkunastu) upływie, kiedy p gwiazdy Polarnej osiągnie wartość 53 minut łuku, wpływ błędu tablic na obliczany azymut pocznie sięgać w skrajnych przypadkach 0,25”,... Wtedy trzeba będzie zestawić nowe tablice“. I po raz drugi na str. 45, w. 5—11 od gōry: „Okolo roku 1967 zacznie ona (odległość biegunowa gwiazdy Polarnej) osiągać wartość 53' i wtedy juź w skrajnych przypadkach błąd tablic będzie powodował błąd azymutu prawie 0,25”... Trzeba więc będzie zestawić nowe tablice, przynajmniej dla większych szerokości geograficznych“.

Tablice zatem mają trwałość zupełnie określoną.

Ad 3. Tablice podają współczynniki W w dziesięciominutowych interwałach szerokości geograficznej, aby w możliwie znacznym stopniu odciążyć uwagę liczącego od nużącej interpolacji. Przy istniejącym układzie należy interpolować właściwie tylko według kąta godzinnego. Dodatkowa bowiem interpolacja w zależności od szerokości geograficznej daje w efekcie maksymalnie zaledwie 2 jednostki ostatniego miejsca i dlatego nie stanowi większego obciążenia.

Podanie współczynników W jedynie dla pełnych stopni szerokości geograficznej pociągnęłoby za sobą konieczność normalnej interpolacji według dwóch argumentów, co niewątpliwie przedłużyłoby czas potrzebny na wykonanie redukcji obserwacji oraz stanowiłoby dodatkowe źródło pomyłek i zmęczenia kalkulatora.

Z punktu widzenia praktyki geodezyjnej rozpiętość tablic jest zatem w zupełności uzasadniona.

Ad 4. Zbieżność szeregu, na który przekształciłem wyjściowy wzór (2), rozpatrzyłem w zakresie niezbędnym dla poprawności rozwiązania, czego dowodem jest tekst na str. 39, w. 1—5 od gōry: „Rozwinięcia zatrzymamy na wyrazach zawierających p w szóstej potędze, których maksymalny wpływ na wartość azymutu, nawet na równoleżniku $\varphi=60^\circ$, sięga obecnie zaledwie paru stutysięcznych sekundy łuku. Wpływ odrzuconych wyrazów z odległością biegunową w siódmej potędze jest kilkadziesiąt razy mniejszy“.

Ad 5. Ustawienie przy współczynniku W w roboczym wzorze (12) wielkość $\frac{p''}{1000} \cong 3,4$ jest logicznym następstwem przekształcenia podstawowej zależności (10) we wzór roboczy. Nieskomplikowane przeróbki nie powinny budzić żadnych wątpliwości.

Co do „znacznego pomniejszenia dokładności obliczenia $\frac{p''}{1000} \cdot W$ na mocy tablic W , to rzecz jest bez praktycznego znaczenia. Nie chodzi tu bowiem o korzystne obliczanie poszczególnych iloczynów, ale o obliczenie azymutu z założoną dokładnością,

a tę wzór roboczy w pełni gwarantuje. Z równania (15) wynika przecieź w sposób oczywisty, że jednostka piątego miejsca po przecinku współczynnika W , mimo pomnożenia przez 3,4 we wzorze (12), daje w rezultacie zmianę azymutu zaledwie o $0,2''$.

Nie ma więc słusznego powodu dla zamiany wielkości $\frac{p''}{1000}$ czynnikiem w rodzaju $\frac{p}{p_0}$, który by przedłużał i komplikował niepotrzebnie rachunek, utrudniając przy tym interpolację, a w zysku dając zbędny dla celów praktycznych i nieco problematyczny (jeśli jednocześnie nie zwiększymy objętości tablic, zwłaszcza według kąta godzinowego) wzrost dokładności.

Ad 6. Wzory wynikające z odmiennego ujęcia formuł Valentinera zawierają dwa tabulowane współczynniki (M_0 oraz N_0), podczas gdy w mojej metodzie zaproponowałem wzór o jednym współczynniku W . I tu leży zasadnicza różnica między obu sposobami. Pierwszy z nich, przewidziany dla obliczeń o wyższej dokładności (rzędu setnych części sekundy łuku), cechuje stosunkowo znaczna pracochłonność, drugi natomiast, przeznaczony dla obliczeń o dokładności rzędu $0,5''$, jest o wiele prostszy i szybszy w użyciu.

Wypisane przez Prof. Kępińskiego w nieco odmiennej postaci wzory Valentinera, zawierają czynniki $\left(\frac{p}{p_0}\right)^2$ i $\left(\frac{p}{p_0}\right)^3$, które stosuje też m. in. C. Wirtz (zob. *Tafeln und Formeln aus Astronomie und Geodäsie*, Berlin, 1918), On również umieszcza w tablicy współczynniki M_0 (który jest funkcją φ) oraz N_0 (pozostający funkcją t , φ , p_0), przy czym:

$$M = \frac{p^2}{p_0^2} \cdot M_0 \quad \text{zaś} \quad N = \frac{p^3}{p_0^3} \cdot N_0.$$

Ustawiona przy p^3 funkcja N_0 powoduje tu odstępstwo od ściśłości, gdyż wyrazy czwartego i niższych rzędów mnożymy nie przez odpowiednie potęgi p , lecz p_0 . W moim wzorze o jednym współczynniku W już wyrazy trzeciego rzędu mnożymy przez średnią wartość p_0 .

Jest więc rzeczą najzupełniej zrozumiałą, że drugi współczynnik ustawiony przy p^3 przedłuża ważność tablic. Jeszcze skuteczniej zresztą spowodowałby to trzeci współczynnik umieszczony przy p^4 . Tylko że w ten sposób traci się na prostocie rachunku.

