

Prace Naukowe Instytutu Techniki Ciepłej
i Mechaniki Płynów Politechniki Wrocławskiej

50

Seria: Monografie

27

Zbigniew Gnutek

Łopatkowe maszyny rotacyjne

Rozwinięcie wybranych elementów jednowymiarowej teorii

Wrocław 1997



Zbigniew GNUTEK

Sliding-vane rotary machinery
Developing selected issues of one-dimensional theory



Prace Naukowe Instytutu Techniki Ciepłej
i Mechaniki Płynów Politechniki Wrocławskiej

50

Seria:
Monografie

27

Zbigniew Gnutek

Łopatkowe maszyny rotacyjne

**Rozwinięcie wybranych elementów
jednowymiarowej teorii**



Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej · Wrocław 1997

Recenzenci

Kazimierz MACZEK
Władysław NOWAK

Opracowanie redakcyjne i korekta

Maria IZBICKA

Biblioteka Główna i OINT
Politechniki Wrocławskiej



001798979

© Copyright by Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1997



OFICyna WYDAWNICZA POLITECHNIKI WROCLAWSKIEJ

Wybrzeże Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław

ISSN 0324-9387

30 87224 / 1

Drukarnia Oficyny Wydawniczej Politechniki Wrocławskiej. Zam. nr 210/97.

Zbigniew Gnutek*

*łopatkowe maszyny rotacyjne,
analiza termodynamiczna,
modelowanie matematyczne*

Łopatkowe maszyny rotacyjne Rozwinięcie wybranych elementów jednowymiarowej teorii

W pracy analizowano i opisano zjawiska i procesy zachodzące w łopatkowych maszynach rotacyjnych. Dokonano weryfikacji istniejących metod opisu tych maszyn, proponując odmienny od spotykanego sposób określania położenia komory roboczej oraz określając szereg zależności geometrycznych dla różnych schematów konstrukcyjnych łopatkowych maszyn rotacyjnych. Wprowadzono funkcję $Z(\varphi)$ ułatwiającą obliczanie objętości komory roboczej w dowolnym jej położeniu zarówno dla maszyn jednołopatkowych jak i wielołopatkowych.

Zwrócono uwagę na znaczenie szczeliny promieniowej y między wirnikiem i cylindrem, której wielkość w sposób istotny wpływa na przebieg procesów w omawianych maszynach. Poddano analizie siły czynne i bierne działające w układzie wirnik–łopatka–cylinder (suwak) wyprowadzając zależności na pracę niezbędną na pokonanie sił tarcia. Rozpatrując ruch czynnika roboczego wewnątrz ŁMR analizowano szczególnie przepływ przez szczeliny. Podano sposoby obliczania strumieni masy gazu w tych szczelinach. Wyprowadzono zależności umożliwiające określenie ilości czynnika w komorze roboczej w dowolnym jej położeniu. Rozważając problemy wymiany ciepła w ŁMR skupiono się głównie na trybologicznych źródłach ciepła. Przedstawiono sposób wyznaczania temperatury trących się elementów (łopatka, cylinder, wirnik) oraz sposób obliczania strumieni ciepła przejmowanych przez gaz zawarty w komorze i przez otoczenie. Omówiono idealne maszyny ekspansyjne i kompresyjne tj. maszyny bez tarcia, przecieków i z odwracalnymi przemianami realizowanymi przez gaz. Uwzględniając dużą migrację czynnika w obrębie komory roboczej podjęto próbę opisu procesów termodynamicznych w oparciu o opracowaną przez M. Mamontowa termodynamikę układów o zmiennej masie. Wyprowadzono równania opisujące ciśnienie, temperaturę i ilość czynnika w komorze roboczej oraz na wylocie z maszyny. Omówiono wpływ zmiennych wartości ciśnienia w króćcu wlotowym i wylotowym na efektywność ŁMR. Przedstawiono wyniki badań wpływu parametrów konstrukcyjnych na uzyskiwaną w maszynie moc, wydajność i czas pompowania.

* Instytut Techniki Ciepłej i Mechaniki Płynów Politechniki Wrocławskiej, Wybrzeże Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław.

Wykaz ważniejszych oznaczeń

- \vec{a} – przyspieszenie, m/s^2
 a – współczynnik dyfuzyjności termicznej, m^2/s
 A – pole powierzchni, m^2
 b – grubość łopatki, m
 b/R – względna grubość łopatki,
 b_{if} – głębokość warstwy absorbującej ciepło, m
 b_s – szerokość szczeliny,
 B, \dot{B} – egzergia, strumień egzergii,
 c_p, c_v – właściwa pojemność ciepła przy stałym ciśnieniu i przy stałej objętości, J/kgK
 c_s – stała sprężyny, N/m
 d_H – średnica hydrauliczna, m
 e – mimośrodowość, m
 e/R – względna mimośrodowość,
 E_a – energia dostarczona do układu wraz z substancją, J
 E_e – energia odebrana od układu wraz z substancją, J
 Fo – liczba Fouriera,
 h – wysokość łopatki, m
 h/R – względna wysokość łopatki,
 I, i – entalpia i entalpia właściwa, $\text{J}, \text{J/kg}$
 k – wykładnik adiabaty,
 K_f – udział nietermicznych składowych nakładów energetycznych na tarcie,
 K_{ok} – kryterium otwarcia komory,
 K_p – współczynnik przepływu,
 l_N – długość cięciwy, m
 l_s – długość szczeliny, m
 L – nominalna długość komory roboczej i łopatek, m
 L – praca, J
 L_f – praca na pokonanie tarcia, J
 m, \dot{m} – masa, strumień masy, $\text{kg}, \text{kg/s}$
 \dot{m}_s, \dot{m}_{sf} – strumień masy przecieków gazu przez szczeliny, jednostkowy strumień masy przecieków, $\text{kg/s}, \text{kg/m}^2\text{s}$
 \bar{m} – względna wydajność sprężarki,

- n – wykładnik politropy,
 n_{ob} – częstość obrotów, s^{-1}
 N, N_K – moc, W
 \bar{N} – moc względna,
 Nu – liczba Nusselta,
 p – ciśnienie, N/m^2
 $\Delta\bar{p}$ – względny spadek ciśnienia,
 P – siła czynna, N
 \dot{q}_v – objętościowa wydajność źródła ciepła, J/m^3s
 Q, \dot{Q} – ciepło, strumień ciepła, J, J/s
 r – promień wirnika, m
 R – promień cylindra, m
 R_1 – promień cylindra styycznego do wirnika, m
 R_c – siła reakcji cylindra na łopatkę, N
 Re – liczba Reynoldsa,
 R_i – indywidualna stała gazowa, J/kgK
 R_w – siła reakcji wirnika na łopatkę, N
 s – wysokość szczeliny, m
 s – przesunięcie, m
 T – temperatura, K
 T_V – średnia temperatura wnętrza elementu, K
 $\Delta\bar{T}$ – względny spadek temperatury,
 T_c, T_w – siły tarcia łopatki o cylinder i wirnik, N
 U, u – energia wewnętrzna, energia wewnętrzna właściwa, J, J/kg
 V, \dot{V} – objętość, strumień objętości, $m^3, m^3/s$
 V_{uj} – wskaźnik jednostkowego zużycia czynnika, m^3u/Ws
 w, w_s – prędkość, prędkość średnia, m/s
 x – długość wysuniętej z rowka łopatki, m
 y – wysokość szczeliny promieniowej, m
 y/R – względna wysokość szczeliny promieniowej,
 z_l – ilość łopatek,
 z_s – współczynnik ściśliwości,
 $Z(\varphi)$ – względne pole przekroju poprzecznego tej komory roboczej, maszyny wielo-
 łopatkowej, której położenie określa kąt φ ,
 α, α_f – współczynnik wnikania ciepła, współczynnik wnikania ciepła tarcia, W/m^2K
 $\alpha_1 \div \alpha_4$ – kąty opisujące położenie krawędzi sterujących działaniem maszyny, °, rd
 β_r – współczynnik rozdziału strumienia ciepła tarcia,
 δ – kąt jaki z osią η ruchomego układu współrzędnych tworzy ten promień cylin-
 dra, który przechodzi przez punkt styku łopatki z cylindrem, °, rd
 Δ – przyrost,
 ε – względna przestrzeń szkodliwa,

- ε_s – względny przyrost masy układu,
 ζ – kąt jaki tworzy kierunek siły odśrodkowej z osią łopatki, °, rd
 η – dynamiczny współczynnik lepkości, kg/ms
 η_b – sprawność egzergetyczna,
 η_i – sprawność indykowana,
 η_V – sprawność wolumetryczna,
 ϑ – przyrost temperatury, K
 ϑ_1, ϑ_2 – kąty środkowe, °, rd
 θ_p – kąt określający kierunek działania siły od różnicy ciśnień, °, rd
 ξ, η – współrzędne ruchomego układu odniesienia, m, m
 ξ_m – współczynnik strat miejscowych,
 λ – kąt między dwoma kolejnymi łopatkami, °, rd
 λ – współczynnik przewodzenia ciepła, W/mK
 λ_f – współczynnik strat liniowych,
 ν – kąt tarcia, °, rd
 μ_c, μ_w – współczynniki tarcia łopatki o cylinder i o wirnik,
 ρ – gęstość, kg/m³
 ρ – promień wodzący, m
 σ_r – stopień rozprężania,
 σ_s – stopień sprężania,
 τ – czas, s
 φ – kąt określający położenie punktu, lub łopatki albo komory, °, rd
 φ_p – współczynnik prędkości,
 φ_π – wyróżnik relacji energetycznych przemiany,
 Φ_A – stopień geometrycznego otwarcia komory, s
 Φ_h – stopień hydraulicznego otwarcia komory, s
 ψ – kąt nachylenia łopatki do promienia wirnika, °, rd
 ψ_f – liczba przepływu przez szczelinę,
 ω – prędkość kątowna wału, rd/s

Indeksy dolne

- a – adiabatyczny,
 c – odnoszący się do cylindra,
 cot – odnoszący się do relacji cylinder–otoczenie,
 cw – odnoszący się do relacji cylinder–wnętrze komory,
 d – dopływający,
 e, E – odnosi się do maszyn ekspansyjnych,
 f – odnoszący się do tarcia,
 g – odnoszący się do gazu,
 i, j – dowolny wyraz,

- iz* – odnoszący się do izolacji,
- k* – końcowy lub kompresyjny albo odnoszący się do komory,
- kb* – odnoszący się do szczeliny między komorą i przestrzenią załopatkową,
- kc* – odnoszący się do szczeliny między dwoma komorami poprzez czoło łopatkki,
- kk* – odnoszący się do szczeliny między dwoma komorami,
- kn* – odnoszący się do szczeliny między komorą a przestrzenią o niskim ciśnieniu,
- ksw, ksp* – odnoszący się do szczeliny komora–suwak walcowy lub płaski,
- ky* – odnoszący się do szczeliny promieniowej,
- o* – odnosi się do otoczenia,
- p* – odnosi się do początku lub próżni,
- p* – odnosi się do komory powstającej,
- Δp – odnosi się do różnicy ciśnień,
- r* – promieniowy,
- r* – odnosi się do rozprężania,
- r* – ruchomy, będący w ruchu,
- s* – odnosi się do sprężania,
- s* – styk,
- s* – odnosi się do suwaka,
- ss* – na ssaniu,
- śc* – odnosi się do ścianki,
- śr, s* – średni,
- śr.c* – środek ciężkości,
- t* – izotermiczny,
- t* – odnosi się do tłoczenia,
- u* – unoszenie,
- w* – wlotowy,
- w* – odnoszący się do wirnika, wału,
- wk* – odnoszący się do szczeliny między obszarami o wysokim i o niskim ciśnieniu,
- z* – odnosi się do komory znikającej lub zbiornika.

1. WSTĘP

W objętościowych gazowych maszynach energetycznych współdziałanie energetyczne czynnika roboczego z otoczeniem i procesy konwersji energii związane są z cykliczną zmianą objętości komory roboczej. Zmiana ta może być realizowana na wiele sposobów, z których najpopularniejszy (jak dotychczas!) występuje w maszynach tłokowych i jest związany z posuwisto-zwrotnym ruchem tłoka w cylindrze. Niedogodnością tej formy zmiany objętości jest konieczność stosowania mechanizmu korbowego (lub podobnego) zmieniającego ruch posuwisto-zwrotny na obrotowy. Mechanizm ten przyczynia się do wielu ograniczeń i trudności, na które napotykają konstruktorzy maszyn energetycznych (np.: ograniczoną liczbę cykli zmian objętości w jednostce czasu, duże gabaryty w stosunku do energii podlegających konwersji oraz problemy drgań).

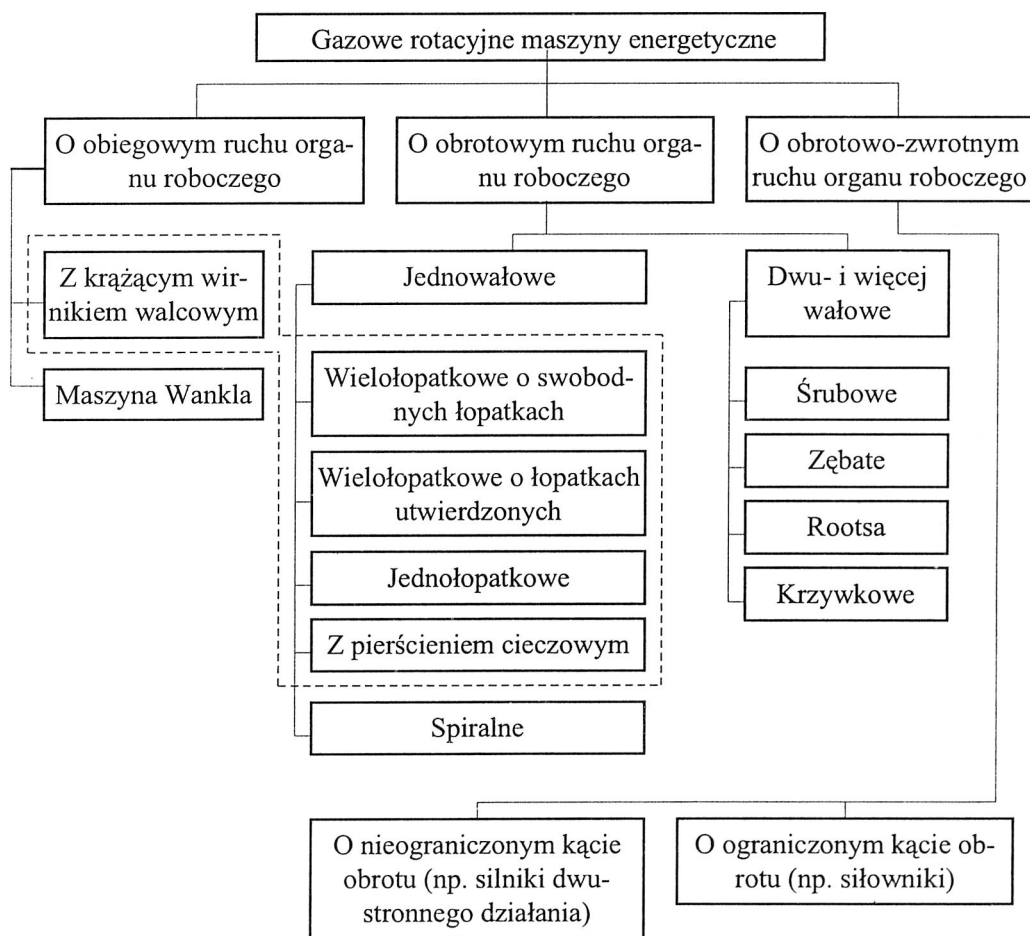
Równoległe z rozwojem tej grupy maszyn prowadzono badania i zgłaszano patenty na urządzenia, w których zmiana objętości wywołana jest przez zespół obracających się odpowiednich elementów konstrukcyjnych, i gdzie mechanizm korbowy jest zbędny. Takie maszyny objętościowe noszą nazwę rotacyjnych. Na rysunku 1.1 przedstawiono podział gazowych rotacyjnych maszyn energetycznych, którego podstawą jest sposób zmiany objętości komory roboczej. Linia przerywaną zaznaczono grupę urządzeń stanowiących obszar zainteresowań niniejszej rozprawy. Są to łopatkowe maszyny rotacyjne, oznaczane często w dalszych rozważaniach skrótem ŁMR. Komorę roboczą stanowi w nich przestrzeń zawarta pomiędzy powierzchniami wirnika, cylindra, łopatek i pokryw bocznych. Zmiana jej objętości realizowana podczas ruchu obrotowego wywołana jest mimośrodowym położeniem osi wirnika względem osi cylindra (p. rozdz. 3.3).

Brak mechanizmu korbowego umożliwia bezpośrednie połączenie wału ŁMR z silnikiem lub odbiornikiem mocy oraz budowę maszyn, które mogą osiągnąć prędkość kątową nawet do ok. 3000 rad/s. Wysokie obroty umożliwiają zmniejszenie wymiarów maszyn, a co za tym idzie ich masy. Stosunek mocy przenoszonej przez wał do masy urządzenia jest w ŁMR mniejszy niż w maszynach rotodynamicznych, ale zdecydowanie większy niż dla maszyn tłokowych [150]. Podobnie strumienie czynnika roboczego są przy tych samych gabarytach niemal o rząd wielkości większe dla maszyn łopatkowych niż dla tłokowych.

Maszyny rotodynamiczne z kolei, przy małych strumieniach osiągają bardzo małe wymiary i nie pracują efektywnie. Istnieje więc zakres strumienia objętości (do ok. 500–800 m³/h), w którym ŁMR mają cechy lepsze od pozostałych maszyn.

Procesy termodynamiczne i przepływowe realizowane są w maszynach łopatkowych jednocześnie w kilku lub nawet kilkunastu komorach roboczych. Charakteryzują się one niewielkimi pulsacjami parametrów czynnika na wylocie z urządzenia, co bardziej przypomina pod tym względem turbiny niż maszyny tłokowe.

W systemach technicznych związanych z procesami konwersji energii ŁMR pełnią różne funkcje. Są silnikami napędzającymi narzędzia pneumatyczne w górnictwie, przemyśle maszynowym i budownictwie [13, 34, 80, 110, 115, 123, 129, 130, 150, 161], a także siłownikami w układach sterowania pneumatycznego [13, 21, 34, 110, 114, 139, 162]. Rozprężarki służą do otrzymywania niskich temperatur w układach chłodniczych i kriogenicznych [2, 3, 26, 38, 58] lub obniżania ciśnienia i wykonywania pracy



Rys. 1.1. Podział gazowych rotacyjnych maszyn energetycznych ze względu na mechanizm zmiany objętości

w mikrośiłowniach z czynnikami niskowrzącymi [6, 29, 36, 46, 57, 120]. Jako sprężarki znalazły zastosowanie w chłodnictwie, gazownictwie (tzw. podprężarki), klimatyzacji samochodów i samolotów, przemyśle chemicznym i wielu innych [12, 16, 22, 59, 60, 70, 75, 76, 81, 82, 86, 95, 96, 101, 104, 132, 133, 134, 143, 160]. Łopatkowe pompy próżniowe są praktycznie jedynymi, które służą do otrzymywania wstępnej próżni (97–99,3%) spotykanej w laboratoriach, rolnictwie (dojarki mechaniczne), przemyśle spożywczym, chemicznym i energetyce [1, 22, 50, 51, 60, 62, 87, 100, 138].

Wielość wymienionych funkcji sprawia, że problematyką badań, konstrukcji, budowy i eksploatacji poszczególnych urządzeń zajmowali się specjaliści różnych gałęzi nauki i techniki. Na ich użytek powstały modele maszyn i procesów w nich zachodzących o zróżnicowanym stopniu adekwatności do rzeczywistości [7, 9, 11, 15, 22, 60, 71, 76, 89, 107, 120, 122, 123, 136, 141, 142, 144, 145, 150, 161]. Ujawnia się w nich autonomia tych gałęzi zarówno pod względem pojęć używanych do opisu jak i tradycji metodologicznych odnoszących się do badań i praktycznego zastosowania ich wyników. Prowadzi to do wieloznaczności w ocenie stanu wiedzy w zakresie teorii ŁMR. Przed projektantem staje problem sprostania imperatywowi oszczędności energii, niskich kosztów wytwarzania i niezawodności. Tradycyjna metodologia projektowania, oparta na opracowanym na podstawie wieloletnich doświadczeń systemie zaleceń odnoszącym się do doboru parametrów konstrukcyjnych, często już nie wystarcza. Nowoczesne urządzenie współczesnego konstruktora – komputer – stwarza możliwości optymalizacji konstrukcji dla praktycznie dowolnej funkcji celu [109]. Do tego niezbędny jest model matematyczny urządzeń wiążący ich parametry konstrukcyjne z parametrami procesowymi. Budowa modeli matematycznych poszczególnych maszyn wymaga precyzyjniejszych modeli procesów cząstkowych. Jak wynika z literatury [22, 60, 123, 124, 150, 161], istniejące opisy przepływu, wymiany ciepła, tarcia czy ekspansji w ŁMR nie zawsze są precyzyjne, a niekiedy nawet obciążone dużymi niedokładnościami.

W pracy podjęto próbę usystematyzowania termodynamicznego opisu ŁMR przez:

- wprowadzenie jednoznacznych pojęć i metod analizy tego rodzaju maszyn,
- przedstawienie modeli matematycznych procesów zachodzących w ŁMR,
- przedstawienie modeli maszyn uwzględniających ich funkcjonalne przeznaczenie.

2. GAZOWE ŁOPATKOWE MASZYNY ROTACYJNE

2.1. Podział i schematy konstrukcyjne ŁMR

Podstawą podziału omawianej klasy maszyn może być ich funkcja, cechy konstrukcyjne, przeznaczenie lub charakter przebiegających w nich procesów. Podział funkcjonalny omówiono w rozdziale 1. Na rysunku 2.1 przedstawiono natomiast podział ze względu na cechy konstrukcyjne. Uwzględnia on następujące kryteria:

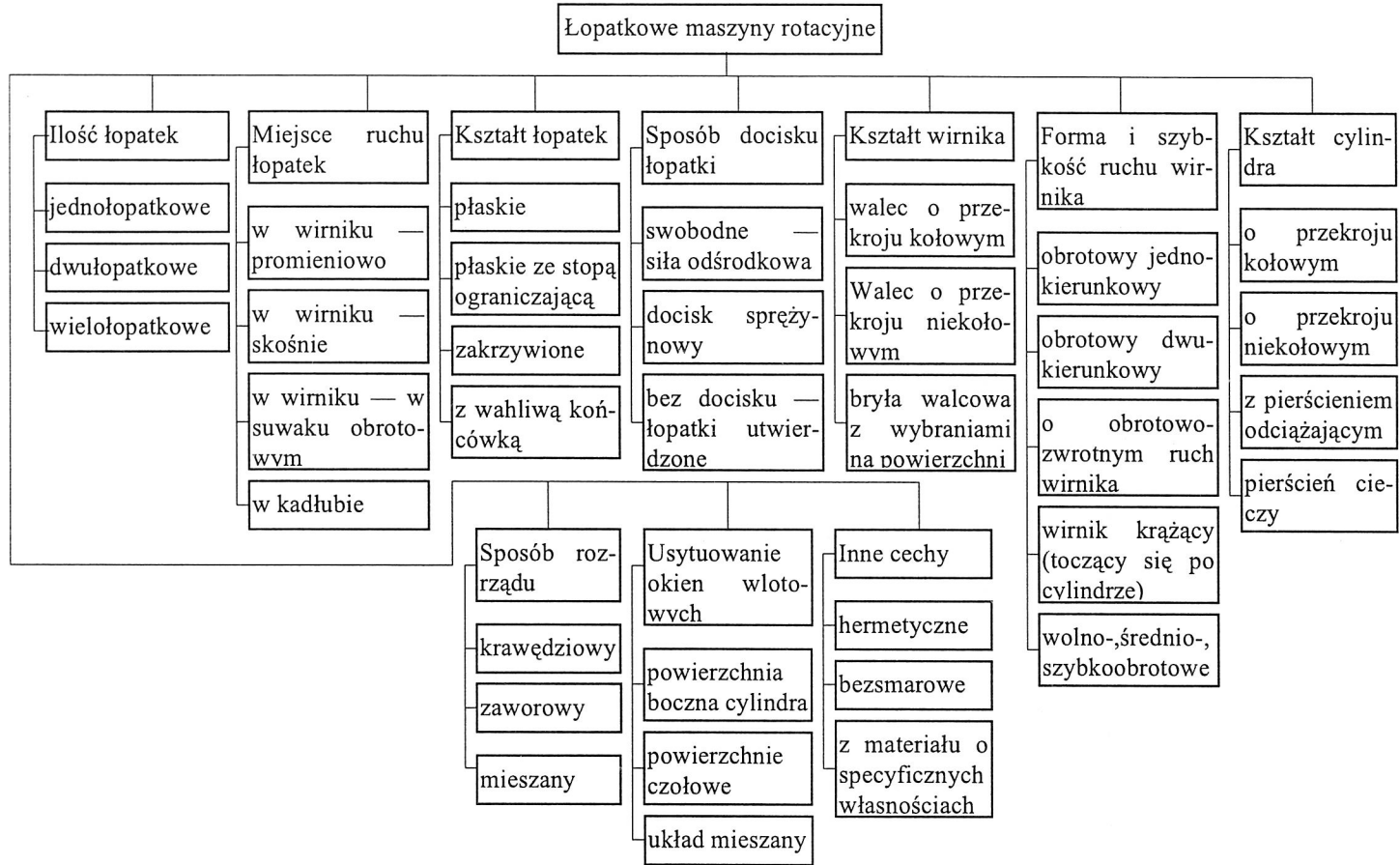
- ilość łopatek,
- miejsce ich ruchu,
- kształt łopatek,
- sposób ich docisku do cylindra lub wirnika,
- kształt wirnika,
- forma i charakter jego ruchu,
- kształt cylindra,
- sposób rozrządu,
- usytuowanie okien wlotowych i wylotowych,
- inne.

Również wielokryterialny jest podział ŁMR ze względu na przeznaczenie (rys. 2.2). Kryteria te to:

- rodzaj czynnika roboczego,
- gałąź przemysłu, w której stosowana jest maszyna,
- specyficzne warunki pracy.

Charakter przebiegających w maszynie procesów będzie szczegółowo omówiony w dalszej części pracy. Dokonywanie podziału ze względu na ten aspekt opisu ŁMR jest więc przedwczesny.

Jak wynika z powyższych podziałów, ŁMR cechuje duża różnorodność schematów konstrukcyjnych. Niektóre z nich pokazano na rys. 2.3. Rysunki 2.3a, b i c przedstawiają maszyny jednołopatkowe o wirniku „krażącym” po cylindrze. Rysunki 2.3e i f pokazują budowę maszyn dwułopatkowych. Natomiast schematy z rys. 2.3h, i, j, k, l, m, n, p, q, r to maszyny wielołopatkowe, d i g – siłowniki.



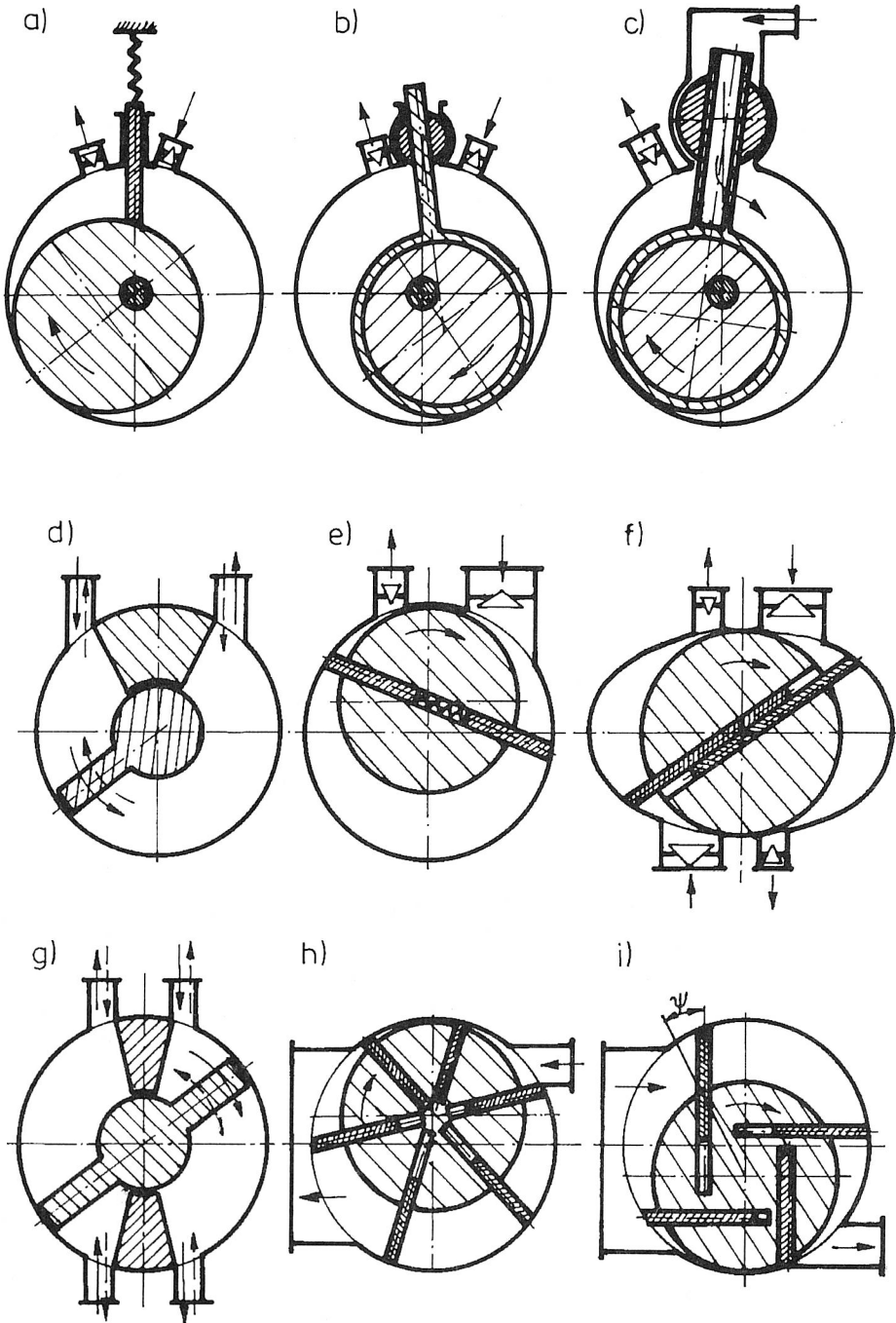
Rys. 2.1. Podział łopatkowych maszyn rotacyjnych ze względu na cechy konstrukcyjne

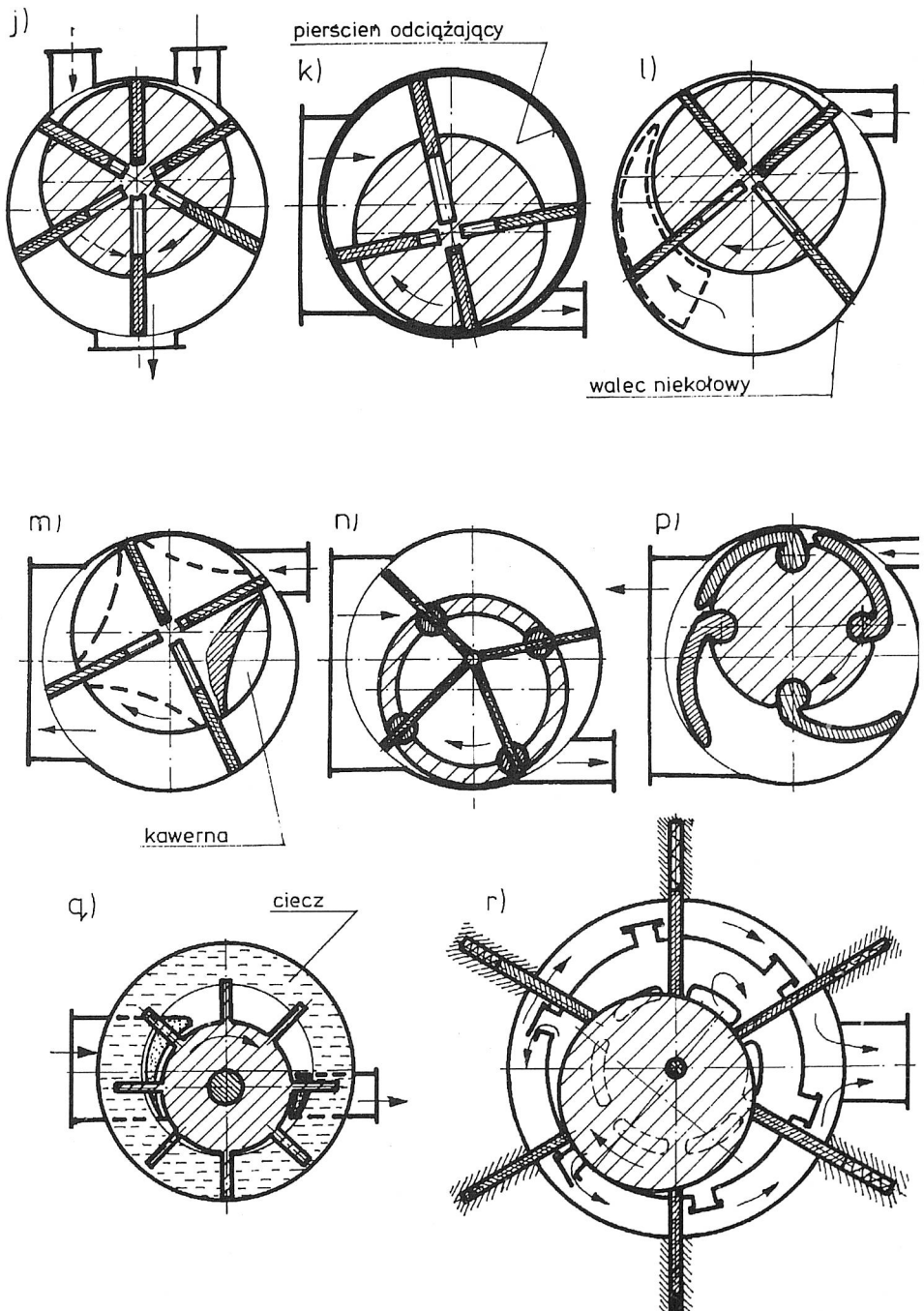


Rys. 2.2. Podział ŁMR ze względu na przeznaczenie

Łopatki mogą poruszać się w kadłubie (rys. 2.3a, r), suwaku (rys. 2.3b, n, c) lub w wirniku, w rowkach promieniowych albo skośnych (rys. 2.3i). Są przeważnie płaskie (z wyjątkiem rys. 2.3p). Wirniki mają głównie przekroje kołowe, czasami z wybraniemi na powierzchniach bocznych (np. rys. 2.3m). Zazwyczaj maszyny te wykonują ruch w jednym kierunku, lecz silniki dwustronnego działania (rys. 2.3j) oraz siłowniki (rys. 2.3d i g) mogą obracać się w dwóch kierunkach. Większość pokazanych cylindrów ma przekrój kołowy (z wyjątkiem rys. 2.3f – elipsa i rys. 2.3l – okrąg częściowo odkształcony).

Łopatki dociskane są do powierzchni, po których się ślizgają, siłą odśrodkową (rys. 2.3f, h, i, j, k, l, m, p), za pomocą sprężyny (rys. 2.3a, e, r) lub nie są dociskane w ogóle (rys. 2.3b, c, d, g, n, q). Rozrząd ŁMR może być zaworowy (rys. 2.3a, b, e, f), szczelninowy (rys. 2.3h, i, j, k, l, m, n, p, q), suwakowy (rys. 2.3d, g) lub mieszany (rys. 2.3c, r). Okna wlotowe umieszczone bywają na powierzchni cylindra lub pokryw bocznych (rys. 2.3l, q, r). Schemat k przedstawia maszynę, w której łopatki ślizgają się po pierścieniach odciążających, zaś na schemacie 2.3q rolę cylindra pełni powierzchnia wiru-





Rys. 2.3. Schematy konstrukcyjne łopatkowych maszyn rotacyjnych

jącego pierścienia cieczy. Na schemacie 2.3n pokazano maszynę, której łopatki, o długości równej promieniowi cylindra, utwierdzone są na wale pokrywającym się z jego osią. Mając na uwadze przebieg najważniejszego ogniwa przemian realizowanych w każdej z ŁMR można je pogrupować w dwa podzbiory:

- maszyny ekspansyjne (silniki, siłowniki i rozprężarki), w których zasadnicza przemiana gazu związana jest ze wzrostem objętości oraz
- maszyny kompresyjne (sprężarki i pompy próżniowe), w których przemiana ta odbywa się podczas zmniejszania się objętości.

Podział taki wydaje się autorowi być użytecznym podczas dalszej analizy pracy ŁMR. Nazwy zaś tych podzbiorów nawiązują do spotykanego w termodynamice rozróżnienia przemian: ekspansji ($dV > 0$) i kompresji ($dV < 0$) [103].

