

Prace Naukowe Instytutu Budownictwa  
Politechniki Wrocławskiej

Seria: Monografie

38

18

**Antoni Biegus**

**Nośność graniczna ściskanych blach fałdowych**

*A.B.*

Wrocław 1983

*A.3416I*



PRACE NAUKOWE POLITECHNIKI WROCŁAWSKIEJ

Scientific Papers of the Institute of Building Engineering  
No 38 of Wrocław Technical University No 38

---

Monographs No 18 1983

Antoni BIEGUS

Load bearing capacity of corrugated sheets  
under compression





**Antoni Biegus**

# **Nośność graniczna ściskanych blach fałdowych**



Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej · Wrocław 1983

**Recenzenci**

Władysław BOGUCKI  
WIESŁAW JANKOWIAK

**Redaktor naczelny**

Marian KLOZA

**Redaktor naukowy**

Józef PYSZNIAK

**Opracowanie redakcyjne**

Alicja KORDAS

**Korekta**

Małgorzata HEIDRICH

© Copyright by Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1983

**WYDAWNICTWO POLITECHNIKI WROCŁAWSKIEJ**

Wybrzeże Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław

**ISSN 0324 - 9875**

Nakład 170 + 50 egz. Ark. wyd. 11,25. Ark. druk. 9. Papier offset. kl. V, 70 g, B1.

Oddano do druku w lutym 1983 r. Druk ukończono w marcu 1983 r.

Zakład Graficzny Politechniki Wrocławskiej. Zam. nr 395/83 - H-11 - Cena zł 90,-



*Blacha fałdowa, zginanie, ściskanie osiowe,  
ściskanie mimośrodowe, losowa nośność  
graniczna, niezawodność, blacha  
T55 x 188 długości 2 m*

Antoni BIEGUS\*

## Nośność graniczna ściskanych blach fałdowych



W rozprawie podano sposób analizy pracy ściskanych blach fałdowych, bez dodatkowych usztywnień poprzecznych i podłużnych. Opracowanie metody analizy ściskanych blach fałdowych wymagało wykonania wielu doświadczalnych badań statystycznych ściskanych osiowo, ściskanych mimośrodowo oraz zginanych blach fałdowych. Na tej podstawie zbudowano model matematyczny jednocześnie ściskanej i zginanej blachy fałdowej w postaci równania czwartego rzędu o nieliniowych współczynnikach. Matematyczny model pracy blachy fałdowej ściskanej i zginanej łączy teorię pręta cienkościennego Własowa z teorią nośności nadkrytycznej Wintera. Zagadnienie rozwiązano za pomocą szeregów trygonometrycznych stosując transformacje Fouriera. Zbudowano program do obliczania nośności i ugięć ściskanych osiowo i mimośrodowo płyt fałdowych. Podano sposób szacowania niezawodności i parametrów losowej nośności granicznej na podstawie wyników badań eksperymentalnych oraz znanych rozkładów losowych cech geometrycznych i mechanicznych konstrukcji. Określono mechanizmy zniszczenia konstrukcji oraz nośność graniczną specyficznych przegubów, w postaci załomów plastycznych blach fałdowych. Wyniki badań doświadczalnych, na przykładzie blach T55 x 188 długości 2 m, porównano z rozwiązaniami teoretycznymi, a na podstawie analiz porównawczych sformułowano wnioski.

### 1. WSTĘP

#### 1.1. Wprowadzenie

Blachami fałdowymi nazywamy dźwigary powierzchniowe, wykonane z blach metalowych, przez ich ukształtowanie najczęściej na zimno w taki sposób,

\* Instytut Budownictwa Politechniki Wrocławskiej, Wybrzeże Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław.

aby zwielokrotnić moment bezwładności w stosunku do blachy płaskiej. Jednocześnie powierzchnia użyteczna w technicznym rozumieniu pozostaje płaska.

Blachy fałdowe, używane w konstrukcjach nośnych stropów, ścian czy dachów, zdolne są do przenoszenia, oprócz obciążeń poprzecznych, także obciążeń działających w ich płaszczyźnie. W takich rozwiązaniach konstrukcyjnych blacha fałdowa spełnia funkcję zarówno osłonową, jak i konstrukcyjną (przyjmując obciążenie miejscowe włącza się do pracy całego ustroju). W ogólnym wypadku wytężenia blacha fałdowa może być zginana oraz ściskana i ścinana w swej płaszczyźnie.

Zarówno projekt normy PN/B-03202 [72], jak i wytyczne projektowania i obliczania konstrukcji stalowych i kształtowników giętych [16], dotyczą obliczania cienkościennych konstrukcji budowlanych. W tymczasowych wytycznych projektowania konstrukcji stalowych ze współpracującym pokryciem z blachy fałdowej [15] rozpatruje się przede wszystkim ścinanie przepony z płyt fałdowych, jako elementu usztywniającego konstrukcję szkieletową. Oprócz konstrukcyjnej roli tężnika dachowego, blacha fałdowa może pełnić funkcję np. pasa dźwigara dachowego. Mamy wówczas do czynienia ze schematem ściskanej (rozciąganej) i zginanej blachy fałdowej.

Z analizy wiedzy w tej dziedzinie (rozdz. 2) wynika, że stosunkowo najlepiej są rozeznane zagadnienia zginania oraz ścinania blach fałdowych natomiast zagadnienia ściskanych blach fałdowych są mniej rozeznane.

### 1.2. Przedmiot pracy

Przedmiotem pracy jest nośność graniczna ściskanych osiowo, ściskanych mimośrodowo oraz zginanych blach fałdowych bez dodatkowych usztywnień poprzecznych i podłużnych (blach pierwszej generacji).

Opis zastosowań oraz rozwiązań konstrukcyjnych tak obciążonych blach fałdowych znajduje się między innymi w publikacjach [8,35,90] oraz w rozdziale 2.

Specyficzne cechy blach fałdowych, do których należy zaliczyć: płytowy charakter ustroju, własności fizyczne materiału poddanego gięciu na zimno, a w szczególności duże smukłości ścianek, których następstwem są imperfekcje wstępne ścianek i ustroju, sprawiają, że można się spodziewać wpływu tych czynników na nośność ściskanych płyt fałdowych.

### 1.3. Cel i zakres pracy

Zasadniczym celem pracy jest opracowanie metody analizy sprężystej i sprężysto-plastycznej pracy ściskanych blach fałdowych, która umożliwi jednoczesną ocenę maksymalnej nośności i ugięć (stanów granicznych) tak obciążonych konstrukcji.



Jednym ze stanów granicznych jest stan graniczny nośności, rozumiany jako stan równowagi granicznej, której przekroczenie prowadzi do zmiany konstrukcji lub jej części w łańcuch kinematyczny.

Drugim stanem granicznym jest stan graniczny użytkowania.

Celem pracy jest wyznaczenie nośności granicznej ściskanych blach fałdowych (w granicznym stanie równowagi) oraz mechanizmu zniszczenia, towarzyszącego przekroczeniu nośności granicznej.

Wobec perspektyw powszechnego zastosowania blach fałdowych, spełniających funkcję przegrody oraz rolę konstrukcyjną, wzrasta celowość poszukiwania metod analizy tak obciążonych dźwigarów.

Poszukiwanie metody analizy sprężysto-plastycznej pracy tak obciążonych blach fałdowych jest zgodne z duchem stosowanych norm według stanów granicznych (np. PN-80/B-03200 - Konstrukcje stalowe. Obliczenia statyczne i projektowanie).

Opracowanie metody analizy pracy ściskanych blach fałdowych wymagało wykonania wielu statystycznych badań doświadczalnych (na przykładzie blach T55 x 188, długości 2 m) oraz badań uzupełniających, weryfikujących założenia teoretyczne. Na tej podstawie opracowano model matematyczny, podano rozwiązanie modelu matematycznego oraz zbudowano program na emc.

W pracy zwrócono szczególną uwagę na losowy charakter pracy konstrukcji i podano probabilistyczną interpretację zjawisk zachodzących w ściskanych blachach fałdowych.

W pracy rozpatruje się blachy fałdowe płaskie, o półkach bez dodatkowych ich usztywnień. Rozpatruje się obciążenie nieprzemienne i niecykliczne, tzn. nie prowadzące do niskocyklowego zmęczenia lub przystosowania, a sposób przekazywania obciążeń ściskających płytę fałdową wyklucza możliwość miejscowego zniszczenia blachy.

#### 1.4. Podstawowe oznaczenia

a, b	- wymiary geometryczne płyty fałdowej,
$b_w, h_w$	- szerokość współpracująca ściskającej półki, średnika,
c	- szerokość fałdy,
$c_0$	- szerokość fałdy w rozwinięciu,
e	- mimośród siły ściskającej,
g	- grubość blachy płyty fałdowej,
h	- wysokość blachy fałdowej,
$k_i$	- współczynnik,
l	- długość pręta - fałdy,
r	- promień krzywizny,
w, y	- ugięcie: płyty, pręta,
v	- współczynnik zmienności,

$s$	- odchylenie standardowe,
$x, y, z$	- współrzędne,
$D_x, D_y, D_{xy}$	- sztywności płytowe płyty ortotropowej,
$E$	- moduł Younga,
$F, F_w$	- pole przekroju: nominalnego, współpracującego,
$J, J_w$	- moment bezwładności przekroju nominalnego, współpracującego
$M_w, M_{gr}, M_{pl}$	- moment zginający: przekroju współpracującego, graniczny, plastyczny,
$N$	- nośność na ściskanie lub zginanie,
$S_o, S_{sz}, S_w$	- siła ściskająca: osiowa, przyłożona do półki szerszej, przyłożona do półki węższej,
$S_{gr}, S_{kr}, w$	- ściskająca siła: graniczna, krytyczna przekroju współpracującego,
$W, W_{pl}$	- wskaźnik wytrzymałości przekroju przy zginaniu oraz wskaźnik oporu plastycznego,
$\sigma$	- naprężenia normalne,
$\tau$	- naprężenia styczne,
$\omega$	- wielkość losowa,
$\lambda$	- smukłość pręta.

## 2. ANALIZA STANU WIEDZY DOTYCZĄCEJ BLACH FAŁDOWYCH

### 2.1. Wstęp

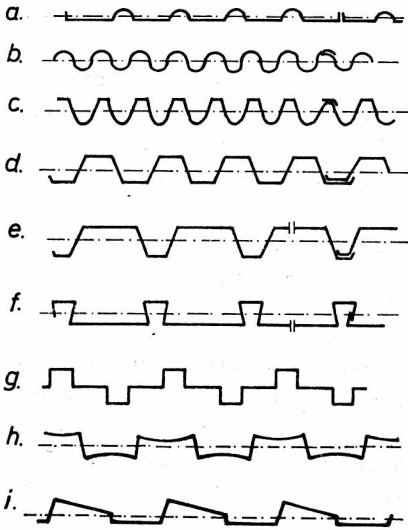
Na temat dźwigarów profilowanych jednokierunkowo z blach istnieje obszerna literatura (patrz zestawienie bibliografii) oraz duże doświadczenie produkcyjne w wielu krajach. Oprócz nazwy dźwigary profilowane jednokierunkowo, w literaturze używane są inne określenia: płyty fałdowe, płyty faliste, płyty profilowane, blachy faliste, blachy fałdowe, blachy trapezowe.

W niniejszym punkcie podano ogólną charakterystykę dźwigarów profilowanych jednokierunkowo, dokonano przeglądu realizacji konstrukcji z zastosowaniem blach fałdowych oraz zanalizowano stan wiedzy dotyczącej projektowania i wymiarowania takich konstrukcji. Na podstawie analiz wytypowano zagadnienia do rozwiązania.

### 2.2. Charakterystyka ogólna dźwigarów profilowanych jednokierunkowo

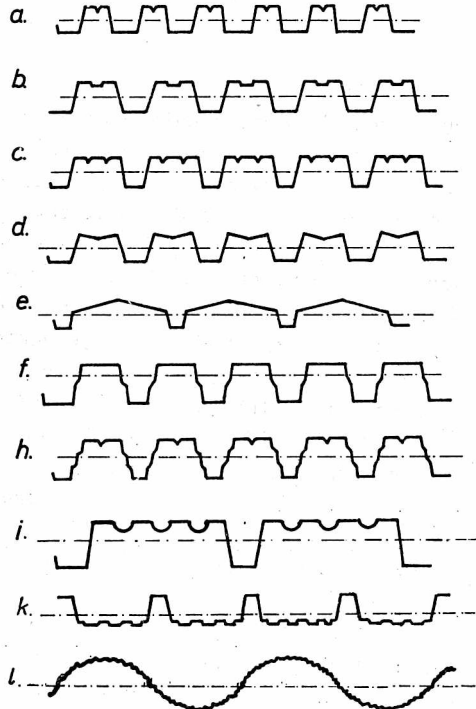
Istnieje duża różnorodność rozwiązań produkowanych seryjnie profili, wywodząca się z indywidualnych potrzeb projektowych. Chronologiczny rozwój konstrukcji pozwala wyróżnić trzy generacje tych profili [35].





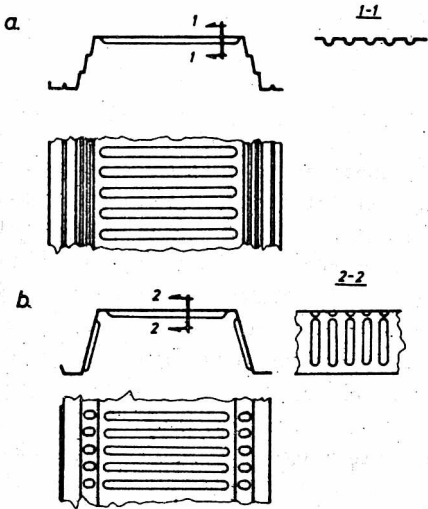
Rys. 2.1. Przykłady geometrii dźwigarów profilowanych z blach bez usztywnień pólki

Fig. 2.1. Examples of the geometry of the profiled sheeting without flanges' stiffeners



Rys. 2.2. Przykłady geometrii dźwigarów profilowanych z blach z usztywnieniami podłużnymi pólki

Fig. 2.2. Examples of the geometry of the profiled sheeting with longitudinal flanges' stiffeners



Rys. 2.3. Przykłady dźwigarów fałdowych z usztywnieniami podłużnymi i poprzecznymi

Fig. 2.3. Examples of folded girders with longitudinal and transversal stiffeners

Do pierwszej generacji zaliczono dźwigary bez dodatkowych usztywnień poprzecznych lub podłużnych. Przykłady dźwigarów pierwszej generacji pokazano na rys. 2.1. Charakteryzują się one nieusztywnionymi powierzchniami pólki i środków. Wysokości środków i szerokości pólki takich dźwigarów są zazwyczaj nieduże.

Do drugiej generacji dźwigarów zaliczono dźwigary, które są usztywnione podłużnie. Przykłady geometrii takich dźwigarów pokazano na rys. 2.2. Zastosowanie usztywnień środków i

półek sprawia, że są one zazwyczaj wyższe i lżejsze w porównaniu z dźwigarami pierwszej generacji.

Do trzeciej generacji zaliczono profile, które mają usztywnienia poprzeczne lub powierzchniowe środników i półek. Przykłady geometrii dźwigarów trzeciej generacji pokazano na rys. 2.3. Zastosowanie dodatkowych przetłoczeń usztywniających płaskie ściany umożliwia osiągnięcie znacznych rozpiętości pomiędzy podporami.

W pracy zajęto się przede wszystkim dźwigarami fałdowymi, których przekrój poprzeczny składa się z półek poziomych i pionowych, bądź ukośnych środników, bez dodatkowych usztywnień podłużnych i poprzecznych.

Na dźwigary profilowane jednokierunkowo używa się stal konstrukcyjną, o odpowiedniej wydłużalności, przeznaczoną do wyrobu blach walcowanych na gorąco lub na zimno. Stosuje się blachy walcowane na gorąco o grubości od 1,5 do 3,0 mm i blachy walcowane na zimno o grubości od 0,4 do 3,0 mm. Zalecane jest stosowanie stali dających się spawać i zgrzewać.

Dźwigary profilowane jednokierunkowo produkuje się w Polsce ze stali St0 lub St3, obustronnie ocynkowane, oraz ze stopów aluminium. Na świecie produkuje się także dźwigary ze stali CORTEN, o zwiększonej odporności na korozję.

Profile cienkościennie, do których należy zaliczyć rozpatrywane dźwigary, charakteryzują się niekorzystnym modułem powierzchniowym (wskaźnikiem  $k_r$  - odporności korozyjnej):

$$k_r = \frac{F}{O}, \quad (2.1)$$

gdzie:

F - pole przekroju poprzecznego profilu,

O - obwód profilu.

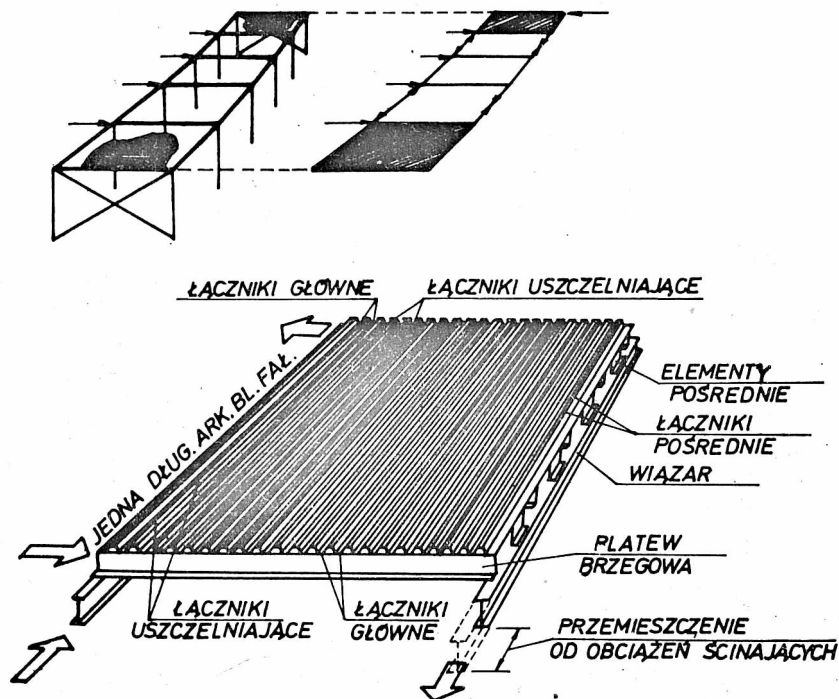
Dlatego też dźwigary takie powinny być zabezpieczone przed korozją, np. przez ocynkowanie lub powlekanie tworzywami sztucznymi, albo ocynkowane i powlekane powłoką organiczną. Zastosowanie trwałych zabezpieczeń antykorozyjnych pozwala na znaczne obniżenie grubości blach dźwigarów. Na przykład British Steel Corporation produkuje płyty fałdowe z blach ocynkowanych grubości 0,5 mm, powlekanych tworzywem sztucznym PCV (typ Plastisol) grubości 0,2 mm. Trwałość takich płyt dla środowiska morskiego i przemysłowego została zakwalifikowana przez angielskie przepisy budowlane na 25 lat.

Dźwigary profilowane z blach łączy się w wytwórni za pomocą spawania, zgrzewania, podczas montażu zaś śrubami samogwintującymi, kołkami i nitami jednostronnymi.



### 2.3. Przegląd realizacji konstrukcji z zastosowaniem blach fałdowych

Blachy fałdowe stosuje się w budownictwie przede wszystkim na pokrycia dachowe, ściany oraz stropy. Znajdują one również zastosowanie w produkcji kontenerów, samochodów i samolotów oraz w przemyśle maszynowym. Są to zazwyczaj elementy zginane.

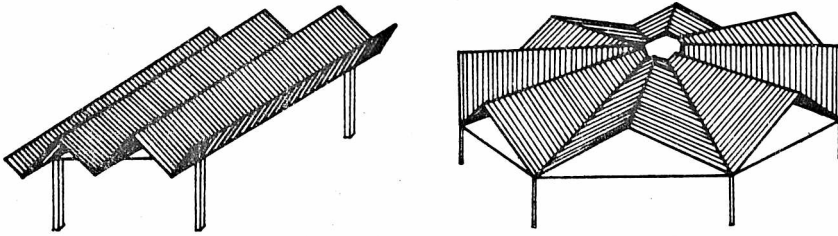


Rys. 2.4. Schemat pokrycia współpracującego ze szkieletem hali [15]  
 Fig. 2.4. Scheme of the covering co-working with a framework [15]

W ostatnich latach w projektowaniu hal wykorzystuje się współpracę metalowego pokrycia (rys. 2.4) ze szkieletem nośnym. Zakłada się, że przępona złożona z płyt fałdowych, płatwi, dźwigarów i łączników, dzięki określonej sztywności na ścinanie w swej płaszczyźnie, może przenosić część obciążeń powstających w czasie pracy ustroju. Projektowanie takie pozwala na prawidłową ocenę wartości sił w szkielecie, a także oszczędności na ciężarze, wynikające z eliminacji niektórych stężeń.

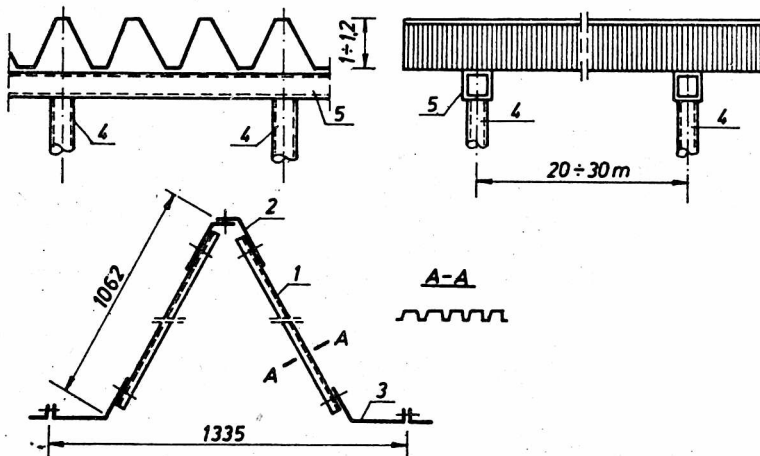
Rozwinięciem pokryć współpracujących z konstrukcją są tarczownice, w których wewnętrzne obramowania są eliminowane, a element płytowy jest rozpostarty pomiędzy kalenicą a okapem. Przykłady geometrii tarczownic po-

kazano na rys. 2.5. Projektowanie takich tarczownic jest zbliżone do projektowania przepon współpracujących z konstrukcją.



Rys. 2.5. Schematy tarczownic [15]  
Fig. 2.5. Schemes of folded plates structures [15]

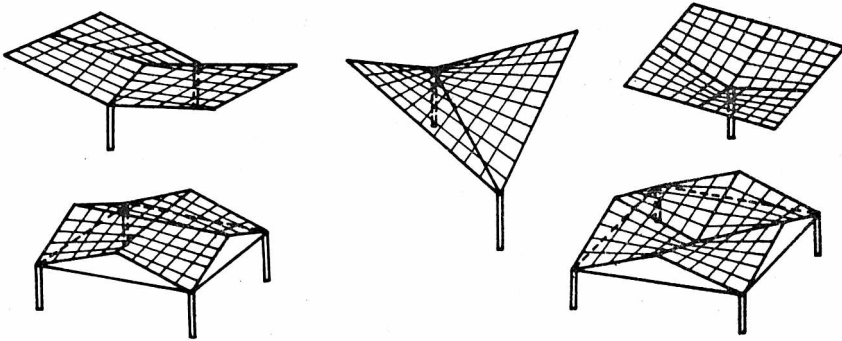
W publikacji [86] przedstawiono konstrukcję tarczownicy (rys. 2.6) z blach fałdowych. Składa się ona z szeregu ukośnych belek o średniku z blachy fałdowej i pasów cienkościennych, giętych z blach. Poszczególne belki ukośne łączy się podczas montażu śrubami.



Rys. 2.6. Przykłady konstrukcji tarczownicy: 1 - blacha fałdowa, 2,3 - elementy cienkościenne, 4 - słup, 5 - belka  
Fig. 2.6. Examples of folded plates structures: 1 - corrugated sheet, 2,3 - thin-walled elements, 4 - column, 5 - beam

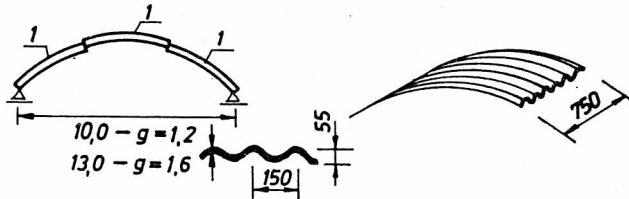
Paraboloida hiperboliczna jest szczególnie korzystną formą dla cienkościennej konstrukcji stalowej, gdyż blachy fałdowe można łatwo dostosować do tego kształtu (rys. 2.7).

Odmienną grupę zastosowań konstrukcyjnych stanowią konstrukcje powłokowe z blach. Uzyskuje się je przez odpowiednie wygięcia. Przykładem ta-

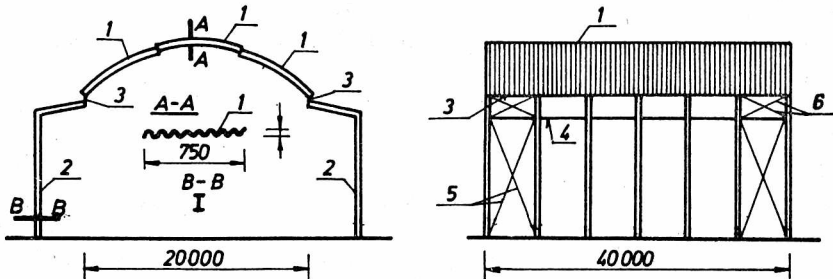


Rys. 2.7. Przykłady paraboloid hiperbolicznych [15]  
 Fig. 2.7. Examples of hiperbolic paraboloids [15]

kiej konstrukcji jest sklepienie "Omega", pokazane na rys. 2.8. Składa się ono z trzech, odpowiednio wygiętych segmentów falistej blachy aluminiowej połączonych między sobą śrubami. Na rys. 2.9 pokazano przykłady realizacji hali z zastosowaniem sklepienia "Omega".

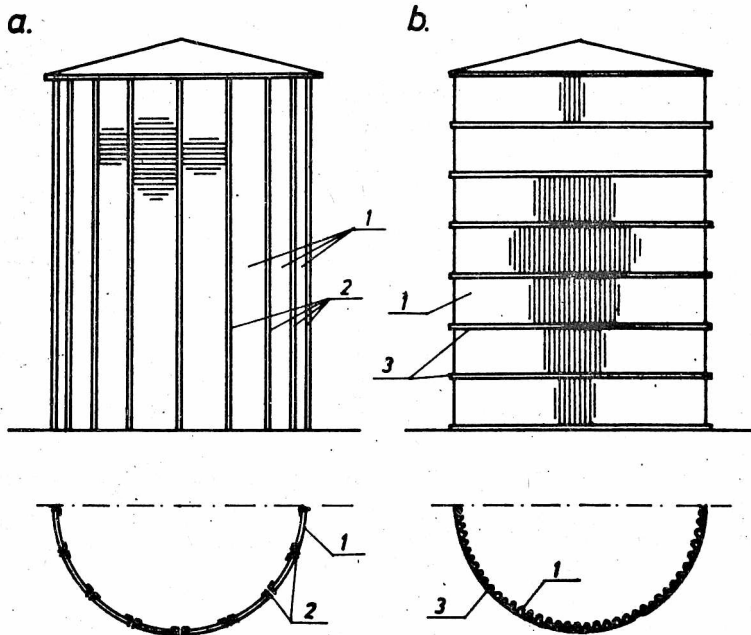


Rys. 2.8. Schemat sklepienia "Omega"  
 Fig. 2.8. Scheme of the "Omega" vault



Rys. 2.9. Przykład konstrukcji z zastosowaniem sklepienia "Omega":  
 1 - element sklepienia "Omega", 2 - konstrukcje wsporcze, 3 - belki podłużne, 4, 5, 6 - stężenia

Fig. 2.9. Examples of structures with "Omega" vault: 1 - vaulting element of "Omega", 2 - supporting structure, 3 - longitudinal beams, 4, 5, 6 - bracing



Rys. 2.10. Schematy konstrukcji silosów z blach falistych: a - mocowanych do wręg pionowych, b - blach mocowanych do wręg poziomych; 1 - blacha falista, 2 - wręgi pionowe, 3 - wręgi poziome

Fig. 2.10. Schemes of silos structures made from corrugated sheets: a - fixed to vertical ribs, b - fixed to horizontal ribs; 1 - corrugated sheet, 2 - vertical ribs, 3 - horizontal ribs

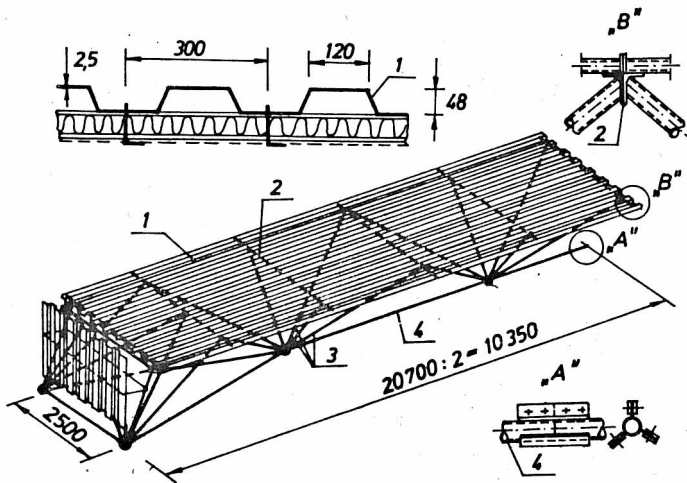
Wygięte blachy faliste stosuje się jako elementy składowe silosów. Przykład schematu takiego silosu pokazano na rys. 2.10a. Blachy mocuje się do wręg pionowych. Inny typ konstrukcji silosu pokazano na rys. 2.10b. W tym wypadku blachę falistą mocuje się do kołowych wręg poziomych.

Ciekawą klasę konstrukcji stanowią dźwigary dachowe, w których blacha fałdowa stanowi nie tylko element osłonowy, ale spełnia określoną funkcję konstrukcyjną.

Na rysunku 2.11 pokazano schemat dźwigara o przekroju trójkątnym [56] w którym jako pas górny zastosowano stalową blachę fałdową. Dźwigary z płytowym pasem górnym są scalane na budowie z dwu elementów wykonanych uprzednio w wytwórni. Podobny dźwigar, lecz o konstrukcji aluminiowej, pokazano na rys. 2.12.

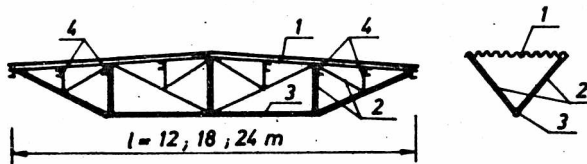
Na rysunku 2.13 pokazano schemat płyty dachowej, o rozpiętości 12 m, wzmocnionej konstrukcją ciągnowo-prętową.

Elementami składowymi dźwigarów Ducl Panl [74], pokazanych na rysunku 2.14, są przestrzenne bloki, łączone podczas montażu śrubami sprężającymi



Rys. 2.11. Schemat dźwigara płytowo-prętowego: 1 - płyta fałdowa, 2 - pręt poprzeczny, 3 - krzyżulec, 4 - pas dolny

Fig. 2.11. Scheme of the plate-bar girder: 1 - corrugated sheet, 2 - transversal bar, 3 - diagonals, 4 - lower flange

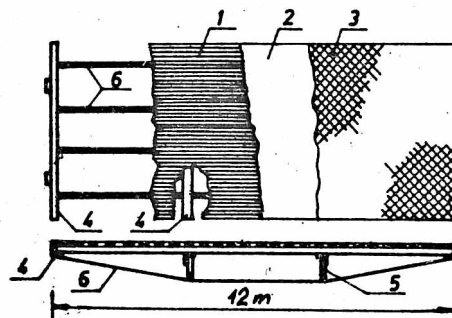


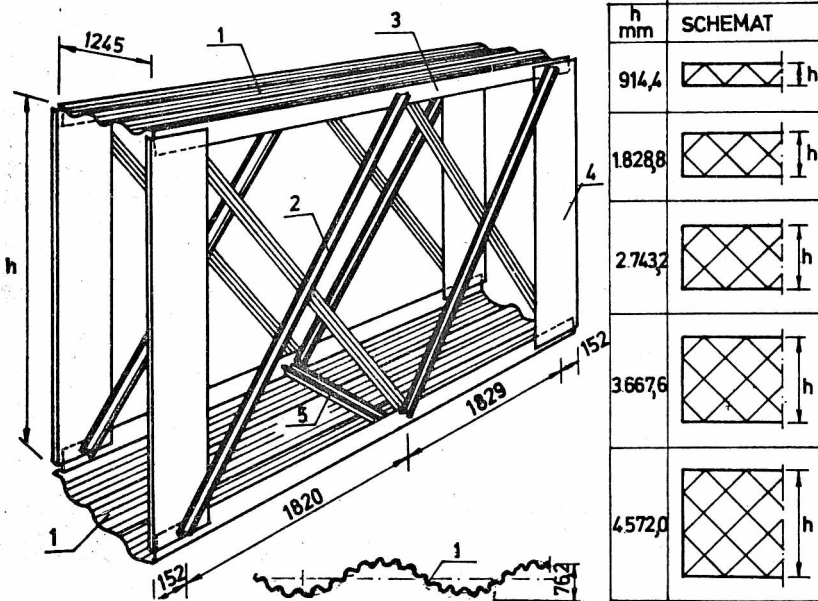
Rys. 2.12. Schemat dźwigara aluminiowego: 1 - aluminiowa blacha fałdowa, 2 - krzyżulec, 3 - pas dolny, 4 - pręt poprzeczny

Fig. 2.12. Scheme of the aluminium girder: 1 - aluminium corrugated sheet, 2 - diagonal, 3 - lower flange, 4 - transversal bar

Rys. 2.13. Schemat płyty dachowej:  
1 - blacha fałdowa, 2 - ocieplenie,  
3 - izolacje, 4 - pręt poprzeczny,  
5 - słupek, 6 - ciężno

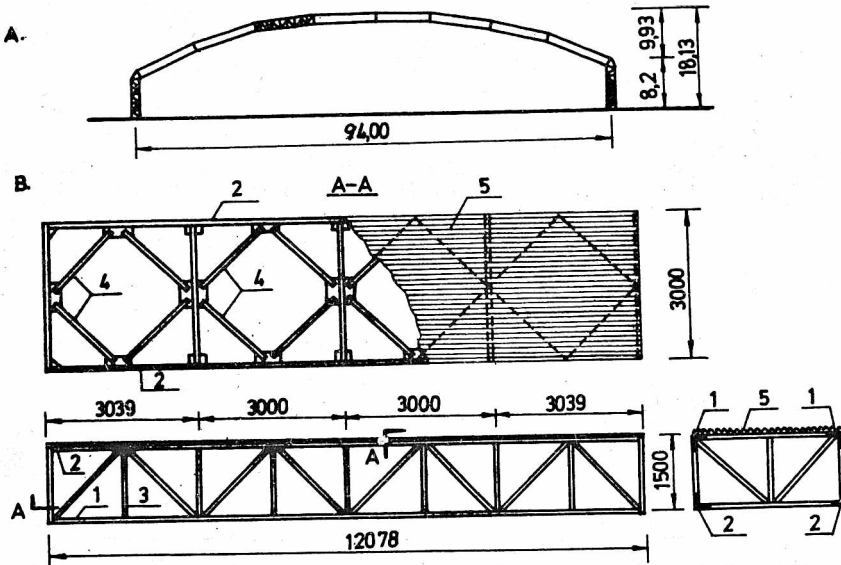
Fig. 2.13. Scheme of the roof plate:  
1 - corrugated sheet, 2 - thermal insulation,  
3 - isolations, 4 - transversal bar,  
5 - column, 6 - rod





Rys. 2.14. Schemat dźwigarów Dubl Pańl: 1 - blacha fałdowa, 2 - stężenie, 3 - pręty podłużne, 4 - słupki, 5 - pręty poprzeczne

Fig. 2.14. Scheme of the Dubl Pańl girders: 1 - corrugated sheet, 2 - bracing, 3 - longitudinal bars, 4 - columns, 5 - transversal bars



Rys. 2.15. Schemat przekrycia dużej rozpiętości

Fig. 2.15. Scheme of the large-span covering



Przestrenny blok płytowo-prętowy składa się z blachy falistej, stanowiącej pas górny i dolny dźwigara, przymocowanej do prętów podłużnych i poprzecznych oraz diagonalnych prętów krzyżulców. Jako elementy płytowe zastosowano płyty o nakładającej się podwójnej fali (fala duża o długości 347 mm i bardzo mała, zapewniająca stateczność lokalną).

Wasilkow [94] zaproponował projektowanie trójwarstwowych łupin ze znormalizowanych, łączonych ze sobą bloków przestrzennych. W zaproponowanym rozwiązaniu, pokazanym na rys. 2.15, blacha falista, połączona z pasem górnym przez zgrzewanie, przenosiłaby obciążenia poprzeczne i obciążenia podłużne.

W rozwiązaniach konstrukcji pokazanych na rysunkach od 2.10 do 2.15 blacha fałdowa lub falista przenosi, oprócz obciążeń poprzecznych gnących, obciążenia ściskające, leżące w płaszczyźnie płyty.

#### 2.4. Charakterystyki sztywnościowe blach fałdowych

Dźwigary profilowane jednokierunkowo, wskutek nadanego im kształtu, wykazują cechy ortotropowości w kierunkach głównych.

Przyjęcie ortotropowego modelu dźwigara profilowanego jednokierunkowo jest uwarunkowane szerokością fali lub fałdy  $c$ , w stosunku do wymiarów  $a, b$  arkusza. Rutecki [79] podaje warunek w postaci:

$$c \leq 0,1a \quad (\text{gdy } a < b). \quad (2.2)$$

(Dla arkusza, tj dla produkowanej szerokości 750 mm, warunek ten nie jest spełniony, ale dla konstrukcji wykonanej z kilku połączonych arkuszy warunek (2.2) będzie spełniony.)

Huber [40], a za nim Timoschenko [84] i inni [87], podają charakterystyki sztywnościowe blachy falistej o grubości  $g$ , module sprężystości materiału blachy  $E$  i współczynnika Poissona  $\nu$ . Sztywność płytowa  $D_y$  blachy, o sztywności giętej fali  $J_y$  w kierunku osi  $y$ , równoległym do tworzących fałd

$$D_y = \frac{EJ_y}{c}. \quad (2.3)$$

Sztywność płytowa  $D_x$  blachy falistej w kierunku osi  $x$ , prostopadłym do tworzących fali

$$D_x = \frac{Eg^3c}{12(1-\nu^2)c_0}, \quad (2.4)$$

gdzie:

$c_0$  - szerokość fali w rozwinięciu.

Gdy grubość blachy  $g$  jest niewielka w stosunku do wysokości fali, zginanie w płaszczyźnie  $yz$  ma znikomy wpływ na zginanie w płaszczyźnie

z i dlatego Huber proponuje przyjmować  $v_x = v_y = 0$ . Sztywność skręcania płyty ortotropowej jest wyrażona zależnością

$$2H = D_x v_y + D_y v_x + 4D_{xy}. \quad (2.5)$$

Dla blachy falistej sztywność skręcania według Hubera można przyjąć

$$H = 2D_{xy} \quad (2.6)$$

i jest ona o  $c_0 : c$  większa od sztywności płaskiej blachy

$$2D_{xy} = \frac{Eg^3 c_0}{12(1 + \nu)c}. \quad (2.7)$$

Charakterystyki sztywnościowe płyt fałdowych są przyjmowane na ogół według zasad podanych przez Hubera dla płyt falistych. Podają je między innymi Easley i McFarland [29], Hlavacek [37] oraz wytyczne projektowania pokryć współpracujących z konstrukcją [15,32].

Makroskopowe traktowanie dźwigarów profilowanych jednokierunkowo w odniesieniu do wyznaczania charakterystyk sztywnościowych jest obarczone nieścisłościami. Huber w swych publikacjach na temat płyt ortotropowych [41] postuluje konieczność doświadczalnej weryfikacji charakterystyk sztywnościowych.

Przyjęcie przybliżonych charakterystyk Hubera nie wpływa w sposób istotny na wymiarowanie zginanego dźwigara. Tych założeń jednak nie powinno się stosować w wypadku traktowania blachy fałdowej jako konstrukcji tarczowej, np. jako tężnika połączeniowego.

Z badań [46] wynika, że sztywność płytowa w kierunku równoległym do tworzących fałd była większa niż wyznaczona wg zależności (2.3). Przyczynę tych różnic należy tłumaczyć anizotropowością materiału oraz zmianą struktury materiału w procesie profilowania.

W stosowanych wzorach, określających charakterystyki sztywnościowe, nie mają swego odzwierciedlenia usztywnienia ścianek profilu oraz sposób mocowania z elementem podporowym. Ma to szczególne znaczenie przy wyznaczaniu sztywności na skręcanie blachy fałdowej [37].

## 2.5. Analiza pracy konstrukcji z zastosowaniem blach fałdowych

Konstrukcje z pokryciami współpracującymi, w których blacha pracuje na ścinanie, mają już dość długą historię, a prace nad tymi konstrukcjami prowadzone od wielu lat, głównie w USA, Anglii, Szwecji i Australii, doprowadziły do uzyskania licznych i bardzo ciekawych rezultatów.

Według zaleceń Europejskiej Konwencji Konstrukcji Stalowych [32] oraz odpowiednich wytycznych krajowych [15], opracowanych na podstawie ECCS, w projektowaniu konstrukcji stalowych ze współpracującym pokryciem z bla-

chy fałdowej, uwzględnia się wyrunek nieprzekroczenia określonej maksymalnej podatności tarczowej  $\Sigma c_1$ . Podatność  $\Sigma c_1$  jest sumą składowych podatności elementów składowych przepony oraz podatności połączeń między elementami. Podstawowym wymaganiem przy projektowaniu pokryw współpracujących jest określenie podatności przepony na ścinanie, tzn. określenie stosunku odkształceń w płaszczyźnie pokrycia do wielkości siły ścinającej, powodującej to odkształcenie. Następnym wymogiem jest określenie obciążeń niszczących przeponę. Określenie obciążeń niszczących przeponę wymaga przeanalizowania możliwych jej postaci zniszczenia. Według zarówno ECCS [32] jak i wytycznych krajowych [15], zniszczenie powinno odbywać się przy łącznikach przez owalizację otworów w blasze. Ponadto należy rozpatrzyć także alternatywne postacie zniszczenia, do których należy zaliczyć: utratę stateczności pokrycia na skutek ścinania, lokalną utratę stateczności, kruche zniszczenie łączników. Wymienione postacie zniszczenia wykazują cechy zniszczenia kruchego, a obciążenie niszczące nie może być analitycznie dokładnie określone. Współczynnik pewności (wg [32] i [15]) dla takich postaci musi być większy niż dla zniszczenia przez owalizację otworów. Dla łączników głównych wymaga się wytrzymałości o 25% większej od wytrzymałości przepony.

Dla pokryw współpracujących z konstrukcją, stateczność przepony na ścinanie należy sprawdzić wówczas, gdy geometria i wymiary jej różnią się od zwykle stosowanych. Zalecenia ECCS [32] podają przybliżoną metodę sprawdzania stateczności wg Hlavacka, krajowe wytyczne [15] zaś wg Easleya.

Wykorzystanie stalowego pokrycia z blach fałdowych, poza jego podstawową funkcją izolacji wnętrza obiektu, powoduje konieczność rozpatrzenia pod względem wytrzymałościowym następujących przypadków: zginania, jednoczesnego zginania i ściskania, jednoczesnego zginania i ścinania, jednoczesnego zginania, ściskania i ścinania oraz stateczności lokalnej blach fałdowych.

Ze studiów literaturowych wynika, że ścinanie i zginanie obciążeniami ciągłymi oraz stateczność lokalna ściskanych półek jest dostatecznie rozpoznana. Brak jest natomiast rozwiązań dotyczących jednoczesnego obciążenia płyt obciążeniem poprzecznym oraz obciążeniem leżącym w płaszczyźnie środkowej płyty. Badania teoretyczne Easleya [30], Hlavacka [39] oraz doświadczalne Bryana [19], Daviesa [26] i Easleya [29] dotyczyły jedynie czystego ścinania płyt fałdowych z pominięciem obciążeń poprzecznych. W badaniach doświadczalnych [19, 30] koncentrowano się na wyznaczeniu podatności dźwigarów fałdowych pod wpływem obciążeń ścinających, nie zaś na wyznaczeniu obciążeń granicznych (założono, że przy projektowaniu przepon zniszczeniu ulegnie blacha wokół łącznika lub łącznik). Przy dostatecznie mocnych połączeniach dźwigara fałdowego z podporą lub przy dużych smukłościach płyt może jednak nastąpić zniszczenie przez jednoczesne zginanie i ściskanie lub jednoczesne zginanie i ścinanie.

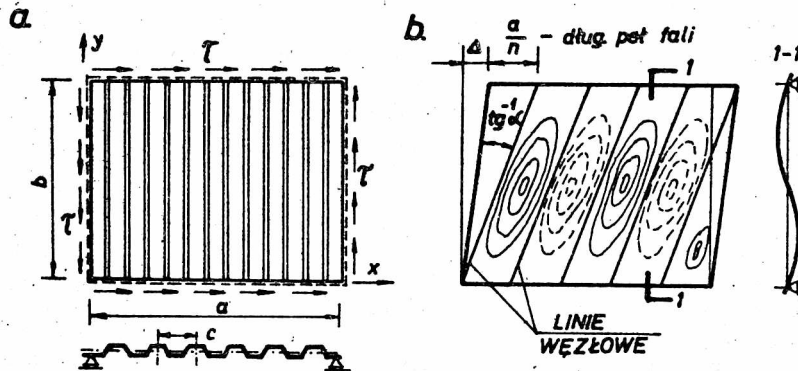
Należy zaznaczyć, że proponowane sprawdzenie warunku stateczności wg [32 i 15] może okazać się często niedostateczne, gdyż obciążenie leżące w płaszczyźnie środkowej płyt jest na ogół mimośrodowe i zawsze sprzężone z obciążeniem poprzecznym. W związku z tym momenty zginające płyty muszą być wyznaczone według teorii drugiego rzędu. (Dla płyt różnica między momentami wyznaczonymi według teorii pierwszego rzędu i według teorii drugiego rzędu jest znaczna.)

Istnieje dość duża klasa konstrukcji (np. rys. 2.10+2.15), w których siły ściskające i zginające stanowią zasadnicze obciążenie dla dźwigara fałdowego.

Reasumując, można stwierdzić, że zasadniczym celem pracy będzie wyznaczenie nośności granicznej ściskanych dźwigarów profilowanych z blach, z warunku zniszczenia profilu fałdowego. Założono, że nośność łączników, blachy wokół łącznika oraz elementów podporowych jest dostateczna.

### 2.6. Analiza wzorów określających obciążenie krytyczne ścinanych płyt fałdowych

Easley i Mc Farland [29] podali wzory określające obciążenie krytyczne ścinanych płyt fałdowych. Jako model matematyczny blachy przyjęto płytę ortotropową (rys. 2.16) i klasyczne założenia przyjmowane przy obliczaniu płyt.



Rys. 2.16. Schematy: a - ścinanej płyty fałdowej, b - odkształcenia płyty ścinanej

Fig. 2.16. Schemes of: a - corrugated sheet in shearing, b - strains of the plate in shearing

Wzory określające obciążenie krytyczne wyprowadzono na podstawie metody energetycznej. Przyjęto funkcję ugięcia w postaci szeregu:

$$w = A \sin \frac{n\pi}{a} (x - ky) \sin \frac{\pi y}{b}, \quad (2.8)$$

gdzie:

A - amplituda fali,

a, b - wymiary płyty,

k - tangens kąta  $\alpha$ , nachylenia fali wybozczeniowej względem osi y.

W publikacji [29] podano uproszczony wzór określający wartość naprężenia ścinającego w postaci

$$\tau_{kr} = 36 \frac{D_x^{\frac{1}{4}} D_y^{\frac{3}{4}}}{b^2}. \quad (2.9)$$

Wyniki badań doświadczalnych wykonanych przez Easleya [29] na blachach fałdowych (rys. 2.1g), realizujących model płyty ortotropowej (obciążenie działało w płaszczyźnie środkowej płyty), wykazały dobrą zgodność z teorią. Należy zaznaczyć, że przyjęty przekrój blach fałdowych nie jest stosowany w budownictwie.

Easley i McFarland na podstawie wyników badań doświadczalnych oraz analiz przewidują, że po osiągnięciu obciążenia krytycznego ścinanej płyty następuje niewielki spadek siły ścinającej. Redukcja naprężenia krytycznego w obszarze pozakrytycznym wynosi

$$\tau_{min} = 0,95 \tau_{kr}. \quad (2.10)$$

Statecznością ścinanych płyt ortotropowych zajmowali się Bergman i Reissner [7]. Przyjmując podobne założenia jak w publikacji [29] oraz funkcję ugięcia spełniającą warunki brzegowe płyty podpartej przegubowo na obwodzie

$$w = \sum_m \sum_n A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (2.11)$$

otrzymali wzory określające naprężenie krytyczne w postaci

$$\tau_{kr} = 4 k_1 \frac{D_x^{\frac{1}{4}} D_y^{\frac{3}{4}}}{b^2}, \quad (2.12)$$

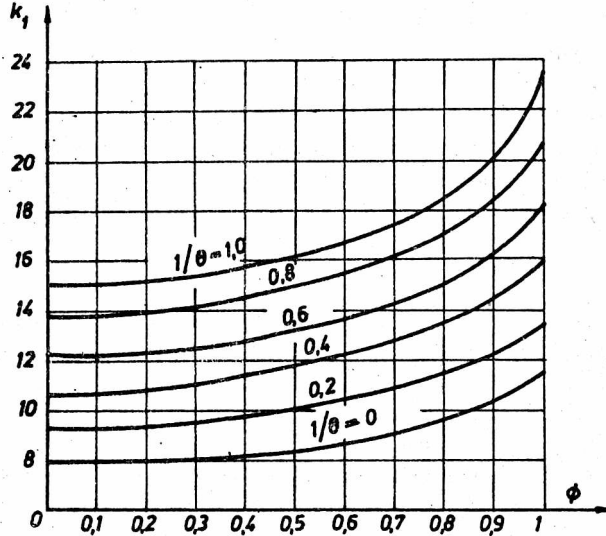
gdzie:

$k_1$  - parametr zależny od  $\theta$  i  $\Phi$ ,

$$\theta = 2 \sqrt{\frac{D_x D_y}{D_{xy}}}, \quad (2.13)$$

$$\Phi = \frac{b}{a} \sqrt[4]{\frac{D_x}{D_y}}. \quad (2.14)$$

Na rysunku 2.17 pokazano wykresy współczynnika  $k_1$  w funkcji  $\Phi$  i  $\theta$ .



Rys. 2.17. Wykresy współczynnika  $k_1$  w funkcji  $\Phi$  i  $\theta$   
Fig. 2.17. Diagrams of the coefficient  $k_1$  as a function of  $\Phi$  and  $\theta$

Dla płyt fałdowych  $D_y$  jest znacznie większe od  $D_x$  i  $D_{xy}$  oraz jeśli wartość  $b/a$  jest wystarczająco mała, tak że  $\Phi < \sim 0,4$ , to współczynnik  $k_1 \approx 9,0$ . Wówczas wzór określający naprężenie krytyczne ścinanej płyty ortotropowej jest zgodny ze wzorem (2.9), podanym przez Hasleya i McFarlanda.