Oczywistą również sprawą, absolutnie niezależną od metody, ale wyłącznie od ilości członów wzoru roboczego, jest kwestia uwzględniania „z całym rygorem“ wyrazów różnych rzędów. I tak, przy 2 członach mogą być ściśle ujęte jedynie wyrazy drugiego rzędu, przy 3 członach — wyrazy trzeciego rzędu, przy 4 członach — czwartego rzędu, itd. Ogólny aspekt tego zagadnienia doskonale charakteryzuje aforyzm prof. dra Tadeusza Banachiewicza, umieszczony w cytowanych już uprzednio *Metodach rachunków astronomicznych*. Profesor pisze: „Dążenie do bezwzględnej ściśłości jest w zasadzie chwalebne, ale tylko wtedy, jeżeli nie przykuwa zbytnio naszej myśli do faktów drugorzędnych“.

Zależnie od dokładności, jaką należy osiągnąć w obliczeniu azymutu, podstawowe równanie (10) można przekształcić w różnego rodzaju wzory robocze. Przy prowadzeniu rachunku na przykład z dokładnością rzędu dziesiątych części minuty łuku, wystarcza następująca zależność robocza:

$$A = -p \cdot \sec \varphi \cdot S,$$

gdzie

$$S = \sin t + p_0 \sin t \cdot [\operatorname{tg} \varphi \cdot \cos t + p_0(w. 3) + \dots]$$

Jest to wzór jednoczłonowy, zatem uwzględnione są ściśle jedynie wyrazy pierwszego rzędu. Wyrażenie S należy ująć w tablicę według dwóch argumentów: kąta godzinowego i szerokości geograficznej. W zależności od φ zmienia się ono zresztą bardzo powoli, co pozwala na zestawienie wygodnej dla rachunku tabeli.

Jeżeli idzie o wzór analogiczny do formuły *Valtinera* i pozwalający na osiągnięcie dokładności rzędu setnych części sekundy łuku, to przedstawić go można w postaci następującej:

$$A = -p \cdot \sec \varphi \left[\sin t + \frac{p''}{1000} \cdot \left(\sin 2t \cdot W_1 + \frac{p''}{1000} \cdot W_2 \right) \right],$$

gdzie

$$W_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{10^3}{\varrho''} \cdot \operatorname{tg} \varphi,$$

$$W_2 = \left(\frac{10^3}{\varrho''} \right)^2 \left[\sin t \cdot (w. 3) + \frac{1}{2} p_0 \cdot \operatorname{tg} \varphi \cdot \sin 2t \cdot (w. 4) + p_0^2 \cdot \sin t \cdot (w. 5) + \dots \right].$$

Tu wyrazy trzeciego rzędu ze względu na p są uwzględnione w sposób ścisły, ale też wzór jest trzyczłonowy i posiada dwa współczynniki, które można brać z tablic. Pierwszy z nich jest funkcją tylko szerokości geograficznej, zaś drugi — funkcją φ oraz t , a także p_0 .

Jest rzeczą zupełnie zrozumiałą, że wzory powyższe są nieporównywalne — pod kątem jakiejś absolutnej przewagi — zarówno między sobą, jak i z roboczym równaniem (12) nowego sposobu.

РЕЗЮМЕ

Автор полемизирует с примечаниями доктора Кемпинского Ф. к его работе „Новый способ вычисления азимута Полярной Звезды по часовому углу“, сводя дискуссию в плоскость геодезической практики и конкретных потребностей продукции.

Способ автора сокращает и упрощает работу вычисления азимута полярной звезды в высокоточной полигонометрии и триангуляции, составляя при этом ценный контроль в виду своей оригинальности.

Диапазон таблиц подиктован заботой освободить внимание вычислителя от интерполирования а также устранить еще один источник ошибок.

Рабочая формула автора гарантирует требуемую практикой точность вычисления $\pm 0,5''$. Формула является двухчленной зависимостью с одним табулированным коэффициентом. Формулы *Valtinera* являются трехчленными с двумя табулированными коэффициентами, почему они и позволяют получить точность порядка сотых частей секунды дуги, но зато в практическом применении они являются на много более трудоемкими.

RÉSUMÉ

L'auteur fait de la polémique sur les observations du professeur dr. F. Kępiński concernant son travail intitulé *Nouvelle façon de calculer l'azimut de la Polaire en dépendance de l'angle horaire*.

Il amène la discussion sur le niveau de la pratique géodésique et dans les cadres des besoins concrets de la production.

La nouvelle méthode de l'auteur raccourcit et facilite le travail pendant le calcul de l'azimut de la Polaire en polygonisation précise et en triangulation détaillé, constituant aussi un contrôle d'autant plus précieux par sa particularité aux méthodes qui ont été jusqu'à présent appliquées.

L'étendue des tables fut élargie afin d'alléger l'attention du calculateur pendant une fatigante interpolation et en vue d'éliminer encore une source d'erreurs.

La formule de travail établie par l'auteur garantit la précision de calcul, adoptée aux exigences de la pratique, et qui s'élève à $\pm 0,5''$.

Cela constitue une dépendance de deux membres avec un seul coefficient tabulaire. Quant aux formules de Valentiner ils sont de trois membres avec deux coefficients tabulaires et c'est pourquoi ils permettent d'arriver à la précision du degré de centièmes de la seconde d'angle, mais qui sont en pratique beaucoup plus laborieuses.

Taki stan rzeczy wywoływał w okresie Renesansu znaczne antagonizmy wewnętrzne wśród profesorów Akademii Krakowskiej.

Przedstawiciele obozu postępu zmiierzali do poznawania rzeczywistości takiej, jaką ona była, odrzucając wszelkiego rodzaju bezkrytyczny dogmatyzm, dążąc przy tym do tego, aby zdobycze nauki mogły być powiązane z z potrzebami życia.