2.2. Charakterystyka konstrukcyjna ŁMR

Budowę poszczególnych rodzajów łopatkowych maszyn rotacyjnych omówiono np. w [22, 34, 60, 150, 161]. Na potrzeby analizy procesów termodynamicznych zachodzących w tych maszynach można dokonać idealizacji konstrukcji. Przykłady takich idealizacji, dla wielołopatkowych maszyn: ekspansyjnej i kompresyjnej, pokazano na rys. 2.4 i 2.6.

Modele te opisane są następującym zbiorem parametrów konstrukcyjnych:

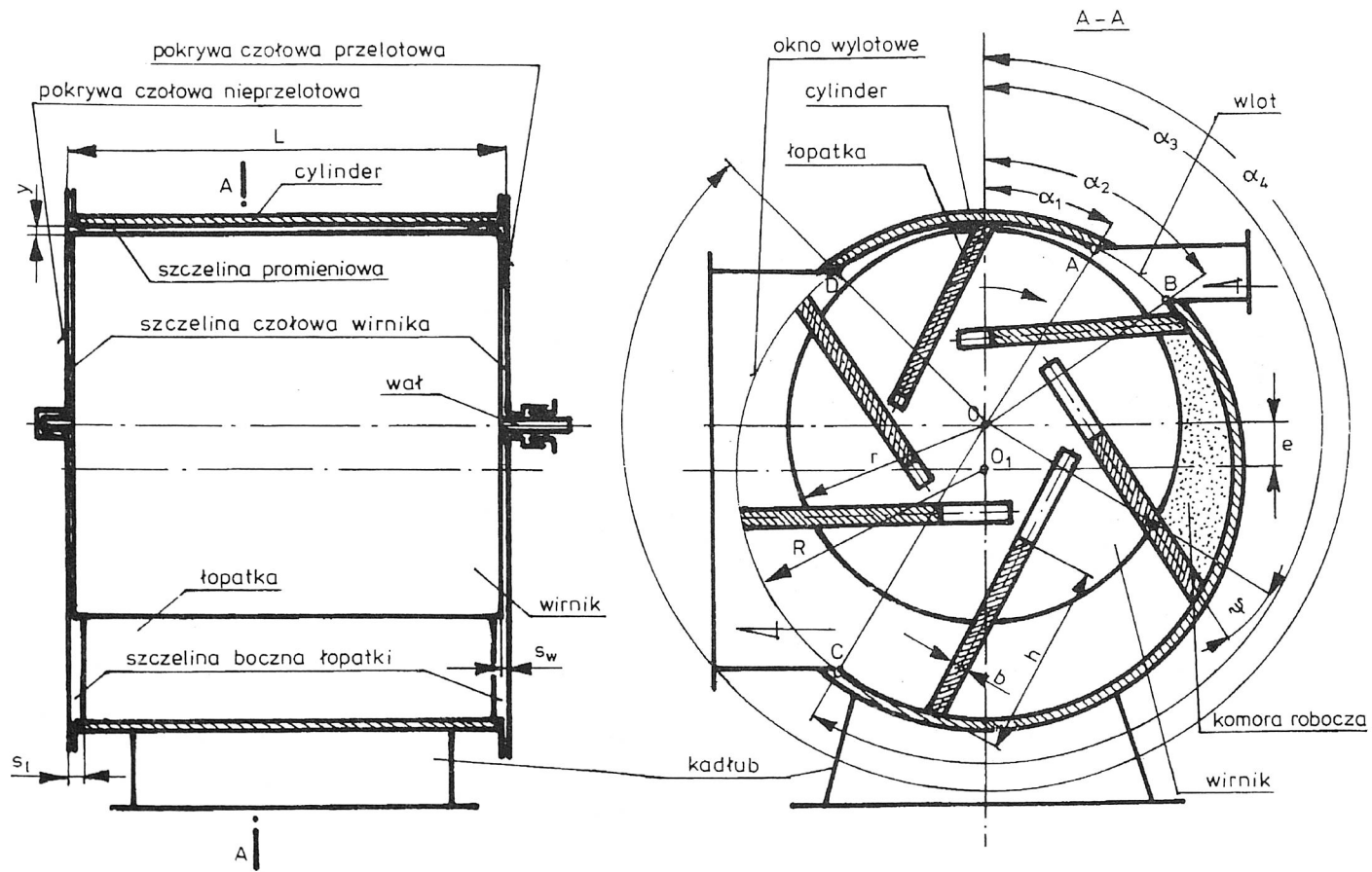
$$\{R, r, L, e, h, b, y, s_p, s_w, z_p, \psi, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4\}$$

Za parametry konstrukcyjne uznać też należy własności fizykochemiczne materiałów, z których wykonane są poszczególne elementy (np. gęstość, wytrzymałość, ciepło właściwe, współczynniki tarcia, przewodzenia ciepła, rozszerzalność itp). Powyższy zbiór może ulec zmianie dla innych typów maszyn.

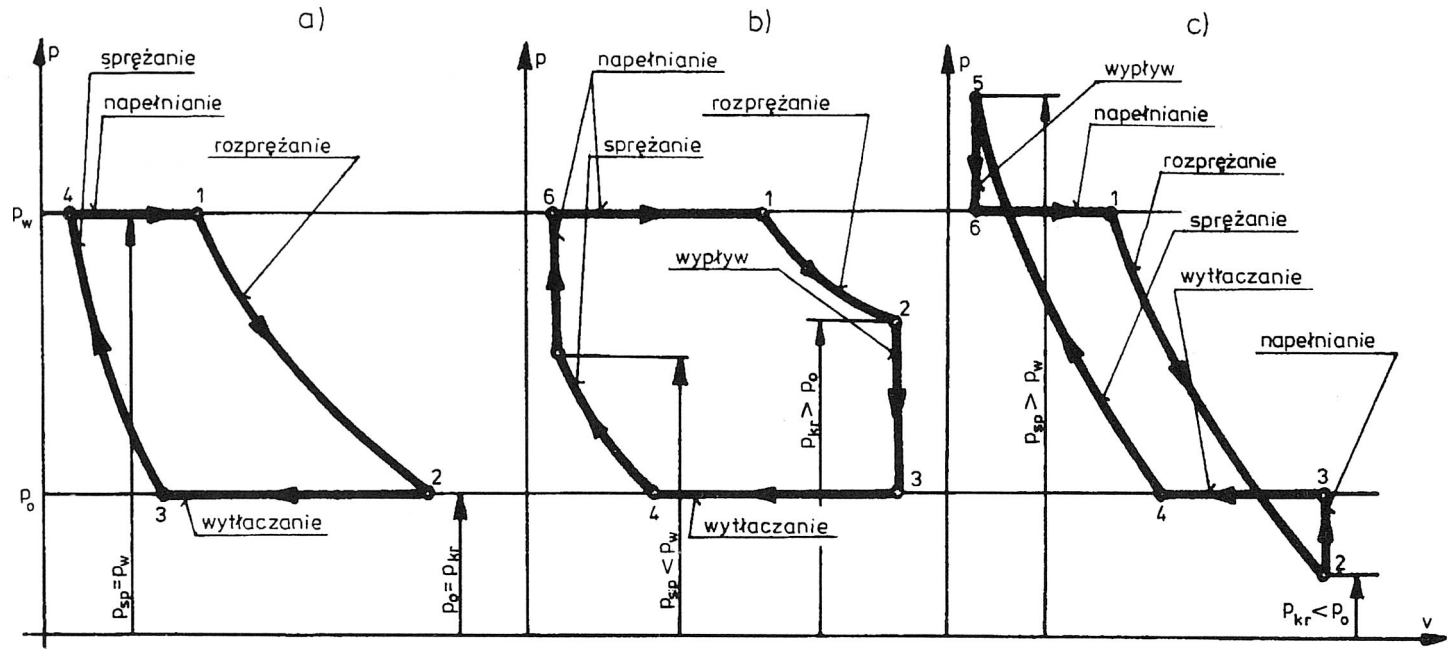
2.3. Zasada pracy ŁMR

2.3.1. Maszyny ekspansyjne

Do króćca wlotowego silnika lub rozprężarki (p. rys. 2.4) dopływa gaz o ciśnieniu p_w i temperaturze T_w . Przez okna wlotowe w cylindrze lub pokrywie bocznej napełnia on komorę roboczą zwiększającą, wraz z obrotem wirnika, swoją objętość. Ten okres pracy maszyny nosi nazwę fazy napełniania. Po zamknięciu komory przez przysłonięcie okna wlotowego ustaje dopływ gazu, a wskutek dalszego wzrostu objętości następuje jego rozprężenie. Czynnikiem roboczym wykonuje pracę przekazaną przez łopatki i wirnik na wał maszyny. W końcu fazy rozprężania gaz osiąga ciśnienie p_k i temperaturę T_k . Odslonięcie okien wylotowych powoduje otwarcie komory roboczej i wejście maszyny w fazę wytłaczania. Moment połączenia obszaru wylotowego z przestrzenią komory roboczej może prowadzić (gdy $p_k \neq p_0$) do prawie skokowej zmiany parametrów gazu w



Rys. 2.4. Schemat konstrukcyjny wielołopatkowej maszyny ekspansyjnej



Rys. 2.5. Wykres $p-V$ dla maszyn ekspansyjnych: a) — parametry konstrukcyjne tak dobrano, że $p_{sp} = p_w$ a $p_{kr} = p_0$; w przypadku b) i c) warunek ten nie jest spełniony

niej zawartego. Przyjmą one wartość p'_0 i T'_0 (zbliżone do panujących w obszarze wlotowym). Rozpoczęcie wytlaczania związane jest zazwyczaj z osiągnięciem przez komorę roboczą największej objętości. Dalszy obrót wirnika powoduje jej zmniejszanie, co jest bezpośrednią przyczyną wypływu z niej czynnika. Z chwilą ponownego zamknięcia komory rozpoczyna się faza sprężania. Na jej końcu gaz ma ciśnienie p_s i temperaturę T_s .

Po otwarciu okien wlotowych przestrzeń komory łączy się z obszarem wlotowym. W tym momencie może ponownie dojść do skokowej zmiany parametrów gazu w niej zawartego. Przyjmą one wartość p'_w i T'_w , zbliżone do wlotowych, a w dalszej fazie wręcz im równe.

W siłownikach fazy pracy różnią się nieco od przedstawionych wyżej [34]. Napełnianie przestrzeni roboczej i jej opróżnianie realizowane jest podobnie, jednak fazy rozprężania i sprężania nie mają takiej roli jak w siłownikach lub wcale nie występują. Ma natomiast miejsce okres stabilizacji ciśnienia w przeciwnych komorach, co prowadzi do stanu mechanicznej równowagi układu.

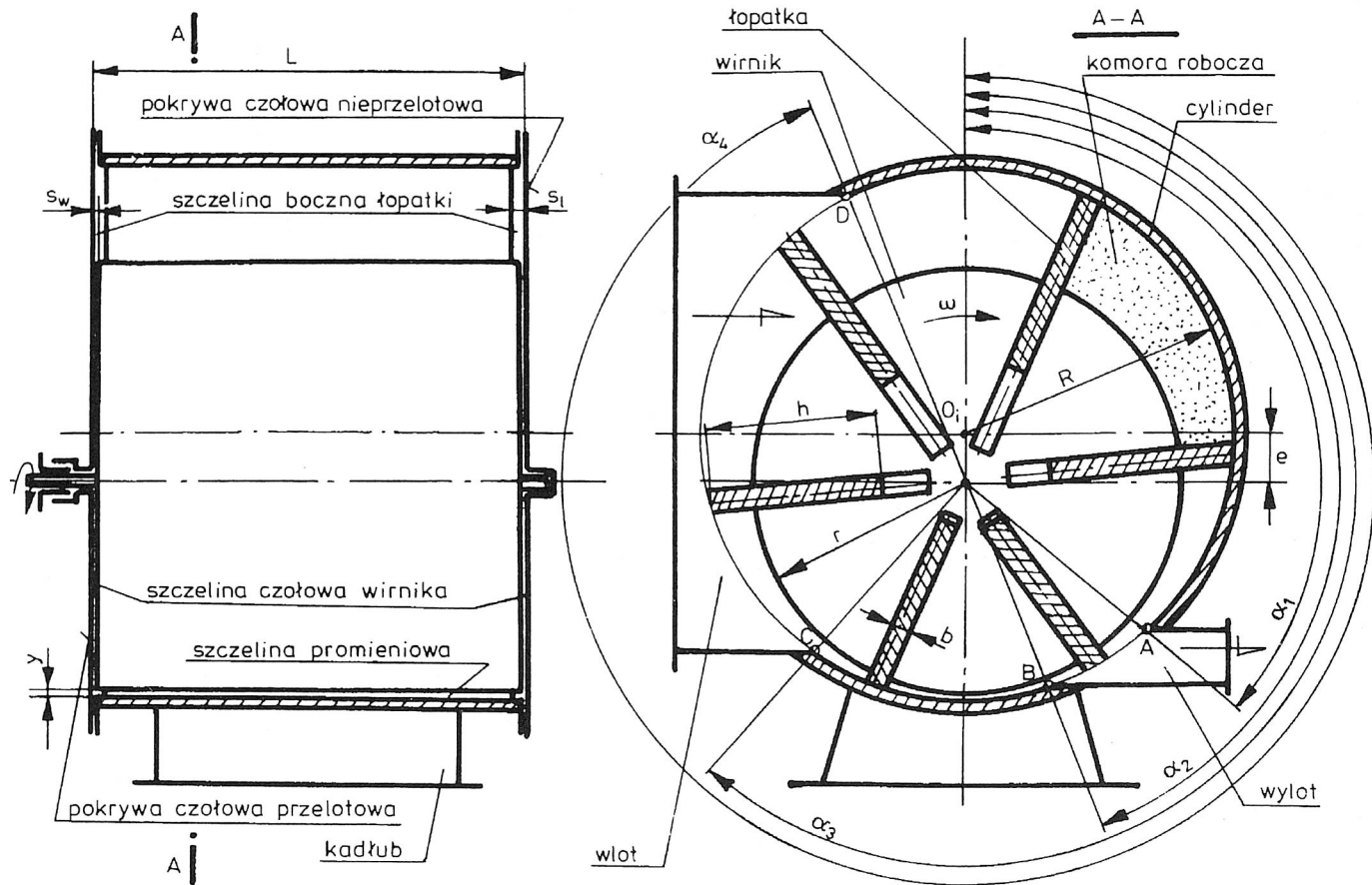
Przebieg procesów zachodzących w komorze roboczej można przedstawić na wykresach $p = f(\varphi)$ lub $p = f_1(\tau)$ albo $p = f_2(V)$, gdzie p – ciśnienie, φ – kąt określający położenie komory, V – jej objętość, τ – czas.

Ta ostatnia zależność (najpopularniejsza przy opisie maszyn objętościowych i zwana wykresem indykatorowym) dla ŁMR typu ekspansyjnego pokazana została na rys. 2.5.

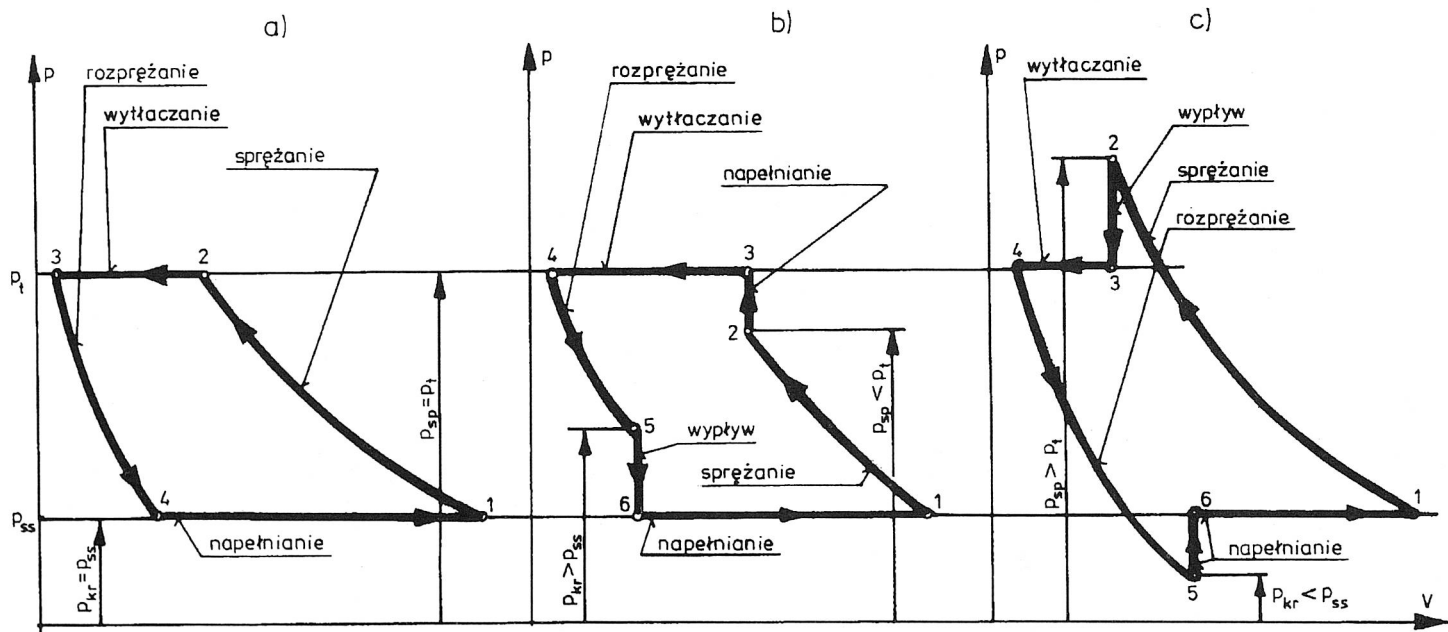
2.3.2. Maszyny kompresyjne

Króćcem ssawnym do maszyny (rys. 2.6) dopływa czynnik o ciśnieniu p_{ss} i temperaturze T_{ss} . Przez okna wlotowe, umieszczone na powierzchni cylindra lub na pokrywach bocznych, dostaje się on do komory roboczej zwiększającej swoją objętość podczas obrotu wirnika. Trwa wówczas faza napełniania, która kończy się zazwyczaj w momencie, gdy objętość komory jest maksymalna. Podczas kompresji gazu wzrasta jego ciśnienie i przy końcu fazy sprężania ciśnienie osiąga wartość p_{ks} a temperatura – wartość T_{ks} . Odsłonięcie okien wlotowych lub otwarcie zaworu wlotowego może być powodem (gdy $p_{ks} \neq p_i$) skokowej zmiany ciśnienia i temperatury do wartości p'_i i T'_i zbliżonych do parametrów gazu na tłoczeniu. Przy dalszym zmniejszaniu objętości komory gaz wypływa z niej w wyniku realizacji fazy wytlaczania. Po osiągnięciu minimalnej (zazwyczaj) objętości przestrzeni roboczej faza ta ustaje, a zawarty w niej czynnik przy zamkniętych oknach i zaworach rozpręża się. W końcu fazy rozprężania parametry gazu wynoszą p_{kr} i T_{kr} . Z chwilą odsłaniania okna wlotowego lub otwarcia zaworu ssawnego może nastąpić gwałtowna zmiana ciśnienia i temperatury gazu, a ich wartości (p'_{ss} i T'_{ss}) przy dalszym wzroście objętości komory, tj. przy ponownej realizacji fazy napełniania, osiągną T_{ss} i p_{ss} .

Na rysunku 2.7 przedstawiono najczęstsze postacie wykresów indykatorowych maszyn kompresyjnych. Należy podkreślić, że przy pewnych relacjach pomiędzy kątami



Rys. 2.6. Schemat konstrukcyjny wielołopatkowej maszyny kompresyjnej



Rys. 2.7. Wykres p - V dla maszyn kompresyjnych: a) — spręż wewnętrzny nie różni się od sprężu zewnętrznego; b), c) — spręż wewnętrzny jest różny od sprężu zewnętrznego

opisującymi położenie krawędzi sterujących pracą ŁMR, przedstawiony wyżej opis ich działania może ulec znacznej zmianie.

2.4. Problemy analizy pracy ŁMR i istniejące modele tych maszyn

Analiza pracy ŁMR wymaga uwzględnienia kilku aspektów opisu. Najważniejsze z nich to:

- problemy metodologii analizy i zagadnienia opisu geometrycznego,
- problemy opisu zjawisk związanych z procesami konwersji energii w ŁMR,
- modelowanie procesów elementarnych,
- modelowanie maszyn i metody ich oceny,
- zagadnienia użyteczności poszczególnych modeli.

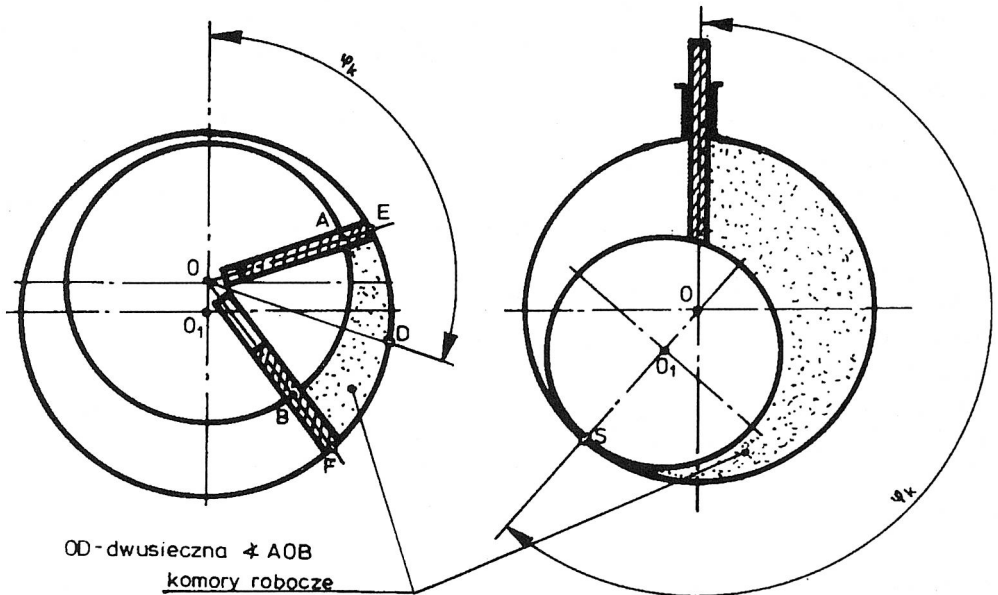
2.4.1. Przyjęta metoda opisu ŁMR

Przez pojęcie metody opisu autor w dalszej części pracy będzie rozumiał:

- przyjęcie odpowiedniego układu współrzędnych i ustalenie zasad określania położenia punktów, łopatek i komór roboczych,
- ustalenie sposobów śledzenia procesów zachodzących w maszynach,
- przystosowanie istniejącego w termodynamice technicznej aparatu pojęciowego do opisywania zjawisk zachodzących w badanych maszynach, a w razie potrzeby jego rozszerzenie.

W pracach poświęconych termodynamice i mechanice ŁMR, np. [7, 22, 60, 121, 122, 150], brakuje zazwyczaj wyraźnych deklaracji dotyczących przyjętego do analizy układu współrzędnych. Jednakże za powszechnie stosowany należy uznać układ biegunowy służący do opisu zjawisk i procesów zachodzących na płaszczyźnie. W maszynach łopatkowych płaszczyzną opisu jest płaszczyzna prostopadła do osi wirnika. Początek układu (biegun) leży na osi cylindra lub wirnika, a oś biegunowa pokrywa się często z osią symetrii ich przekroju. Używanie biegunowego układu współrzędnych związane jest z założeniem, że procesy przebiegające w ŁMR w różnych płaszczyznach prostopadłych do osi wirnika, jak również pola wielkości opisujących w tych płaszczyznach czynnik roboczy i materiały konstrukcyjne są identyczne. Występujące w tych urządzeniach zjawiska lub procesy, których opis zazwyczaj wymaga uwzględnienia trzeciego wymiaru (wzdłuż osi maszyny) pomija się lub tak interpretuje, by można je było sprowadzić do opisu na płaszczyźnie. W przypadku, gdy opis trójwymiarowy jest niezbędny, należałoby uwzględnić walcowy układ współrzędnych. Nie jest on jednak układem powszechnie używanym w opisie ŁMR.

Konsekwencją przyjęcia układu współrzędnych jest sposób określania położenia punktów, łopatek i komór roboczych oraz wyznaczanie długości linii, pól powierzchni



Rys. 2.8. Tradycyjne określenie położenia komory roboczej w LMR

i objętości. Biegunowy układ współrzędnych pozwala cele te realizować w odniesieniu do obiektów geometrycznych znajdujących się na powierzchni prostopadłej do osi wirnika. Należy jednak zwrócić uwagę na dwa problemy. Jednym jest opis położenia komory roboczej, który dla płaszczyzny będzie opisem położenia figury stanowiącej jej przekrój poprzeczny. Na rysunku 2.8 przedstawiono przykładowe tradycyjne sposoby rozwiązywania tego zagadnienia.

W maszynach, w których układ współrzędnych związany jest z osią wirnika, położenie figury ABFEA określa się położeniem dwusiecznej kąta środkowego AOB. Natomiast w maszynach z układem współrzędnych związanym ze środkiem cylindra położenie komory określa półprosta przechodząca przez biegun i punkt styku wirnika z cylindrem [60, 150, 161]. Opis położenia komory za pomocą dwusiecznej OD ma jednak niedogodności ujawniające się podczas analizy pracy maszyn ze ścisłym przyleganiem wirnika do cylindra (są wówczas sytuacje, że komora robocza „znika”). Zachodzi potrzeba zaproponowania innego sposobu opisu jej położenia.

Drugim problemem, ściśle związanym z przyjętym układem współrzędnych, jest sposób wyznaczania objętości komory roboczej w dowolnym jej położeniu. Przy stosowaniu układu biegunowego [131] zagadnienie zostaje sprowadzone do wyznaczania pola powierzchni jej przekroju poprzecznego. W literaturze brak jest zgodności co do sposo-

bu obliczania tej wielkości. Wprowadzane zależności są z reguły tak upraszczane, by nadawały się do niezbyt dokładnych obliczeń na suwaku logarytmicznym. Elektroniczna technika obliczeniowa sprawia, że obliczanie różnych wielkości geometrycznych występujących w ŁMR, nawet skomplikowanych, nie wymaga tych uproszczeń, choć niezbędne jest opracowanie odpowiednich programów obliczeniowych.

Ważnym problemem opisu jest sposób śledzenia procesów zachodzących w ŁMR. Cechą charakterystyczną jest ich okresowość i współbieżność. Współbieżność polega na tym, że w dowolnej chwili, w maszynie łopatkowej, w różnych jej częściach (komorach roboczych) zachodzi jednocześnie kilka, a czasami i kilkanaście procesów obróbki energetycznej czynnika roboczego przesuniętych w fazie o kąt zależny od ilości łopatek. W literaturze [22, 60, 120, 150, 161], najczęściej w sposób niejawnny, przyjmuje się, że procesy te są do siebie podobne lub wręcz identyczne. Dlatego opis pracy ŁMR sprowadza się do opisu tego, co dzieje się w jednej wybranej do analizy komorze roboczej w pełnym cyklu, którego długość często nie jest równa okresowi jednego obrotu. Globalne efekty pracy ŁMR są przedstawione jako wielokrotność efektów uzyskiwanych przez czynnik zawarty w tej komorze. W założeniu tym, jakkolwiek powszechnie spotykanym w literaturze, pomija się wzajemne współdziałanie energetyczne poszczególnych komór roboczych i innych fragmentów maszyn. Rodzaj i zakres tego współdziałania należy ustalić.

Język opisu łopatkowych maszyn rotacyjnych wykorzystuje pojęcia i wielkości utworzone i stosowane do analizy procesów zachodzących w tłokowych maszynach energetycznych (maszyny parowe, sprężarki i tłokowe silniki spalinowe). Jakkolwiek wiele z nich można stosować we wszystkich maszynach objętościowych, to niektóre, w odniesieniu do ŁMR, wymagają modyfikacji lub innego zdefiniowania. Do pojęć tych można zaliczyć wykres indykatorowy, objętość skokową, przestrzeń szkodliwą, stopień sprężania lub rozprężania i inne.

2.4.2. Zjawiska związane z procesami konwersji energii w ŁMR i ich opis

Mechanika łopatkowych maszyn rotacyjnych opisywana była przez wielu badaczy [7, 60, 95, 120, 122, 133, 134, 150, 155, 161]. Oprócz zagadnień kinematyki i dynamiki ruchu wirnika i łopatek, duże znaczenie ma w tych urządzeniach zjawisko tarcia mechanicznego. Praca na pokonanie tarcia łopatek o cylinder, wirnik i pokrywy boczne oraz tarcia w uszczelnieniach i łożyskach stanowi dużą część strumienia energii biorącej udział w obróbce czynnika roboczego. Sposób jej wyznaczania dla maszyn wielołopatkowych omówiono w [60, 150, 161], a dla maszyn jednołopatkowych – w [95, 96]. Znaczna ilość przedstawionych w tych pracach zależności ma charakter empiryczny, co utrudnia systematyczne badania wpływu poszczególnych parametrów konstrukcyjnych na wartość sił i pracy tarcia. Celowe wydaje się więc wprowadzenie bardziej czytelnego modelu tarcia w ŁMR.

Praca na pokonanie tarcia, zamieniona głównie na ciepło, ma wpływ na przebieg procesów termodynamicznych, zachodzących w komorze roboczej. Ciepło to traktowa-

ne jest przez niektórych badaczy jako ciepło przemiany politropowej lub izotermicznej [60, 150, 161]. W rzeczywistości nie całe ciepło tarcia przejmowane jest przez czynnik roboczy. Znaczna jego część trafia do otoczenia poprzez elementy konstrukcyjne. Spotykane w literaturze wyjaśnienie zjawiska przekazywania ciepła tarcia do gazu roboczego, otoczenia lub układu chłodzenia w maszynach łopatkowych nie jest zadowalające [68, 89, 106, 114]. Problem ten wymaga uzupełniających wyjaśnień.

Osobną grupą zjawisk spotykanych w ŁMR są procesy gazodynamiczne. Przemieszczanie się czynnika roboczego w obrębie maszyny odbywa się na kilka sposobów. Jedne z nich są zamierzone, inne zaś stanowią konsekwencję istnienia np. luzów i nieuniknionych różnic ciśnień. Do zamierzonych zjawisk przepływowych zalicza się napełnianie i opróżnianie komór roboczych o zmiennej objętości, jak również przenoszenie w nich gazu z obszaru wlotowego do obszaru wylotowego. Spotykany w literaturze [18, 63] opis tych zjawisk w odniesieniu do maszyn łopatkowych jest uproszczony. Nie uwzględnia on np. fazy stopniowego otwierania i zamykania się okien wlotowego i wylotowego, a zamkniętą komorę roboczą uważa się często za szczelną.

W obrębie maszyn łopatkowych można wyróżnić kilka obszarów (np. komór roboczych), w których panują różne ciśnienia. Przestrzenie te, pojedynczo lub grupami, połączone są szczelinami, przez które czynnik roboczy przepływa w sposób niezamierzony. Kierunek tego przepływu wyznaczony jest przez chwilowy gradient ciśnienia w kanale i często ta sama komora jest jednocześnie obszarem, z którego wypływa, i do którego dopływa czynnik roboczy. Zmienność parametrów termicznych gazu i charakterystyk geometrycznych kanałów sprawia, że zjawisko przecieków gazu w ŁMR ma charakter przepływu nieustalonego. W pracach [31, 67] podjęto próbę określenia masy gazu przepływającego przez szczelinę między pokrywą boczną a czołem wirnika. Nie opracowano jednak dotychczas kompleksowego modelu strat hydraulicznych w maszynach łopatkowych, pomimo że przepływy przez pojedyncze szczeliny różnych typów omawiano w [28, 85, 117, 128, 159].

Wśród zjawisk termodynamicznych występujących w ŁMR najważniejsze znaczenie ma przekazywanie ciepła, zachodzące między ciałami o różnych temperaturach. Można mówić o wymianie ciepła wewnątrz maszyn, oraz o wymianie ciepła między ŁMR a otoczeniem. Problematyka wymiany ciepła pomiędzy maszynami rotacyjnymi (lub podobnymi) a otoczeniem badana była przez wielu uczonych [15, 60, 73, 99, 100, 120]. Z prac tych wynika, że zjawisko to jest w miarę dobrze poznane. Inna jest sytuacja w przypadku wymiany ciepła wewnątrz maszyn. Można tam bowiem wyróżnić:

- problemy związane ze zmiennością pól temperatury, w tym zagadnienia tarcia mechanicznego łopatek,
- wymianę ciepła między czynnikiem roboczym i elementami konstrukcyjnymi,
- akumulację ciepła w elementach konstrukcyjnych.

Zagadnienia powyższe były częściowo badane i opisane w [68, 106], jednak wciąż nie ma informacji o współczynnikach wnikania ciepła od gazu do wirnika, łopatek czy

cylindra. Jednocześnie trudno jest określić, jaka część ciepła tarcia trafia do czynnika, a jaka jest akumulowana w konstrukcji lub przekazywana do otoczenia.

Drugim, bardzo ważnym zagadnieniem termodynamicznym występującym w ŁMR są procesy ekspansji i kompresji. Procesy te, w zdecydowanej większości prac, opisywane są jako klasyczne, równowagowe przemiany stałej ilości czynnika [60, 120, 150, 161]. W świetle wspomnianego wyżej zjawiska przecieków, ilość gazu zawartego w komorze roboczej podczas realizacji tych procesów jest zmienna. Termodynamika układów ze zmienną masą omawiana była w [90, 91, 121]. O możliwości wykorzystania prac Mamontowa do analizy zjawisk, zachodzących w ŁMR wspomniał w [60] M. Golovincov. Próby takiej analizy przedstawiono w [56]. Jednak pełny opis procesów ze zmienną ilością czynnika roboczego, realizowanych w maszynach łopatkowych, nie został dotychczas opracowany.

2.4.3. Procesy elementarne występujące w ŁMR i ich sekwencje

Osiągnięcie zamierzonego celu, polegającego na energetycznej zmianie parametrów czynnika roboczego, związane jest z realizacją w łopatkowych maszynach zbioru procesów (p. np. 2.3) zachodzących cyklicznie, zwanych dalej procesami elementarnymi.

Spotykany w literaturze proces napełniania komory roboczej ma różny stopień szczegółowości. Najczęściej przyjmuje się [22, 60, 113, 150, 161], że czynnik dopływający do niej na skutek zwiększania objętości ma stałe ciśnienie i temperaturę, a także niską prędkość. Zakłada się również, że oddziałuje on cieplnie z otoczeniem oraz że nie ma ucieczki gazu z komory.

Procesy zmiany stanu czynnika zamkniętego w komorze roboczej (sprężanie lub rozprężanie) są najczęściej traktowane jako adiabatyczne, izotermiczne lub politropowe przemiany równowagowe [60, 116, 150, 161]. Jednak w maszynach, które uruchamiane są na krótki okres (np. silniki napędzające narzędzia pneumatyczne) oraz w maszynach z nieszczelnymi komorami roboczymi założenie to nie jest w pełni uzasadnione.

Często przyjmuje się, że czynnik względem ścianek komory prawie się nie porusza, a pola ciśnień i temperatur są w całej przestrzeni roboczej jednorodne.

Podobnie opisywany jest proces opróżniania maszyny (wytłaczanie), który traktowany jest jako izobaryczno-izotermiczne zmniejszanie objętości komory bez uwzględniania przecieków oraz wymiany ciepła między gazem a ściankami komory.

W zależności od funkcji maszyny rozpatrywane są sekwencje procesów elementarnych. Skutkiem realizacji takiej sekwencji jest np. praca wykonana przez rozprężający się gaz lub wzrost jego ciśnienia.

Wśród modeli matematycznych służących do opisu ciągu procesów zachodzących w maszynach rotacyjnych rozpowszechnił się sposób analizy cyklu pracy (szczególnie maszyn ekspansyjnych), przedstawiony np. w [7, 117, 150, 161], w którym zależność na moc uzyskiwaną wyprowadza się analizując siły działające na jedną łopatkę podczas jej pełnego obrotu. Takie podejście wydaje się być niepotrzebnym uproszczeniem, gdyż we wzorach wynikających z tej analizy przestaje być uwzględniany wpływ zjawisk, jakim

podlega gaz zawarty w komorze, a gaz ten jest właściwym ciałem termodynamicznym i to on, a nie łopatka wykonuje pracę lub poddawany jest innej formie obróbki energetycznej. Wirnik, łopatki, cylinder i inne elementy mechaniczne są tylko pomocniczymi ogniwami w procesie konwersji energii w ŁMR. Celowe jest więc powiązanie wyrażeń na moc napędową lub uzyskiwaną oraz wydajność i efektywność maszyn z parametrami opisującymi stan i zachowanie się czynnika w komorze roboczej podczas realizacji cyklu procesów.