Hlavacek [39] badał wyboczenie płyt wzmocnionych równomiernie rozmieszczonymi i przyspawanymi obustronnie żebrami, pod wpływem obciążeń ścinających. Do rozważań teoretycznych przyjął model płyty ortotropowej. Czyniąc podobne założenia jak w publikacjach [29 i 7], otrzymał wzór w postaci:

$$\tau_{kr} = k_2 \frac{D_x}{b^2}, \quad (2.15)$$

$$k_2 = \pi^2 \left[ \frac{4D_x k}{D_y} + 4k + \frac{2}{k} - \frac{1}{2k^3} \right], \quad (2.16)$$

gdzie  $k$  jak we wzorze (2.8).

Analiza wzorów (2.15) i (2.16) wskazuje, że dla płyt fałdowych o niewielkiej wysokości fali, wzór (2.15) może być zredukowany do postaci:

$$\tau_{kr} = 41 \frac{D_x^{1/4} D_y^{3/4}}{b^2}. \quad (2.17)$$

Wzór (2.17) ma tę samą postać co (2.9) i (2.12), ale liczbowy współczynnik jest o 1,14 raza większy.

Analizą stateczności ścinanej płyty falistej zajmował się Dukarski [27]. Rozwiązanie teoretyczne uzyskał metodą energetyczną, na podstawie modelu płyty ortotropowej i przy założeniu funkcji ugięcia w postaci szeregu (2.11). Naprężenie krytyczne wyznaczone przez Dukarskiego

$$\tau_{kr} = k_3 \frac{\pi^4 D_y a}{b^3}, \quad (2.18)$$

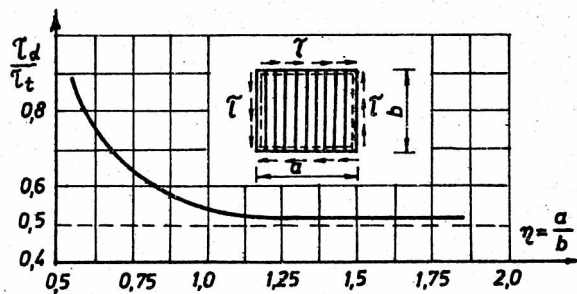
gdzie:

$k_3 = 0,13$  - dla górnego oszacowania obciążenia krytycznego,

$k_3 = 0,0845$  - dla dolnego oszacowania obciążenia krytycznego.

Współczynniki  $k_3$  autor pracy skorygował wynikami badań doświadczalnych, wykonanych na płytach falistych i fałdowych, o zmiennej grubości blachy i różnych proporcjach wymiarów boków. Z badań doświadczalnych wynika (rys. 2.18), że obciążenie krytyczne jest mniejsze od oszacowania teoretycznego i jest funkcją stosunku wymiarów boków płyty. Ostatecznie Dukarski proponuje wyznaczanie naprężenia krytycznego ze wzoru:

$$\tau_{kr} = 0,042 \frac{\pi^4 D_y a}{b^3}. \quad (2.19)$$



Rys. 2.18. Wykresy naprężeń krytycznych wyznaczonych doświadczalnie  $\tau_d$  do teoretycznych  $\tau_t$  w funkcji wymiarów płyt

Fig. 2.18. Diagrams of experimental and theoretical critical stresses as a function of the plate dimensions

Analiza porównawcza czterech omówionych wzorów wyznaczania naprężeń krytycznych ścinanych płyt fałdowych wskazuje, że są one zbliżone formą, a zasadniczo różnią się wielkością współczynników liczbowych.

Wyprowadzony przez Bergmana-Reissnera wzór (2.12) wydaje się być najbardziej rygorystyczny. Wyprowadzono go dla funkcji ugięcia spełniającej warunki brzegowe zadania. Pozostali autorzy użyli przybliżonych funkcji ugięcia, nie spełniających wszystkich warunków brzegowych, a rozwiązanie



uzyskali przybliżoną metodą energetyczną. Hlavacek dodatkowo przyjął liczbę półfal  $n$  i kąt nachylenia linii węzłowych  $\alpha$ . Bergman i Reissner zakładali, że fale są równoległe do jednego z brzegów płyty, czego nie potwierdzają wyniki badań doświadczalnych.

Wzory (2.9), (2.12), (2.15), mimo iż zostały wyprowadzone dla płyt prostokątnych, nie uwzględniają wymiarów płyty w kierunku mniejszej sztywności. Jedynie we wzorze Dukarskiego (2.19) ma odzwierciedlenie wymiar a płyty. Wyniki badań doświadczalnych wskazują, że wpływ ten jest jednak silniejszy niż oszacowanie teoretyczne.

Inną wątpliwość budzi fakt, że styczne obciążenie krytyczne, według przytoczonych wzorów, nie zależy od sztywności skrętnej płyty ortotropowej. Wyniki badań Dukarskiego wskazują na istotny wpływ wysokości fałdy blachy przy ścinaniu.

Uzyskane wzory teoretyczne, oparte na modelu płyty ortotropowej, mogą być przyjmowane dla płyt o niewysokiej fali, przy dostatecznie dużej liczbie fałd na szerokości dźwigara.

W literaturze nie napotkano na rozwiązania ścinanych płyt ortotropowych o innych niż przegubowym podparciu na obwodzie. W praktyce spotyka się schematy płyt wieloprzęsłowych oraz zamocowanych sprężysto na podporach.

Badania doświadczalne [19,27,30] były dość ograniczone i nieuporządkowane. Odzworowywały one raczej model obliczeniowy - płytę ortotropową. Modele konstruowano tak, aby obciążenie było przekazywane w płaszczyźnie środkowej płyty (w rzeczywistych rozwiązaniach konstrukcyjnych występują mimośrodowo).

### 2.7. Analiza wzorów określających obciążenie krytyczne ściskanych oraz ścinanych i ściskanych płyt fałdowych

Zagadnieniem stateczności ściskanych płyt fałdowych zajmowało się niewielu autorów.

Do oszacowania obciążenia krytycznego ściskanego dźwigara fałdowego można skorzystać ze wzorów stosowanych dla płyt ortotropowych.

Huber [40], stosując metodę energetyczną i funkcję ugięcia w postaci podwójnego szeregu (2.11), otrzymał wzór określający naprężenie krytyczne przegubowo podparte na obwodzie, ściskanej płyty ortotropowej o sztywnościach jednostkowych  $D_x, D_y$

$$\sigma_{kr} = \frac{\pi^2 \sqrt{D_x D_y}}{b^2} \xi; \quad (2.20)$$

gdzie:

$\xi$  - współczynnik zależny od wymiarów i sztywności płyty ortotropowej [40,4.1].

Z analizy wzoru (2.20) wynika, że dla płyt, w których  $D_y \gg D_x$  wzór określający obciążenie krytyczne pojedynczej fałdy przybiera postać:

$$S_{kr} \approx \frac{\pi^2 D_y c}{b^2} = \frac{\pi^2 E J_y}{b^2}, \quad (2.21)$$

co odpowiada sile eulerowskiej dla pręta-fałdy o długości  $b$  i szerokości fałdy  $c$ . Wynik ten jest zrozumiały, jeżeli zważyć, że przy tych proporcjach sztywnościowych oraz geometrycznych wymiar poprzeczny płyt oraz  $D_x$  są bez znaczenia i płyta pracuje jak szereg równoległych prętów.

Nieco odmienne podejście do wyznaczania obciążenia krytycznego ściskanej blachy falistej zaproponował Savinov [80]. Na podstawie modelu płyty izotropowej, ze wstępną krzywizną, odpowiadającą sfalowaniu arkusza blachy, uzyskał rozwiązanie dla płyt zbudowanych z materiałów liniowo i nieliniowo sprężystych. Rozwiązanie to jest jednak ograniczone tylko dla przypadku blachy falistej. Wszystkie wyżej wymienione przypadki dotyczyły płyt ściskanych obciążeniem równomiernym przyłożonym do przeciwległych krawędzi.

Zagadnieniem stateczności ortotropowych płyt ściskanych i ścinanych zajmował się Jankowski [43], rozpatrując przypadek płyty utwierdzonej na obwodzie. Zagadnienie rozwiązał metodą energetyczną, a rozwiązanie doprowadził do zapisu układu równań liniowych, z których należy wyznaczać parametry obciążenia krytycznego. W publikacji [43] brak jest przykładu wyznaczania obciążenia krytycznego zaproponowanym sposobem.

Brzoska [20] proponuje, aby dla jednoczesnego ściskania i ścinania płyty ortotropowej krytyczne wartości naprężeń wyznaczać ze wzoru:

$$\frac{\sigma}{\sigma_{kr}} + \left( \frac{\tau}{\tau_{kr}} \right)^2 = 1, \quad (2.22)$$

w którym:

$\sigma_{kr}$ ,  $\tau_{kr}$  - krytyczne wartości naprężeń przy działaniu ich każdego z osobna.

Zagadnienie nośności granicznej płyt fałdowych ściskanych oraz jednocześnie ścinanych i ściskanych wydaje się być bardzo słabo rozeznane. Nie natrafiono na rozwiązania takich płyt przy jednoczesnym działaniu obciążeń poprzecznych. Takie schematy obciążenia występują w konstrukcjach, w których blacha fałdowa spełnia rolę pasa dźwigara (rys. 2.11+2.15).

Oprócz obciążeń ściskających, o jednakowej intensywności mogą występować siły ściskające o zmiennych rozkładach.

Nie natrafiono na badania eksperymentalne tak obciążonych dźwigarów fałdowych. W literaturze spotyka się jedynie, np. [44,80], opisy badania płyt o niewysokich falach i specyficznych geometriach stosowanych w lotnictwie.

Zagadnienia ściskanych płyt fałdowych w stosunku do zagadnienia ściskanych płyt fałdowych wydaje się być znacznie słabiej rozeznane.

## 2.8. Analiza stanu wiedzy dotyczącej wymiarowania blach fałdowych

### 2.8.1. Wprowadzenie

Obliczanie nośności prętów cienkościennych kształtowanych z blach nie zostało dotychczas ujęte jednolitą, spójną teorią. Obecnie znajdują zastosowanie teoria pręta cienkościennego Własowa i teoria nośności nadkrytycznej Wintera. Obydwie teorie są uzupełnione cząstkowymi rozwiązaniami, dotyczącymi zagadnień szczególnych.

W teorii Własowa nie uwzględniono specyfiki kształtu profilu. Elementy konstrukcji z kształtowników giętych należy obliczać według klasycznej wytrzymałości materiałów. Jej stosowanie wymaga sprawdzenia stateczności lokalnej ścianki pręta. Teoria pręta cienkościennego Własowa opiera się na założeniu hipotetycznym tzw. sztywnego konturu. Założenie to wyklucza utratę stateczności lokalnej w granicznym stanie nośności.

W teorii nośności nadkrytycznej za podstawę oceny nośności pręta cienkościennego przyjęto stan naprężeń i odkształceń po utracie stateczności lokalnej ścianki. W zależności od kształtu profilu cienkościennego nośność graniczna (czyli nadkrytyczna, po utracie stateczności lokalnej półek) w porównaniu z obciążeniem krytycznym może być kilka razy większa. Stwierdzenie tego zjawiska było podstawą do opracowania półempirycznej teorii tzw. ścianki współpracującej. Teoria ta znajduje zastosowanie do obliczania elementów budowlanych, które są połączone pod kątem prostym lub niewiele różniącym się od prostego. Przy stosowaniu jej należy ponadto pamiętać o sprawdzeniu zwłoczenia wg teorii Własowa.

Sprawdzenie stateczności elementu ściskanego mimośrodowo według teorii Własowa sprowadza się do obliczenia: wyboczenia giętnego lub giętno-skrętnego (stateczność ogólna), stateczności miejscowej przy założeniu liniowego rozkładu naprężeń oraz nośności przekroju przy ściskaniu i zginaniu.

Sprawdzenie stateczności lokalnej, w ujęciu teorii Własowa, sprowadza się do obliczenia nośności krytycznej ścianek profilu przy założeniu liniowych rozkładów naprężeń w przekroju. Nie wykorzystuje się tu zapasów nośności nadkrytycznej profili cienkościennych.

Przy rozpatrywaniu stateczności ogólnej przyjmuje się jako model pręt o przekroju spełniającym warunki hipotezy sztywnego konturu. Przy rozpatrywaniu stateczności lokalnej przyjmuje się założenie, że oś pręta pozostaje nieodkształcona (prosta), natomiast przekrój ulega zniekształceniu - odrzuca się hipotezę sztywnego konturu. Brak jest obecnie teorii, która ujmowałaby te dwa zjawiska łącznie.

W teorii nośności nadkrytycznej Wintera zakłada się dystorsję (zniekształcenie) konturu, podczas gdy oś pręta pozostaje prosta (przy oddzielnym sprawdzeniu, np. wyoboczenia giętnego, uwzględnia się wygięcie osi według klasycznych zasad wytrzymałości materiału).

Obecnie stosowane metody kompromisowe wymiarowania konstrukcji cienkościennych [16] łączą wymogi teorii pręta cienkościennego i półempirycznej teorii nośności nadkrytycznej.

Specyfika kształtowników giętych z blach wymaga uwzględnienia indywidualnych cech fizycznych i geometrycznych tych profili, takich jak duża smukłość ścianek, wpływ imperfekcji geometrycznych osi pręta oraz ścianek wpływy technologiczne i inne. Dlatego wydaje się, że teoria nośności nadkrytycznej Wintera jest bliższa rzeczywistej oceny nośności blach fałdowych.

### 2.8.2. Dokrytyczna i pokrytyczna praca ściskanych pólek blach fałdowych

Blachy fałdowe charakteryzują się stosunkowo dużą smukłością pólki i środników. Dlatego też, przy naprężeniach ściskających znacznie niższych od granicy plastyczności lub poniżej przyjętych w normach naprężeń obliczeniowych, występuje wyoboczenie lokalne elementów płytowych.

W pracy ścianki profilu występują dwie charakterystyczne fazy: dokrytyczna i nadkrytyczna.

Dla ścianki płaskiej przyjmuje się model matematyczny płyty, której pracę określa równanie różniczkowe:

$$D\nabla^4 = N_x \frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w_1}{\partial x \partial y} + N_y \frac{\partial^2 w_1}{\partial y^2} + q(x,y), \quad (2.23)$$

w którym:

$$D = \frac{Eg^3}{12(1 - \nu^2)}, \quad (2.24)$$

$$\nabla^4 = \frac{\partial^4 w_1}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w_1}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w_1}{\partial y^4}, \quad (2.25)$$

$N_x, N_y, N_{xy}$  - normalne i ścinające siły działające w płaszczyźnie środkowej płyty,

$q(x,y)$  - obciążenia poprzeczne,

$w_1$  - ugięcie płyty.

W razie braku obciążeń  $N_{xy}, N_y$  oraz  $q(x,y)$  i nie uwzględnienia imperfekcji geometrycznych, obciążenie krytyczne w zakresie sprężystym można wyznaczyć z równania (2.23) i wówczas

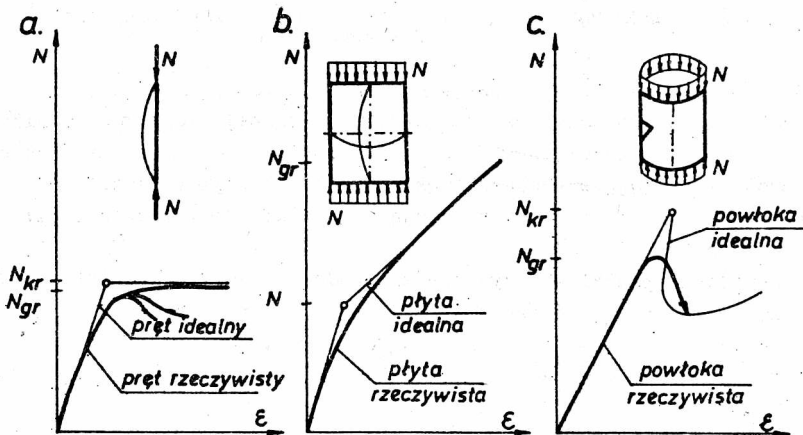
$$N_{kr} = \frac{\pi^2 D}{b^2} k, \quad (2.26)$$

gdzie:

- $k$  - współczynnik zależny od warunków podparcia płyty,
- $b$  - szerokość półki.

Dla ściskanych półek blach fałdowych przyjmuje się model płyty podpartej wzdłuż dwóch przeciwległych krawędzi zakładając, że element płytowy wyobczy się według półfal prawie kwadratowych w planie. Współczynnik dla takich płyt przyjmuje się  $k = 4$ .

Na podstawie wyników licznych badań eksperymentalnych i teoretycznych wykazano, że osiągnięcie naprężeń krytycznych w płycie usztywnionej wzdłuż krawędzi nie wyczerpuje jej nośności, a zapasy nośności nadkrytycznej są znaczne (rys. 2.19). W przeciwieństwie do prętów, nośność graniczna płyt jest większa od nośności krytycznej.



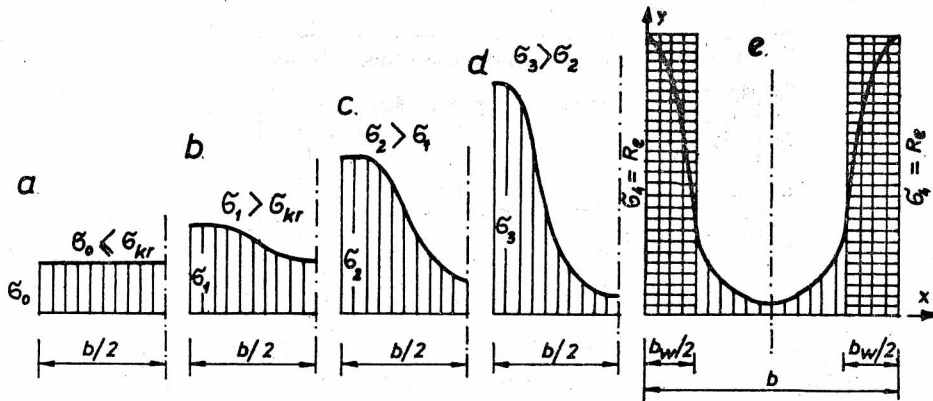
Rys. 2.19. Dokrytyczna i nadkrytyczna praca idealnych i rzeczywistych konstrukcji prętowych, płytowych i powłokowych

Fig. 2.19. Pre-critical and post-critical work of a perfect and real framework, plates and shells

Wykorzystanie zakresu pracy w fazie dokrytycznej, traktowanej jako praca w obszarze sprężystym, jest zwykle niewielkie dla współcześnie produkowanych blach fałdowych. Lokalna utrata stateczności półek ściskanych nie prowadzi do wystąpienia mechanizmu zniszczenia blachy fałdowej. Dlatego też wykorzystuje się zdolność konstrukcji do przenoszenia znacznych obciążeń w zakresie pozakrytycznym.

Mechanizm powstawania "wzmocnienia" płyty dokładnie omówiono w publikacjach [18, 20, 69].

Nadkrytyczny stan pracy płyty charakteryzuje się krzywoliniowym rozkładem naprężeń na szerokości półki (rys. 2.20). Naprężenia są największe przy krawędziach płyty, najmniejsze w środku.



Rys. 2.20. Rozkład naprężeń w ściskanej płycie w fazie dokrytycznej i nadkrytycznej

Fig. 2.20. Distribution of stresses in a compressed plate in pre-critical and post-critical zones

Krzywoliniowość rozkładu naprężeń w płycie wzrasta wraz z obciążeniem. Według przyjmowanych powszechnie modeli obliczeniowych, zniszczenie płyty następuje wtedy, gdy największe naprężenia krawędziowe osiągną granicę plastyczności.

### 2.8.3. Szerokość współpracująca ściskanych półek blach fałdowych

Praca w nadkrytycznej fazie wyciężenia ściskanych półek jest uwzględniana przez przyjęcie tzw. szerokości współpracującej, to jest efektywnego przekroju zastępczego, w którym wystąpią naprężenia ekstremalne.

Na rysunku 2.20 pokazano rozkłady naprężeń w ściskanej płycie w fazie nadkrytycznej. Uwzględnienie w obliczeniach technicznych krzywoliniowych rozkładów naprężeń byłoby kłopotliwe. Dlatego zastąpiono szerokość płyty  $b$  odpowiednio dobraną szerokością współpracującą  $b_w$  tak, aby zachowany był warunek równowagi

$$b_w \sigma_{\max} = \int \sigma dF, \quad (2.27)$$

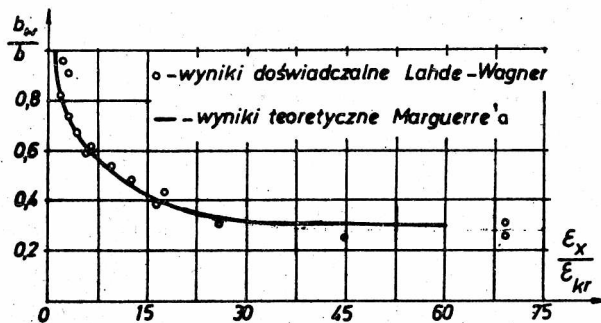
gdzie:

$\sigma$  - zmienne naprężenie,

$dF$  - elementarne pole.

Na podstawie wyników badań doświadczalnych oraz analiz teoretycznych stwierdzających, że szerokość współpracująca płyt jest malejącą funkcją

wyężenia ściskanego elementu. Na rysunku 2.21 pokazano zależność  $b_w/b$ , uzyskaną doświadczalnie przez Lahde-Wagnera [55] oraz teoretycznie przez Marguerre'a [57] w funkcji odkształcenia.



Rys. 2.21. Wykres  $b_w/b$  w funkcji odkształcenia [55]  
Fig. 2.21. Diagram  $b_w/b$  as a function of strains [55]

Szerokość współpracująca jest również malejącą funkcją smukłości ściskanej pólki  $b/g$ . Np. dla smukłości  $b/g = 100$  tylko połowa materiału jest wykorzystana.

Zagadnieniami nośności nadkrytycznej płyt oraz konstrukcji cienkościennych zajmowało się wielu autorów. Do fundamentalnych prac w tej dziedzinie należy zaliczyć prace Karmana [45], Sechlera [81], Marguerre'a, Schumana i Becka [57], Wintera [89]. Należy zaznaczyć, że temat ten jest przedmiotem badań nie tylko w budownictwie, ale przede wszystkim w lotnictwie i przemyśle okrętowym.

Karman, Sechler i Donnell podali wzór określający szerokość współpracującą w postaci:

$$b_w = 1,69 g \sqrt{\frac{E}{\sigma_{\max}}}, \quad (2.28)$$

w którym nie uwzględnili wpływu smukłości na szerokość współpracującą.

Sechler zaproponował następującą wzór

$$b_w = 0,827 \sqrt{gb} \sqrt[4]{\frac{E}{\sigma_{\max}}}, \quad (2.29)$$

Marguerre natomiast zależność

$$b_w = 1,53 b \sqrt[3]{\left(\frac{E}{b}\right)^2 \frac{E}{\sigma_{\max}}}. \quad (2.30)$$

W Cornell University (USA) wykonano badania 150 próbek ściskanych pólki usztywnionych, o smukłości  $b/g$  od 14,3 do 440, zrobionych z materiału o  $R_e$  od 174 do 400 MPa. Na tej podstawie przyjęto zależność:



$$b_w = 1,9g \sqrt{\frac{E}{\sigma_{\max}}} \left[ 1 - \frac{0,475g}{b} \sqrt{\frac{E}{\sigma_{\max}}} \right]. \quad (2.31)$$

Półempiryczny wzór (2.31) nosi nazwę formuły Wintera.

W wytycznych AISI z 1968 r., dotyczących obliczania prętów cienkościennych, przyjęto - na podstawie doświadczenia projektowego - mniejszą rezerwę bezpieczeństwa, modyfikując wzór (2.31) do postaci:

$$b_w = 1,9g \sqrt{\frac{E}{\sigma_{\max}}} \left[ 1 - \frac{0,415g}{b} \sqrt{\frac{E}{\sigma_{\max}}} \right]. \quad (2.32)$$

Na wytycznych AISI oparto różne normatywy europejskie. Norma [31] obliczania konstrukcji z kształtowników giętych zaleca dla rozpatrywanego typu przekroju (ze ściskаными półkami usztywnionymi na krawędzi podparcia) wzór określający szerokość współpracującą:

$$b_w = b \quad \text{gdy} \quad \frac{b}{g} \leq \lambda_1 = 40,8 \sqrt{\frac{235}{\sigma_{\max}}}, \quad (2.33)$$

$$b_w = 56,1b \left[ 15,3 + \frac{b}{g} \sqrt{\frac{\sigma_{\max}}{235}} \right]^{-1} \quad \text{gdy} \quad \frac{b}{g} > \lambda_1. \quad (2.34)$$

Norma DDR [85] podaje wzory:

$$b_w = b \quad \text{gdy} \quad \frac{b}{g} \leq \lambda_2 = \frac{615}{\sqrt{\sigma_{\max}}}, \quad (2.35)$$

$$b_w = \frac{870g}{\sqrt{\sigma_{\max}}} \left[ 1 - \frac{110000g^2}{\sigma_{\max} b^2} \right] \quad \text{gdy} \quad \frac{b}{g} > \lambda_2. \quad (2.36)$$

Podobne formuły proponują wytyczne krajowe [16]:

$$b_w = b \quad \text{gdy} \quad \frac{b}{g} \leq \lambda_3 = 41 \sqrt{\frac{215}{\sigma_{\max}}}, \quad (2.37)$$

$$b_w = 56,16b \left[ 15,1 + \frac{b}{g} \sqrt{\frac{\sigma_{\max}}{215}} \right]^{-1} \quad \text{gdy} \quad \frac{b}{g} > \lambda_3. \quad (2.38)$$

W publikacji [69] zaproponowano dla rozpatrywanego typu przekroju formułę Wintera (2.31).

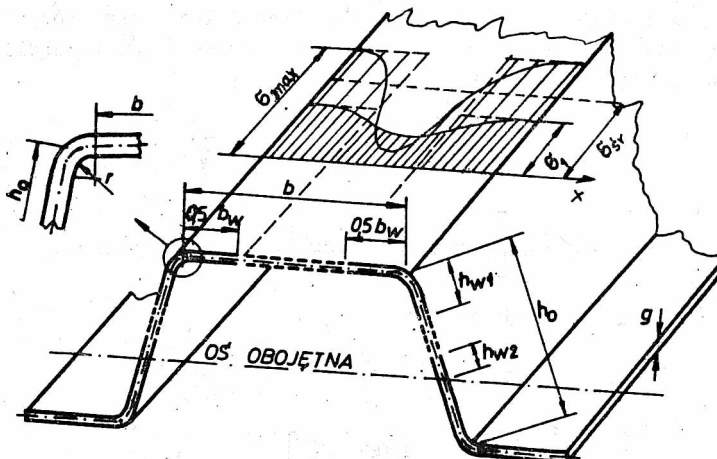
Przepisy Europejskiej Konferencji Konstrukcji Stalowych [32], dotyczące współpracy elementów obudowy z konstrukcją nośną, podają następujące formuły do obliczania szerokości współpracującej ściskanych półek blachy fałdowej:

$$b_w = b \quad \text{gdy} \quad \frac{b}{g} \leq \lambda_4 = 38,16 \sqrt{\frac{235}{\sigma_{\max}}}, \quad (2.39)$$

$$b_w = 56,3 g \sqrt{\frac{235}{\sigma_{\max}}} \left[ 1 - \frac{12,26 g}{b} \sqrt{\frac{235}{\sigma_{\max}}} \right] \quad \text{gdy } \frac{b}{g} > \lambda_4. \quad (2.40)$$

Ponadto należy odpowiednio zredukować ściskaną część środników (rysunek 2.22) blachy fałdowej. Rozciąganą część środników uważa się zawsze za w pełni współpracującą. Ściskana część środnika może być uważana za w pełni współpracującą wówczas, gdy jej wysokość jest mniejsza niż  $h_0$ ,

$$h_0 = 55,12 g \sqrt{\frac{235}{\sigma_{\max}}}. \quad (2.41)$$



Rys. 2.22. Szerokość współpracująca blachy fałdowej [32]  
Fig. 2.22. Effective width of the corrugated sheet

Jeżeli część ściskana jest większa niż  $h_0$ , to należy przyjąć, że środek składa się z dwóch części współpracujących, które powinny być rozliczone jak na rys. 2.22 i obliczone ze wzorów:

$$h_{w1} = 22,5 g \sqrt{\frac{235}{\sigma_{\max}}}, \quad (2.42)$$

$$h_{w2} = 32,6 g \sqrt{\frac{235}{\sigma_{\max}}}. \quad (2.43)$$

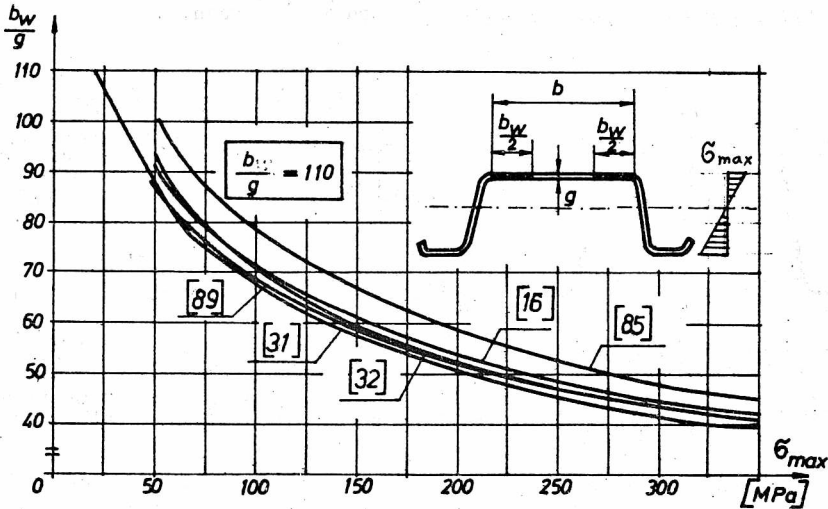
Tymczasowe krajowe wytyczne [15] projektowania blach fałdowych współpracujących ze szkieletem, oparte na [32], podają odpowiednio przeliczone wzory określające  $h_0$ ,  $h_{w1}$ ,  $h_{w2}$ :

$$h_0 = 57,6 g \sqrt{\frac{215}{\sigma_{\max}}}, \quad (2.44)$$

$$h_{w1} = 23,5 g \sqrt{\frac{215}{\sigma_{\max}}}, \quad (2.45)$$

$$h_{w2} = 34,1 g \sqrt{\frac{215}{\sigma_{\max}}}. \quad (2.46)$$

Szerokość współpracującą  $b_w$  półek ściskanych zaleca się obliczać według wzorów (2.37) i (2.38), jak dla kształtowników giętych z blach [16].



Rys. 2.23. Zależność szerokości współpracującej od  $\sigma_{\max}$  na krawędzi elementu, o smukłości  $b/g = 110$

Fig. 2.23. Relationship between effective width and  $\sigma_{\max}$  on the element's edge with the slenderness  $b/g = 110$

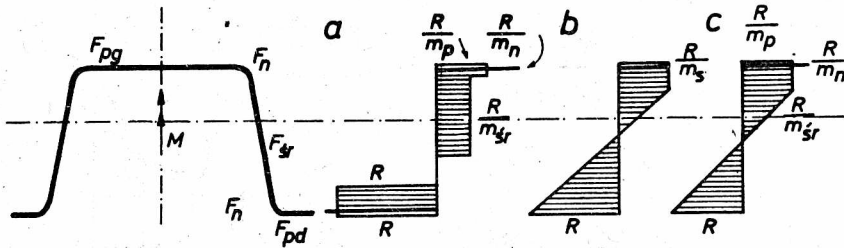
Na rysunku 2.23 pokazano wykresy  $b_w/g$  w funkcji naprężeń  $\sigma_{\max}$  dla smukłości  $b/g = 110$ , obliczone na podstawie wzorów Wintera (2.31), (2.34), (2.36), (2.38) i (2.40). Z przebiegu wykresów pokazanych na rys. 2.23 wynika, że mimo iż wzory określające  $b_w$  oparto na tej samej formule Wintera, uzyskuje się wyniki różniące się (dla  $b/g = 110$ ) do 12%. Największą szerokość współpracującą uzyskuje się wg normy DDR oraz wzorów (2.40) dla blach fałdowych.

#### 2.8.4. Koncepcja redystrybucji naprężeń w przekroju

Obliczanie nośności elementów cienkościennych w ujęciu obowiązujących normatywów krajowych i zagranicznych oparto na idei szerokości współpracującej, a przez wyczerpanie nośności rozumie się stan, w którym we włóknach skrajnych naprężenia są równe parametrom dopuszczalnym (granicy

plastyczności, wytrzymałości obliczeniowej itp.). Dopuszcza się więc jedynie sprężystą pracę konstrukcji cienkościennych. Normy [72] i wytyczne [17] obliczania i projektowania konstrukcji stalowych z uwzględnieniem rezerwy plastycznej nie przewidują obliczania konstrukcji cienkościennych tą metodą.

Murzewski w publikacjach [65 i 66] zaproponował obliczanie galerii powłokowych oraz konstrukcji cienkościennych na podstawie koncepcji pełnej lub częściowej redystrybucji naprężeń w przekroju.



Rys. 2.24. Przykłady rozkładów naprężeń w przekroju wg koncepcji: a - pełnej redystrybucji, b-c - częściowej redystrybucji [71]

Fig. 2.24. Examples of stresses distributions in a cross-section, for: a - full redistribution, b-c - partial redistribution

Zakłada się, że w wypadku pełnej redystrybucji naprężeń w przekroju wykres naprężeń składa się z prostokątów (rys. 2.24a) równych wytrzymałości obliczeniowej na rozciąganie lub ściskanie, pomniejszonych o współczynniki niestateczności miejscowej  $m_i$  ( $m_p$  - dla pasa,  $m_n$  - dla naroża,  $m_{sr}$  - dla środniczka). Proponuje się więc przyjęcie dla usztywnionych elementów pracujących w stanie nadkrytycznym rozkłady naprężeń w całym przekroju bez redukcji powierzchni elementów ścisanych. Rzędne rozkładu byłyby związane z wartością wytrzymałości obliczeniowej  $R$  oraz współczynnikiem jej redukcji ze względu na niestateczność lokalną pólk ścisanych. W razie częściowej redystrybucji (rys. 2.24b i c) nie dopuszcza się do pełnego uplastycznienia przekroju i na niektórych odcinkach wykresy są liniowo zmienne. Przyjmuje się jednak, że rozkłady te będą odpowiadać nośności granicznej sprężystej z uwzględnieniem utraty stateczności lokalnej a nie - jak to było w wypadku pełnej redystrybucji - nośności granicznej plastycznej z uwzględnieniem niestateczności. Na rys. 2.24 pokazano przykłady rozkładów naprężeń w przekroju według koncepcji pełnej i częściowej redystrybucji.

### 2.8.5. Obliczanie ugięć blach fałdowych

W publikacjach [16, 18, 69] podano sposób obliczania ugięć pręta zginanego, którego półka pracuje w stanie nadkrytycznym. Polega on na przyjęciu, na całej długości pręta zredukowanego, momentu bezwładności. Redukcja dotyczy szerokości półki ściskanej. Jest ona mniejsza niż przy sprawdzaniu naprężeń, gdyż pomija się współczynniki bezpieczeństwa.

### 2.8.6. Dopuszczalne smukłości pólki blach fałdowych

W publikacjach [16, 72, 83] podano maksymalne smukłości ściskanych pólki przekroju. Maksymalne, dopuszczalne smukłości dla rozważanego typu przekroju wynoszą  $b/g = 500$ . W normie [85] uzależniono ograniczenie smukłości od granicy plastyczności i dla  $R_e = 450+240$  MPa smukłość maksymalna waha się w granicach  $120+250$ .

Ograniczenie smukłości ma zapobiegać powstawaniu nadmiernych odkształceń w stanie nadkrytycznym.

### 2.8.7. Wpływ gięcia na zimno na własności mechaniczne materiału

Odształcenie stali na zimno przez rozciągnięcie lub zagięcie zmienia własności mechaniczne w strefie odształczonej, powodując zgmiot materiału, tj. podwyższając granicę plastyczności  $R_e$  i w mniejszym stopniu wytrzymałość doraźną  $R_m$ . Zjawisko to występuje w wypadku formowania profilu z blach na zimno. Przy profilowaniu kształtowników na giętarkach rolkowych, największy efekt zgmiotu uzyskuje się w narożach. Wzmocnieniu ulega również materiał ścianek w wyniku ciśnienia wywieranego przez rolki. Zjawiska te są dokładnie opisane w publikacjach [16 i 18].

Efekt zgmiotu jest z grubsza proporcjonalny do stosunku  $R_m/R_e$  i zależy od stosunku promienia wewnętrznego  $r$  do grubości blachy  $g$ .

Na podstawie wyników badań doświadczalnych ponad 100 naroży, wykonanych z blach o różnej grubości i różnych gatunków, zaproponowano zależność określającą  $R_{en}$  - wytrzymałość charakterystyczną naroży profilu

$$R_{en} = B_c R_e \left( \frac{r}{g} \right)^{-k}, \quad (2.47)$$

gdzie:

$$B_c = 3,69 \frac{R_m}{R_e} - 0,819 \left( \frac{R_m}{R_e} \right)^2 - 1,79, \quad (2.48)$$

$$k = 0,192 \frac{R_m}{R_e} - 0,068. \quad (2.49)$$

Wzory te proponuje się w wytycznych [16] stosować wówczas, gdy spełnione są warunki:  $R_m/R_e > 1,2$ ;  $r/g < 7$ , a kąt zagięcia sąsiednich

elementów nie przekracza  $120^\circ$ . Wytrzymałość obliczeniową kształtowników rozciąganych  $R_{\text{prof}}$ , ze wzmocnionym materiałem naroży  $R_n$ , w ujęciu wytycznych [16] oblicza się ze wzoru:

$$R_{\text{prof}} = R_n \frac{F_n}{F} + \left(1 - \frac{F_n}{F}\right) R_p, \quad (2.50)$$

w którym:

$F$  i  $F_n$  - pola przekroju profilu i naroża.

Wytrzymałość obliczeniową kształtowników ściskanych, ulegających wyboczeniu miejscowemu, oblicza się na podstawie wytrzymałości obliczeniowej płaskich elementów kształtownika. W takim wypadku wyciężenia nie uwzględnia się wyższej granicy plastyczności naroży.

Na podstawie uzyskanych wyników badań można stwierdzić, że o nośności przekroju w stanie granicznym decydują wyokrąglone naroża. W modelu matematycznym nośności półek ściskanych blach fałdowych należy uwzględnić zmienność parametrów wytrzymałościowych na szerokości półek profilu.

#### 2.8.8. Analiza porównawcza

Do analizy różnic uzyskiwanych według poszczególnych wzorów określających szerokość współpracującą, za miarę nośności elementu przyjęto zależność:

$$\sigma_{\text{śr}}^b = \sigma_{\text{max}}^b \left(\sigma_{\text{max}}, \frac{b}{g}\right), \quad (2.51)$$

w której:

$\sigma_{\text{śr}}^b = S/gb$  - średnie naprężenie powstające pod obciążeniem  $S$  w stanie nadkrytycznym, w założeniu nieodkształcalności półki.

We wzorze (2.51) zawarta jest informacja o smukłości elementu,  $\sigma$  - natężeniu na krawędzi  $\sigma_{\text{max}}$  i o redukcji szerokości współpracującej.

Po przekształceniu zależności (2.51) do postaci:

$$\epsilon_{\text{śr}}^b = \frac{b_w}{b} \frac{\sigma_{\text{max}}}{E}, \quad (2.52)$$

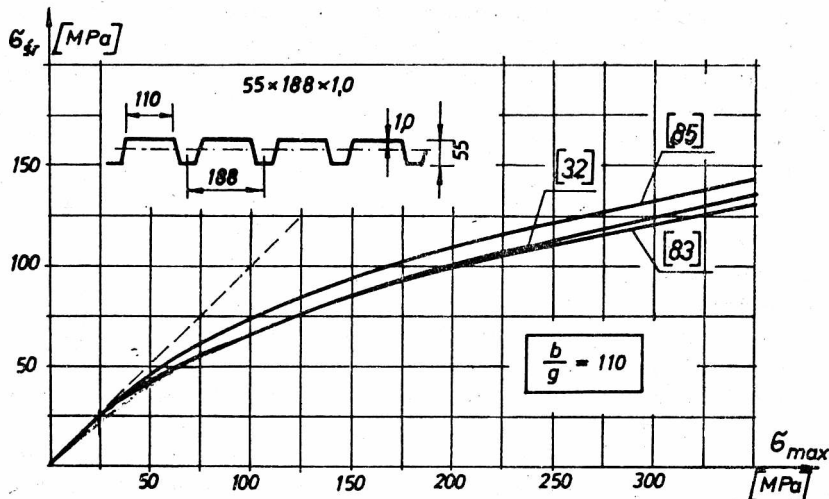
otrzymujemy zależność  $\sigma - \epsilon$  dla elementu pracującego w stanie nadkrytycznym. Wynika stąd zależność:

$$E_1 = E \left(\sigma_{\text{max}}, \frac{b}{g}\right), \quad (2.53)$$

określająca zmienny, zastępczy moduł sprężystości półki ściskanej, pracującej w stanie nadkrytycznym.

Pokazane na rysunku 2.25 wykresy  $\sigma_{\text{śr}}^b$  w funkcji naprężeń maksymalnych na krawędzi półki ściskanej obliczono wg normy DDR (2.36), wytycznych AISI (2.34) oraz wytycznych ECCS dla blach fałdowych (2.40) dla smukłości  $b/g = 110$ . Z analizy wynika, że różnice  $\sigma_{\text{śr}}^b$  sięgają 10%.

Wyniki analiz metod obliczania elementów według koncepcji szerokości współpracującej, mimo stosowania różnych wzorów, są bardzo zbliżone. Różnice dla rozważanych blach fałdowych są mniejsze od 2%, mimo iż różnice  $\sigma_{sr}$  sięgały 10%. Jest to spowodowane tym, że oddalona od osi obojętnej półka przenosi tylko część momentu zginającego i tylko tej części dotyczą różnice między poszczególnymi wynikami.



Rys. 2.25. Zależność  $\sigma_{sr}/\sigma_{max}$  dla półki o smukłości  $b/g = 110$   
 Fig. 2.25. Relationship  $\sigma_{sr}/\sigma_{max}$  for the flange with the slenderness  $b/g = 110$

Proponowana przez Murzewskiego koncepcja obliczania nośności nadkrytycznej odbiega od dotychczas stosowanych. Wymaga ona jednak sprawdzenia doświadczalnego, gdyż możliwe są do przyjęcia różne rozkłady naprężeń w przekroju.

## 2.9. Podsumowanie stanu wiedzy i wytypowanie zagadnień do rozwiązania

Powszechnie stosowane obliczanie ściskanych elementów konstrukcji cienkościennych jest oparte na idei szerokości współpracującej, uwzględniającej zapasy nośności nadkrytycznej. Zarówno w normach i wytycznych krajowych, jak i zagranicznych, odpowiednie wzory oparte są na formule Wintera (2.31). Obliczanie nośności elementu w takim ujęciu dopuszcza jedynie sprężystą pracę konstrukcji.



W publikacjach [16,31,69,72,78,83] dopusza się możliwość utraty stateczności i pracy nadkrytycznej w ściskanych półkach. Nie dopuszcza się natomiast utraty stateczności śródników. Wyjątkiem są wytyczne [32 i 15], które w szczególnym wypadku blach fałdowych pozwalają na jednoczesną pracę w stanie nadkrytycznym półek i śródników.

Zaproponowana w publikacji [66] koncepcja redystrybucji naprężeń w przekroju cienkościennym dopuszcza plastyczną pracę elementów. Brak jest jednak obecnie danych do przyjęcia kształtu rozkładu naprężeń w przekroju oraz sposobu wyznaczania współczynników niestateczności półek, naroża, środnika przekroju kapeluszonego.

W półempirycznej formule Wintera nie mają swego odzwierciedlenia takie problemy, jak wpływ:

- a) zmiany parametrów wytrzymałościowych na szerokości półki (przyjmuje się  $R_e = \text{const}$ ),
- b) wyokrąglenia naroża na zamocowanie półki w środniku,
- c) wzmocnienia materiału naroży na nośność blachy fałdowej,
- d) wstępnych imperfekcji półek ściskanych oraz osi na nośność blach fałdowych.

W modelu matematycznym pracy blachy fałdowej powinny być uwzględnione następujące problemy:

W równaniu różniczkowym, opisującym pracę półki ściskanej, należy uwzględnić: losowy charakter nośności, imperfekcje geometryczne półki, wpływ sił masowych, zmianę rozkładu naprężeń oraz sztywności płytowej w trakcie obciążenia, zmianę parametrów wytrzymałościowych na szerokości półki profilu, wpływ wyokrąglenia na sprężystość zamocowania oraz wzmocnienie materiału naroży. Równanie to ma następującą postać:

$$D\nabla^4 w_1 = N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - X \frac{\partial w}{\partial x} - Y \frac{\partial w}{\partial y} + q(x,y), \quad (2.54)$$

gdzie:

- $w_1 = w_1(\omega)$  - losowe ugięcie półki,
- $w_0 = w_0(\omega)$  - losowe, wstępne wygięcie półki,
- $w = w_1 + w_0 = w(\omega, x, y)$ ,
- $N_x = N_x(\omega, x, y)$  - losowe obciążenie ściskające  $N_x$ ,
- $N_y = N_y(\omega, x, y)$  - losowe obciążenie ściskające  $N_y$ ,
- $N_{xy} = N_{xy}(\omega, x, y)$  - losowe obciążenie ścinające  $N_{xy}$ ,
- $X = X(\omega, x, y)$  - losowe siły masowe  $X$ ,
- $Y = Y(\omega, x, y)$  - losowe siły masowe  $Y$ ,
- $g = g(\omega, x, y)$  - losowa grubość półki,
- $\nabla^4$  wg (2.25), zaś  $D$  wg (2.24).

Wpływ wyokrąglenia oraz wzmocnienia materiału naroży można uwzględnić przez odpowiednio dobrane warunki brzegowe.

W równaniu różniczkowym opisującym pracę blachy fałdowej jako pręta należy uwzględnić: losowy charakter nośności, imperfekcje geometryczne osi pręta, zmianę sztywności giętej i zmianę położenia osi obojętnej w procesie obciążenia. Równanie różniczkowe osi odkształconej jednocześnie zgiętej i ściskanej fałdy, jako pręta ma postać:

$$EJ \frac{d^4 y_1}{dx^4} + S \frac{d^2 y}{dx^2} = q(x), \quad (2.55)$$

$y_1 = y_1(\omega, x)$  - losowe ugięcie pręta,

$y_0 = y_0(\omega, x)$  - losowe, wstępne wygięcie pręta lub mimośrodowo obciążenia

$y = y_1 + y_0 = y(\omega, x)$ ,

$EJ = EJ(\omega, S, x)$  - losowa zmienna sztywność pręta.

Zmiana sztywności pręta wynika nie tylko ze zmiennej szerokości współpracującej  $b_w = b_w(S)$ , lecz również ze zmiany kształtu przekroju na skutek lokalnej utraty stateczności.

Dotychczas nie rozwiązano zagadnienia stateczności ogólnej pręta lokalnie wybozonego.

Dodatkowych analiz i uściśleń wymaga matematyczny model powstawania przegubu plastycznego w blasze fałdowej, w postaci załomu [60].

Załom w przekroju cienkościennym różni się od konwencjonalnych przegubów plastycznych.

O powstaniu załomu decyduje nośność (stateczność) wyokrąglonych naroży. Nie ma to odzwierciedlenia w dotychczas stosowanych metodach wymiarowania.

W razie wykorzystania rezerwy plastycznej w wymiarowaniu konstrukcji cienkościennych, dodatkowym zadaniem jest oszacowanie bezpieczeństwa takiego ustroju.

Na podstawie analiz dotychczas stosowanych metod można stwierdzić, że istnieje potrzeba opracowania spójnej metody obliczania sprężystej i sprężysto-plastycznej pracy ściskanych blach fałdowych.

Zagadnienia powyższe można rozwiązywać na podstawie równań (2.54) i (2.55) lub metodą elementów skończonych.

### 3. BADANIA DOŚWIADCZALNE ŚCISKANYCH OSIOWO, ŚCISKANYCH MIMOŚRODOWO I ZGINANYCH PŁYT FAŁDOWYCH

#### 3.1. Wstęp

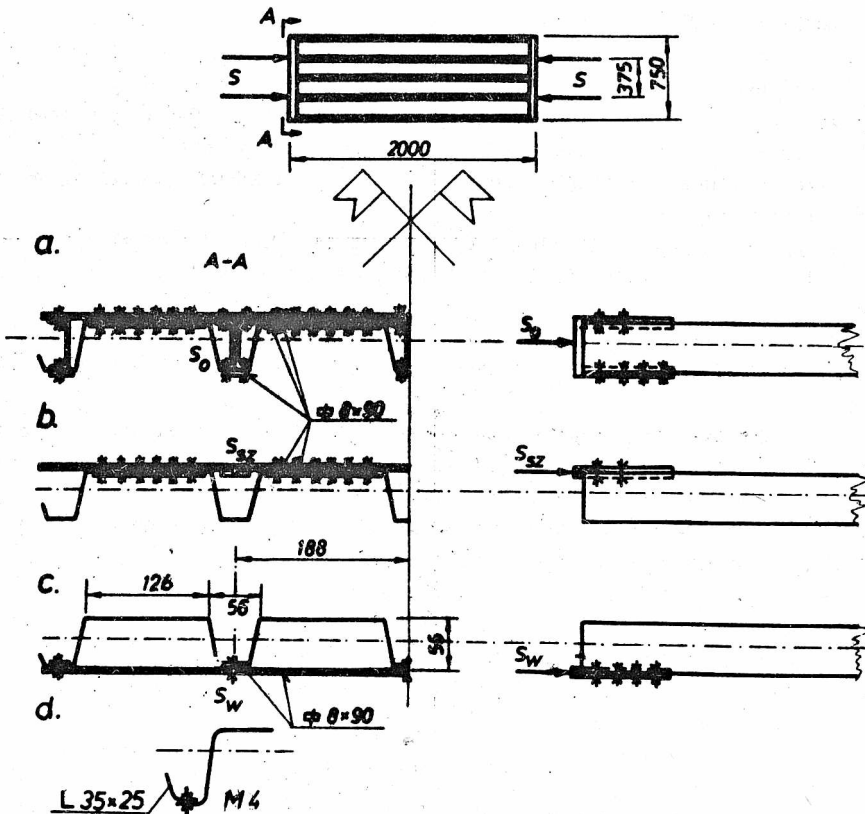
Zasadniczym celem badań doświadczalnych ściskanych płyt fałdowych było: poznanie pracy tak obciążonych dźwigarów, zbadanie kinematycznie dopuszczalnych mechanizmów zniszczenia, wyznaczenie obciążeń granicznych ściskanych osiowo i mimośrodowo płyt, weryfikacja istniejących rozwiązań

teoretycznych. Obserwacje zebrane w trakcie eksperymentów oraz wyniki ilościowe stanowiły podstawę do budowy modelu matematycznego, opisującego pracę ściskanych blach fałdowych.

Badania wykonano na modelach w skali naturalnej. Badano modele ściskane osiowo oraz modele obciążone mimośrodowo siłą przyłożoną do półki szerszej lub półki węższej blachy falistej. Przebadano po 5 modeli każdej grubości i dla każdego schematu statycznego obciążenia. W sumie przebadano 30 modeli na ściskanie. Dodatkowo wykonano badania 10 modeli na zginanie.

### 3.2. Opis modeli badawczych

Do budowy modeli użyto blachy fałdowe ocynkowane o symbolu T55 x 188 x 750. Wysokość fałd blach wynosiła  $h = 55$  mm, grubość zaś 0,75 i 1,00 mm. Długość modeli wynosiła 2000 mm, szerokość 750 mm.



Rys. 3.1. Schematy modeli badawczych  
Fig. 3.1. Schemes of the test-models

Badania doświadczalne wykonano dla trzech schematów obciążeń ściskających każdej grubości blach fałdowych, a to: ściskanie osiowe, ściskanie mimośrodowe przyłożone do półki szerszej, ściskanie mimośrodowe przyłożone do półki węższej. Przebadano 30 modeli: po 5 blach fałdowych dla każdego schematu obciążenia i każdej grubości. Wszystkie modele miały identyczne rozwiązania konstrukcyjne.