„Proces kształtowania nowej postawy badawczej i nowego widzenia świata — mówi prof. Bogdan Suchodolski — był najściślej powiązany z rozwojem sił produkcyjnych, które stawały się dla świadomości ludzi Odrodzenia jednym z najważniejszych czynników wyzwania się ze średniowiecznej bierności wobec przyrody, ze średniowiecznego zabobonu i przesądów. Rozwój sił produkcyjnych i postępy techniki stawiały określone zadania uczonym i odrywały ich od jałowej spekulacji scholastycznej“.

Jeżeli chodzi o nauki ścisłe, to pierwszym przykładem takiego racjonalistycznego podejścia do potrzeb życia gospodarczego może być profesor Akademii Krakowskiej Marcin z Żórawicy lub z Przemyśla, dla biegłości w sztuce lekarskiej Marcinem Królem zwany (*Rex in Medicinis*), który wydał w połowie XV wieku, w języku łacińskim, pierwszy polski podręcznik miernictwa, znany pod nazwą *Geometria Regis*. Są tam streszczone najbardziej nowoczesne z podówczas znanych metody pomiarowe oraz opis stosowanych przy tym narzędzi.

Prof. Ludwik Birkenmajer twierdzi, że geometria praktyczna nie była jednak wówczas dopuszczona w Akademii Krakowskiej jako przedmiot wykładu i że Marcin Król mógł uczyć sztuki mierniczej tylko prywatnie⁴.

Drugim z kolei był — przeszło sto lat później — humanista Stanisław Grzeński, autor pierwszego podręcznika technicznego po polsku pisanego pt. *Geometria to iest Miernicka Nauka*, wydanego w Krakowie w r. 1566.

Praca ta została wywołana wyraźnie już nie czym innym, lecz właśnie „potrzebą techniczną“ (jak to określa Engels), gdyż było to w okresie przeobrażeń w ustroju rolnym, które zachodziły wówczas za Zygmunta Augusta w jego dobrach wielkosiążących na Litwie, gdzie była przeprowadzana *Woloczna Pomiera*.

Doceniając jak najbardziej znaczenie geometrii praktycznej, humanista Grzeński — znakomity filolog i miłośnik geometrii — doskonale wyczuł tę łączność pomiędzy potrzebami technicznymi życia a nauką. Daje temu wyraz w przedmowie do swej *Miernickiej Nauki*, podkreślając, iż wydał ją „chcąc naród nasz ku tey tko nauce pobudzić“. Była to jakby zapowiedź — na przeszło 200 lat przed wiekiem Oświecenia — staszycowskiego hasła: „Bądź narodowi pożytecznym!“

Poza tym w tejże przedmowie z właściwą mu subtelną ironią — rozprawił się on ze scholastycyzmem, nadmieniając, iż „napisać oto ty książki, nie dla tych, co nic innego nie czynią, iedno nad księgami siedzą, ale prze thy, którzy dla spraw inszych nie zawsze czytać mogą“.

Był więc prof. Grzeński w Polsce jakby prekursorem miernictwa jako nauki.

Walkę o nauczanie miernictwa w Akademii Krakowskiej podejmie skutecznie dopiero bez mała 100 lat później znakomity nasz matematyk i kopernikanin Jan Brożek (1585—1652), używający ówczesnym zwyczajem zlatynizowanego nazwiska — *Broscius*.

Zasługa Brożka w krzewieniu nauk ścisłych będzie tym większa, że już od czasu Grzeńskiego kontreformacja na czele z jezuitami dąży stopniowo do opanowania szkolnictwa i podjęcia wolnej myśli badawczej. To cofanie się kultury ogólnej zaczyna się już na schyłku XVI wieku.

⁴ L. Birkenmajer — *Mistrza Marcina z Żórawicy (inaczej Marcinem Królem z Przemyśla zwanego) Geometrya Praktyczna czyli Traktat Sztuki Mierniczej*, Warszawa 1895.

Akademia Krakowska, usposobiona początkowo do prądów humanistycznych dość przychylnie, niebawem jakby przeleżała się tkwiącego w twórczości starożytnych pierwiastka racjonalizmu i rozpoczęła z humanizmem walkę, która skończyła się klęską jego w murach Akademii.

Smutne to było zwycięstwo, odniesione przez stare pokolenie profesorów.

Ten stan rzeczy z czasów Brożka tak oto przedstawia prof. Franciszek Karliński⁵: „Kalendarigrafia⁶ i astrologia, zajmująca najwięcej naszych matematyków i astronomów ówczesnych, nie potrzebowały ani narzędzi, ani obserwacji, zwłaszcza dobrze uposażona katedra *Astrologii ordinarii*⁷ (po większej części przez medyków zajmowana), a miernictwa zaledwie pierwszych początków uczono. O obserwacjach i narzędziach bądź to astronomicznych, bądź mierniczych żadnej nie mamy wzmianki.

Toteż kiedy o pierwszym do Polski w r. 1612 przysłanym mikroskopie mamy przynajmniej wzmiankę, to zupełnie nie wiadomo, kiedy na przykład luneta przywieziona do nas została“.

„Cały ten stan tak mizerny — mówi dalej Karliński — zmienia się nagle (lubo niestety nie na długo) wraz z powrotem sławnego Jana Brosciusa z podróży do Włoch, od r. 1620 do 1624 trwającej“.

Jak widzimy więc, ówczesni przedstawiciele nauk ścisłych dalecy byli nie tylko od empiryzmu, ale nawet od racjonalistycznego podejścia do zagadnień naukowych.

Dla dalszego zrozumienia rzeczy muszę jeszcze nadmienić, iż Brożek podczas pobytu na studiach medycznych w uniwersytecie w Padwie trafił właśnie na czas, kiedy po świeżym zakazie dzieła Kopernika *De revolutionibus orbium coelestium* (1616 r.) rozpoczęły się między jezuitami a Galileuszem pełne namietności spory (*Il Saggiatore* Galileusza wyszło w r. 1623), a dzieła akatolickich matematyków, jak Kepler, Snellius i innych — przyćmiewały naukowców, trzymających się rzymskiego kościoła.