2.5. Cel i zakres pracy

Zasadniczym celem pracy jest przedstawienie i uporządkowanie opisu procesów termodynamicznych zachodzących w łopatkowych maszynach rotacyjnych oraz związanych z nimi zjawisk gazodynamicznych i mechanicznych. Stworzone zostaną przez to podstawy projektowania, optymalizacji i badania tych urządzeń. Zostanie przyjęta i konsekwentnie stosowana metoda opisu procesów zachodzących w ŁMR, a w tym:

- wybór układu współrzędnych i sposób określania położenia punktów, łopatek i komór roboczych, a także długości łuków, pól i objętości,
- opis pól temperatury, ciśnienia i prędkości oraz przebieg procesów w komorze.

Poddane będą analizie procesy prowadzące do powstania ciepła tarcia, w tym siły czynne działające na zespół wirnik-łopatka-cylinder (suwak), siły tarcia i moc na jego pokonanie.

W odniesieniu do zjawisk gazodynamicznych, przedstawione będą przepływy przez szczeliny, procesy napełniania i opróżniania komór, a także przenoszenie w nich gazu.

Problemy wymiany ciepła w ŁMR dotyczą identyfikacji źródeł i ustalenia strumieni ciepła. Szczególną rolę odgrywa w tym przypadku ciepło tarcia i ciepło akumulowane w elementach konstrukcyjnych. Zagadnienia wymiany ciepła stanowią jeden z trudniejszych elementów przedstawionej analizy, co częściowo może tłumaczyć fakt, że nie jest ona wolna od uproszczeń i niedoskonałości.

Zwieńczeniem omawianych analiz jest określenie charakterystycznych procesów termodynamicznych zachodzących w komorze roboczej. Wyprowadzone zostaną zależności opisujące w niej ciśnienie, temperaturę, gęstość i ilość substancji, co pozwoli wyznaczyć globalne wielkości określające takie „osiągi” ŁMR jak wydajność (sprężarki i pompy próżniowe), uzyskiwaną moc (silniki, rozprężarki) itp.

2.6. Teza pracy

Stosując przyjętą nową, bardziej uszczegółowioną metodę opisu procesów, w oparciu o doświadczenia zebrane i opublikowane przez innych badaczy, uzupełnioną wynikami badań własnych można w sposób znacznie bardziej zgodny z rzeczywistością (z pominięciem wielu uproszczeń, które nie są niezbędne) sformułować modele matematyczne i zależności przydatne do projektowania oszczędniejszych energetycznie ŁMR.

3. OPIS PROCESÓW ZACHODZĄCYCH W ŁMR

3.1. Układy współrzędnych

W pracy przyjęto najodpowiedniejszy do opisu i analizy ŁMR układ współrzędnych. Jest to układ współrzędnych walcowych z, ρ, φ . Na rysunku 3.1 pokazano przyjęte w dalszej analizie sposoby „umocowania” go w konkretnej maszynie. W każdym z przedstawionych przypadków, płaszczyzna odniesienia $z = 0$ pokrywa się z powierzchnią nieprzelotowej pokrywy czołowej, a zwrot osi z , będącej jednocześnie osią wirnika, wskazuje drugą (przelotową) pokrywą czołową. Kierunek obrotu płaszczyzny wodzącej o kąt φ jest zgodny z kierunkiem wirowania wirnika. Płaszczyzna biegunowa jest tożsama z odpowiednio wybraną płaszczyzną symetrii cylindra.

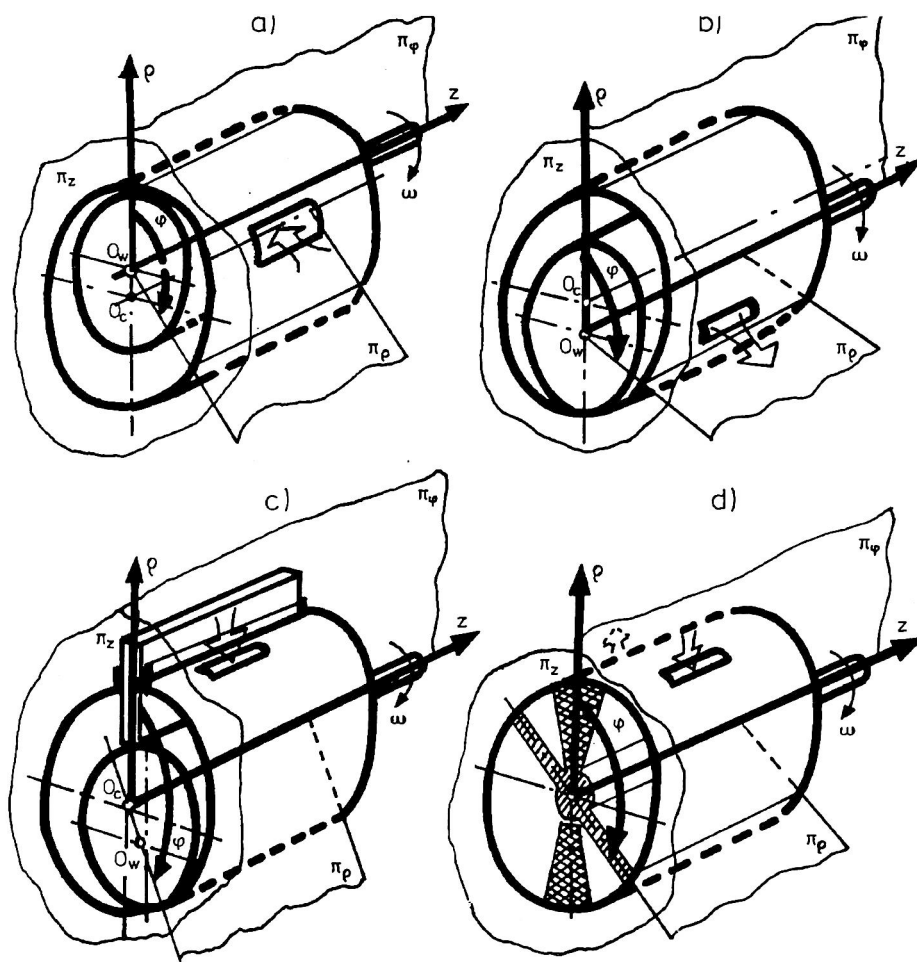
Rysunek 3.1a przedstawia usytuowanie układu dla wielołopatkowych maszyn ekspansyjnych. Płaszczyzna biegunowa przechodzi przez tworzącą cylindra najbliższą wirnikowi. Schemat na rys. 3.1b pokazuje „umocowanie” układu dla wielołopatkowych maszyn kompresyjnych, a płaszczyzna biegunowa zawiera tworzącą cylindra leżącą najdalej od wirnika. W przypadku układu dla maszyn jednołopatkowych (rys. 3.1c) płaszczyzna biegunowa przechodzi przez linię przecięcia cylindra z płaszczyzną symetrii łopatki. Usytuowanie układu współrzędnych dla siłownika pokazano na rys. 3.1d. W dowolnej płaszczyźnie $z = \text{idem}$ układ współrzędnych walcowych przechodzi w układ współrzędnych biegunowych. Służy on do opisu tych zjawisk zachodzących w ŁMR, które nie zmieniają się wzdłuż osi z .

Porównując układy z rys. 3.1a i 3.1b można zauważyć, że układ na rys. 3.1b powstał z układu na rys. 3.1a poprzez obrót płaszczyzny biegunowej o kąt $\varphi = \pi$. Fakt ten zostanie wielokrotnie wykorzystany w dalszej analizie, w celu uproszczenia formuł rachunkowych.

3.2. Określenie wielkości geometrycznych

Podstawowymi obiektami geometrycznymi, z jakimi można się spotkać w ŁMR są:

- **punkty** (leżące w dowolnym miejscu omawianych maszyn),
- **linie i odcinki linii** (np. linia styku łopatki z cylindrem lub wirnikiem, linia opisująca obwód cylindra, linie krawędzi sterujących itp),



Rys. 3.1. „Umocnienie” układu współrzędnych walcowych w maszynach różnych typów;
 a) wielołopatkowa maszyna ekspansyjna; b) wielołopatkowa maszyna kompresyjna;
 c) jednołopatkowa maszyna z krążącym wirnikiem; d) siłownika

- **powierzchnie i figury** leżące na tych powierzchniach (np. powierzchnie wirnika, cylindra, pokryw bocznych, łopatki a figury to np. część poboczniccy cylindra między dwoma łopatkami, figura będąca przekrojem poprzecznym komory roboczej, figura okna wlotowego i in.),
- **przestrzenie i bryły** (zwłaszcza w przestrzeni można wyróżnić bryłę cylindra, wirnika, łopatki, komory roboczej, rowka łopatkowego itp),
- **kąty** między liniami lub powierzchniami (np. między łopatkami, osią łopatki i promieniem cylindra lub wirnika itp).

Dla obiektów tych należy określić położenie i dynamikę zmian tego położenia, długość (odcinka, obwodu), pole powierzchni (figur i brył), objętości oraz miary kątów. Próbę uporządkowania opisu geometrycznego ŁMR przedstawił autor w pracach [45, 49, 53].

3.2.1. Określenie położenia punktów, łopatek i komory roboczej maszyn wielołopatkowych

Na rysunku 3.2 pokazano schematycznie przekrój ŁMR typu ekspansyjnego¹ płaszczyną $z = \text{idem}$. Gdy nie zachodzą przypadki szczególne, wymagające uwzględnienia zmiennej z , położenie punktów, łopatek i komór roboczych można rozpatrywać w biegunowym układzie współrzędnych.

Szczególne znaczenie w dalszych rozważaniach mają punkty leżące na powierzchni wirnika lub cylindra. Punkty leżące na powierzchni wirnika mają stałą wartość współrzędnej ρ równą r , zaś punkty na powierzchni cylindra cechują się tym, że $\rho = f(\varphi)$. Zależność tę dla punktu C wyraża równanie:

$$\rho(\varphi) = R \left(1 - \frac{y}{R} \right) \left[\sqrt{1 - \left(\frac{e}{R_1} \right)^2 \sin^2 \varphi} \mp \left(\frac{e}{R_1} \right) \cos \varphi + \frac{\frac{y}{R}}{\left(1 - \frac{y}{R} \right) \sqrt{1 - \left(\frac{e}{R_1} \right)^2 \sin^2 \varphi}} \right] \quad (3.1)$$

w którym $R_1 = R - y$.

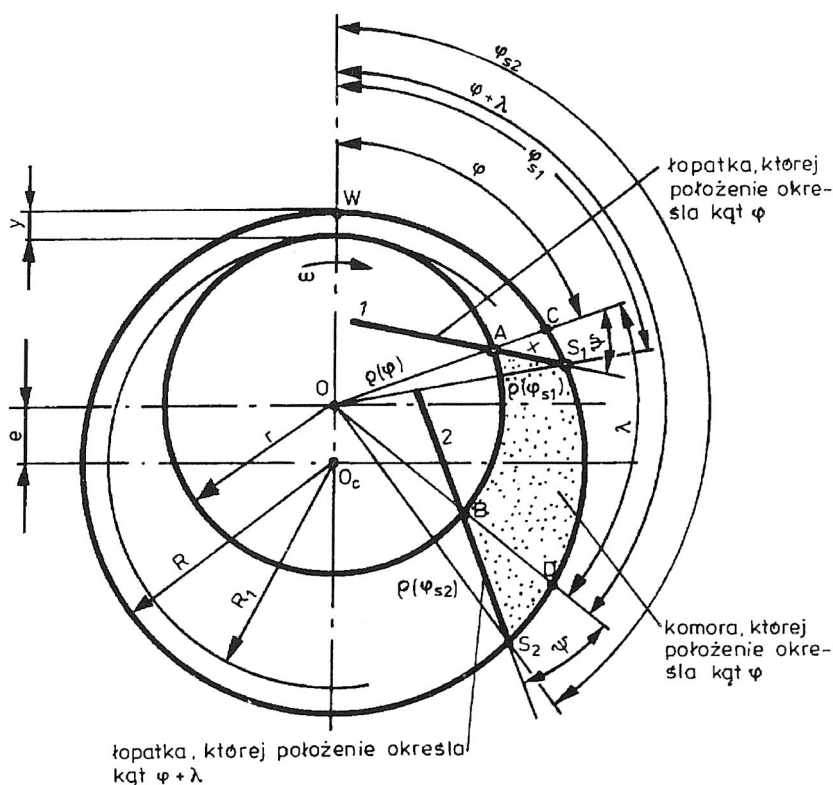
Znak minus w tym równaniu obowiązuje dla maszyn ekspansyjnych, a plus – kompresyjnych.

Położenie łopatki podczas jej ruchu wokół osi obrotu wirnika można wyznaczyć podając współrzędne punktu przecięcia się jej osi z powierzchnią wirnika (np. punkt A na rys. 3.2). Współrzędne te będą wynosiły odpowiednio $\varphi_A = \varphi$ i $\rho_A = r$. Ponieważ podczas obrotu wirnika jego promień r nie ulega zmianie, więc położenie łopatki jest jednoznacznie opisane amplitudą φ tego punktu.

¹Przedstawiane dalej rozważania odnoszą się przeważnie do wielołopatkowych maszyn rotacyjnych typu ekspansyjnego. Nie ma jednak problemu z wykorzystaniem wyników tych rozważań w odniesieniu do maszyn kompresyjnych.

$$\sin[\psi - (\varphi_s - \varphi)] \left(1 - \frac{y}{R}\right) \left[\sqrt{1 - \left(\frac{e}{R_1}\right)^2} \sin^2 \varphi_s \mp \left(\frac{e}{R_1}\right) \cos \varphi_s + \frac{\frac{y}{R}}{\left(1 - \frac{y}{R}\right) \sqrt{1 - \left(\frac{e}{R_1}\right)^2} \sin^2 \varphi_s} \right] - \left(1 - \frac{e}{R} - \frac{y}{R}\right) \sin \psi = 0 \quad (3.2)$$

Gdy $\psi \neq 0$, to często niezbędne jest określenie współrzędnych punktu styku łopatki z powierzchnią cylindra. Przy cienkiej łopatce można przyjąć, że jest to punkt przecięcia się jej osi z powierzchnią cylindra (np. punkt S_1 na rys. 3.2). Jego współrzędne to φ_s i ρ_s . Zależność między φ_s i φ przedstawia wzór 3.2. Wyznaczona jego wartość φ_s pozwoli obliczyć z 3.1 współrzędną ρ_s .



Rys. 3.2. Schematyczny przekrój poprzeczny wielołopatkowej maszyny ekspansyjnej

Przy znanych współrzędnych punktu styku łopatki z cylindrem (np. φ_s, ρ_s) amplituda położenia łopatki (współrzędna φ) wynosi:

$$\varphi = \varphi_s - \psi + \arcsin \left[\frac{\left(1 - \frac{e}{R} - \frac{y}{R}\right) \sin \psi}{\frac{\rho(\varphi_s)}{R}} \right] \quad (3.3)$$

W przedstawianej pracy autor przyjął, że położenie komory roboczej wyznaczają współrzędne położenia łopatek ograniczających tę komorę. Ponieważ współrzędne φ (rys. 3.2) dwóch kolejnych łopatek różnią się o stałą (dla danej konstrukcji) wartość $\lambda = 2\pi/z_p$, więc położenie komory można opisać współrzędną φ tylko jednej łopatki. Przyjęto, że będzie to łopatka o mniejszej wartości amplitudy (łopatka 1 z rys. 3.2).

Gdy szczelina promieniowa $y = 0$, to przechodzeniu komory roboczej przez obszar bliskiego kontaktu cylindra z wirnikiem towarzyszy osobliwe zjawisko. Przestrzeń zawarta między dwoma kolejnymi łopatkami podzielona zostaje linią styku wirnika i cylindra na dwa zmieniające swą objętość obszary, między którymi nie ma przepływu czynnika (rys. 3.3). Nie jest to wobec tego jedna komora. Można uznać, że z jednej strony linii styku komora robocza „znika”, jednocześnie z drugiej – „powstaje”. Konieczność traktowania przestrzeni między dwoma kolejnymi łopatkami jako dwóch różnych komór roboczych rodzi pytanie, jak należy określać ich położenie?

Jest to szczególnie istotne, gdy położenie komory (opisane w sposób omówiony wyżej) określone jest kątem $\varphi = 2\pi - \lambda$, a kończy dla $\varphi = 2\pi$.

Położenie komory „znikającej” może być określone położeniem zamykającej ją łopatki. Dla rozróżnienia można oznaczyć tę zmienną przez φ_z . Natomiast położenie komory powstającej (oznaczone przez φ_p) może być określone wzorem:

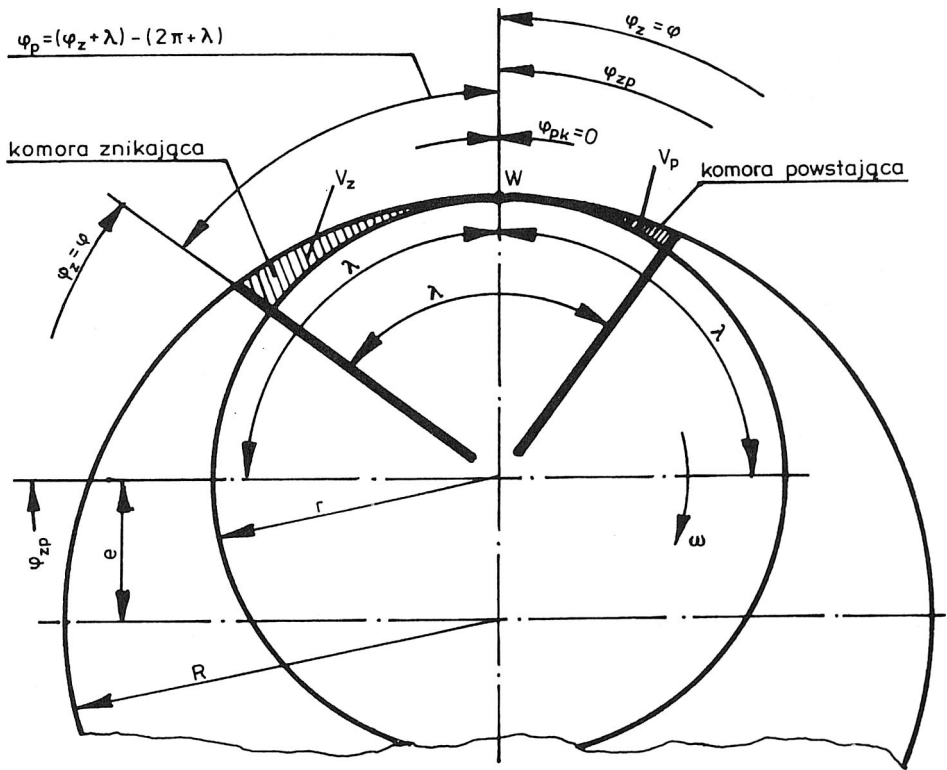
$$\varphi_p = (\varphi_z + \lambda) - (2\pi + \lambda) \quad (3.4)$$

Z zależności tej wynika, że na początku powstawania komory jej współrzędna $\varphi_{p\text{pocz}} = -\lambda$. Oznacza to, że pełny cykl od początku powstawania komory do jej całkowitego zaniku odbywa się w okresie obrotu wirnika o kąt $\Delta\varphi = 2\pi - (-\lambda) = 2\pi + \lambda$.

3.2.2. Obliczanie długości odcinków, pól powierzchni i objętości komory roboczej maszyn wielołopatkowych

Długość wysuniętej z wirnika łopatki zależy między innymi od wartości kąta ψ . Gdy $\psi = 0$, to odcinek $x = AC$ (z rys. 3.2) wynosi:

$$x(\varphi) = \rho(\varphi) - R \left(1 - \frac{e}{R} - \frac{y}{R}\right) \quad (3.5)$$



Rys. 3.3. Określenie położenia komory „znikającej” i „powstającej”

natomiast gdy $\psi \neq 0$, to:

$$x(\varphi) = \rho(\varphi_s) \frac{\sin(\varphi_s - \varphi)}{\sin \psi} \quad (3.6)$$

Na rysunku 3.4 przedstawiono przekrój poprzeczny komory roboczej maszyny wielołopatkowej. Obliczanie objętości $V(\varphi)$ komory, której położenie określa kąt φ z przedziału $0 \leq \varphi < 2\pi - \lambda$ związane jest z wyznaczeniem pola powierzchni $A(\varphi)$ figury będącej jej przekrojem poprzecznym.

$$V(\varphi) = A(\varphi) L \quad (3.7)$$

Pole $A(\varphi)$ to pole figury FHKPNLF z rys. 3.4. Można więc napisać:

$$A(\varphi) = A_{AEMB} + A_{BMQ} - A_{AEG} - A_{AGHF} - A_{BQNL} + A_{HKPN} \quad (3.8)$$

Korzystając z powszechnie znanych zależności trygonometrycznych w [52] wyznaczono (bez uproszczeń) poszczególne pola, które po podstawieniu do 3.8 i przekształceniu przyjmą postać:

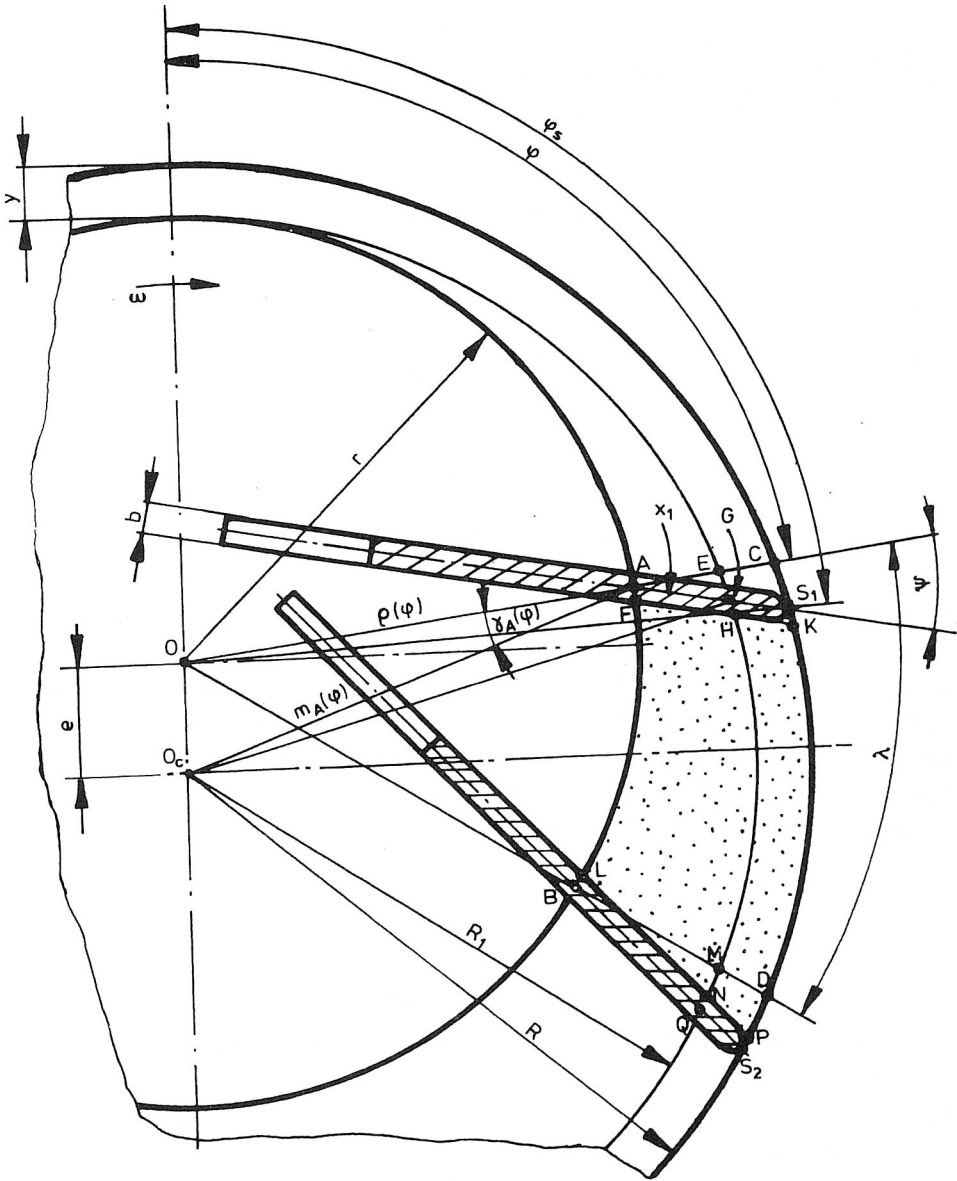
$$A(\varphi) = R^2 \left(1 - \frac{y}{R}\right)^2 [Z_1(\varphi) - P_1(\varphi) + P_1(\varphi + \lambda) - P_2(\varphi) + P_3(\varphi)] = R^2 Z(\varphi) \quad (3.9)$$

We wzorze tym $Z(\varphi)$ to względne pole przekroju poprzecznego komory roboczej maszyny ekspansyjnej. Występujące w nim wyrażenia obliczyć można ze wzorów:

$$\begin{aligned} Z_1(\varphi) = \frac{e}{R_1} \left\{ \lambda - \frac{1}{2} \left[\sin(\varphi + \lambda) \sqrt{1 - \left(\frac{e}{R_1}\right)^2 \sin^2(\varphi + \lambda)} + \frac{1}{e/R_1} \arcsin \frac{e}{R_1} \sin(\varphi + \lambda) - \right. \right. \\ \left. \left. - \sin \varphi \sqrt{1 - \left(\frac{e}{R_1}\right)^2 \sin^2 \varphi} - \frac{1}{e/R_1} \arcsin \frac{e}{R_1} \sin \varphi \right] \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \left(\frac{e}{R_1}\right) \left[\lambda - \sin(\varphi + \lambda) \cos(\varphi + \lambda) + \sin \varphi \cos \varphi \right] \right\} \quad (3.10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_1(\varphi) = \frac{1}{2} \left\{ \psi + \left[\frac{m_A(\varphi)}{R_1} \right]^2 \cos[\psi + 2\gamma_A(\varphi)] \sin \psi - \left[\frac{m_A(\varphi)}{R_1} \right] \sin[\psi + \gamma_A(\varphi)] \times \right. \\ \left. \times \sqrt{1 - \left[\frac{m_A(\varphi)}{R_1} \right]^2 \sin^2[\psi + \gamma_A(\varphi)]} - \arcsin \left[\frac{m_A(\varphi)}{R_1} \right] \sin[\psi + \gamma_A(\varphi)] \right. \\ \left. + \left[\frac{m_A(\varphi)}{R_1} \right] \sin[\gamma_A(\varphi)] \sqrt{1 - \left[\frac{m_A(\varphi)}{R_1} \right]^2 \sin^2[\gamma_A(\varphi)]} + \arcsin \left[\frac{m_A(\varphi)}{R_1} \right] \sin[\gamma_A(\varphi)] \right\} \quad (3.11) \end{aligned}$$

$$m_A(\varphi) = R_1 \sqrt{1 - 2 \left(\frac{e}{R_1}\right) \left(1 - \frac{e}{R_1}\right) (1 - \cos \varphi)} \quad (3.12)$$



Rys. 3.4. Przekrój poprzeczny komory roboczej

$$\gamma_A(\varphi) = \arcsin \frac{e R_1 \sin \varphi}{R_1 m_A(\varphi)} \quad (3.13)$$

$$P_2(\varphi) = \frac{1}{2} \frac{b}{R_1} \left\{ \sqrt{1 - \left[\frac{m_A(\varphi)}{R_1} \right]^2 \sin^2[\psi + \gamma_A(\varphi)]} + \sqrt{1 - \left[\frac{m_A(\varphi + \lambda)}{R_1} \right]^2 \sin^2[\psi + \gamma_A(\varphi + \lambda)]} - \right. \\ \left. - \cos[\psi + \gamma_A(\varphi)] - \cos[\psi + \gamma_A(\varphi + \lambda)] \right\} \quad (3.14)$$

$$P_3(\varphi) = \left\{ \lambda - 2 \frac{e}{R_1} \cos \frac{2\varphi + \lambda}{2} \sin \frac{\lambda}{2} + 2 \frac{e}{R_1} \operatorname{tg} \psi \sin \frac{2\varphi + \lambda}{2} \sin \frac{\lambda}{2} - \operatorname{tg} \psi \left[\sqrt{1 - \left(\frac{e}{R_1} \right)^2 \sin^2 \varphi} - \right. \right. \\ \left. \left. - \sqrt{1 - \left(\frac{e}{R_1} \right)^2 \sin^2(\varphi + \lambda)} \right] \right\} \frac{y}{R_1} - \frac{y}{R_1} \frac{b}{R_1} \quad (3.15)$$

Z równań powyższych wynika, że względne pole powierzchni przekroju poprzecznego komory roboczej (a w konsekwencji pole powierzchni przekroju komory i jej objętość) zależy od takich zmiennych konstrukcyjnych jak R , e , b , y oraz z_p , a także od położenia komory, które opisane jest kątem φ . Zapis równania 3.9 podkreśla, że zmienne konstrukcyjne traktowane są jako parametry, a zmienna φ jako argument.

Objętość komory roboczej wielołopatkowej maszyny ekspansyjnej, której położenie określa kąt φ z przedziału $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ opisuje więc wzór:

$$V(\varphi) = R^2 LZ(\varphi) \quad (3.7 a)$$

zaś maszyny kompresyjnej:

$$V_k(\varphi) = R^2 LZ(\varphi + \pi) \quad (3.7 b)$$

Z 3.7.b wynika, że względne pole przekroju poprzecznego maszyny kompresyjnej wynosi $Z_k(\varphi) = Z(\varphi + \pi)$.

Objętość V_Z komory znajdującej się w fazie „zaniku”, tj. gdy $y = 0$ i $2\pi - \lambda < \varphi_z < 2\pi$ wyznaczyć można ze wzoru 3.7a, ale wartość $Z(\varphi_z)$ musi być obliczona z równań 3.10–3.15 dla zmodyfikowanych parametrów. Przyjmując, że punkt styku wirnika i cylindra jest punktem styku cylindra i „nie wysuniętej z wirnika” łopatki można kąt $\lambda_u = 2\pi - \varphi_z$ uznać za umowny kąt między dwoma łopatkami. Umowna liczba łopatek wynosi wówczas:

$$z_{lu} = \frac{2\pi}{2\pi - \varphi_z} \quad (3.16)$$

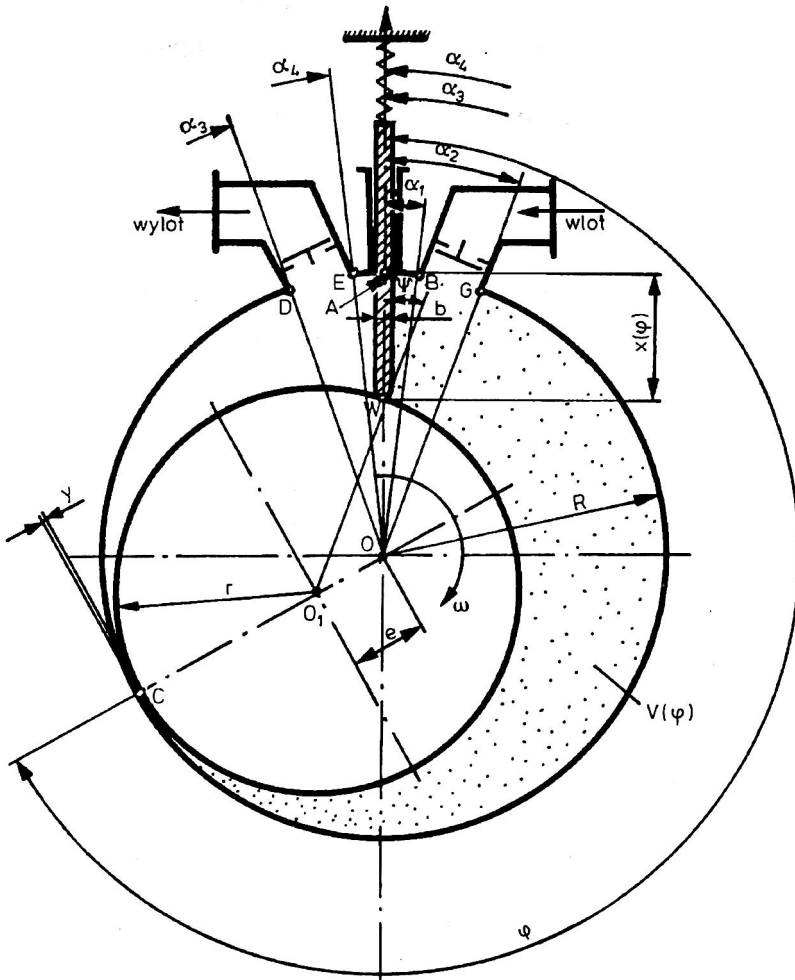
i niekoniecznie musi być liczbą całkowitą.

Względne pole przekroju poprzecznego komory obliczane jest dla zmiennych:

$$Z(\varphi_z) = f(R, e, b \text{ oraz } z_{lu} \text{ i } \varphi = \varphi_z)$$

Objętość V_p komory „powstającej” dla $-\lambda < \varphi_p < 0$ oblicza się korzystając z równania:

$$V(\varphi = \varphi_z) = V_z(\varphi_z) + V_p[\varphi_p = f(\varphi_z)] \quad (3.17)$$



Rys. 3.5. Schemat jednołopatkowej maszyny rotacyjnej z łopatką ślizgającą się po mimośrodowo krążącym wirniku

Wówczas:

$$V_p(\varphi_p) = R^2 L \{ Z(\varphi) - Z(\varphi_z, R, e, b, z_{lu}) \} \quad (3.18)$$

W ITC i MP opracowano program [59, 52] obliczający i tablicujący funkcję $Z(\varphi)$ dla dowolnych parametrów konstrukcyjnych, jak również umożliwiający wyznaczenie położenia komory, gdy znana jest wartość jej objętości.

Postać wzoru 3.7 oraz możliwość wyznaczenia $Z(\varphi)$ z bardzo dużą dokładnością sprawiają, że analiza pracy ŁMR jest przejrzysta i prosta.

3.2.3. Opis geometryczny maszyn jednołopatkowych

Na rysunku 3.5 przedstawiono schemat konstrukcyjny najpopularniejszej maszyny jednołopatkowej.

Opisuje ją następujący zbiór parametrów konstrukcyjnych:

$$\{R, r, e, b, L, \gamma, x, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \psi \text{ oraz } \varphi\}$$

Należy zauważyć, że ψ jest kątem pomiędzy tym promieniem wirnika, który przechodzi przez punkt styku łopatki z wirnikiem a osią łopatki i zmienia się wraz z położeniem wirnika. Kąt φ określa położenie punktu styku wirnika z cylindrem, a także kąt opisujący położenie wirnika w walcowym układzie współrzędnych używanym do opisu maszyn jednołopatkowych (p. rys. 3.1c).

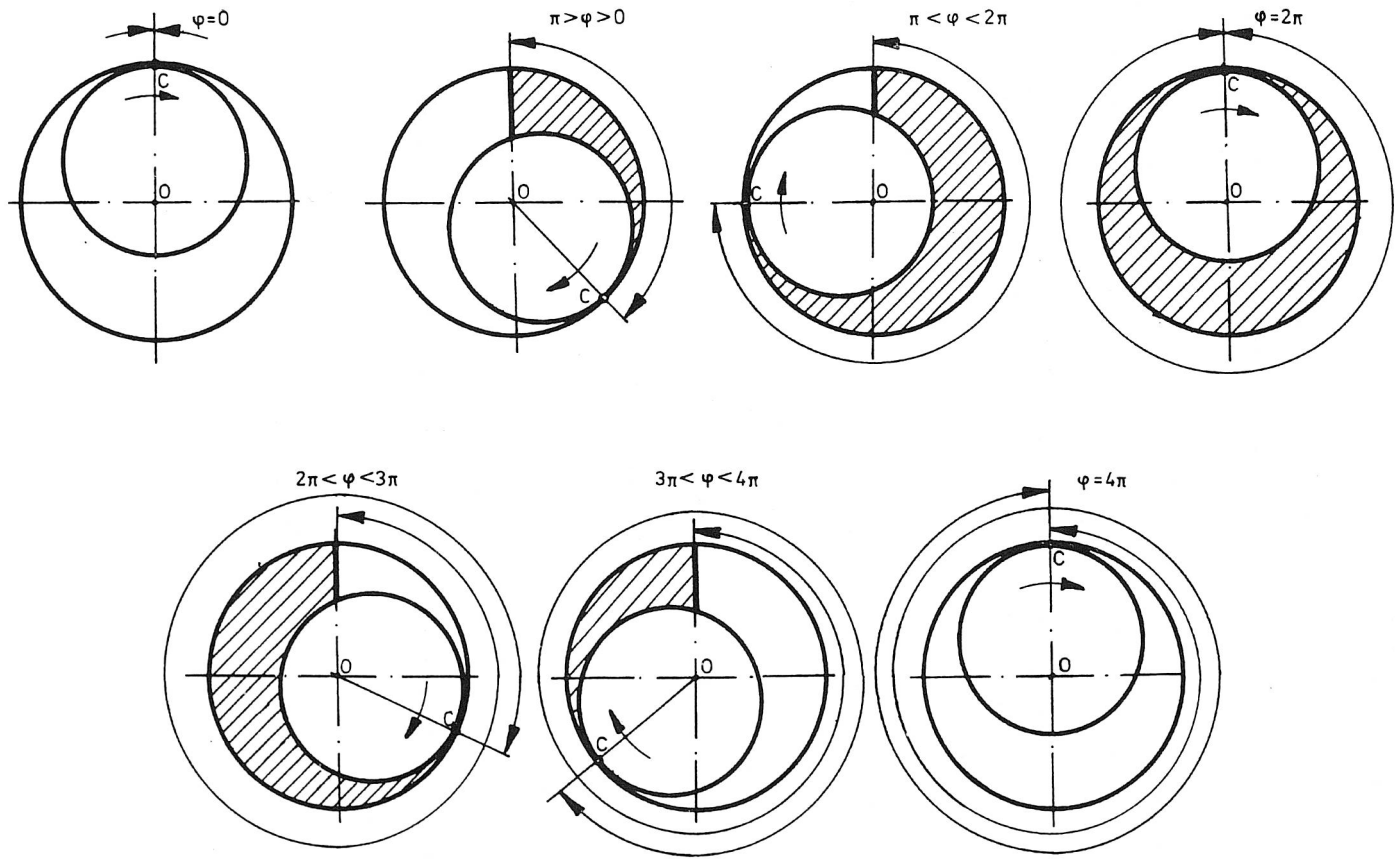
W płaskim układzie współrzędnych położenie punktu styku wirnika z łopatką opisują zmienne φ_w i ρ_w . Wartość φ_w wynosi często 0, a ρ_w określone jest wzorem:

$$\rho_w = r \frac{\sin\left(\varphi + \arcsin \frac{e}{r} \sin \varphi\right)}{\sin \varphi} \quad (3.19)$$

W opisywanej maszynie jednołopatkowej nie zachodzi potrzeba określenia położenia łopatki, która porusza się w nieruchomym kadłubie.