W celu wyeliminowania miejscowego zniszczenia blach w punktach przyłożenia obciążeń ściskających, modele wyposażono w płaskowniki i elementy pośredniczące, przykręcane śrubami do blach, w sposób pokazany na rys. 3.1. Na rysunku 3.1a pokazano rozwiązanie konstrukcyjne modeli ściskanych osiowo, natomiast na rys. 3.1b i 3.1c modeli ściskanych mimośrodowo, obciążeniem przyłożonym do półki szerszej i półki węższej. Przekazywanie obciążenia na model odbywało się za pośrednictwem stalowej kulki, co zapewniało realizację przegubu. Modele ściskane mimośrodowo, obciążeniem przyłożonym do półki węższej, wyposażono dodatkowo w kątownik (wykonany z blach jak badany model), który użyto w celu zachowania symetrii ustroju (rysunek 3.1d).

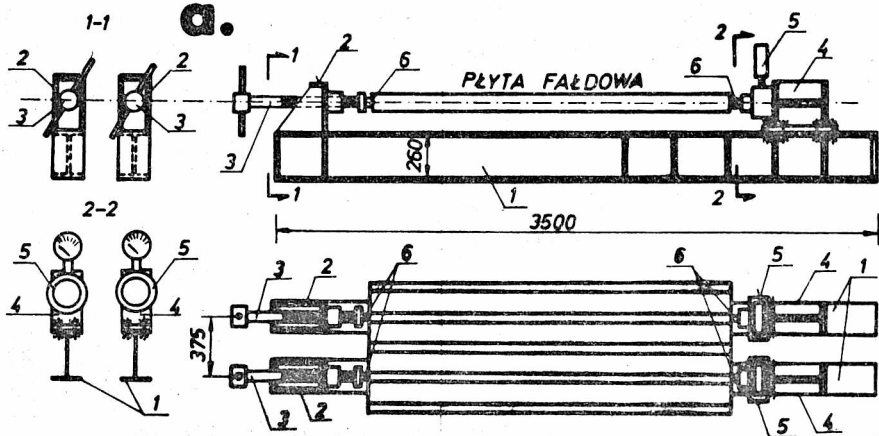
Oprócz badań na ściskanie, wykonano badanie zginania blach jako belek jednoprzęsłowych obciążonych siłą skupioną w środku rozpiętości (po 5 blach każdej grubości).

### 3.3. Opis stanowiska badawczego i urządzeń pomiarowych

Stanowisko badawcze do ściskania blach fałdowych, pokazane na rysunku 3.2, składało się z dwóch belek dwuteowych 1, z I260 wyposażonych w kozły oporowe stałe 2 ze śrubą 3 oraz kozły oporowe ruchome 4. Śrubę 3 dano o gwincie trapezowym  $\phi 42$ . Na kozłach oporowych ruchomych 4 zamocowano siłomierze 5 o udźwigu 50 kN lub 100 kN każdy. Zastosowano siłomierze hydrauliczne HKD prod. NRD. Modele badawcze z blach fałdowych ustawiono pomiędzy kozłem oporowym stałym i ruchomym, wyposażając je dodatkowo w stalowe kulki realizujące przeguby 6. Realizację obciążeń ściskających uzyskiwano dokonując jednocześnie kręcenia śrubami 3.

W trakcie badań mierzono przemieszczenia pionowe i poziome płyty, a także odkształcenia. Rozmieszczenie punktów pomiarowych przemieszczeń i odkształceń pokazano na rysunku 3.3.

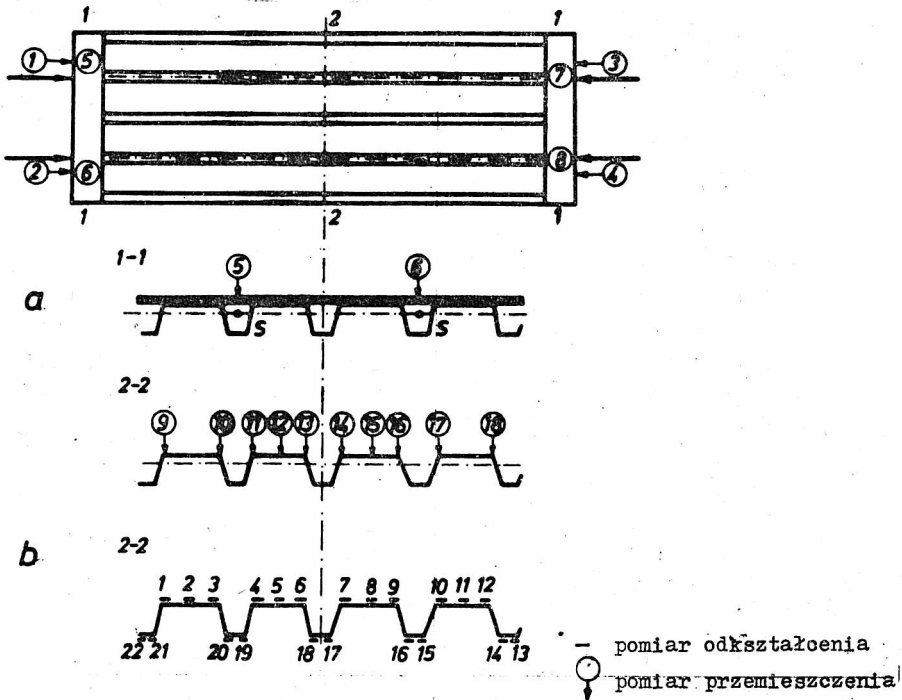
Przemieszczenia pionowe mierzono w środku rozpiętości płyt fałdowych w 10 punktach. Dodatkowo mierzono ugięcia płyt w czterech punktach przekazywania obciążeń (w celu wyeliminowania błędów pomiarów oraz wyznaczenia ugięć rzeczywistych). Oprócz przemieszczeń pionowych płyt, mierzono przemieszczenia poziome - skrócenie, w czterech punktach przekazywania obciążeń ściskających. Pomiaru przemieszczeń dokonywano czujnikami mechanicznymi (zegarowymi) o dokładności odczytu 0,01 mm.



Rys. 3.2. a - Schemat stanowiska badawczego: 1 - belka dwuteowa, 2 - koźioł oporowy stały, 3 - śruba, 4 - koźioł oporowy ruchomy, 5 - siłomierz, 6 - przeguby; b - widok stanowiska badawczego

Fig. 3.2. a - Scheme of device: 1 - I beam, 2 - moveless block, 3 - screw, 4 - movable block, 5 - dynamometer, 6 - joints; b - View of the device

Odształcenia blachy fałdowej, mierzono w przekroju środkowym modeli w 22 punktach pomiarowych, przyklejając po 3 tensometry elektrooporowe do fałdy szerszej i 2 tensometry do fałdy węższej. Do pomiaru odkształceń użyto tensometry elektrooporowe RL 10/120 oraz mostki TSA 4 "Mikrotechna" prod. GSSR.



Rys. 3.3. Rozmieszczenie punktów pomiaru przemieszczeń i odkształceń  
 Fig 3.3. Arrangement of measurement points of displacements and strains

Oprócz pomiarów przemieszczeń i odkształceń modeli, w trakcie badań mierzono odległości pomiędzy liniami węzłowymi wyboczonych półek szerszych blach fałdowych oraz miejsca załamów plastycznych fałd. Pomiarów fałd dokonywano miarką stalową o dokładności odczytu 1 mm.

Widok ogólny stanowiska badawczego z zainstalowaną aparaturą pokazano na rys. 3.2b.

#### 3.4. Badania materiałowych cech mechanicznych i geometrycznych płyt fałdowych

Wykonano badania materiałowych cech mechanicznych stali blach fałdowych. W tym celu, z blach użytych do budowy modeli, losowo wycięto próbki płaskie bez główek o szerokości 20 mm po 6 szt. każdej grubości. Długość przyjęto jak dla próbek dziesięciokrotnych. Próbki wycięto w sposób nie naruszający struktury materiału, równoległego kierunku walcowania (wzdłuż kierunku fałd). Obróbkę płaszczyzn ciętych wykonano na obrabiarce do szlifowania metali z zachowaniem klasy chropowatości nie mniejszej niż 6. Po-

wierzchnie próbek pozostawiono nie obrobione. Pomiarów grubości i szerokości dokonano śrubą mikrometryczną o dokładności odczytu 0,002 mm. Na próbki naklejono obustronnie tensometry elektrooporowe RL 10/120.

Próby rozciągania wykonano na maszynie wytrzymałościowej ZDM 10/91 (prod. NRD). Ciągłą rejestrację funkcji wydłużenia próbek uzyskiwano na rejestratorze sprzęgniętym z maszyną wytrzymałościową.

T a b e l a 3.1

Charakterystyki mechaniczne stali badanych blach fałdowych

$\xi_n$	Granica plastyczności			Wytrzymałość doraźna			Moduł Younga		
	$\bar{R}_e$	$s_{Re}$	$v_{Re}$	$\bar{R}_m$	$s_{Rm}$	$v_{Rm}$	$\bar{E}$	$s_E$	$v_E$
	MPa			MPa			MPa		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0,75	337,791	7,396	0,0219	404,244	10,913	0,0267	199510	6261	0,0314
1,00	342,959	6,457	0,0188	432,330	8,359	0,0193	207055	5628	0,0272

Uzyskane wyniki badań materiałowych blach, jako wartości średnie z odpowiednimi odchyleniami standardowymi, zestawiono w tab. 3.1.

Wartości średnie  $\bar{A}$ , odchylenia standardowe (wg Gaussa)  $s_A$  oraz współczynniki zmienności  $v_A$  obliczono wg wzorów:

$$\bar{A} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n A_i, \quad (3.1)$$

$$s_A = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (A_i - \bar{A})^2, \quad (3.2)$$

$$v_A = \frac{s_A}{\bar{A}}, \quad (3.3)$$

w których:

- $A_i$  - wielkość A w i-tym pomiarze,
- n - liczba pomiarów.

W kolumnie 1. tabeli 3.1 podano grubość nominalną badanych blach fałdowych. W kolumnach 2., 3. i 4. zamieszczono średnią  $\bar{R}_e$ , odchylenie standardowe  $s_{Re}$  oraz współczynnik zmienności  $v_{Re}$  granicy plastyczności. W kolumnach 5., 6. i 7. zamieszczono średnią  $\bar{R}_m$ , odchylenie standardowe  $s_{Rm}$  oraz współczynnik zmienności  $v_{Rm}$  granicy wytrzymałości, a w kolumnach 8., 9. i 10. podano średni  $\bar{E}$ , odchylenie standardowe  $s_E$  oraz współczynnik zmienności  $v_E$  modułu sprężystości podłużnej Younga.

W celu zbadania zmienności rozkładu cech mechanicznych na szerokości blachy fałdowej, wycięto z blachy grubości 0,75 mm pas szerokości 120 mm.

Następnie pocięto go na próbki o szerokości około 7 mm (równolegle do kierunku walcowania) uzyskując około 110 próbek. Próbki poddano statystycznej próbie rozciągania. Uzyskane wyniki, w postaci wykresu granicy plastyczności, pokazano na rys. 3.4. Średnia granica plastyczności materiału uzyskana w tych badaniach wynosiła  $\bar{R}_e = 328,8$  MPa, zaś odchylenie standardowe  $s_{Re} = 16,94$  MPa.

Charakterystyki geometryczne blach fałdowych badano w następujący sposób.

Grubość blach fałdowych mierzono czujnikiem mechanicznym, o dokładności odczytu 0,01 mm. Czujnik zamocowano w jednym z ramion przyrządu w kształcie litery U. Drugie ramię przyrządu wyposażono w trzpień, jak w czujniku mechanicznym. We wstępnej fazie dokonywano pomiarów grubości blach co około 10 mm na szerokości profilu. Badania te nie wykazały istotnych zmian grubości blach w kierunku prostopadłym do fałd. Dlatego zasadnicze pomiary grubości blach dokonywano mierząc grubości półki szerszej w 3 punktach, półki węższej i środniczka zaś w 2 punktach (w jednym przekroju 38 punktów pomiarowych). Przebadano 15 blach fałdowych każdej grubości. Na podstawie analiz statystycznych-testu analizy wariancji (klasyfikacja pojedyncza) stwierdzono, że nie ma podstaw do przyjęcia hipotezy o różnej grubości średniej blach półek szerszych i węższych oraz środniczków.

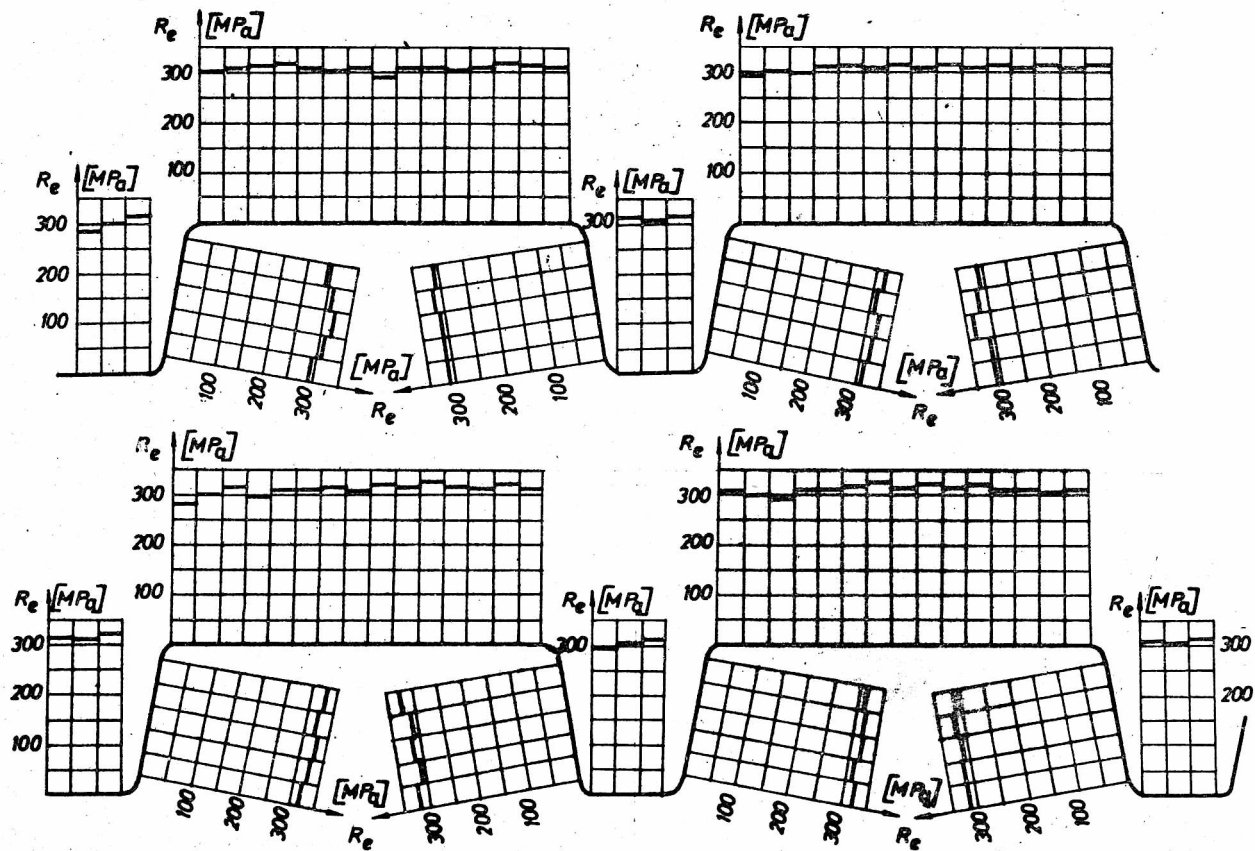
Podczas badań grubości blach fałdowych dokonywano pomiarów łącznej grubości blachy stalowej i dwóch warstw powierzchni ocynkowanych. W celu określenia grubości warstw ocynkowanych pomierzono ich grubości ultrametrem A52 "INCO", o dokładności odczytu 1  $\mu$ m. Średnia grubość jednej warstwy ocynkowanej wynosiła 24,46  $\mu$ m, zaś współczynnik zmienności 11,89%.

Oprócz badań grubości blach dokonano pomiarów geometrii profilu, tj. szerokości półek szerszych  $b$  i węższych  $a$  oraz wysokości profilu  $h$ . Pomiarów tych dokonywano przyrządem na bazie suwmiarki o dokładności odczytu 0,1 mm. Pomiarów szerokości półek dokonywano w 4 punktach, wysokości profilu zaś w 3 punktach. Przebadano 15 blach każdej grubości.

Wyniki badań cech geometrycznych profili zestawiono w tab. 3.2. W wierszu 1. zamieszczono grubość nominalną profilu  $g_n$ , średnią  $\bar{g}$ , odchylenie standardowe  $s_g$  oraz współczynnik zmienności  $v_g$  grubości blach fałdowych. Wartość średnią grubości blach fałdowych  $\bar{g}$  podano po potrąceniu dwóch powłok cynkowych o łącznej grubości 48,92  $\mu$ m. W wierszu 2. tab. 3.2 podano wysokość nominalną profilu  $h_n$ , średnią  $\bar{h}$ , odchylenie standardowe  $s_h$  i współczynnik  $v_h$  wysokości blachy fałdowej. W wierszach 3. i 4. zamieszczono szerokość nominalną półki szerszej  $b_n$  i węższej  $a_n$ , średnie  $\bar{b}$  i  $\bar{a}$ , odchylenie standardowe  $s_b$  i  $s_a$  oraz współczynniki zmienności  $v_b$  i  $v_a$  półek szerszej i węższej blach fałdowych. W wierszu 5. zamieszczono parametry rozstawu fałd  $c$ .

Wykonano badania zginania blach fałdowych użytych do budowy modeli ściskanych. Zginano blachy fałdowe jako belki jednoprzęsłowe o rozpiętoś-





Rys. 3.4. Zmienność granicy plastyczności  $R_e$  na szerokości blachy fałdowej  
 Fig. 3.4. Variability of the yield stresses  $R_e$  along the width of corrugated sheet

ci podpór 2000 mm, obciążone siłą skupioną w środku rozpiętości. Obciążenie zginające rozłożono liniowo za pośrednictwem systemu dźwigni statycznie wyznaczalnych w sposób realizujący jednakowe wyężenie każdej fałdy. Obciążenie realizowano za pośrednictwem odważników z dokładnością 5 N. Przebadano po 5 modeli każdej grubości.

T a b e l a 3.2

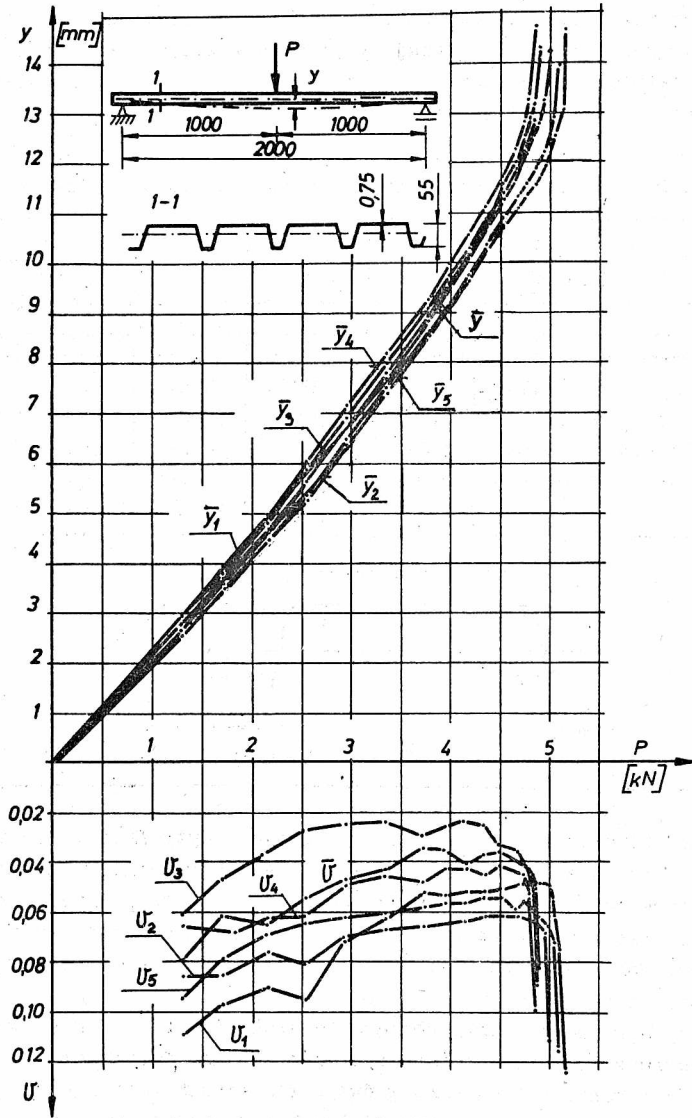
Wyniki badań cech geometrycznych badanych blach fałdowych

Lp.	$A_n$	$\varepsilon_n = 0,75 \text{ mm}$			$\varepsilon_n = 1 \text{ mm}$		
		$\bar{A}$	$s_A$	$v_A$	$\bar{A}$	$s_A$	$v_A$
		mm			mm		
1	2	3	4	5	6	7	8
1	$g$	0,719	0,0011	0,0139	0,946	0,0019	0,0193
2	$h_n = 55$	55,397	0,305	0,0056	56,053	0,3746	0,0067
3	$b_n = 126,5$	125,86	1,5755	0,0129	126,45	1,8953	0,0149
4	$a_n = 44$	42,871	0,906	0,0211	43,254	1,024	0,0237
5	$c_n = 187,5$	183,51	2,622	0,0143	184,38	2,931	0,0121

Badania zginania blach wykonano obciążając płyty fałdowe obciążeniem statycznym, narastającym monotonicznie. W trakcie badania zginania dokonywano pomiarów ugięć modeli w środku rozpiętości w 10 punktach, pomiarów przemieszczeń pionowych podpór w 4 punktach oraz przemieszczeń poziomych w 4 punktach. Ponadto dokonywano pomiarów odkształceń w 22 punktach w środku rozpiętości płyt fałdowych.

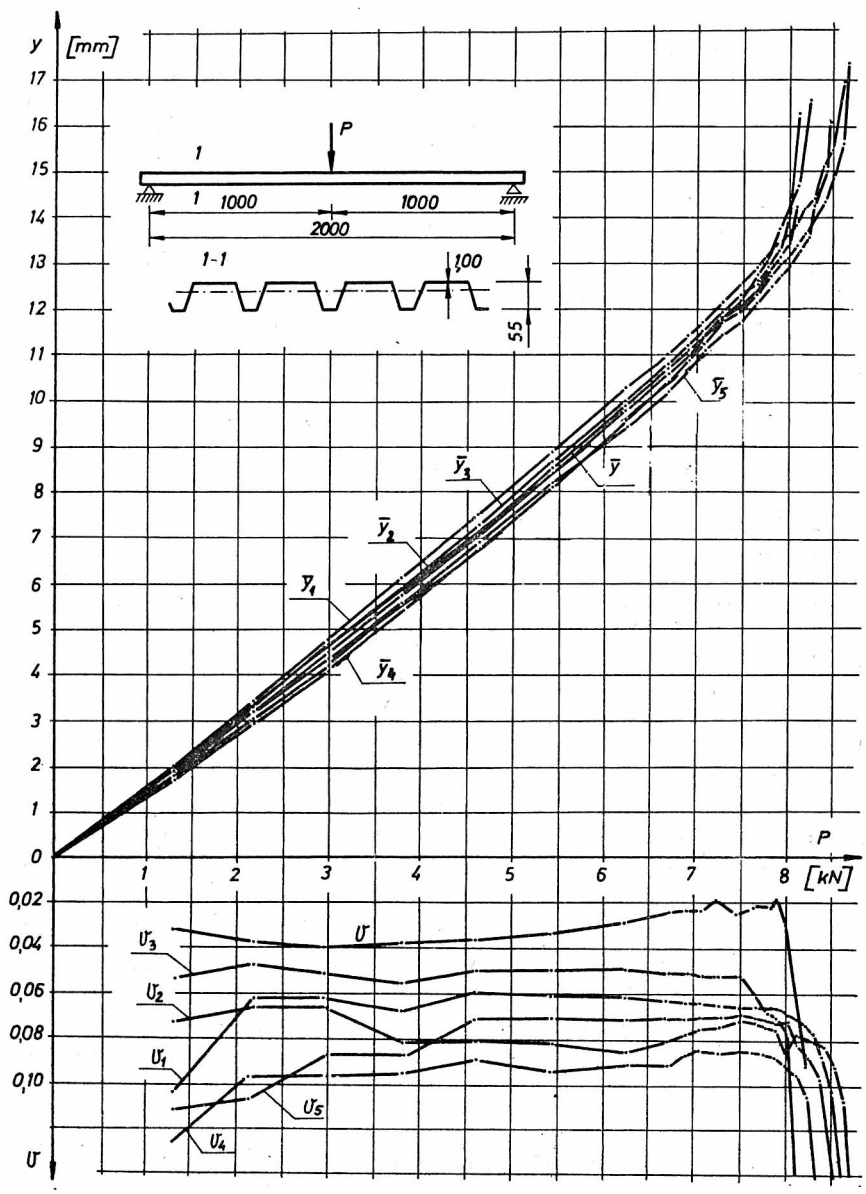
W badanych modelach, przy obciążeniu około  $0,3 P_{gr}$ , obserwowano powstawanie wybrzuszeń lokalnych szerszych półek blach fałdowych. Amplitudy wybrzuszeń, o przeciwnych znakach w dwóch sąsiednich polach, znikają po odciążeniu. Nie zanotowano wybrzuszeń lokalnych śródników.

Zniszczenie modeli polegało na powstaniu załomu plastycznego w jednej z fałd skrajnych, po czym ulegały podobnemu zniszczeniu kolejne fałdy płyty. Zjawisko miało charakter lawinowy i prowadziło do wyczerpania nośności modeli. Załomy plastyczne, w postaci lokalnego zniszczenia ściskanej półki szerszej, powstawały pod miejscem przyłożenia obciążenia. Załomy plastyczne były trwałe.



Rys. 3.5. Wykresy ugięć modeli  $\bar{y}_i$  i współczynniki zmienności ugięć  $v_i$  oraz ugięć średnich modeli  $\bar{y}$  i współczynnika  $v$  w funkcji obciążenia  $P$  blach fałdowych  $g = 0,75$  mm

Fig. 3.5. Deflections of the models folds  $\bar{y}_i$  and coefficients of variability of deflections of folds  $v_i$ , as well as average deflections  $\bar{y}$  and coefficient  $v$ , versus load  $P$ , for the corrugated sheets  $g = 0,75$  mm



Rys. 3.6. Wykresy ugięć modeli  $\bar{y}_i$  i współczynników zmienności ugięć modeli  $v_i$  oraz ugięć średnich modeli  $\bar{y}$  i współczynnika zmienności ugięć  $v$  w funkcji obciążenia zginającego  $P$ , blach fałdowych  $g = 1$  mm

Fig. 3.6. Deflections of the models folds  $\bar{y}_i$  and coefficients of variability of deflections of folds  $v_i$ , as well as average deflections  $\bar{y}$  of models and coefficient of variability of the deflections  $v$  versus the bending load  $P$ , for the corrugated sheets  $g = 1$  mm

Na rysunku 3.5 pokazano wykresy ugięć modeli  $\bar{y}_i$  oraz ugięć średnich  $\bar{y}$ , modeli wykonanych z blach fałdowych o grubości 0,75 mm, w funkcji obciążenia zginającego P.

Na rysunku 3.6 pokazano wykresy ugięć modeli  $\bar{y}_i$  oraz ugięć średnich  $\bar{y}$  modeli wykonanych z blach fałdowych o grubości 1,0 mm, w funkcji obciążenia P.

Wartości średnie  $\bar{y}_i$  ugięcia modelu obliczono jako średnie ugięcie z 8 punktów pomiarowych badanej blachy fałdowej, średnie ugięcie  $\bar{y}$  obliczono zaś jako średnie z 5 modeli danej grubości blach. Na rys. 3.5 i 3.6 naniesiono również wykresy współczynników zmienności ugięć poszczególnych fałd (mierzone ugięcia fałd w 8 punktach) modeli  $v_i$  oraz współczynnik zmienności ugięć modeli  $\bar{v}$  (z 5 modeli).

T a b e l a 3.3

Wyniki badań zginania blach fałdowych

$\varepsilon_n$	$\bar{P}_{gr}$	$s_{Pgr}$	$v_{Pgr}$	$P_{gr}^{min}$	$\bar{y}_{gr}$	$s_{ygr}$	$v_{ygr}$	$P_t$	$P_{t,n}$
mm	N	N		N	mm	mm		N	N
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0,75	5000	103,7	0,0207	4880	14,27	0,829	0,0581	6314	6768
1,00	8340	305,0	0,0365	8000	16,02	1,249	0,0751	9125	9510

Wyniki ilościowe badań zginania blach fałdowych zestawiono w tabeli 3.3. W kolumnie 1. podano grubość nominalną badanych blach. W kolumnach 2., 3. i 4. podano średnią  $\bar{P}_{gr}$  odchylenia standardowe  $s_{Pgr}$  oraz współczynniki zmienności  $v_{Pgr}$  nośności granicznej. W kolumnie 5. podano minimalną nośność graniczną  $P_{gr}^{min}$  uzyskaną w badaniach. W kolumnach 6., 7. i 8. podano średnią  $\bar{y}_{gr}$ , odchylenia standardowe  $s_{ygr}$  oraz współczynniki zmienności  $v_{ygr}$  ugięć w granicznym stanie nośności zginanych blach fałdowych. W kolumnie 9. podano nośność teoretyczną zginanych blach fałdowych wyznaczonych wg wytycznych [16], dla geometrii przekroju wg tab. 3.2 i charakterystyk materiałowych wg tab. 3.1. W kolumnie 10. tab. 3.3 podano teoretyczną nośność zginanych blach fałdowych o przekroju nominalnym, wyznaczoną wg [16].

### 3.5. Wyniki badań ściskanych blach fałdowych

#### 3.5.1. Badania płyt fałdowych ściskanych osiowo

Modele płyt fałdowych ściskanych osiowo, wykonane według schematu pokazanego na rys. 3.1a, ustawiono na stanowisku badawczym i poddawano ściskaniu. Monotonicznie narastające, statyczne obciążenie płyt realizowano przez równoczesne podkręcanie śrub ściskających (rys. 3.2).

W trakcie badań mierzono ugięcia w środku rozpiętości oraz ugięcia i skrócenie końców blachy fałdowej. Pomiaru odkształceń dokonywano w 22 punktach przekroju środkowego płyty. W początkowej fazie badań do obciążenia około  $0,5 S_{gr}$  dokonywano odczytów odkształceń i przemieszczeń co  $10 \text{ kN}$ , zaś dla obciążeń większych aż do  $S_{gr}$  co  $2 \text{ kN}$ .

Podczas badań, przy obciążeniu około  $0,3 S_{gr}$ , zanotowano powstawanie wybruszeń szerszych półek badanych modeli. Amplitudy wybruszeń dwóch sąsiednich pól były przeciwnych znaków. Dla blach fałdowych grubości  $0,75 \text{ mm}$  parametry odległości pomiędzy liniami węzłowymi wynosiły: wartość średnia  $\bar{e} = 203,17 \text{ mm}$ , odchylenie standardowe  $s_e = 31,50 \text{ mm}$ , współczynnik zmienności  $v_e = 0,1550$ , zaś dla blach fałdowych o grubości  $1,00 \text{ mm}$  uzyskano następujące parametry: wartość średnia  $\bar{e} = 196,17 \text{ mm}$ , odchylenie standardowe  $s_e = 12,912 \text{ mm}$  i współczynnik zmienności  $v_e = 0,0658$ .

W żadnym modelu nie odnotowano powstania wybruszenia lokalnego półek węższych ani środkików.

Wyboczenie lokalne półek szerszych znikają po odciążeniu.

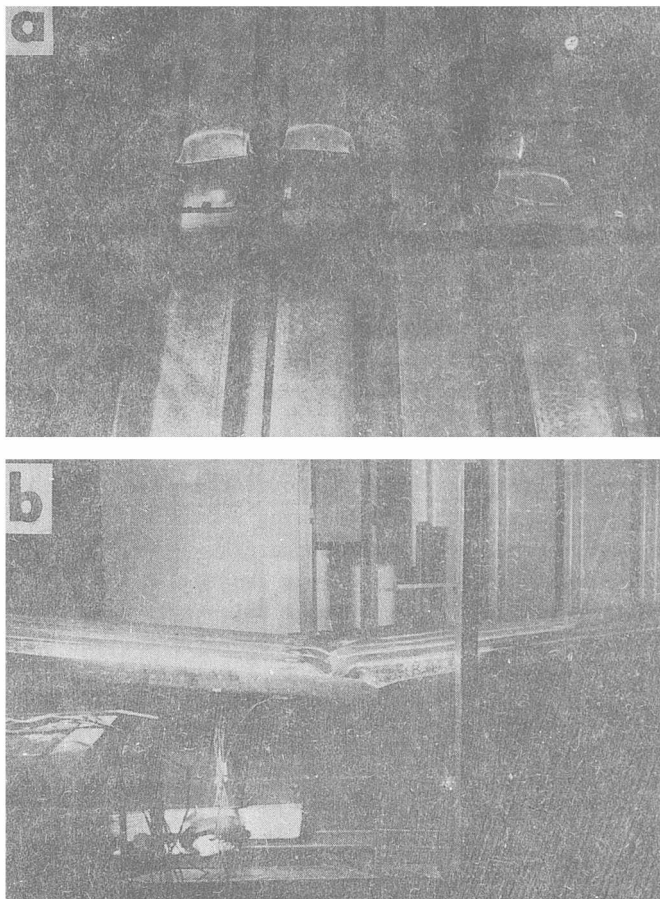
Pod wpływem obciążeń ściskających, oprócz skrócenia, odnotowywano powstawanie ugięć poszczególnych fałd badanych modeli. Ugięcia te odnotowywano od początku procesu obciążenia. W początkowej fazie badania zanotowano w niektórych modelach (szczególnie o grubości blach  $0,75 \text{ mm}$ ) ugięcia fałd o przeciwnych znakach. Współczynniki zmienności ugięć poszczególnych fałd dla obciążeń mniejszych od około  $0,4 S_{gr}$  były większe od 1.

W przedziale obciążeń od około  $0,4 S_{gr}$  ugięcia poszczególnych fałd były tego samego znaku (skierowane ku dołowi), a współczynniki zmienności malały.

Przy obciążeniach bliskich  $S_{gr}$  obserwowano nieco większy przyrost przemieszczeń (parametry przemieszczenia granicznego zamieszczono w tabeli 3.4).

Zjawisko zniszczenia płyty fałdowej przebiegało w sposób następujący. Obserwowano zazwyczaj nagłe losowe zniszczenie lokalne, w postaci załomu plastycznego szerszej półki jednej fałdy. Usytuowanie załomu plastycznego było losowe na długości fałdy (nie zanotowano powstania załomu w środku rozpiętości fałdy). Zniszczeniu uległa bądź fałda skrajna, bądź środkowa. Zjawisku towarzyszył efekt dźwiękowy. Załamaniu półki szerszej fałdy towarzyszyło zniszczenie przyległych środkików. Nie odnotowano zniszczenia półki węższej. Załom plastyczny był trwały. Inne fałdy pozostawały nadal nie zniszczone. Następował jedynie przyrost ugięć pozostałych, nie zniszczonych fałd. Zjawisku zniszczenia jednej fałdy towarzyszył gwałtowny spadek siły ściskającej.

Próba zwiększenia obciążenia prowadziła do podobnego zniszczenia kolejnych fałd, co powodowało przemieszczenia modelu rzędu wysokości blachy fałdowej i spadku siły obciążającej. Znaki amplitud załomów plastycznych fałd oraz miejsc ich powstawania były losowe.

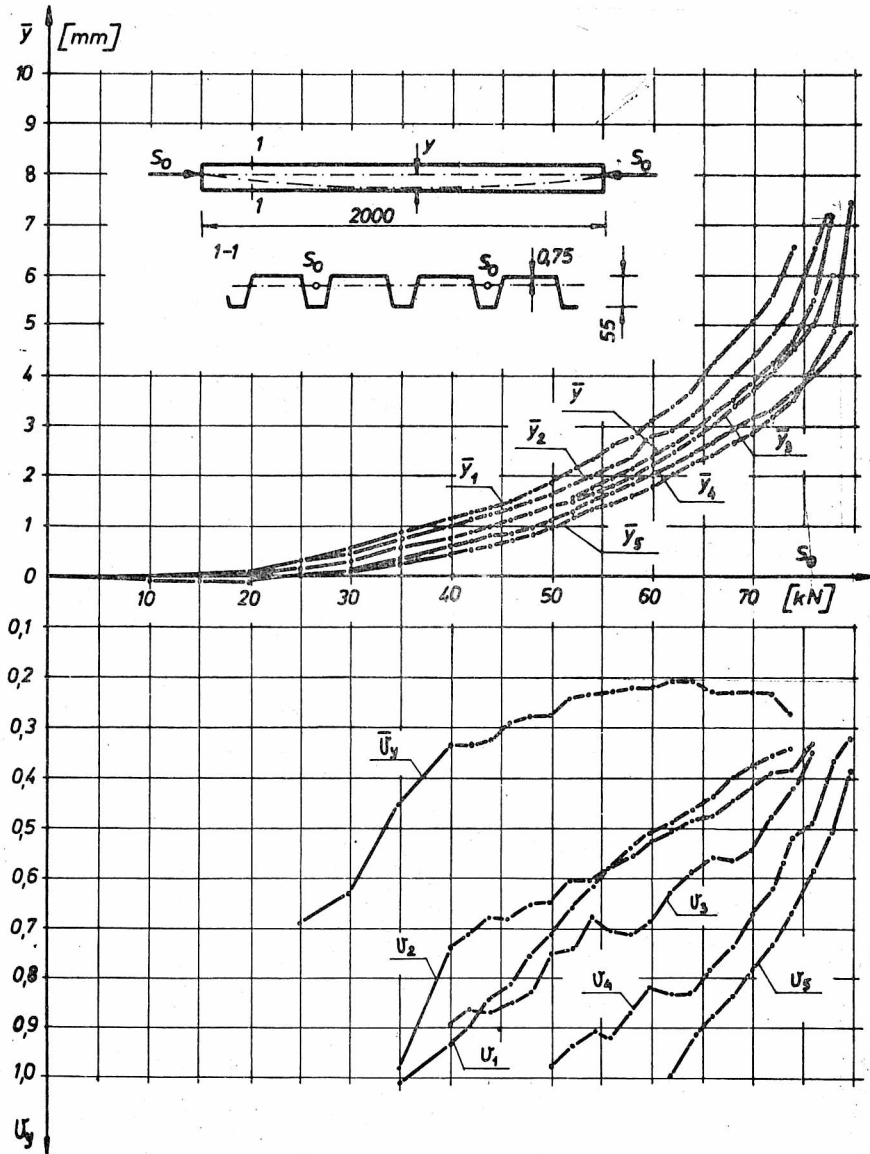


Rys. 3.7. Zniszczenie modeli obciążonych osiowo  
 Fig. 3.7. Collapse of the model loaded axially

Dla trzech modeli zanotowano nieco odmienny przebieg zniszczenia. W dwóch modelach zaobserwowano jednoczesne zniszczenie dwóch sąsiednich fałd w początkowej fazie niszczenia, w jednym zaś modelu jednoczesne zniszczenie czterech fałd.

Załam plastyczny modelu składa się z 4 zniszczonych fałd płyty. Załamki poszczególnych fałd, wchodzące w skład załomu modelu (płyty), były usytuowane losowo na długości płyty.

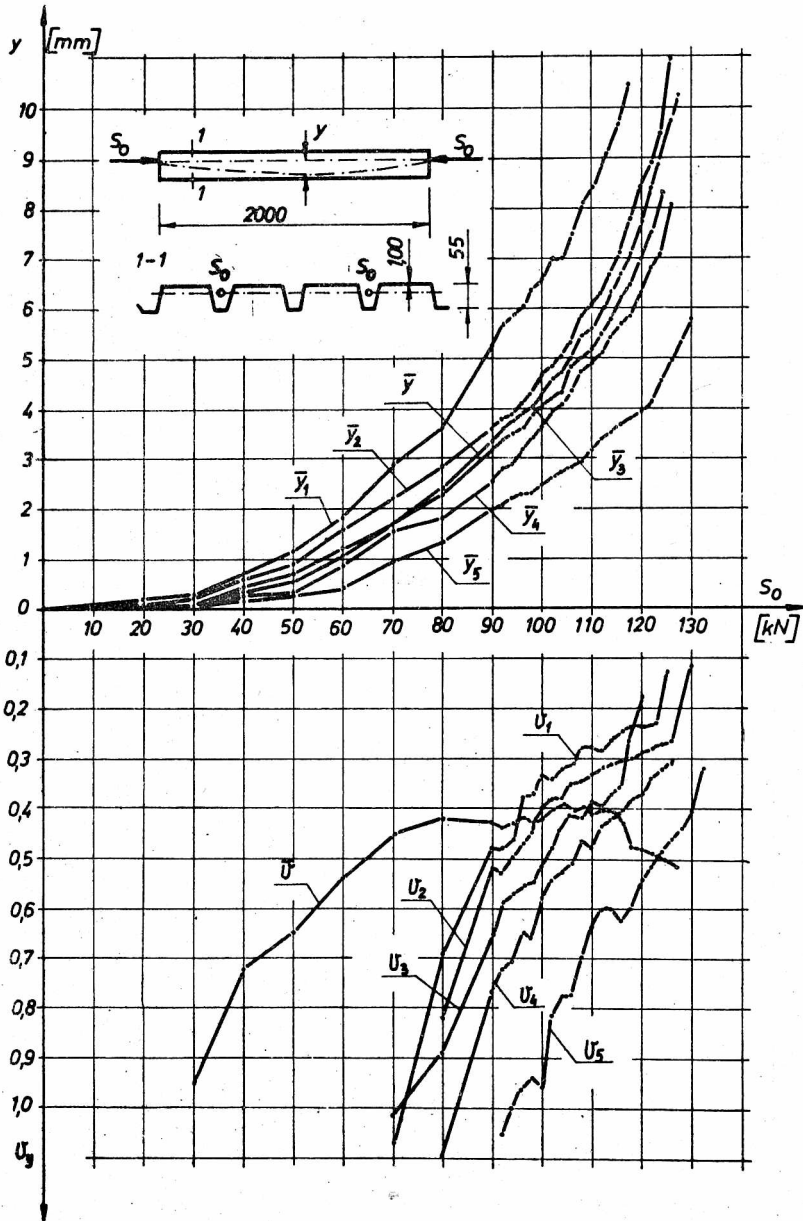
Na rysunku 3.7 pokazano zniszczenie modeli ściskanych osiowo.



Rys. 3.8. Wykresy ugięć modeli  $\bar{y}_i$  i ugięć średnich  $\bar{y}$  oraz współczynników zmienności ugięć  $v_i$  i współczynnika zmienności ugięć  $v$  w funkcji osiowego obciążenia ściskającego  $S_0$ , blach fałdowych  $g = 0,75$  mm

Fig. 3.8. Deflections of the models folds  $\bar{y}_i$  and average deflections  $\bar{y}$ , as well as coefficients of variability of deflections of folds  $v_i$ , and coefficients of variability of deflections of models  $\bar{v}$  versus axial compressive load  $S_0$  for corrugated sheets  $g = 0,75$  mm





Rys. 3.9. Wykresy ugięć modeli  $\bar{y}_i$  i ugięć średnich  $\bar{y}$  oraz współczynników zmienności ugięć  $v_i$  i współczynników zmienności ugięć modeli  $v$  w funkcji osiowego obciążenia ściskającego  $S_0$ , blach fałdowych  $g = 1$  mm

Fig. 3.9. Deflections of the models folds  $\bar{y}_i$  and average deflections  $\bar{y}$ , as well as coefficients of variability of deflections of folds  $v_i$ , and coefficients of variability of models' deflections  $v$  versus axial compressive load  $S_0$ , for corrugated sheets  $g = 1$  mm

Na rysunku 3.8 pokazano wykresy ugięć modeli  $\bar{y}_i$  oraz współczynnika zmienności ugięć  $v_i$  modeli z blachy fałdowej grubości 0,75 mm w funkcji obciążenia  $S_0$ . Ugięcia modeli  $\bar{y}_i$  obliczono jako średnie ugięcie fałd modelu (średnie z 8 punktów pomiarowych). Ponadto na rys. 3.8 pokazano wykres średnich (z 5 modeli) ugięć  $\bar{y}$  oraz współczynnik zmienności ugięć badanych modeli  $v$ .

Na rysunku 3.9 pokazano wykresy ugięć modeli  $\bar{y}_i$  modeli oraz współczynnik zmienności ugięć fałd  $v_i$  modeli z blachy fałdowej grubości 1,00 mm w funkcji obciążenia  $S_0$ . Na rys. 3.9 pokazano wykres ugięć średnich  $\bar{y}$  oraz współczynnik zmienności ugięć badanych modeli  $v$ .

Z przebiegu wykresów współczynników zmienności ugięć  $v_i$  w funkcji obciążenia wynika, że wraz ze wzrostem obciążenia współczynniki zmienności maleją.

Współczynnik zmienności ugięć modeli  $v$  początkowo maleje, następnie stabilizuje się na określonym poziomie, a przy obciążeniu bliskim granicznemu wzrasta.

Wyniki ilościowe badań modeli blach fałdowych ściskanych osiowo zestawiono w tab. 3.4. W kolumnie 1. podano grubość nominalną badanych blach, w kolumnie 2. określono rodzaj obciążenia ściskającego model, a w kolumnach 3., 4. i 5. podano wartość średnią  $\bar{S}_{gr}$ , odchylenie standardowe  $s_{Sgr}$  oraz współczynnik zmienności  $v_{Sgr}$  obciążenia granicznego. W kolumnach 6., 7. i 8. podano wartości średnie  $\bar{y}_{gr}$ , odchylenia standardowe  $s_y$  oraz współczynniki zmienności  $v_y$  przemieszczeń blach fałdowych w granicznym stanie wyężenia.

### 3.5.2. Badania płyt fałdowych ściskanych mimośrodowo siłą przyłożoną do półki szerszej

Modele płyt fałdowych ściskanych mimośrodowo siłą przyłożoną do półki szerszej, wykonane wg rys. 3.1b, badano identycznie jak modele obciążone osiowo. Odczytów przyrządów pomiarowych dokonywano co 2 kN.

Już w początkowej fazie obciążenia modeli obserwowano powstawanie lokalnego wyboczenia półek szerszych. Amplitudy wybrzuszeń dwóch sąsiednich pół były przeciwnych znaków.

Nie zanotowano wybrzuszeń środkików. Wyboczenie lokalne półek szerszych zniknęło po odciążeniu.

Pod wpływem obciążeń ściskających, oprócz skracania, odnotowano ugięcia poprzeczne poszczególnych fałd modeli. Ugięcia fałd od początku obciążenia były tego samego znaku i narastały w miarę przyrostu obciążenia.

Współczynniki zmienności ugięć fałd w badanych modelach obciążanych mimośrodowo malały w miarę zwiększania obciążeń. Ich wartości były zdecydowanie mniejsze od wartości dla modeli obciążonych osiowo.

T a b e l a 3.4

Zestawienie wyników badań doświadczalnych oraz oszacowań teoretycznych wg [16] ściskanych modeli z blach fałdowych

$\varepsilon_n$	Rodzaj obciążenia	$\bar{S}_{gr}$	$s_{Sgr}$	$v_{Sgr}$	$\bar{y}_{gr}$	$s_y$	$v_y$	$S_t$	$S_{t,n}$	$\frac{\bar{S}_{gr}}{S_t}$	$\frac{s_{Sgr}}{S_{t,n}}$
		kN			mm			kN		$S_t$	$S_{t,n}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0,75	$S_o$	78,23	3,88	0,0496	7,14	1,547	0,2165	66,85	72,20	1,1702	1,0835
	$S_{sz}$	48,36	1,81	0,0375	16,09	0,487	0,0303	43,60	46,95	1,1092	1,0300
	$S_w$	49,18	1,694	0,0344	14,80	0,939	0,0695	48,03	49,98	1,0239	0,9840
1,00	$S_o$	127,00	4,480	0,0353	10,31	2,320	0,2252	98,00	107,00	1,2959	1,1869
	$S_{sz}$	81,20	1,753	0,0216	19,94	1,283	0,0643	63,50	69,30	1,2787	1,1717
	$S_w$	80,20	3,194	0,0398	20,01	1,353	0,0676	64,46	66,88	1,2442	1,1992

W całym procesie obciążania obserwowano nieliniowy przyrost przemieszczeń badanych modeli. Przy obciążeniach bliskich  $S_{gr}$  zanotowano nieco większy przyrost ugięć (parametry ugięć granicznych podano w tab. 3.4.)

Zjawisko zniszczenia polegało na nagłym, losowym zniszczeniu jednej lub dwóch sąsiednich fałd. Zniszczenie fałd, podobnie jak w modelach obciążonych osiowo, polegało na powstawaniu załomu plastycznego w postaci załamania ściskanej półki szerszej oraz przyległych środników. Załom ten był trwały. Usytuowanie załomu plastycznego szerszej półki było losowe (nie zanotowano powstawania załomu w środku rozpiętości fałdy). Zniszczeniu ulegała losowo jedna z fałd bądź losowo dwie kolejne (skrajna i środkowa lub dwie środkowe). Zjawisku towarzyszył efekt dźwiękowy. Inne fałdy pozostawały nadal nie zniszczone. Odnotowywano jedynie nagły przyrost ugięć pozostałych, nie uszkodzonych fałd oraz znaczny spadek siły ściskającej (nawet do  $0,6 S_{gr}$ ). Próba zwiększenia obciążenia prowadziła do podobnego niszczenia kolejnych fałd. Prowadziło to do przemieszczeń modelu rzędu wysokości blachy fałdowej i dalszego spadku siły ściskającej. W przekroju załomu plastycznego, który składał się z 4 zniszczonych losowo usytuowanych na długości fałd (nie zanotowano ułożenia się załomów fałd wzdłuż prostej lub w przekroju prostopadłym do krawędzi modeli) tworzył się przegub badanego modelu. Znaki amplitud wybrzuszeń w załomie plastycznym były losowe.

Na rysunku 3.10 pokazano zniszczenie modeli ściskanych mimośrodowo siłą przyłożoną do półki szerszej.

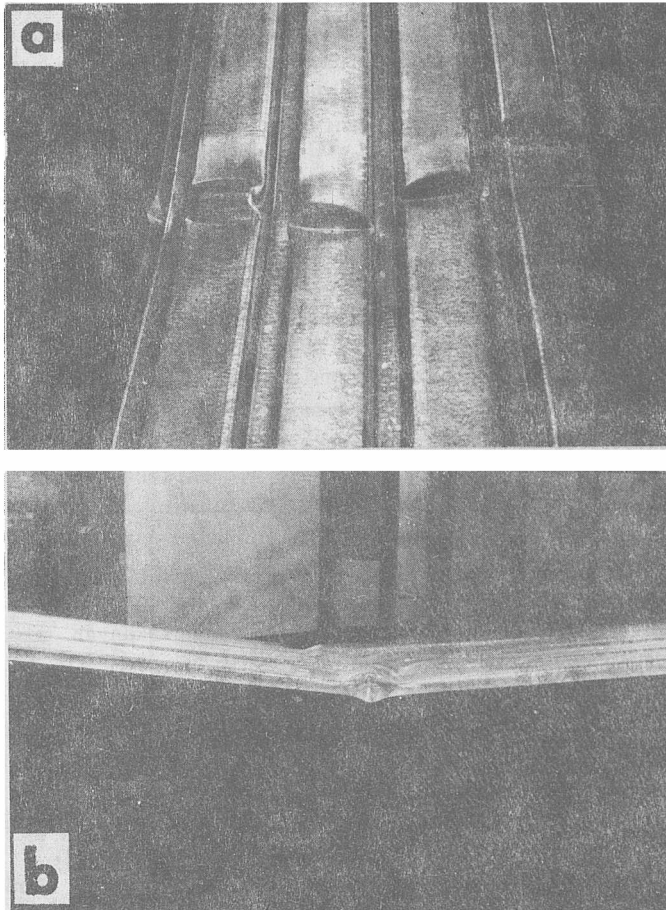
Na rysunkach 3.11 i 3.12 pokazano wykresy ugięć  $\bar{y}_i$  i ugięć średnich  $\bar{y}$  (z 5 badanych modeli) oraz współczynników zmienności ugięć modeli  $v_i$  i współczynników zmienności  $v$  w funkcji mimośrodowego obciążenia  $S_{sz}$ , przyłożonego do półki szerszej, wykonanych odpowiednio z blachy fałdowej grubości 0,75 mm i 1,00 mm. Średnie ugięcia modelu  $\bar{y}_i$  obliczono jako średnie ugięcia fałd modelu (średnia z 8 punktów pomiarowych).