Ostrożny i przezorny Brożek, będąc księdzem, wyrabia sobie od swej władzy duchownej pozwolenie na czytanie ksiąg niekatolickich pisarzy, skupuje ich, ile może, i przywozi ze sobą do kraju.

Z dyscyplin matematycznych najbardziej upodobał on sobie geometrię.

W jednej z prac, przysposobionej dla swojego ulubionego ucznia i ziomka Pawła Herki z Kurzelowa, pisze, że chociaż ogół nie ceni należycie tej nauki, jest ona pod wielu względami podstawą naszej wiedzy:

„Ona rozmierza ziemię i jej wnętrze, góry, doliny, wody, morza i rzeki. Ona mierzy niebo, słońce, księżyc i wszelkie gwiazdy. Astronomia niczym innym nie jest jak geometrią na niebie i gwiazdach. Uczy nas ona budowania miast i zamków, rozprowadzania wody, budowy machin do celów wojny i pokoju etc. Niezliczone są usługi geometrii dla dobra powszechnego. Pantometrią nazwać ją wypada“.

Trzeba wiedzieć jeszcze, że ten wielki entuzjasta geometrii i śmiały — jak na owe czasy — propagator niejako „panteizmu geometrycznego“ dokonywał w latach 1616—1620 pomiarów w Wieliczce i Bochni, spuszczać się do kopalni kilkaset razy *cum magno vitae periculo*.

⁵ *Zakłady uniwersyteckie w Krakowie*, praca zbiorowa, Kraków 1864, F. Karliński, *Rys dzieł obserwatorium astronomicznego*.

⁶ Kalendarigrafia — nauka o układaniu kalendarzy astrologicznych z przepowiedniami. Autorów tych kalendarzy, mających wielkie wzięcie, nazywano „kalendarznikami“.

⁷ Katedra astrologa zwyczajnego (była to właściwie katedra astronomii w dzisiejszym znaczeniu), została ufundowana w r. 1456 przez Marcina Króla.

⁸ W r. 1612 Galileo Galilei przysłał Zygmuntovi III mikroskop pod swoim nadzorem zrobiony.

„A czy się którykolwiek krakowski profesor — zapytuje Brożek w liście do jednego ze swych przyjaciół — spuszczał do solnych gór dla geometrii? Mogło być, że się spuszczał, ale tylko *propter curiositatem*...“

W ten sposób, mając głęboką wiedzę teoretyczną i jednocześnie duże doświadczenie praktyczne, przyszedł Brożek do wniosku o konieczności wyodrębnienia geodezji jako samodzielnej dyscypliny naukowej.

Stąd jego zabiegi o utworzenie oddzielnej katedry dla tej pięknej i użytecznej nauki.

II

Podstawą materialną Akademii Krakowskiej były fundacje, beneficja duchowne i wszelkiego rodzaju inne zapisy, czynione przez osoby panujące, przedstawiciele wyższej hierarchii kościelnej i panów świeckich.

Do pomnożenia zasobów uniwersytetu przyczynili się również i sami akademicy⁹, zapisując fundusze na rzecz uniwersytetu lub tworząc stypendia swego imienia¹⁰.

Brożkowi udało się pozyskać na ten cel jednego z ówczesnych magnatów — Adama Strzałkę z Rudzy, który zabezpieczył na swych dobrach Strzałków fundację Katedry Geometrii Praktycznej.

Oto wyciąg z tego aktu fundacyjnego (w tłumaczeniu z łaciny), odczytanego i przyjętego na uroczystym posiedzeniu profesorów Akademii Krakowskiej w kwietniu 1631 r.

*Fundatio Strzałkoviana
pro ordinario
Geometriae Professore*

„Szlachetnie urodzony Pan Adam Strzałka z Rudzy, zastanawiając się nad biegiem spraw ludzkich i stawiając sobie przed oczyma rozliczne wytwory myśli ludzkiej, dostrzegł po dokładnej rozwadze, że ci wszyscy, którzy starali się jak najszerzej krzewić zamiłowanie do nauk kształcących ducha — znakomicie zasłużyli na chwałę swego imienia. Jednakże jeszcze bardziej przysłużyli się ludzkości ci, którzy skierowali swoje wysiłki i poświęcili swoje majątki na rozszerzenie i udoskonalenie przede wszystkim tych nauk, które służą do powszechnego pożytku. A chociaż są różne nauki, które przynoszą znaczny pożytek ludziom, to jednak trudno będzie znaleźć taką, która by mogła współzawodniczyć z geometrią pod względem różnorodności i stałości w przynoszeniu korzyści dla spraw zarówno publicznych, jak i prywatnych.

Do jej to zakresu należy ustalanie sposobów rozgraniczania gruntów, wytyczanie dróg, wskazanie odległości, wznoszenie machin i umocnień, budowa zegarów słonecznych, sprawdzanie miar i wag oraz wiele innych.

Po rozpatrzeniu tych oraz wielu innych pożytków tej nauki wyżej wymieniony, szlachetnie urodzony Pan Adam Strzałka, chcąc, aby postanowienie jego tak wobec Rzeczypospolitej, jak i wobec Akademii Krakowskiej — prawdziwej karmicielki

⁹ Akademiakami nazywano członków Akademii, tj. jej profesorów.

¹⁰ Brożek jakiś czas zajmował katedrę „astrologa zwyczajnego” (*Astrologus ordinarius*), ufundowaną w r. 1456 przez profesora Akademii Marcina Króla; było to stanowisko profesora zwyczajnego astronomii w dzisiejszym rozumieniu jego charakteru. Sam zaś Brożek był fundatorem stypendiów dla studentów; między innymi jeszcze w r. 1776 z jego fundacji otrzymał zapomogę — jako student — Jan Śniadecki.

umysłów i krzewicielki nauk — było odpowiednio utrwalone, ustanowił jednego profesora, który nie tylko będzie kształcił słuchaczy wnikliwymi wykładami geometrycznymi, lecz także uczyni ich biegłymi w sztuce mierniczej przez stosowanie praktyki geodezyjnej (*geodetica praxi*).