Położenie komory roboczej maszyn jednołopatkowych opisywane jest nieco inaczej niż maszyn wielołopatkowych. Jak wynika z rys. 3.5, przestrzeń między wirnikiem a cylindrem podzielona jest łopatką na dwa obszary. Są to dwie komory znajdujące się w dwóch położeniach. Na rysunku 3.6 przedstawiono kolejne fazy ich położenia. Autor przyjął w dalszych rozważaniach, że położenie komory roboczej opisywane jest położeniem punktu styku wirnika i cylindra.

Jak wynika z rys. 3.6, pełny cykl zmiany objętości trwa, gdy wirnik obróci się o kąt $\Delta\varphi = 4\pi$. Wobec tego, gdy $2\pi > \varphi > 0$, to komorą opisywaną przez ten kąt jest komora podążająca za punktem C, zaś gdy $4\pi > \varphi > 2\pi$ – wyprzedzająca ten punkt.



Rys. 3.6. Fazy położenia komory roboczej maszyny jednołopatkowej

Objętość komory roboczej znajdującej się w dowolnym położeniu opisanym kątem φ można obliczyć ze wzoru:

$$V(\varphi) = A(\varphi)L = A_{ABC}(\varphi)L \quad (3.20)$$

w którym: $A_{ABC}(\varphi)$ to pole powierzchni przekroju poprzecznego komory (rys. 3.7).

Powierzchnię tę wyznaczyć można wykorzystując zależność na względne pole przekroju poprzecznego komory roboczej maszyny kompresyjnej $Z_k(\varphi)$. W tym celu dla $\pi > \varphi > 0$ należy rozpatrzyć (statycznie) układ współrzędnych charakterystyczny dla wielołopatkowych maszyn kompresyjnych związanych ze środkiem wirnika (punkt O_u na rys. 3.7a). Położenie łopatki określa wówczas kąt φ_u . Łopatką jest nachylona do promienia pod kątem ψ_u . Można przyjąć, że „druga” łopatką ograniczająca komorę roboczą jest całkowicie schowana, gdyż wirnik prawie styka się z cylindrem w punkcie C .

Kąt między łopatkami wynosi λ_u :

$$\lambda_u = \pi - \varphi_u \quad (3.21)$$

Odpowiada to liczbie łopatek:

$$z_{lu} = \frac{2\pi}{\pi - \varphi_u} \quad (3.22)$$

Objętość komory roboczej będzie więc wynosić:

$$V(\varphi) = LR^2 Z_k(\varphi_u) \quad (3.23)$$

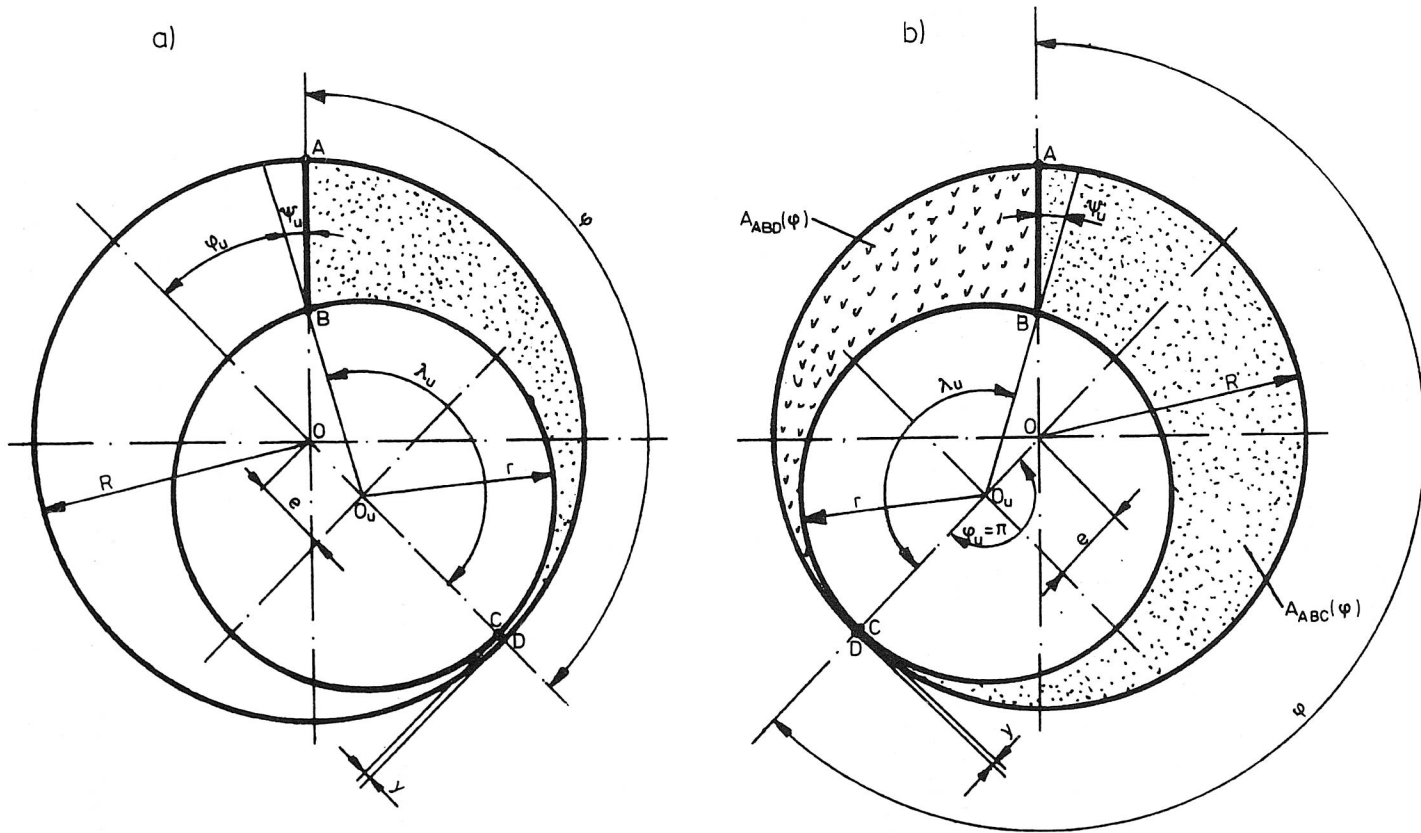
gdzie:

$$Z_k(\varphi_u) = f\left[\varphi_u(\varphi); \frac{e}{R}, \frac{b}{R}, \frac{y}{R}, \psi_u(\varphi) \text{ i } z_{lu}(\varphi)\right]$$

Zastępcze parametry konstrukcyjne można obliczyć z zależności [55]:

$$\psi_u = \arcsin\left(\frac{\frac{e}{R}}{1 - \frac{e}{R} - \frac{y}{R}}\right) \sin \varphi \quad (3.24)$$

$$\varphi_u = \pi - \varphi - \arcsin\left(\frac{\frac{e}{R}}{1 - \frac{e}{R} - \frac{y}{R}}\right) \sin \varphi \quad (3.25)$$



Rys. 3.7. Schemat do określania objętości komory roboczej maszyny jednołopatkowej; a) gdy $\pi > \varphi > 0$; b) gdy $2\pi > \varphi > \pi$

$$z_{lu} = \frac{2\pi}{\varphi + \arcsin\left(\frac{\frac{e}{R}}{1 - \frac{e}{R} - \frac{y}{R}}\right) \sin \varphi} \quad (3.26)$$

Gdy $\varphi > \pi$, to powierzchnię $A_{ABC}(\varphi)$ można wyznaczyć ze wzoru:

$$A_{ABC}(\varphi) = \pi(R^2 - r^2) - A_{ABD}(\varphi) = R^2\pi \left[1 - \left(1 - \frac{e}{R} - \frac{y}{R} \right)^2 \right] - A_{ABD}(\varphi)$$

Pole figury ABD można obliczyć podobnie jak pole figury ABC dla $\varphi < \pi$ (p. rys. 3.7b), z tym, że położenie komory roboczej umownej maszyny opisane jest kątem $\varphi_u = \pi$. Wysunięta łopatką nachylona jest do promienia wirnika pod kątem ψ_u , a kąt między łopatkami wynosi λ_u .

$$\psi_u = -\arcsin\left[-\left(\frac{\frac{e}{R}}{1 - \frac{e}{R} - \frac{y}{R}}\right) \sin \varphi\right] \quad (3.27)$$

$$\lambda_u = 2\pi - \varphi + \arcsin\left[-\left(\frac{\frac{e}{R}}{1 - \frac{e}{R} - \frac{y}{R}}\right) \sin \varphi\right] \quad (3.28)$$

Umowna liczba łopatek wynosi:

$$z_{lu} = \frac{2\pi}{2\pi - \varphi + \arcsin\left[-\left(\frac{\frac{e}{R}}{1 - \frac{e}{R} - \frac{y}{R}}\right) \sin \varphi\right]} \quad (3.29)$$

Korzystając z 3.7b można napisać:

$$A_{ABD}(\varphi) = R^2 Z_k \left[\varphi_u = \pi, e, b, y, R, \psi_u(\varphi), z_{lu}(\varphi) \right] \quad (3.30)$$

Przy obrocie wirnika od $\varphi = 2\pi$ do $\varphi = 4\pi$ objętość komory będzie wynosić:

$$V(\varphi) = R^2 L \pi \left[1 - \left(1 - \frac{e}{R} - \frac{y}{R} \right)^2 \right] - V(\varphi - 2\pi) \quad (3.31)$$

3.3. Identyfikacja stanu termodynamicznego czynnika i procesów w ŁMR

W łopatkowych maszynach rotacyjnych opisowi podlegają:

- czynnik roboczy znajdujący się między króćcem wlotowym a króćcem wylotowym,
- elementy konstrukcyjne maszyn.

Istotne znaczenie ma również stan termodynamiczny otoczenia maszyny.

Jednocześnie ciała te biorą udział w:

- ruchu obrotowym, obrotowo-zwrotnym, a także posuwisto-zwrotnym (wirnik, łopatki, suwaki),
- procesach przepływu płynu (czynnik roboczy),
- wymianie ciepła,
- rozprężaniu i sprężaniu,
- procesach rozpraszania energii (tarcie, straty ciepła, spadki ciśnień itp).

Opis stanu termodynamicznego (i nie tylko) ciał biorących udział w tych procesach polega na wyznaczeniu wartości opisujących je parametrów w dowolnym miejscu i czasie. Natura łopatkowych maszyn rotacyjnych sugeruje dwa podejścia do tego zagadnienia: globalny i sektorowy.

Opis globalny wyraża się znajomością pól wszystkich istotnych wielkości w każdej części maszyny i jej otoczeniu, w dowolnej chwili τ . Można powiedzieć, że znane są funkcje:

$$\left. \begin{aligned} T &= f_1(z, \varphi, \rho, \tau) \\ p &= f_2(z, \varphi, \rho, \tau) \\ V &= f_3(z, \varphi, \rho, \tau) \\ \rho_c &= f_4(z, \varphi, \rho, \tau) \\ w &= f_5(z, \varphi, \rho, \tau) \\ &\vdots \end{aligned} \right\} \quad (3.32)$$

gdzie: z, φ, ρ , – współrzędne walcowe dowolnego punktu ŁMR, a:

T, p, V, r_c, w – wielkości opisujące ciała tworzące te maszyny (temperatura, ciśnienie, objętość, gęstość, prędkość itp).

W oparciu o te funkcje wyznaczyć można wielkości określające efekty współdziałania maszyn z otoczeniem (pracę L , ciepło Q i strumień substancji \dot{m}).

Biorąc pod uwagę okresowość i współbieżność procesów zachodzących w maszynach łopatkowych rozwinięto sektorowe podejście do ich opisu. Przedstawia on stan i zachowanie się czynnika roboczego zawartego w jednej komorze roboczej i jej bezpośrednim otoczeniu podczas obrotu wału o kąt odpowiadający pełnemu cyklowi zmiany objętości. Podstawą takiego podejścia jest założenie, że gaz w każdej z nich wykonuje taki sam lub bardzo podobny cykl przemian. Znajomość stanu termodynamicznego czynnika i procesów zachodzących w komorze pozwoli określić stan całej maszyny i efekty jej współdziałania z otoczeniem.

Opis stanu termodynamicznego czynnika w komorze roboczej, polegający na przypisaniu każdemu punktowi przestrzeni wewnątrz komory wartości parametrów termodynamicznych jest mało przydatny, gdyż objętość przestrzeni roboczej zmienia się wraz ze zmianą jej położenia.

Krańcową alternatywą opisu połowego jest określenie stanu czynnika za pomocą jednej, średniej dla całej przestrzeni wartości poszczególnych parametrów termodynamicznych. Na przykład dla gazu zawartego w tej komorze, której położenie określa kąt φ można napisać:

$$\left. \begin{array}{l} p = f_1(\varphi) \\ T = f_2(\varphi) \\ \rho_c = f_3(\varphi) \\ \vdots \end{array} \right\} \quad (3.33)$$

Oznacza to, że ciśnienie, temperatura, gęstość gazu i inne wielkości zależą tylko od położenia komory. Jest to więc jednowymiarowy model stanu czynnika roboczego w maszynach rotacyjnych. Jednocześnie jednowymiarowy może być model temperatury powierzchni łopatki, wirnika, cylindra i in. Każdorazowo wymaga to określenia reguł uśredniania poszczególnych wielkości.

Na potrzeby analizy numerycznej maszyn objętościowych podejmowane są próby [126] dyskretyzacji geometrycznej przestrzeni roboczej polegającej na zastąpieniu obszaru komory zbiorem elementarnych komórek zmieniających swoją objętość w taki sam sposób jak cała komora. Parametry termodynamiczne czynnika w każdej z tych komórek są reprezentowane przez jedną wartość, choć mogą się różnić w różnych częściach przestrzeni.

Stan całej maszyny jest sumą stanów czynnika roboczego w każdej komorze i stanów otoczenia tych komór określonych w tej samej chwili τ . Poszczególne komory

znajdują się w chwili τ w różnych fazach realizacji cyklu zmiany objętości. Amplituda i -tej komory wynosi:

$$\varphi_i = \varphi_1(\tau) + (i - 1) \frac{2\pi}{z_i} \quad (3.34)$$

gdzie: $\varphi_1(\tau)$ – amplituda komory oznaczonej numerem 1.

Podobnie jak stan termodynamiczny, również i opis procesów może mieć charakter sektorowy. Można mówić przede wszystkim o efektach współdziałania gazu zawartego w komorze z otoczeniem wyrażonych przez pracę \dot{L}_k , ciepło \dot{Q}_k i strumień masy substancji \dot{m}_k . Jednak wartości tych wielkości dla całej maszyny nie są sumą odpowiednich wartości określanych dla komory. Zostanie to wyjaśnione w dalszej części pracy.

3.4. Podsumowanie

Przedstawiona w powyższym rozdziale analiza dotyczy głównie opisu geometrycznego jedno- i wielołopatkowych maszyn rotacyjnych. Analizując spotykane w literaturze sposoby opisu autor wybrał do tego celu najodpowiedniejsze układy współrzędnych. Z wyborem tym wiąże się, stosowana w dalszych rozdziałach pracy, propozycja określenia położenia: punktów, linii, powierzchni, figur, przestrzeni i brył (szczególnie łopatek i komór roboczych). Nadając szczylinie promieniowej y rangę podstawowego parametru konstrukcyjnego ŁMR autor wyprowadził zależności pozwalające określić długość promienia wodzącego punktów leżących na powierzchni cylindra i długość wystającej z rowka łopatki. Mając na uwadze uproszczenie obliczeń, wyprowadził też pojęcie względnego pola przekroju $Z(\varphi)$ i przedstawił formuły obliczania tej wielkości, nie tylko dla maszyn wielołopatkowych, ale i dla jednołopatkowych i wielu figur znajdujących się między dwoma niewspółśrodkowymi kołami. Wymagało to zdefiniowania takich pojęć jak: zastępcza liczba łopatek – z_{lv} , zastępczy kąt między łopatkami – λ_u oraz chwilowa wartość kąta nachylenia osi łopatki do promienia wirnika – ψ_u .

Opierając się na danych literaturowych [22, 60] i własnych badaniach [50,51] autor wprowadził pojęcie „komory znikającej” i „komory powstającej”. Pozwoliło to uporządkować wiedzę o fazach pracy maszyn łopatkowych, w których wysokość szczyliny promieniowej y jest bardzo mała ($y \approx 0$). Wprowadzone pojęcia teoretyczne i przedstawione formuły rachunkowe są podstawą opisu zjawisk i procesów zachodzących w ŁMR.

4. WYBRANE ZAGADNIENIA MECHANIKI ŁOPATKOWYCH MASZYN ROTACYJNYCH

Analiza sił działających w ŁMR przeprowadzona jest w zakresie niezbędnym do wyznaczenia pracy na pokonanie tarcia mechanicznego, mającego wpływ na procesy termodynamiczne jakie realizuje czynnik roboczy.

4.1. Siły działające na układ wirnik–łopatka–cylinder w maszynach wielołopatkowych

Występujący w ŁMR ruch wirnika i łopatek ma charakter płaskiego ruchu ciał sztywnych. Dlatego do analizy sił występujących w tych maszynach wykorzystany jest biegunowy układ współrzędnych (ρ, φ) .

W dalszych rozważaniach przyjęto, że maszyny powyższe opisane są zbiorem parametrów konstrukcyjnych (p. 2.2). Ponadto przyjęto, że znane są własności materiałów, z których wykonano łopatki oraz wirnik, cylinder i pokrywy boczne, a szczególnie ich gęstość i współczynniki tarcia odpowiednich par elementów ciernych.

Na rysunku 4.1 przedstawiono plany sił działających zarówno w maszynach ekspansyjnych, jak i kompresyjnych. Na łopatkę, której położenie określa kąt φ działają dwie grupy sił czynnych. Są to:

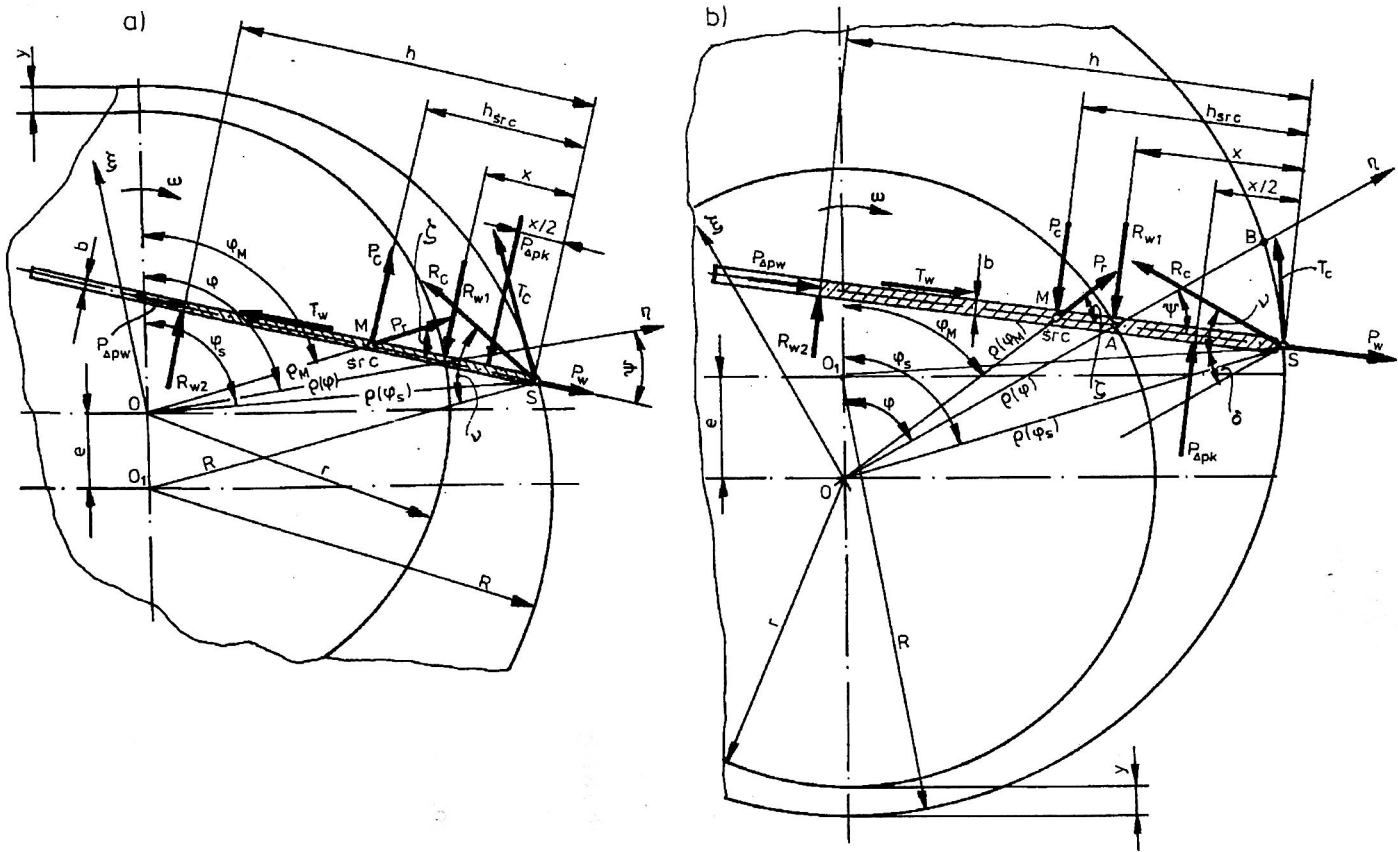
- siły masowe (P_r, P_c, P_w) ,
- siły od różnicy ciśnień $(P_{\Delta p_k}, P_{\Delta p_w})$,

Siłami biernymi są natomiast reakcje (R_{w1}, R_{w2}, R_c) oraz siły tarcia (T_c, T_w) .

4.1.1. Wyznaczenie masowych sił czynnych działających na łopatkę

Do wyznaczenia tych sił zastosowano uproszczenie polegające na zastąpieniu ruchu łopatki, będącej ciałem sztywnym, ruchem punktu materialnego (środka masy – M), w którym skupiona jest masa całej łopatki.

Ruch posuwisto-zwrotny łopatki w obracającym się wirniku jest przykładem ruchu względnego. Do jego analizy przyjęto dwa układy współrzędnych. Pierwszy, biegunowy, związany jest z cylindrem i środkiem wirnika. W nim będą wyznaczane wartości sił działających na zespół wirnik–łopatka–cylinder. Drugi – prostokątny, prawoskrętny



Rys. 4.1. Plan sił działających na układ wirnik-łopatka-cylinder w maszynach wielołopatkowych;
 a) maszyna ekspansyjna; b) maszyna kompresyjna

(na rys. 4.1 – $\xi - \eta$) związany jest z wirnikiem i wraz z nim porusza się. W układzie $\xi - \eta$ opisywany jest ruch łopatki w rowku wirnika.

Zgodnie z [105, 125, 135], na punkt materialny M w ruchu względnym działa siła opisana wzorem:

$$\vec{K} = m\vec{a} = m\vec{a}_u + m\vec{a}_C + m\vec{a}_w \quad (4.1)$$

w którym:

m – masa łopatki,

\vec{a} – wypadkowe przyspieszenie działające na łopatkę,

\vec{a}_u – przyspieszenie unoszenia,

\vec{a}_C – przyspieszenie Coriolisa,

\vec{a}_w – przyspieszenie względne (w układzie $\xi - \eta$).

Przyspieszenie unoszenia wynosi [125, 135]:

$$\vec{a}_u = \vec{a}_A + \frac{d\vec{\omega}}{d\tau} \times \vec{\rho}_M + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{\rho}_M) \quad (4.2)$$

gdzie:

\vec{a}_A – przyspieszenie, z jakim przemieszcza się początek układu $\xi - \eta$ względem biegunowego układu współrzędnych (w omawianym przypadku $\vec{a}_A = 0$),

$\vec{\omega}$ – prędkość kątowa układu unoszonego,

$\frac{d\vec{\omega}}{d\tau}$ – przyspieszenie kątowe prostokątnego układu współrzędnych.

Gdy rozpatrywany jest stan ustalony pracy ŁMR, to:

$$\frac{d\vec{\omega}}{d\tau} = 0 \quad (4.3)$$

W wyniku tego:

$$\frac{d\vec{\omega}}{d\tau} \times \vec{\rho}_M = 0 \quad (4.4)$$

Promień wodzący środka masy $\vec{\rho}_M$ określany jest w układzie $\xi - \eta$. Potrójny iloczyn wektorowy:

$$\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{\rho}_M) = \vec{a}_r \quad (4.5)$$

to przyspieszenie dośrodkowe, którego wartość może być obliczona ze wzoru [125, 135]:

$$a_r = -\frac{w_M^2}{\rho_M} = \frac{1}{\rho_M} \left(\frac{d\rho_M}{d\tau} \right)^2 \quad (4.6)$$

w którym w_M – prędkość liniowa punktu M podczas obrotu.

Przyspieszenie Coriolisa \vec{a}_C wynosi [125, 135]:

$$\vec{a}_C = 2\vec{\omega} \times \vec{w}_M = 2\vec{\omega} \times \frac{d\vec{\rho}_M}{d\tau} \quad (4.7)$$

Przyspieszenie względne \vec{a}_W jest przyspieszeniem punktu M w prostokątnym układzie $\xi - \eta$ [125, 135]:

$$\vec{a}_W = \frac{d^2 \vec{\rho}_M}{d\tau^2} \quad (4.8)$$

Ostatecznie więc wypadkowa siła masowa \vec{K} działająca na łopatkę jest sumą siły odśrodkowej \vec{P}_r , siły Coriolisa \vec{P}_C i względnej siły bezwładności łopatki \vec{P}_W .

$$\vec{K} = \underbrace{\vec{a}_r \cdot m}_{\vec{P}_r} + \underbrace{\vec{a}_C \cdot m}_{\vec{P}_C} + \underbrace{\vec{a}_W \cdot m}_{\vec{P}_W} \quad (4.9)$$

Aby wyznaczyć dokładnie wartości sił \vec{P}_r , \vec{P}_C i \vec{P}_W należy określić zależność $\rho_M = f(\tau)$, pamiętając przy tym, że:

$$\varphi = \omega \tau \quad (4.10)$$

Stosując dla trójkąta OSM (z rys. 4.1) twierdzenie cosinusów można napisać:

$$\rho_M = \sqrt{[\rho(\varphi_s)]^2 + (h_{src})^2 - h_{src}\rho(\varphi_s)\cos[\psi - (\varphi_s - \varphi)]} \quad (4.11)$$

gdzie:

h_{src} – odległość środka ciężkości łopatki od jej punktu styku z cylindrem. Wielkość ta jest dla danej łopatki stała,

φ_s – kąt, który wyznaczyć można z równania (3.2),

$\rho(\varphi_s)$ – promień wodzący punktu styku łopatki z cylindrem (p. 3.1).

Po uwzględnieniu (3.1), (3.2), (4.10), i (4.11) siły masowe oblicza się z przedstawionych niżej zależności.

I. Siła odśrodkowa

$$\vec{P}_r = m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{\rho}_M) = m\omega^2 \rho_M = R^3 \left(\frac{b}{R}\right) \left(\frac{L}{R}\right) \left(\frac{h_z}{R}\right) \rho_l \omega^2 \rho_M \quad (4.12)$$

gdzie:

m – masa łopatki,

ρ_l – gęstość materiału łopatki,

h_z – zastępcza wysokość łopatki.

Gdy łopatka nie jest prostopadłościenna, to:

$$h_z = \frac{V_{lrz}}{bL} \quad (4.13)$$

We wzorze powyższym V_{lrz} – rzeczywista objętość łopatki.

II. Siła Coriolisa

Zgodnie z (4.7) i (4.9) siła ta wynosi:

$$\vec{P}_C = m(2\vec{\omega} \times \dot{\vec{\rho}}_M) \quad (4.14)$$

gdzie:

$\dot{\vec{\rho}}_M = w_M$ – prędkość punktu materialnego M w ruchomym układzie współrzędnych.

Jest to także prędkość łopatki w rowku. Określenie pochodnej $d\rho_M/d\tau$ wymaga różniczkowania równania (4.11). Pochodną tą da się wyznaczyć nieco inaczej. Można bowiem napisać:

$$\vec{\rho}_M = \vec{\rho}(\varphi_s) - \vec{h}_{src} \quad (4.15)$$

Więc:

$$\frac{d\rho_M}{d\tau} = \frac{d\rho(\varphi_s)}{d\tau} - \frac{dh_{src}}{d\tau} = \frac{d\rho(\varphi_s)}{d\tau} \quad (4.16)$$

Z zależności tej wynika, że prędkość względną łopatki w rowku można określić różniczkując po czasie nie tylko promień wodzący środka masy, ale także promień wodzący dowolnego punktu leżącego na łopatce, gdyż odległości w sztywnej łopatce są stałe.

Pochodna promienia wodzącego punktu styczności łopatki z cylindrem po czasie wynosi:

$$\frac{d\rho(\varphi_s)}{d\tau} = \frac{d\rho(\varphi_s)}{d\varphi_s} \frac{d\varphi_s}{d\varphi} \frac{d\varphi}{d\tau} \quad (4.17)$$

Korzystając z równania (3.1) można napisać:

$$\frac{d\rho(\varphi_s)}{d\varphi_s} = R \left(\frac{1-y}{R} \right) \left(\frac{e}{R_1} \right) \times$$

$$\times \sin \varphi_s \left\{ \frac{\left(\frac{e}{R_1} \right) \cos \varphi_s}{\sqrt{1 - \left(\frac{e}{R_1} \right)^2 \sin^2 \varphi_s}} \left[\frac{\frac{y}{R}}{\left(\frac{1-y}{R} \right) \left(1 - \left(\frac{e}{R_1} \right)^2 \sin^2 \varphi_s \right)} - 1 \right] \pm 1 \right\} \quad (4.18)$$

We wzorze tym znak „+” odnosi się do maszyn ekspansyjnych a znak „-” – kompresyjnych.

Z równania (4.10) wynika, że:

$$\frac{d\varphi}{d\tau} = \omega \quad (4.19)$$

Ponieważ nie udało się wyznaczyć w postaci jawnej funkcji $\varphi_s = f(\varphi)$, więc pochodną $\frac{d\varphi_s}{d\varphi}$ można obliczyć z równania [131]:

$$\frac{d\varphi_s}{d\varphi} = \frac{1}{\frac{d\varphi}{d\varphi_s}} \quad (4.20)$$

w którym funkcja $\varphi = f(\varphi_s)$ dana jest równaniem (3.3).

Pochodna $\frac{d\varphi}{d\varphi_s}$ wynosi:

$$\frac{d\varphi}{d\varphi_s} = 1 - \frac{R \left(1 - \frac{e}{R} - \frac{y}{R} \right) \sin \psi \frac{d\rho(\varphi_s)}{d\varphi_s}}{\left[\rho(\varphi_s) \right]^2 \sqrt{1 - \left[\frac{R \left(1 - \frac{e}{R} - \frac{y}{R} \right) \sin \psi}{\rho(\varphi_s)} \right]^2}} \quad (4.21)$$

Po uwzględnieniu powyższych zależności, siłę Coriolisa można obliczyć ze wzoru:

$$P_C = 2m\omega \frac{d\rho(\varphi_s)}{d\tau} = 2R^3 \left(\frac{b}{R}\right) \left(\frac{L}{R}\right) \left(\frac{h_Z}{R}\right) \rho_l \omega^2 \frac{d\rho(\varphi_s)}{d\varphi_s} \frac{1}{\frac{d\varphi}{d\varphi_s}} \quad (4.22)$$

III. Względna siła bezwładności łopatki

Zgodnie z (4.9) siła ta wynosi:

$$\vec{P}_W = m\vec{a}_W \quad (4.23)$$

Przyspieszenie względne \vec{a}_W (po uwzględnieniu 4.8, 4.15 i 4.16) wyraża zależność:

$$\begin{aligned} a_W &= \frac{d^2 \rho_M}{d\tau^2} = \frac{d^2 \rho(\varphi_s)}{d\tau^2} = \frac{d}{d\tau} \left[\omega \frac{d\rho(\varphi_s)}{d\varphi_s} \frac{d\varphi_s}{d\varphi} \right] = \\ &= \omega \left\{ \frac{d}{d\tau} \left[\frac{d\rho(\varphi_s)}{d\varphi_s} \right] \frac{d\varphi_s}{d\varphi} + \frac{d\rho(\varphi_s)}{d\varphi_s} \omega \frac{d^2 \varphi_s}{d\varphi^2} \right\} \end{aligned} \quad (4.24)$$

Pochodne $\frac{d\varphi_s}{d\varphi}$ i $\frac{d\rho(\varphi_s)}{d\varphi_s}$ określono podczas wyznaczania siły Coriolisa.

Pochodna po czasie z pochodnej $\frac{d\rho(\varphi_s)}{d\varphi_s}$ wynosi:

$$\frac{d}{d\tau} \left[\frac{d\rho(\varphi_s)}{d\varphi_s} \right] = \omega \frac{d\varphi_s}{d\varphi} \frac{d^2 \rho(\varphi_s)}{d\varphi_s^2} \quad (4.25)$$

a uwzględniając (3.1) można otrzymać:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\tau} \left[\frac{d\rho(\varphi_s)}{d\varphi_s} \right] &= \omega \frac{d\varphi_s}{d\varphi} R \frac{e}{R_1} \left\{ \left(1 - \frac{y}{R}\right) \cos \varphi_s + \right. \\ &+ \frac{y}{R} \frac{e}{R_1} \sqrt{1 - \left(\frac{e}{R_1}\right)^2 \sin^2 \varphi_s} \frac{\cos 2\varphi_s \left[1 - \left(\frac{e}{R_1}\right)^2 \sin^2 \varphi_s \right] + \frac{3}{4} \left(\frac{e}{R_1}\right)^2 \sin^2 2\varphi_s}{\left[1 - \left(\frac{e}{R_1}\right)^2 \sin^2 \varphi_s \right]^3} + \end{aligned}$$

$$\left. -\left(1 - \frac{y}{R}\right) \frac{e}{R_1} \sqrt{1 - \left(\frac{e}{R_1}\right)^2 \sin^2 \varphi_s} \frac{\cos 2\varphi_s \left[1 - \left(\frac{e}{R_1}\right)^2 \sin^2 \varphi_s\right] + \frac{1}{4} \left(\frac{e}{R_1}\right)^2 \sin^2 2\varphi_s}{\left[1 - \left(\frac{e}{R_1}\right)^2 \sin^2 \varphi_s\right]^2} \right\} \quad (4.26)$$

Pochodną $\frac{d^2 \varphi_s}{d\varphi^2}$ wyznacza się z zależności:

$$\frac{d^2 \varphi_s}{d\varphi^2} = - \frac{\frac{d^2 \varphi}{d\varphi_s^2}}{\left(\frac{d\varphi}{d\varphi_s}\right)^3} \quad (4.27)$$

Pochodną $\frac{d\varphi}{d\varphi_s}$ obliczono wyżej (równanie 4.20), natomiast:

$$\frac{d^2 \varphi}{d\varphi_s^2} = \frac{k_b \frac{d^2 \rho(\varphi_s)}{d\varphi_s^2} \sqrt{[\rho(\varphi_s)]^2 - k_b^2} - k_b \left(\frac{d\rho(\varphi_s)}{d\varphi_s}\right)^2 \frac{\rho(\varphi_s)}{\sqrt{[\rho(\varphi_s)]^2 - k_b^2}}}{k_b^2 - [\rho(\varphi_s)]^2} \quad (4.28)$$

gdzie $k_b = R \left(1 - \frac{e}{R} - \frac{y}{R}\right) \sin \psi$.