Z przebiegu wykresów współczynników zmienności ugięć w funkcji obciążenia  $S_{sz}$  wynika, że ze wzrostem obciążenia współczynniki zmienności ugięć fałd maleją. Współczynnik zmienności ugięć modeli  $v$  początkowo maleje, następnie stabilizuje się na pewnym poziomie, a przy obciążeniu bliskim granicznemu wzrasta.

Wyniki ilościowe badań modeli blach fałdowych ściskanych mimośrodowo obciążeniem przyłożonym do półki szerszej  $S_{sz}$  zestawiono w tabeli 3.4 (opis kolumn podano w p. 3.5.1).

### 3.5.3. Badania płyt fałdowych ściskanych mimośrodowo siłą przyłożoną do półki węższej

Modele płyt fałdowych ściskanych mimośrodowo siłą przyłożoną do półki węższej, wykonane według rys. 3.1c, badano identycznie jak modele ob-

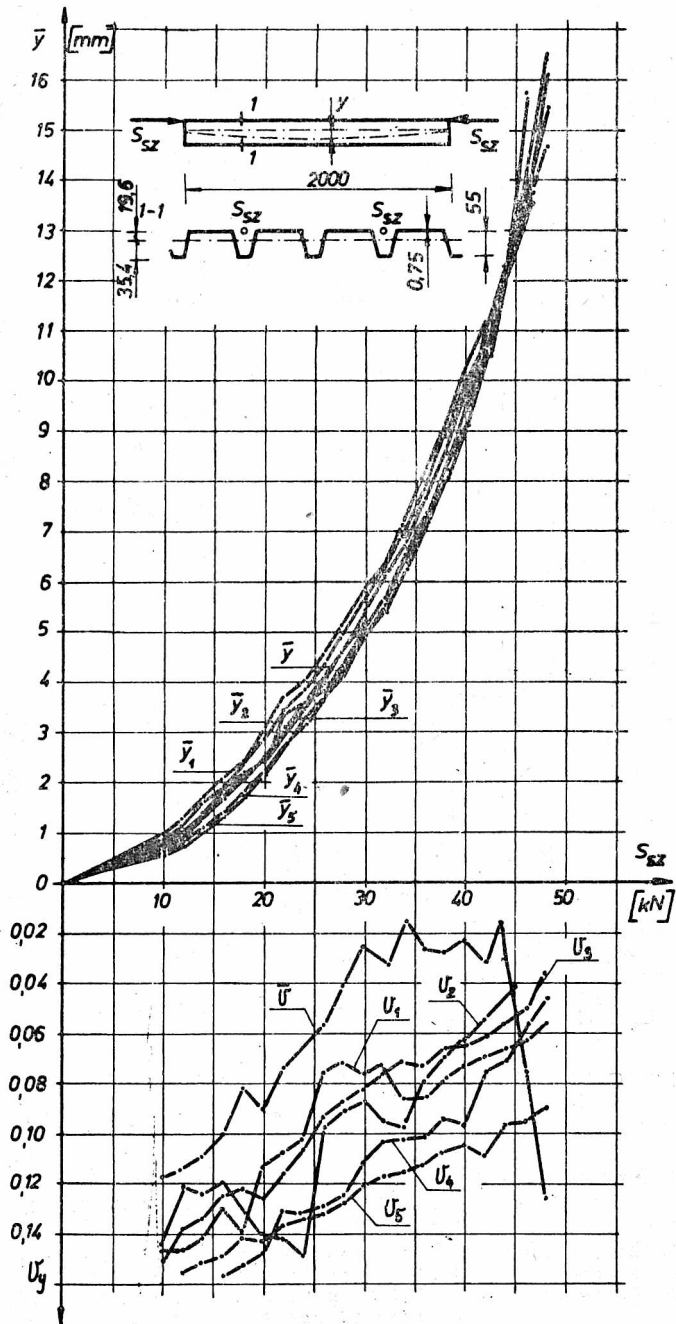


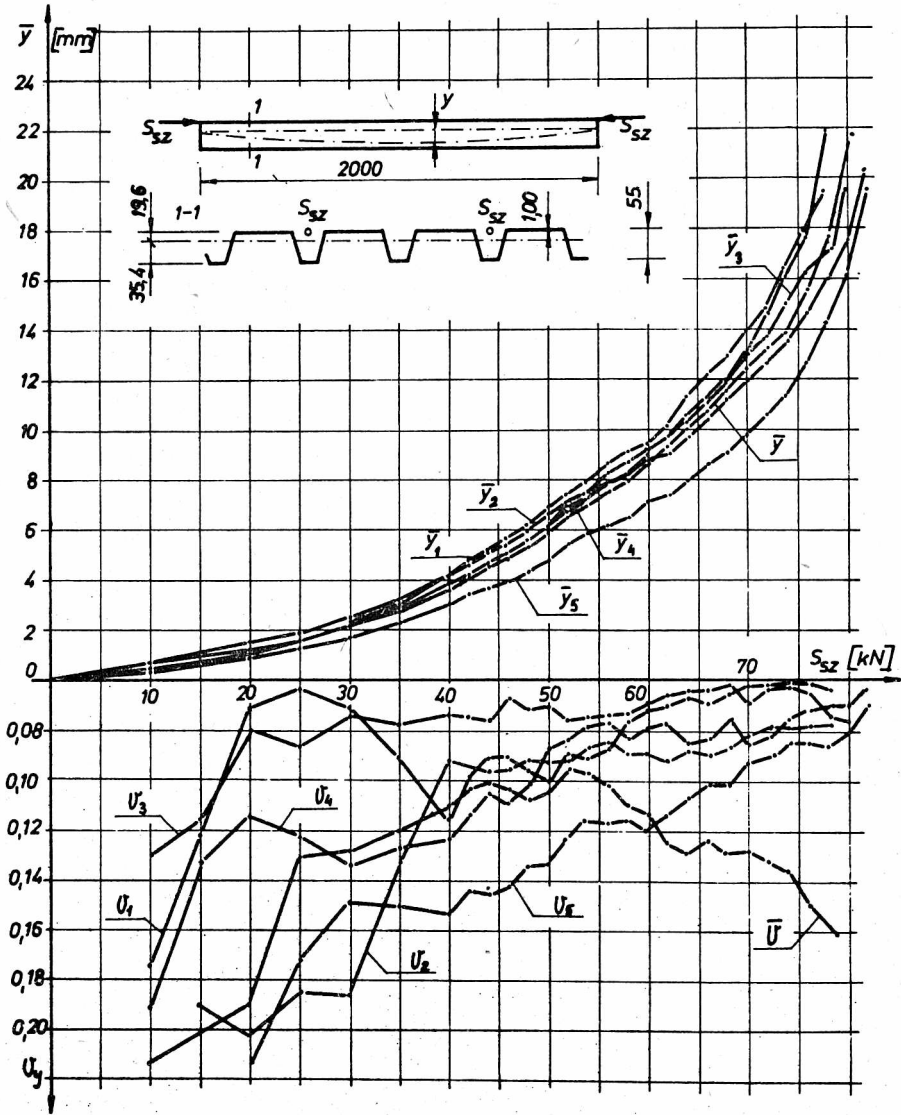
Rys. 3.10. Zniszczenie modeli obciążonych mimośrodowo siłą przyłożoną do pólki szerszej

Fig. 3.10. Collapse of the model loaded eccentrically by the force applied to the wider flange

Rys. 3.11. Wykresy ugięć modeli  $\bar{y}_i$  i ugięć średnich  $\bar{y}$  oraz współczynników zmienności ugięcia  $v$  w funkcji obciążenia mimośrodowego  $S_{sz}$ , blach fałdowych  $g = 0,75$  mm

Fig. 3.11. Deflections of the models folds  $\bar{y}_i$  and average deflections folds  $\bar{y}$ , as well as coefficients of variability of deflections of models folds  $v$  and coefficients of deflections  $v$  versus eccentric load  $S_{sz}$ , for corrugated sheets  $g = 0,75$  mm

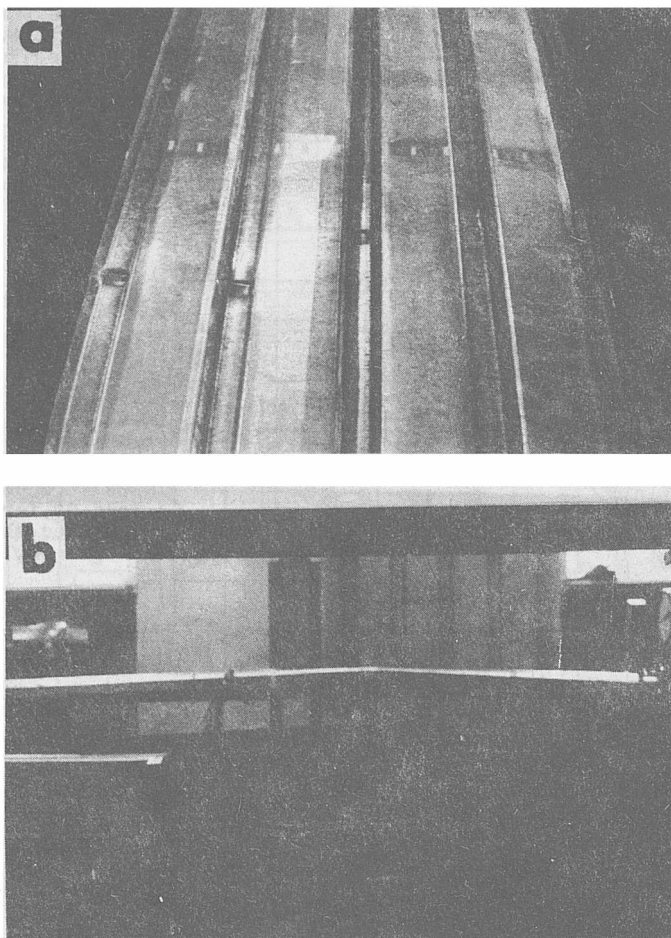




Rys. 3.12. Wykresy ugięć modeli  $\bar{y}_i$  i ugięć średnich  $\bar{y}$  oraz współczynników zmienności ugięć modeli  $v_i$  i współczynnika zmienności ugięć modeli  $v$  w funkcji obciążenia mimośrodowego  $S_{sz}$ , blach  $g = 1$  mm

Fig. 3.12. Deflections of the models folds  $\bar{y}_i$  and average deflections  $\bar{y}$ , as well as coefficients of variability of deflections of models folds  $v_i$  and coefficient of variability of models deflections  $v$  versus load  $S_{sz}$  for corrugated sheets  $g = 1$  mm

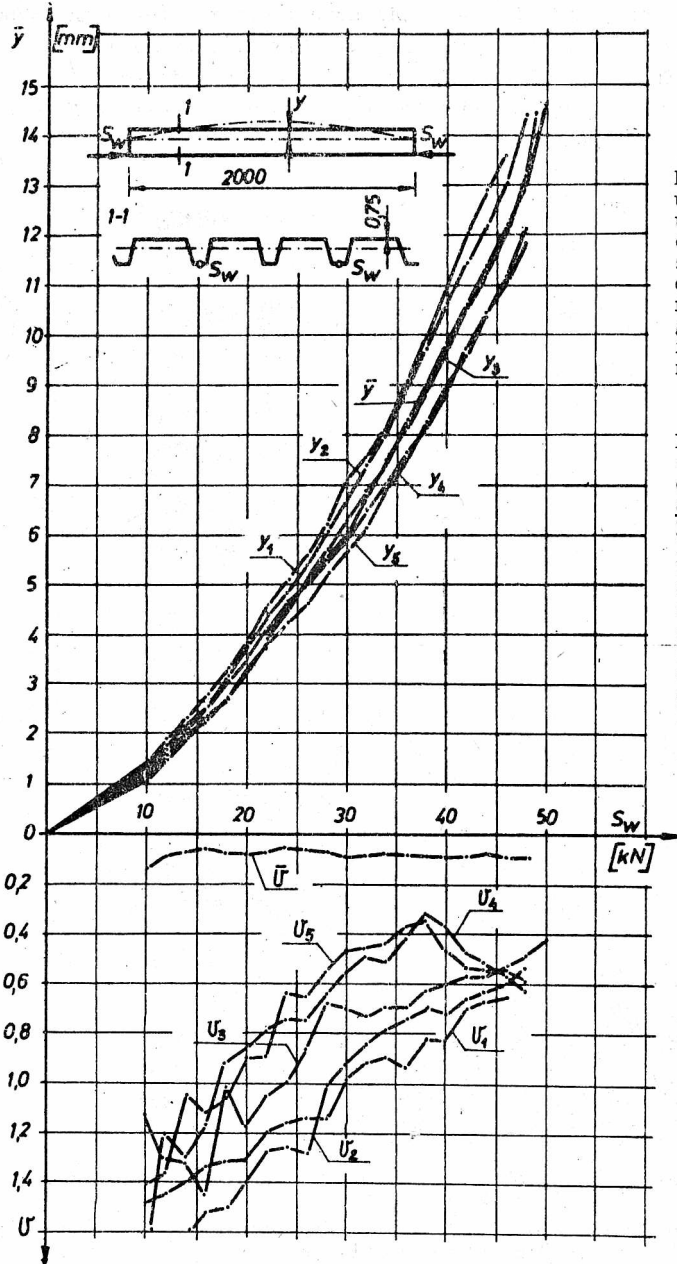
ciężone osiowo. Odczytów przyrządów pomiarowych dokonywano co 2 kN. W trakcie całego procesu badania tej serii modeli nie zaobserwowano wyboczeń lokalnych pólki szerszych, węższych i środników. Jedynie w modelach o grubości blachy fałdowej 0,75 mm przy obciążeniach mniejszych o ok. 1 kN od obciążenia granicznego zauważono lokalne wyboczenie pólki węższej. W miejscach tych później powstawały załomy plastyczne.



Rys. 3.13. Zniszczenie modeli obciążonych mimośrodkowo siłą przyłożoną do pólki węższej

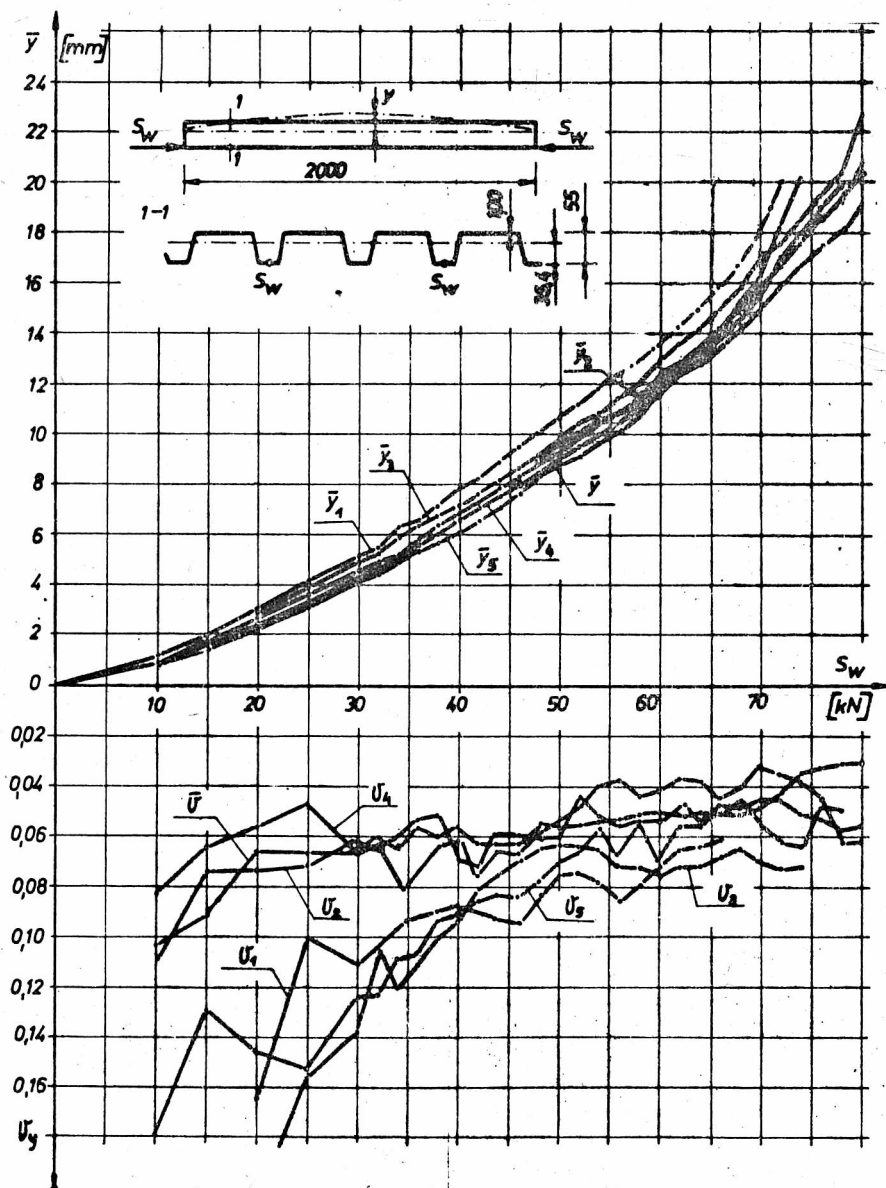
Fig. 3.13. Collapse of the model loaded eccentrically by the force applied to the narrower flange





Rys. 3.14. Wykresy ugięć modeli  $y_i$  i ugięć średnich  $\bar{y}$  oraz współczynnika zmienności ugięć modeli  $v_i$  i współczynnika zmienności ugięć modeli  $v$  w funkcji obciążenia mimośrodkowego  $S_w$ , blach fałdowych  $g = 0,75$  mm

Fig. 3.14. Deflections of the models folds  $y_i$  and averaged deflections  $\bar{y}$ , as well as coefficient of variability of deflections of models folds  $v_i$  and coefficient of variability of models deflections  $v$  versus eccentric load  $S_w$ , for corrugated sheets  $g = 0,75$  mm



Rys. 3.15. Wykresy ugięć modeli  $\bar{y}_i$  i ugięć średnich  $\bar{y}$  oraz współczynnika zmienności ugięć fałd modeli  $v_i$  i współczynnika zmienności ugięć modeli  $v$  w funkcji obciążenia mimośrodowego  $S_w$ , blach fałdowych  $g = 1$  mm

Fig. 3.15. Deflections of the models folds  $\bar{y}_i$  and average deflections  $\bar{y}$ , as well as coefficient of variability of deflections of models folds  $v_i$  and coefficient of variability of models deflections  $v$  versus eccentric load  $S_w$ , for corrugated sheets  $g = 1$  mm

Pod wpływem obciążeń ściskających, oprócz skrócenia, odnotowywano ugięcia poszczególnych fałd modeli. Ugięcia fałd, od początku obciążenia miały ten sam znak i narastały w miarę przyrostu obciążenia.

Współczynnik zmienności ugięć fałd w badanych modelach obciążonych mimośrodowo siłami przyłożonymi do półki węższej, malały w miarę przyrostu obciążeń. Ich wartości były zdecydowanie mniejsze niż dla modeli obciążonych osiowo, lecz podobne do współczynników zmienności modeli ściskanych siłami przyłożonymi do półki szerszej. Przy obciążeniach poprzedzających obciążenie graniczne mierzono nieco większy przyrost ugięć. Ugięcia i nośności graniczne modeli zamieszczono w tab. 3.4.

Zjawisko niszczenia modeli polegało na nagłym, losowym zniszczeniu jednej lub dwóch sąsiednich fałd. Zniszczenie fałd polegało na powstaniu załomu plastycznego w półce węższej (ściskanej) oraz przyległych środkach. Załom ten był trwały, a powstaniu jego towarzyszył efekt dźwiękowy. Miejsca powstania załomów (na długości fałdy) były losowe. Inne fałdy pozostawały nadal nie zniszczone. Odnotowywano jedynie nagły przyrost przemieszczeń nieuszkodzonych fałd oraz spadek obciążenia ściskającego. Próba zwiększenia obciążenia prowadziła do podobnego zniszczenia kolejnych fałd. Miejsce powstawania załomów plastycznych półek węższych oraz kolejność ich powstawania miały charakter losowy. Powstawanie 4 zniszczonych fałd było równoznaczne z powstaniem przegubu plastycznego badanego modelu. Prowadziło to do przemieszczeń modelu rzędu wysokości blachy fałdowej i dalszego spadku siły ściskającej.

Na rysunku 3.13 pokazano zniszczenie modeli ściskanych mimośrodowo siłą przyłożoną do półki węższej.

Na rysunkach 3.14 i 3.15 pokazano wykresy ugięć modeli  $\bar{y}_i$  i ugięć średnich  $\bar{y}$  oraz współczynniki zmienności ugięć  $v_i$  i ugięć modeli  $v$  w funkcji mimośrodowego obciążenia ściskającego przyłożonego do półki węższej  $S_w$ , wykonanych odpowiednio z blachy fałdowej grubości 0,75 i 1,00 mm.

Z przebiegu wykresów współczynników zmienności w funkcji obciążenia  $S_w$  wynika, że wraz ze wzrostem obciążenia współczynniki zmienności ugięć fałd  $v_i$  maleją, zaś współczynniki zmienności ugięć badanych modeli  $v$  początkowo maleją, później stabilizują się, i dla obciążeń bliskich granicznemu wzrastają.

Wyniki ilościowe badań modeli blach fałdowych ściskanych mimośrodowo obciążeniem przyłożonym do półki węższej  $S_w$  zestawiono w tabeli 3.4 (opis kolumn zamieszczono w p. 3.5.1).

### 3.6. Analiza wyników badań

#### 3.6.1. Analizy wyników badań materiałowych

Z przebiegu wykresów zmian granicy plastyczności na szerokości płyty fałdowej (rys. 3.4) oraz z testów analizy wariancji (klasyfikacja pojedyncza) wynika, że nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy o podobnej granicy plastyczności materiału półek szerszych, węższych i bocznych. Domniemana hipotetycznie w publikacji [87] zmienność cech mechanicznych na szerokości profilu wskutek technologii produkcji (walcowania i zgniotu) nie potwierdziła się. Można przypuszczać, że zjawisko to może mieć silniejsze odbicie w kształtownikach zimmogiętych przy stosowaniu grubszych blach.

Z wykonanych badań cech geometrycznych blach fałdowych wynika szereg wniosków. Średnia grubość blach fałdowych  $g_n = 0,75$  mm była mniejsza od grubości nominalnej o 4,1%, współczynnik zmienności grubości wynosił zaś 1,396%. Średnia grubość blach fałdowych  $g_n = 1,0$  mm była mniejsza od grubości nominalnej o 5,4%, współczynnik zmienności wynosił 1,936%.

Z badań geometrii fałd (szerokości półki szerszej, węższej i wysokości oraz rozstawu osiowego fałd) wynika, że zmienność tych cech na długości profilu jest bardzo mała (współczynniki zmienności były mniejsze niż 3%). Szerokość półek węższych poszczególnych fałd profilu są mniejsze o około 2,56% dla  $g = 0,75$  i o 1,69% dla  $g = 1$  mm od szerokości nominalnej, zaś współczynnik zmienności szerokości półek węższych wynosił około 2,4%.

T a b e l a 3.5

Parametry nominalnych i losowych charakterystyk geometrycznych badanych blach fałdowych o szerokości 750 mm

Lp.	Rodzaj płyt	Ozna- cze- nia	g	F	J	$W_{xg}$	$W_{xd}$	i
			$\mu\text{m}$	$\text{cm}^2$	$\text{cm}^4$	$\text{cm}^3$	$\text{cm}^3$	cm
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	T 55x188x x0,75	$A_n$	750	8,200	40,304	20,448	11,421	2,217
2		$\bar{A}$	719,3	7,884	39,236	19,766	11,162	2,231
3		$s_A$	9,999	0,134	1,420	0,716	0,404	0,044
4		$v_A$	0,0139	0,0157	0,0362	0,0362	0,0362	0,0197
5	T 55x188x x1,0	$A_n$	1000	10,960	53,492	27,057	15,184	2,209
6		$\bar{A}$	945,9	10,424	51,548	25,903	14,686	2,223
7		$s_A$	18,350	0,177	2,069	1,044	0,592	0,048
8		$v_A$	0,0194	0,017	0,0403	0,0403	0,0403	0,0218

Osiowy rozstaw fałd  $c$  był dla blach  $g = 0,75$  mm o 2,2% mniejszy od nominalnego, współczynnik zmienności zaś wynosił około 1,2%. Parametry losowych cech geometrycznych badanych blach fałdowych zamieszczono w tabeli 3.2.

Na podstawie pomierzonych losowych cech geometrycznych profilu  $g(\omega)$ ,  $a(\omega)$ ,  $b(\omega)$ ,  $c(\omega)$ ,  $h(\omega)$  wyznaczono losowe parametry profilu  $F(\omega)$ ,  $I(\omega)$ ,  $i(\omega)$ ,  $W_{xg}(\omega)$ ,  $W_{xd}(\omega)$ .

Średnią charakterystykę geometryczną profilu obliczono ze wzoru

$$\bar{A} = \bar{F}(\bar{g}, \bar{a}, \bar{b}, \bar{c}, \bar{h}). \quad (3.4)$$

Wariancję charakterystyki geometrycznej przekroju poprzecznego wyznaczono ze wzoru

$$D^2(A) = \left(\frac{\partial A}{\partial g}\right)^2 D^2(g) + \left(\frac{\partial A}{\partial a}\right)^2 D^2(a) + \left(\frac{\partial A}{\partial b}\right)^2 D^2(b) + \\ + \left(\frac{\partial A}{\partial c}\right)^2 D^2(c) + \left(\frac{\partial A}{\partial h}\right)^2 D^2(h). \quad (3.5)$$

We wzorze (3.5) założono stochastyczną niezależność poszczególnych losowych parametrów geometrycznych.

W tabeli 3.5 zestawiono nominalne i losowe parametry charakterystyk geometrycznych badanych blach fałdowych. W wierszach 1. i 5. podano charakterystyki nominalne  $g_n$ ,  $F_n$ ,  $I_n$ ,  $W_n$ ,  $i_n$ . W wierszach 2. i 6. podano średnie charakterystyki geometryczne blach  $\bar{g}$ ,  $\bar{F}$ ,  $\bar{I}$ ,  $\bar{W}$  i  $\bar{i}$ , obliczone wg (3.4) na podstawie dokonanych pomiarów geometrii profilu (tab. 3.2). W wierszach 3. i 4. zamieszczono odpowiednio odchylenia standardowe  $s_g$ ,  $s_F$ ,  $s_I$ ,  $s_W$ ,  $s_i$ , w wierszach zaś 4. i 8. współczynniki zmienności  $v_g$ ,  $v_F$ ,  $v_I$ ,  $v_W$ ,  $v_i$ . Średnie  $\bar{A}$  i nominalne  $A_n$  charakterystyki sztywnościowe wyznaczono za pomocą programu NSEC na maszynie Odra 1205 (dla  $\sigma = 0$ ).

Z obliczeń parametrów losowych charakterystyk przekroju oraz analizy wynika, że zasadniczy wpływ na wartość wariancji przekroju poprzecznego  $D^2(F)$  ma grubość blachy, zaś na wartość wariancji momentu bezwładności  $D^2(J)$  wpływa przede wszystkim wysokość profilu, szerokość półek szerszej i węższej.

Losowe charakterystyki geometryczne profili, obliczone na podstawie efektywnej grubości blach (po potrąceniu warstw cynkowych), zasadniczo różnią się od charakterystyk nominalnych: pole przekroju jest mniejsze o 3,85% dla  $g = 0,75$  mm i o 3,89% dla  $g = 1,00$  mm, moment bezwładności zaś jest mniejszy o 2,64% dla  $g = 0,75$  mm i o 3,63% dla  $g = 1,00$  mm.

Współczynniki zmienności pola przekroju poprzecznego blach fałdowych wynosiły 1,57% dla  $g = 0,75$  mm i 1,7% dla  $g = 1,00$  mm.

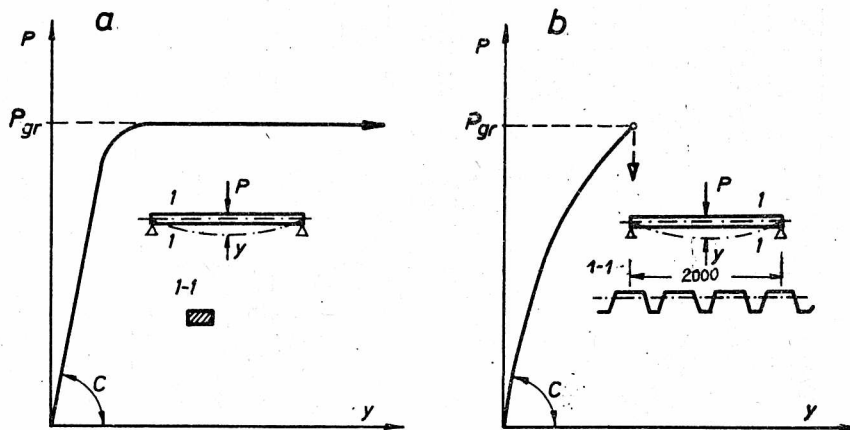
Współczynniki zmienności momentu bezwładności blach fałdowych wynosiły 3,62% dla  $g = 0,75$  mm i 4,03% dla  $g = 1,00$  mm.

Współczynniki zmienności promienia bezwładności wynosiły ok. 2%.

### 3.6.2. Analiza badań zginania blach fałdowych

Mechanizm zniszczenia zginanych blach fałdowych polegał na nagłym zniszczeniu ściskanej półki szerszej jednej z fałd i powstaniu załomu plastycznego. Nośność wygiętej fałdy, w której powstał załom plastyczny, gwałtownie spadała. Powodowało to redystrybucję sił i przyrost obciążeń w pozostałych fałdach, doprowadzając je do podobnego mechanizmu zniszczenia.

Z przebiegu wykresów funkcji  $P(y)$  wynika, że w fazie poprzedzającej zniszczenie następował nieliniowy przyrost przemieszczeń. W funkcji zginania  $P(y)$  blach fałdowych brak jest plastycznej fazy pracy ustroju, charakterystycznej dla niecieńkościennych elementów zginanych (rys. 3.16a).



Rys. 3.16. Model pracy konstrukcji zginanych: a - sprężysto-plastyczny  
b - nieliniowo-sprężysto-kruchy

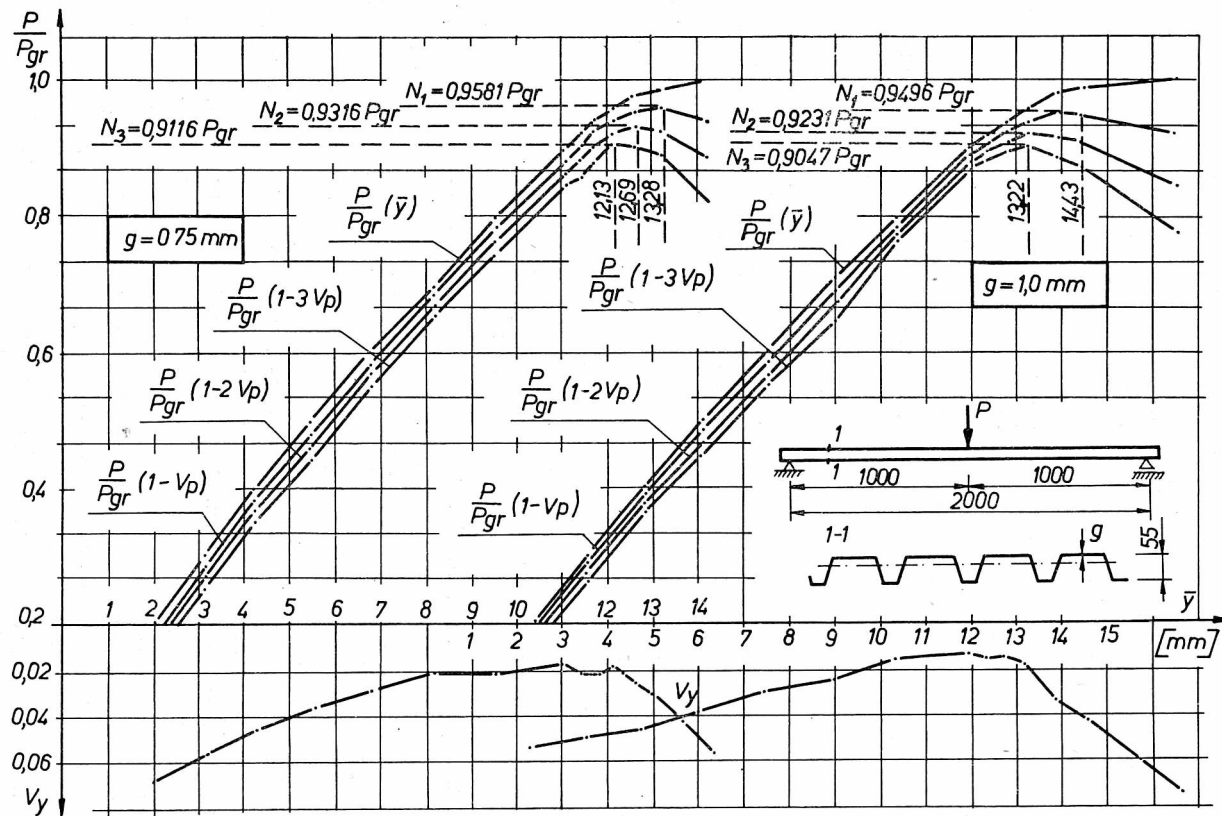
Fig. 3.16. Models of the behaviour of the structure in bending:  
a - elastic and plastic model, b - non-linear-elastic-brittle model

Zjawisku zginania blach fałdowych można przypisać teoretyczny model nieliniowo-sprężysto-kruchy, pokazany na rys. 3.16b.

Model nieliniowo-sprężysto-kruchy jest modelem dwuparametrowym. Parametrami są: sztywność elementu  $C$  i jego nośność  $N$ . W przypadku zginania parametrami są: sztywność giętna  $C = EJ(P)$  oraz nośność  $N = P_{gr}$ .

Parametry losowej nośności granicznej oraz oszacowania teoretyczne nośności zginanych blach zestawiono w tab. 3.3.

Teoretyczna nośność graniczna (kol. 9, tab. 3.3), wyznaczona wg [16] badanych blach fałdowych była o 26,3% dla  $g = 0,75$  mm i o 9,4% dla  $g = 1$  mm większa od nośności uzyskanych w badaniach.



Rys. 3.17. Wykresy  $\frac{P}{P_{gr}}(\bar{y})$  oraz funkcji bazowych zginanych blach fałdowych  
 Fig. 3.17. Diagrams of basic  $\frac{P}{P_{gr}}(\bar{y})$  and functions of corrugated sheets in bending

Teoretyczna nośność graniczna (kol. 10, tab. 3.3) blach fałdowych o przekroju nominalnym, wyznaczona wg [16], była dla  $g = 0,75$  mm o 27,4% i dla  $g = 1$  mm o 14,0% większa od nośności wyznaczonej doświadczalnie.

Biorąc pod uwagę losowość pracy ustroju oraz sprężysto-kruchy model zniszczenia, bezpieczeństwo ustroju wymiarowego wg [16] może być niedostateczne.

Stosunek średniej nośności granicznej blachy fałdowej grubości 1,0 mm do nośności blachy fałdowej grubości 0,75 mm wynosił 1,668, stosunek zaś ich wskaźników zginania wynosi 1,316 (przy podobnych parametrach  $R_e$ ).

Na podstawie wykonanych badań zginanych blach fałdowych wyznaczono średnie ugięcia modeli  $\bar{y}_i$  oraz współczynniki zmienności ugięć fałd  $v_i$  w funkcji obciążenia  $P$ .

W celu porównania pracy poszczególnych modeli obliczono  $\bar{y}_i$  i  $v_i$  w funkcji  $P/P_{gr}$ , a następnie średnie ugięcia  $\bar{y}(P/P_{gr})$  i współczynnik zmienności ugięć  $v_y$ . Wykresy te pokazano na rys. 3.17.

Z analizy rysunku 3.17 wynika, że funkcje współczynnika zmienności ugięć  $v_y$  maleją wraz ze wzrostem obciążenia (przemieszczenia), a w fazie poprzedzającej stan graniczny rosną.

Pewien wpływ na wartość ugięć zginanych blach fałdowych ma, zaobserwowane w trakcie badań, zjawisko zmniejszania się wysokości profilu i rozszerzanie szerokości profilu ("rozchodzenie" się na boki), w razie braku więzi uniemożliwiających taki ruch.

Zasadniczym czynnikiem wpływającym na nieliniowość ugięć w sprężystej fazie pracy zginanych blach fałdowych jest zmiana sztywności giętej profilu wynikająca z redystrybucji sił wewnętrznych w pozakrytycznym stanie pracy półek ściskanych.

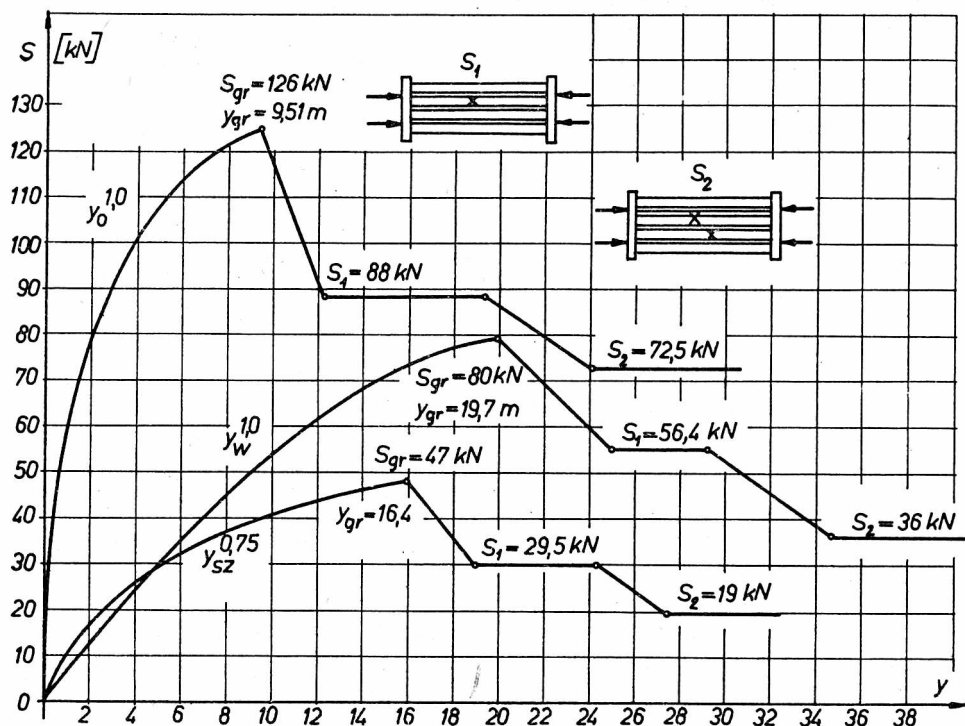
Na losowy charakter ugięć i nośności granicznej zginanych blach fałdowych, oprócz losowych cech wytrzymałościowych materiałów, geometrii profilu i losowego obciążenia, mają niewątpliwie duży wpływ wstępne wygięcia blach ściskanych półek. Stan graniczny konstrukcji osiągnany był w wyniku zniszczenia lokalnego półek szerszych, o których nośności decydują w dużym stopniu wstępne imperfekcje.

Wyżej wymienione przesłanki pozwalają stwierdzić, że istnieje potrzeba opracowania bardziej precyzyjnego modelu matematycznego opisującego zjawisko.

### 3.6.3. Analiza badań ściskanych osiowo i mimośrodowo blach fałdowych

Mechanizm zniszczenia ściskanych blach fałdowych polegał na wystąpieniu wyboczenia lokalnego półki ściskanej jednej z fałd i powstaniu załomu plastycznego. Następował spadek nośności załamanej fałdy, co pociągało redystrybucję sił i przeciążenie pozostałych fałd, doprowadzając je do podobnego zniszczenia.



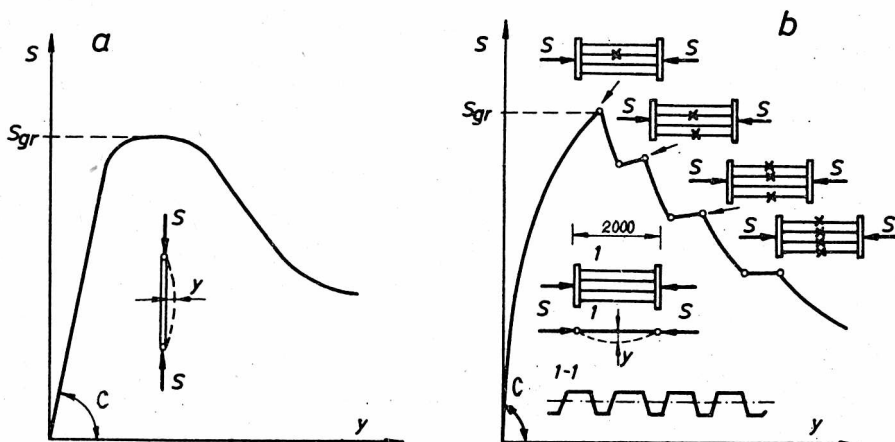


Rys. 3.18. Wykresy ugięć  $y_0$ ,  $y_{sz}$ ,  $y_w$  w funkcji obciążeń ściskających po przekroczeniu obciążenia granicznego

Fig. 3.18. Deflections  $y_0$ ,  $y_{sz}$ ,  $y_w$  versus compressive loads exceeded load bearing capacity

Z przebiegu wykresów funkcji  $S(y)$  wynika, że w obszarze obciążeń mniejszych od obciążenia granicznego, funkcja opisująca ugięcie jest nieliniowa. W funkcji  $S(y)$  brak jest plastycznej fazy pracy ustroju występującej w ściskanych prętach niecieńkościennych (rys. 3.19a). Ściskany blachom fałdowym można przypisać model nieliniowo-sprężysto-kruchy (pokazany na rys. 3.19b) o parametrach: sztywności  $C$  i nośności granicznej  $S_{gr}$ .

Na rysunku 3.20 zestawiono wykresy średnich ugięć blach fałdowych grubości 0,75 mm i 1,00 mm ściskanych osiowo  $\bar{y}_0^{0,75}$ ,  $\bar{y}_0^{1,00}$  i mimośrodowo obciążeniem przyłożonym do półki szerszej  $\bar{y}_{sz}^{0,75}$  i  $\bar{y}_{sz}^{1,00}$  oraz obciążeniem przyłożonym do półki węższej  $\bar{y}_w^{0,75}$  i  $\bar{y}_w^{1,00}$ . Na rysunku 3.20 pokazano wykresy współczynników zmienności ugięć.



Rys. 3.19. Modele pracy konstrukcji ściskanych: a - model konwencjonalny, b - model nieliniowo-sprężysto-kruchy

Fig. 3.19. Models of the behaviour of structures in compression: a - conventional model, b - non-linear-elastic-brittle model

Ugięcia graniczne ściskanych blach fałdowych grubości 1,00 mm były większe od ugięć blach grubości 0,75 mm. Największe ugięcia graniczne pomierzono w blachach fałdowych obciążonych mimosrodowo. Ugięcia i nośności blach fałdowych ściskanych siłą przyłożoną do półki węższej były podobne jak dla blach ściskanych siłą przyłożoną do półki szerszej.

Największe współczynniki zmienności ugięć zanotowano dla blach ściskanych osiowo. Niewątpliwy wpływ na tak duże współczynniki zmienności mają wstępne imperfekcje osi poszczególnych fałd w blasze oraz wstępne wygięcia cienkich półek profili.

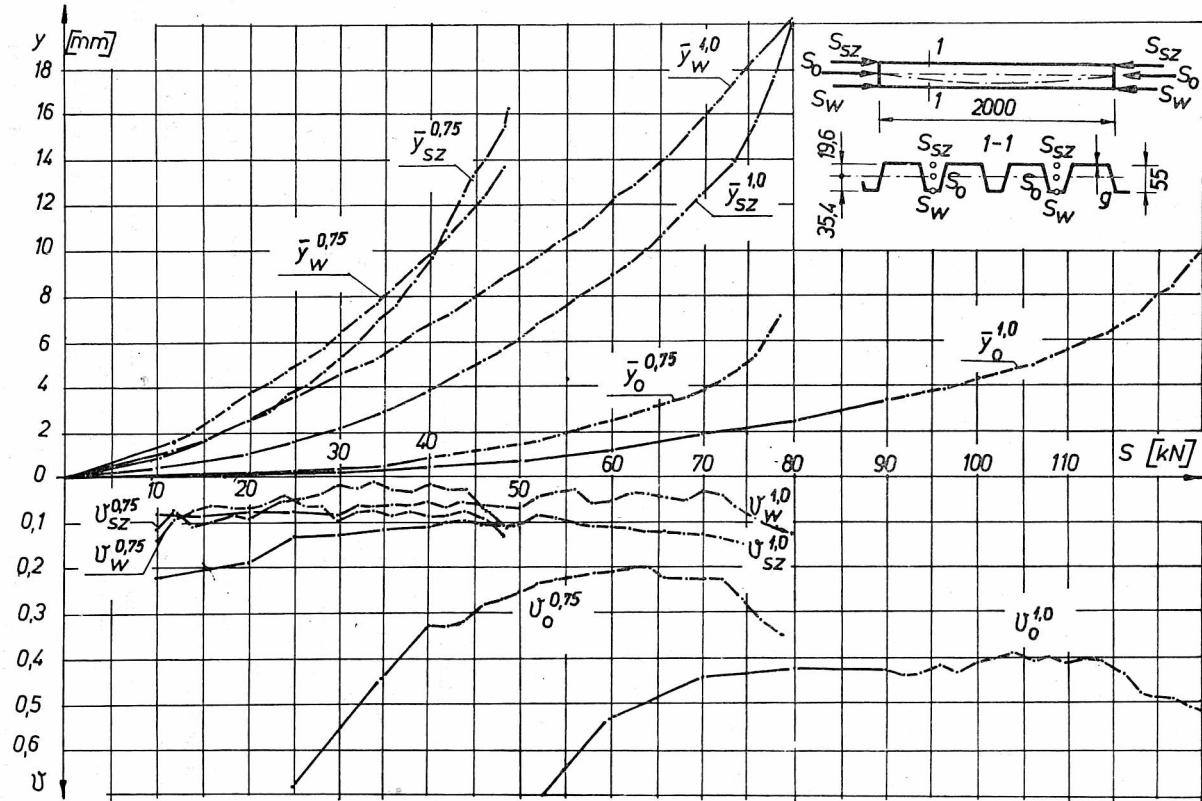
Minimalne wartości współczynników zmienności blach ściskanych osiowo wynosiły około 0,2 dla  $g = 0,75$  mm i 0,4 dla  $g = 1,00$  mm.

Duże wartości współczynników zmienności ugięć blach fałdowych ściskanych osiowo świadczą, że rozpatrywane konstrukcje są bardzo "wrażliwe" na wstępne mimosrodowo i losowe wygięcia półek.

Współczynniki zmienności blach fałdowych ściskanych mimosrodowo są mniejsze i wynoszą około 0,1.

Na losowy charakter ugięć i nośności ściskanych blach fałdowych niewątpliwy wpływ mają, oprócz losowych cech wytrzymałościowych i geometrycznych wstępne wygięcia półek i osi ściskanych modeli. Z przebiegu wykresów współczynników zmienności  $v_i$  modeli wynika, że w fazie poprzedzającej wyczerpanie nośności wartości  $v_i$  maleją.

W wykresach współczynników zmienności ugięć  $v$  zarówno dla ściskania osiowego, jak i mimosrodowego można wyróżnić trzy fazy pracy, tj.: fa-



Rys. 3.20. Zestawienie wykresów  $\bar{y}(S)$  oraz  $v_y(S)$  płyt fałdowych ściskanych osiowo i mimośrodowo  
 Fig. 3.20. Diagrams  $\bar{y}(S)$  and  $v_y(S)$  of corrugated sheets in axial and eccentric compressions

za początkowa, gdy współczynniki zmienności są duże, faza gdy współczynniki zmienności stabilizują się na określonym poziomie i faza poprzedzająca osiągnięcie stanu granicznego, gdy współczynniki zmienności maleją.

Teoretyczne obciążenie graniczne  $S_t$  (kol. 9., tab. 3.4) wyznaczone wg [16], dla geometrii badanych blach (tab. 3.2), było niższe od wartości uzyskanych w badaniach (p. kol. 11., tab. 3.4).

Teoretyczne oszacowanie obciążenia granicznego  $S_{t,n}$  (kol. 10., tabela 3.4), wyznaczone wg [16], dla blach o przekroju nominalnym, było niższe od wartości uzyskanych w badaniach (p. kol. 12., tab. 3.4).

Z analizy kolumn 11. i 12. tab. 3.4 wynika, że mniejsze zapasy bezpieczeństwa występują dla blach o grubości 0,75 mm.

Biorąc pod uwagę losowy charakter procesu (duże wartości współczynników zmienności) oraz zaobserwowany w badaniach model zniszczenia blach fałdowych (sprężysto-kruche), współczynnik bezpieczeństwa wydaje się być niedostateczny dla rozważanego przypadku obciążenia.

Obciążenia graniczne blach fałdowych ściskanych siłą przyłożoną do półek szerszych i węższych dla danej grubości były podobnej wielkości.

Stosunek średniego obciążenia granicznego blach ściskanych osiowo grubości 1,00 mm i grubości 0,75 mm wynosił 1,623, stosunki zaś odpowiednich momentów bezwładności są mniejsze i wynoszą 1,313.

Stosunek średniego obciążenia granicznego blach ściskanych siłą przyłożoną do półki szerszej grubości 1,00 mm i grubości  $g = 0,75$  mm wynosił 1,679 i jest podobny jak dla przypadku obciążenia osiowego.

Stosunek średniego obciążenia granicznego blach fałdowych ściskanych siłą przyłożoną do półki węższej grubości 1,00 mm i grubości 0,75 mm wynosił 1,6397 i był podobny jak dla blach obciążonych osiowo  $S_0$  i mimośrodowo obciążenie  $S_{sz}$ .

W celu porównania pracy poszczególnych modeli blach fałdowych obciążonych osiowo i mimośrodowo obliczono  $\bar{v}_i$  i  $v_i$  w funkcji  $S/S_{gr}$ , a następnie średnie ugięcie  $\bar{v}$  ( $S/S_{gr}$ ) i współczynnik zmienności ugięć  $v_y$  oraz średni współczynnik zmienności  $\bar{v}_y$ . Wykresy te pokazano na rysunkach od 3.21 do 3.23.

Mechanizm zniszczenia ściskanych osiowo i mimośrodowo blach fałdowych oraz wykonane analizy pozwalają stwierdzić, że również w tym wypadku oszacowanie nośności należy wykonać z uwzględnieniem specyfiki pracy profili cienkościennych i istnieje potrzeba opracowania bardziej precyzyjnego modelu matematycznego.