Pierwszym obowiązkiem profesora będzie — tak w okresie letnim, jak i zimowym — wygłoszenie najmniej po cztery wykłady miesięcznie, a pod koniec każdego miesiąca — w czasie do tego dogodnym — prowadzenie ćwiczeń praktycznych za pomocą instrumentów na nadających się do tego terenach, nawet poza murami miasta.

Ponieważ prawda zawarta w geometrii (*geometrica veritas*) pozostaje zawsze ta sama, będzie profesorowi wolno wybrać do czytania i wyjaśniania dzieła zarówno spośród dawnych autorów, jak i współczesnych, podających coraz to nowe pomysły przy rozwiązywaniu różnych zagadnień.

Przed wszystkim jednak powinien wybierać nie tych, co niejasnością wywodów trudzą czytelnika, lecz tych, którzy dochodzą prawdy metodą logiczną i zwięzłą.

Z tych ostatnich szczególnie wyróżniają się: Franciscus Vieta, Adrianus Romanus i Villebrord Snellius¹¹. Należy przy tym usilnie wprowadzać studiujących w rachunek trygonometrii, która stanowi szczyt chwały matematyka. Co zaś do wyboru wykładowcy, to decyzję w tym zakresie pozostawia się Czcigodnym i Wielebnym Panom Profesorom *Collegium Maius*, którym wolno będzie wybrać czy to spośród *Collegium Maius*, czy *Collegium Minus*¹², czy to nawet poza swym gronem, nauczyciela dobrze obeznanego z pomiarami i jemu powierzyć ten dział.

Sam fundator tymczasem wybiera i mianuje pierwszym profesorem tej fundacji Pana Magistra Pawła Herkę (*Paulum Hercium*) z *Collegium Minus*, który zaraz od najbliższego okresu letniego w bieżącym 1631 roku rozpocznie prowadzenie wykładów z ćwiczeniami połowymi, tak jak to wyżej było powiedziane“.

Dalej podana jest dość obszerna część formalno-prawna aktu, zabezpieczająca interesy fundacji, po czym następuje część końcowa:

„Roku przeto i dnia jak wyżej, na Zgromadzeniu Uniwersytetu radzono nad wszystkimi przedstawionymi ustępami i zastrzeżeniami aktu i przede wszystkim wyrażono jednogłośnie podziękowanie Panu Fundatorowi za tak obfity dar na pożyteczne nauki i ich studiujących.

Następnie wyżej wymienione warunki zostały przyjęte przez cały Uniwersytet ze wszelkimi ustępami oraz zastrzeżeniami i zobowiązano się do przestrzegania ich na wieczne czasy.

¹¹ Fr. Vieta (1540—1603), matematyk francuski. Znacznie przyczynił się do rozwoju geometrii i algebry. Pracował nad zastosowaniem algebry do geometrii.

Adrianus Romanus — Adrian van Roomen (1563—1615), matematyk niderlandzki. W r. 1610 przybył do Polski i wykładał jakiś czas w Akademii Zamoyskiej. Brożek wymieniał z nim uczoną korespondencję.

Villebrord Snellius (1591—1626), matematyk. Przeprowadził pomiar stopnia południka między Alkmaar a Bergen op Zoom, stosując po raz pierwszy wynalezioną przez siebie metodę triangulacyjną. Odkrył prawo załamania się światła. Klasycznym jego dziełem geodezyjnym jest — *Doctrinae triangulorum*, wydane w 1627 r.

¹² *Collegium Minus* — Kolegium Mniejsze — powstało w 1449 r. przez wydzielenie młodszych profesorów Wydziału Filozoficznego z Kolegium Królewskiego, czyli Jagiellońskiego, które istniało od r. 1400, grupując profesorów Wydziałów Filozoficznego i Teologicznego. Gmach tego ostatniego kolegium od r. 1449 zaczęto zwać Kolegium Większym (*Collegium Maius*). Było poza tym Kolegium Jurydyczne. Członkowie poszczególnych kolegiów nazywali się: Kolega Mniejszy, Większy lub Jurydyczny. W Kolegium Mniejszym byli filozofowie i matematycy; Kolegium Większe miało profesorów Starszych, tzw. „Królewskich”, filozofii i matematyki, a nadto — doktorów i profesorów teologii. Kolegium Jurydyczne, fundacji królowej Jadwigi, miało doktorów i profesorów prawa.

Dla uwierzytelnienia tego i poświadczenia pismo niniejsze zostało potwierdzone pieczęcią Uniwersytetu.

Działo się w *Collegium Maius*, w miejscu przeznaczonym na zebrania publiczne.

Adam Opatovius, Rektor Uniwersytetu Krakowskiego¹³.

III

Opierając się na merytorycznej treści aktu, a mianowicie na gruntownym opracowaniu ustępów czysto naukowych i zalecaniu z ówczesnych autorów tak wybitnych matematyków, jak Vieta i Romanus, a szczególnie twórcą metody triangulacyjnej — Snellius, których Brożek sam w swoich dziełach wysoko cenił, należy jemu przypisać autorstwo tego aktu. Tym bardziej wydaje się to słuszne, że właśnie Herka z Kurzelowa — ulubiony uczeń Brożka — został wyznaczony pierwszym profesorem z nowej fundacji.

Przejdźmy teraz do szczegółowego rozbioru samej treści aktu.

Ciekawa jest przede wszystkim pod względem ideologicznym część wstępna. Chodzi tu wyraźnie o przeciwstawienie „nauk kształcących ducha” tym, które służą ludziom „do powszechnego pożytku”.