Pochodna $\frac{d^2 \rho(\varphi_s)}{d\varphi_s^2}$ wynosi:

$$\frac{d^2 \rho(\varphi_s)}{d\varphi_s^2} = R \left(\frac{e}{R_1}\right) \left\{ \pm \left(1 - \frac{y}{R}\right) \cos \varphi_s + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{y}{R} \frac{e}{R_1} \sqrt{1 - \left(\frac{e}{R_1}\right)^2 \sin^2 \varphi_s} \frac{\cos 2\varphi_s \left[1 - \left(\frac{e}{R_1}\right)^2 \sin^2 \varphi_s \right] + \frac{3}{4} \left(\frac{e}{R_1}\right)^2 \sin^2 2\varphi_s}{\left[1 - \left(\frac{e}{R_1}\right)^2 \sin^2 \varphi_s \right]^3} + \\
& - \left(1 - \frac{y}{R} \right) \frac{e}{R_1} \sqrt{1 - \left(\frac{e}{R_1}\right)^2 \sin^2 \varphi_s} \frac{\cos 2\varphi_s \left[1 - \left(\frac{e}{R_1}\right)^2 \sin^2 \varphi_s \right] + \frac{1}{4} \left(\frac{e}{R_1}\right)^2 \sin^2 2\varphi_s}{\left[1 - \left(\frac{e}{R_1}\right)^2 \sin^2 \varphi_s \right]^2} \quad (4.29)
\end{aligned}$$

Po uwzględnieniu zależności (4.23–4.28) moduł względnej siły bezwładności łopatkę można obliczyć ze wzoru:

$$P_w = R^3 \left(\frac{b}{R}\right) \left(\frac{L}{R}\right) \left(\frac{h_z}{R}\right) \omega^2 \rho_t \left\{ \left(\frac{d\varphi_s}{d\varphi}\right)^2 \frac{d^2 \rho(\varphi_s)}{d\varphi_s^2} + \frac{d\rho(\varphi_s)}{d\varphi_s} \frac{d^2 \varphi_s}{d\varphi^2} \right\} \quad (4.30)$$

W równaniu (4.29) znak „+” odnosi się do maszyn ekspansyjnych, a znak „-” – kompresyjnych.

4.1.2. Wyznaczenie sił czynnych działających na łopatkę a pochodzących od różnicy ciśnień

Podczas obrotu wirnika ciśnienie w komorze roboczej zmienia się. Można przyjąć, że dla komory, której położenie wyznacza kąt φ parametr ten wynosi $p(\varphi)$. W ogólnym przypadku jest on różny od ciśnienia w komorach sąsiednich, które wynosi $p(\varphi - \lambda)$ i $p(\varphi + \lambda)$ ¹. Nierówność tych wielkości powoduje, że na łopatkę działają siły pochodzące od różnicy ciśnień. Są to:

$P_{\Delta pk}$ – siła działająca na wystającą część łopatkę i

$P_{\Delta pw}$ – siła działająca na czoło łopatkę.

Jest ona konsekwencją niesymetrycznego zużycia się czoła łopatkę poruszającego się po powierzchni cylindra [122, 161].

¹Zakłada się przy tym, że w każdej komorze ciśnienie zmienia się w czasie obrotu w myśl tej samej zależności $p(\varphi)$.

I. Siła działająca na wysuniętą część łopatki

Jak wynika z rysunku 4.1, siła $P_{\Delta pk}$ może być obliczona ze wzoru:

$$P_{\Delta pk} = (\pm 1) [p(\varphi - \lambda) - p(\varphi)] x L \quad (4.31)$$

gdzie x – długość wysuniętej z wirnika części łopatki; można ją określić przy pomocy (3.5) i (3.6). Występujący w powyższym równaniu znak „+” odnosi się do maszyn ekspansyjnych.

Wyznaczenie wartości ciśnienia gazu w komorze roboczej w funkcji jej położenia jest celem niniejszej analizy. Dlatego siłę $P_{\Delta pk}$ można określić metodą kolejnych przybliżeń, przyjmując jako pierwszy krok taką wartość $p(\varphi)$ jaką można ustalić dla doskonałych maszyn łopatkowych. W maszynach tych [53] przyjęto, że napełnianie i wytlaczanie czynnika jest izobaryczne a sprężanie i rozprężanie adiabatyczne lub politropowe. Na rys. 4.2 przedstawiono przykładową graficzną zależność $p(\varphi)$ zarówno dla doskonałych maszyn ekspansyjnych jak i kompresyjnych. Granice przedziałów zależne są od doboru parametrów konstrukcyjnych poszczególnych urządzeń. Analityczną postać funkcji $p(\varphi)$ dla wybranego zestawu parametrów opisujących maszynę ekspansyjną przedstawiają poniższe wzory. Tak więc:

a) gdy $0 \leq \varphi < \alpha'_2$ to:

$$p(\varphi) = p_w \quad (4.32)$$

b) gdy $\alpha'_2 \leq \varphi < \alpha'_3 - \lambda$, to:

$$p(\varphi) = p_w \left[\frac{Z(\alpha'_2)}{Z(\varphi)} \right]^k \quad (4.33)$$

c) gdy $\alpha_3 - \lambda \leq \varphi < \alpha'_4$, to:

$$p(\varphi) = \frac{P_w}{\left[\frac{Z(\alpha'_3 - \lambda)}{Z(\alpha'_2)} \right]^k} \quad (4.34)$$

d) gdy $\alpha'_4 \leq \varphi < 2\pi + \alpha'_1 - \lambda$, to:

$$p(\varphi) = p_w \left[\frac{Z(\alpha'_2)}{Z(\alpha'_3 - \lambda)} \right]^k \frac{Z(\alpha'_4)^k}{Z(\varphi)} \quad (4.35)$$

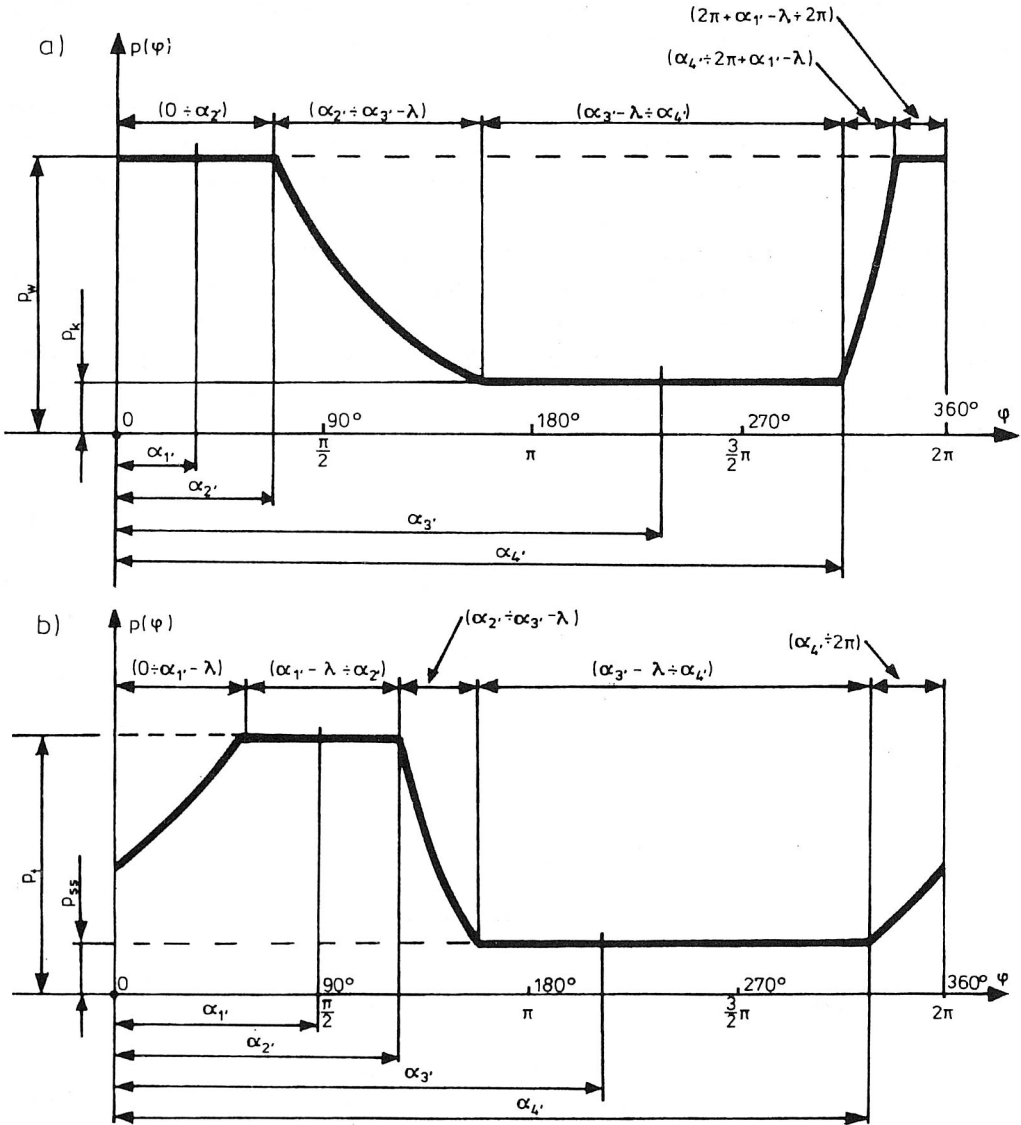
e) gdy $2\pi + \alpha'_1 - \lambda \leq \varphi \leq 2\pi$, to:

$$p(\varphi) = p_w \quad (4.36)$$

We wzorach tych

p_w – ciśnienie na wlocie do ŁMR typu ekspansyjnego,

α_1' – to taki kąt opisujący położenie łopatki, że obliczona dla niego wartość amplitudy $\varphi_s = \varphi_s(\alpha_1')$ równa jest wartości α_1' . Podobnie określane są α_2' , α_3' i α_4' .



Rys. 4.2. Zależność ciśnienia gazu w komorze wielołopatkowych maszyn rotacyjnych w funkcji jej położenia; a) dla maszyn ekspansyjnych; b) dla maszyn kompresyjnych

II. Siła działająca na czoło łopatki

Gdy łopatka nie jest prostopadłością, to w rowku wirnika, w którym się ona porusza (p. rys.4.3), w tzw. komorze podłopatkowej panuje ciśnienie p_{pk} . Przyjmuje ono najczęściej wartość $p(\varphi - \lambda)$, gdy łopatka wysuwa się z rowka, i $p(\varphi)$, gdy łopatka wykonuje ruch przeciwny. Jak pokazują badania zużycia łopatki [161], styk jej z cylindrem jest liniowy (w przekroju poprzecznym punkt) i zmienia on swe położenie na czole łopatki w zależności od kąta φ . Punkt ten dzieli powierzchnię czoła na dwie części, z których jedna jest poddana ciśnieniu $p(\varphi - \lambda)$, a druga ciśnieniu $p(\varphi)$. Sprawia to, że na czoło łopatki działa siła od różnicy ciśnień. Kierunek siły będzie równoległy do osi łopatki i oddalony od płaszczyzny przechodzącej przez punkt jej styku z cylindrem, o połowę grubości tej części łopatki, która znajduje się w komorze o niższym ciśnieniu. Siła $P_{\Delta p w}$ zwrócona jest w stronę cylindra. Ponieważ grubość łopatki jest nieduża, więc można przyjąć, że kierunek jej działania pokrywa się z osią przekroju poprzecznego. Wartość siły wynosi:

$$P_{\Delta p w} = L b_1 \left[p(\varphi - \lambda) - p(\varphi) \right] \quad (4.37)$$

gdzie:

b_1 – ta część grubości łopatki, na którą działa niższe ciśnienie.

Jak pokazują badania [122, 161], gdy łopatka wysuwa się z wirnika, to $b_1 \approx 0,8b$. Podczas ruchu łopatki w głąb rowka $b_1 \approx 0,2b$.

4.1.3. Wyznaczanie sił biernych działających na łopatkę

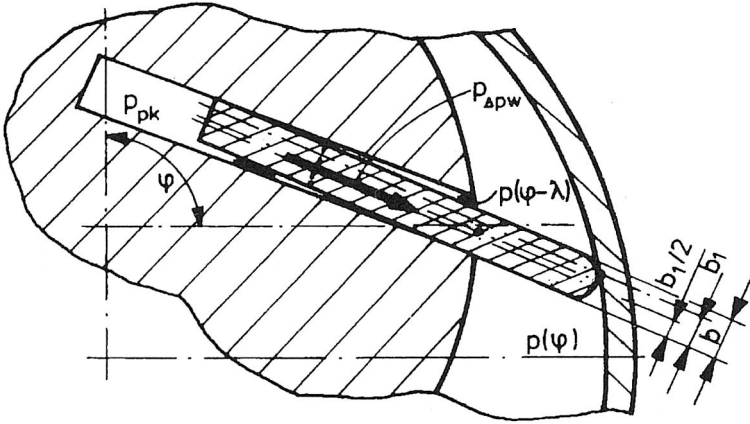
Wyznaczenie tych sił możliwe będzie po rozpatrzeniu warunku równowagi mechanizmu ŁMR. Zespół wirnik–łopatka–cylinder pozostaje w równowadze lub porusza się ruchem jednostajnym, gdy siły i momenty działające na niego równoważą się. W układzie współrzędnych $\xi - \eta$ warunkami równowagi są:

$$\left. \begin{array}{l} 1^\circ \sum P_{i\eta} = 0 \\ 2^\circ \sum P_{i\xi} = 0 \\ 3^\circ \sum M_{is} = 0 \end{array} \right\} \quad (4.38)$$

Biorąc pod uwagę to, że siły tarcia dynamicznego zwrócone są w kierunku przeciwnym do kierunku ruchu należy rozpatrzyć dla maszyn łopatkowych dwa przypadki:

- gdy łopatka wysuwa się z rowka
- gdy łopatka wsuwa się do rowka.

Dla przypadku gdy łopatka wysuwa się z rowka warunki równowagi przyjmą postać równań:



Rys. 4.3. Szkic do wyznaczenia siły działającej na czoło łopaty

$$\left. \begin{aligned}
 1) & P_{\Delta p w \eta} + R_{w 2 \eta} - T_{w \eta} \pm P_{c \eta} + P_{r \eta} - R_{w 1 \eta} - R_{c \eta} \mp P_{\Delta p k \eta} + P_{w \eta} = 0 \\
 2) & R_{w 2 \xi} - P_{\Delta p w \xi} + T_{w \xi} \pm P_{c \xi} + P_{r \xi} - R_{w 1 \xi} \mp P_{\Delta p k \xi} + R_{c \xi} - P_{w \xi} = 0 \\
 3) & R_{w 2} h + P_c h_{\dot{s} r c} + P_r \sin \zeta h_{\dot{s} r c} - R_{w 1} x \mp P_{\Delta p k} \frac{x}{2} = 0
 \end{aligned} \right\} (4.38a)$$

W przypadku przeciwnym będzie:

$$\left. \begin{aligned}
 1) & P_{\Delta p w \eta} + R_{w 2 \eta} + T_{w \eta} \pm P_{c \eta} + P_{r \eta} \mp R_{w 1 \eta} - R_{c \eta} \mp P_{\Delta p k \eta} + P_{w \eta} = 0 \\
 2) & R_{w 2 \xi} - P_{\Delta p w \xi} - T_{w \xi} \pm P_{c \xi} + P_{r \xi} - R_{w 1 \xi} \mp P_{\Delta p k \xi} + R_{c \xi} - P_{w \xi} = 0 \\
 3) & R_{w 2} h \pm P_c h_{\dot{s} r c} + P_r \sin \zeta h_{\dot{s} r c} - R_{w 1} x \mp P_{\Delta p k} \frac{x}{2} = 0
 \end{aligned} \right\} (4.38b)$$

Zawsze zaś spełniony będzie warunek, że:

$$T_w = |R_{w 1}| \mu_w + |R_{w 2}| \mu_w \quad (4.39)$$

Poszczególne składowe sił można wyliczyć z zależności:

$$\left. \begin{aligned}
 P_{\Delta p w \eta} &= P_{\Delta p w} \cos \psi & P_{r \xi} &= P_r \sin(\zeta - \psi) \\
 P_{\Delta p w \xi} &= P_{\Delta p w} \sin \psi & R_{w1 \eta} &= R_{w1} \sin \psi \\
 R_{w2 \eta} &= R_{w2} \sin \psi & R_{w1 \xi} &= R_{w1} \cos \psi \\
 R_{w2 \xi} &= R_{w2} \cos \psi & P_{\Delta p k \eta} &= P_{\Delta p k} \sin \psi \\
 T_{w \eta} &= T_w \cos \psi & P_{\Delta p k \xi} &= P_{\Delta p k} \cos \psi \\
 T_{w \xi} &= T_w \sin \psi & R_{c \eta} &= R_c \cos(\nu \mp \delta) \\
 P_{c \eta} &= P_c \sin \psi & R_{c \xi} &= R_c \sin(\nu \mp \delta) \\
 P_{c \xi} &= P_c \cos \psi & P_{w \eta} &= P_w \cos \psi \\
 P_{r \eta} &= P_r \cos(\zeta - \psi) & P_{w \xi} &= P_w \sin \psi
 \end{aligned} \right\} \quad (4.40)$$

Występujące w powyższych równaniach kąty ζ , ν i δ można wyznaczyć ze wzorów:

$$\zeta = \arcsin \left[\frac{R \left(1 - \frac{e}{R} - \frac{y}{R} \right) \sin \psi}{\rho_M} \right] \quad (4.41)$$

$$\delta = \left\{ \varphi - \arcsin \left[\frac{\rho(\varphi_s)}{R} \sin \varphi_s \right] \right\} (\pm 1) \quad (4.42)$$

$$\nu = \operatorname{arctg} \mu_c \quad (4.43)$$

We wzorach (4.38a), (4.38b), (4.40) i (4.42) podwójne znaki przed niektórymi wielkościami należy rozumieć tak, że górny znak odnosi się do maszyn ekspansyjnych, a dolny – kompresyjnych.

Zależności przedstawione wzorami (4.38a) i (4.38b) to układy trzech równań liniowych z trzema niewiadomymi, którymi są: R_{w1} , R_{w2} oraz R_c . Porządkując odpowiednio te układy można je w obydwu wypadkach doprowadzić do postaci:

$$\left. \begin{aligned} a_{11}R_{w1} + a_{12}R_{w2} + a_{13}R_c &= b_1 \\ a_{21}R_{w1} + a_{22}R_{w2} + a_{23}R_c &= b_2 \\ a_{31}R_{w1} + a_{32}R_{w2} + a_{33}R_c &= b_3 \end{aligned} \right\} \quad (4.38c)$$

w której a_{ij} i b_i to współczynniki przy odpowiednich niewiadomych i wyrazy wolne.

Jak wiadomo [131], rozwiązanie liniowego układu równań może być wyrażone wzorami:

$$R_{w1} = \frac{W_{R_{w1}}}{W} \quad (4.44)$$

$$R_{w2} = \frac{W_{R_{w2}}}{W} \quad (4.45)$$

$$R_c = \frac{W_{R_c}}{W} \quad (4.46)$$

gdzie W – wyznacznik główny układu, a $W_{R_{w1}}$, $W_{R_{w2}}$ i W_{R_c} to wyznaczniki powstałe przez zastąpienie odpowiednich kolumn, kolumną wyrazów wolnych.

Współczynniki z równania (4.38c) dla przypadku gdy łopatką wysuwa się z wirnika wynoszą:

$$\left. \begin{aligned} a_{11} &= -\sin \psi + q\mu_w \cos \psi \\ a_{21} &= -\cos \psi - q\mu_w \sin \psi \\ a_{31} &= -x \\ a_{12} &= \sin \psi - t\mu_w \sin \psi \\ a_{22} &= \cos \psi + t\mu_w \sin \psi \\ a_{32} &= h \\ a_{13} &= -\cos(\nu \mp \delta) \\ a_{23} &= \sin(\nu \mp \delta) \\ a_{33} &= 0 \\ b_1 &= -P_{\Delta p w \eta} \mp P_{c \eta} - P_{r \eta} \pm P_{\Delta p k \eta} - P_{w \eta} \\ b_2 &= P_{w \xi} + P_{\Delta p w \xi} \mp P_{c \xi} - P_{r \xi} \pm P_{\Delta p k \xi} \\ b_3 &= -P_c h_{\dot{s}r.c.} - P_r h_{\dot{s}r.c} \sin \zeta \pm P_{\Delta p k} \frac{x}{2} \end{aligned} \right\} \quad (4.47)$$

W przypadku, gdy łopatka wsuwa się do wirnika współczynniki te można obliczyć ze wzorów:

$$\left. \begin{aligned} a_{11} &= \mp \sin \psi + q \mu_w \cos \psi & a_{21} &= -\cos \psi - q \mu_w \sin \psi \\ a_{31} &= -x & a_{12} &= \sin \psi + t \mu_w \cos \psi \\ a_{22} &= \cos \psi - t \mu_w \sin \psi & a_{32} &= h \\ a_{13} &= -\cos(\nu \mp \delta) & a_{23} &= \sin(\nu \mp \delta) \\ a_{33} &= 0 & b_1 &= -P_{\Delta p w \eta} \mp P_{c \eta} - P_{r \eta} \pm P_{\Delta p k \eta} - P_{w \eta} \\ b_2 &= P_{\Delta p w \xi} \mp P_{c \xi} - P_{r \xi} \pm P_{\Delta p k \xi} + P_{w \xi} & b_3 &= \mp P_c h_{s.r.c} - P_r h_{s.r.c} \sin \zeta \pm P_{\Delta p k} \frac{x}{2} \end{aligned} \right\} (4.48)$$

Występujące w powyższych równaniach zmienne „ q ” i „ t ” przyjmują wartości ze zbiorów:

$$q \in \{1; -1\} \text{ i } t \in \{1; -1\}$$

Z otrzymanych w obydwu przypadkach czterech zestawów rozwiązań należy wybrać to, które spełnia układy (4.38a) lub (4.38b) oraz równanie (4.39).

Siły tarcia można policzyć z zależności:

- tarcie łopatki o wirnik (4.39):

$$T_w = |R_{w1}| \mu_w + |R_{w2}| \mu_w$$

- tarcie łopatki o cylinder:

$$T_c = R_c \mu_c \cos \nu = \frac{\mu_c}{\sqrt{1 + \mu_c}} R_c \quad (4.49)$$

Korzystając z wyprowadzonych wyżej zależności, autor używając mikrokomputera przeprowadził eksperyment teoretyczno-obliczeniowy badając zmianę wartości sił czynnych i biernych w zależności od położenia łopatki [40]. Jakościowy charakter tych zmian dla wybranego zestawu danych przedstawiono na rys. 4.4 i 4.5.

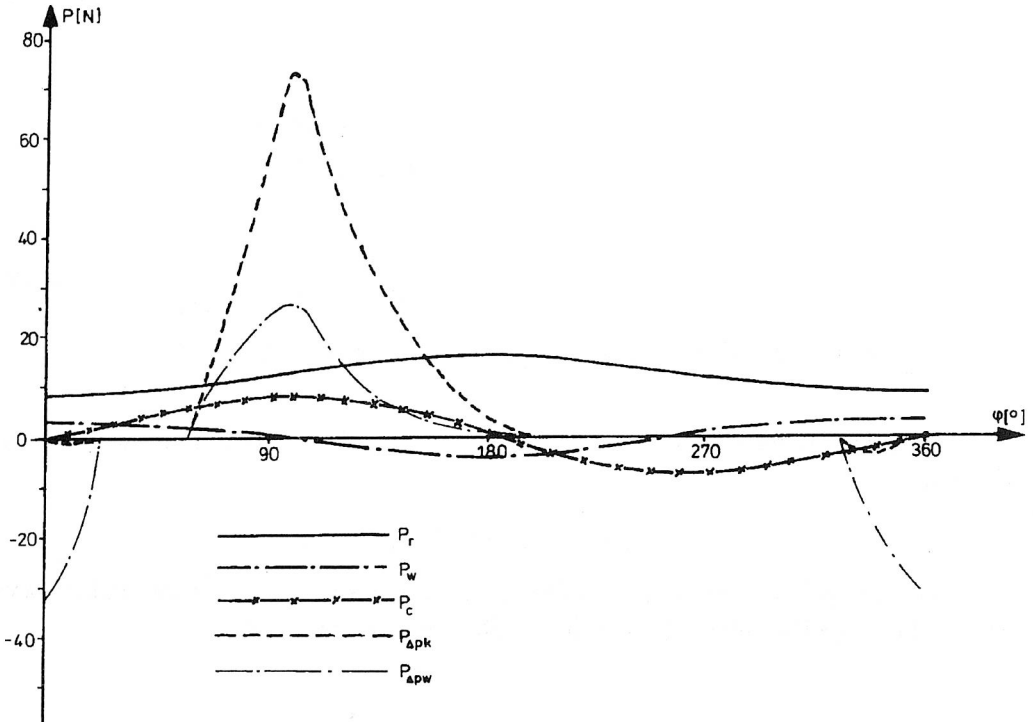
4.1.4. Praca na pokonanie sił tarcia łopatek o wirnik i cylinder

Elementarną pracę wykonaną przeciw siłom tarcia mechanicznego określa wzór:

$$dL_f = \vec{T}_f d\vec{s} \quad (4.50)$$

w którym:

\vec{T}_f – siła tarcia mechanicznego (4.39 i 4.49),



Rys. 4.4. Siły czynne działające w układzie wirnik-łopatka-cylinder w maszynie ekspansyjnej

$\bar{d}s$ – elementarne przesunięcie siły tarcia.

Elementarne przesunięcie siły tarcia łopatki o cylinder może być obliczone ze wzoru:

$$\bar{d}s_c = \bar{\rho}(\varphi_s) d\varphi \quad (4.51)$$

Natomiast elementarne przesunięcie siły tarcia mechanicznego łopatki o wirnik wynosi:

$$\bar{d}s_w = \bar{w}_w d\tau \quad (4.52)$$

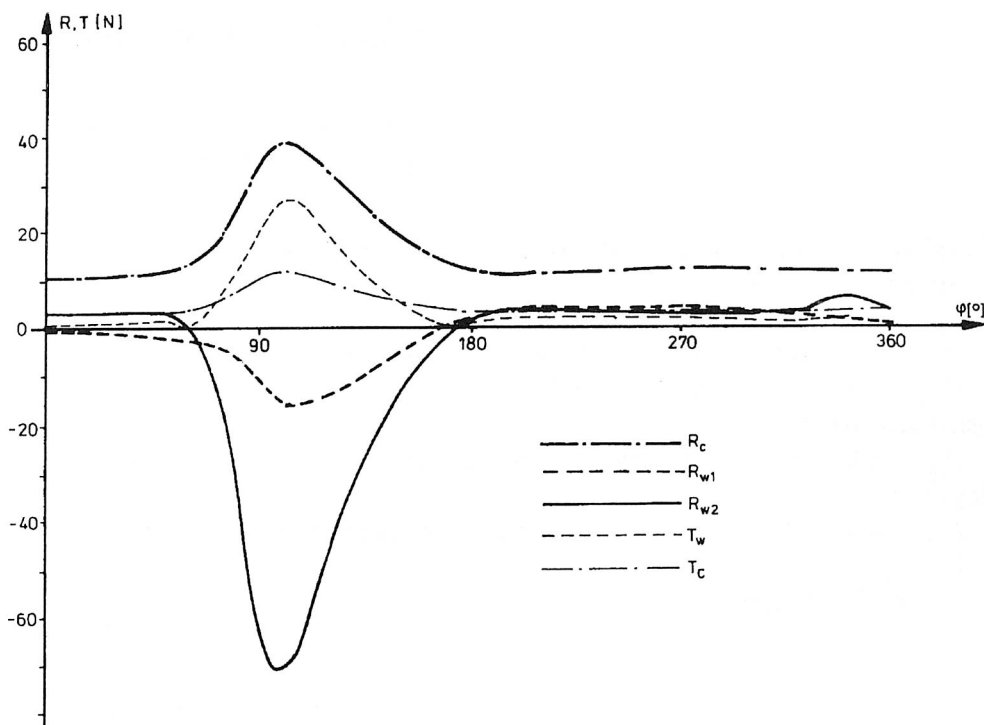
gdzie:

\bar{w}_w – prędkość względna łopatki w rowku,

$d\tau$ – czas elementarnego obrotu wirnika o $d\varphi$.

Po uwzględnieniu (4.16) i (4.19) powyższe równanie można napisać w postaci:

$$\bar{d}s = \frac{d\rho(\varphi_s)}{d\varphi_s} \frac{d\varphi_s}{d\varphi} d\varphi \quad (4.52a)$$



Rys. 4.5. Siły bierne działające na układ wirnik-łopatka-cylinder w maszynie ekspansyjnej

a po uwzględnieniu (4.39), (4.49), (4.50) i (4.52a) równanie (4.50) przyjmie postać:

$$dL_f = (|R_{w1}| \mu_w + |R_{w2}| \mu_w) \frac{d\rho(\varphi_s)}{d\varphi_s} \frac{d\varphi_s}{d\varphi} d\varphi + R_c \mu_c \cos \nu \rho(\varphi_s) d\varphi \quad (4.53)$$

Praca na pokonanie sił tarcia jednej łopatki podczas pełnego obrotu wirnika wynosi:

$$L_f = \int_0^{2\pi} \left[(|R_{w1}| \mu_w + |R_{w2}| \mu_w) \frac{d\rho(\varphi_s)}{d\varphi_s} \frac{d\varphi_s}{d\varphi} + R_c \mu_c \cos \nu \rho(\varphi_s) \right] d\varphi \quad (4.54)$$

zaś moc niezbędna na pokonanie tarcia opisana jest zależnością:

$$N_f = L_f z_l n_{ob} \quad (4.55)$$

4.2. Siły występujące w maszynach jednołopatkowych

4.2.1. Siły czynne działające na układ wirnik–łopatka–cylinder w maszynie z łopatką ślizgającą się po wirniku

Geometryczny opis tej maszyny przedstawiono w 3.2.3. Na rysunku 4.6 pokazano plan sił działających w układzie wirnik–łopatka–rowek cylindra.

Siłami czynnymi są:

P_s – siła pochodząca od nacisku sprężyny,

P_z – siła masowa związana ze zmiennym ruchem łopatki w rowku,

$P_{\Delta p_l}$ – siła normalna działająca na łopatkę, pochodząca od różnicy ciśnień w dwóch sąsiednich komorach,

$P_{\Delta p_w}$ – siła wzdłużna działająca na łopatkę, pochodząca od wyżej wymienionej różnicy ciśnień,

$P_{\Delta p_r}$ – siła działająca na wirnik, pochodząca od tej samej różnicy ciśnień,

R_{rA}, R_{rB} – reakcja rowka,

R_w – reakcja wirnika,

T_r – siła tarcia łopatki o rowek,

T_w – siła tarcia łopatki o wirnik.

Siła pochodząca od nacisku sprężyny P_s zależy od położenia łopatki, a konkretnie od ugięcia sprężyny. Można bowiem napisać [17]:

$$P_s = c_s f = c_s [f_0 + f_b(\varphi)] \quad (4.56)$$

gdzie:

c_s – stała sprężyny,

f – jej ugięcie całkowite,

f_0 – ugięcie wstępne,

$f_b(\varphi)$ – ugięcie bieżące.

Ugięcie bieżące może być obliczone ze wzoru:

$$f_b(\varphi) = 2e - x(\varphi) \quad (4.57)$$

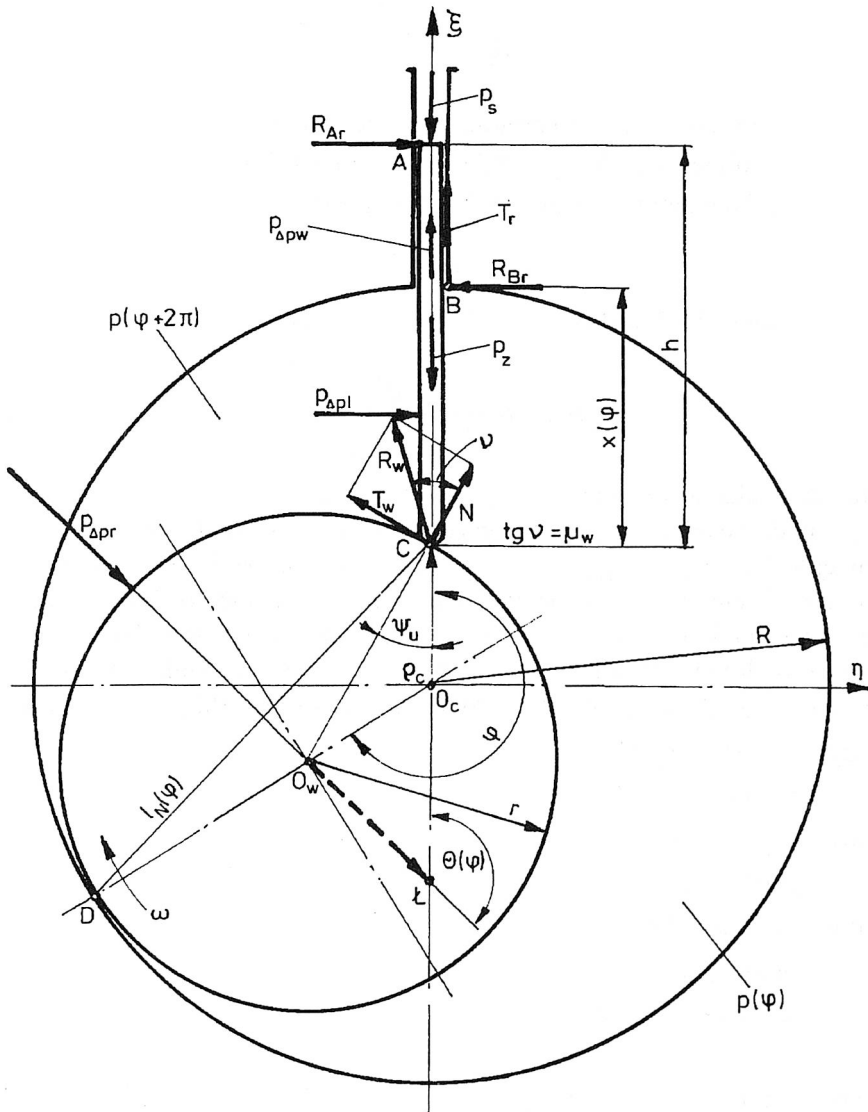
gdzie $x(\varphi)$ – długość wysuniętej z rowka łopatki.

Ostatecznie więc moduł siły wynosi:

$$P_s = c_s R \left[\frac{f_0}{R} + 2 \frac{e}{R} - \frac{x(\varphi)}{R} \right] \quad (4.56a)$$

a kierunek jej działania pokrywa się z osią łopatki.

Siłę masową P_z związaną ze zmiennym ruchem łopatki w rowku wirnika określa się z zależności:



Rys. 4.6. Plan sił działających na układ wirnik-łopatka-rowek w cylindrze

$$\vec{P}_z = m\vec{a}_z \quad (4.58)$$

Masę m łopatki oblicza się z równania:

$$m = bLhp_l \quad (4.59)$$

a przyspieszenie \vec{a}_z łopatki w ruchu posuwisto-zwrotnym można określić za pomocą wzoru (4.8):

$$\vec{a}_z = \frac{d^2 \vec{\rho}_M}{d\tau^2}$$

W powyższym wzorze $\vec{\rho}_M$ to promień wodzący środka masy łopatki. Przyspieszenie \vec{a}_z może być obliczone także przez dwukrotne różniczkowanie promienia wodzącego ρ_c punktu styku łopatki z wirnikiem, który wynosi:

$$\rho_c = R - x(\varphi) \quad (4.60)$$

Ostatecznie moduł siły P_z wyliczony może być z równania:

$$P_z = -bLh\rho_i\omega^2 \frac{d^2[x(\varphi)]}{d\varphi^2} \quad (4.58a)$$

Kierunek działania siły pokrywa się z osią łopatki.

Siły pochodzące od różnicy ciśnień gazu w obydwu komorach i przestrzeni sprężyny dociskowej to $P_{\Delta pl}$, $P_{\Delta pr}$ i $P_{\Delta pw}$. W czasie obrotu wirnika różnica ciśnień między przestrzeniami rozdzielanymi przez łopatkę i wirnik ulega zmianie. Można ją obliczyć, gdy wyznaczona zostanie funkcja $p = f(\varphi)$ dla czynnika zamkniętego w komorze roboczej (p. uwagi w podrozdziale 4.1.2). Przyjmując, że proces sprężania przebiega adiabaticznie, funkcję $p = f(\varphi)$ w pierwszym przybliżeniu można określić przedziałami (rys. 4.7).