### 3.7. Oszacowanie parametrów losowej nośności granicznej zginanych oraz ściskanych blach fałdowych

Oszacowaniem parametrów losowej nośności granicznej elementów zginanych zajmowało się niewielu autorów [10, 11, 13, 47]. W publikacji [10] po-

kazano sposób oszacowania obliczeniowej nośności granicznej na podstawie badania nieporządkanej zmiany zachowania się przemieszczeń  $y = y(P)$  według ducha teorii katastrof R. Thoma. W publikacjach [11] i [13] pokazano sposób oszacowania parametrów losowej nośności granicznej na podstawie doświadczalnie wyznaczonych parametrów procesu stochastycznego przemieszczeń. W publikacji [47] zajęto się teoretycznym wyznaczaniem parametrów procesu stochastycznego przemieszczeń belek na podstawie znanych charakterystyk losowych właściwości materiału i geometrii. Wszystkie wyżej wymienione publikacje dotyczyły konstrukcji, których wyczerpanie nośności następuje przez uplastycznienie przekroju bez lokalnej utraty stateczności elementów, a przyrost przemieszczeń nie ma charakteru nagłego. Zjawisku można przypisać model sprężysto-plastyczny.

Z badań doświadczalnych blach fałdowych wynika, że przemieszczenia  $y(S)$ ,  $y(P)$  konstrukcji są losową funkcją obciążenia. Losowe cechy fizyczne konstrukcji (geometryczne, wytrzymałościowe i imperfekcje) powodują, że nie możemy w sposób zdeterminowany określić nośności granicznej  $N$ . Możemy mówić o średniej  $\bar{N}$  lub obliczeniowej  $N_k$  nośności granicznej rozumianej jako kwantyl na założonym poziomie istotności.

Do jednoznacznego oszacowania parametrów  $N_k$  losowej nośności granicznej można wykorzystać zjawisko cyklicznego narastania lub zmniejszania się współczynnika zmienności  $P = P(\omega, y)$ . Kwantyl procesu można wyznaczyć z równania:

$$\Pr \left\{ P(\omega, y) < N_k \right\} = B_0. \quad (3.6)$$

W wypadku małej liczby pomiarów, nie pozwalającej na jednoznaczne oszacowanie rozkładu procesu stochastycznego, możemy zastosować analizę wariancji i zastąpić badanie kwantyla procesu badaniem funkcji bazowej:

$$N_k = \max \bar{P}(1 - t v_p), \quad (3.7)$$

gdzie:

$t$  - poziom istotności.

W badaniach najłatwiej mierzyć losowe przemieszczenie  $y(\omega)$  jako losową funkcję nielosowego obciążenia  $P$

$$y(\omega) = \frac{P}{C(\omega)}. \quad (3.8)$$

Oczywiście, bezpośrednio z pomiaru otrzymamy momenty stochastyczne. Na tej podstawie możemy wyznaczyć

$$\bar{c} = \frac{P}{\bar{y}}, \quad (3.9)$$

$$D^2(c) = \left( \frac{\partial c}{\partial y} \right)^2 D^2(y) = \left( -\frac{P}{y^2} \right)^2 D^2(y) = \frac{P^2}{y^4} D^2(y), \quad (3.10)$$

$$v_C = \frac{D(C)}{\bar{C}} = \frac{P D(y)}{\bar{y}^2} : \frac{P}{\bar{y}} = \frac{D(y)}{\bar{y}} = v_y. \quad (3.11)$$

W celu oszacowania parametrów losowej nośności granicznej należałoby mierzyć losowe obciążenia  $P(\omega)$ , towarzyszące nielosowemu przemieszczeniu  $y$

$$P(\omega) = C(\omega)y. \quad (3.12)$$

Pomiar taki jest technicznie trudny. Jednakże możemy wyznaczyć parametry losowego obciążenia  $P(\omega)$  na podstawie znanych parametrów rozkładu przemieszczeń (3.12) w następujący sposób:

$$\bar{P} = \bar{C} y. \quad (3.13)$$

$$D^2(P) = \left(\frac{\partial P}{\partial C}\right)^2 D^2(C) = y^2 D^2(C) = y^2 \frac{D^2(y) P^2}{\bar{y}^4} = v_y^2 \bar{P}^2, \quad (3.14)$$

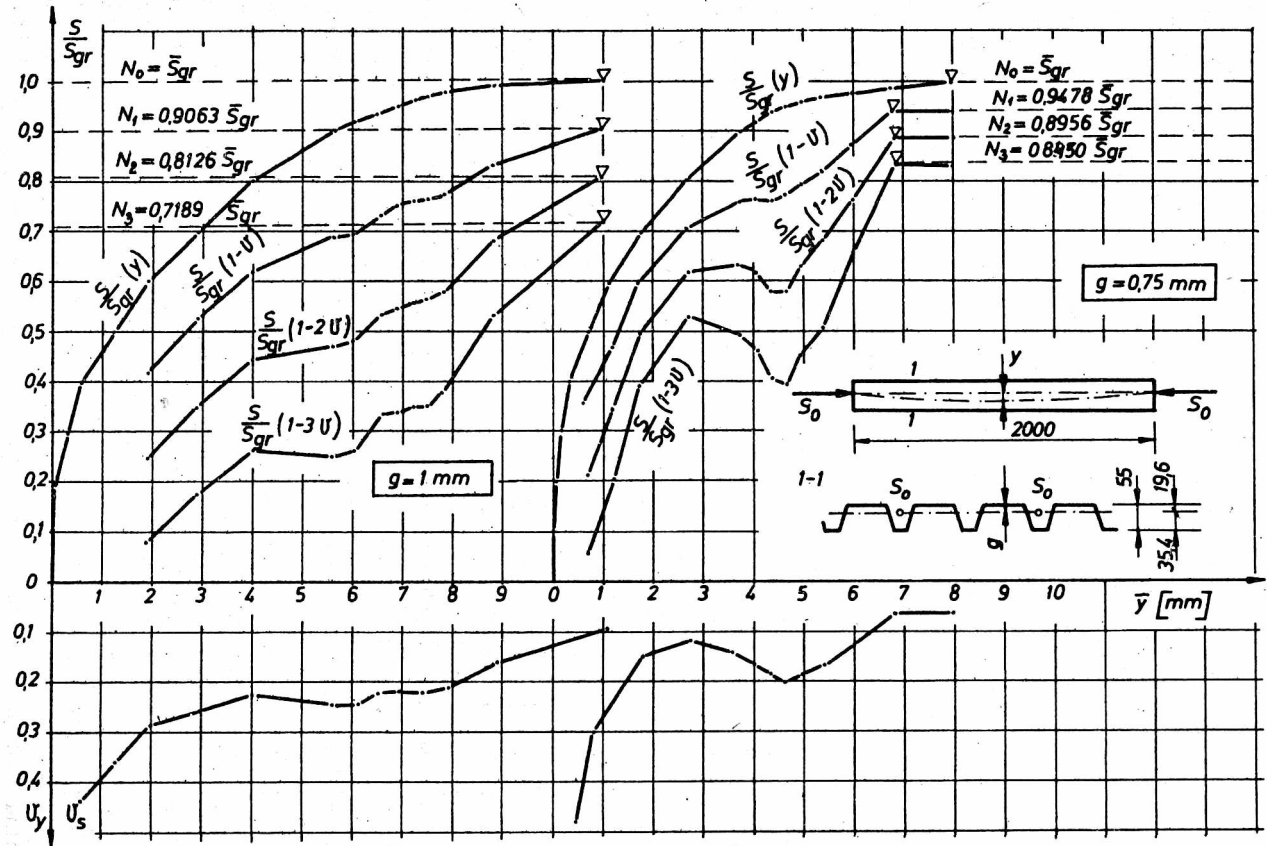
$$v_P = \frac{D(P)}{\bar{P}} = \frac{v_y \bar{P}}{\bar{P}} = v_y. \quad (3.15)$$

Ze wzoru (3.15) wynika, że współczynnik zmienności obciążenia  $v_P$  jest równy współczynnikowi zmienności przemieszczenia  $v_y$ .

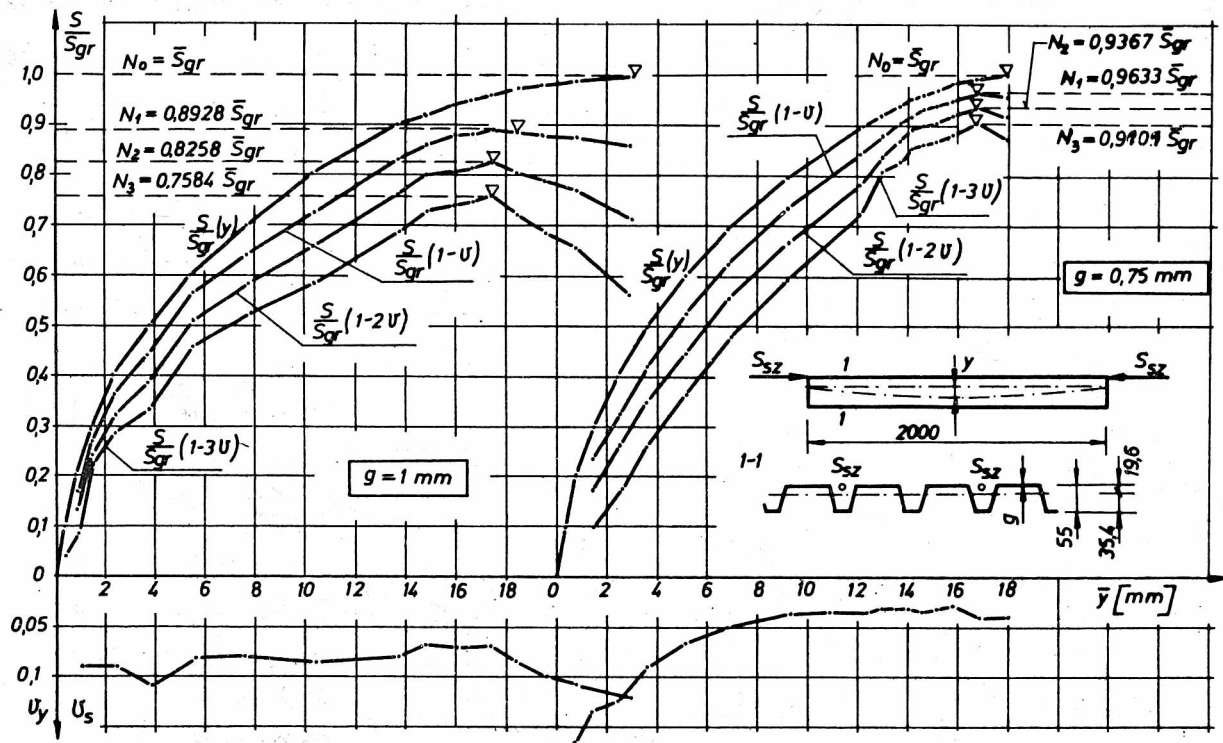
Badania doświadczalne zginanych, ściskanych osiowo oraz ściskanych mimośrodowo blach fałdowych wykazały, że proces zniszczenia miał charakter nagły, a obciążenie graniczne było losowe. Dla takiego przypadku zniszczenia konstrukcji proponuje się następujący sposób postępowania przy wyznaczaniu parametrów losowej nośności granicznej (zmodyfikowany w stosunku do prezentowanego w pracy [11] sposobu, dla konstrukcji o sprężysto-plastycznym modelu zniszczenia).

Losowe obciążenie graniczne jest cechą własną ustroju. W celu porównania pracy poszczególnych modeli obliczono ich ugięcia w funkcji parametru wyężenia  $P/P_{gr}$  lub  $S/S_{gr}$ , a następnie średnie ugięcia  $\bar{y}(P/P_{gr})$  i współczynniki zmienności ugięć  $v_y$ .

Na rysunku 3.17 zamieszczono wykresy związku  $P/P_{gr}(\bar{y})$  oraz funkcji bazowych, blach fałdowych, zginanych grubości 1,00 i 0,75 mm, dla poziomów istotności  $t = 1, 2, 3$  ze wzoru (3.7). Podano również współczynniki zmienności przemieszczeń  $v_y = v$ . Obliczeniową nośność graniczną  $N_t$  wyznaczoną jako maksimum ze związku (3.7), dla  $t = 1, 2, 3$ , zamieszczono w wierszu I. tabeli 3.6. W kolumnach 2. i 3. podano rodzaj obciążenia i grubość blachy fałdowej. W kolumnie 4. zamieszczono średnią nośność graniczną  $\bar{P}_{gr}$  lub  $\bar{S}_{gr}$  otrzymaną z badań. W kolumnach 5., 6. i 7. zamieszczono obliczeniową nośność graniczną  $P_1, P_2, P_3$  lub  $S_1, S_2, S_3$  wyznaczoną na podstawie funkcji bazowej (3.7) dla  $t = 1, 2$  i  $3$ . W kolumnie 8. zamieszczono minimalną nośność graniczną modeli  $P_{min}$  lub  $S_{min}$  wyznaczoną w badaniach.



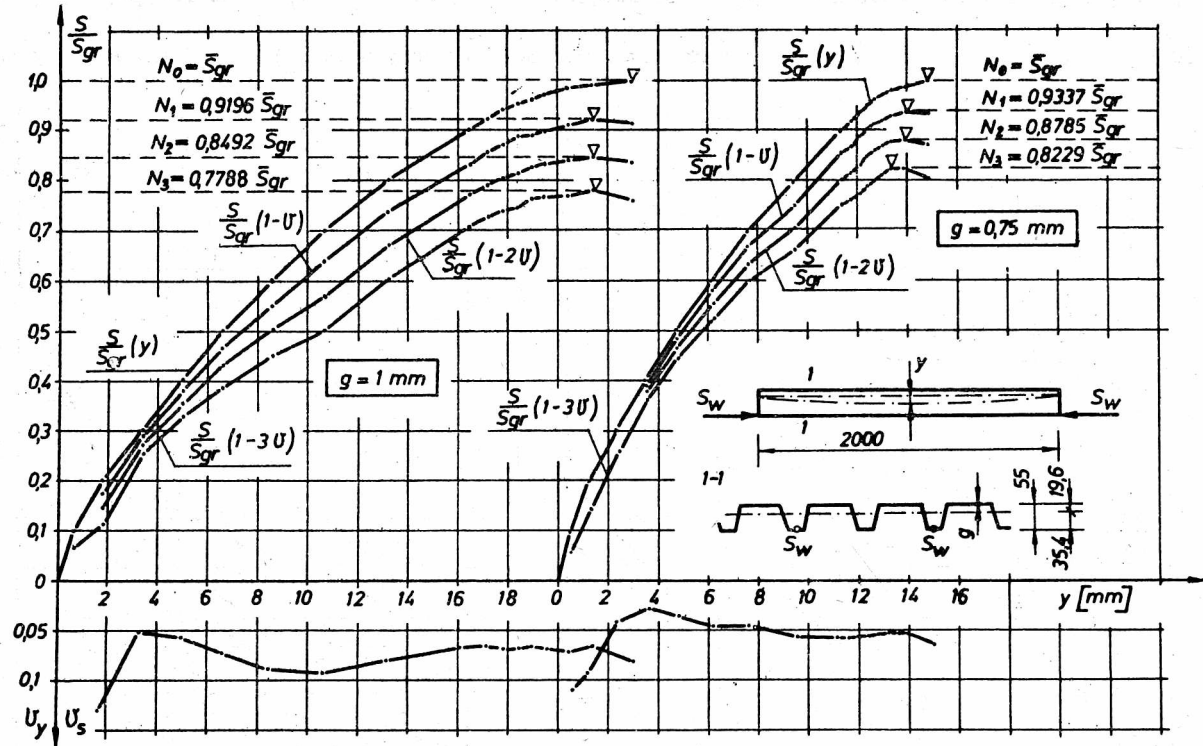
Rys. 3.21. Wykresy ugięć średnich  $S/S_{gr}(\bar{y})$  oraz funkcji bazowych ściskanych osiowo blach fałdowych  
 Fig. 3.21. Diagrams of average deflections  $S/S_{gr}(\bar{y})$  and basic functions of corrugated sheets compressed  $S_{gr}$  axially



Rys. 3.22. Wykresy  $S/S_{gr}(\bar{y})$  oraz funkcji bazowych ściskanych mimośrodkowo siłą przyłożoną do półki szerszej blach fałdowych

Fig. 3.22. Deflections  $S/S_{gr}(\bar{y})$  and basic functions for models compressed eccentrically by a force applied to a wider flange of corrugated sheets





Rys. 3.23. Wykresy  $S/S_{gr}(\bar{y})$  oraz funkcji bazowych ściskanych mimośrodkowo siłą przyłożoną do półki węższej blach fałdowych

Fig. 3.23. Deflections  $S/S_{gr}(\bar{y})$  and basic functions for models compressed eccentrically by a force applied to a narrower flange of corrugated sheet

Z analizy wyników losowej nośności granicznej zginanych blach fałdowych, zamieszczonych w tab. 3.6 wynika, że już dla  $t = 1$  nośność graniczna  $N_1$  jest mniejsza od minimalnej nośności granicznej uzyskanej z badań.

T a b e l a 3.6

Parametry losowej nośności granicznej zginanych i ściskanych blach fałdowych

Lp.	Rodzaj obciążenia	$\xi_n$	Nośność graniczna				$N_{min}$
			N	$N_1$	$N_2$	$N_3$	
			kN				
1	2	3	4	5	6	7	8
I	Zginanie P	1,00	8,340	7,990	7,769	7,603	7,95
		0,75	5,000	4,748	4,615	4,523	4,88
II	Ściskanie osiowe $S_o$	1,00	127,0	115,1	103,3	91,30	117,00
		0,75	78,23	74,15	70,06	65,97	77,30
III	Ściskanie mimośrodowe $S_{sz}$	1,00	81,20	72,49	67,05	61,58	77,00
		0,75	48,36	46,58	45,30	44,01	46,00
IV	Ściskanie mimośrodowe $S_w$	1,00	80,20	73,75	68,11	62,46	74,90
		0,75	49,18	45,92	43,20	40,47	46,8

Na rysunku 3.21 zamieszczono wykresy związku  $S/S_{gr}(\bar{v})$  oraz funkcji bazowych, blach fałdowych ściskanych osiowo grubości 1,00 i 0,75 mm, dla poziomów istotności  $t = 1, 2, i 3$ , wyznaczonego ze wzoru (3.7). Podano również współczynniki zmienności przemieszczeń  $v_y = v_s$ . Obliczeniowe nośności graniczne  $N_t$ , wyznaczone jako maksimum funkcji bazowej, zamieszczono w tab. 3.6, wiersz II.

W wypadku ściskanych osiowo blach fałdowych współczynniki zmienności cyklicznie malały wraz ze zbliżaniem się wytężenia do stanu granicznego. Ekstremum funkcji bazowej uzyskiwano w tym wypadku dla obciążeń bliskich obciążeniu granicznemu.

Na rysunku 3.22 zamieszczono wykresy związku  $S/S_{gr}(\bar{v})$  oraz funkcji bazowych, blach fałdowych ściskanych obciążeniem przyłożonym do półki szerszej  $S_{sz}$  grubości 1,00 i 0,75 mm, dla poziomów istotności  $t = 1, 2, 3$  oraz wykresy współczynników zmienności  $v_y = v_s$ . Obliczeniowe nośności graniczne  $N_t$  wyznaczone jako maksimum funkcji bazowej dla  $t = 1, 2$  i  $3$  zamieszczono w tab. 3.6, wiersz III.

Na rysunku 3.23 zamieszczono wykresy związku  $S/S_{gr}(\bar{v})$  oraz funkcji bazowych, blach fałdowych ściskanych siłą przyłożoną do półki węższej  $S_w$ , grubości 1,00 i 0,75 mm. Na rysunku tym naniesiono wykresy funkcji bazowych (3.7), a odpowiednie nośności obliczeniowe, odpowiadające maksimum tych funkcji dla  $t = 1, 2, 3$  zamieszczono w tab. 3.6, wiersz IV.

Z wyników analiz nośności granicznej ściskanych osiowo i mimośrodowo blach fałdowych, zamieszczonych w tab. 3.6, wynika, że również i w tym wypadku już dla  $t = 1$  nośność obliczeniowa  $N_1$  jest mniejsza od minimalnej nośności granicznej uzyskanej w badaniach.

Pokazany sposób wyznaczania obliczeniowej nośności granicznej dla konstrukcji, o nieliniowo-sprężysto-kruchym modelu zniszczenia, dobrze współbrzmi z konwencjonalną metodą wyznaczania średniej nośności granicznej  $\bar{N}$ , jako obciążenia wywołującego nieskończony przyrost przemieszczeń. Otrzymujemy wtedy logiczny, malejący ciąg nośności

$$\bar{N} > N_1 > N_2 > N_3. \quad (3.16)$$

### 3.8. Uwagi i wnioski

Na podstawie wykonanych badań oraz analiz badań ściskanych osiowo i mimośrodowo oraz zginanych blach fałdowych można sformułować następujące wnioski:

1. Praca badanych blach fałdowych o długości 2 m, ściskanych osiowo i mimośrodowo oraz zginanych może być opisana modelem nieliniowo-sprężysto-kruchym.

2. Na nieliniowy charakter pracy w obszarze sprężystym ma wpływ przede wszystkim zmienność sztywności blach fałdowych w funkcji obciążenia  $J = J(S, P)$ .

3. Mechanizm zniszczenia badanych blach fałdowych o długości 2 m polegał na zniszczeniu ściskanej półki blachy fałdowej. Zjawisko zachodziło w sposób nagły.

4. W stanie granicznym pracy badanych modeli o długości 2 m następowało gwałtowne obniżenie nośności. Brak było plastycznej fazy konstrukcji, mimo że materiał blach miał wyraźny przystanek plastyczny.

5. Pracę ściskanych osiowo blach fałdowych charakteryzuje duży współczynnik zmienności ugięć fałd  $v_i$  (wewnątrzklasowy) oraz duży współczynnik ugięć w modeli z blach fałdowych (międzyklasowy). Współczynnik zmienności ugięć fałd  $v_i$  maleje w miarę zbliżania się do nośności granicznej.

Duże wartości współczynników zmienności ugięć badanych modeli, o długości 2 m, należy tłumaczyć tym, że blachy fałdowe są bardzo "wrażliwe" na mimośrodowość osi fałd oraz półek ściskanych.

6. Współczynniki zmienności ugięć fałd  $v_i$  (wewnątrzklasowe) blach fałdowych ściskanych mimośrodowo są mniejsze niż w wypadku obciążeń osiowych i również maleją w miarę zbliżania się do nośności granicznej.

7. Współczynniki zmienności ugięć (międzyklasowe) modeli  $v$  zginanych charakteryzuje cykliczny przyrost, dla obciążeń poprzedzających stan graniczny.

8. Nośność graniczna oraz miejsca powstawania załomów plastycznych oraz ugięcia w stanie granicznym wskazują na wybitnie losowy charakter pracy konstrukcji.

9. Nośność graniczną badanych blach fałdowych o długości 2 m, zarówno ściskanych, jak i zginanych poprzedzało lokalne wybrzuszenie ściskanych półek. Jedynie dla blach fałdowych grubości 1 mm, ściskanych siłą przyłożoną do półki węższej nie zanotowano lokalnego wybrzuszenia poprzedzającego wyczerpanie nośności.

10. Na losowy charakter ugięć i nośności granicznej blach fałdowych, oprócz losowych cech wytrzymałościowych materiału, losowych cech geometrii profili, mają niewątpliwie duży wpływ wstępne, losowe wygięcia ściskanych półek.

11. Parametry losowej nośności granicznej zginanych oraz ściskanych osiowo i mimośrodowo blach fałdowych, o nieliniowo-sprężysto-kruchym modelu zniszczenia, można wyznaczyć na podstawie badania funkcji bazowej (3.7), wykorzystując cykliczną zmienność współczynnika zmienności.

12. Losowe charakterystyki geometryczne i sztywnościowe badanych blach fałdowych (po potrąceniu 2 warstw cynkowych) były mniejsze od charakterystyk nominalnych.

#### 4. TEORETYCZNE WYZNACZENIE NOŚNOŚCI GRANICZNEJ ŚCISKANYCH OSIOWO, ŚCISKANYCH MIMOŚRODOWO ORAZ ZGINANYCH BLACH FAŁDOWYCH

##### 4.1. Ściskanie osiowe blachy fałdowej lokalnie wybrzuszonej

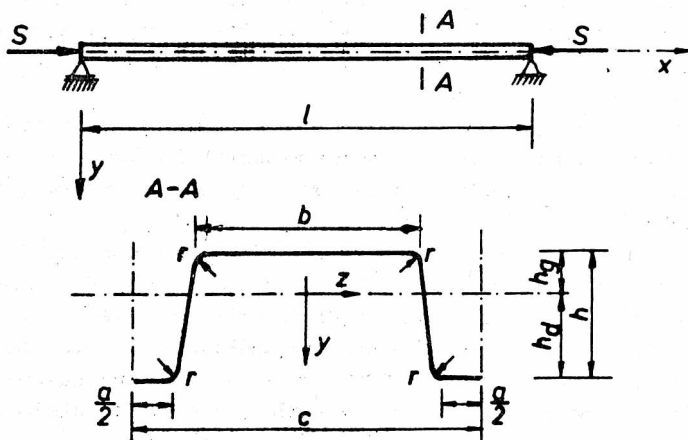
Rozpatrzono pręt prosty, o przekroju pojedynczej fałdy (rys.4.1) ściskanej osiowo siłą  $S$ . Badania doświadczalne własne, a także rozważania teoretyczne [23,28,79] wskazują, że należy rozpatrzeć jedynie wyboczenie giętkie względem osi  $x$ .

Równanie określające pracę fałdy w obszarze sprężystym, przy założeniu, że lokalne naprężenia ściskające półki są mniejsze od naprężeń krytycznych wyboczenia miejscowego określa równanie

$$EJ \frac{d^4 y}{dx^4} + S \frac{d^2 y}{dx^2} = 0. \quad (4.1)$$

W celu ustalenia modelu matematycznego oraz faz pracy blachy fałdowej wykonano dodatkowe badania doświadczalne. Badano rozkłady naprężeń w dwóch sąsiednich (środkowych) fałdach płyty. W tym celu naklejono 8 tensometrów w wyokrąglonych narożach, po 6 tensometrów na półkach szerszych, po 2 tensometry na półkach węższych oraz po 6 tensometrów na środkach (w sumie mierzono naprężenia w 48 punktach; rys. 7.2).

W miarę wzrostu obciążenia ściskającego  $S$ , naprężenia w półkach ściskanych rosną i osiągają wartości naprężeń krytycznych wyboczenia miejscowego. Rozkłady naprężeń w przekroju przestają być liniowe - zmieniają się w krzywoliniowe.



Rys. 4.1. Schemat ściskanej fałdy blachy fałdowej

Fig. 4.1. Scheme of the corrugated sheet in compression

Wyboczenie lokalne półek wybrzuszonych powoduje zmiany kształtu przekroju poprzecznego na długości pręta. Do chwili wyboczenia lokalnego, oś pręta pozostaje prosta. Krzywoliniowe rozkłady naprężeń w wyboczonych półkach ściskanych powodują zmianę sztywności giętnej przekroju  $J$ .

Przyjmując teorię szerokości współpracującej Wintera, możemy zapisać

$$b_w = b_w(S). \quad (4.2)$$

Następstwem zmiennej szerokości współpracującej przekroju jest

$$J = J(b_w) = J(S). \quad (4.3)$$

Sztywność giętna  $J(S)$ , ściskanej blachy jest więc funkcją obciążenia ściskającego  $S$ .

Ze zmianą szerokości półek  $b_w(S)$ , ściskanej fałdy cienkościennej zmienia się położenie osi obojętnej. Obciążenie ściskające fałdy ma charakter nie śledzący, dlatego pręt będzie ściskany mimośrodowo. Mimośród obciążenia ściskającego, podobnie jak sztywność giętna  $J(S)$ , jest funkcją obciążenia ściskającego

$$y_o = y_o(S). \quad (4.4)$$

W tej fazie obciążenia, mimośrodowe ściskanie blachy fałdowej daje nierów-

nomierny, trapezowy rozkład naprężeń na wysokości profilu. Naprężenia w strefie wybrzuszonej półki przekroju rosną szybciej niż w strefie półek niewybruszonych.

Nośność graniczna ściskanej blachy fałdowej jest osiągana wówczas gdy w wybrzuszonej półce ściskanej nastąpi utrata stateczności krawędzi "podtrzymujących" (dotychczas nie wybruszonych). Utrata nośności krawędzi jest związana ze statecznością giętą lub giętno-skrętną naroża lub uplastycznieniem przekroju narożnego. Nośność załamanej strefy wybruszonej po utracie nośności naroża gwałtownie maleje, co powoduje gwałtowny spadek nośności przekroju ściskanego. Matematyczny model zniszczenia kruchej półki jest zarazem modelem zniszczenia przekroju ściskanego.

Równanie różniczkowe wybożenia sprężystego niewybożonej lokalnie płyty fałdowej (4.1) zmienia się w równanie jednoczesnego zginania i ściskania po powstaniu wybrzuszeń półek ściskanych. Równanie to ma następującą postać

$$[EJ(S)y'''] + \left\{ S [y' + y_0'(S)] \right\}' = 0. \quad (4.5)$$

W wyniku rozwiązania równania (4.5) nie otrzymamy obciążenia krytycznego, rozumianego jako wartość własna pręta ściskanego osiowo, lecz wyznaczmy momenty zginające i siły poprzeczne, które są funkcją obciążenia osiowego. Jest to zagadnienie drugiego rzędu.

Jeżeli obciążenia poszczególnych fałd nie są jednakowe, należy rozpatrzeć równanie różniczkowe pręta ściskanego na podłożu sprężystym [23], uwzględniając oddziaływanie poprzeczne i tnące sąsiednich fałd.

#### 4.2. Ściskanie mimośrodowe blachy fałdowej lokalnie wybruszonej

W celu ustalenia modelu matematycznego pracy ściskanej mimośrodowo blachy fałdowej, wykonano dodatkowe badania doświadczalne rozkładów naprężeń dwóch sąsiednich fałd (podobnie jak w wypadku ściskania osiowego). Częściowe wyniki tych badań pokazano na rys. 7.2c.

Do chwili wybruszenia ściskanych półek blachy fałdowej rozkłady naprężeń w przekroju są liniowe.

Z analiz badań doświadczalnych wynika, że uzyskane wyniki są zgodne z teorią drugiego rzędu.

Po przekroczeniu naprężeń krytycznych półki ściskanej zmienia się rozkład naprężeń w półce, położenie osi obojętnej (4.4) oraz sztywność giętą profilu (4.3).

W zależności od geometrii profilu oraz wielkości mimośrodu o nośności granicznej ściskanej mimośrodowo blachy fałdowej może zdecydować bądź wyczerpanie nośności strefy ściskanej (uplastycznienie naroża "podtrzymujących" wybruszenie półki), bądź uplastycznienie strefy rozciągniętej lub

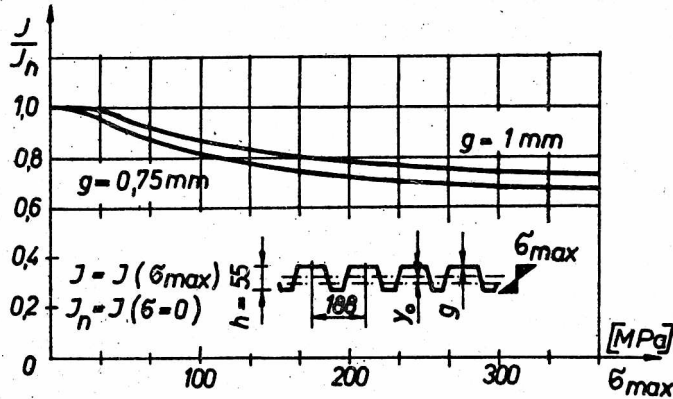
kombinacja tych przypadków wyężenia. Równanie różniczkowe, opisujące pracę blachy fałdowej, ściskanej zmieniającą się siłą  $S$  na mimośrodzie  $e(x)$ , ma postać

$$[EJ(S, x)y'''] + \left\{ S[y' + y_0'(S, x) + e'(x)] \right\}' = 0. \quad (4.6)$$

Jest to równanie różniczkowe czwartego rzędu o zmiennych współczynnikach.

#### 4.3. Zginanie blachy fałdowej

Na rysunku 7.2b pokazano fazy pracy zginanej blachy fałdowej, określone na podstawie dodatkowych badań doświadczalnych. Badania wykonano podobnie jak dla blach ściskanych osiowo (pomiar naprężeń w 48 punktach).



Rys. 4.2. Wykresy zmian sztywności giętej  $J/J_n$  w funkcji naprężeń  $\sigma_{max}$   
Fig. 4.2. Variability of bending stiffness  $J/J_n$  as a function of stresses  $\sigma_{max}$

W początkowej fazie pracy przekroju, gdy naprężenia w półce ściskanej są mniejsze od krytycznych, rozkłady są liniowe. Po ustąpieniu wybożenia lokalnego ściskanych półek następuje redystrybucja naprężeń w przekroju. Zmienia się położenie osi obojętnej (4.4) i sztywność gięta profilu (4.3).

W wypadku czystego zginania zmiana położenia osi obojętnej nie wpływa na powstawanie dodatkowego wyężenia przekroju, w przeciwieństwie do wypadku ściskania i zginania.

Po osiągnięciu naprężeń granicznych w ściskanych półkach wybożonych następuje uplastycznienie naroży. Z badań tensometrycznych wynika, że nośność graniczna przekroju zginanego jest osiągana wtedy, gdy naprężenia ściskające półki i przyległych naroży lub naprężenia rozciągające strefy dolnej osiągną granicę plastyczności.

Pracę zginanej i ściskanej na mimośrodku  $e(x)$  blachy fałdowej opisuje równanie

$$[EJ(S, q, x) y''']'' + \left\{ S [y' + y_0'(S, q, x) + e'(x)] \right\}' = q(x). \quad (4.7)$$

W wypadku ogólnym, jednoczesnego zginania i ściskania mamy do czynienia z równaniem różniczkowym czwartego rzędu o nieliniowo zmieniających się współczynnikach.

#### 4.4. Sztywność giętna blachy fałdowej

##### 4.4.1. Wpływ wybożenia lokalnego na sztywność giętą blach fałdowych

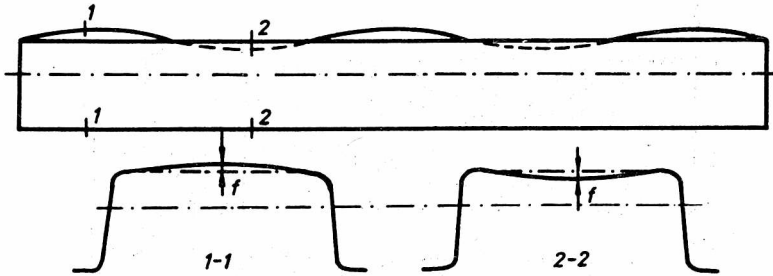
Po przekroczeniu naprężeń krytycznych wybożenia lokalnego, dotychczas liniowy rozkład naprężeń w przekroju półki ściskanej zmienia się w rozkład krzywoliniowy (rys. 2.20) [20] i w przedziale obciążeń

$$S_{kr} < S < 2S_{kr}$$

może być opisany funkcją

$$\sigma(x) = 0,5(\sigma_{max} + \sigma_{kr}) + 0,5(\sigma_{max} - \sigma_{kr}) \cos 2\pi x/b. \quad (4.8)$$

Zmiana kształtu rozkładu naprężeń powoduje zmianę sztywności oraz zmianę położenia osi obojętnej przekroju. W obliczeniach ma to odzwierciedlenie w przyjęciu tzw. przekroju współpracującego, złożonego z półek i środków o szerokości współpracującej  $b_{wi}$ ,  $h_{wi}$ .



Rys. 4.3. Geometria wybożonej lokalnie blachy fałdowej  
Fig. 4.3. Geometry of the local buckling of the corrugated sheet

W miarę wzrostu wyężenia maleje pole przekroju współpracującego (efektywnego) oraz zmienia się położenie osi obojętnej, która przemieszcza się ze wzrostem wyężenia w kierunku włókien rozciąganych. Dla rozpatrywanych przekrojów cienkościennych powoduje to redukcję sztywności giętej.



Na rysunku 4.2 pokazano wykresy zmian stosunku sztywności giętej przekroju  $J(\sigma_{\max})$  do sztywności giętej  $J_n(\sigma = 0)$  w funkcji naprężeń pólki ściskanej  $\sigma_{\max}$  badanych blach fałdowych (szerokości współpracujące pólki obliczono wg wzorów (2.39)÷(2.43)).

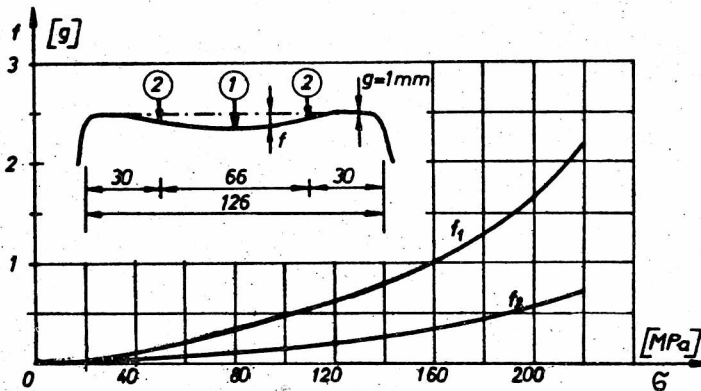
Z przebiegu wykresów pokazanych na rysunku 4.2 wynika, że sztywność jest malejącą funkcją wytwężenia. Dla blachy fałdowej  $g = 1$  mm przy  $\sigma = 340$  MPa zmniejszenie sztywności wynosi około 25,3%, zaś dla  $g = 0,75$  mm redukcja wynosi około 31,3%. Redukcja sztywności zależy również od smukłości pólki  $b:g$  - dla pólki o większej smukłości, zmniejszenie sztywności jest większe.

Kolejnym czynnikiem wpływającym na zmianę sztywności giętej przekroju jest zmiana kształtu przekroju w procesie obciążania. Zmiana kształtu przekroju poprzecznego jest związana z lokalnym wybrzuszeniem pólki ściskanych.

Na rysunku 4.3 pokazano zmiany kształtu przekroju poprzecznego blachy fałdowej o wybrzuszonej półce. Przemienny charakter amplitud wyboczonych lokalnie pólki, wpływa na podobną zmianę sztywności fałdy wzdłuż osi pręta. Wyboczenie lokalne ściskanych pólki wpływa więc na zmianę sztywności wzdłuż osi pręta.

Zmiana sztywności giętej (4.9) wzdłuż osi pręta wystąpi również wtedy, gdy oprócz obciążeń osiowych  $S$ , na pręt będą działać obciążenia poprzeczne  $q$ . Zmienność ta będzie wynikiem powstawania wybrzuszenia lokalnego oraz zmianą szerokości współpracującej  $b_w = b_w(x)$ .

$$J = J(S, q, x). \quad (4.9)$$



Rys. 4.4. Wykres ugięć wyboczenia lokalnego blachy fałdowej w funkcji naprężeń ściskających

Fig. 4.4. Local buckling deflections of the corrugated sheet as a function of compressive stresses

Wyniki uzyskane z badań geometrii wybrzuszonych lokalnie półek blach grubości  $g = 1,00$  mm pokazano na rys. 4.4. Wynika z nich, że maksymalne wybrzuszenie  $f$  ściskanych półek nie przekroczyło  $2g$  ( $g$  - grubości blach). Lokalne wygięcie ściskanych półek blachy fałdowej można określić równaniem

$$y = f \sin \frac{\pi x}{\bar{e}} \sin \frac{\pi}{b} z, \quad (4.10)$$

gdzie:

- $f$  - amplituda wybrzuszenia,
- $\bar{e}$  - odległość pomiędzy liniami przegięcia,
- $b$  - szerokość półki ściskanej.

Z badań otrzymano: dla  $g = 0,75$  mm,  $\bar{e} = 203,17$  mm; dla  $g = 1,00$  mm  $\bar{e} = 196,17$  mm. Amplituda wybrzuseń zmienia się z wytężeniem pręta  $f = f(\sigma)$ .

Z przebiegu przemieszczeń na szerokości półki wynika, że strefy przyległe do wyokrąglonych naroży odkształcają się nieznacznie i ich wygięcia w granicznym stanie są małe ( $f_z < 0,7 g$ ).

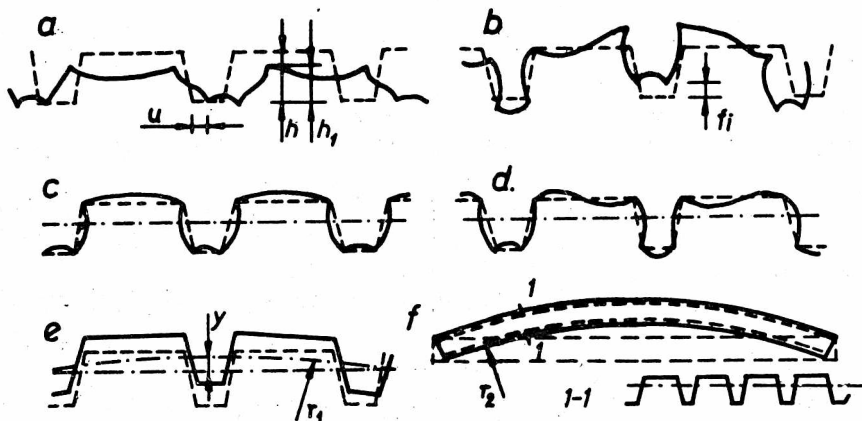
Obliczając charakterystyki sztywnościowe przekroju przyjmuje się szerokość współpracującą, jako strefę przyległą do wyokrąglonych naroży przekroju. Strefy te, jak wykazują pomiary geometrii badanych modeli, wyginają się nieznacznie. Można zatem przyjąć, że zmiana kształtu przekroju na skutek wyoboczenia lokalnego dla badanych modeli nie wpływała w decydujący sposób na zmianę sztywności giętnej blach fałdowych.

#### 4.4.2. Wpływ zmiany geometrii przekroju na sztywność giętą blach fałdowych

W podrozdziale 3.6, oprócz badań na ściskanie i zginanie, omówiono wyniki badań losowej geometrii blach fałdowych. Z badań wynika, że losowa geometria profilu sprawia, iż moment bezwładności badanych blach różni się od nominalnego (moment bezwładności był mniejszy o 2,64%, dla blach  $g = 0,75$  mm o 4,03% dla blach  $g = 1,00$  mm).

Na rysunku 4.5 pokazano deformacje przekroju poprzecznego blachy fałdowej (analizował je m.in. Wilkesmann do określenia stopnia zamocowania ściskanych półek). Deformacja pokazana na rys. 4.5a jest związana z brakiem więzi uniemożliwiających przesuw w płaszczyźnie płyty. Następstwem tej formy deformacji jest zmniejszenie wysokości profilu, co w zasadniczy sposób wpływa na zmniejszenie sztywności blachy fałdowej. Zmiana kształtu, pokazana na rys. 4.5b, następuje w wypadku działania sił w płaszczyźnie blachy fałdowej lub działania skupionych obciążeń poprzecznych. Tego typu deformacje mogą w niektórych wypadkach zwiększyć ogólną sztywność płyty fałdowej. Deformacje przekroju poprzecznego, pokazanego na rys. 4.5c i 4.5d, są skutkiem wyoboczenia lokalnego bądź działania obciążeń lokalnych

(np. skrętnych). Na rys. 5.5e pokazano początkową krzywiznę płyty fałdowej wynikającą z technologii produkcji (wpływ cech sprężystych blachy giętej na zimno). Krzywizna blachy może wystąpić nie tylko w kierunku poprzecznym do profilowania, ale również w kierunku podłużnym. Wstępna krzywizna poprzeczna jest likwidowana przez przymocowywanie krawędzi płyt fałdowych do podpór (płyta ma małą sztywność w tym kierunku), dlatego może być pominięta przy szacowaniu sztywności giętej.



Rys. 4.5. Deformacje przekroju poprzecznego blachy fałdowej  
Fig. 4.5. Deformations of the cross-section of the corrugated sheet

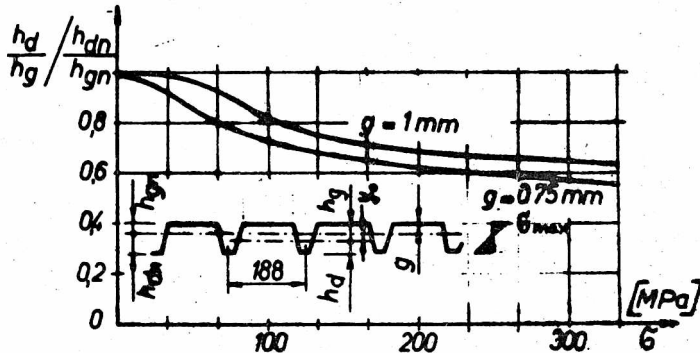
Wstępna krzywizna podłużna (rys. 4.5f) może natomiast mieć istotny wpływ na nośność ściskanych płyt fałdowych. Dokładniej zanalizowano to zagadnienie w p. 4.5.

#### 4.5. Mimośrodowość obciążeń ściskających blach fałdowych

##### 4.5.1. Wpływ wybożenia lokalnego na położenie osi obojętnej

Zmiana pola przekroju efektywnego po przekroczeniu naprężeń krytycznych wybożenia miejscowego wpływa na zmianę położenia osi obojętnej. Na rysunku 4.6 pokazano wykresy zmian położenia osi obojętnej, jako stosunek  $h_g/h_d(\sigma_{\max})$  do nominalnego położenia osi obojętnej,  $h_{gn}/h_{dn} (\sigma = 0)$ , w funkcji naprężeń  $\sigma_{\max}$  półki ściskanej, dla rozpatrywanych blach fałdowych. Do obliczenia zmian położenia osi obojętnej stosowano wzory (2.39)-(2.43), na szerokość współpracującą półek. Z wykresu wynika, że w miarę wzrostu wyciężenia następuje przemieszczenie się osi obojętnej w kierunku włókien rozciąganych. Jedynie w wypadku obciążeń zginających przemieszczenie się osi obojętnej nie pływa na powstawanie dodatkowych sił wewnętrz-

nych. Gdy zaś na blachę fałdową działają obciążenia w płaszczyźnie płyty, wpływa to na dodatkowe wyężenie przekroju - powstają momenty od mimośrodkowych obciążeń osiowych.



Rys. 4.6. Wykresy zmian położenia osi obojętnej w funkcji naprężeń  $\sigma$   
Fig. 4.6. Lability of the neutral axis position as a function of stresses  $\sigma$

Dla blachy fałdowej grubości 0,75 mm, przy  $\sigma_{\max} = 340$  MPa mimośród wynosi 0,144 h, dla blachy zaś grubości 1,00 mm mimośród wyniósł 0,123 h (gdzie  $h = 55$  - wysokość profilu). W rozpatrywanym przypadku mimośród obciążenia osiowego rósł ze wzrostem smukłości ściskanej pólki.

Gdy na płytę działają obciążenia poprzeczne  $q$ , wówczas rozkłady naprężeń zmieniają się wzdłuż osi pręta (zmienia się również szerokość współpracująca), a funkcja opisująca mimośród ma postać

$$y_0 = y(S, q, x). \quad (4.11)$$

#### 4.5.2. Wpływ losowej geometrii profilu na położenie osi obojętnej

Na mimośród  $e$  obciążenia płyt fałdowych ma wpływ losowa geometria przekroju poprzecznego.

Z badań geometrii przekroju poprzecznego wynika, że wymiary pólki, wysokości, rozstawu fałd i grubości blach fałdowych są losowe i mogą znacznie różnić się od wymiarów nominalnych. Losowa geometria przekroju poprzecznego powoduje, że również i położenie osi obojętnej będzie losowe. Wartość średnia  $\bar{h}_g$  wynosi

$$\bar{h}_g = \frac{\bar{S}_x}{\bar{F}} (\bar{g}, \bar{a}, \bar{b}, \bar{c}, \bar{h}), \quad (4.12)$$

gdzie:

- $\bar{S}_x$  - wartość średnia momentu statystycznego,
- $\bar{F}$  - średnie pole przekroju.

Wariancja wynosi:

$$D^2(h_g) = \left[ \frac{\partial h_g}{\partial g} \right]^2 D^2(g) + \left[ \frac{\partial h_g}{\partial a} \right]^2 D^2(a) + \left[ \frac{\partial h_g}{\partial b} \right]^2 D^2(b) + \left[ \frac{\partial h_g}{\partial c} \right]^2 D^2(c) + \left[ \frac{\partial h_g}{\partial h} \right]^2 D^2(h). \quad (4.13)$$

We wzorze (4.13) założono stochastyczną niezależność poszczególnych losowych parametrów geometrycznych.

Wartość średnia położenia osi obojętnej  $\bar{h}_g$ , obliczona dla geometrii wyznaczonej w badaniach (tąb. 3.2), dla granicznego stanu wytężenia ( $\sigma = 340$  MPa), różniła się od położenia osi obojętnej, obliczonego dla przekroju nominalnego o około 2%.

#### 4.5.3. Wpływ technologii produkcji blach fałdowych na mimośród obciążeń osiowych

Blachy fałdowe mają wstępną krzywiznę podłużną (rys. 4.5f), wynikającą z technologii produkcji. Z badań własnych krzywizny podłużnej blach fałdowych wynika, że półki szersze profilu znajdują się po stronie włókien "rozciąganych", półki zaś węższe po stronie włókien "ściskanych".

W celu określenia krzywizny technologicznej blach fałdowych badano jej geometrię. Pomierzono wielkości strzałek wygięcia blach fałdowych na długości arkusza. Pomiarów dokonywano na blachach fałdowych ułożonych jako belki wolnopodparte o rozpiętości  $l = 2, 4$  i  $6$  m. Strzałki wygięć mierzono dla położenia blach fałdowych półką szerszą ku górze, a następnie półką węższą ku górze (w celu określenia wartości ugięć wynikających z ciężaru własnego).

Na podstawie badań ustalono, że krzywiznę podłużną blach fałdowych można aproksymować równaniem koła, a średnie promienie krzywizn wyznaczone doświadczalnie wynoszą: dla  $g = 1,00$  mm,  $\bar{r}_2 = 363,61$  m, zaś dla  $g = 0,75$  mm,  $\bar{r}_2 = 247,65$  m.

Strzałkę wstępnego wygięcia, wynikającą z technologii produkcji blach fałdowych można wyznaczyć z równania:

$$e_1 = r_2 - \sqrt{r_2^2 - 0,25 l^2}, \quad (4.14)$$

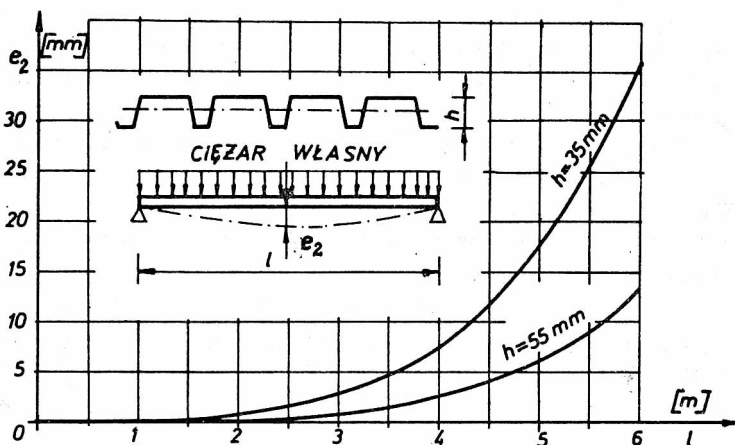
gdzie:

$l$  - długość arkusza blachy, w m.

Z badań wynika, że blachy fałdowe cieńsze miały strzałki wygięcia (wynikające z technologii produkcji) większe niż blachy grubsze. Wartość tych wstępnych wygięć wzrasta wraz z rozpiętością arkusza.