Pomimo bardzo gładkiej, powiedzianym dyplomatycznej formy wstępu, przebija w nim wyraźnie — z okazji tworzenia katedry jednej z nauk ścisłych — iście renesansowa walka o postęp w nauce z odradzającą się (w siedemnastowiecznym okresie baroku) scholastyczną uczością.

Wchodziły tu poza tym jeszcze w grę i czynniki osobiste, które wzmagaly te antagonizmy ideologiczne. Otóż Brożek uważał się, że koledzy uniwersyteccy, nie zajmując się sami badaniami naukowymi i ograniczając się — zgodnie z tradycją szkolną — do czczego komentowania Arystotelesa, lekceważyli jego prace matematyczne, „cyferkami” je zowiąc.

Nieraz już Brożek upominał swych adwersarzy:

„Niechaj Cię tyle tylko starożytnych zatrzymuje powaga, ile rozum zasadami geometrii umocniony na to pozwala: niech będzie przyjacielem Plato, niech będzie nim Arystoteles, największą jednak przyjaciółką niech będzie PRAWDA”.

Również i teraz dał on tu odprawę przedstawicielom regresu społecznego.

W dalszej części aktu, po apologii tak cenionej przez Brożka geometrii, następują założenia programowe katedry geometrii praktycznej.

Zastanawiającą rzeczą jest ta różnorodna ilość dziedzin technicznych objętych katedrą; a więc poza geodezją, metrologią, gnomoniką jeszcze i budownictwo wojskowe (*machinorum et munitioum exstructio*).

Widać z tego, że inicjatorzy tej nowej placówki naukowej chcieli zorganizować jakby załączek wydziału technicznego uniwersytetu w celu stworzenia odpowiednich kadr na potrzeby kraju.

¹³ Jan Śniadecki w biografii pt. *Zywoit literacki Hugona Kołłątaja* mylnie podaje, że „Był astronom królewski fundacji Strzałkowskiego, który powinien był młódz akademicką w rachunkach astronomicznych ćwiczyć”. „Astronoma królewskiego” w Uniwersytecie Krakowskim nie było. Byli co prawda tacy, jak np. Mikołaj Broscius (syn czy też wnuk siostry Jana), który w r. 1674 tytułuje się „Sekretarzem i Geometrą J. K. M.”, lub Grzegorz Kostowski z r. 1718 i Józef Alojzy Putanowicz z r. 1758, który w ww. latach pisali się „sekretarzami i matematykami J. K. M.”, lecz były to tytuły do osób, a nie do katedry przywiązane.

Własnej inteligencji technicznej wówczas prawie nie było. Taki Józef Naroński — geodeta, kartograf i budowniczy — był chyba wyjątkiem¹⁴.

Sprowadzano wtedy cudzoziemców. Ze znanych w czasach Brożka geodetów m. in. byli: Tabenhaym — Niemiec, German — Szwed i Franco¹⁵ — Włoch.

Utworzenie więc takiej katedry było wywołane nieodzownymi potrzebami technicznymi kraju.

Dominantą katedry była niewątpliwie „geometria praktyczna“, a więc zagadnienia geodezyjne.

Program wykładów, niestety, nie jest nam znany. Mimo to postaram się, stosując metodę indukcyjną, odtworzyć go opierając się na założeniach programowych, podanych w akcie fundacyjnym, z uwzględnieniem ówczesnej literatury matematyczno-geodezyjnej oraz stanu techniki pomiarowej.

Przede wszystkim jest niewątpliwie, że bazą wyjściową programu była geometria euklidesowa, podbudowana trygonometrią, stanowiącą „szczyt chwały matematyka“.

A teraz przeanalizujmy poszczególne pozycje założeń programowych.

Co należy rozumieć pod określeniem „wskazania odległości“ (*intervallorum indicatio*)?

Otóż chodzi tu o ustalenie odległości (ściślej — rzutu poziomego tej odległości) lub też wysokości (wieża, góra), niedostępnych bezpośredniemu pomiarowi. Zagadnienie ze względów praktycznych dość istotne, szczególnie dla ówczesnych potrzeb militarnych.

Podawał na to kilka sposobów — przy użyciu przyrządu zwanego „kwadratem geometrycznym“ (*quadratellum*) lub bez niego — Marcin Król w swej *Geometria Regis* z XV w. Przeszło 100 lat później pisze o tym w swej *Geometrii Grzepskiej*. Zagadnienie to również jest tematem rozprawy Brożka — *Geodesia distantiarum sine instrumento*, wydanej w r. 1610.

Przejdźmy do następnej pozycji programowej.

Trzonem niejako programu geodezyjnego był pomiar sytuacyjny z rozgraniczaniem gruntów.

Dokonywano tego metodą zdjęć busolowych przy użyciu dioptry (lineału z przezziernikami) oraz łańcucha mosiężnego lub sznura. Widać to z rozprawki Brożka o pomiarach busolowych, wydanej w okresie 1629—1631 pt. *Przydatek pierwszy do Geometryey Polskiej Stanisława Grzepskiego*¹⁶.

Omawiając zбочenie igły magnetycznej (*variatio magnetica*) autor wyjaśnia, iż „miara kompasem morskim — tak nazywa busolę — nie jest warowna, bo magnetyczna strzałka nie jednako na różnych miejscach pokazuje“, nadmienając dalej, że „Jeśli w zegarach na ścianie rysowanych potrzebują pewnej i nieomyłnej *lineam meridianam*, jak daleko niepodobnej w rozmiarach gruntów będą potrzebowali? Nie tak wielka szkoda w potocznych sprawach w godzinie ochybić, jako gdy gruntu sztuka nie mała upadnie“.

Jak widzimy więc, „rozmiary gruntów“ były wykonywane metodą zdjęć busolowych.

¹⁴ Około r. 1640 dokonał pomiaru miasteczka Pliszczyna na Lubelszczyźnie. Będąc luteraninem musiał uchodzić z kraju wskutek nietolerancji. W r. 1660 został nadwornym kartografem elektora brandenburskiego.