1° Gdy $0 \leq \varphi \leq \alpha_1$, to

$$p(\varphi) = 0;$$

2° Gdy $\alpha_1 < \varphi \leq \alpha_3$, to

$$p(\varphi) = p_s;$$

3° Gdy $\alpha_3 < \varphi \leq 2\pi$, to

$$p(\varphi) = p_s;$$

4° Gdy $2\pi < \varphi \leq 2\pi + \alpha_2$, to

$$p(\varphi) = p_s;$$

5° Gdy $2\pi + \alpha_2 < \varphi \leq 2\pi + \varphi_\sigma$, to

$$p(\varphi) = p_s \left[\frac{V(2\pi + \alpha_2)}{V(\varphi)} \right]^k$$

6° Gdy $2\pi + \varphi_\sigma < \varphi \leq 2\pi + \alpha_3$, to

$$p(\varphi) = p_t = p_s \left[\frac{V(2\pi + \alpha_2)}{V(2\pi + \varphi_\sigma)} \right]^k$$

7° Gdy $2\pi + \alpha_3 < \varphi \leq 2\pi + \alpha_4$, to

$$p(\varphi) = p_s$$

8° Gdy $2\pi + \alpha_4 < \varphi \leq 4\pi$, to wartość $p(\varphi)$ może zmierzać do ∞ . Jest to jednak przypadek nierealny. Można przyjąć, że ciśnienie w komorze zmienia się liniowo z objętością od p_s do p_t . Wówczas:

$$p(\varphi) = p_s + (p_t - p_s) \left[1 - \frac{V(\varphi)}{V(2\pi + \alpha_4)} \right] \quad (1^\circ - 8^\circ - 4.61)$$

Różnica ciśnień określana między komorą, której położenie opisuje kąt φ i komorą o położeniu wyznaczonym przez kąt $2\pi + \varphi$ wynosi:

$$\Delta p(\varphi) = |p(\varphi + 2\pi) - p(\varphi)| \quad (4.62)$$

Natomiast siła $P_{\Delta p l}$ wyznaczana jest z formuły:

$$P_{\Delta p l} = x(\varphi) L |p(\varphi + 2\pi) - p(\varphi)| \quad (4.63)$$

Kierunek działania siły jest normalny do powierzchni łopatki i przechodzi przez środek wysuniętej jej części.

Siły wzdłużne wywołane różnicą ciśnień działających na czoła łopatki w obu komorach opisane są wzorami:

- komora prawa:

$$P_{\Delta p w 1} = b_1 L [p(\varphi) - p_o] \quad (4.64)$$

- komora lewa:

$$P_{\Delta p w 2} = (b - b_1) L [p(\varphi + 2\pi) - p_o] \quad (4.65)$$

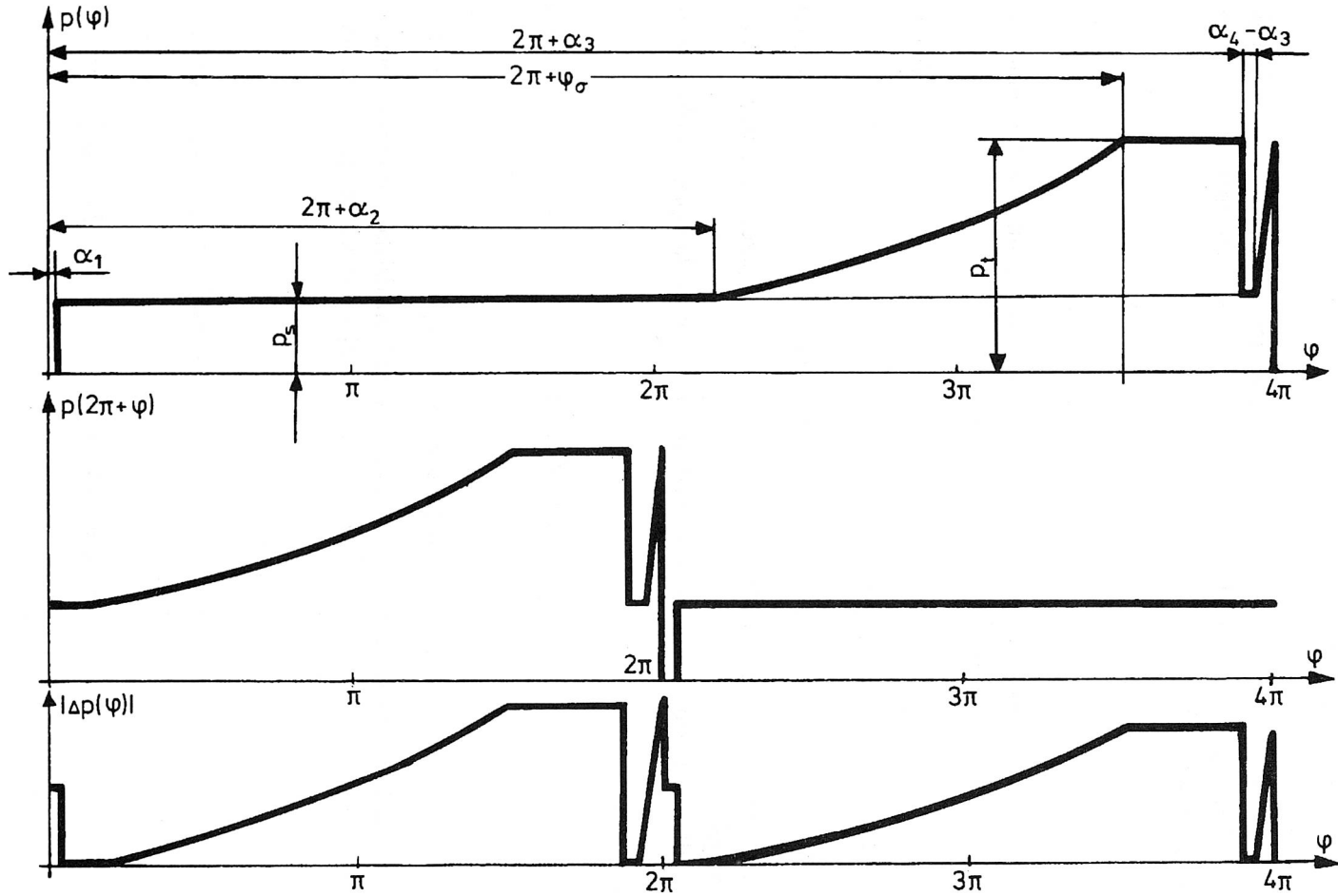
gdzie b_1 to ta część grubości łopatki z prawej strony, na którą działa od czoła ciśnienie p .

W oparciu o przeprowadzoną analizę danych z [122] autor proponuje, by b_1 obliczać przy pomocy przybliżonej zależności:

$$b_1 = b [0,5 + 0,3 \sin(\varphi + \pi)] \quad (4.66)$$

Kierunek działania sił $P_{\Delta p w 1}$ i $P_{\Delta p w 2}$ znajdują się blisko osi łopatki i można przyjąć, że ich wypadkowa działa wzdłuż tej osi.

$$P_{\Delta p w} = b L \left\{ [0,5 + 0,3 \sin(\varphi + \pi)] [p(\varphi) - p(\varphi + 2\pi)] + [p(\varphi + 2\pi) - p_o] \right\} \quad (4.67)$$



Rys. 4.7. Jakościowa zależność $p(\varphi)$, $p(\varphi + 2\pi)$ i $|\Delta p(\varphi)|$ dla maszyny jednołopatkowej

Siła czynna działająca na wirnik, a pochodząca od różnicy ciśnień jest wypadkową nacisku gazu na pobocznice walca wirnika. Podczas jego obrotu powierzchnie, na które działa ciśnienie $p(\varphi)$ i $p(2\pi + \varphi)$ zmieniają się. Wobec tego:

$$P_{\Delta pr} = l_N(\varphi)L|p(\varphi + 2\pi) - p(\varphi)| \quad (4.68)$$

gdzie $l_n(\varphi)$ – długość cięciwy okręgu między punktem styku łopatki z wirnikiem i wirnika z cylindrem (odc. \overline{CD} na rys. 4.6).

Długość cięciwy [115] wynosi:

- gdy $0 \leq \varphi < \pi$:

$$l_N(\varphi) = 2r \sin\left(\frac{1}{2} \angle CO_w D\right) = 2r \sin\left[\frac{\varphi + \psi_u(\varphi)}{2}\right] \quad (4.69)$$

- gdy $\pi \leq \varphi < 2\pi$:

$$l_N(\varphi) = 2r \sin\left[\frac{2\pi - \varphi \mp |\psi_u(\varphi)|}{2}\right] \quad (4.70)$$

Kierunek działania siły $P_{\Delta pr}$ pokrywa się z promieniem wirnika i jest nachylony do osi ξ pod kątem $\Theta_p(\varphi)$. Kąt ten obliczyć można ze wzoru:

$$\Theta_p(\varphi) = \frac{1}{2} [\varphi \mp |\psi_u(\varphi)|] \quad (4.71)$$

Znak „-” odnosi się do przedziału $0 < \varphi < \pi$, a „+” dla $\pi < \varphi < 2\pi$.

4.2.2. Wyznaczenie sił biernych i pracy na pokonanie tarcia

Układ wirnik–łopatka–cylinder pozostaje w równowadze, gdy:

$$\left. \begin{aligned} \sum_i P_{i\xi} &= 0 \\ \sum_i P_{i\eta} &= 0 \\ \sum_i M_{ic} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.72)$$

Układ współrzędnych $\xi - \eta$ to prawoskrętny układ prostokątny o początku w środku cylindra i osi ξ pokrywającej się z osią łopatki. Punkt C to punkt styku łopatki z wirnikiem.

Dla przypadku, gdy położenie komory roboczej wynosi $0 \leq \varphi \leq \pi$ łopatka wysuwa się z rowka i wówczas układ powyższych równań przyjmie postać:

$$\left. \begin{aligned} R_w \cos(\nu + \psi) + |R_{Ar}| \mu_r + |R_{Br}| \mu_r - P_s - P_z + P_{\Delta pw} + P_{\Delta pr} \cos \Theta_p &= 0 \\ -R_w \sin(\nu + \psi) - R_{Br} + P_{\Delta pl} + R_{Ar} + P_{\Delta pr} \sin \Theta_p &= 0 \\ \frac{1}{2} P_{\Delta pl} x(\varphi) - R_{Br} x(\varphi) + R_{Ar} h - \frac{1}{2} P_{\Delta pr} l_N &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.73)$$

Gdy położenie komory opisuje kąt $\pi < \varphi \leq 2\pi$ to:

$$\left. \begin{aligned} R_w \cos(\nu - \psi) - |R_{Ar}| \mu_r - |R_{Br}| \mu_r - P_s - P_z + P_{\Delta pw} - P_{\Delta pr} \sin\left(\Theta_p - \frac{\pi}{2}\right) &= 0 \\ -R_w \sin(\nu - \psi) - R_{Br} + P_{\Delta pl} + R_{Ar} + P_{\Delta pr} \cos\left(\Theta_p - \frac{\pi}{2}\right) &= 0 \\ \frac{1}{2} P_{\Delta pl} x(\varphi) - R_{Br} x(\varphi) + R_{Ar} h - \frac{1}{2} P_{\Delta pr} l_N &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.74)$$

Rozwiązując powyższy układ równań (podobnie jak w 4.1.3) ze względu na R_{Ar} , R_{Br} , R_w można wyznaczyć siłę tarcia łopatki w rowku i o wirnik.

$$T_r = |R_{Ar}| \mu_r + |R_{Br}| \mu_r \quad (4.75)$$

$$T_w = R_w \mu_w \cos \nu = R_w \frac{\mu_w}{\sqrt{\mu_w + 1}} \quad (4.76)$$

gdzie μ_r – współczynnik tarcia łopatki o rowek.

Na rysunku 4.8 przedstawiono przykład zmian sił czynnych i biernych dla jednołatkowej maszyny kompresyjnej i dla przyjętego zbioru parametrów konstrukcyjnych.

Znajomość sił tarcia pozwala wyznaczyć pracę na jego pokonanie. Praca tarcia w rowku w czasie pełnego obrotu wynosi:

$$L_{fr} = \int_0^{2\pi} dL_{fr} = \int_0^{2\pi} T_r(\varphi) ds = \int_0^{2\pi} T_r(\varphi) \frac{dx(\varphi)}{d\varphi} d\varphi \quad (4.77)$$

Natomiast praca tarcia łopatki o wirnik obliczona może być ze wzoru:

$$L_{fw} = \int_0^{2\pi} T_w(\varphi) ds \quad (4.78)$$

w którym ds – elementarne przesunięcie siły tarcia na powierzchni wirnika.

Wyznaczenie tej wielkości wymaga analizy zachowania się punktu styku łopatki z wirnikiem podczas jego obrotu o kąt $d\varphi$.

Gdy położenie komory określa kąt φ , to łopatka styka się z wirnikiem w punkcie C (rys. 4.9). Po obrocie komory o elementarny kąt $d\varphi$ punkt styku łopatki z wirnikiem przesunie się do D . W tym czasie poprzedni punkt styku znajdzie się w położeniu C' . Obrót komory o $d\varphi$ spowodował więc obrót punktu C o elementarny kąt $d\Theta$. Wobec tego przesunięcie o ds wynosi:

$$ds = rd\Theta = r(\kappa_2 - \kappa_1) \quad (4.79)$$

gdzie:

$$\kappa_1 = \pi - [\varphi + \psi_j(\varphi)] \quad (4.80)$$

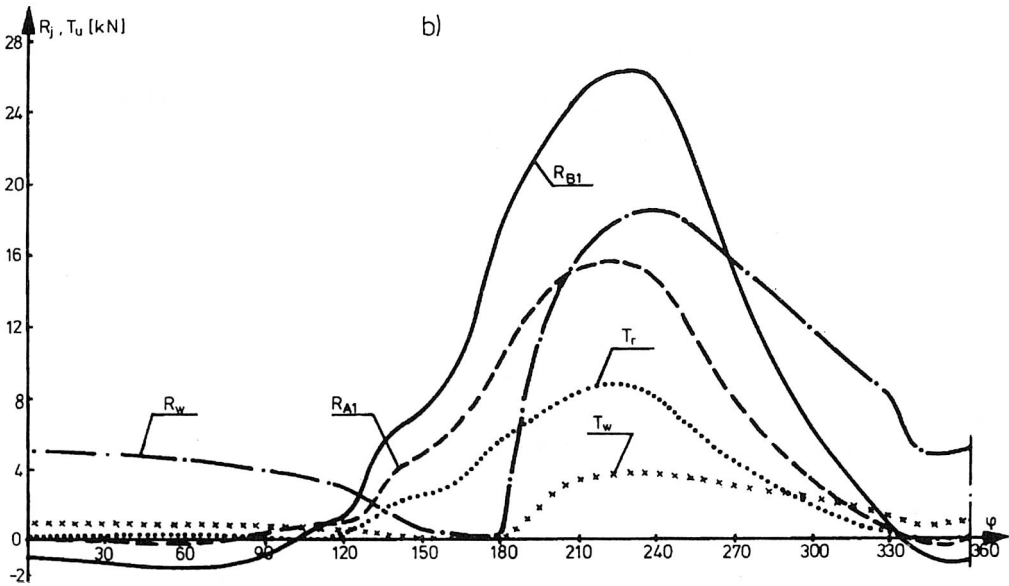
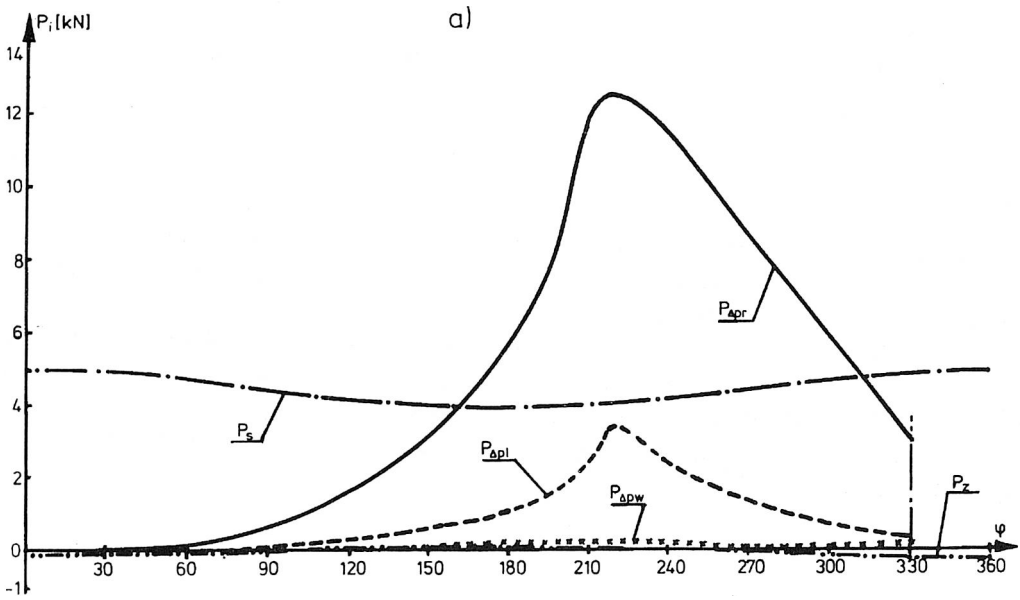
$$\kappa_2 = \pi - [(\varphi + d\varphi) + \psi_j(\varphi + d\varphi)] \quad (4.81)$$

We wzorach tych $\psi_j(\varphi)$ to kąt między osią łopatki a promieniem wirnika. Po podstawieniu (4.80) i (4.81) do (4.79) oraz przekształceniu otrzymano:

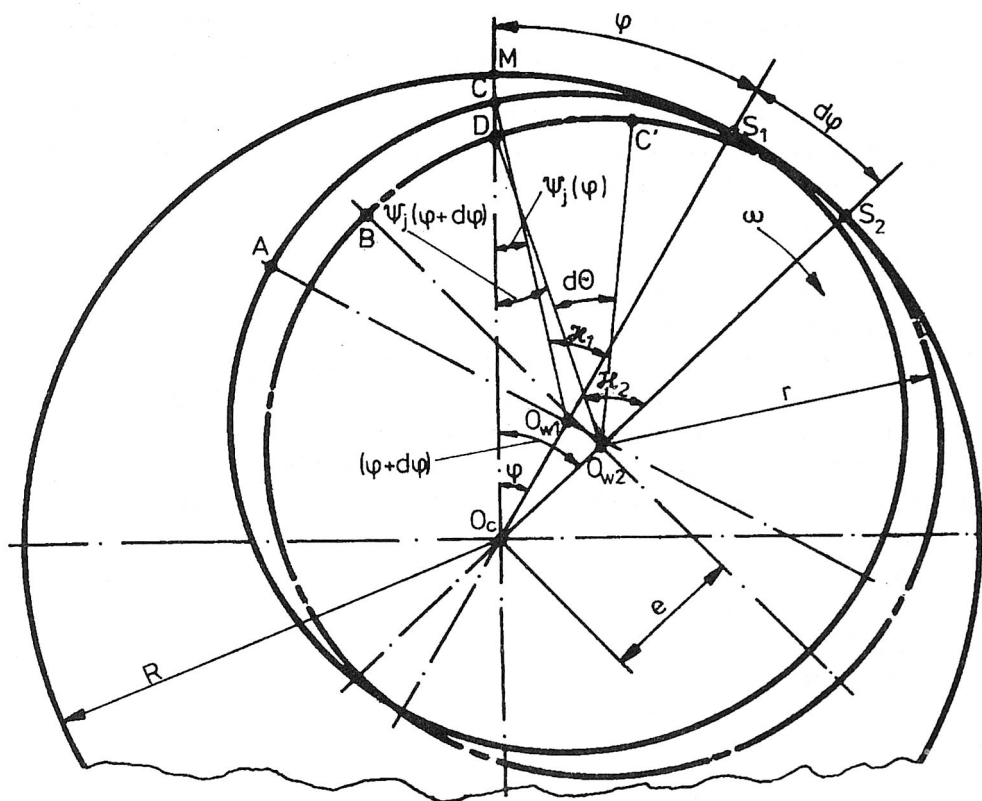
$$ds = r \left[1 - \frac{\frac{e}{r} \cos \varphi}{\sqrt{1 - \left(\frac{e}{r}\right)^2 \sin^2 \varphi}} \right] d\varphi \quad (4.79a)$$

Praca na pokonanie tarcia łopatki o wirnik wynosi:

$$L_{fw} = \int_0^{2\pi} T_w(\varphi) r \left[1 - \frac{\frac{e}{r} \cos \varphi}{\sqrt{1 - \left(\frac{e}{r}\right)^2 \sin^2 \varphi}} \right] d\varphi \quad (4.78a)$$



Rys. 4.8. Siły działające w jednołatkowej maszynie kompresyjnej; a) siły czynne; b) siły bierne



Rys. 4.9. Schemat do wyznaczania elementarnego przesunięcia

Łącznie podczas jednego obrotu na pokonanie tarcia w jednołopatkowej maszynie rotacyjnej z łopatką ślizgającą się po wirniku niezbędna jest praca wynosząca:

$$L_f = \int_0^{2\pi} \left[T_r(\varphi) \frac{dx(\varphi)}{d\varphi} + T_w(\varphi) r \left[1 - \frac{\frac{e}{r} \cos \varphi}{\sqrt{1 - \left(\frac{e}{r}\right)^2 \sin^2 \varphi}} \right] \right] d\varphi \quad (4.82)$$

4.2.3. Siły czynne działające na układ wirnik-łopatka-suwak-kadłub w maszynie z krążącym wirnikiem i sztywno osadzoną na tulei łopatką

Na rysunku 4.10 przedstawiono schemat takiej maszyny. W większości, symbole określające poszczególne parametry konstrukcyjne są takie same jak dla maszyny z łopatką ślizgającą się po wirniku. Dodatkowo:

- r – to promień tulei,
- r_w – promień wirnika napędowego,
- r_s – promień walcowego suwaka,
- l_k – odległość środka wirnika od środka suwaka.

Należy uwzględnić też fakt, że $\psi_u(\varphi) = 0$ dla wszystkich φ .

W powyższej maszynie tarcie ma miejsce w suwaku oraz w wirniku. Siły tarcia są wynikiem działania na układ sił czynnych, do których zalicza się:

- siły wywołane różnicą ciśnień gazu w dwóch komorach roboczych,
- siły masowe działające na łopatkę i tuleję rozdzielającą, a związane z ich ruchem obiegowym.

Na rysunku 4.11 przedstawiono plan sił działających w jednołopatkowej maszynie rotacyjnej ze sztywną łopatką.

Siłę pochodzącą od różnicy ciśnień można podzielić na dwie składowe:

- $P_{\Delta p_l}$ – siłę działającą na płaską łopatkę,
- $P_{\Delta p_r}$ – siłę nacisku gazu na tuleję.

Wartość siły $P_{\Delta p_l}$ wynosi:

$$P_{\Delta p_l} = Lx(\varphi) |p(\varphi + 2\pi) - p(\varphi)| \quad (4.83)$$

Funkcję określającą ciśnienie w poszczególnych komorach przedstawia zbiór równań (4.61), a długość wysuniętej z suwaka łopatki – $x(\varphi)$ oblicza się z pomocą równania (3.1) dla umownych parametrów konstrukcyjnych: $R_u = l_k$; $y_u = l_k - R$; $\varphi_u = \pi - (\mu + \varphi)$. Wynosi ona:

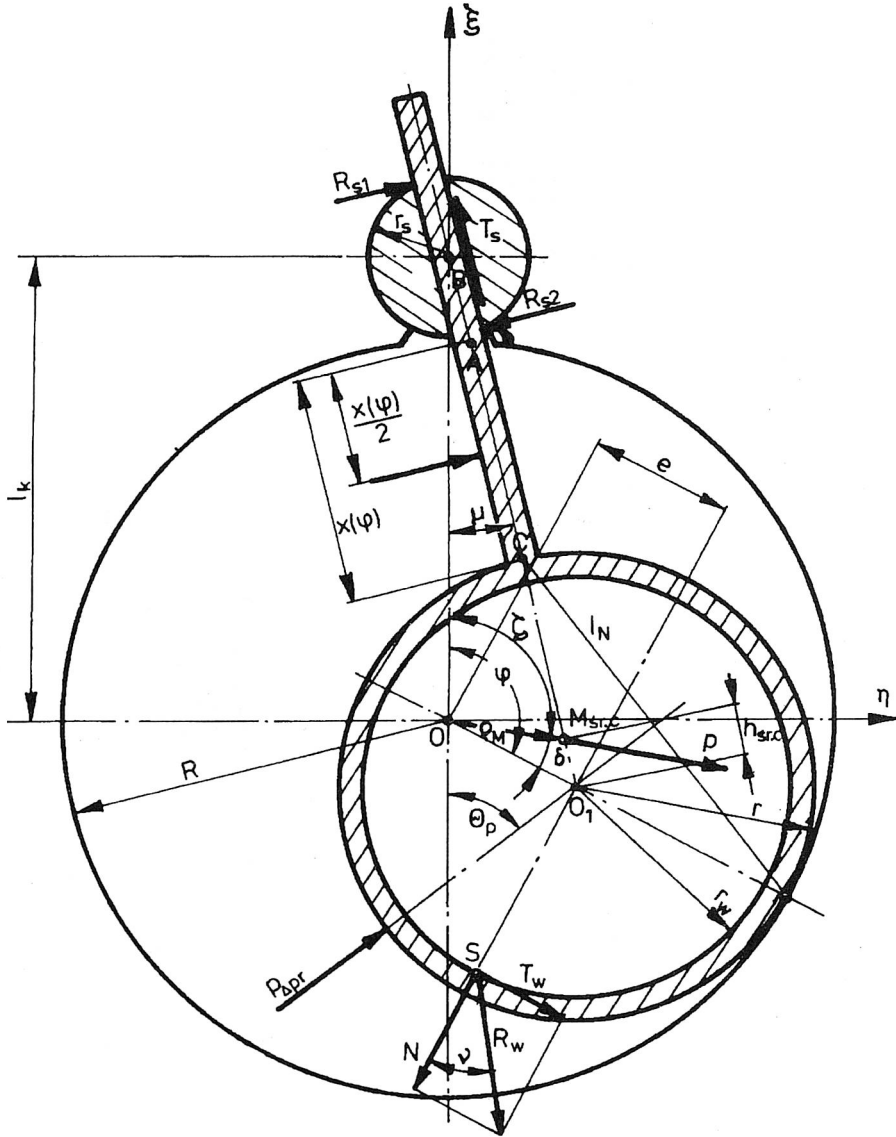
$$x(\varphi) = \rho(\varphi_u, R_u, y_u, e) - \rho(\varphi_u, R, y = 0, e) \quad (4.84)$$

Kierunek tej siły jest prostopadły do powierzchni łopatki i przechodzi przez jej środek.

Moduł siły $P_{\Delta p_r}$ można obliczyć ze wzoru:

$$P_{\Delta p_r} = Ll_N |p(\varphi + 2\pi) - p(\varphi)| \quad (4.85)$$

w którym l_N – długość cięciwy okręgu o promieniu r między punktami C i D . Obliczyć ją można ze wzoru [115]:



Rys. 4.11. Plan sił działających na układ wirnik-łopatka-kadłub w maszynie rotacyjnej jednołopatkowej

Kierunek siły $P_{\Delta pr}$ pokrywa się z promieniem wirnika i jest prostopadły do l_N oraz nachylony do osi ξ pod kątem θ_p , który wynosi:

$$\theta_p = \frac{1}{2} [\varphi - \mu(\varphi)] \quad (4.88)$$

Tuleja rozdzielająca wraz z łopatką stanowi jedną całość. Siły masowe działające na ten układ podczas jego obrotu można określić zastępując ruch łopatki i tulei ruchem punktu materialnego o łącznej masie równej sumie ich mas i umieszczonym w środku ciężkości tej bryły. Położenie środka ciężkości (rys. 4.12) znajdującego się na osi symetrii można wyznaczyć ze wzoru [105, 115, 135]:

$$h_{sc} = \frac{m_l \left(\frac{h}{2} + r \right)}{m_w + m_l} = \frac{bh \left(\frac{h}{2} + r \right)}{\left[\pi(r^2 - r_w^2) + bh \right]} \quad (4.89)$$

gdzie:

m_l – masa łopatki,

m_w – masa tulei.

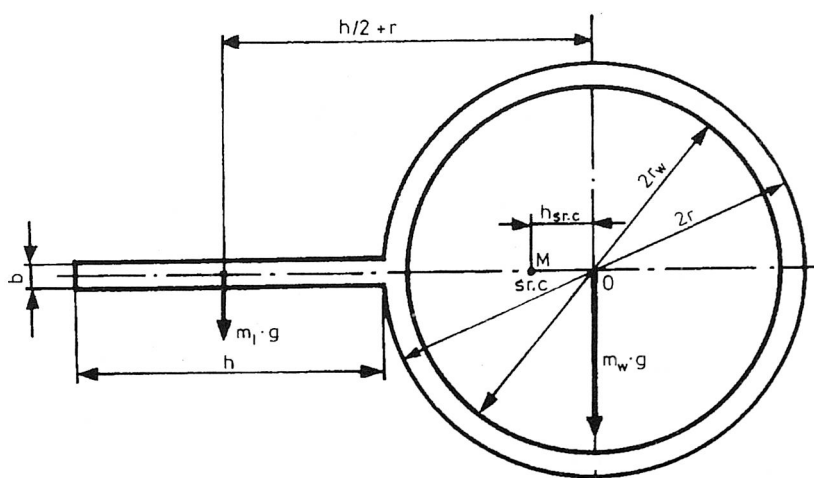
Końcowa postać równania (4.89) zakłada, że łopatką i tuleją wykonane są z tego samego materiału.

Uwzględniając powyższe uwagi siłę odśrodkową działającą na rozważany układ można wyliczyć z równania:

$$P_r = m \omega^2 \rho_M = \omega^2 L \rho_l \left[bh + \pi(r^2 - r_w^2) \right] \sqrt{e^2 + h_{sr.c}^2 + 2eh_{sr.c} \cos(\varphi + \mu)} \quad (4.90)$$

gdzie ρ_M – promień wodzący środka ciężkości, określany ze wzoru:

$$\rho_M = \sqrt{e^2 + h_{sr.c}^2 + 2eh_{sr.c} \cos(\varphi + \mu)} \quad (4.91)$$



Rys. 4.12. Schemat do wyznaczenia środka ciężkości tulei rozdzielającej z łopatką

Kierunek działania siły P_r określa kąt ζ (rys. 4.11), którego wartość wynosi:

$$\zeta = \varphi - \arcsin \left[\frac{h_{s,r,c}}{\rho_M} \sin(\varphi + \mu) \right] \quad (4.92)$$

4.2.4. Siły bierne działające w maszynie z krążącym wirnikiem i sztywno osadzoną na tulei łopatką

Do sił tych zalicza się siły tarcia i siły reakcji. Siły tarcia to: T_s – siła tarcia łopatki w prowadnicy (suwaku); T_w – siła tarcia wirnika o tuleję.

Warunkiem równowagi układu sił działających w jednołopatkowej maszynie rotacyjnej (p. rys. 4.11) jest, by:

$$\left. \begin{aligned} \sum_i P_{\eta i} &= 0 \\ \sum_i P_{\xi i} &= 0 \\ \sum_i M_{oi} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.93)$$

Gdy położenie wirnika określa kąt φ z przedziału $0 \leq \varphi < \pi$, to powyższy układ przyjmie postać:

$$\left. \begin{aligned} R_{s1\eta} - R_{s2\eta} + P_{\Delta pl\eta} - T_{s\eta} + P_{r\eta} + R_{w\eta} + P_{\Delta pr\eta} &= 0 \\ R_{s1\xi} - R_{s2\xi} + P_{\Delta pl\xi} + T_{s\xi} + P_{r\xi} + P_{\Delta pr\xi} - R_{w\xi} &= 0 \\ R_{s1} \left[(l_k \cos \mu) + r_s \right] - R_{s2} \left[(l_k \cos \mu) - r_s \right] - T_s l_k \sin \mu + \\ + P_{\Delta pl} \left[l_k \cos \mu + r_s + \frac{1}{2} x(\varphi) - \sqrt{l_k^2 + e^2 - 2l_k e \cos \varphi} \right] \\ - P_{\Delta pr} e \sin(\varphi - \Theta_p) - R_w \left[(r_w - e \operatorname{ctg} \nu) \sin \nu \right] &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.94)$$

Natomiast, gdy $\pi \leq \varphi < 2\pi$ to będzie:

$$\left. \begin{aligned}
 R_{s1\eta} - R_{s2\eta} + P_{\Delta pl\eta} + T_{s\eta} - P_{r\eta} - R_{w\eta} + P_{\Delta pr\eta} &= 0 \\
 R_{s1\xi} - R_{s2\xi} + P_{\Delta pl\xi} - T_{s\xi} + P_{r\xi} + P_{\Delta pr\xi} + R_{w\xi} &= 0 \\
 R_{s1} \left[(l_k \cos \mu) + r_s \right] - R_{s2} \left[(l_k \cos \mu) - r_s \right] + T_s l_k \sin \mu + \\
 + P_{\Delta pl} \left[l_k \cos \mu + r_s + \frac{1}{2} x(\varphi) - \sqrt{l_k^2 + e^2 - 2l_k e \cos \varphi} \right] \\
 - P_{\Delta pr} e \sin(\varphi - \Theta_p) - R_w \left[(r_w + e \operatorname{ctg} \nu) \sin \nu \right] &= 0
 \end{aligned} \right\} \quad (4.95)$$

Jednocześnie:

$$T_s = \mu_s |R_{s1}| + \mu_s |R_{s2}|, \quad (4.96)$$

gdzie μ_s – współczynnik tarcia łopatki o suwak. Składowe poszczególnych sił wynoszą:

$$\left. \begin{aligned}
 R_{s1\eta} &= R_{s1} \cos \mu & R_{s1\xi} &= R_{s1} \sin \mu \\
 R_{s2\eta} &= R_{s2} \cos \mu & R_{s2\xi} &= R_{s2} \sin \mu \\
 T_{s\eta} &= T_s \sin \mu & T_{s\xi} &= T_s \cos \mu \\
 P_{\Delta pl\eta} &= P_{\Delta pl} \cos \mu & P_{\Delta pl\xi} &= P_{\Delta pl} \sin \mu \\
 P_{r\eta} &= P_r \sin \zeta & P_{r\xi} &= P_r \cos \zeta \\
 P_{\Delta pr\eta} &= P_{\Delta pr} \sin \Theta_p & P_{\Delta pr\xi} &= P_{\Delta pr} \cos \Theta_p \\
 R_{w\eta} &= R_w \sin \left(\varphi + \frac{\pi}{2} - \nu \right) & R_{w\xi} &= R_w \cos \left(\varphi + \frac{\pi}{2} - \nu \right)
 \end{aligned} \right\} \quad (4.97)$$

Zależności (4.94) i (4.95) po uwzględnieniu (4.96) to układy trzech równań liniowych o trzech niewiadomych R_{s1} , R_{s2} oraz R_w , które można rozwiązać podobnie jak układy (4.38).

Po wyznaczeniu sił reakcji, siły tarcia można obliczyć z (4.96) lub ze wzoru:

$$T_w = R_w \cos \nu \mu_w = \frac{\mu_w}{\sqrt{1 + \mu_w^2}} R_w \quad (4.98)$$

Elementarna praca na pokonanie tarcia łopatki o suwak wynosi:

$$dL_{fs} = T_s(\varphi) ds \quad (4.99)$$

gdzie ds – elementarne przesunięcie łopatki w rowku przy obrocie wirnika o $d\varphi$. Wynosi ono:

$$ds = v_l d\tau = \frac{d(\overline{BO_1})}{d\varphi} \frac{d\varphi}{d\tau} d\tau = \frac{l_k e \sin \varphi}{\sqrt{l_k^2 + e^2 - 2l_k e \cos \varphi}} d\varphi \quad (4.100)$$

Podczas pełnego obrotu wirnika praca na pokonanie tarcia łopatki w suwaku wynosi:

$$L_{fs} = \int_0^{2\pi} T_s(\varphi) \frac{l_k e \sin \varphi}{\sqrt{l_k^2 + e^2 - 2l_k e \cos \varphi}} d\varphi \quad (4.101)$$

Elementarna praca na pokonanie tarcia wirnika o tuleję wynosi:

$$dL_{fw} = T_w ds \quad (4.102)$$

gdzie ds – elementarne przesunięcie punktu styku wirnika z tuleją.