#### 4.5.4. Wpływ ciężaru własnego na mimośrodowość obciążeń osiowych blach fałdowych

W pracy ściskanej blachy fałdowej w położeniu horyzontalnym ugięcia od ciężaru własnego spowodują powstanie mimośrodu obciążenia. Ten mimośród obciążeń osiowych może okazać się szczególnie istotny przy większych rozpiętościach blach oraz dla blach o niedużej wysokości.



Rys. 4.7. Wykres ugięć blach fałdowych od ciężaru własnego  $e_2$  w funkcji rozpiętości

Fig. 4.7. Deflections of corrugated sheets due to their weight  $e_2$  as a function of span

Na rysunku 4.7 pokazano wykresy ugięć od ciężaru własnego  $e_2$  blach fałdowych 35 x 188 i 55 x 188 w funkcji rozpiętości  $l$ .

Z analiz wynika, że grubość blachy fałdowej nie ma wpływu na wartość ugięcia od ciężaru własnego  $e_2$ , gdyż stosunek ciężaru własnego do sztywności giętej profilu ma w przybliżeniu wartość stałą dla danego asortymentu blachy fałdowej. Dla rozpatrywanej blachy fałdowej, o wysokości fałdy  $h = 55 \text{ mm}$  ugięcie wynosiło  $e_2 = 0,01047 l^4$ , gdzie:  $l$  w m,  $e_2$  w mm.

#### 4.5.5. Analiza mimośrów obciążeń osiowych blach fałdowych

Obliczeniowe naprężenia krytyczne prętów ściskanych w ujęciu normy PN-80/B-03200 mają wartości zawyżone w stosunku do teoretycznych (przy przyjęciu idealnej osiowości, zarówno w odniesieniu do siły, jak i osi pręta). W rzeczywistości warunki te nigdy nie są spełnione i przepisy normowe przewidują z góry pewien nieunikniony mimośród przyłożenia siły. Według Stüssi'ego [62] przyjmuje się wstępny mimośród

$$e_{m1} = \frac{1}{500}, \quad (4.15)$$

według zaś przepisów niemieckich DIN 4114 [75]

$$e_{m2} = \frac{i}{20} + \frac{1}{500}, \quad (4.16)$$

gdzie:

- i - promień bezwładności,
- l - długość pręta ściskanego.

W tabeli 4.1 zestawiono mimośrodory badanych blach fałdowych. W kolumnach 1., 2. i 3. podano grubość g, wysokość h oraz długość blach fałdowych. W kolumnach 4. i 5. podano mimośrodory  $e_m$  wg Stüsi'ego (4.15) i według DIN 4114 (4.16). W kolumnie 6. podano mimośród obciążenia  $y_0$ , wynikający ze zmiany położenia osi obojętnej w procesie obciążania dla  $\sigma = 340$  MPa. W kolumnie 7. zamieszczono wartość mimośrodu  $e_1$  wynikającego z krzywizny podłużnej blachy fałdowej. W kolumnie 8. podano mimośród  $e_2$ , spowodowany ugięciem od ciężaru własnego blachy fałdowej.

T a b e l a 4.1

Zestawienie mimośrodów obciążenia osiowego płyt fałdowych

g	h	l	$e_{m1}$	$e_{m2}$	$y_0$	$e_1$	$e_2$
mm							
1	2	3	4	5	6	7	8
0,75	55	2000	4,00	5,097	8,03	2,02	0,168
1,00	55	2000	4,00	5,097	6,66	1,38	0,168

Z analizy mimośrodów, zestawionych w tabeli 4.1, wynika, że sumaryczne mimośrodory  $y_0$ ,  $e_1$  i  $e_2$  mogą być większe od przyjmowanych w normach  $e_{m1}$  i  $e_{m2}$ . Dla badanych blach fałdowych T 55 x 188 mimośród wynikający ze zmiany położenia osi obojętnej był większy od  $e_m$ . Dlatego uwzględnienie tych mimośrodów, jako wpływ "drugiego rzędu", jest dla blach fałdowych szczególnie istotne. Norma [72] i wytyczne [16] nie uwzględniają wpływu smukłości ścianek przekroju cienkościennego na mimośród wstępny.

Z zestawienia mimośrodów (tab. 4.1) oraz dotychczasowych analiz można wnosić, że dla ściskanych blach fałdowych przyjęcie jedynie "normowego", np. (4.16), mimośrodu może nie zapewnić wymaganego bezpieczeństwa takich konstrukcji.

#### 4.6. Rozwiązania równań różniczkowych blach fałdowych ściskanych osiowo i mimośrodowo oraz jednocześnie zginanych i ściskanych

Pracę jednocześnie zginanego i ściskanego pręta blachy fałdowej określa równanie (4.7). Jest to równanie różniczkowe czwartego rzędu o nie-

liniowo zmieniających się współczynnikach. Nieliniowo zmienia się sztywność  $EJ(S,x)$  oraz mimośród  $y_0(S,x)$ .

Prętami o zmieniającej się sztywności zajmowało się wielu autorów, między innymi Kacner A. [50], Mazurkiewicz Z. [61], Timoshenko S.P. [84], Gałkiewicz J. [34].

Kacner [50] w monografii poświęconej prętom i płytom o zmiennej sztywności podał sposób rozwiązywania rozważanych zagadnień za pomocą skończonej transformacji Fouriera oraz pojedynczych szeregów Fouriera. W rozpatrywanych przykładach przyjmował zmienność sztywności w postaci funkcji trygonometrycznych.

Rozwiązania w postaci zamkniętej można uzyskać dla przypadków zginanych prętów o zmieniającej się sztywności w postaci funkcji potęgowej

$$J(x) = J_1 \left[ 1 + \frac{x}{a} \right]^n \quad (4.17)$$

za pomocą funkcji Bessela dla dowolnej wartości wykładnika  $n$ .

#### 4.6.1. Rozwiązanie równania różniczkowego ściskania osiowego płyty fałdowej

Gdy na płytę fałdową działa jedynie obciążenie osiowe  $S$ , sztywność giętna  $J = J(S)$ , (4.3) oraz mimośród  $y_0 = y_0(S)$  (4.4) są funkcją tylko obciążenia osiowego (nie zmieniają się wzdłuż osi pręta). Pracę ściskanej osiowo fałdy określa równanie (4.5), którego rozwiązanie ma następującą postać:

$$y = C_1 \sin \alpha x + C_2 \cos \alpha x - y_0, \quad (4.18)$$

gdzie:

$$\alpha^2(S) = \frac{S}{EJ(S)}. \quad (4.19)$$

Stałe  $C_1$  i  $C_2$  można wyznaczyć po uwzględnieniu warunków brzegowych zamocowania pręta. Dla pręta swobodnie podpartego o długości  $l$  otrzymano wzory określające ugięcie, moment zginający i siłę poprzeczną

$$y = y_0 \operatorname{tg} 0,5 \alpha l \sin \alpha x + y_0 \cos \alpha x - y_0, \quad (4.20)$$

$$M = S y_0 \operatorname{tg} 0,5 \alpha l \sin \alpha x + S y_0 \cos \alpha x, \quad (4.21)$$

$$Q = S y_0 \alpha \operatorname{tg} 0,5 \alpha l \cos \alpha x - S y_0 \sin \alpha x. \quad (4.22)$$

Ugięcie w środku ściskanej osiowo blachy fałdowej wynosi:

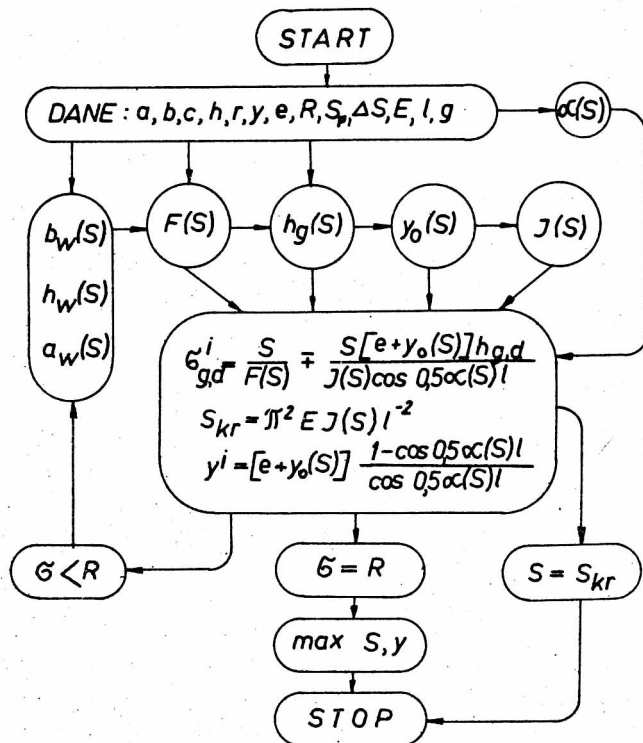
$$y(0,5 l) = y_0 \frac{1 - \cos 0,5 \alpha l}{\cos 0,5 \alpha l}. \quad (4.23)$$



Naprężenia w skrajnych włóknach przekroju wynoszą:

$$\max \sigma = \frac{S}{F(S)} \pm \frac{S y_0(S)}{W(S) \cos 0,5 \alpha(S) l} \quad (4.24)$$

Obliczanie nośności i ugięć ściskanych osiowo blach fałdowych proponuje się wykonywać metodą poszukiwania, gdyż:  $y_0$ ,  $J$ ,  $F$ ,  $W$  są funkcją siły osiowej  $S$ .

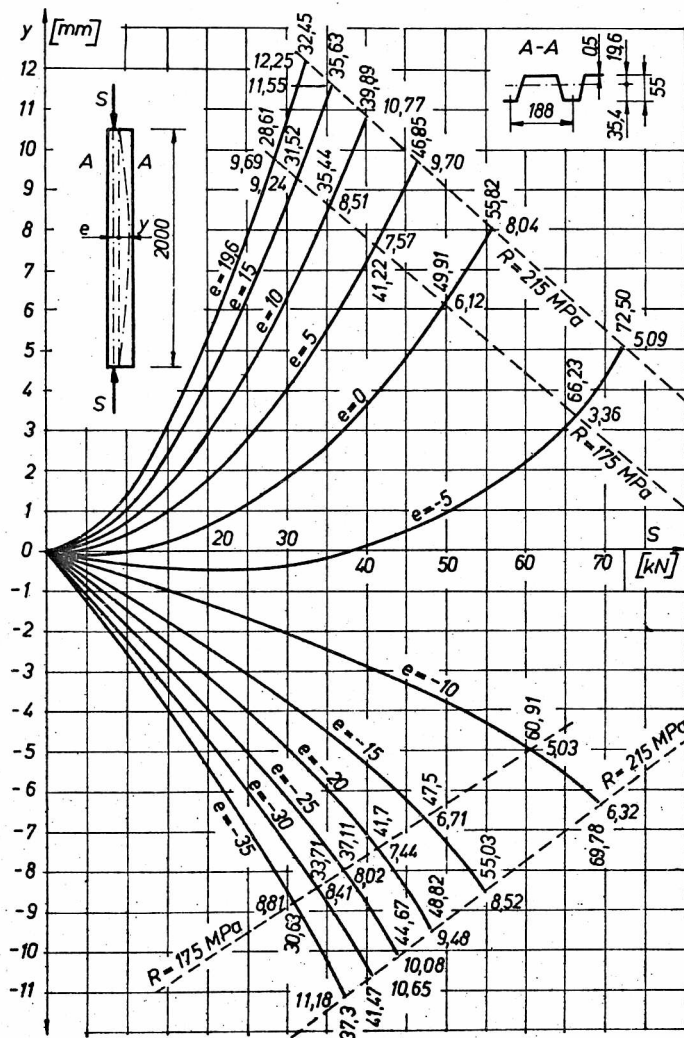


Rys. 4.8. Schemat blokowy obliczania nośności oraz ugięć ściskanych osiowo i mimośrodkowo płyt fałdowych

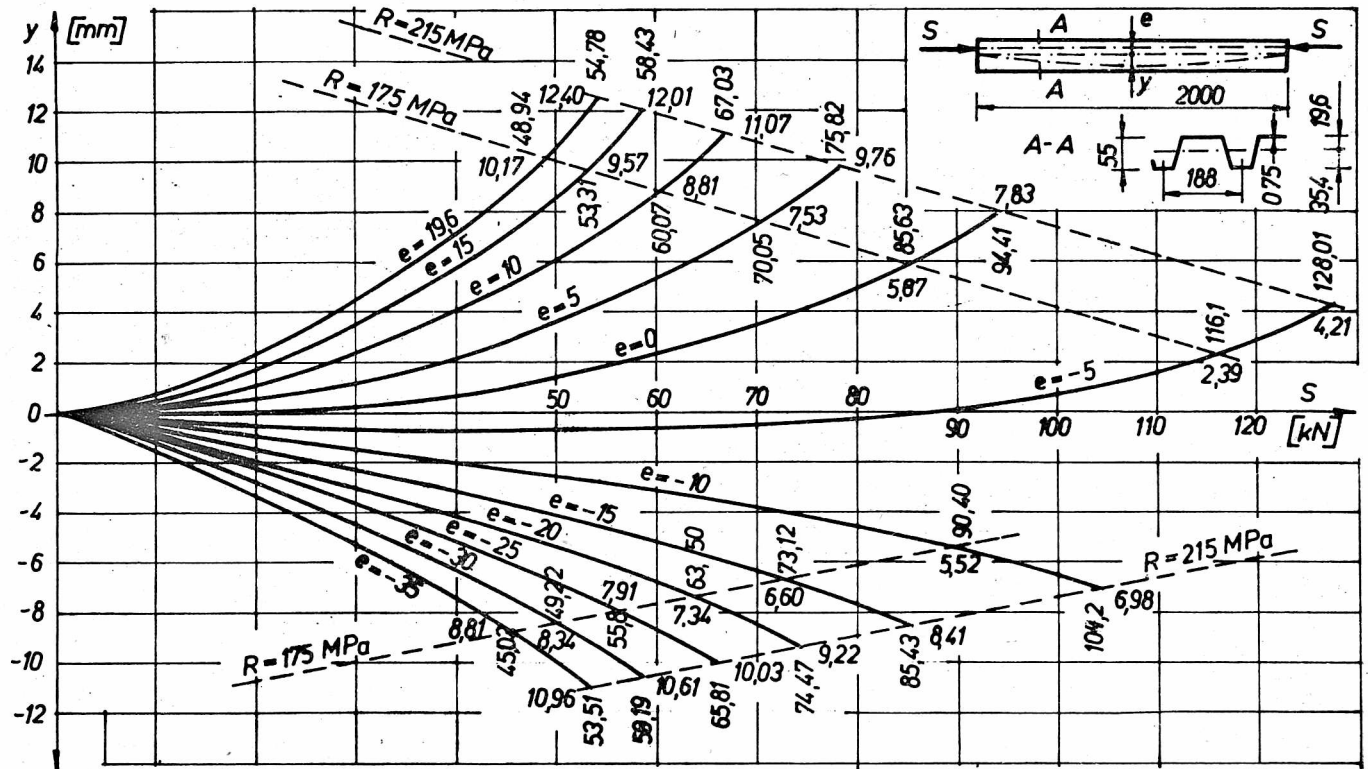
Fig. 4.8. Block-diagram of the calculation of the load capacity and deflections of corrugated sheets in axial and eccentric compressions

Schemat blokowy obliczania nośności ściskanych osiowo i mimośrodkowo blach fałdowych zamieszczono na rys. 4.8. Według tego schematu opracowano program NSEC do obliczania nośności oraz ugięć ściskanych osiowo i mimośrodkowo elementów cienkościennych o przekroju kapeluszowym. Program napisano w języku FORTRAN, a obliczenia wykonano na maszynie Odra 1205.

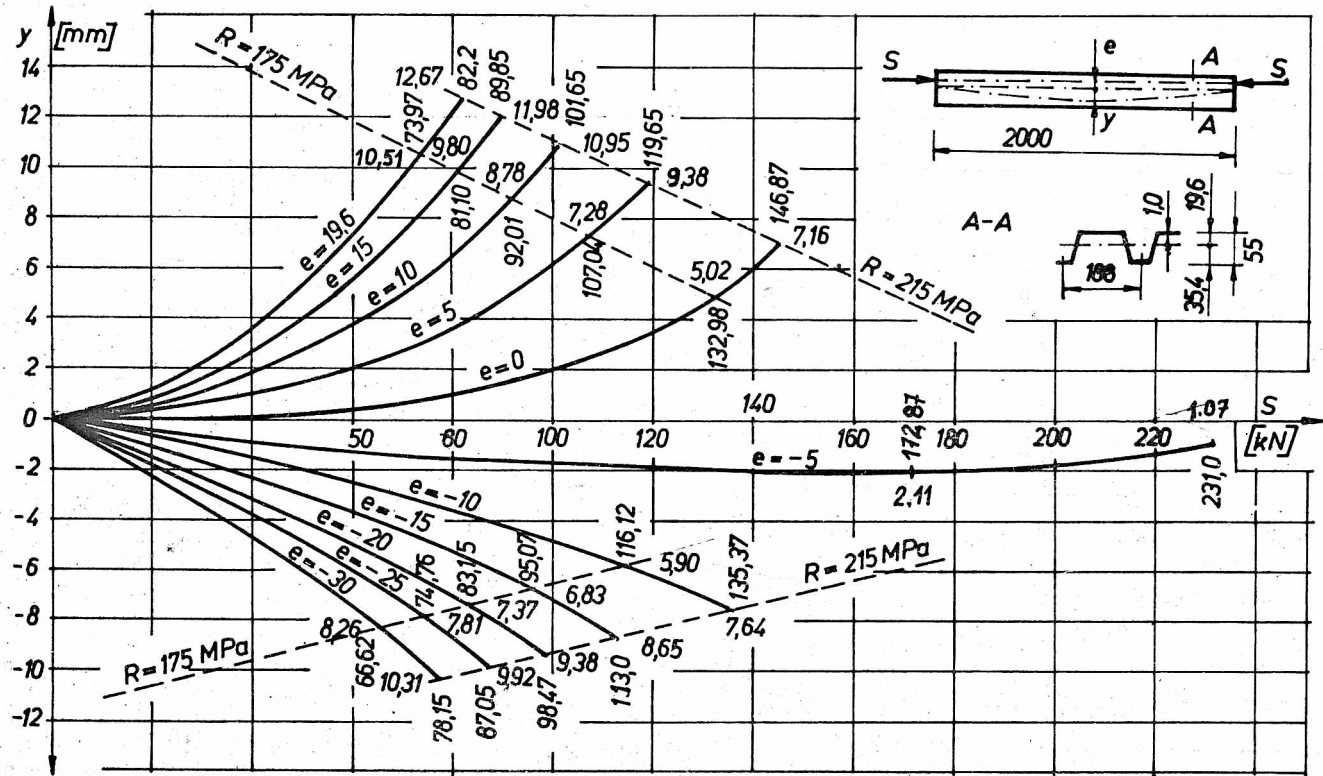
Program NSEC zbudowano w ten sposób, aby otrzymać wydruk z emc w postaci: szerokości współpracującej półki ściskanej  $b_w$ , położenia osi obrotowej  $h$ , charakterystyk sztywnościowych przekroju współpracującego  $R_w$ ,  $J_w$ , ugięć i naprężeń we włóknach skrajnych przekroju, od obciążenia początkowego  $S_p$  krokiem  $\Delta S$  do obciążenia granicznego lub krytycznego.



Rys. 4.9. Wykresy ugięć  $y$  w funkcji obciążenia ściskającego  $S$  blach fałdowych 55 x 188 x 0,5 mm, o szerokości 1 m  
 Fig. 4.9. Deflections  $y$  as a function of the compressive load  $S$ , for corrugated sheets 55 x 188 x 0,5 mm

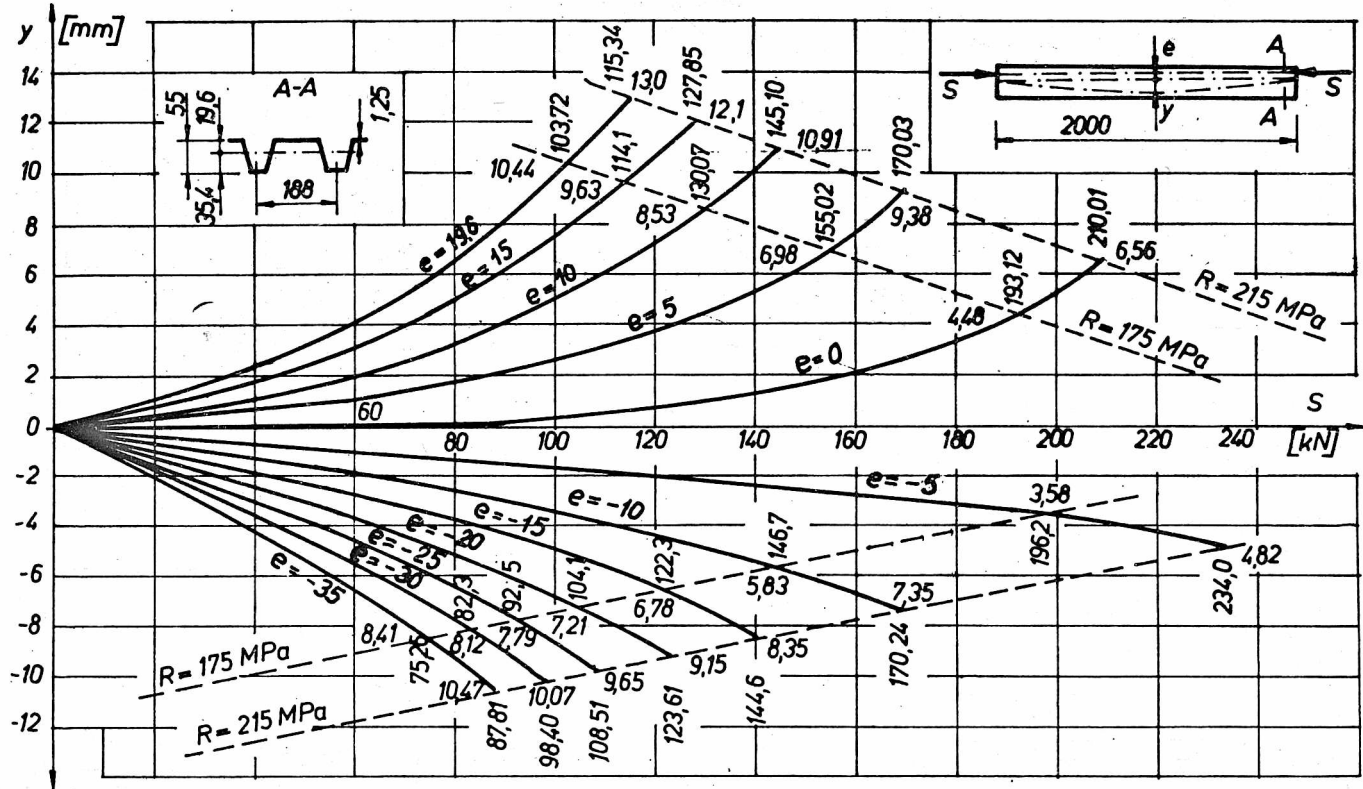


Rys. 4.10. Wykresy ugięć  $y$  w funkcji obciążenia ściskającego  $S$  blach fałdowych 55 x 188 x 0,75 mm, o szerokości 1 m  
 Fig. 4.10. Deflections  $y$  as a function of the compressive load  $S$  for corrugated sheets 55 x 188 x 0,75 mm



Rys. 4.11.. Wykresy ugięć  $y$  w funkcji obciążenia ściskającego  $S$  blach fałdowych 55 x 188 x 1 mm, o szerokości 1 m

Fig. 4.11. Deflections  $y$  as a function of the compressive load  $S$  for corrugated sheets 55 x 188 x 1 mm



Rys. 4.12. Wykresy ugięć  $y$  w funkcji obciążenia ściskającego  $S$  blach fałdowych 55 x 188 x 1,25 mm, o szerokości 1 m

Fig. 4.12. Deflections  $y$  as a function of the compressive load  $S$  for corrugated sheets 55 x 188 x 1,25 mm

## Przykład 1.

Obliczyć nośność graniczną oraz ugięcia  $y = y(S)$  ściskanych osiowo, siłą  $S$  blach fałdowych  $55 \times 188 \times 1000$ , grubości  $0,5, 0,75, 1,00$  i  $1,25$  mm, ze stali St0 ( $R = 175$  MPa) oraz ze stali St3 ( $R = 215$  MPa). Moduł Younga materiału blach  $E = 206\,000$  MPa. Długość blach wynosi  $2000$  mm.

Wyniki obliczeń nośności oraz ugięć blach fałdowych szerokości  $1,00$  m ściskanych osiowo, wykonanych według programu NSEC, pokazano na rysunkach 4.9+4.12 (krzywe  $e = 0$ ). Obliczenia potwierdzają krzywoliniowy charakter związku  $y = y(S)$  dla osiowego ściskania blach fałdowych. Przedstawione wyniki uzyskano stosując na szerokość współpracującą półek wzory od (2.39) do (2.43) oraz nominalne charakterystyki geometryczne płyt fałdowych.

Na rysunkach 4.9+4.12 podano współrzędne nośności i ugięć granicznych blach fałdowych o wytrzymałości  $R = 175$  MPa (stal gatunku St0) oraz  $R = 215$  MPa (stal gatunku St3).

## 4.6.2. Rozwiązanie równania różniczkowego ściskania mimośrodowego płyty fałdowej

Jeżeli na płytę fałdową działa obciążenie ściskające przyłożone na mimośrodku  $e(x) = e$ , to sztywność giętna  $J = J(S)$  mimośrodek  $y_0 = y_0(S)$  są funkcją tylko obciążenia osiowego. Mamy wówczas do czynienia z zagadnieniem omówionym w p. 4.6.1.

Dla pręta swobodnie podpartego o długości  $l$ , ściskanego na mimośrodku  $e$ , otrzymano następujące wzory określające ugięcie, moment zginający i siłę poprzeczną:

$$y = (e + y_0) (\operatorname{tg} 0,5\alpha l \sin \alpha x + \cos \alpha x - 1), \quad (4.25)$$

$$M = S(e + y_0) (\operatorname{tg} 0,5\alpha l \sin \alpha x + \cos \alpha x), \quad (4.26)$$

$$Q = S(e + y_0) \alpha (\operatorname{tg} 0,5\alpha l \cos \alpha x - \sin \alpha x). \quad (4.27)$$

Ugięcie w środku ściskanej osiowo blachy fałdowej

$$y(0,5 l) = (e + y_0) \frac{1 - \cos 0,5\alpha l}{\cos 0,5\alpha l}. \quad (4.28)$$

Największe naprężenia we włóknach skrajnych przekroju

$$\max \sigma = \frac{S}{F(S)} \pm \frac{S [e + y_0(S)]}{W(S) \cos 0,5\alpha(S) l}. \quad (4.29)$$

Nośność ściskanych mimośrodkowo płyt fałdowych proponuje się obliczać podobnie jak płyt ściskanych osiowo, metodą przeszukiwania, według schematu blokowego, pokazanego na rys. 4.8, korzystając z programu NSEC.

## P r z y k ł a d 2.

Obliczyć nośność graniczną oraz ugięcia  $y = y(S)$  ściskanych mimośrodowo siłą  $S$  blach fałdowych  $55 \times 188 \times 1000$ , grubości: 0,5, 0,75, 1,00 i 1,25 mm, ze stali St0 ( $R = 175$  MPa) oraz ze stali St3 ( $R = 215$  MPa). Moduł Younga wynosi  $E = 206\ 000$  MPa, długość zaś 2000 mm.

Wyniki obliczeń nośności granicznej ściskanych mimośrodowo blach fałdowych, wykonywanych według programu NSEC dla nominalnych charakterystyk przekroju, pokazano na rys. 4.9+4.12. Do obliczeń przyjęto mimośrod  $e = 19,6$  mm (siła przyłożona do półki szerszej), 15, 10, -5, -10, -20, -25, -30, -35,4 mm (siła przyłożona do półki węższej blachy fałdowej).

Na rysunkach 4.9+4.12 podano współrzędne nośności i ugięcie granicznych ściskanych blach fałdowych o wytrzymałości  $R = 175$  MPa (stal gatunku St0) oraz  $R = 215$  MPa (stal gatunku St3).

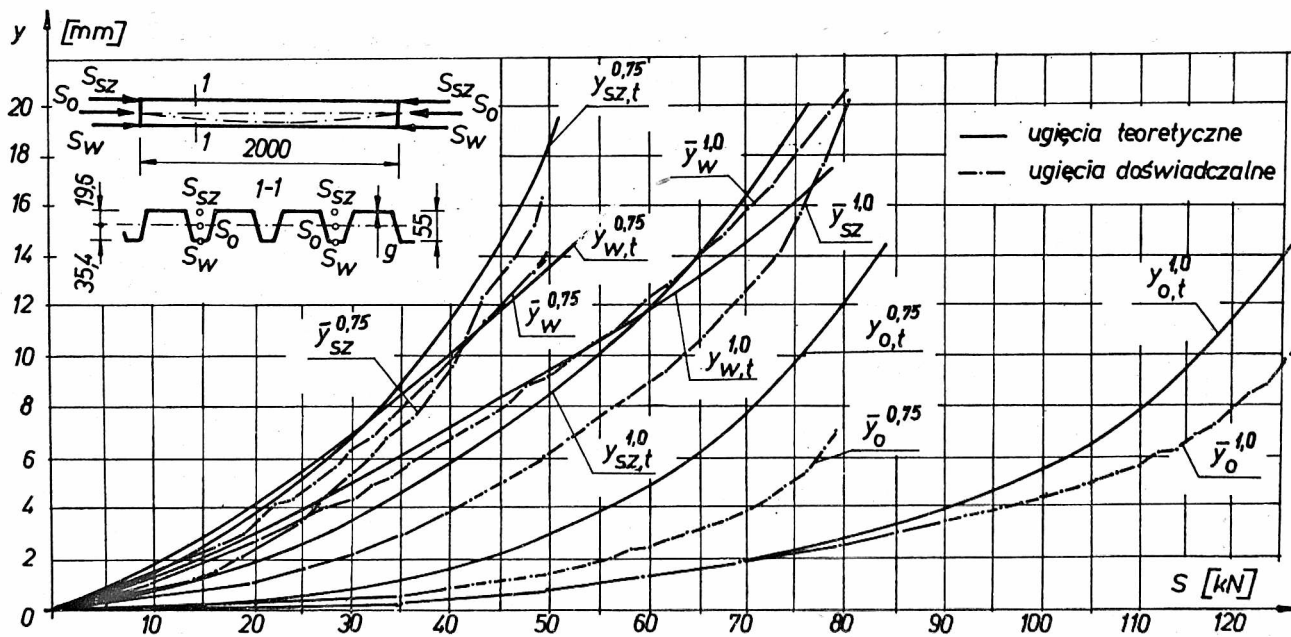
Z przebiegów wykresów pokazanych na rysunkach 4.9+4.12 wynika, że największą nośność ściskanych blach fałdowych można uzyskać dzięki zastosowaniu odpowiednio dobranych mimośródów. Ugięcia tak obciążonych blach fałdowych są mniejsze od ugięć blach obciążonych osiowo i mogą zmieniać znak. W rozważonym przypadku mimośród ten wynosił około 5 mm poniżej osi obojętnej. Mimośród ten można wyznaczyć metodą przeszukiwania za pomocą programu NSEC. Blacha fałdowa ściskana na tak dobranym mimośrodku wykazuje większą nośność niż obciążona osiowo. Po zastosowaniu mimośrodu 5 mm poniżej osi obojętnej, nośność blachy fałdowej grubości 0,75 mm ze stali St3 wynosi  $S = 128,01$  kN i jest o 36,2% większa niż w przypadku osiowego obciążenia, zaś dla blachy grubości 1,00 mm wynosi  $S = 231,0$  kN i jest o 57,3% większa w stosunku do obciążenia osiowego.

Na podstawie analiz można wnosić, że istnieje teoretycznie taki mimośród, iż wyczerpanie nośności ściskanych cienkościennych blach fałdowych nastąpi wskutek wyboczenia sprężystego lub plastycznego. W praktyce należy liczyć się ze znaczną ingerencją losowej geometrii blach fałdowych, imperfekcji przyłożenia sił oraz losowych cech materiałowych. Spowoduje to obniżenie nośności tak obciążonych blach.

Oprócz analizowanych form wyczerpania nośności, w ściskanych osiowo blachach fałdowych o większych smukłościach, niż badano doświadczalnie lub blachach fałdowych o mniejszych smukłościach ścianek można się spodziewać zniszczenia przez wyboczenie. Taki przypadek wyczerpania nośności uwzględnia również program NSEC.

Na rysunku 4.13 pokazano wykresy ugięć średnich  $\bar{y}$  wyznaczonych doświadczalnie oraz ugięcia wyznaczone teoretycznie  $y_t$  za pomocą programu NSEC, blach fałdowych ściskanych osiowo  $S_o$  oraz mimośrodowo  $S_w$ ,  $S_{sz}$ .

Wartości  $S_{gr}^t$  i  $y_{gr}$  obliczono przyjmując: szerokości współpracujące według wzorów (2.39)+(2.43) oraz średnie wartości charakterystyk geometrycznych (tab. 3.2) i materiałowych (tab. 3.1), a także wzmocnienie modeli obciążonych siłą  $S_w$ .



Rys. 4.13. Doświadczalne  $\bar{y}$  oraz teoretyczne  $y_t$  ugięcia blach fałdowych w funkcji obciążenia ściskającego  $S$   
 Fig.4.13. Experimental  $\bar{y}$  and theoretical  $y_t$  deflections of the corrugated sheets versus compressive load  $S$



Z przebiegu wykresów, pokazanych na rysunku 4.13, widać stosunkowo dobrą zgodność wyników teoretycznych i doświadczalnych, dla blach ściskanych siłą przyłożoną do półki węższej. Dla blach ściskanych siłą  $S_{sz}$  i  $S_o$  ugięcia doświadczalne są mniejsze od teoretycznych.

Ilościowe wyniki porównania nośności granicznej oraz ugięć granicznych doświadczalnych i teoretycznych ściskanych blach fałdowych zamieszczono w tabeli 4.2. W kolumnie 3. podano średnią nośność graniczną, uzyskaną doświadczalnie  $\bar{S}_{gr}$ , w kolumnie zaś 4. nośność graniczną uzyskaną teoretycznie  $S_{gr}^t$ . W kolumnach 5. i 6. zamieszczono średnie ugięcie graniczne  $\bar{y}_{gr}$  oraz teoretyczne ugięcie graniczne  $y_{gr}^t$ .

T a b e l a 4.2

Porównanie nośności granicznej oraz ugięć granicznych doświadczalnych i teoretycznych, ściskanych blach fałdowych

$\xi_n$	Rodzaj obciążenia	$\bar{S}_{gr}$	$S_{gr}^t$	$\bar{y}_{gr}$	$y_{gr}^t$	$\frac{\bar{S}_{gr}}{S_{gr}^t}$	$\frac{\bar{y}_{gr}}{y_{gr}^t}$
		kN		mm			
1	2	3	4	5	6	7	8
0,75	$S_o$	78,23	84,00	7,14	14,53	0,9313	0,4914
	$S_{sz}$	48,36	51,95	16,09	19,48	0,9309	0,8259
	$S_w$	49,18	52,12	14,50	14,74	0,9435	0,9837
1,00	$S_o$	127,00	126,29	10,31	14,34	1,0056	0,7189
	$S_{sz}$	81,20	76,94	19,94	20,07	1,0553	0,9935
	$S_w$	80,20	78,00	20,01	17,18	1,0282	1,1648

Z porównania doświadczalnej i teoretycznej nośności granicznej (kolumna 7.) wynika, że maksymalne różnice nośności mieszczą się w przedziale od -7% do +11,0%. Różnice ugięć doświadczalnych i teoretycznych są znacznie większe i sięgają nawet 50,9% (dla  $S_o$ ,  $g = 0,75$  mm). Należy zaznaczyć, że takie różnice ugięć występują w przedziale poprzedzającym wyczerpanie nośności. W zakresie obciążeń do  $0,9 S_{gr}$  różnice ugięć są znacznie mniejsze.

Różnice ugięć teoretycznych i doświadczalnych modeli obciążonych miśrośrodkowo są znacznie mniejsze niż dla przypadku osiowego ściskania. Duże różnice ugięć doświadczalnych i teoretycznych modeli obciążonych osiowo należy tłumaczyć dużą "wrażliwością" blach fałdowych na wstępne, losowe miśrośrodkowości półek i osi (szczególnie dla blach grubości  $g = 0,75$  mm).

#### 4.6.3. Rozwiązanie równania jednoczesnego zginania i ściskania blachy fałdowej

W ogólnym przypadku wyważenia blachy fałdowej, gdy oprócz obciążenia leżącego w płaszczyźnie blachy S, działa obciążenie poprzeczne  $q(x)$ , pracę jej określa równanie (4.7).

Rozwiązanie równania (4.7) można uzyskać [50] za pomocą szeregów trygonometrycznych, stosując skończone sinusowe lub kosinusowe transformacje Fouriera do odpowiedniego operatora różniczkowego. Transformator operatora zawiera wartości poszukiwanej funkcji i jej pochodnych na brzegach w ilości odpowiadającej liczbie warunków brzegowych dla danego równania różniczkowego.

W przedstawionym rozwiązaniu zastosowano oznaczenia za monografią [50] We wzorach kreska pozioma nad literą y z odpowiednim wskaźnikiem oznacza, że  $\bar{y}_m$ ,  $\bar{y}_{m''}$  itd. są współczynnikami Fouriera, czyli transformatorami całkowymi funkcji. Kreska nad wskaźnikiem  $\bar{m}$  oznacza, że pod całką, za pomocą której oblicza się dany współczynnik Fouriera, występuje  $\cos \alpha_m x$ , brak kreski nad m wskazuje na to, że mamy do czynienia ze współczynnikiem szeregu sinusowego.

Rozwinięcie funkcji  $y(x)$  w przedziale  $(0,1)$  w szereg sinusowy ma postać:

$$y(x) = \sum_{m=1}^{\infty} \bar{y}_m \sin \alpha_m x, \quad \bar{y}_m = \frac{2}{1} \int_0^1 y(z) \sin \alpha_m z dz, \quad (4.30)$$

$$\alpha_m = \frac{m\pi}{1}, \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

w szereg kosinusowy

$$y(x) = \sum_{m=0,1}^{\infty} C_m \bar{y}_m \cos \alpha_m x, \quad \bar{y}_m = \frac{2}{1} \int_0^1 y(z) \cos \alpha_m z dz, \quad (4.31)$$

gdzie:

$$C_m = (1 - 0,5 \delta_{0m}),$$

$$\delta_{0m} = \begin{cases} 1, & \text{przy } m = 0, \\ 0, & \text{przy } m > 0. \end{cases}$$

Rozwijając obie strony (4.7) w szeregi sinusowe w przedziale  $[0, 1]$  i przyrównując współczynniki Fouriera przy jednoimiennych funkcjach zmiennej  $x$  otrzymano związek:

$$\bar{M}_m'' - (\bar{S}_y^1)'_m - (\bar{S}_{y_0}^1)' - (\bar{S}_e^1)' = \bar{q}_m. \quad (4.32)$$

Przedstawiając funkcję  $M(x)$  w postaci szeregu sinusowego i różniczkując otrzymano:

$$\bar{M}_m' = -\alpha_m^2 \bar{M}_m - \frac{2}{l} \alpha_m [M(1) \cos m\pi - M(0)] . \quad (4.33)$$

Funkcje  $Sy'$  rozwinęto w szereg Fouriera według kosinusów i zróżniczkowano:

$$(\bar{S}'_y)_m = -\alpha_m (\bar{S}'_y)_m . \quad (4.34)$$

Po podstawieniu wzorów (4.33) i (4.34) do (4.32) otrzymano:

$$\begin{aligned} \bar{M}_m - \frac{1}{\alpha_m} \left[ (\bar{S}'_y)_m + (\bar{S}'_{y_0})_m + (\bar{S}'_e)_m + \frac{2}{l\alpha_m} \left[ M(0) + \right. \right. \\ \left. \left. + M(1) \frac{\cos m\pi}{\alpha_m} \right] \right] = \frac{\bar{q}_m}{\alpha_m} . \end{aligned} \quad (4.35)$$

W celu uzyskania rozwiązania zagadnienia, wyznaczono współczynniki  $\bar{y}_k''$  szeregu sinusowego, stanowiącego rozwiązanie drugiej pochodnej  $y''(x)$  linii ugięcia.

Wielkości  $\bar{M}_m$  i  $(\bar{S}'_y)_m$  wyrażono za pomocą współczynników  $\bar{y}_k''$ .

$$\bar{M}_m = -(EJy'')_m = - \left[ EJ(x) \sum_{k=1}^{\infty} \bar{y}_k'' \sin \alpha_k x \right]_m = - \sum_{k=1}^{\infty} \bar{EJ}_{km} \bar{y}_k'' \quad (4.36)$$

$$(\bar{S}'_y)_m = \frac{1}{l} [y(1) - y(0)] \bar{S}_m - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_k} \bar{S}_{km} \bar{y}_k'' . \quad (4.37)$$

Po wstawieniu związków (4.36) i (4.37) do (4.35) otrzymano nieskończony układ równań:

$$\begin{aligned} -l\alpha_m \sum_{k,m=1,2}^{\infty} A_{km} \bar{y}_k'' - 2M(0) + 2M(1) \cos m\pi - \bar{S}_m [y(1) + y_0(1) - \\ - e(1) - y(0) - y_0(0) - e(0)] = \frac{l\bar{q}_m}{\alpha_m} , \end{aligned} \quad (4.38)$$

gdzie:

$$A_{km} = \bar{EJ}_{km} + \frac{1}{\alpha_k \alpha_m} \bar{S}_{km} . \quad (4.39)$$

Znając wartości funkcji  $y(x)$ ,  $y_0(x)$ ,  $e(x)$  i ich drugie pochodne na końcach przedziału z układu  $n$  równań (4.38) można wyznaczyć  $n$  współczynników  $\bar{y}_k''$  i za pomocą wzoru

$$y(x) = - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\bar{y}_k''}{\alpha_k^2} \sin \alpha_k x + \frac{x}{1} y(1) + \frac{1-x}{1} y(0) \quad (4.40)$$

znaleźć funkcję  $y(x)$ , stanowiącą rozwiązanie równania (4.7). Jest to formalnie ścisłe rozwiązanie równania (4.7).

Jeżeli funkcja  $y(x)$  przybiera wartości zerowe na końcach przedziału  $y(0) = y(1) = 0$ , to układ równań (4.38) przybiera następującą postać:

$$1 \sum_{k,m=1,2}^{\infty} \bar{B}_{km} \bar{y}_k - 2M(0) \alpha_m + 2M(1) \alpha_m \cos m\pi = \bar{q}_m, \quad (4.41)$$

gdzie:

$$B_{km} = \alpha_k^2 \alpha_m^2 EJ_{km} + \alpha_k \alpha_m \bar{S}_{km}. \quad (4.42)$$

Dla pręta swobodnie podpartego, obciążonego poprzecznie, układ równań (4.41) przybiera następującą postać:

$$\sum_{m,k=1}^{\infty} B_{km} \bar{y}_k = \bar{q}_m. \quad (4.43)$$

#### P r z y k ł a d

W przyjętym modelu matematycznym ściskanej i zginanej blachy fałdowej mamy do czynienia z przypadkiem zmiennej sztywności giętej (4.9). Funkcję zmiennej sztywności dla belki swobodnie podpartej obciążonej w środku rozpiętości siłą skupioną przyjęto w postaci:

$$EJ(S, P, x) = EJ_1 + EJ_2 \cos \alpha_n x, \quad (4.44)$$

gdzie:

$EJ_1$  - sztywność zredukowana blachy fałdowej w środku rozpiętości

$EJ_1 + EJ_2$  - sztywność przekroju nad podporą.

Transformata sztywności [50] wynosi:

$$EJ_{mr} = \frac{2}{1} \int_0^1 (EJ_1 + EJ_2 \cos \alpha_n x) \sin \alpha_m x \sin \alpha_p x dx = EJ_1 \delta_{mr} + 0,5 EJ_2 (\delta_{r,m-n} + \delta_{l,m+n}), \quad (4.45)$$

gdzie:

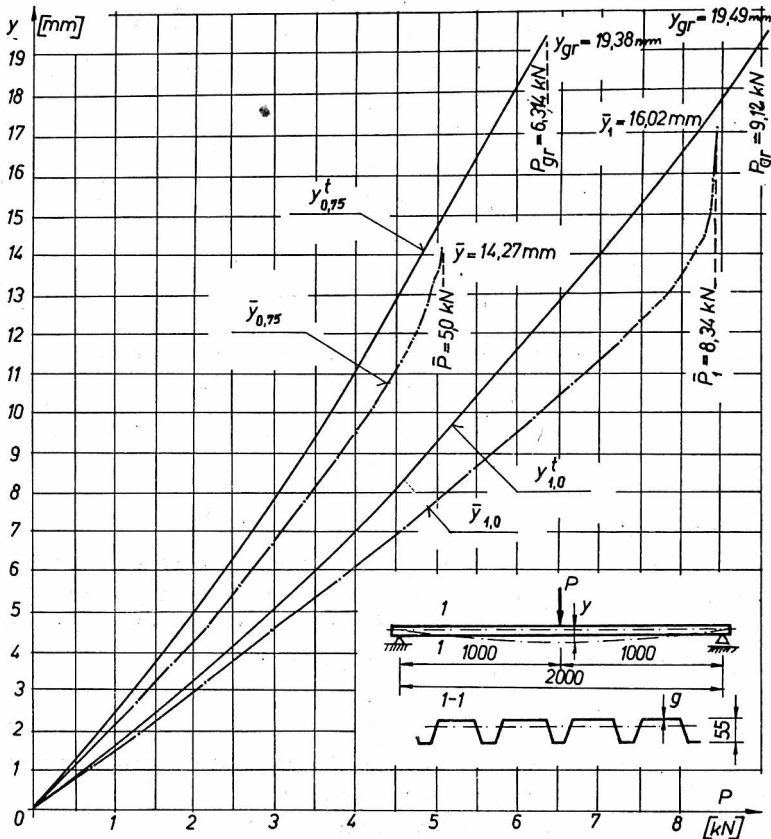
$\delta_{ij}$  - symbol Kroneckera.

W wypadku występowania sił ściskających niemy mimośród obciążenia (4.11) możemy przyjąć w postaci podobnej funkcji trygonometrycznej, jak na zmianę sztywności giętej przekroju

$$y_0(S, P, x) = y_1 + y_2 \cos \alpha_n x. \quad (4.46)$$

Wyrażając obciążenie poprzeczne  $P$  za pomocą funkcji Diraca otrzymano

$$q_m = P \int_0^1 (x - 0,5 l) \sin \alpha_m x dx = P \sin \alpha_m 0,5 l. \quad (4.47)$$



Rys. 4.14. Doświadczalne  $\bar{y}(P)$  i teoretyczne  $y^t(P)$  wykresy ugięć belki swobodnie podpartej zginanej siłą skupioną  $P$

Fig. 4.14. Experimental  $\bar{y}(P)$  and the theoretical  $y^t(P)$  diagrams of the deflections for a free supported beam bent by the concentrated force  $P$

Dla rozpatrywanego przypadku układ równań (4.43) przybiera następującą postać:

$$EJ_1 \delta_m + 0,5 EJ_2 (\eta_{m-0,5}^u + \eta_{m+0,5}) = \frac{P}{\alpha_m} \sin \alpha_m 0,5 l, \quad (4.48)$$

gdzie:

$$\eta_i = \alpha_i^2 y_i.$$

Dla analizowanych belek zginanych siłą skupioną przyjęto  $EJ_2 = 0,3EJ_1$  a ugięcie w środku rozpiętości, wyznaczone z (4.48) dla  $n = 2$  i  $m = 3$

$$y = 0,02044 \frac{Pl^3}{EJ_1} \quad (4.49)$$

Uzyskany wynik jest o 2,3% mniejszy od ugięcia belki o stałej sztywności zredukowanej  $EJ_1$ , obliczonej wg zaleceń np. [69].

T a b e l a 4.3

Porównanie teoretycznych i doświadczalnych momentów zginających badanych blach fałdowych

$g$	$\bar{M}$	$M_{gr}$	$\frac{\bar{M}}{M_{gr}}$
mm	kN·m		
1	2	3	4
0,75	2,50	3,157	0,7936
1,00	4,17	4,562	0,9141

W tabeli 4.3 porównano doświadczalne (kol. 2.) i teoretyczne (kol. 3) nośności graniczne badanych blach zginanych siłą skupioną w środku rozpiętości. Teoretyczną nośność graniczną wyznaczono przyjmując, że w granicznym stanie równowagi uplastycznia się włókna skrajne naroży. Z analizy kolumny 4. wynika, że nośność teoretyczna jest o 8,6% dla  $g = 1,00$  mm i o 20,6% dla  $g = 0,75$  mm większa od nośności uzyskanej w badaniach.

Porównanie ugięć doświadczalnych i teoretycznych, wykonane z uwzględnieniem zmiany sztywności w procesie obciążenia, pokazano na rys. 4.14.

Uwzględnienie zmiany sztywności giętej  $EJ$  blachy fałdowej w procesie obciążania jest podstawową przyczyną nieliniowości procesu w sprężystej fazie obciążenia.

Stosunkowo duże różnice ugięć i nośności należy tłumaczyć nie tylko wpływem losowych imperfekcji geometrycznych, lecz również nieuwzględnieniem w analizie wpływu lokalnego obciążenia skupionego na wyłączenie przekroju cienkościennego.

#### 4.7. Funkcje interakcji M-S blach fałdowych zginanych oraz ściskanych

Na podstawie zbudowanego modelu matematycznego podano w niniejszym podrozdziale sposób oszacowania nośności blach fałdowych ściskanych i zginanych.

W wypadku działania osiowych obciążeń rozciągających blachę fałdową nośność graniczną wyznaczmy ze wzoru:

$$S_{pl} = F_n R_e, \quad (4.50)$$

w którym:

$F_n$  - przekrój netto blachy fałdowej.

(Z uwagi na to, iż przekrój jest rozciągany, szerokości  $b_{wi} = b_i$  - nie podlegają redukcji.)

Dla zginanego przekroju blachy fałdowej należy rozróżnić dwa przypadki.

Przypadek pierwszy, gdy naprężenia  $\sigma_i$  w żadnej z pólek nie przekroczy naprężeń krytycznych wyboczenia lokalnego  $\sigma_{kr,i}$

$$\sigma_{kr,i} > \sigma_i. \quad (4.51)$$

Wówczas nie redukujemy przekroju poprzecznego blachy fałdowej, a nośność graniczną przekroju zginanego określimy ze wzoru:

$$M_{pl} = W_{pl} R_e, \quad (4.52)$$

gdzie:

$W_{pl}$  - wskaźnik oporu plastycznego.

Dla spotykanych geometrii blach fałdowych przypadek ten zachodzi bardzo rzadko.

Z przedstawionych w rozdziale 3. badań zginania blach fałdowych wynika, że rozkłady naprężeń wzdłuż szerokości pólki przy pewnym obciążeniu przestają być liniowe i mamy do czynienia z przypadkiem drugim, tj. gdy

$$\sigma_{kr,i} < \sigma_i. \quad (4.53)$$

Wówczas nośność przekroju zginanego wyznaczmy ze wzoru:

$$M_w = W_w R_e, \quad (4.54)$$

w którym:

$W_w$  - wskaźnik wytrzymałości przekroju współpracującego.

Jako graniczne obciążenie ściskające (w zakresie sprężystym), które teoretycznie może przenieść ściskana blacha fałdowa, przyjęto obciążenie

$$S_{kr,w} = \frac{\pi^2 E J_w}{(\mu l)^2}, \quad (4.55)$$

gdzie:

$J_w$  - moment bezwładności przekroju współpracującego.