¹⁵ Franco — przed Brożkiem, German — po nim dokonywali pomiarów kopalni w Wieliczce i Bochni. Franco odznaczył się w wyprawach wojennych Stefana Batorego, za co został nobilitowany i pozostał w Polsce.

¹⁶ Bez daty i miejsca wydania. Jest to po *Geometrii* Grzepskiego chronologicznie druga publikacja w języku polskim z miernictwa, a jedyna z tej dziedziny praca polska Brożka.

W tejże rozprawie autor omawia zastosowanie geometrii do gnomoniki.

Na pewno program przewidywał również i niwelację gruntów, tak niezbędną przede wszystkim dla gospodarstw rolnych (rowy melioracyjne, stawy rybne), a poza tym — dla miast i twierdz obronnych.

Z tej dziedziny wydał w r. 1573 doskonały polski podręcznik Olbrycht Strumiński — *O sprawie, sypaniu, wymierzaniu i rybieniu stawów; także o przekopach, o ważeniu i prowadzeniu wody*. Piękne to dzieło przedrukował w latach 1609 i 1636 Stanisław Stroynowski, wydając je w Krakowie.

A więc „synwaga“ — łąta ośmiolokciowa do „ważenia“ wody, z umocowaną na niej „krokiewką“, na której był podwieszony na cienkim sznurku „blejczyk ołowiany“ — niewątpliwie była w użyciu na przewidzianych programowo ćwiczeniach polowych.

Niejako uwieńczeniem programu geodezji musiała być triangulacja. A że tak było — świadczy o tym w akcie fundacyjnym nazwisko Snelliusa, wynalazcy tej metody, którego dzieło *Doctrinae triangulorum* zostało wydane w r. 1627, a więc zaledwie cztery lata przed datą fundacji. I na pewno Snelliusa miał przede wszystkim na myśli Brożek, nadmieniając w tym akcie o „współczesnych“ autorach, „podających coraz to nowe pomysły...“

Jest rzeczą ciekawą, że obok Snelliusa akt fundacyjny nie wymienia Jana Praetoriusa (1537—1616), znakomitego wynalazcy stolika mierniczego, znanego już wtedy jako *Mensula Praetoriana*.

Może się to wydać tym bardziej niezrozumiałe, że publikacja o stoliku mierniczym ukazała się już po raz trzeci w tymże 1627 r., w którym po raz pierwszy wydano *Doctrinae triangulorum* Snelliusa, Brożkowi już znaną.

Tłumaczyć to można tym, że dzieła pisane w międzynarodowym języku uczonych, tj. po łacinie, rozchodziły się wszędzie, a wydawane w języku danego kraju rzadko przekraczały jego granice. Publikację o stoliku mierniczym wydał po śmierci wynalazcy jego uczeń Daniel Schwenter w języku niemieckim.

Brożek pilnie śledził ówczesny ruch naukowy w dziedzinie matematyki i otrzymał książki łacińskie z zagranicy; drukowane w innych językach widocznie do niego nie dochodziły.

I dopiero po przeszło dziesięciu latach od czasu uruchomienia katedry geodezyjnej spotkał Brożek przypadkowo na rynku w Krakowie Jana Patersona Haina (lekarza z zawodu), dokonującego pomiaru jakimś nowym, nie znanym jeszcze sposobem. Był to właśnie stolik mierniczy, który — jak to później pisał Hain — „zawsze miał *in usu*, częścią dla uciechy własnej, częścią dla potrzeby przyjacielskiej“.

Tak by przedstawiał się w ogólnych zarysach program wykładów geodezji.

Godna uwagi jest jeszcze wzmianka w akcie o tym, że nowomianowany profesor „nie tylko będzie kształcił słuchaczy wnikliwymi wykładami geometrycznymi, lecz także uczyni ich biegłymi w sztuce mierniczej przez stosowanie praktyki geodezyjnej“.

Pierwszy to raz w dziejach Uniwersytetu Krakowskiego wykładana tam nauka miała charakter doświadczalny i wyszła poza mury uczelni. Była nią właśnie geodezja. Pierwszy profesor geodezji Paweł Herka wykładał przez kilka półroczy z rządu, w półroczach zaś zimowych 1635 i 1636 dał cykl wykładów sam Brożek.

Były to ostatnie jego wykłady na Wydziale Filozoficznym.

Na zakończenie nadmienię jeszcze, że po kołatajowskiej reformie studiów w Uniwersytecie Krakowskim w drugiej połowie XVIII w. była ustanowiona „katedra nadzwyczajna geometrii praktycznej“ i — jak o tym wspomina Jan Śniadecki w *Zywo-*

cie literackim Hugona Kollataja — „Do rozmiarów praktycznych geodezji była oddzielna przydatkowa lekcja w lecie, raz na tydzień dawana“.

Nie było to już wtedy rewelacją, a to tym bardziej, że podwaliny geodezyjne były dane mniej więcej 150 lat przedtem dzięki fundacji zainicjowanej przez prekursora nauczania geodezji na poziomie akademickim — prof. Jana Brożka.

Dodam ponadto, że drugą z kolei uczelnią akademicką w Polsce, gdzie wprowadzono wykłady geodezji, był Uniwersytet Warszawski, otwarty w r. 1817; trzecią — pierwsza nasza politechnika, istniejąca w Warszawie w latach 1825—1831; czwartą — Politechnika Lwowska, otwarta w r. 1844, i wreszcie — piątą chronologicznie — Politechnika Warszawska, istniejąca od r. 1898.