Aby wyznaczyć zależność ds od położenia wirnika należy rozpatrzeć trzy jego kolejne położenia (p. rys. 4.13). W położeniu dla którego $\varphi = 0$ punkt styku wirnika z tuleją to punkt S_{w0} . Na powierzchni tulei odpowiada mu punkt T_o . Gdy wirnik obróci się o kąt φ , to otrzyma się nowy punkt styku wirnika z tuleją – S_{w1} . Poprzedni punkt styku będzie na powierzchni tulei znajdował się w T_1 . Oznacza to, że przy obrocie wirnika o kąt φ przesunął się on względem tulei o długość łuku $T_1 S_{w1}$, co odpowiada obrotowi wirnika wokół jego geometrycznej osi o kąt β . Gdy wirnik z położenia opisanego kątem φ obróci się o $d\varphi$, tj. do wartości $\varphi + d\varphi$, to styk łopatki z wirnikiem zachodzi w punkcie S_{w2} , a początkowy punkt styku znajduje się w T_2 . Elementarne przesunięcie wirnika względem tulei, gdy ten obróci się o kąt $d\varphi$, będzie wynosić:

$$ds = T_2 S_{w2} - T_1 S_{w1} = r_w d\beta = -r_w \left[1 + \frac{d\mu(\varphi)}{d\varphi} \right] d\varphi \quad (4.103)$$

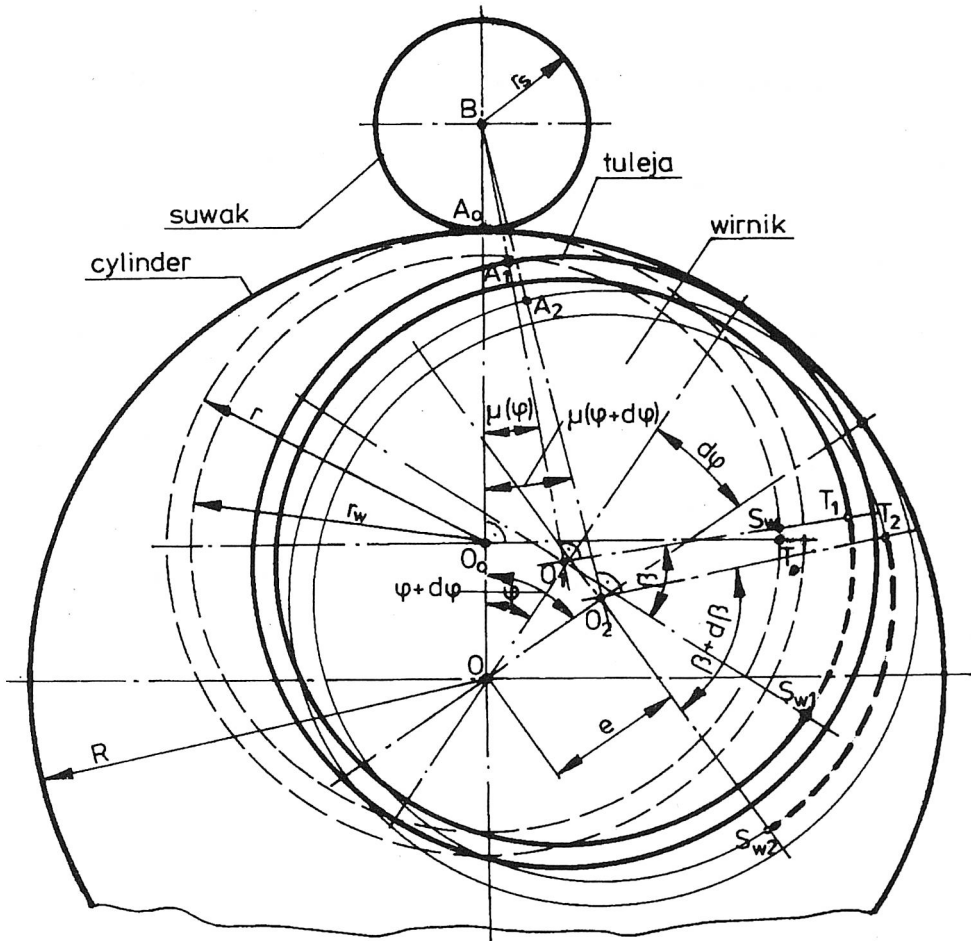
Zależność $\beta = f(\varphi)$ wyznaczyć można analizując trójkąt OBO_1 [55].

Po uwzględnieniu (4.103) równanie (4.102) po całkowaniu przyjmie postać:

$$L_{fw} = - \int_0^{2\pi} T_w(\varphi) r_w \left[1 + \frac{d\mu(\varphi)}{d\varphi} \right] d\varphi \quad (4.104)$$

Praca na pokonanie tarcia mechanicznego na zewnętrznej powierzchni walcowej suwaka w czasie jednego pełnego obrotu wirnika może być obliczona ze wzoru:

$$L_{fsz} \cong 4\mu_{\max} r_s (\bar{R}_{s1} + \bar{R}_{s2}) \mu_{sz} \quad (4.105)$$



Rys. 4.13. Szkic do wyznaczenia elementarnego przesunięcia ds w tulei

w którym:

μ_{\max} – maksymalna wartość kąta $\mu(\varphi)$,

μ_{sz} – współczynnik tarcia suwaka o obudowę.

Łączna praca na pokonanie tarcia mechanicznego w jednołopatkowej maszynie rotacyjnej z łopatką sztywno osadzoną na tulei podczas jednego obrotu wirnika wynosi:

$$L_f = L_{fs} + L_{fsz} + L_{fw} \quad (4.106)$$

4.3. Podsumowanie

Zależności umożliwiające obliczanie sił działających w maszynach łopatkowych przedstawiono m.in. w [7, 22, 60, 122, 133, 134, 161].

Autor korzystając z zależności geometrycznych z poprzedniego rozdziału, uzupełnił te formuły o człony uwzględniające istnienie szczeliny promieniowej. Wyprowadził też wzory umożliwiające obliczanie pracy tarcia w maszynach jednołatkowych.

Dla założonych konstrukcji wykonano obliczenia sił czynnych i biernych (rys. 4.4, 4.5, 4.8) w maszynach wielo- i jednołatkowych. Analiza wyników obliczeń pokazuje że istnieje znaczna różnica między siłami masowymi a siłami pochodzącymi od różnicy ciśnień w dwóch sąsiednich komorach. Te ostatnie występują tylko podczas części obrotu komory ale są kilka do kilkudziesięciu razy większe niż siły masowe. Praca na pokonanie sił tarcia w rowku wirnika stanowi ok. 15–25% całkowitej pracy tarcia, pomimo że siły tarcia łopatki w rowku są również znacznie większe niż siła tarcia łopatki o cylinder. Jest to spowodowane mniejszą drogą ruchu łopatki w rowku. Uwzględnienie parametru y w obliczeniach sił i pracy na pokonanie tarcia daje wyniki różniące się od obliczeń wg dotychczas znanych formuł o 1,5–8%, co wskazuje na konieczność uwzględnienia wysokości szczeliny y przy dokładnych obliczeniach.

5. PRZEPŁYW CZYNNIKA W GAZOWYCH OBJĘTOŚCIOWYCH MASZYNACH ENERGETYCZNYCH

5.1. Charakterystyka zjawisk przepływu czynnika roboczego w maszynach energetycznych

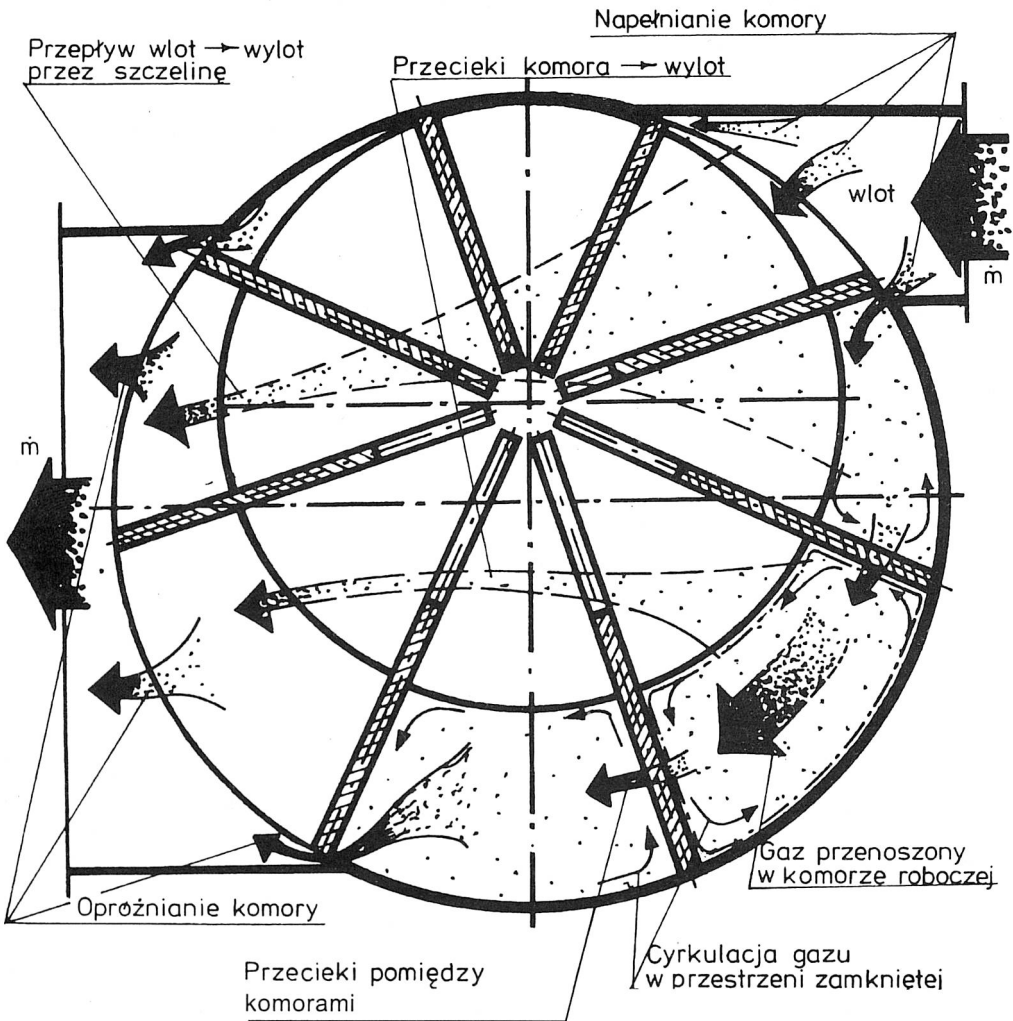
Zjawiska przepływu czynnika występujące w gazowych objętościowych maszynach energetycznych częściowo różnią się od analogicznych zjawisk zachodzących w maszynach rotodynamicznych. Kilka aspektów tych różnic przedstawiono w poniższym zestawieniu [94, 108, 111, 113, 146, 147, 149].

Maszyny rotodynamiczne	Maszyny objętościowe
1. Zasadnicza forma transportu substancji między króćcem wlotowym i wylotowym.	
• przepływ ciągły	• przepływ porcjowany (kwantowy)
2. Zjawiska przepływowe towarzyszące zasadniczej formie transportu.	
<ul style="list-style-type: none"> • przepływy przez dysze i dyfuzory, • przepływy przez palisadę łopatkową, • przecieki zewnętrzne (przez uszczelnienia), • przecieki wewnętrzne (przez luzy promieniowe i osiowe), • przepływ w warstwie przyściennej, • fala uderzeniowa, • turbulencja. 	<ul style="list-style-type: none"> • napełnianie komory roboczej o stałej lub zmiennej objętości, • opróżnianie komory roboczej o stałej lub zmiennej objętości, • ruch gazu zamkniętego w komorze roboczej o zmieniającej się objętości komory, • przecieki zewnętrzne (przez uszczelnienia), • przecieki wewnętrzne (w tym z przestrzeni wlotowej z pominięciem komory roboczej, między sąsiednimi komorami), • przepływ w warstwie przyściennej.
3. Prędkość czynnika roboczego.	
• duże i bardzo duże, często zbliżone do prędkości dźwięku lub wyższe.	• przeważnie małe i średnie (do kilkudziesięciu m/s), sporadycznie duże.

4. Stabilność zjawisk przepływowych w dowolnym punkcie kanału przepływowego.

- przepływ ustalony lub prawie monotonicznie zmieniający swoją charakterystykę w okresie uruchamiania i zmiany obciążenia maszyny; nieduża szybkość zmian parametrów.

- przepływ o cyklicznie zmieniającej się charakterystyce; częstość zmian bardzo duża (dochodząca do kilkuset w ciągu sekundy); ustalony charakter przepływu osiąga się z chwilą gdy opisujące go parametry zmieniają się w kolejnych cyklach w sposób identyczny.



Rys. 5.1. Zjawiska przepływu czynnika w wielopłatkowej maszynie rotacyjnej

Z zestawienia powyższego wynika, że oddzielne rozpatrywanie przepływów w maszynach objętościowych znajduje swoje uzasadnienie w tym, iż występujące w nich klasy zjawisk przepływowych, ich charakter i prędkość nie mają przeważnie swoich odpowiedników w maszynach rotodynamicznych. W rozdziale niniejszym omówione zostaną niektóre z wymienionych wyżej zjawisk. Celem tej analizy jest określenie ilości czynnika biorącego udział w realizowanych w maszynach łopatkowych procesach termodynamicznych. Analizie zostaną poddane przede wszystkim zjawiska napełniania i opróżniania komory roboczej, przepływ gazu w zamkniętej komorze oraz przecieki wewnętrzne. Na rysunku 5.1 przedstawiono jakościowy obraz przepływu w maszynie wielołopatkowej.

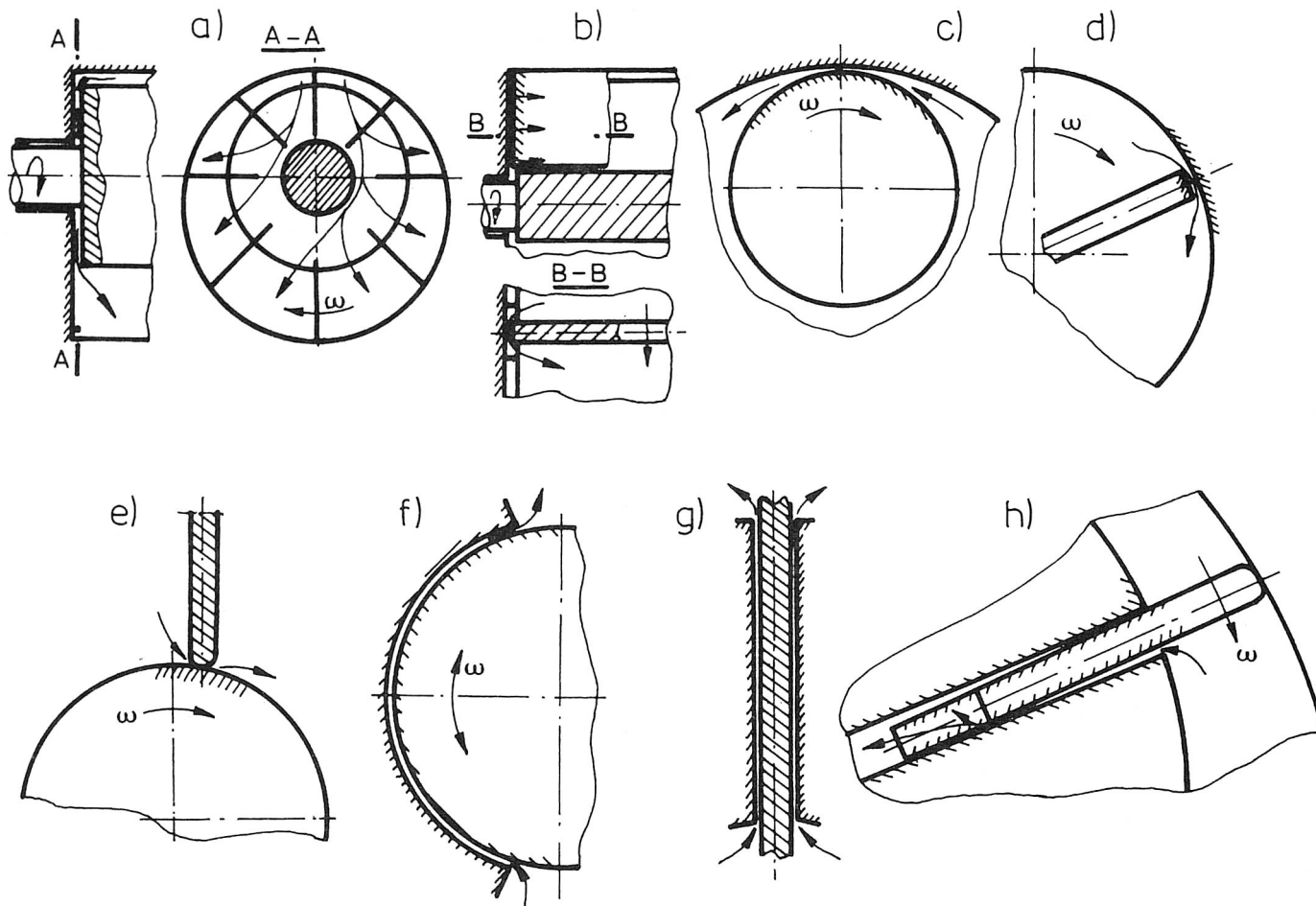
5.2. Przepływ gazu przez szczeliny

5.2.1. Kształty szczelin i ich charakterystyki

Poruszając się względem siebie elementy ŁMR tworzą kilka rodzajów szczelin różniących się kształtem i charakterem ruchu tworzących je części. Różny też może być stan czynnika na przeciwległych krańcach tych kanałów. Na rysunku 5.2 przedstawiono najczęściej spotykane rodzaje szczelin.

Szczelinę z rys. 5.2a tworzy nieruchoma pokrywa boczna i powierzchnia czołowa wirnika. Ma ona kształt płaskiego krążka lub pierścienia, którego jedna podstawa porusza się ruchem obrotowym. Cechą znamioną jest to, że na obrzeżu szczeliny istnieje kilka (zazwyczaj tyle, ile jest łopatek) stref ciśnienia. Na rysunku 5.2b przedstawiono szczelinę między płaską pokrywą boczną i powierzchnią boczną łopatki, która obraca się w wirniku. Szczelina ma kształt kanału o przekroju prostokątnym, a jego bok porusza się z prędkością zależną od odległości od osi wirnika. Szczelina z rys. 5.2c nosi często nazwę szczeliny typu dysza [128, 159]. Tworzą ją bowiem dwa walce o różnych zazwyczaj średnicach, zbliżone do siebie na niedużą odległość lub wręcz stykające się ze sobą. Rysunki 5.2d i e przedstawiają szczeliny między czołem łopatki a tworzącą walca na powierzchni wirnika (e) i cylindra (d). W tym ostatnim przypadku łopatka może być dociskana do powierzchni cylindra lub pierścieni odciążających. Szczelina powstała między nie ślizgającymi się po pierścieniu częściami czoła łopatki i cylindrem może mieć znaczne rozmiary. O kształcie szczelin tego typu decyduje głównie kształt czoła łopatki, który formuje się podczas docierania się łopatki i cylindra. Szczeliny przedstawione na rys. 5.2f, g i w pewnym sensie również h, to kanały utworzone przez duże równoległe powierzchnie oddalone od siebie na nieduże odległości. Powierzchnie te mogą mieć kształt walca (f) lub płaszczyzny (g i h). Zazwyczaj jeden bok kanału pozostaje nieruchomy.

W dalszych rozważaniach przez długość l_s szczeliny będzie się rozumieć jej wymiar w kierunku przepływu. Szerokością b_s szczeliny jest jej dłuższy wymiar (prostopadły do



Rys. 5.2. Rodzaje szczelin występujących w łopatkowych maszynach rotacyjnych

kierunku przepływu) a wysokością s – wymiar krótszy. Zazwyczaj $b_s \gg s$. Promień hydrauliczny szczeliny wynosi wówczas:

$$d_{Hs} = \frac{4b_s s}{2(b_s + s)} \approx 2s \quad (5.1)$$

Względna długość szczeliny:

$$l_{sw} = l_s / d_{Hs} \quad (5.2)$$

Należy podkreślić, że część z wyżej omówionych kanałów może być wypełniona trwale lub okresowo olejem lub smarem stałym [67, 117], co może zmienić ich geometryczną charakterystykę.

5.2.2. Strumień gazu przepływającego przez nieruchomą szczelinę

Przepływom przez szczeliny poświęcone są między innymi prace [31, 43, 54, 67, 117, 128, 159]. Dotyczą one przepływu gazów lub mieszanin olejowo-parowych. Formuły pozwalające określić strumienie przecieków przez szczeliny przedstawili: S. E. Zacharenko, O. N. Sekunowa, W. Fressel, I. A. Sakun, W. Reed i W. Hamilton a także Y. Xiuling, Ch. Zhiming i F. Zehn. Niektóre z nich omówione zostaną niżej.

Niech będzie dana szczelina łącząca dwie przestrzenie. Na wlocie do szczeliny ciśnienie wynosi p_w , a temperatura T_w . Natomiast na wylocie parametry te przyjmują wartość p_k i T_k (rys. 5.3).

Zacharenko uogólniając przeprowadzone przez siebie i współpracowników badania doświadczalne przedstawił wzór na strumień \dot{m}_s masy gazu przepływającego przez szczelinę o dowolnym kształcie wzdłuż jej długości. Przyjmuje on postać:

$$\dot{m}_s = b_s s \sqrt{\frac{\left[\left(\frac{p_w}{p_k} \right)^2 - 1 \right]}{\ln \left(\frac{p_w}{p_k} \right)^2 + \xi_m + \lambda_f \sum_k}} \frac{p_k}{\sqrt{R_i T_w}} = A \psi_f \frac{p_k}{\sqrt{R_i T_w}} \quad (5.3)$$

We wzorze tym:

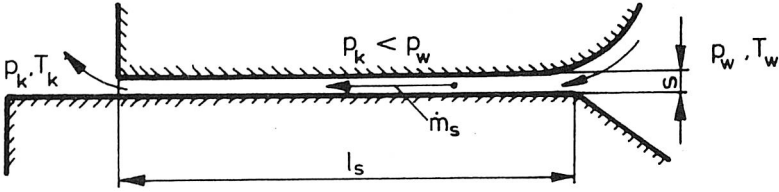
A – pole powierzchni przekroju szczeliny; $A = b_s s$,

ξ_m – współczynnik strat miejscowych (wlotu i wylotu); w przypadku braku nagłych zwężeń i rozszerzeń $\xi_m = 0$,

λ_f – współczynnik strat liniowych,

\sum_k – wyznaczany doświadczalnie współczynnik kształtu szczeliny,

ψ_f – liczba przepływu przez szczelinę.



Rys. 5.3. Schemat szczeliny o nieruchomych ściankach

Analizując przecieki w sprężarkach śrubowych I. A. Sakun zaproponował algorytm wyznaczania strumienia masy przecieków przez pojedyncze szczeliny oraz przez grupy szczelin [128]. Przez pojedynczą szczelinę o jednostkowej powierzchni przepływa gaz w ilości \dot{m}_{sj} :

$$\dot{m}_{sj} = K_p \frac{p_k}{\sqrt{R_i T_w}} \sqrt{\left(\frac{p_w}{p_k}\right)^2 - 1} \quad (5.4)$$

gdzie K_p – bezwymiarowy współczynnik doświadczalny, nazywany przez Sakuna współczynnikiem przepływu. Można go wyznaczyć z wykresu na rys. 5.4 jako funkcję wielkości zwanej parametrem oporu gazu w szczelinie – S_s . Tę z kolei oblicza się ze wzoru:

$$S_s = \frac{C_R l_s}{2s\sqrt{R_e}} \quad (5.5)$$

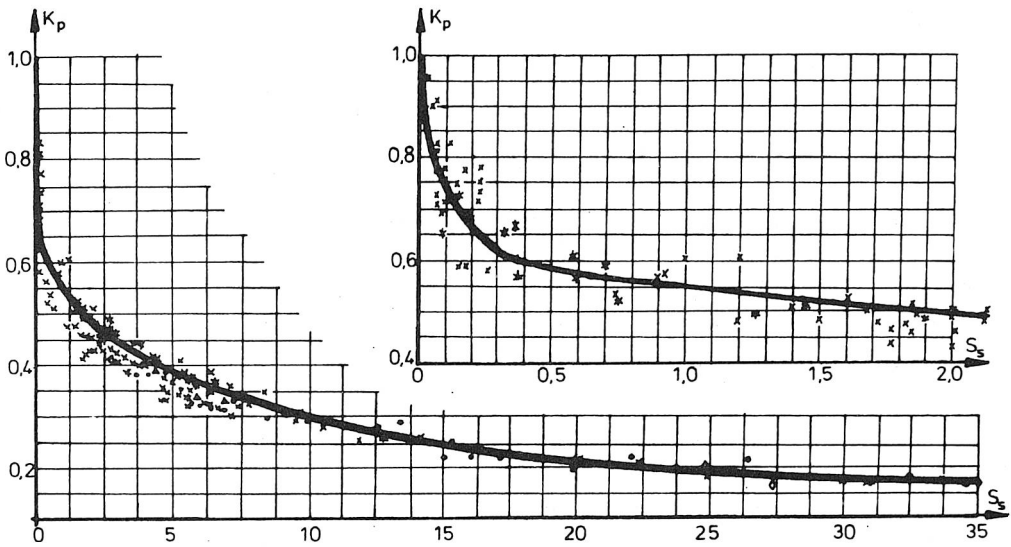
w którym C_R – współczynnik będący funkcją liczby Reynoldsa i względnej chropowatości powierzchni (rys. 5.5). Ponieważ wyznaczenie \dot{m}_{sj} odbywa się drogą kolejnych przybliżeń Sakun proponuje wyznaczyć pierwsze przybliżenie wartości K_p z osobnych wykresów [128] dla początkowej wartości \dot{m}_{sj} obliczonej z równania:

$$\dot{m}_{sjp} = \frac{p_w}{\sqrt{R_i T_w}} \sqrt{\frac{2k}{k+1} \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{2}{k-1}}} \quad (5.6)$$

Przepływ krytyczny w szczelinie ma miejsce przy dużo niższych wartościach p_k/p_w niż w dyszy (np. przy $p_k/p_w = 0,014$). W każdym cyklu obliczeń należy sprawdzać, czy wyznaczona wartość bezwymiarowego współczynnika K_p nie jest większa od K_p dla przepływu krytycznego.

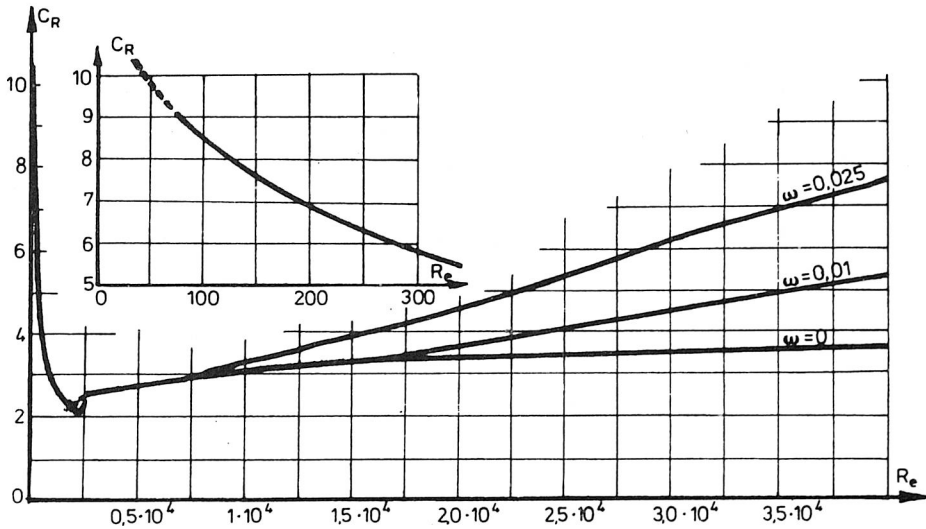
Całkowity strumień masy czynnika przepływający przez szczelinę o wysokości s i szerokości b_s wyznacza się z zależności:

$$\dot{m}_s = \dot{m}_{sj} b_s s_s \quad (5.7)$$

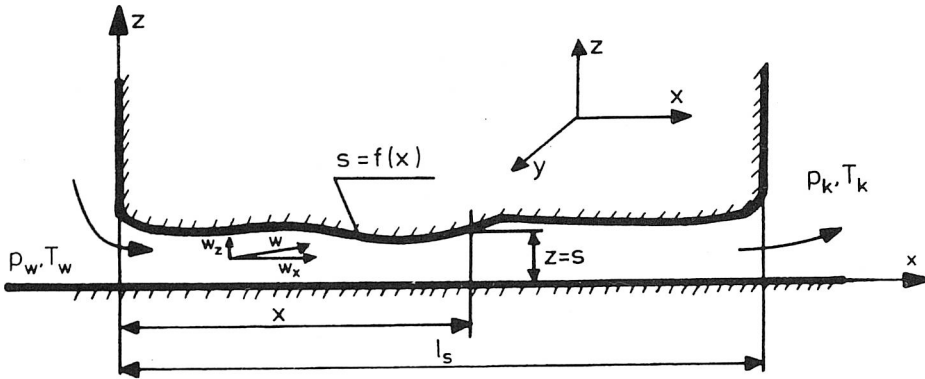


Rys. 5.4. Zależność współczynnika K_p od parametru oporu gazu w szczelinie S_s [128]

Teoretyczny model przepływu gazu przez nieruchomą szczelinę przedstawili Xiuling, Zhiming i Zhen [159]. Niech będzie dany kanał jak na rys. 5.6. Jego długość wynosi l_s , a wysokość $s = f(x)$. Założono, że w kierunku prostopadłym do płaszczyzny rysunku (wzdłuż osi y) szczelina nie zmienia się. Można więc przepływ przez nią traktować jako dwuwymiarowy.



Rys. 5.5. Zależność współczynnika C_R od liczby Re i względnej wysokości szczeliny s [128]



Rys. 5.6. Schemat szczeliny, przez którą przepływa gaz lepki

Podstawowym równaniem opisującym proces ruchu gazu lepkiego jest równanie Naviera-Stockesa, które w tym przypadku przyjmie postać układu dwóch równań [25]:

$$\rho_g \frac{dw_x}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\eta \left(2 \frac{\partial w_x}{\partial x} - \frac{2}{3} \operatorname{div} \vec{w} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\eta \left(\frac{\partial w_z}{\partial x} + \frac{\partial w_x}{\partial z} \right) \right] \quad (5.8)$$

$$\rho_g \frac{dw_z}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left[\eta \left(2 \frac{\partial w_z}{\partial z} - \frac{2}{3} \operatorname{div} \vec{w} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\eta \left(\frac{\partial w_z}{\partial x} + \frac{\partial w_x}{\partial z} \right) \right] \quad (5.9)$$

W równaniach tych:

ρ_g – gęstość gazu,

w_x, w_z – rzuty prędkości gazu na osie x i z ,

Ponieważ wymiary szczeliny w kierunku osi z zmieniają się nieznacznie w porównaniu z l_s , więc autorzy [159] przyjęli wiele uproszczeń:

- parametry termodynamiczne gazu p, T w każdym przekroju prostopadłym do x są prawie takie same,
- zmiana pędu gazu w kierunku osi z jest bardzo mała i można ją pominąć,
- zmiana w_x w kierunku osi z jest dużo większa niż zmiany w_x i w_z w kierunkach x i z .

Dzięki tym założeniom przepływ przez szczelinę opisuje równanie (5.9), które po przekształceniu przyjmie postać:

$$\rho_g \left(w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_z \frac{\partial w_x}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\eta \frac{\partial w_x}{\partial z} \right) \quad (5.9a)$$

Zależność ta, łącznie z równaniem ciągłości, przedstawionym w postaci:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho_g w_x) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho_g w_z) = 0 \quad (5.10)$$

oraz równaniem stanu:

$$\frac{p}{\rho_g} = z_s R_i T \quad (5.11)$$

i równaniem przemiany realizowanej przez poruszający się gaz, np. równaniem politropy:

$$\frac{p}{\rho_g^n} = \text{idem} \quad (5.12)$$

służy do wyprowadzenia zależności pozwalającej określić strumień masy gazu przepływającego przez szczelinę. Ostatecznie zależność ta przyjmie postać:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{12 \dot{m}_{sjb} \eta}{s^3} - \frac{21 \dot{m}_{sjb}^2}{5 s^3} \frac{\partial s}{\partial x} \quad (5.13)$$

$$\frac{6 \dot{m}_{sjb}^2}{5 s^2 n} \frac{1}{p} - \frac{p}{z_s R_i T}$$

gdzie:

\dot{m}_{sjb} – strumień masy przeciekającego gazu na jednostkę (1 m) szerokości szczeliny.

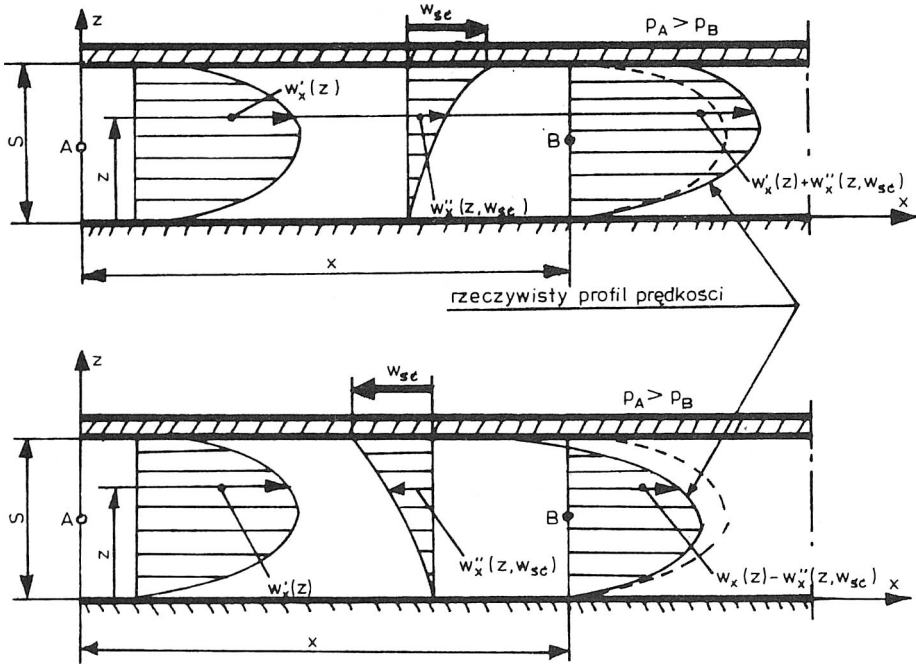
Całkowanie równania (5.13) jest możliwe przy znanej zależności $\partial s / \partial x$ (kształt szczeliny). Gdy szczelinę tworzą dwie płaskie powierzchnie lub powierzchnie równo odległe od siebie, to $\partial s / \partial x = 0$ i całka w granicach od p_w do p_k oraz od $x = 0$ do $x = l_s$ przybierze postać:

$$\frac{6}{5} \ln \frac{p_w}{p_k} \frac{1}{s^2 n} \dot{m}_{sjb}^2 + \frac{12 \eta l_s}{s^3} \dot{m}_{sjb} - \frac{p_w^2 - p_k^2}{2 z_s R_i T_w} = 0 \quad (5.14)$$

Wyrażenie to może stanowić podstawę obliczeń \dot{m}_{sjb} , gdyż, jak wykazano w [159] jego zgodność z danymi doświadczalnymi jest bardzo dobra.

5.2.3. Ruch gazu w szczelinie z ruchomą ścianą

Gdy jedna ze ścian wykonuje ruch w kierunku równoległym do osi szczeliny to profil prędkości czynnika w tym kanale ulega zmianie w stosunku do profilu w przewodzie z nieruchomymi ścianami. Powodem tego jest lepkość gazu. Na rysunku 5.7 przedstawiono przykłady takich zmian [74].



Rys. 5.7. Wpływ ruchu ścianki na prędkość czynnika w szczelinie; a) – kierunek ruchu ścianki zgodny z kierunkiem spadku ciśnienia; b) – przeciwnie

Wyrażenie opisujące prędkość $w_x(z)$ czynnika w szczelinie będzie superpozycją prędkości wywołanej spadkiem ciśnienia – $w_x'(z)$ oraz prędkości wynikającej z ruchu ścianki – $w_x''(z, w_{sc})$:

$$w_x(z) = w_x'(z) \pm w_x''(z, w_{sc}) \quad (5.15)$$

Strumień masy gazu przepływającego w rozpatrywanym przekroju x szczeliny (o szerokości 1 m) i z ruchomą ścianką wynosi:

$$\dot{m}_{sibr} = \rho \int_0^s w_x(z) dz = \frac{P}{R_i T} \int_0^s w_x'(z) dz \pm \frac{P}{R_i T} \int_0^s w_x''(z, w_{sc}) dz \quad (5.16)$$

Pierwszy człon lewej strony równości (5.16) można wyznaczyć ze wzorów omawianych w poprzednim podrozdziale, drugi zaś uzależniony jest od postaci funkcji $w_x''(z, w_{sc})$. Dla ruchu laminarnego zależność ta opisana może być wzorem [74]:

$$w_x''(z, w_{sc}) = w_{sc} \frac{z}{s} \quad (5.17)$$

Po uwzględnieniu (5.3), (5.4) i np. (5.11) oraz (5.17) równanie (5.16) można zapisać w postaci:

$$\dot{m}_{sjbr} = \dot{m}_{sj} \pm \frac{1}{2} \frac{ps}{R_i T} w_{\dot{s}c} \quad (5.16a)$$

Z równania tego wynika, że strumień gazu przepływającego przez szczelinę z ruchomymi ściankami może (w zależności od zwrotu wektora $w_{\dot{s}c}$) zwiększać się lub zmniejszać w porównaniu z przepływem przez kanały o nieruchomych ściankach.