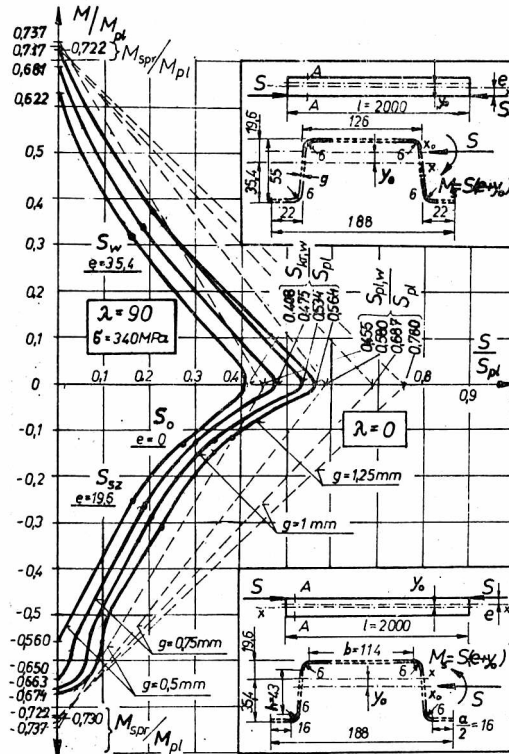
Należy zaznaczyć, że osiągnięcie  $S_{gr} \approx S_{kr,w}$  jest technicznie trudne do zrealizowania, ze względu na losowe imperfekcje. (Aby osiągnąć taki stan, należy pręt obciążyć na mimośrodku równym przemieszczeniu się osi obojętnej w granicznym stanie obciążenia.) W praktyce mamy do czynienia z przypadkiem pręta obciążonego na mimośrodku  $e$ , a nośność graniczną wyznaczmy ze wzoru:

$$S_{gr} = \frac{R_e W_w F_w}{W_w + F_w (e + y_0) \eta}, \quad (4.56)$$

w którym:

$$\eta = A_m : \left( 1 - \frac{S}{S_{kr,w}} \right) \quad (4.57)$$

$y_0$  - przesunięcie osi obojętnej w granicznym stanie wyężenia,  
 $A_m$  - współczynnik poprawkowy zależny od wykresu momentów zginających, działających w przecie [17].



Rys. 4.15. Krzywe interakcji M-S prętów o  $\lambda = 90$  z blach fałdowych, ściśkanych i zginanych

Fig. 4.15. Interaction curves M-S of bars  $\lambda = 90$  made axially compressed and tenssioned of corrugated sheets in bending

Na rysunku 4.15 pokazano krzywe M-S do wyznaczania obciążeń granicznych ściśkanych i zginanych blach fałdowych o smukłości  $\lambda = 90$ , gdzie jako miarę wyężenia przyjęto moment zginający wyznaczony wg teorii "pierwszego rzędu". Na rysunku pokazano też geometrię przekroju.

Funkcje interakcji M-S, pokazane na rys. 4.15, zbudowano na bazie obliczeń numerycznych wykonanych wg programu NSEC, dla przekroju pojedynczej fałdy o grubości 0,5, 0,75, 1,00 i 1,25 mm oraz  $R_e = 340$  MPa.



Tabela 4.4

Charakterystyki sztywnościowe blach fałdowych o szerokości 1 fałdy (rys. 4.15)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
		mm			cm <sup>2</sup>	cm	cm <sup>4</sup>	cm <sup>3</sup>					
0,50	A <sub>n</sub>	114,0	43,0	32,0	1,364	1,930	6,759	3,502	1,893	2,567	0,737		
	A <sub>SZ</sub>	23,36	43,0	32,0	0,906	2,895	4,162	1,437	1,597		0,560		
	A <sub>O</sub>	22,36	20,63	19,67	0,621	2,691	3,725	1,384	1,326			0,455	0,408
	A <sub>w</sub>	114,0	43,0	19,67	1,302	1,763	5,964	3,383	1,596		0,622		
0,75	A <sub>n</sub>	114,0	43,0	32,0	2,050	1,936	10,076	5,204	2,827	3,827	0,730		
	A <sub>SZ</sub>	32,75	43,0	32,0	1,441	2,739	6,832	2,494	2,473				
	A <sub>O</sub>	32,75	28,86	26,72	1,189	2,647	6,514	2,461	2,283			0,580	0,475
	A <sub>w</sub>	114,0	43,0	26,72	2,010	1,867	9,583	5,133	2,638		0,681		
	A <sub>SZ</sub>	32,93	43,0	32,0	1,442	2,736	6,840	2,500	2,475		0,650		
1,00	A <sub>n</sub>	114,0	43,0	32,0	2,740	1,942	13,373	6,886	3,758	5,202	0,722		
	A <sub>SZ</sub>	42,62	43,0	32,0	2,027	2,608	9,794	3,755	3,386				
	A <sub>O</sub>	42,62	35,71	32,0	1,881	2,598	9,791	3,769	3,374			0,687	0,534
	A <sub>w</sub>	114,0	43,0	32,0	2,740	1,942	13,373	6,886	3,758		0,722		
	A <sub>SZ</sub>	45,08	43,0	32,0	2,051	2,578	10,077	3,910	3,449		0,633		
1,25	A <sub>n</sub>	114,0	43,0	32,0	3,432	1,947	16,650	8,551	4,686	6,529	0,717		
	A <sub>SZ</sub>	51,97	43,0	32,0	2,656	2,497	12,953	5,187	4,313				
	A <sub>O</sub>	51,97	41,17	32,0	2,610	2,493	12,950	5,194	4,307			0,760	0,564
	A <sub>w</sub>	114,0	43,00	32,0	3,432	1,947	16,650	8,551	4,686		0,717		
	A <sub>SZ</sub>	57,42	43,0	32,0	2,724	2,436	13,487	5,537	4,402		0,674		

Charakterystyki sztywnościowe analizowanych blach zestawiono w tabeli 4.4. W wierszach  $A_n$  podano charakterystyki sztywnościowe przekroju nominalnego dla  $\sigma = 0$ . W wierszach  $A_{sz}$  podano charakterystyki sztywnościowe przekrojów dla naprężeń ściskających w półce szerszej  $\sigma = 340$  MPa. W wierszach  $A_o$  podano charakterystyki przekroju ściskanego osiowo ( $e = y_o$ ) i naprężeń  $\sigma = 340$  MPa w półkach i środnikach, zaś w wierszach  $A_w$  zamieszczono charakterystyki sztywnościowe przekroju dla naprężeń ściskających w półce węższej  $\sigma = 340$  MPa. W wierszu  $A'_{sz}$  podano charakterystyki sztywnościowe przekroju o ściskanej półce szerszej  $\sigma_g < 340$  MPa i naprężeniach w półce rozciąganej  $\sigma_d = 340$  MPa.

Funkcje interakcji M-S wyznaczono na podstawie obliczeń wykonanych według programu NSEC. Dla zadanego mimośrod  $e$  wyznaczono graniczne ( $\sigma = 340$  MPa) obciążenie ściskające  $S$ . Na tej podstawie wyznaczono moment wg teorii "pierwszego rzędu"  $M = S(e + y_o)$ , a następnie współrzędne krzywych interakcji  $M : M_{pl}$  i  $S : S_{pl}$ .

Gdy naprężenia w półkach ściskanych są większe od krytycznych, należy zredukować sztywność giętną przekroju, a maksymalny moment zginający przekroju współpracującego  $M_w$  ( $S = 0$ ) wyznaczyć wg (4.54). Zachodzi wówczas nierówność:

$$M_w < M_{spr} < M_{pl}, \quad (4.58)$$

w której:

$M_{spr}$  - moment sprężysty przekroju, bez uwzględnienia redukcji szerokości półek ściskanych.

Stosunek wskaźnika wytrzymałości przy zginaniu do wskaźnika oporu plastycznego podano w tab. 4.4, kol. 12, wiersz  $A_n$ .

Stosunek wskaźnika wytrzymałości przy zginaniu przekroju współpracującego (o zredukowanych szerokościach półek) do wskaźnika oporu plastycznego  $W_w : W_{pl}$  zamieszczono w tab. 4.4, kol. 12, wiersze  $A_{sz}$  i  $A_w$  bądź  $A'_{sz}$ . Stosunek  $W_w : W_{pl}$  jest różny przy ściskaniu półki szerszej i półki węższej, zależy od wartości naprężeń  $R_e$  i jest mniejszy od  $W : W_{pl}$ .

O nośności przekroju zginanego, ( $S = 0$ ) lub przy niewielkim udziale siły ściskającej  $S_{sz}$  w wyężeniu przekroju, może decydować strefa rozciągania (należy przyjąć charakterystyki sztywnościowe przekroju  $A'_{sz}$ ). Przypadek taki występuje dla blach  $g = 0,75, 1,00$  i  $1,25$  mm. Największa wartość  $M : M_{pl}$  może nie wystąpić na osi pionowej, lecz - jak to jest dla  $g = 1,25$  mm - dla  $S : S_{pl} \approx 0,04$  (p. rys. 4.16).

Maksymalna siła ściskająca, jaką może przenieść przekrój cieniocienny ( $M = 0$ )

$$S_{pl,w} = F_w R_e, \quad (4.59)$$

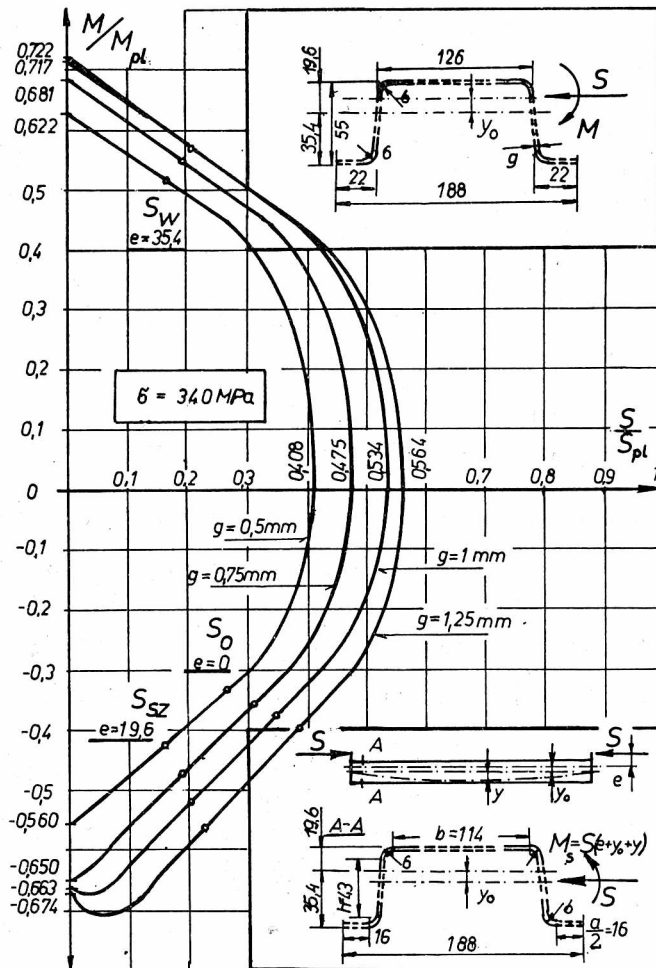
gdzie:

$F_w$  - pole współpracującego przekroju poprzecznego.

Siłę  $S_{pl,w}$  zdolne są przenieść pręty krępe, o małej smukłości, obciążone na mimośrodku  $e = y_o$ , w granicznym stanie wyężenia. Dla analizo-

wanych blach, o smukłości  $\lambda = 90$  i  $R_e = 340$  MPa stosunek  $S_{pl,w} : S_{pl}$  zamieszczono w tab. 4.4, kol. 13.

W miarę wzrostu smukłości pręta obciążenie ściskające maleje. Stosunek obciążenia krytycznego (4.55) pręta o przekroju współpracującym do obciążenia plastycznego  $S_{kr,w} : S_{pl}$  zamieszczono w tab. 4.4, kol. 14. Również i w tym wypadku  $S_{pl,w} : S_{pl}$  oraz  $S_{kr,w} : S_{pl}$  maleją ze wzrostem naprężeń oraz smukłości pólki i średników przekroju.



Rys. 4.16. Krzywa interakcji M-S blachy fałdowej 55 x 188

Fig. 4.16. Interactions curve M-S corrugated sheet T 55 x 188

W górnej części rysunku 4.15, dla  $g = 1,00$  i  $1,25$  mm pokazano przypadek, gdy sumaryczne naprężenia ściskające w pólce węższej spełniają waru-

nek (4.51) i nie musimy redukować szerokości pólek, a krzywa interakcji nie zależy od smukłości pólek ściskanych do około  $0,35 S_{pl}$ .

W dolnej oraz górnej części rysunku 4.15 dla  $g = 0,5$  i  $0,75$  mm pokazano krzywe interakcji blach fałdowych ściskanych i zginanych, gdy sumaryczne naprężenia spełniają warunek (4.53) i należy zredukować szerokości pólek ściskanych.

Dla analizowanej smukłości  $\lambda = 90$  otrzymano cztery krzywe wklęsłe zależne od grubości blach fałdowych. Krzywe interakcji M-S wówczas, gdy zachodzi (4.53), są funkcją nie tylko smukłości (jak dla prętów niecieńkościennych) lecz również zależą od smukłości pólek ściskanych oraz wyciężenia pręta. Krzywe te są wyraźnie wklęsłe w wyniku redukcji przekroju ściskanego, a także wpływu przemieszczeń na wyciężenie przekroju. Ten przypadek wyciężenia określa równanie:

$$\frac{M + S(e + y_0)}{M_w} \leq \left[ 1 - \frac{S}{S_{kr,w}} \right]^2, \quad (4.60)$$

w którym:

M - moment zginający od obciążenia poprzecznego.

Na rysunku 4.15 przyjęto jako miarę wyciężenia giętnego przekroju moment zginający, wyznaczony wg teorii "pierwszego rzędu" (w celu ilustracji wpływu smukłości pręta, smukłości ścianek i wyciężenia na nośność).

Na rysunku 4.16 pokazano krzywe interakcji M-S dla przekroju blachy fałdowej zginanej i obciążonej osiowo, gdzie jako miarę wyciężenia giętnego przyjęto moment zginający wyznaczony z uwzględnieniem wpływu przemieszczeń  $y$ , tj. wg teorii "drugiego rzędu". Naprężenia w przekroju można wówczas sprawdzać wzorem:

$$\frac{S}{F_w} + \frac{M^{II}}{W_w} \leq R_e, \quad (4.61)$$

w którym:

$$M^{II} = M + S(e + y_0 + y).$$

#### 4.8. Uwagi i wnioski

Matematyczny model ściskanej osiowo, mimośrodowo oraz zginanej blachy fałdowej określa równanie różniczkowe (4.7). Jest to równanie różniczkowe czwartego rzędu o zmiennych współczynnikach, którymi są sztywność giętna profilu  $EJ(S, x)$  oraz zmienny mimośród obciążeń ściskających.

Dla obiektywnego oszacowania nośności i ugięć tak obciążonych blach fałdowych należy uwzględnić zmianę położenia osi obojętnej w procesie obciążenia, losowe cechy geometrii, wpływu krzywizn technologicznych i ciężaru własnego blachy. Należy zaznaczyć, że największy wpływ na ocenę nośności i ugięć w przypadku działania obciążeń ściskających, ma zmiana po-

ożenia osi obojętnej w procesie obciążania oraz wstępne mimośrodowe. Wyżej wymienione wpływy są natomiast znacznie mniejsze dla czystego zginania.

Z analiz teoretycznych, a potwierdziły to również badania doświadczalne, blachy fałdowe są zazwyczaj ściskane mimośrodowo (nie występuje przypadek obciążenia osiowego).

Klasycznej postaci wyczerpania nośności przez wyboczenie ściskanych osiowo blach fałdowych, można się spodziewać dla prętów o większej smukłości lub o mniejszej smukłości półek ściskanych, niż badano doświadczalnie i teoretycznie.

Największe obciążenia osiowo można uzyskać ściskając płytę fałdową na mimośrodku równym przesunięciu osi obojętnej w granicznym stanie wyężenia (w stosunku do położenia osi w płycie nieobciążonej).

Opracowane oraz rozwiązane modele matematyczne pracy blach fałdowych wykazują dobrą zgodność z wynikami badań doświadczalnych. Nośność i ugięcia ściskanych osiowo i mimośrodkowo blach fałdowych proponuje się wyznaczać według programu NSEC. Dla dowolnego przypadku wyężenia należy skorzystać z rozwiązań zamieszczonych w p. 4.6.3.

W celu obiektywnego oszacowania ugięć blach fałdowych należy uwzględnić zmianę sztywności w procesie obciążania oraz zmianę sztywności na długości pręta.

Aby uniknąć błędów projektowych, wydaje się celowe podanie w tablicach do projektowania nośności granicznej blach fałdowych, mierzonej np. momentem zginającym, lub charakterystyk sztywnościowych, obliczonych z uwzględnieniem szerokości współpracujących półek ściskanych.

## 5. PARAMETRY LOSOWEJ WYTRZYMAŁOŚCI KRYTYCZNEJ ZAŁOMU PLASTYCZNEGO ŚCISKANYCH BŁACH FAŁDOWYCH

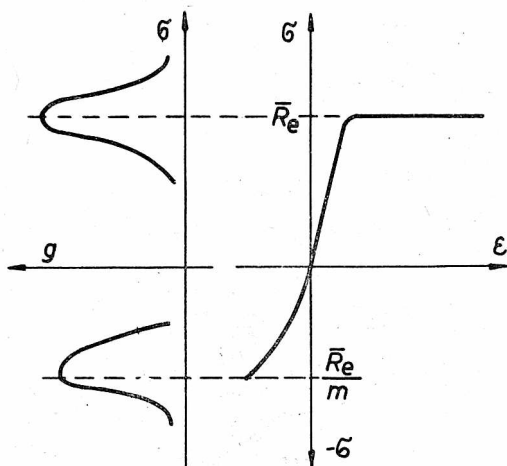
### 5.1. Wstęp

Losową wytrzymałością krytyczną prętów ściskanych zbudowanych z materiału sprężysto-plastycznego zajmowali się między innymi Bołotin [13], Chen i Atsuta [21], Murzewski [67] oraz Kowal i Łaban [49].

W publikacji [49] rozważono zagadnienie wyznaczenia parametrów losowej wytrzymałości krytycznej kruchego pęknięcia prętów ściskanych, wykonanych z materiału sprężysto-plastyczno-kruchego. Sprężysto-plastyczno-kruchymi nazwano materiały, które przy obciążeniu ściskającym zachowują się jak sprężysto-plastyczne, przy rozciąganiu zaś zachowują się jak sprężysto-kruche.

Z badań wynika, że ściskany blachom fałdowych odpowiada model nieliniowo-sprężysto-kruchy. W niniejszym rozdziale rozważono zagadnienie wyz-

naczania parametrów losowej nośności granicznej wytrzymałości załomu plastycznego ściskanych blach fałdowych, które pracują według modelu nieliniowo-sprężysto-kruchego w strefie ściskanej i według modelu sprężysto-plastycznego w strefie rozciąganej (rys. 5.1). Przyjęto, że w strefie ściskanej blachy fałdowej, która ulega wyboczeniu lokalnemu, zniszczenie w postaci załomu plastycznego następuje przy osiągnięciu naprężeń  $R_e/m$ , gdzie  $m$  jest współczynnikiem niestateczności miejscowej strefy ściskanej. W strefie rozciąganej blachy fałdowej mogą wystąpić naprężenia równe granicy plastyczności materiału  $R_e$ .



Rys. 5.1. Model pracy ściskanej blachy fałdowej

Fig. 5.1. Model of the behaviour of the corrugated sheet in compression

Założono, że ściskane pręty są stochastycznie jednorodne, to znaczy tworzące populacje prętów o losowej charakterystyce wielkości fizycznych, w których nie występuje losowa zmiana charakterystyk wzdłuż osi pręta, o znanych rozkładach losowych pola przekroju poprzecznego  $F = F(\omega)$ , losowego modułu sprężystości materiału  $E = E(\omega)$ . W rozwiązaniu zadania uwzględniono losowy mimośród  $y_0(\omega)$  oraz losową strzałkę wygięcia  $y_1 = y_1(\omega)$ . Losowy mimośród obciążenia pręta osiowo ściskanego wynika ze zmiany położenia osi obojętnej w procesie obciążania, wstępną strzałkę wygięcia wykazują zaś wszystkie pręty rzeczywiste. Uwzględniając to odpowiednie normy wymiarowania i odbioru konstrukcji.

## 5.2. Losowe naprężenia krytyczne ściskanej blachy fałdowej z warunku powstania załomu plastycznego

Przyjęto wstępne, losowe wygięcie ściskanej blachy fałdowej w postaci:

$$y_1(x) = y_1 \sin \frac{\pi x}{l} \quad (5.1)$$

Równanie różniczkowe, o losowych współczynnikach pręta ściskanego siłą  $S$  na mimośrodku  $y_0$ , ze wstępną krzywizną  $y_1$  ma postać:

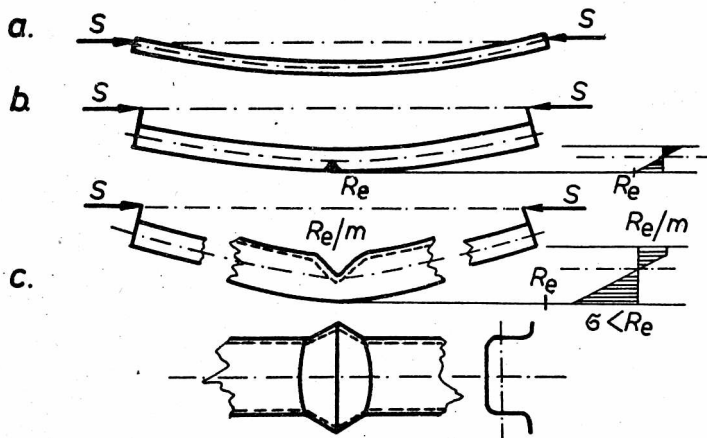
$$EJ(S)y'' + S[y + y_0(S) + y_1(x)] = 0. \quad (5.2)$$

Rozwiązanie równania (5.2) w wypadku pręta swobodnie podpartego o długości  $l$  ma następującą postać:

$$y = y_0(\operatorname{tg} 0,5 \alpha l \sin \alpha x + \cos \alpha x - 1) + y_1 \frac{S_{kr,w}}{S_{kr,w} - S} \sin \alpha x. \quad (5.3)$$

Moment zginający wynosi:

$$M = Sy_0(\operatorname{tg} 0,5 \alpha l \sin \alpha x + \cos \alpha x - 1) + Sy_1 \frac{S_{kr,w}}{S_{kr,w} - S} \sin \alpha x. \quad (5.4)$$



Rys. 5.2. Modele wyczerpania nośności blachy fałdowej

Fig. 5.2. Models of the exhaustion of the load capacity of the corrugated sheet

Utrata nośności ściskanej blachy fałdowej (rys. 5.2) może nastąpić wskutek klasycznej utraty stateczności (gdy  $y_0 + y_1 = 0$ ), wskutek uplastycznienia strefy rozciąganej lub powstania załomu plastycznego, wybożonej lokalnie ściskanej blachy fałdowej.

Wyczerpanie nośności na skutek powstania załomu plastycznego ściskanej strefy blachy fałdowej ma następującą postać:

$$\sigma > \frac{1}{m} R_e. \quad (5.5)$$

Naprężenia ściskające w mimośrodowo ściskanej blasze fałdowej

$$\sigma = \frac{S}{F} + \frac{M}{J_x} y_c, \quad (5.6)$$

gdzie:

$S$  - osiowe obciążenie blachy fałdowej,

$M = M(S, y_0 + y_1)$  - moment zginający,

$J_x = J_x(S, \omega)$  - losowy zmienny (w funkcji  $S$ ) moment bezwładności przekroju pręta,

$F = F(S, \omega)$  - losowy, zmienny (w funkcji  $S$ ) przekrój poprzeczny pręta,

$y_c = y_c(S, \omega)$  - losowa zmienna w funkcji  $S$  odległość osi obojętnej od skrajnych włókien ściskanych.

Wystąpienie losowych naprężeń wywołujących załom plastyczny daje bifurkacyjny efekt zniszczenia podobnie jak przy wyboczeniu pręta. Siła ściskająca  $S$ , przy której wystąpi załom plastyczny, może być znacznie mniejsza od siły krytycznej rozumianej jako wartość własna. Przez analogię do naprężeń krytycznych rozumianych jako  $S_{kr} : F$  przyjęto za miarę naprężeń załomu  $\sigma_z = S : F$  i wyznaczono je z równania (5.6) przyjmując  $\sigma = R_e : m$

$$\sigma_z = \frac{1}{m} R_e - \frac{M}{J_x} y_c. \quad (5.7)$$

Uwzględniając (5.4) i przyjmując

$$u = 1 + \frac{y_0 y_c}{i^2} (\operatorname{tg} 0,5 l \alpha \sin \alpha x + \cos \alpha x - 1) \quad (5.8)$$

$$v = \frac{y_c y_1}{i^2} \sin \alpha x \quad (5.9)$$

otrzymano z (5.7) równanie do wyznaczenia losowych naprężeń krytycznych załomu plastycznego

$$\sigma_z^2 u - \sigma_z \left[ (u + v) \sigma_{kr} - \frac{1}{m} R_e \right] - \frac{1}{m} R_e \sigma_{kr} = 0, \quad (5.10)$$

gdzie:

$\sigma_{kr}$  - eulerowskie naprężenia krytyczne pręta,

$i$  - promień bezwładności przekroju.

Z równania (5.10) wyznaczono losowe naprężenia  $\sigma_z$ :

$$\sigma_z = \frac{-1}{2u} \left\{ (u + v) \sigma_{kr} - \frac{1}{m} R_e \pm \sqrt{\left[ (u + v) \sigma_{kr} - \frac{1}{m} R_e \right]^2 - \frac{4}{m} R_e \sigma_{kr} u} \right\} \quad (5.11)$$

Dla przypadku  $y_1 = 0$  i  $y_0 = 0$  mamy

$$\sigma_z = \sigma_{kr}. \quad (5.12)$$

Dla uogólnionego rachunku wprowadzono oznaczenie

$$q = \sigma_z : \sigma_{kr}. \quad (5.13)$$



Ze względu na to, że naprężenia  $\sigma_z$  są wartościami własnymi w każdym przypadku pręta cienkościennego ze wstępną krzywizną, uznano je za naprężenia krytyczne załomu plastycznego i można je wyznaczyć ze wzoru:

$$\sigma_z = q \sigma_{kr}. \quad (5.14)$$

Współczynnik  $q$  jest losową funkcją: losowej strzałki wstępnego wygięcia  $y_1(\omega)$ , losowej wytrzymałości materiału  $\bar{R}_e(\omega)$ , losowego modułu Younga  $E(\omega)$  oraz losowej geometrii pręta  $i(\omega)$ ,  $l(\omega)$ . Wartość średnia współczynnika  $q$  wynosi:

$$\bar{q} = \frac{-1}{2u} \left\{ (\bar{u} + \bar{v}) - \frac{1}{\bar{m} \bar{\sigma}_{kr}} \bar{R}_e + \sqrt{\left( \bar{u} + \bar{v} - \frac{1}{\bar{m} \bar{\sigma}_{kr}} \bar{R}_e \right)^2 - \frac{4}{\bar{m}} \bar{R}_e \bar{u}} \right\}, \quad (5.15)$$

gdzie:

$\bar{R}_e$  - średnia granica plastyczności,

$\bar{\sigma}_{kr}$  - średnie naprężenie krytyczne (rozumiane jako wartość własna pręta osiowo ściskanego),

$\bar{u}, \bar{v}$  - średnie parametry  $u, v$ , obliczone dla średniej strzałki wstępnego wygięcia  $\bar{y}_1$ , średniego mimośrodowo obciążenia  $\bar{y}_0$ , średniego promienia bazwładności  $\bar{I}$  oraz średniej odległości środka ciężkości przekroju od skrajnych włókien ściskanych  $\bar{y}_c$ .

Naprężenia krytyczne załomu plastycznego zmierzają do klasycznych naprężeń krytycznych, gdy strzałka wstępnego wygięcia  $y_1$  oraz mimośród  $y_0$  zmierzają do zera. Świadczy to o tym, że idealnie proste pręty cienkościennieo sprężysto-kruchym modelu zniszczenia ulegają wyboczeniu wg klasycznej utraty stateczności, lecz skutki zniszczenia mogą ujawniać się w postaci załomu plastycznego. Rozwój takiego załomu przebiega z szybkością rozprzestrzeniania się naprężeń, to znaczy z szybkością dźwięku w materiale. W badaniach doświadczalnych ściskanych blach fałdowych obserwowano nagły charakter powstawania załomu.

Średnie naprężenia krytyczne załomu plastycznego można wyznaczyć ze wzoru (5.14), obliczając  $\bar{q}$  ze wzoru (5.15) metodą przeszukania. W tym celu można skorzystać z opracowanego programu NSEC.

### 5.3. Wariancja i współczynnik zmienności losowych naprężeń krytycznych załomu plastycznego

W równaniach (5.6) i (5.11) znamy z założenia rozkłady, wartości średnie oraz odchylenie standardowe: losowej wytrzymałości na rozciąganie o parametrach  $\bar{R}_e$  i  $D^2(R_e)$ , losowej wstępnej strzałki wygięcia o parametrach  $\bar{y}_1$  i  $D^2(y_1)$ , losowego mimośrodowo obciążenia osiowego o parametrach  $\bar{y}_0$  i  $D^2(y_0)$ , losowej odległości od środka ciężkości do włókien ściskanych o parametrach  $\bar{y}_c$  i  $D^2(y_c)$ , losowe charakterystyki geometryczne  $\bar{I}$  oraz  $\bar{I}$  i  $D^2(I)$  oraz  $D^2(l)$ , a także parametry obciążenia krytycznego  $\bar{\sigma}_{kr}$  i  $D^2(\sigma_{kr})$ .

Na podstawie znanych parametrów rozkładu wyżej wymienionych wielkości możemy oszacować wariancję plastycznego  $D^2(\sigma_z)$  ze wzoru:

$$\begin{aligned}
 D^2(\sigma_z) = & \left( \frac{\partial \sigma_z}{\partial R_e} \right)^2 D^2(R_e) + \left( \frac{\partial \sigma_z}{\partial y_1} \right)^2 D^2(y_1) + \left( \frac{\partial \sigma_z}{\partial \sigma_{kr}} \right)^2 D^2(\sigma_{kr}) + \\
 & + \left( \frac{\partial \sigma_z}{\partial i} \right)^2 D^2(i) + \left( \frac{\partial \sigma_z}{\partial y_o} \right)^2 D^2(y_o) + \left( \frac{\partial \sigma_z}{\partial y_c} \right)^2 D^2(y_c) + \\
 & + 2 \frac{\partial \sigma_z}{\partial \sigma_{kr}} \frac{\partial \sigma_z}{\partial i} \text{cov}(\sigma_{kr}, i) + 2 \frac{\partial \sigma_z}{\partial \sigma_{kr}} \frac{\partial \sigma_z}{\partial y_c} \text{cov}(\sigma_{kr}, y_c) + \\
 & + 2 \frac{\partial \sigma_z}{\partial i} \frac{\partial \sigma_z}{\partial y_c} \text{cov}(i, y_c). \quad (5.16)
 \end{aligned}$$

We wzorze (5.16) założono stochastyczną zależność pomiędzy  $\sigma_{kr}(\omega)$  i  $i(\omega)$ ,  $i(\omega)$  a  $y_c(\omega)$  oraz  $\sigma_{kr}(\omega)$  i  $y_c(\omega)$ .

Odchylenie standardowe  $D(\sigma_z)$  oraz współczynniki zmienności  $v_z$

$$D(\sigma_z) = \sqrt{D^2(\sigma_z)}, \quad (5.17)$$

$$v_z = \frac{\sqrt{D^2(\sigma_z)}}{\bar{\sigma}_z}. \quad (5.18)$$

#### 5.4. Charakterystyczne naprężenia krytyczne załomu plastycznego blachy fałdowej

Do wyznaczania charakterystycznych naprężeń krytycznych załomu plastycznego wykorzystano powszechnie stosowaną w wymiarowaniu konstrukcji budowlanych (zbudowanych z materiałów o rozkładach zbliżonych do normalnego) regułę

$$\sigma_{z,0} = \bar{\sigma}_z (1 - t v_z), \quad (5.19)$$

w której:

t - wskaźnik tolerancji.

P r z y k ł a d

Wyznaczyć średnie naprężenie krytyczne załomu plastycznego ściskanej blachy fałdowej o długości 2000 mm, podpartej przegubowo, o przekroju 55 x 188 x 1000, grubości 1 mm i module Younga  $\bar{E} = 206\,000$  MPa. Parametry losowych charakterystyk blachy fałdowej wynoszą:  $\bar{I}_2 = 2,209$  cm<sup>4</sup>,  $\bar{y}_c = 1,96$  cm,  $\bar{y}_1 = 0,5$  cm,  $\bar{R}_e = 340$  MPa,  $m = 1$ ,  $\bar{F} = 14,57$  cm,  $\bar{J} = 71,13$  cm<sup>3</sup>.

Średnie naprężenie krytyczne, rozumiane jako wartość własna pręta (bez redukcji przekroju)

$$\sigma_{kr} = \frac{\pi^2 \bar{E}}{\lambda^2} = 248,06 \text{ MPa,}$$

krytyczne obciążenie

$$\bar{S}_{kr} = \bar{F} \bar{\sigma}_{kr} = 361,35 \text{ kN.}$$

Średnie obciążenie graniczne ściskanej osiowo blachy fałdowej wyznaczone za pomocą programu NSEC

$$\bar{S}_{gr} = 170,21 \text{ kN.}$$

Pole zredukowanego przekroju poprzecznego  $F_w = 10,79 \text{ cm}^2$ , przesunięcie osi obojętnej w granicznym stanie obciążenia  $y_0 = 0,666 \text{ cm}$ , średnie zaś naprężenie graniczne

$$\bar{\sigma}_{kr} = 157,75 \text{ MPa.}$$

Uwzględniając wstępny mimośród obciążenia  $y_1 = 0,5 \text{ cm}$ , średnie obciążenie krytyczne załomu wyznaczone za pomocą programu NSEC

$$\bar{S}_z = 143,62 \text{ kN,}$$

zaś średnie naprężenie krytyczne załomu plastycznego

$$\bar{\sigma}_z = 133,16 \text{ MPa.}$$

W rozpatrywanym przypadku średnie naprężenie krytyczne załomu plastycznego dla wstępnego wygięcia  $y_1 = 0,5 \text{ cm}$  jest o 46,3% mniejsze od naprężeń krytycznych rozumianych jako wartość własna pręta.

### 5.5. Uwagi i wnioski

W ściskanych prętach z blach cienkościennych, pracujących według modelu nieliniowo-sprężysto-kruchoego, parametry naprężeń krytycznych załomu plastycznego  $\bar{\sigma}_z$ ,  $D(\sigma_z)$  mogą być mniejsze niż parametry klasycznych naprężeń krytycznych  $\bar{\sigma}_{kr}$ ,  $D(\sigma_{kr})$ , rozumianych jako wartość własna pręta.

W wypadku zerowej krzywizny wstępnej i osiowym obciążeniu blachy fałdowej parametry  $\bar{\sigma}_z$ ,  $D(\sigma_z)$  są równe parametrom  $\bar{\sigma}_{kr}$ ,  $D(\sigma_{kr})$ , lecz proces zniszczenia może być procesem nagłym, bez fazy plastycznego płynięcia.

## 6. NIEZAWODNOŚĆ ŚCISKANEJ BLACHY FAŁDOWEJ

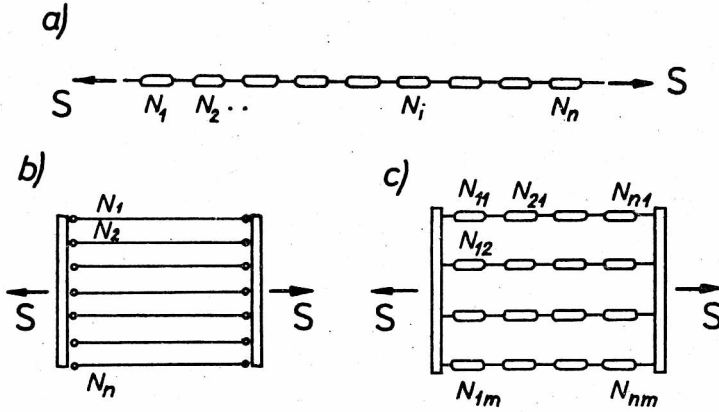
W teorii niezawodności konstrukcji wyróżnia się trzy zasadnicze modele: szeregowy, równoległy i mieszany (rys. 6.1).

Ściskany pręt o przekroju pojedynczej fałdy możemy przypisać szeregowy model niezawodności konstrukcji. Prawdopodobieństwo zniszczenia p pojedynczej ściskanej fałdy, składającej się z  $i = 1, 2, \dots, n$  przekrojów:

$$p = 1 - \prod_{i=1}^n [1 - F_i(N)] = F(N), \quad (6.1)$$

gdzie:

$F_i(N)$  oraz  $F(N)$  - dystrybuanty wytrzymałości przekroju  $i$  oraz pręta.



Rys. 6.1. Modele niezawodnościowe konstrukcji

Fig. 6.1. Reliability models of structures

Uwzględniając losową jednorodność poszczególnych przekrojów oraz to, że przekroje są podobne, prawdopodobieństwo zniszczenia

$$p = 1 - (1 - p_1)^n. \quad (6.2)$$

Losowa nośność graniczna  $N$  pręta fałdowego jest najmniejszą wartością spośród nośności przekrojów  $N_i$

$$N = \min_{i=1}^n N_i. \quad (6.3)$$

Obliczeniowa nośność graniczna  $N_0$  ściskanego pręta fałdowego dla wskaźnika tolerancji  $t$

$$N_0 = E(N) (1 - t v_N), \quad (6.4)$$

gdzie:

$E(N)$  - oczekiwana nośność graniczna,

$v_N$  - współczynnik zmienności  $N$ .

Wskaźnik tolerancji pręta fałdowego obciążonego losową siłą  $S$  o wartości oczekiwanej  $E(S)$  o odchyleniu standardowym  $s_N$

$$t = \frac{E(N) - E(S)}{\sqrt{s_N^2 - s_S^2}}. \quad (6.5)$$

W ściskanej płycie fałdowej mamy do czynienia z wiązką  $m$  ściskanych prętów fałdowych. Takiej konstrukcji można przypisać model niezawodnościowy w postaci równoległej wiązki łańcuchów (rys. 6.1c).

W klasycznym ujęciu teorii niezawodności model równoległy to taki, w którym zniszczenie wszystkich elementów doprowadza do zniszczenia konstrukcji. Jest to tzw. model z gorącą rezerwą, w którym elementy zniszczone mają moc czynną, a przyrost obciążeń jest przenoszony przez pozostałe elementy.

Model niezawodnościowy w postaci równoległej wiązki łańcuchów rozpatrywał Freudenthal [33], który założył, że obciążenie dzieli się równomiernie na wszystkie łańcuchy, a jeżeli zerwie się jeden łańcuch, to nadwyżka obciążenia przejdzie na pozostałe. Wzrasta wówczas prawdopodobieństwo zniszczenia pozostałych łańcuchów. Prawdopodobieństwo zniszczenia układu jest równe prawdopodobieństwu, że wszystkie  $m$  łańcuchów przerwie się jeden po drugim

$$p = \prod_{k=0}^{m-1} P_k, \quad (6.6)$$

gdzie:

$m < k$  - liczba pracujących łańcuchów.

Przy pewnej liczbie przerwanych łańcuchów naprężenie w pozostałych wzrośnie tak, że ich zniszczenie będzie prawie pewne. W ten sposób konstrukcja osiąga stan krytyczny zanim wszystkie  $m$  łańcuchy ulegną przerwananiu.

Z badań ściskanych płyt wynika, że powstaniu pierwszego załomu jednej z fałd blachy towarzyszyło cofnięcie się obciążenia. Próba zwiększenia obciążenia w tym stanie prowadziła do kolejnych załomów plastycznych fałd (rys. 3.18) i cofania się nośności ustroju. Mamy do czynienia z następującym ciągiem nośności

$$N_m > N_{m-1} > N_{m-2} > \dots > N_1. \quad (6.7)$$

Dla rozpatrywanego modelu niezawodnościowego konstrukcji możemy zastosować model przyjmowany w mikromechanice materiałów i wykorzystać prace Daniela [67], który uwzględnił intensyfikację naprężeń efektywnych w pozostałych pracujących łańcuchach wiązki równoległej. Krytyczną wytrzymałość konstrukcji  $S_m$  dla dyskretnego modelu określił jako:

$$S_m = \sigma_{kr} = \max_{i=1}^m \left\{ N_i [1 - F(N_i)] \right\}, \quad (6.8)$$

gdzie:

- $N_i$  - statyczny szereg wytrzymałości według (6.7),
- $\sigma_{kr}$  - krytyczna wartość naprężeń  $\sigma$ ,
- $\sigma = s[1 - F(s)]$  - naprężenia nominalne (średnie),
- $s$  - naprężenia efektywne rzeczywiste.

Dla wiązki łańcuchów rozciąganych Daniels udowodnił, że asymetryczny rozkład prawdopodobieństw naprężeń krytycznych jest normalny, a granica niestateczności układu ma wartość oczekiwaną

$$\bar{S} = s_{kr} [1 - F(s_{kr})], \quad (6.9)$$

wariancję Bernoulliego

$$\mu_s^2 = \frac{s_{kr}^2}{m} F(s_{kr}) [1 - F(s_{kr})] \quad (6.10)$$

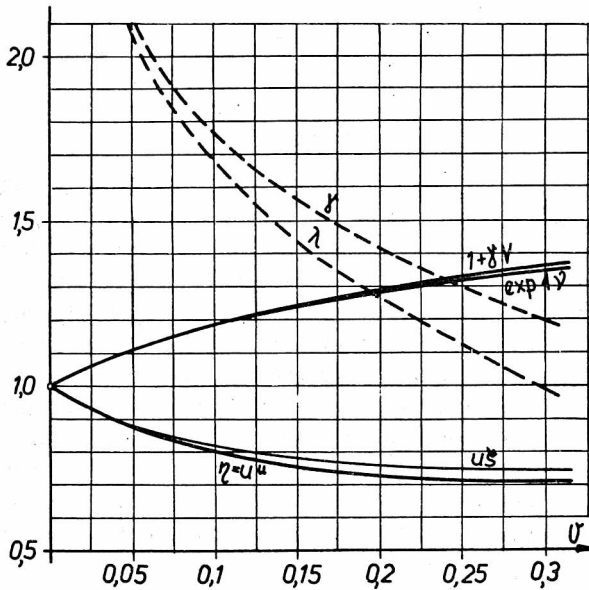
i współczynnik zmienności

$$v_s = \sqrt{\frac{s_{kr} - \bar{S}}{m \bar{S}}}, \quad (6.11)$$

gdzie:

$s_{kr}$  - krytyczne naprężenie efektywne spełniające równanie

$$s_{kr} f(s_{kr}) + F(s_{kr}) = 1. \quad (6.12)$$



Rys. 6.2. Funkcje pomocnicze do obliczenia wartości krytycznej zmiennej losowej normalnej  $\gamma(v)$ , log-normalnej  $\lambda(v)$ , ekstremalnej  $\xi(v)$  i log-ekstremalnej  $\eta(v)$ , [67]

Fig. 6.2. Additional functions for calculations of the critical values of normal random ( $\gamma$ ), log-normal ( $\lambda$ ), extreme ( $\xi$ ), and log-extreme ( $\eta$ ) variables [67]

Murzewski [67] podaje następujące wzory określające  $s_{kr}$  dla rozkładów: normalnego

$$s_{kr} = \bar{N}(1 + \gamma v), \quad (6.13)$$

log-normalnego

$$s_{kr} = \check{N} \exp(\lambda, v), \quad (6.14)$$

Gumbela

$$s_{kr} = \check{N} u \xi, \quad (6.15)$$

Weibula

$$s_{kr} = \check{N} \eta. \quad (6.16)$$

Wykresy funkcji pomocniczych  $\gamma(v)$ ,  $\lambda(v)$ ,  $u\xi(v)$ ,  $\eta(v)$  pokazano - za [67] - na rys. 6.2.

Populacja badanych modeli ściskanych blach fałdowych była zbyt mała, aby ustalić wiarygodny rozkład nośności oraz momenty statystyczne. Z podjętych prób określenia rozkładu nośności wynika jednak, że należy oczekiwać iż będą to rozkłady niesymetryczne.

## 7. NOŚNOŚĆ GRANICZNA ZAŁOMU PLASTYCZNEGO BLACH FAŁDOWYCH

### 7.1. Wstęp

Z badań doświadczalnych własnych oraz innych autorów [46,60] wynika, że mechanizm zniszczenia zginanych blach fałdowych polega na powstaniu minimalnego zbioru przegubów plastycznych w postaci załomów plastycznych fałd. Podobne mechanizmy zniszczenia zanotowano dla ściskanych osiowo i mimośrodowo blach fałdowych. Oprócz zaobserwowanych mechanizmów zniszczenia dla ściskanych elementów o dostatecznie sztywnych ściankach lub elementów o dużych smukłościach można spodziewać się klasycznych postaci zniszczenia przez wyboczenie (rys. 5.2a) lub uplastycznienie (rys. 5.2b).

O ile zagadnienie powstawania przegubów plastycznych oraz ich nośność dla konstrukcji o przekrojach "krępych" (niecienkościennych) są dostatecznie rozeznane i opracowane, o tyle brak jest odpowiednich teorii dla stanów granicznych konstrukcji cienkościennych. Nie natrafiono w literaturze na badanie własności specyficznych przegubów plastycznych takich konstrukcji, w postaci załomów plastycznych.

W niniejszym rozdziale omówiono mechanizm powstawania załomu plastycznego, podano opis geometrii oraz sposób szacowania nośności granicznej załomu plastycznego blach fałdowych.

### 7.2. Mechanizm powstawania załomu plastycznego blach fałdowych

W trakcie obciążania blachy fałdowej, przy obciążeniu znacznie niższym od granicznego, odnotowywano powstawanie wyboczenia lokalnego ścis-

kanych póltek szerszych. Powstawaniu tych wybrzuszeń nie towarzyszyły efekty dźwiękowe. Sinusoidalne wybrzuszenia póltek ściskanych powstawały przy obciążeniach mniejszych od oszacowań teoretycznych, co należy tłumaczyć wstępnymi, losowymi wygięciami póltek ściskanych.

Parametry odległości pomiędzy liniami węzłowymi podano w rozdziale 3. Wartości średnie odległości między liniami węzłowymi są w przybliżeniu równe podwójnej szerokości półki ściskanej (bez wyokrąglenia). Powszechnie przyjmuje się w modelu matematycznym, np. [87], że ściskana półka wyboczy się według sinusoidy równej jednej szerokości półki. Należy zaznaczyć, że przyjęcie w modelu matematycznym podwójnej szerokości ściskanej jako długości fali wyboczeniowej, do określenia obciążenia krytycznego, nie zmienia wyników ilościowych.

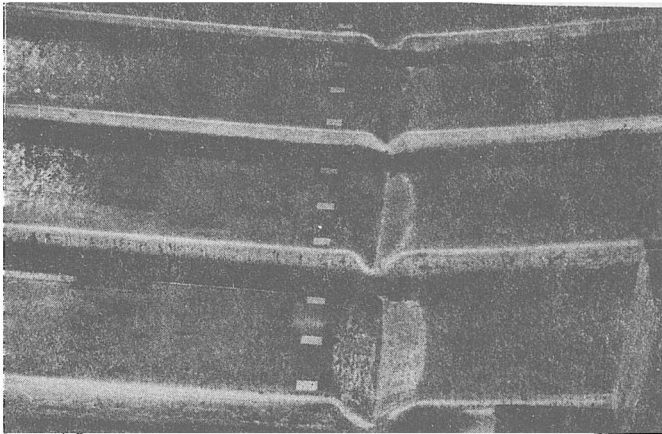
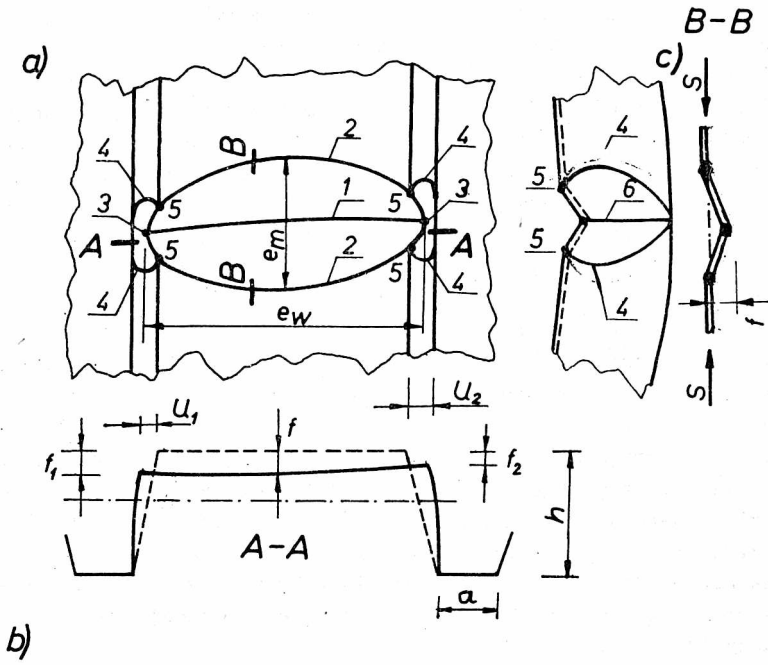
Pod wpływem wzrastających obciążeń amplitudy wygięć póltek ściskanych rosną. Obserwowano również nieliniowe przyrosty ugięć modeli. Nieliniowość ta wzrasta w fazie poprzedzającej powstanie załomu. W ściskanych, wybrzuszonych półkach blachy fałdowej w miarę zwiększania obciążenia zmieniają się rozkłady naprężeń na szerokości półki. W kierunku prostopadłym do kierunku ściskania powstają siły rozciągające, oddziałujące poprzecznie na wyokrąglone naroża póltek ściskanych. Z badań tensometrycznych własnych (rys. 7.2) oraz innych autorów [46,89] wynika, że stabilność konstrukcji jest zachowana, do czasu uplastycznienia wyokrąglonych naroży. Wyokrąglone naroża stanowią elementy "podtrzymujące" dla ściskanej, wybrzuszonej półki blachy fałdowej.

Wyokrąglone naroża półki wraz z przyległymi pasmami współpracującymi są elementem ściskanyim oraz skręcanyim oddziaływaniem od wybrzuszonej półki ściskanej. Wyczerpanie nośności tak obciążonych naroży prowadzi do powstania załomu plastycznego. Geometrię załomu plastycznego półki szerszej blachy fałdowej pokazano na rys. 7.1.

### 7.3. Geometria załomu plastycznego blach fałdowych

W załomach plastycznych badanych blach fałdowych możemy wyróżnić następujące charakterystyczne elementy. W uprzednio wybrzuszonej, ściskanej półce szerszej powstają plastyczne zgięcia (rys. 7.1), składające się z linii łączącej uplastycznione naroża 3 oraz dwóch krzywych 2, zbiegających się z uplastycznionym narożem 3, przypominających w rzucie elipsę. Eliptyczne krzywe 2 leżą w płaszczyźnie ściskanej półki szerszej, linia 1 leży zaś na wysokości przemieszczonych uplastycznionych naroży przekroju. Oś wielka  $e_w$  elipsy, utworzonej przez krzywe 2, jest w przybliżeniu prostopadła do kierunku ściskania. Oś mała  $e_m$ , utworzona przez krzywe 2, równoległa do kierunku ściskania, jest znacznie mniejsza od odległości między liniami przegięcia wybrzuszonej półki. Parametry osi elipsy są następują-





Rys. 7.1. Geometria załomu plastycznego  
 Fig. 7.1. Geometry of the plastic bend

ce:  $\bar{e}_w = 144,81 \text{ mm}$ ,  $s_w = 4,616 \text{ mm}$ ,  $v_w = 0,0319$ ,  $\bar{e}_m = 91,53 \text{ mm}$ ,  $s_{em} = 8,643 \text{ mm}$ ,  $v_m = 0,094$ .