SPIS TREŚCI

	str.
M. Odlanicki-Poczobutt — 50-lecie pracy naukowej prof. Banachiewicza	111
Z. Czerski — Nowa metoda astronomicznego wyznaczenia azymutu i współrzędnych geograficznych	117
W. Opalski — Pomiar azymutu metodą Z. Czerskiego	139
W. Grądzki — Metody obliczania zwierciadeł reflektorowych	146
F. Kępiński — Uwagi do pracy J. Radeckiego „Nowy sposób obliczania azymutu gwiazdy Polarnej“	192
J. Radecki — W sprawie uwag F. Kępińskiego do mojej pracy pt. „Nowy sposób obliczania azymutu gwiazdy Polarnej“	195
K. Sawicki — Pierwsza katedra geodezji w Polsce	200

СОДЕРЖАНИЕ

М. Одляницки-Почобутт. — 50-летие научной деятельности проф. Банахевича.	111
З. Черски. — Метод астрономического определения азимута и географических координат.	117
В. Опальски. — Измерение азимута методом Е. Черского.	139
В. Грондзки. — Методы расчета рефлекторных зеркал.	146
Ф. Кемпински. — Относительно работы Радецкого Ю. „Новый способ вычисления азимута полярной звезды“.	192
Ю. Радецки. — Относительно примечаний Кемпинского Ф. к моей работе „Новый способ вычисления азимута полярной звезды“.	195
К. Савицки. — Первая кафедра геодезии в Польше.	200

SOMMAIRE

M. Odlanicki-Poczobutt — Cinquantenaire de travail du Prof. Banachiewicz	111
Z. Czerski — Méthode nouvelle de détermination astronomique d'azimut et des coordonnées géographiques.	117
W. Opalski — La détermination d'azimut d'après la méthode de Z. Czerski	139
W. Grądzki — Méthodes de calculs des miroirs réflecteurs	146
F. Kępiński — Remarques concernant le mémoire de M. J. Radecki: „Nouvelle façon de calculer l'azimut de la Polaire“	192
J. Radecki — Sur les observations du F. Kępiński concernant mon travail intitulé „Nouvelle façon de calculer l'azimut de la Polaire“	195
K. Sawicki — Première chaire de géodésie en Pologne	200



PRENUMERATA CZASOPISM NAUKOWYCH NA ROK 1955

Jak najwcześniejsze zamówienie prenumeraty na rok 1955 zapewni nieprzerwaną, regularną dostawę czasopism naukowych.

GEODEZJA I KARTOGRAFIA

Czasopismo ukazuje się 4 razy w roku. Prenumerata roczna wynosi 40,— zł

Tytuł	Ilość nume- rów	Rocz- nie zł	Tytuł	Ilość nume- rów	Rocz- nie zł
ACTA BIOCHIMICA PO- LONICA	4	60,—	KOŚMOS	6	48,—
ACTA GEOLOGICA POLO- NICA	4	80,—	KWARTALNIK HISTORY- CZNY	4	60,—
ACTA GEOPHYSICA PO- LONICA	4	48,—	KWARTALNIK HISTORII KULTURY MATERIAL- NEJ	4	60,—
ACTA MICROBIOLOGICA POLONICA	4	40,—	KWARTALNIK IPR + SO- VIETICA	4	40,—
ACTA PHYSICA POLO- NICA	4	48,—	KWARTALNIK NEOFILO- LOGICZNY	4	60,—
ARCHIWUM BUDOWY MASZYN	4	60,—	MEANDER	10	50,—
ARCHIWUM HYDROTECH- NIKI	4	60,—	MYSŁ FILOZOFICZNA NAUKA POLSKA	4	80,—
ARCHIWUM GÓRNICTWA I HUTNICTWA	4	60,—	POSTĘPY ASTRONOMII POSTĘPY FIZYKI	4	40,—
ARCHIWUM ELEKTRO- TECHNIKI	4	60,—	POSTĘPY HIGIENY I ME- DYCYN. DOŚWIAT- CZALNEJ	4	48,—
ARCHIWUM MECHANIKI STOSOWANEJ	4	60,—	PRZEGLĄD GEOGRAFI- CZNY	4	40,—
BIUL. PAN WYDZ. II	4	20,—	PRZEGLĄD HISTORYCZ- NY	4	48,—
„ „ „ III	10	50,—	PRZEGLĄD STATYSTYCZ- NY	4	48,—
„ „ „ IV	4	20,—	PRZEGLĄD ORIENTALI- STYCZNY	4	48,—
BIUL. PAN WYDZ. II	4	20,—	ROCZNIKI CHEMII	4	80,—
„ „ „ III	10	50,—	SPRAWOZDANIA Z CZYN- NOŚCI I PRAC PAN	4	40,—
„ „ „ IV	4	20,—	WIADOMOŚĆ ARCHEO- LOGICZNE	4	48,—
CHRONMY PRZYRODĘ OJCZYSTĄ	6	24,—	WIADOMOŚCI CHEMICZNE WSZECHŚWIAT	12	48,—
CZASOPISMO GEOGRA- FICZNE	4	28,—	ŻYCIE SZKOŁY WYŻSZEJ	12	96,—
EKOLOGIA POLSKA	4	28,—			
EKONOMISTA	4	60,—			
FOLIA BIOLOGICA	4	48,—			
GEODEZJA I KARTO- GRAFIA	4	40,—			

ZAMÓWIENIA I WPLĄTY

Wpłaty na prenumeratę należy przekazywać na konto PKO nr 1-110-14000, Centralna Ekspedycja PPK „Ruch“ w Warszawie, ul. Srebrna 12, z podaniem tytułu zamawianego czasopisma.

Institucje i biblioteki zamawiające różne czasopisma naukowe winny równocześnie z przekazaniem należności podać pod powyższym adresem wykaz poszczególnych czasopism, ilość egzemplarzy oraz okres prenumeraty.

W Warszawie i miastach wojewódzkich „Ruch“ przyjmuje zamówienia zbiorowe na czasopisma z dostawą bezpośrednią. Institucje i biblioteki mogą kierować zamówienia: w Warszawie — do Delegatury „Ruchu“, ul. Rutkowskiego 25, tel. 696-96, w miastach wojewódzkich — do miejscowych oddziałów wojewódzkich „Ruchu“.