Załamane naroża blachy fałdowej w miejscu uplastycznienia 3 przemieszczają się w poziomie i pionie, powodując deformację środników blachy fałdowej. W środnikach blachy fałdowej odnotowywano powstanie dwóch krzywych 4, zbiegających się w kierunku półki węższej. Maksymalna odległość pomiędzy krzywymi 4 była w przybliżeniu równa osi małej, utworzonej przez krzywe 2.

Oprócz załamania naroża w punkcie 3, obserwowano charakterystyczne dwa punkty 5 na narożu, w miejscach przecięcia się krzywych 2 i 4 z narożem. Parametry przemieszczeń poziomych i pionowych f naroża (wg oznaczeń z rys. 7.1) w punkcie 3 są następujące  $\bar{u} = 9,54 \text{ mm}$ ,  $s_u = 1,834 \text{ mm}$ ,  $v_u = 0,193$ , zaś  $\bar{f} = 13,35 \text{ mm}$ ,  $s_f = 3,186 \text{ mm}$ ,  $v_f = 0,239$ .

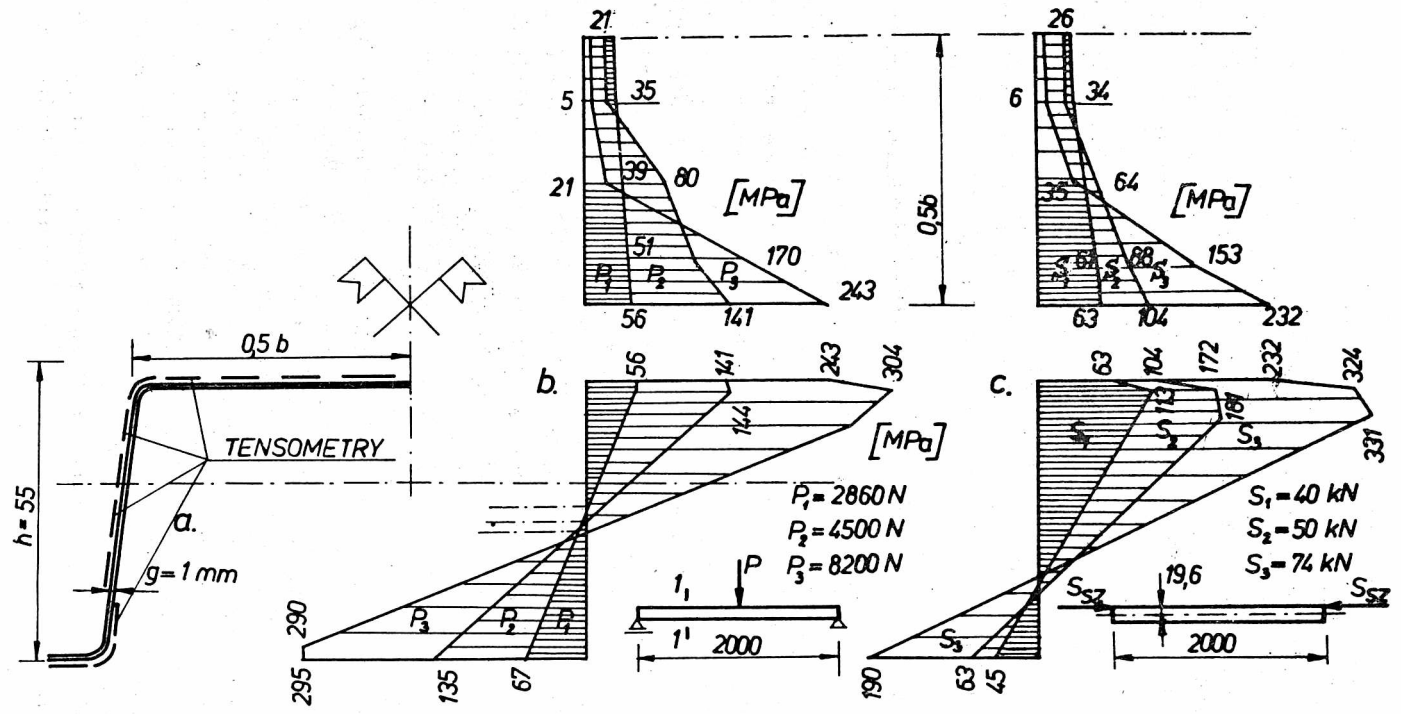
#### 7.4. Oszacowanie nośności granicznej załomu plastycznego

W oszacowaniu nośności granicznej konstrukcji cienkościennych przyjmuje się, że wyczerpanie nośności elementu następuje wraz z uplastycznieniem narożnych elementów "podtrzymujących" wybrzuszone półki ściskane. Zmiana stanu równowagi jest więc związana z utratą nośności krawędzi. Do obliczania nośności granicznej przekroju przyjmuje się stan naprężeń towarzyszących uplastycznieniu krawędzi. Nie przyjmuje się więc pełnego uplastycznienia przekroju, stosowanego przy obliczaniu konstrukcji niecienkościennych z uwzględnieniem teorii plastyczności.

W elementach niecienkościennych uplastycznienie włókien skrajnych nie prowadzi do zmiany stanu równowagi i przekrój ma rezerwę plastyczną, która wyraża się stosunkiem plastycznego do sprężystego wskaźnika wytrzymałości przekroju przy zginaniu  $W_{pl} : W$ . Stosunek ten dla stosowanych w budownictwie przekrojów stalowych jest wartością większą od jedności. Uplastyczniony przekrój w konstrukcjach niecienkościennych jest przegubem czynnym, to jest przenosi obciążenie.

W konstrukcjach cienkościennych uplastycznienie elementu "podtrzymującego" wybrzuszone półki ściskane prowadzi do powstania dużych przemieszczeń półek. Siły wewnętrzne działające na dużych mimośrodkach prowadzą w tym stanie do szybkiego wyczerpania nośności odkształconych trwale elementów półek i krawędzi. Lokalny mechanizm zniszczenia składa się z trzech miejsc (rys. 7.1c). Dla półki górnej (rys. 7.1) z krzywymi 2, 1 i 2, dla krawędzi 5, 4 i 5, dla środników z krzywymi 4, 6 i 4. Minimalny zbiór krytyczny, wchodzący w skład przegubu plastycznego, składa się więc z trzech linii załomu.

Nośność odkształconych trwale półek i krawędzi przekroju gwałtownie spada, co powoduje wzrost przemieszczeń oraz uplastycznienie pozostałych



Rys. 7.2. Rozkłady naprężeń w blasze fałdowej: b - zginanej, c - ściskanej mimośrodowo  
 Fig. 7.2. Distribution of stresses in folded sheet: b - in bending, c - in eccentric compression

elementów. Utworzony w ten sposób przegub charakteryzuje się mniejszą, na skutek przemieszczeń i odkształceń trwałych, nośnością niż obciążenie, które je spowodowało, Załom plastyczny blachy fałdowej charakteryzuje się więc brakiem przystanku plastycznego (rys. 3.16b i 3.19b). Uwzględnienie braku przystanku plastycznego w załomach plastycznych powinno mieć odzwierciedlenie przy ustalaniu współczynników bezpieczeństwa takich konstrukcji.

#### 7.4.1. Oszacowanie nośności załomu plastycznego blach fałdowych metodą analizy sprężysto-plastycznej

Na podstawie wyników badań doświadczalnych rozkładów naprężeń w zginanych i ściskanych blachach fałdowych (rys. 7.2, pomiar naprężeń w 48 punktach) oraz badań innych autorów [58, 82, 89], proponuje się następujące wzory określające oszacowanie nośności granicznej blach fałdowych. We wzorach tych proponuje się przyjęcie pełnego uplastycznienia ściskanych współpracujących szerokości pólki przekroju wraz z przylegającymi narożami "podtrzymującymi".

W zginanym, kapeluszowym przekroju blachy fałdowej możemy wyróżnić: ściskaną półkę górną, opartą na wyokrąglonych narożach ściskanych górnych, zginane w swej płaszczyźnie środkiki, oparte na wyokrąglonych narożach górnych (ściskanych) i dolnych (rozciąganych) oraz rozciąganą półkę dolną. Maksymalna nośność ściskanej półki górnej, o szerokości współpracującej  $b_w$

$$N_{pg} = g b_w R_e. \quad (7.1)$$

Ściskana półka górna przeniesie obciążenie (7.1) pod warunkiem, że podpory - wyokrąglone naroża, są dostatecznie sztywne. Nośność wyokrąglonych naroży rozciąganych o przekroju  $F_n$

$$N_n = F_n R_e. \quad (7.2)$$

W wypadku spełnienia odpowiednich warunków (p. 2.8.7) możemy przyjąć  $R_e = R_{en}$ , gdzie  $R_{en}$  wg (2.47).

Wyczerpanie nośności naroży i ich przemieszczenie się powoduje zmianę schematu statycznego podparcia dla ściskanej półki górnej oraz schematu statycznego środkików. "Nowe" warunki podparcia pólki i środkików dają mniejsze obciążenie graniczne, co tłumaczy spadek nośności po osiągnięciu załomu plastycznego.

Moment zginający, wywołujący załom plastyczny w zginanej blasze fałdowej, można określić ze wzoru (4.54), przyjmując  $W_w = W_{w,s}$  - wskaźnik wytrzymałości przy zginaniu przekroju współpracującego względem włókien ściskanych z uwzględnieniem uplastycznienia wyokrąglonych naroży "podtrzymujących" ściskane półki blachy fałdowej.

Graniczne obciążenie ściskające (w zakresie sprężystym), jakie może przenieść blacha fałdowa, można wyznaczyć ze wzoru (4.55).

Obciążenie wywołujące powstanie załomu plastycznego w blasze fałdowej ściskanej siłą  $S$  na mimośrodku  $e$  można wyznaczyć ze wzoru (4.56).

Obciążenie wywołujące załom plastyczny w blasze fałdowej ściskanej mimośrodkowo oraz zginanej wyznaczymy z nierówności:

$$\frac{S}{F_w} + \eta \frac{S(e + y_0) + M}{W_{w,s}} \leq R_e, \quad (7.3)$$

w której:  $\eta$  wg (4.57).

W tabelach 4.2 i 4.3 zamieszczono nośności graniczne badanych blach fałdowych wyznaczone według wyżej omówionych wzorów oraz wyznaczone doświadczalnie. Z porównania zestawionych w tab. 4.2 i 4.3 nośności wynika stosunkowo dobra zgodność oszacowań teoretycznych z wynikami doświadczalnymi.

#### 7.4.2. Oszacowanie nośności załomu plastycznego blach fałdowych metodą linii załomów

Ze względu na mnogość zmiennych, oszacowanie nośności granicznej załomu plastycznego jest zagadnieniem złożonym.

Dla rozpatrywanego typu zniszczenia konstrukcji przydatna okazuje się metoda linii załomów, dająca rozwiązanie kinematyczne zadania. Mając na względzie założenia upraszczające, uzyskane rozwiązanie jest oszacowaniem od góry.

Przyjmując model zniszczenia blachy fałdowej o geometrii pokazanej na rysunku 7.1, energia kinetyczna dysypowana w trakcie tworzenia się załomu plastycznego jest określona wzorem:

$$E = \frac{R_e g^2}{4} \int_1 dl \quad (7.4)$$

i dla pojedynczego przekroju kapeluszowego wynosi w przybliżeniu

$$E = 0,25 R_e g^2 \left[ 0,5 \pi (1,5 e_w + 3 e_m + 3 h - \sqrt{e_m e_w} - \sqrt{2 h e_m}) + a + e_w + 2h \right] \quad (7.5)$$

Praca momentu zginającego, który spowoduje powstawanie załomu plastycznego

$$L_M = 2 M_{gr} \Phi = M_{gr} \frac{1}{h} \left( e_m - \sqrt{e_m^2 - 4 f^2} \right). \quad (7.6)$$

Przyrównując energię kinetyczną dysypowaną w załomie plastycznym do pracy momentu zginającego, otrzymamy nośność graniczną przekroju zginanego.

Dla badanych blach fałdowych 55 x 188 x 750, o parametrach geometrycznych załomu plastycznego podanych w p. 7.3, otrzymano dla  $g = 0,75$  mm  $M_{gr} = 2,195$  kNm, zaś dla blachy  $g = 1$  mm  $M_{gr} = 388,1$  kNm. Uzyskany wy-

nik jest o 12,2% mniejszy dla  $g = 0,75$  mm i o 6,9% mniejszy dla  $g = 1$  mm od wyników uzyskanych w badaniach eksperymentalnych. Jest to więc stosunkowo dobra zgodność, zważywszy, że losowe imperfekcje geometryczne w blachach fałdowych cieńszych znacznie wpływają na nośność elementu.

Praca siły ściskającej  $S$ , odległej od  $h_d$  od rozciąganej półki dolnej, stanowiącej oś obrotu załomu plastycznego potrzebna do powstania uplastycznionych linii załomów

$$L_S = S u_S = S \frac{h_d}{h} \left[ e_m - \sqrt{e_m^2 - 4f^2} \right]. \quad (7.7)$$

Przyrównując energię dysyponowaną w załomie plastycznym do pracy siły ściskającej (7.7) otrzymamy graniczne obciążenie ściskające pręta krępego (o małej smukłości). Wzór (7.7) jest ważny dla sił ściskających działających powyżej osi obojętnej. Ze wzorów (7.5) i (7.7) otrzymamy maksymalną siłę ściskającą, jaką może przenieść blacha fałdowa (bez uwzględnienia wpływu smukłości na nośność).

Dla badanych blach fałdowych  $55 \times 188 \times 750$  ściskanych osiowo otrzymano dla  $g = 0,75$  mm  $S_0 = 63,49$  kN, zaś dla  $g = 1$  mm  $S_0 = 112,17$  kN.

Oszacowanie siły osiowej daje wynik mniejszy o 11,7% dla  $g = 1$  mm i o 18,8% dla  $g = 0,75$  mm w stosunku do wyników uzyskanych doświadczalnie.

Reasumując, należy stwierdzić, że oszacowanie nośności granicznej załomu plastycznego metodą linii załomu wydaje się dawać wyniki mniej precyzyjne. Ponadto stosowanie tej metody jest warunkowane znajomości geometrii załomu.

## 8. UWAGI KONCOWE

Przedstawione w poprzednich rozdziałach doświadczalne oraz teoretyczne badania pracy ściskanych blach fałdowych potwierdziły, że konstrukcje takie mogą spełniać, oprócz podstawowej swej funkcji przegrody, rolę konstrukcyjną. Wykorzystanie tej rezerwy - przejmowanie obciążeń leżących w płaszczyźnie płyty fałdowej, możliwe z chwilą uzyskania metody szacowania nośności granicznej i ugięć, pozwoli uzyskać oszczędności zużycia stali, przy zachowaniu niezbędnych warunków niezawodnej pracy konstrukcji.

W szacowaniu nośności granicznej konstrukcji niecieńkościennych wykorzystuje się plastyczną rezerwę przekroju. Zmiana stanu równowagi w blachach fałdowych, zarówno zginanych jak i ściskanych, zachodzi w sposób nagły i towarzyszy jej cofnięcie się obciążenia. Praca blachy fałdowej o modelu zniszczenia pokazanym na rys. 5.2c, może być opisana modelem nieliniowo-sprężysto-kruchym. Nośności granicznej, zarówno ściskanych, jak i zginanych blach fałdowych, towarzyszyło powstanie załomu plastycznego ściskanej półki. Zjawisko zachodziło w sposób nagły, a załom był trwały.

O nieliniowym charakterze pracy blach fałdowych zginanych decyduje zmiana sztywności w procesie obciążania, a w wypadku obciążeń ściskających dodatkowo zmiana położenia osi obojętnej w procesie obciążania oraz mimośrodowość (rozdz. 4).

Wyżej wymienione czynniki muszą być odzwierciedlone w modelu matematycznym opisującym pracę blachy fałdowej. Zbudowany (4.7) model matematyczny oraz uzyskane rozwiązania teoretyczne wykazują dobrą zgodność z wynikami eksperymentalnymi.

Wyniki badań doświadczalnych ściskanych blach fałdowych wykazują dużą "wrażliwość" tych konstrukcji na wstępne mimośrodowość osi fałd oraz pólki ściskanych. Ma to odzwierciedlenie w dużych wartościach współczynników zmienności ugięć. Nośność graniczna, ugięcia oraz miejsca powstania załomów plastycznych wskazują na wybitnie losowy charakter pracy konstrukcji.

Na losowy charakter ugięć i nośność blach fałdowych, oprócz losowych cech wytrzymałościowych materiału, mają wpływ: losowa geometria profili oraz wstępne losowe wygięcia pólki, a także mimośrodek osi.

Parametry losowej nośności granicznej zginanych oraz ściskanych blach fałdowych można wyznaczyć na podstawie funkcji bazowej (3.7), wykorzystując cykliczną zmienność współczynnika zmienności. Współczynniki zmienności ściskanych blach fałdowych maleją, a w wypadku zginania rosną, w miarę zbliżania się do obciążeń granicznych.

Parametry naprężeń krytycznych załomu plastycznego w blachach fałdowych pracujących według modelu nieliniowo-sprężysto-kruczego mogą być mniejsze aniżeli parametry klasycznych naprężeń krytycznych, rozumianych jako wartości własne pręta. Dlatego oprócz sprawdzenia ogólnej stateczności ściskanych blach fałdowych należy sprawdzić możliwość wyczerpania nośności w wyniku powstania załomu plastycznego.

W ściskanych blachach fałdowych klasycznej utraty stateczności można się spodziewać dla prętów o dużej smukłości lub prętów o małej smukłości ścianek ściskanych. Z analiz teoretycznych i doświadczalnych wynika, że w wypadku ściskanych blach fałdowych mamy zazwyczaj do czynienia z mimośrodkowym ściskaniem. Zmiana położenia osi obojętnej, w procesie obciążania sprawia, że przypadek osiowego obciążenia blachy fałdowej praktycznie nie występuje. Uwzględnienie zmiany położenia osi obojętnej w procesie obciążania oraz wpływu mimośrodków losowych i technologicznych jest niezbędne dla właściwej oceny nośności i bezpieczeństwa ściskanych blach fałdowych.

W celu obiektywnego oszacowania ugięć blach fałdowych należy uwzględnić zmianę sztywności w procesie obciążania oraz na długości pręta.

Niezawodnościowy model pracy blachy fałdowej można przyjmować w postaci równoległej wiązki łańcuchów, a bezpieczeństwo konstrukcji szacować uwzględniając intensyfikację naprężeń w pozostałych, pracujących łańcuchach.

Mechanizm zniszczenia badanych blach fałdowych o długości 2 m polegał na powstaniu załamów plastycznych fałd. W skład załomu plastycznego wchodzi lokalny mechanizm złożony z trzech linii załamów, obejmujących półkę ściskaną, przyległe krawędzie "podtrzymujące" oraz środkniki.

Obciążenie wywołujące załom plastyczny blach fałdowych można oszacować, przyjmując pełne uplastycznienie ściskanych półek współpracujących oraz uplastycznienie przyległych krawędzi "podtrzymujących".

Przedstawione w pracy metody szacowania nośności granicznej i ugięć ściskanych blach fałdowych dobrze aproksymowały pracę badanych blach fałdowych.

#### LITERATURA

1. AUGUSTYN J., Wpływ naprężeń własnych (spawalniczych) na stateczność prętów ściskanych, Inżynieria i Budownictwo 10/1962.
2. BANDYSZEWSKI W., Ugięcia układów prętowych w stanie granicznym nośności, Inżynieria i Budownictwo 6/1979.
3. BANDYSZEWSKI W., SAWCZUK A., Przybliżona metoda obliczania przemieszczeń belek i ram sprężysto-plastycznych, Arch. Inż. Łąd. 20, nr 1, 1974 63-80.
4. BANDYSZEWSKI W., SAWCZUK A., Assessment of Deflection of Elastic plastic Structures by Step-wise Rigidity Method, Staveb. Cas. 23, No. 9, 1975, 627-637.
5. BEEDLE L.S., Plastic Design of Frames, Wiley, New York 1958.
6. BENJAMIN J.R., CORNELL G.A., Probability, Statistics and Decision for Civil Engineers, McGraw-Hill 1970.
7. BERGMANN V.S., REISSNER H., Neuere Probleme aus der Flugzeugstech Zeitschrift Flugtech und Motorluftsch, v. 20, 1929.
8. BIEGUS A., Stan graniczny struktury przestrzennej z warunku zniszczenia płytowej warstwy zewnętrznej, Rozprawa doktorska, Wrocław 1976.
9. BIEGUS A., DOROSZ S., KOWAL Z., SAWCZUK A., SEIDEL W., Post-yield deflections of elastic-plastic beams under uniformly increasing loads, Rozprawy Inżynierskie 29, 2/1981.
10. BIEGUS A., KOWAL Z., SEIDEL W., Investigations on the random ultimate bearing capacity of beams in bending, 7-th Congress on Material Testing, Budapest, October 1978, v. 1. 3-6.
11. BIEGUS A., KOWAL Z., SEIDEL W., Oszacowanie parametrów losowej nośności granicznej na podstawie procesu stochastycznego przemieszczeń, XXVI Konferencja Naukowa KILW PAN i KN PZITB, Referaty t. I, Krynica 1980.
12. BOGUCKI W., Budownictwo stalowe. Arkady, Warszawa 1976.
13. BOŁOTIN W.W., Metody stochastyczne w mechanice budowli. Arkady, Warszawa 1968.
14. BRÉZINA V., Stateczność prętów konstrukcji metalowych, Arkady, Warszawa 1966.



15. BRÓDKA J., GARNCAREK R., MIŁASZEWSKI K., Tymczasowe wytyczne projektowania konstrukcji stalowych ze współpracującym pokryciem z blachy fałdowej, Prace Centralnego Ośrodka Konstrukcje Metalowe, cz. I, czerwiec 1978, 59-74; cz. II - grudzień 1979, 55-65; dodatek - czerwiec 1979, 47-70.
16. BRÓDKA J., GARNCAREK R., Wytyczne obliczeń i projektowania konstrukcji stalowych z kształtowników giętych. Cz. I - Wytyczne obliczeń i projektowania, cz. II - Komentarz, cz. III - Przykłady obliczeń, COBPKM "Mostostal", Warszawa 1980.
17. BRÓDKA J., JERKA-KULAMIŃSKA K., KORDJAK J., KWAŚNIEWSKI M., Wytyczne obliczania i projektowania konstrukcji stalowych z uwzględnieniem rezerwy plastycznej. Cz. I - Wytyczne obliczania i projektowania, cz. II - Komentarz, COBPKM, "Mostostal" 1980.
18. BRÓDKA J., ŻUBIŃSKI M., Lekkie konstrukcje stalowe, Arkady, Warszawa 1971.
19. BRYAN E.R., The Stressed Skin Design of Steel Buildings, Constrado Monograph, London 1973.
20. BRZOSKA Z., Statyka i stateczność konstrukcji prętowych i cienkościennej, PWN, Warszawa 1965.
21. CHEN W.F., ATSUTA T., Theory of beam-columns, v. 1 i 2, McGraw-Hill Book Company, 1976.
22. CHODOR L., KOWAL Z., Teoretyczne oszacowanie integralnej nośności losowej belek zginanych, XXVII Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB Krynica 1981.
23. CHROMIEC J.N., Promyślenyje zdanija iz legkich konstrukcij, Stroizdat, Moskva 1978.
24. COX H.L., Buckling of thin Plates in Compression, A.R.C. Rep. and Mem. No 1554, 1933.
25. CZUDEK H., PIETRASZEK J., Stalowe pomosty uźebrowane. Obliczanie i konstruowanie, Arkady, Warszawa 1978.
26. DAVIES J.M., Light gauge steel folder plate roofs. The Structural Engineer, 5/1976, 159-174.
27. DUKARSKI J.M., Issledowanie raboty gofrirovannogo lista na sdvig, Aljuminevye konstrukcii, Izdatelstvo po Stroitelstvu, Moskva 1970, 21-41,
28. DIAKONOV V.B., Ustojčivost prodolno gofrirovannyh oboloček, Stroitel'naja mehanika i rasčet sooruzenij 4/1973.
29. EASLEY I.T., McFARLAND D.E., Buckling of light-Gage Corrugated Metal Diaphragms, Journal of the Structural Division, ASCE, v. 95, No. ST7, July 1969, 1497-1516.
30. EASLEY I.T., Buckling Formulas for Corrugated Metal Shear Diaphragms Journal of the Structural Division, ASCE, v. No. ST 7, July 1975, 1403-1417.

31. European Recommendations for Steel Construction, v. II, Appendix No. 5. Thin Walled Cold Formed Members. European Convention for Constructional Steelwork, 1975.
32. European Recommendations for the Stressed Skin Design of Steel Structures, No. 19, ECCS - XVII - 77 - IE, March 1977.
33. FREUDENTHOL A.M., Safety and Structural Design, Journal Structa Div. (Proc. ASCE), 87, ST 3/1961. Gumbel E., Statistic of Extremes. Columbia Univ. Press, New York 1962 (tłum. ros. 1965).
34. GAŁKIEWICZ J., Zastosowanie metody małego parametru do określenia siły krytycznej ściskanego pręta o zmiennym przekroju poprzecznym, Zeszyty Naukowe Politechniki Łódzkiej, Mechanika 4, 30/1956.
35. GANCAREK R., MIŁASZEWSKI K., Pokrycia metalowe współpracujące ze szkieletem konstrukcji nośnej. Stan zagadnienia. Prace Centralnego Ośrodka Konstrukcje Metalowe, grudzień 1977.
36. HEYMAN J., Plastic Design of Frames, v. 2. Applications Cambridge University Press, Cambridge 1971.
37. HLAVACEK V., The Effect of Support Conditions on the Stiffness of Corrugated Sheets Subjected to Shear, Acta Technica CSAV, No. 2, Prague, 1972, 209-236.
38. HLAVACEK V., Navrhovani tenkostennych ocelovych konstrukci, Vydavatelstvi Uradu pro Normalizaci a Mereni. Praha 1976.
39. HLAVACEK V., Shear Instability of Ortotropie Panels, Acta Technica CSAV, No. 1, Prague 1968, 134-158.
40. HUBER M.T., Pisma, t. II, PWN, Warszawa 1956.
41. HUBER M.T., Teoria sprężystości, t.I i II, Polska Akademia Umiejętności, Kraków 1950.
42. JANKOWIAK W., KURZAWA Z., ŁOŻYŃSKI K., MAZIJ K., Doświadczalne i teoretyczne badania nośności prętów stalowych osiowo ściskanych, Zeszyty Naukowe Politechniki Poznańskiej, Budownictwo Lądowe, nr 23, 1978.
43. JANKOWSKI M., Stateczność utwierdzonej płyty prostokątnej o dowolnych kierunkach ortotropii, Referaty, III Sympozjum Stateczności Konstrukcji, Łódź 1979, 72-81.
44. JANKOWSKI M., KOPECKI H., Elastooptyczne badania modelowe ściskanej płyty prostokątnej wykazującej cechy ortotropowości, Referaty, III Sympozjum Stateczności Konstrukcji, Łódź 1979, 82-90.
45. KARMAN Th., SECHLER E.E., DONNEL L.H., The strenght of thin plates in compresion, Transaction of American Society of Mechanical Engineers, Applied Mechanics, 1932.
46. KINLOCH H., HARVAY H., An experemental and theoretical investigation of orthotropic plate structures, Księga pokonferencyjna I Międzynarodowego Sympozjum Cienkościennych Konstrukcji Stalowych, University College of Swansea School of Engineering, 11-14 VIII 1967.

47. KOWAL Z., CHODOR L., RZĄDKOWSKI J., Theoretical Estimation of Parameters of Random Deflection of Bending Beams, Konferencja "Limit States of Metal Structures", Karlove Vary, 1981.
48. KOWAL Z., Parametry losowej wytrzymałości krytycznej prętów ściskanych i współczynniki wybożenia, Arch. Inż. Łąd. 1/1981.
49. KOWAL Z., ŁABAN W., Parametry losowej wytrzymałości krytycznej kruche go pęknięcia prętów ściskanych, III Sympozjum stateczności konstrukcji, Łódź 1979.
50. KACNER A., Pręty i płyty o zmiennej sztywności, PWN, Warszawa 1969.
51. KOWAL Z., Wstęp do teorii konstrukcji metalowych, Wyd. PWr., Wrocław 1977.
52. KOWAL Z., Wybrane działy konstrukcji metalowych, cz. III, Wyd. PWr., Wrocław 1975.
53. KOWALSKI A., WŁODARCZYK W., Badania wymiarów przekroju poprzecznego niektórych kształtowników walcowanych, XXIV Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB, Referaty, t. III, Krynica 1978, 69-75.
54. KWIATKOWSKI J., PATORSKI J., Stropy w stalowych szkieletach wielokondygnacyjnych, Inżynieria i Budownictwo, 9/1974, 377-381.
55. LAHDE R., WAGNER H., Versuche zur Ermittlung der mittrargenden Breite von verbeulten Bleichen, Luftfahrtforschung, Bd. 13, 1936.
56. MAREK P., STUDNICKA I., Netradicni navrt ocelove stvesni konstrukce, Pozemni Stavby 12/1971, 375-378.
57. MARGUERRE K., Die mittragende Breite der gedrückten Platte, Luftfahrtforschung Bd. 14, 1937.
58. MENDERA Z., BYRDY CZ., Przyczynek do rozwoju metod projektowania przekryć z blach fałdowych w świetle badań. Prace Naukowe Instytutu Budownictwa Politechniki Wrocławskiej, Konferencje nr 27, 5/1976.
59. MENDERA Z., Analiza statystyczna cech wytrzymałościowych stali stosowanych w konstrukcjach metalowych, Inżynieria i Budownictwo 6/1972.
60. MERUNOWICZ W., MIĘOSZEWSKI K., Badania doświadczalne zginanych blach fałdowych, XXVII Konferencja KILiW PAN i KN PZITB, Krynica 1981, t. III, 113-122.
61. MAZURKIEWICZ Z., Wybożenie prętów prostych o zmiennych sztywnościach zginania, Rozprawy Inżynierskie 13/3, 1965, 623-635.
62. MROMLIŃSKI R., Konstrukcje aluminiowe. Arkady, Warszawa 1975.
63. MURZEWSKI J., Obliczanie prętów stalowych na wybożenie za pomocą zunifikowanej tablicy współczynników, Inżynieria i Budownictwo, t. 29, 1972, nr 7, 245-246.
64. MURZEWSKI J., Zasady obliczeń konstrukcji sprężysto-plastycznych w stanie pozakrytycznym. XX Jubileuszowa Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB, Krynica 1974. t. 1, 189-199.
65. MURZEWSKI J., SIEPAK I., Stalowe belki powłokowe. Skrypt Politechniki Krakowskiej, Kraków 1978.

66. MURZEWSKI J., Obliczanie stateczności elementów konstrukcji stalowych w projektowaniu metodą stanów granicznych, Sympozjum "Wybrane zagadnienia rozwoju konstrukcji metalowych", COBPKM "Mostostal", Kraków 1977.
67. MURZEWSKI J., Teoria nośności losowej konstrukcji prętowych, PWN, Warszawa 1976.
68. ORKISZ J., ŻYCZKOWSKI M., Małe ugięcia sprężysto-plastyczne belek o dowolnym przekroju. Rozprawy Inżynierskie. nr 11, 1963.
69. Obliczanie cienkościennych elementów budowlanych kształtowanych na zimno z blach stalowych. Przepisy, przykłady, tablice, nomogramy i komentarz, Arkady, Warszawa 1968.
70. Poradnik projektanta konstrukcji metalowych, Praca zbiorowa pod kierunkiem Władysława Boguckiego, Arkady, Warszawa 1980.
71. Prace naukowo-badawcze Zakładu Konstrukcji Metalowych, JM i KB Polit. Krakowskiej w ramach problemu węzłowego 07.1. zad. 77.1 "Statystyczna analiza współczynników obciążenia w metodzie stanów granicznych, t. II Kraków 1972.
72. PN/B-03202 - Obliczenia statyczne i projektowanie konstrukcji z profili cienkościennych (projekt).
73. PN-80/B-03200. Konstrukcje stalowe. Obliczenia statyczne i projektowanie.
74. RAPETTI E., Eine neue Bauweise im Stahlbau: das Behlen-System "Dublpanl", Acier Stahl Steel, 5/1971, 223-232.
75. ROIK K., Vorlesungen über stahlbau, Grundhagen, Verlag von Wilhelm Ernst Sohn, Berlin, München, Düsseldorf 1978.
76. RECLING K.A., Plastizitätstheorie und ihre Anwendung auf Festigkeitsprobleme, Springer, Berlin 1967.
77. REIMBERT M.A., Neue wirtschaftliche stahlsilos mit selbesvevformbaren wanden für die lagerung von getreide, mehl und glerfutter, Acier, Stahl Steel, 1/1967, 29-33.
78. Rukovodstvo po proektirovaniju konstrukcij iz cholodnognutych profilej otkrytogo secenija, 1975.
79. RUTECKI J., Cienkościenne konstrukcje nośne. Obliczenia wytrzymałościowe, PWN, Warszawa 1966.
80. SAVINOV O.N., Ustojčivost gofrirovannoj prjamougolnoj plastinki, Aljuminovyje konstrukcii, Izdatelstvo po Stroitelstvu, Moskva 1970, 13-20.
81. SECHLER E.E., Stress distribution in stiffened paraks under compression, Journal of the Aeronautical Sciences, 1937.
82. ŠKLOVSKIJ J.I., Issledovanie stalnych profilirovannyh nastilov dlja pokrytij promyšlennyh zdaniij, Promyšlennoe Stroitelstvo, 6/1968.
83. Specification for the Design of Cold-Formed steel Structures Members. American Institut of Steel Construction, 1968 (edycja z 1976).

84. TIMOSHENKO S.P., GERE J.M., Teoria stateczności sprężystej, Arkady, Warszawa 1963.
85. TGL 13506. Stahlbau. Dünnwandige Tragwerks, Berechnung nach zulässigen Spannungen und bauliche Durchbildung, 1972.
86. WALTERDORF R.P., Der Neubau für das Bundeskanzleramt, Der Stahlbau, 12/1975, 353-358.
87. WOLNIEWICZ W., Ocena cech mechanicznych blach jednokierunkowo profilowanych, stosowanych w lekkiej obudowie. Uwagi do metod obliczeń i problemów badawczych. Konstrukcje Metalowe. 1973, nr 3.
88. VENTZELL, A.D., Kurs teorii slučajnych processov, Nauka, Moskva 1975.
89. WINTER G., Strength of Thin Steel Compression Flanges Trans. ACSE, v. 112, 1974, 527.
90. WINTERFELD R., Konstruieren mit Stahlleichtprofilen, VEB Deutscher Verlag, Leipzig 1974.
91. ZUBRZYCKI S., Wykłady z rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej, PWN, Warszawa 1966.
92. VAJNBERG D.V., Spravočnik na pročnosti ustojčivosti i kolebanija plastin, Izdatelstvo Budilnik, Kiev 1973.
93. VLASOV V.Z., Tonkostennyje uprugie steržni, Gosudarstvennoe Izdatelstvo Fizikomechaničeskoj Literatury, Moskva 1959.
94. VLASOV V.Z., Issledovanija po voprosam teorii i proektirovanija tonkostennykh konstrukcii, Izdatelstvo Stroitelnoj Literatury, Moskva 1950.

Pracę złożono w Redakcji  
w ostatecznej formie  
11 I 1982 r.

LOAD BEARING CAPACITY OF CORRUGATED SHEETS  
UNDER COMPRESSION

Dissemination of the applications of corrugated sheets used not only as wall partitions, but also as structural elements transferring the loads laying in the sheet plane is not possible unless the load bearing capacity and the reliability are determined.

The method of analysis of elastic and plastic behaviour of corrugated sheets without additional transversal and longitudinal stiffeners in compression is the main subject of this work. To work out the mentioned above method it was necessary to perform a number of statistical tests of corrugated sheets subject to axial compression, eccentric compression and to bending. Additional investigations have been carried out to define more accurately some theoretical assumptions (tests of random characteristics of geometry and strength). On this basis a mathematical model of the corrugated sheet compressed and bent simultaneously has been constructed in form of a fourth order equation with non-linear coefficients. The model of the behaviour of the corrugated sheet in compression and bending combines the Vlasov's thin-walled bar theory with that of Winter related to the post-critical load capacity. The solutions problems were obtained, using, among others Fourier's transformations in trigonometrical series. To calculate the load capacity and deflections for corrugated sheets compressed axially and eccentrically a special program has been prepared.

The presented method for estimation of reliability parameters of random load bearing capacity was based on experimental results and known random distributions of the geometrical and mechanical properties of the structure.

Both the mechanisms of structure collapses and the load bearing capacity of joints having the form of plastic bends of corrugated sheets have been determined.

The experimental results of corrugated sheets T55x188 of 2,0 m length have been compared with theoretical solutions and some conclusion formulated.

Verified by Ruta Czaplińska

## ПРЕДЕЛЬНАЯ НЕСУЩАЯ СПОСОБНОСТЬ СЖИМАЕМЫХ ПРОФИЛИРОВАННЫХ ЛИСТОВ

Широкое применение профилированных листов не только в качестве строительных перегородок, но и выполняющих, кроме того, конструкционную роль (в переносе нагрузок, лежащих в их плоскости) обуславливается определением предельной несущей способности, а также надежности, нагруженных таким образом конструкций.

Основной темой диссертации является разработка метода анализа упругой и упруго-пластической работы сжимаемых профилированных листов. Разработка этого метода требовала проведения ряда экспериментальных статистических исследований центрально сжимаемых, сжато-изогнутых и сгибаемых листов. Для уточнения некоторых теоретических положений были проведены доопытные исследования (исследование случайных, геометрических и прочностных характеристик). На этой основе была построена математическая модель одновременно сжимаемого и сгибаемого профилированного листа в виде уравнения четвертого порядка с нелинейными коэффициентами. Математическая модель работы сжимаемого и сгибаемого профилированного листа соединяет теорию тонкостенного стержня Власова с теорией суперкритической несущей способности по Винтеру. Дано решение вышеуказанных вопросов между прочим при помощи тригонометрических рядов с применением трансформации Фурье. Была построена программа для расчета несущей способности и прогибов профилированных листов, сжимаемых центрально и сжато-изогнутых.

Приводится способ оценки надежности параметров случайной предельной несущей способности на основе результатов экспериментальных исследований, а также известных случайных распределений геометрических и механических свойств конструкций. Определены механизмы разрушения конструкции, а также предельная несущая способность специальных шарниров в виде пластических изломов профилированных листов.

Результаты экспериментальных исследований были сравнены с теоретическими решениями; на основе которых был сформулирован ряд выводов.

Проверила Малгожата Хейдрих

## SPIS RZECZY

1. Wstęp .....	3
1.1. Wprowadzenie .....	3
1.2. Przedmiot pracy .....	4
1.3. Cel i zakres pracy .....	4
1.4. Podstawowe oznaczenia .....	5
2. Analiza stanu wiedzy dotyczącej blach fałdowych .....	6
2.1. Wstęp .....	6
2.2. Charakterystyka ogólna dźwigarów profilowanych jednokierunkowo .....	6
2.3. Przegląd realizacji konstrukcji z zastosowaniem blach fałdowych .....	9
2.4. Charakterystyki sztywnościowe blach fałdowych .....	15
2.5. Analiza pracy konstrukcji z zastosowaniem blach fałdowych ..	16
2.6. Analiza wzorów określających obciążenie krytyczne ścinanych płyt fałdowych .....	18
2.7. Analiza wzorów określających obciążenie krytyczne ściskanych oraz ścinanych i ściskanych płyt fałdowych .....	22
2.8. Analiza stanu wiedzy dotyczącej wymiarowania blach fałdowych .....	24
2.8.1. Wprowadzenie .....	24
2.8.2. Dokrytyczna i pokrytyczna praca ściskanych półek blach fałdowych .....	25
2.8.3. Szerokość współpracująca ściskanych półek blach fałdowych .....	27
2.8.4. Koncepcja redystrybucji naprężeń w przekroju .....	31
2.8.5. Obliczanie ugięć blach fałdowych .....	33
2.8.6. Dopuszczalne smukłości półek .....	33
2.8.7. Wpływ gięcia na zimno na własności mechaniczne materiału .....	33
2.8.8. Analiza porównawcza .....	34
2.9. Podsumowanie stanu wiedzy i wytypowanie zagadnień do rozwiązania .....	35
3. Badania doświadczalne ściskanych osiowo, ściskanych mimośrodowo i zginanych płyt fałdowych .....	37
3.1. Wstęp .....	37
3.2. Opis modeli .....	38
3.3. Opis stanowiska badawczego i urządzeń pomiarowych .....	39
3.4. Badania materiałowych cech mechanicznych i geometrycznych płyt fałdowych .....	41
3.5. Wyniki badań ściskanych blach fałdowych .....	48
3.5.1. Badania płyt fałdowych ściskanych osiowo .....	48



3.5.2. Badania płyt fałdowych ściskanych mimośrodowo siłą przyłożoną do półki szerszej .....	53
3.5.3. Badania płyt fałdowych ściskanych mimośrodowo siłą przyłożoną do półki węższej .....	55
3.6. Analiza wyników badań .....	63
3.6.1. Analiza wyników badań materiałowych .....	63
3.6.2. Analiza badań zginania blach fałdowych .....	65
3.6.3. Analiza badań ściskanych osiowo i mimośrodowo blach fałdowych .....	67
3.7. Oszacowanie parametrów losowej nośności granicznej zginanych oraz ściskanych blach fałdowych .....	71
3.8. Uwagi i wnioski .....	78
4. Teoretyczne wyznaczenie nośności granicznej ściskanych osiowo, ściskanych mimośrodowo oraz zginanych blach fałdowych .....	79
4.1. Ściskanie osiowe blachy fałdowej lokalnie wybrzuszonej .....	79
4.2. Ściskanie mimośrodowe blachy fałdowej lokalnie wybrzuszonej .....	81
4.3. Zginanie blachy fałdowej .....	82
4.4. Sztywność giętą blachy fałdowej .....	83
4.4.1. Wpływ wybożenia lokalnego na sztywność giętą blach fałdowych .....	83
4.4.2. Wpływ zmiany geometrii przekroju na sztywność giętą blach fałdowych .....	85
4.5. Mimośrodowe obciążenia ściskających blach fałdowych .....	86
4.5.1. Wpływ wybożenia lokalnego na położenie osi obojętnej .....	86
4.5.2. Wpływ losowej geometrii profilu na położenie osi obojętnej .....	87
4.5.3. Wpływ technologii produkcji blach fałdowych na mimośród obciążeń osiowych .....	88
4.5.4. Wpływ ciężaru własnego na mimośrodowe obciążenia osiowych blach fałdowych .....	89
4.5.5. Analiza mimośrodków obciążeń osiowych blach fałdowych ..	89
4.6. Rozwiązania równań różniczkowych blach fałdowych ściskanych osiowo i mimośrodowo oraz jednocześnie zginanych i ściskanych .....	90
4.6.1. Rozwiązanie równania różniczkowego ściskania osiowego płyty fałdowej .....	91
4.6.2. Rozwiązanie równania różniczkowego ściskania mimośrodkowego płyty fałdowej .....	97
4.6.3. Rozwiązanie równania różniczkowego jednoczesnego zginania i ściskania płyty fałdowej .....	101
4.7. Funkcje interakcji M-S blach fałdowych zginanych oraz ściskanych .....	105
4.8. Uwagi i wnioski .....	111
5. Parametry losowej wytrzymałości krytycznej załomu plastycznego ściskanych blach fałdowych .....	112
5.1. Wstęp .....	112
5.2. Losowe naprężenia krytyczne ściskanej blachy fałdowej z warunku powstania załomu plastycznego .....	113

5.3. Wariancja i współczynnik zmienności losowych naprężeń krytycznych załomu plastycznego .....	116
5.4. Charakterystyczne naprężenia krytyczne załomu plastycznego płyty fałdowej .....	117
5.5. Uwagi i wnioski .....	118
6. Niezawodność ściskanej blachy fałdowej .....	118
7. Nośność graniczna załomu plastycznego blach fałdowych .....	122
7.1. Wstęp .....	122
7.2. Mechanizm powstawania załomu plastycznego blach fałdowych ..	122
7.3. Geometria załomu plastycznego blach fałdowych .....	123
7.4. Oszacowanie nośności granicznej załomu plastycznego .....	125
7.4.1. Oszacowanie nośności załomu plastycznego blach fałdowych metodą analizy sprężysto-plastycznej .....	127
7.4.2. Oszacowanie nośności załomu plastycznego blach fałdowych metodą linii załomu .....	128
8. Uwagi i wnioski końcowe .....	129
9. Literatura .....	131

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

1. Preface .....	3
1.1. Introduction .....	3
1.2. Subject-matter of the work .....	4
1.3. Purpose and range of the work .....	4
1.4. Basic denotations .....	5
2. Analysis of the achievements in the field of corrugated sheets ..	6
2.1. Preface .....	6
2.2. General characteristics of girders profiled unidimensionally	6
2.3. Review of the structures in which corrugated sheets were used .....	9
2.4. Characteristics of the stiffness of corrugated sheets ....	15
2.5. Analysis of the behaviour of a structure in which corrugated sheets were used .....	16
2.6. Analysis of formulae of the critical load of corrugated sheets in shearing .....	18
2.7. Analysis of formulae of the critical load of corrugated sheets in compression and subject to a simultaneous compression and shearing .....	22
2.8. Analysis of the achievements in dimensioning of corrugated sheets .....	24
2.8.1. Introduction .....	24
2.8.2. Pre-critical i post-critical behaviours of compressed flanges of corrugated sheets .....	25
2.8.3. Effective width of flanges of corrugated sheets in compression .....	27
2.8.4. The conception of stresses redistribution in the cross-section .....	31

2.8.5. Calculation of deflections of corrugated sheets .....	33
2.8.6. Admissible slenderness of flanges .....	33
2.8.7. Effect of the cold press-brake on mechanical properties of the material .....	33
2.8.8. Comparative analysis .....	34
2.9. Final conclusions and the choice of problems to be solved ..	35
3. Experimental tests of corrugated sheets in axial compression, eccentric compression and bending.....	37
3.1. Preface .....	37
3.2. Characteristic of test models .....	38
3.3. Characteristic of the device and measuring equipment .....	39
3.4. Materials tests mechanical and geometrical parameters for corrugated sheets .....	41
3.5. The test results of the corrugated sheets in compression ...	48
3.5.1. Tests of corrugated sheets in compression .....	48
3.5.2. Tests of corrugated sheets compressed eccentrically by the force applied to the wider flange .....	53
3.5.3. Tests of corrugated sheets compressed eccentrically by the force applied to the narrower flange .....	55
3.6. Analysis of the test results .....	63
3.6.1. Analysis of the material tests .....	63
3.6.2. Analysis of the test of the corrugated sheets in bending .....	65
3.6.3. Analysis of the test of the corrugated sheets compressed axially and eccentrically .....	67
3.7. Estimation of the parameters of the random load bearing capacity of the corrugated sheets in compression and bending	71
3.8. Remarks and conclusions .....	78
4. Theoretical determination of the load bearing capacity of the corrugated sheets in axial compression, eccentric compression and bending .....	79
4.1. Corrugated sheet having a local deflection, in axially compression .....	79
4.2. Corrugated sheet having a local deflection in eccentric compression .....	81
4.3. Corrugated sheet in bending .....	82
4.4. Bending stiffness of the corrugated sheet .....	83
4.4.1. Effect of the local buckling on the bending stiffness in corrugated sheets .....	83
4.4.2. Effect of varying geometry of the cross-section on the bending stiffness in the corrugated sheets .....	85
4.5. Eccentricities of compressive loads in corrugated sheets ...	86
4.5.1. Effect of the local buckling on the position of the neutral axis .....	86
4.5.2. Effect of the random geometry of the profile on the position of the neutral axis .....	87
4.5.3. Effect of the technology of sheet production on the eccentricities axial loads .....	88



4.5.4. Effect of the weight of corrugated sheets on the eccentricities of axial loads .....	89
4.5.5. Analysis of eccentricities of the axial loads in the corrugated sheets .....	89
4.6. Solution of the differential equations of corrugated sheets subject to simultaneous axial and eccentric compressions and to bending .....	90
4.6.1. Solution of the differential equation of the corrugated sheet in axial compression .....	91
4.6.2. Solution of the differential equation of the corrugated sheet compressed eccentrically.....	97
4.6.3. Solution of the differential equation of the corrugated sheet compressed and bent simultaneously .....	101
4.7. Functions of the interaction M-S of corrugated sheets in bending and loaded by compressive forces .....	105
4.8. Remarks and conclusions .....	111
5. Parameters of the random critical strength of the plastic bend of the corrugated sheets in compression .....	112
5.1. Preface .....	112
5.2. Random critical strength of the corrugated sheet in compression in resulting from the formation of a plastic bend ..	113
5.3. Variance and the coefficient of the variability of the random critical stresses in plastic bend .....	116
5.4. Characteristic critical stresses in plastic bend of the corrugated sheet .....	117
5.5. Remarks and conclusions .....	118
6. Reliability of the corrugated sheet in compression .....	118
7. Load bearing capacity of the plastic bend in corrugated sheets ..	122
7.1. Preface .....	122
7.2. Mechanism of the plastic bend development in corrugated sheet.....	122
7.3. Geometry of the plastic bend of corrugated sheets .....	123
7.4. Estimation of the load bearing capacity of the plastic bend	125
7.4.1. Estimation of the load bearing capacity of the plastic bend by the method of elastic and plastic analysis ....	127
7.4.2. Estimation of the load bearing capacity of the plastic bend by the method of the bend's lines .....	128
8. Final conclusions and remarks .....	129
9. References .....	131



PRACE NAUKOWE INSTYTUTU BUDOWNICTWA  
(wydane w latach 1978—1982)

Nr 25, Konferencje nr 4, <i>Technologia robót antykorozyjnych</i> , Wrocław 1978	21,—
Nr 26, Monografie nr 10, W. Kondratowicz, <i>Jednorodność udziału piasku w krajowych kruszywach naturalnych przeznaczonych do betonu. Stan i znaczenie</i> , Wrocław 1978	25,—
Nr 27, Konferencje nr 5, <i>Metody projektowania obiektów i planowania procesów budowlanych</i> , Wrocław 1978	33,—
Nr 28, Studia i Materiały nr 12, <i>Badania nieniszczące w budownictwie w aspekcie obrad II Sympozjum</i> , Wrocław 1979	20,—
Nr 29, Monografie nr 11, K. Rykaluk, <i>Pozostające naprężenia spawnicze w wybranych stanach granicznych nośności</i> , Wrocław 1980	36,—
Nr 30, Monografie nr 12, K. Cena, J.A. Clark, <i>Bioengineering, thermal physiology and comfort</i> , Wrocław 1980	100,—
Nr 31, Monografie nr 13, L. Wiśniewski, <i>Miejscowa utrata stateczności metalowych elementów pełnościennych</i> , Wrocław 1982	25,—
Nr 32, Monografie nr 14, J. Mrozowicz, <i>Metody potokowe organizacji procesów budowlanych o charakterze deterministycznym</i> , Wrocław 1982	55,—
Nr 33, Studia i Materiały nr 14, <i>Badania naporu materiałów sypkich w silosach</i> , Wrocław 1982	90,—
Nr 34, Monografie nr 15, <i>Konstrukcje metalowe w budownictwie handlowo-usługowym</i> , Wrocław 1982	105,—
Nr 35, Konferencje nr 6, <i>Problemy technologii i badania betonu</i> , Wrocław 1981	35,—
Nr 36, Monografie nr 16, L. Śliwowski, <i>Komfort cieplny w wielorodzinnych budynkach mieszkalnych</i> , Wrocław 1982	25,—
Nr 37, Konferencje nr 7, <i>Problemy fizyki i ochrony budowli</i> , Wrocław 1982	135,—