5.3. Gazodynamiczna charakterystyka komory roboczej

Występujące w obrębie przestrzeni roboczej zjawiska przepływu czynnika to: zamierzone napełnianie komory, dopływ do niej czynnika przez szczeliny, zamierzone jej opróżnianie i ucieczka gazu przez szczeliny, a także ruch względny gazu wobec ścianek. Jakościowy przebieg powyższych zjawisk zależy od gazodynamicznej charakterystyki komory roboczej.

5.3.1. Stopień geometrycznego otwarcia komory

Przepływ czynnika roboczego do i z komory jest możliwy wówczas, gdy istnieją kanały łączące ją z przestrzeniami, w których parametry gazu (głównie ciśnienie) są różne od panujących w komorze. Kanały te biorąc początek w komorze mają na jej wewnętrznej powierzchni otwory wlotowe o polu A_{wki} . Wielkość zdefiniowaną wzorem:

$$\Phi_A = \frac{\sum_i A_{wki}}{A_k} \quad (5.18)$$

gdzie:

$\sum_i A_{wki}$ – całkowite pole powierzchni wlotowej kanałów,

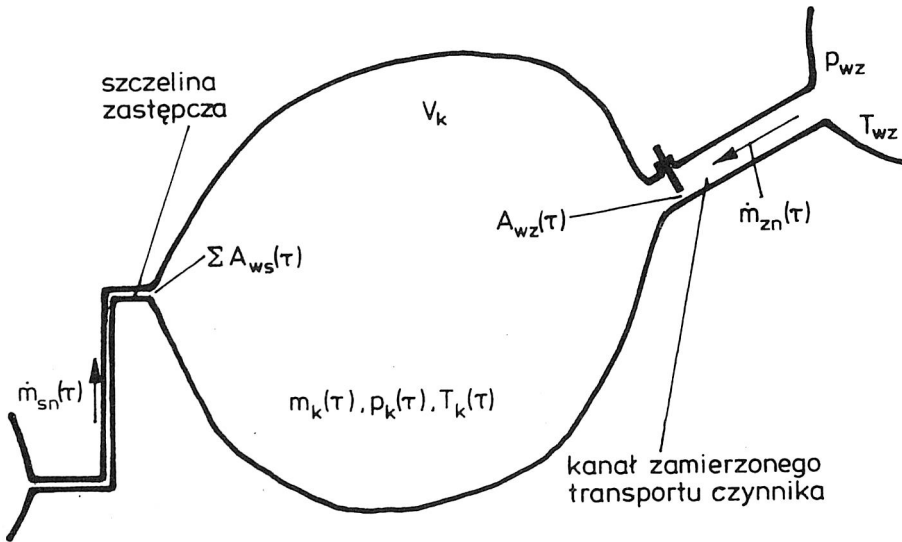
A_k – całkowite pole powierzchni komory,

można nazywać stopniem geometrycznego otwarcia komory.

Całkowite pole powierzchni wlotowej kanałów składa się z:

- powierzchni wlotowej szczelin – $\sum_j A_{wsj}$,
- powierzchni wlotowej kanałów zamierzonego transportu czynnika – A_{wz} ;

$$\sum_i A_{wki} = \sum_j A_{wsj} + A_{wz} \quad (5.19)$$



Rys. 5.8. Napełnianie komory roboczej

Geometryczny stopień otwarcia wynosi:

$$\Phi_A = \frac{\sum_j A_{wsj}}{A_k} + \frac{A_{wz}}{A_k} = \Phi_{As} + \Phi_{Az} \quad (5.18a)$$

gdzie:

Φ_{As} – geometryczny stopień otwarcia komory przez szczeliny,

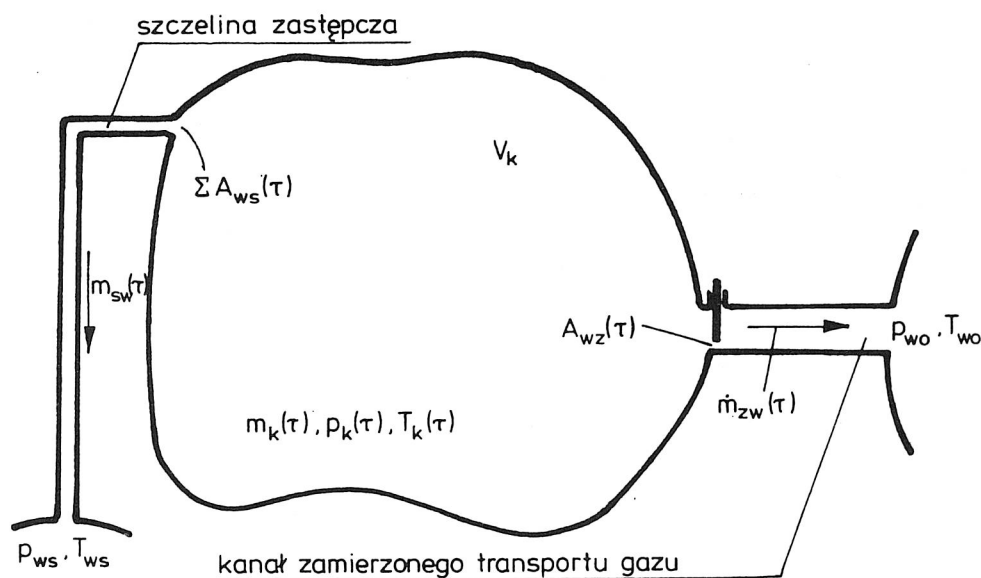
Φ_{Az} – zamierzony geometryczny stopień otwarcia.

Zamierzony geometryczny stopień otwarcia przyjmuje wartości różne od zera tylko w ściśle określonej części czasu realizacji cyklu pracy, choć może przyjmować wartości dużo niższe niż Φ_{Az} .

5.3.2. Stopień hydraulicznego otwarcia komory

Geometryczne otwarcie komory jest warunkiem koniecznym przepływu czynnika. Jednak jego ilość zależy również od ciśnienia przed i za kanałem oraz od hydraulicznych własności kanału.

Wielkością charakteryzującą układ pod kątem przepływów jest stopień hydraulicznego otwarcia komory. Można go rozpatrywać osobno dla fazy napełniania lub fazy opróżniania przestrzeni roboczej.



Rys. 5.9. Opróżnianie komory roboczej

Podczas napełniania komory o objętości V_k (rys. 5.8) jest ona połączona kanałami o zmiennej geometrii z obszarem wlotowym, w którym parametry gazu wynoszą p_{wz} , T_{wz} oraz z obszarem, w którym ciśnienie ma wartość p_{ws} , a temperatura – T_{ws} . Cel napełniania komory to osiągnięcie w niej parametrów czynnika roboczego wynoszących p_{kk} i T_{kk} , co odpowiada masie m_{kk} gazu. W dowolnej chwili τ od rozpoczęcia napełniania w komorze znajduje się gaz o masie $m_k(\tau)$ i parametrach $p_k(\tau)$ oraz $T_k(\tau)$, a przez kanały dopływają do niej strumienie czynnika wynoszące $\dot{m}_{sn}(\tau)$ i $\dot{m}_{zn}(\tau)$.

Stopniem hydraulicznego otwarcia napełnianej komory $\Phi_{hn}(\tau)$ nazywany jest stosunek:

$$\Phi_{hn}(\tau) = \frac{m_{kk} - m_k(\tau)}{\dot{m}_{sn}(\tau) + \dot{m}_{zn}(\tau)} \quad (5.20)$$

Jest to czas wyrażony w sekundach, potrzebny w danej chwili do zupełnego napełnienia komory.

Podczas opróżniania komory o objętości V_k (rys. 5.9) czynnik będzie z niej wypływał przez kanał zamierzonego transportu i przez szczeliny. Strumienie masy gazu w tych przewodach wynoszą odpowiednio $\dot{m}_{sw}(\tau)$ i $\dot{m}_{zw}(\tau)$. Komora będzie opróżniana do momentu, aż pozostanie w niej gaz w ilości m_{kk} . Stopniem hydraulicznego otwarcia komory $\Phi_{hw}(\tau)$ przy wypływie nazywa się ułamek:

$$\Phi_{hw}(\tau) = \frac{m_k(\tau) - m_{kk}}{\dot{m}_{sw}(\tau) + \dot{m}_{zw}(\tau)} \quad (5.21)$$

gdzie $m_k(\tau)$ – ilość czynnika w komorze w chwili τ .

Wartość $\Phi_{hw}(\tau)$ to czas wyrażony w sekundach, w jakim czynnik wypłynie z rozpatrywanej przestrzeni.

5.3.3. Kryterium dostępności komory przy napełnianiu i kryterium otwarcia komory przy wypływie

W gazowych objętościowych maszynach energetycznych napełnianie i opróżnianie komór roboczych zachodzi cyklicznie i na procesy te przeznaczają się części czasu realizacji całego cyklu – $\Delta\tau_n$ i $\Delta\tau_w$. Porównując ten czas ze stopniem hydraulicznego otwarcia komory można stwierdzić, że gdy:

$$\Delta\tau_{n,w} \gg \Phi_{hw}$$

to opróżnianie lub napełnianie komory nastąpi bardzo szybko (w czasie znacznie krótszym niż $\Delta\tau_{n,w}$);

a gdy:

$$\Delta\tau_{n,w} \ll \Phi_{hw}$$

to opróżnianie lub napełnianie komory może zachodzić bardzo wolno i w czasie $\Delta\tau_{n,w}$ nie zostanie zakończone.

Dostępność komory roboczej dla gazu przy napełnianiu lub łatwość jego usuwania może być oceniana za pomocą bezwymiarowego ułamka zwanego kryterium dostępności komory – K_{ok} , określanego wzorem:

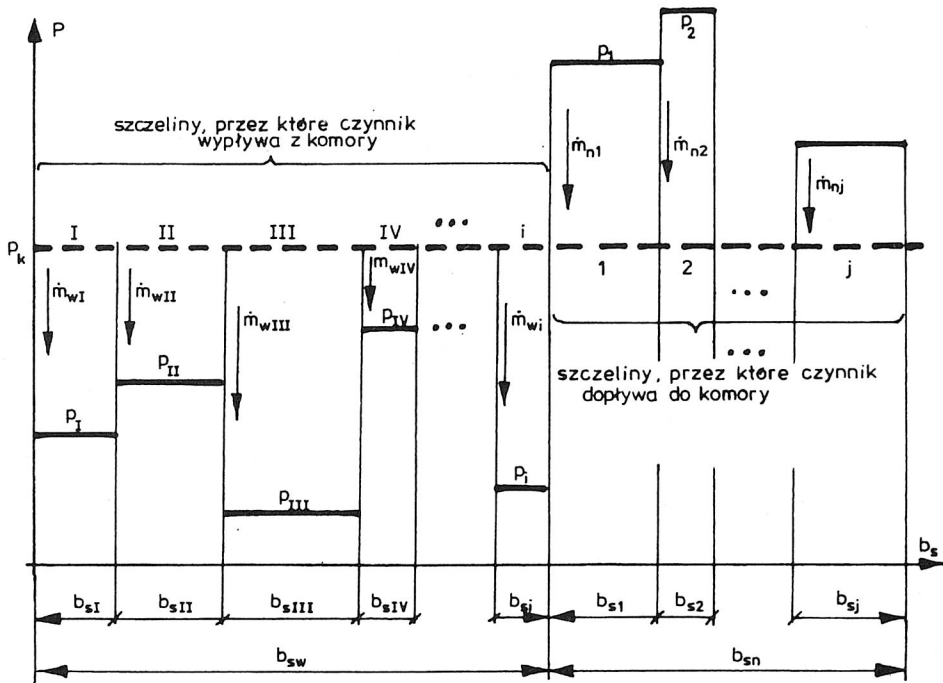
$$K_{ok} = \frac{\Phi_{hw}(\tau)}{\Delta\tau_{n,w}} \quad (5.22)$$

Gdy K_{ok} maleje, komora staje się bardziej, a gdy rośnie – mniej otwarta.

Przy bardzo dużych K_{ok} ($\gg 1$) można ją uważać za niedostępną dla wymiany czynnika z otoczeniem. Jest więc K_{ok} charakterystyką zbiornika.

5.3.4. Stabilność masy gazu w komorze roboczej

Przez znaczną część cyklu pracy komora powinna być hermetycznie zamknięta ($\Phi_h = 0$). Trwa wówczas proces energetycznej obróbki porcji czynnika roboczego. Jednak, jak zauważono w 5.3.1, z powodu szczelin komorę cechuje różny od zera stopień geometrycznego otwarcia, co stwarza możliwość wymiany substancji z otoczeniem i absolutnej hermetyczności uzyskać nie można. Można natomiast określić hermetycz-



Rys. 5.10. Ciśnienie w przestrzeniach połączonych przez szczeliny o szerokości b_s z komorą roboczą

ność umowną uwzględniając występujące przecieki, a wyrażającą się stabilnością masy gazu w komorze roboczej.

Część szczelin łączy komorę z przestrzeniami, w których ciśnienia są wyższe od p_k , a część z obszarami, gdzie są one niższe (rys. 5.10). Dopływające do komory w pierwszym przypadku strumienie gazu dają w sumie całkowity strumień dopływający:

$$\dot{m}_n(\tau) = \sum_j \dot{m}_{nj}(\tau) \quad (5.23)$$

gdzie $\dot{m}_{nj}(\tau)$ – strumień w j -tej szczelinie.

W drugim zaś przypadku łączny strumień gazu wypływającego z komory wynosi:

$$\dot{m}_w(\tau) = \sum_i \dot{m}_{wi}(\tau) \quad (5.24)$$

gdzie $\dot{m}_{wi}(\tau)$ – strumień w i -tej szczelinie.

Stabilność masy gazu w komorze roboczej w czasie procesu trwającego od τ_p do τ_k można ocenić odnosząc chwilową jej ilość do masy czynnika zawartego w komorze $\dot{m}_k(\tau_p)$ w chwili, gdy Φ_{hz} przyjmuje wartość 0. Stopień stabilności masy gazu w komorze przy napełnianiu Φ_{mn} określony jest równaniem:

$$\Phi_{mn} = \frac{m_k(\tau_p) + \int_{\tau_p}^{\tau_k} \dot{m}_n(\tau) d\tau}{m_k(\tau_p)} \quad (5.25a)$$

a przy wypływie:

$$\Phi_{mw} = \frac{m_k(\tau_p) - \int_{\tau_p}^{\tau_k} \dot{m}_w(\tau) d\tau}{m_k(\tau_p)} \quad (5.25b)$$

Przy jednoczesnym dopływie do komory strumienia $\dot{m}_n(\tau)$ i wypływie $\dot{m}_w(\tau)$ stopień stabilności masy gazu będzie wynosić:

$$\Phi_m = 1 + (\Phi_{mn} - \Phi_{mw}) \quad (5.26)$$

5.4. Strumień gazów przepływających przez szczeliny w ŁMR

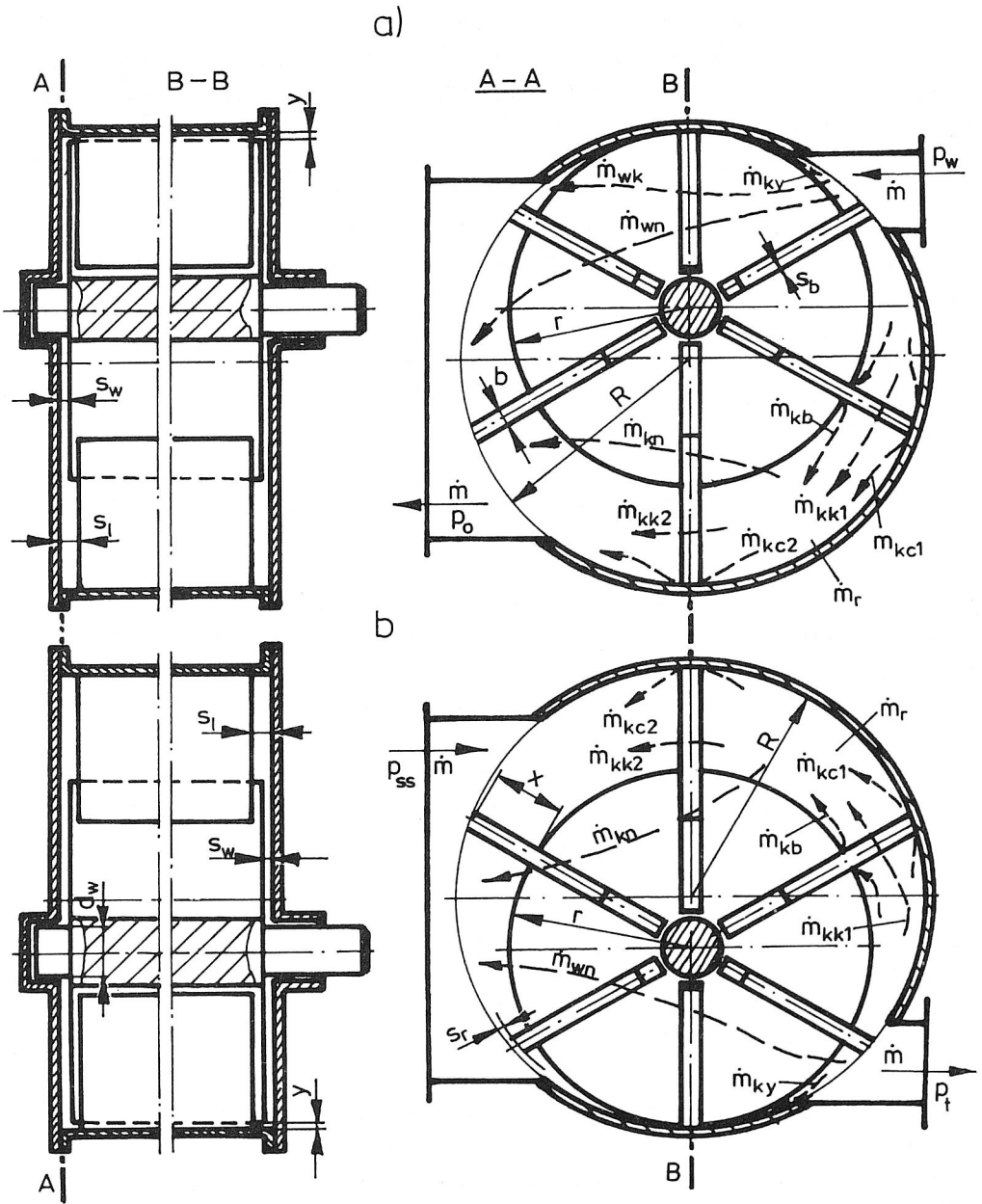
Wyznaczenie tych strumieni wymaga ustalenia wymiarów geometrycznych poszczególnych szczelin oraz stanu czynnika przed i za szczeliną. Rozgraniczenie szczelin jest często trudne ze względu na to, że do tego samego obszaru, tym samym otworem wpływają strumienie z kilku miejsc. Dlatego przedstawiona dalej analiza będzie zawierała uproszczenia związane z ustaleniem geometrycznych wymiarów szczelin.

5.4.1. Szczeliny i ich wymiary w maszynach łopatkowych

Szczeliny w maszynach wielołopatkowych (rys. 5.11) skupione są głównie w obszarze pokryw czołowych. Najważniejszą drogą przecieku jest szczelina między czołem wirnika i pokrywą boczną. Jej wysokość wynosi s_w a długość l_{sw} zależy od łączonych obszarów. Przez szczelinę czołową przepływa głównie gaz z:

- obszaru wysokiego ciśnienia (p_w, p_l) do obszaru niskiego ciśnienia (p_{ss}, p_o), z bocznymi odgałęzzeniami do komór roboczych (p_k);
- komór roboczych (p_k) do obszaru niskiego ciśnienia (p_o, p_{ss}).

Wzdłuż szczeliny następuje spadek ciśnienia, podobny do jego spadku w komorze roboczej. Gaz przepływając przez szczelinę w rejonie komory ma ciśnienie zbliżone do ciśnienia znajdującego się w niej czynnika. Dlatego można przyjąć, że przeciek przez szczelinę czołową odbywa się głównie z obszaru gdzie ciśnienie wynosi p_w, p_l do obszaru, w którym ma ono wartość p_{ss} lub p_o . Szerokość wlotowa szczeliny b_s równa jest łukowi na powierzchni wirnika, na który działa wysokie ciśnienie. Jej długość mieści się w przedziale $0 < l_{sw} \leq 2r$. Przy dużej liczbie łopatek należy uwzględnić w tej szczelinie



Rys. 5.11. Szczeliny i strumienie masy gazu przez nie przepływające w maszynach wielołopatkowych;
a) ekspansyjnych; b) kompresyjnych

przecieki z komór roboczych do obszarów najniższych ciśnień. Szerokość wlotowa tych szczelin będzie odpowiadała długości łuku na wirniku między dwoma łopatkami, a umowna jej długość to średnia cięciw ograniczających umownie szczelinę. Względna długość wyżej wymienionych szczelin wynosi 500–1000.

Oprócz powyższej drogi przecieku, w strefie pokryw czołowych istnieje również szczelina między bokiem łopatki a pokrywą. Wysokość jej wynosi s_p , długość $l_s = b$, a szerokość b_s równa jest długości wysuniętej z rowka łopatki x . Jej długość względna ma wartość 30–100. Przez szczelinę tę przepływa czynnik między dwoma sąsiednimi komorami.

W wielu maszynach, zwłaszcza o małej liczbie łopatek, przez szczelinę promieniową y czynnik przedostaje się z obszaru wysokiego ciśnienia bezpośrednio do obszaru ssania albo wylotu. Szerokość szczeliny równa jest długości L wirnika a jej kształt przypomina dyszę de Laval.

Przy istnieniu pierścieni odciążających lub gdy łopatki są utwierdzone na wale może również istnieć szczelina między czołem łopatki a gładzią cylindra. Jej szerokość jest równa długości komory pomniejszonej o szerokość pierścieni, zaś wysokość wynosi s_p , a długość b .

Między łopatką a ściankami rowka, w którym się ona porusza, istnieje szczelina (w kształcie klina) o średniej wysokości s_b , przez którą czynnik przepływa między komorą roboczą a przestrzenią załopatkową w rowku lub między dwoma sąsiednimi komorami. Przepływ ten jest możliwy, gdy łopatka nie ma stałej wysokości. Długość szczeliny jest zmienna i zależy od długości x wysuniętej z rowka łopatki. Średnia wartość l_{sb} wynosi $h - x$. Szerokość szczeliny równa jest długości łopatki.

Przecieki wewnętrzne w maszynach jednołopatkowych zachodzą między dwoma obszarami – komorą zawierającą gaz pod wysokim ciśnieniem (p) i komorą zawierającą gaz o niskim ciśnieniu (np. p_{ss}).

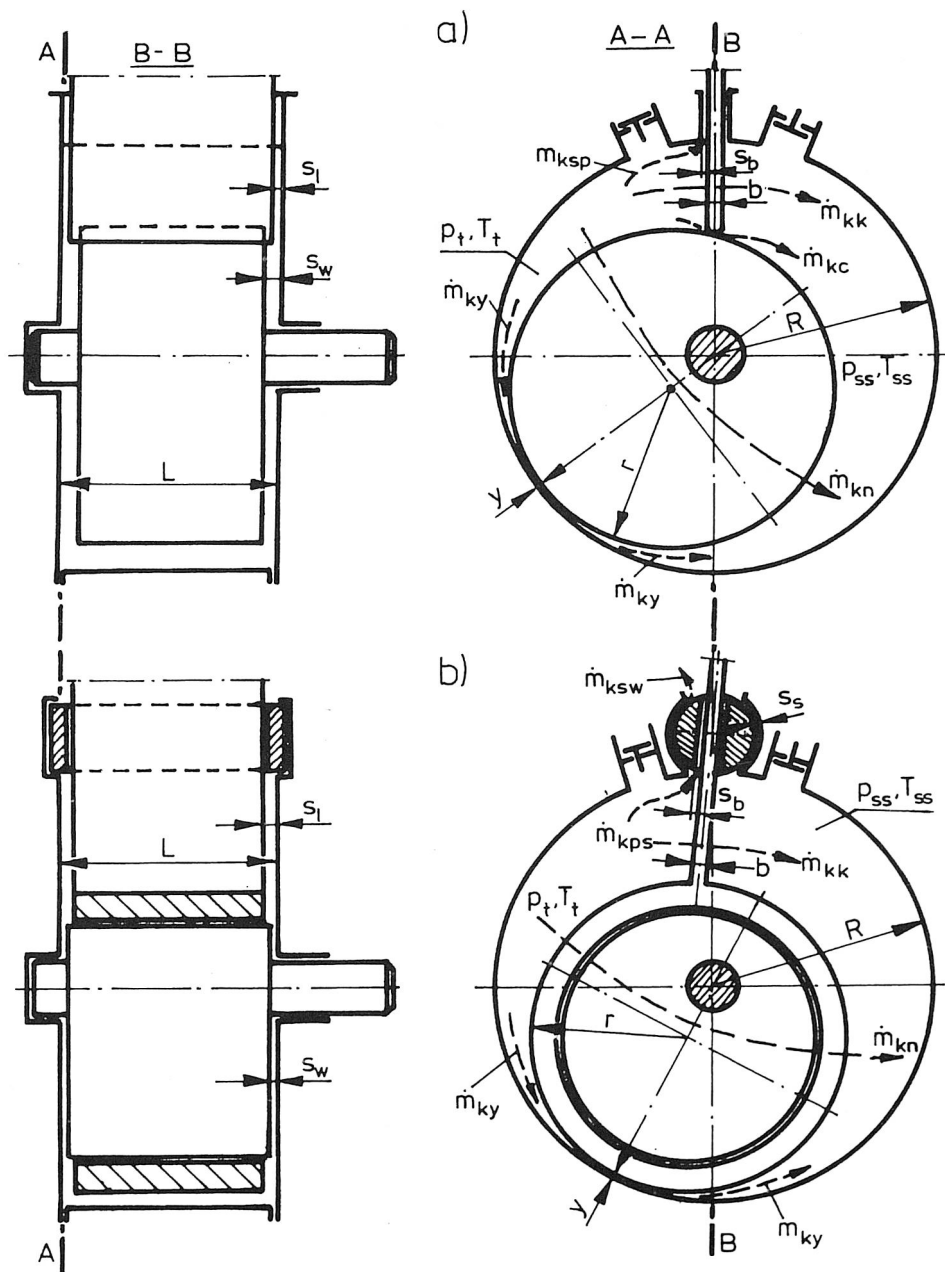
Rejon występowania szczelin w maszynach jednołopatkowych (rys. 5.12) jest podobny jak w maszynach omówionych wyżej. Najważniejsze z nich to:

- szczelina między czołem wirnika i pokrywą boczną,
- szczelina między bokiem łopatki a pokrywą boczną,
- szczelina między wirnikiem a cylindrem oraz
- szczelina między czołem łopatki a wirnikiem (rys. 5.12a).

Dodatkowe szczeliny znajdują się w prowadnicy łopatki w kadłubie (wahliwy suwak walcowy, prowadnica płaska). Łączą one jednak komory robocze z otoczeniem.

Szczelina między czołem wirnika a pokrywą boczną ma wysokość s_w , szerokość na wlocie b_{sw} – równą długości łuku na powierzchni wirnika między pozornym punktem styku cylindra i wirnika a łopatką. Długość szczeliny jest zmienna i wynosi $l_{sw} = (0-2r)$.

Kanał między bokiem łopatki a pokrywą boczną ma wysokość s_p , długość b , a szerokość równą długości łopatki pozostającej w cylindrze.



Rys. 5.12. Szczeliny i strumienie masy gazu przez nie przepływające w maszynach jednołopatkowych;
 a) z łopatką ślizgającą się po wirniku; b) z tuleją rozdzielającą

Szczelina promieniowa między cylindrem a wirnikiem ma kształt dyszy de Laval'a o minimalnej odległości tych elementów wynoszącej y (wysokość szczeliny). Jej szerokość jest równa długości komory roboczej L , podobnie jak w szczelinie między czołem łopatki a wirnikiem. Szczelina ta ma długość b , a jej wysokość dąży do zera, gdy łopatka z wirnikiem dotrą się.

Szerokość szczeliny w prowadnicy płaskiej jest również równa długości komory roboczej. Jej wysokość wynosi s_b , a długość równa się długości prowadnicy. W suwaku obrotowym wysokość szczeliny wynosi s_s , a jej długość to 0,3–0,4 długości obwodu suwaka.

5.4.2. Określenie strumienia masy gazu przepływających przez szczeliny

Niektóre sposoby określania strumienia czynnika przepływającego przez szczeliny podano w 5.2. W tym podrozdziale wyznacza się strumienie masy gazu przepływającego przez poszczególne kanały.

a) Strumień \dot{m}_{wn} w maszynach wielołopatkowych

Przepływ gazu odbywa się między obszarami o ustalonych wartościach ciśnienia. Ciśnienie wysokie to ciśnienie na wlocie do maszyny ekspansyjnej – p_w lub ciśnienie tłoczenia p_t w maszynie kompresyjnej. Ciśnienie niskie to ciśnienie p_o na wylocie z silnika lub rozprężarki albo ciśnienie ssania – p_{ss} . Średnia długość szczeliny, a także jej szerokość zależą od położenia wirnika i zmieniają się okresowo, a długość okresu wynosi:

$$\tau_z = \frac{1}{z_l n_{ob}} \quad (5.27)$$

co odpowiada zmianie kąta φ o:

$$\Delta\varphi = 2\pi/z_l = \lambda \quad (5.27a)$$

Można więc zmiany l_{swnsr} i b_{swnsr} związać z położeniem dowolnej komory roboczej określając dwie funkcje okresowe zależne od ilości łopatek z_l , kąta ψ oraz kątów $\alpha_1 \div \alpha_4$. Z analizy geometrycznej wynika [115], że:

$$l_{swnsr} \approx \frac{r}{2} \left(2 + \sin \frac{\vartheta_1}{2} + \sin \frac{\vartheta_2}{2} \right) \quad (5.28)$$

$$b_{swnsr} \approx r \left(\cos \frac{\vartheta_1}{2} + \cos \frac{\vartheta_2}{2} \right) - d_w \quad (5.29)$$

gdzie:

d_w – średnica wału wirnika przy przejściu przez pokrywę boczną;

ϑ_1, ϑ_2 – kąty środkowe określające te łuki na okręgu wirnika, na które działa ciśnienie inne niż maksymalne lub minimalne.

Na rysunku 5.13 przedstawiono przykładowy charakter zmian tych funkcji w zależności od położenia wybranej komory.

W czasie jej obrotu o kąt λ wielkości b_{swnsr} i l_{swnsr} przyjmują kilka stałych wartości. Korzystając z równania Sakuna (5.4) można napisać:

$$\dot{m}_{wn} = s_w b_{swnsr} K_{pwn} \frac{P_o}{\sqrt{R_i T_w}} \sqrt{\left(\frac{P_w}{P_o}\right)^2 - 1} \quad (5.30)$$

lub

$$\dot{m}_{wn} = s_w b_{swnsr} K_{pwn} \frac{P_{ss}}{\sqrt{R_i T_i}} \sqrt{\left(\frac{P_t}{P_{ss}}\right)^2 - 1} \quad (5.31)$$

Wartość K_{pwn} można dla rozpatrywanej szczeliny wyznaczyć z wykresu na rys. 5.4.

b) Strumień \dot{m}_{kni} w maszynach wielołopatkowych

Strumień ten można wyznaczyć w sposób podobny do przedstawionego wyżej przyjmując, że ciśnienie wysokie to ciśnienie gazu w i -tej komorze, z której następuje wpływ. Przyjmuje ono wartość $p_i(\varphi)$. Średnie wymiary szczeliny wynoszą:

$$l_{skni\dot{s}r}(\varphi) = r \left[\sin \frac{j\lambda}{2} + \sin \frac{(j-1)\lambda}{2} \right] \quad (5.32)$$

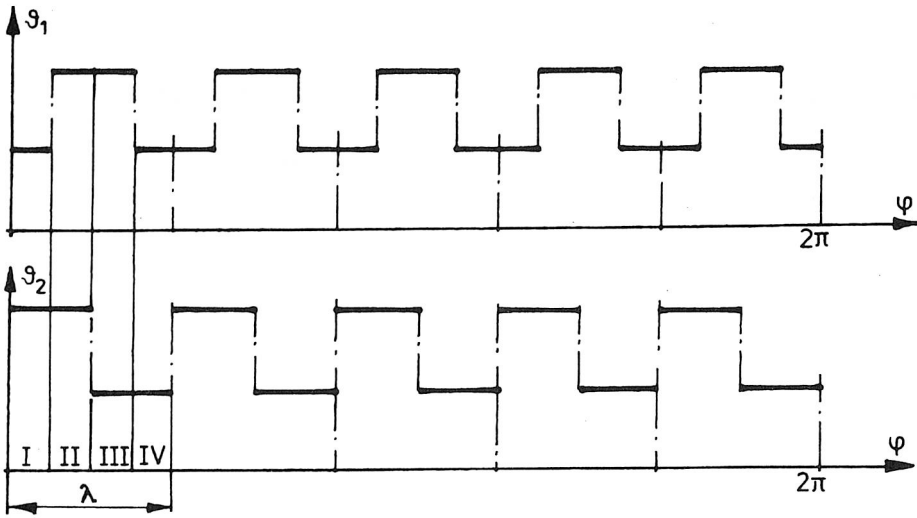
$$b_{skni\dot{s}r}(\varphi) = \frac{1}{4} \lambda r \left[\sin \frac{j\lambda}{2} + \sin \frac{(j-1)\lambda}{2} \right] \quad (5.33)$$

gdzie:

j – ilość komór (wyprzedzających łopatkę, której położenie określa kąt φ), z których wpływa strumień \dot{m}_{kni} .

Wobec powyższego:

$$\dot{m}_{kni}(\varphi) = s_w b_{skni\dot{s}r}(\varphi) K_{pkni} \frac{P_o}{\sqrt{R_i T_i(\varphi)}} \sqrt{\left(\frac{p_i(\varphi)}{P_o}\right)^2 - 1} \quad (5.34)$$

Rys. 5.13. Charakter zmian wartości ϑ_1 i ϑ_2

lub

$$\dot{m}_{kni}(\varphi) = s_w b_{skniśr}(\varphi) K_{pkni} \frac{P_{ss}}{\sqrt{R_i T_i(\varphi)}} \sqrt{\left[\frac{P_i(\varphi)}{P_{ss}} \right]^2 - 1} \quad (5.34a)$$

W powyższych szczelinach prędkości względne ścianek są małe i ich wpływ na wielkość strumienia masy jest pomijalny.

c) Strumień \dot{m}_{kn} w maszynach jednołopatkowych

Przepływ gazu odbywa się z komory, w której ciśnienie wynosi $p(\varphi)$, do komory gdzie ma ono wartość np. p_{ss} . Średnia szerokość szczeliny zależy od położenia wirnika i wynosi:

– gdy $0 < \varphi \leq \pi$:

$$b_{skniśr}(\varphi) = \sqrt{(r+e)^2 + [r+e-x(\varphi)]^2 - 2(r+e)[r+e-x(\varphi)]\cos(2\pi-\varphi)} \quad (5.35)$$

– gdy $\pi < \varphi < 2\pi$:

$$b_{skniśr}(\varphi) = \sqrt{(r+e)^2 + [r+e-x(\varphi)]^2 - 2(r+e)[r+e-x(\varphi)]\cos\varphi} \quad (5.35a)$$

Średnia długość szczeliny ma wartość:

$$l_{skn\dot{s}r} \equiv \frac{\pi}{2} r \quad (5.36)$$

Strumień \dot{m}_{kn} dla szczeliny nieruchomej wynosi:

$$\dot{m}_{kn}(\varphi) = s_w b_{skn\dot{s}r}(\varphi) K_{pkn} \frac{p_{ss}}{\sqrt{R_i T(\varphi)}} \sqrt{\left[\frac{p(\varphi)}{p_{ss}} \right]^2 - 1} \quad (5.37)$$

Ruch wirnika względem pokryw bocznych odbywa się w kierunku przeciwnym do kierunku przepływu gazu, z prędkością liniową zależną od ω i odległości od osi. Strumień przecieków będzie więc zmniejszony do wartości $\dot{m}_{kn}(\varphi)$:

$$\dot{m}_{knr}(\varphi) = \left[1 - \frac{1}{4} \frac{\omega(r+e)}{w_{skn}} \right] \dot{m}_{kn}(\varphi) \quad (5.38)$$

gdzie:

ω – prędkość kątowna wirnika,

w_s – średnia prędkość gazu w nieruchomej szczelinie.

Przyjęto, że rozkład prędkości w szczelinie w kierunku jej wysokości jest liniowy.

d) Strumień \dot{m}_{kk} w maszynach wielołopatkowych

Przepływ odbywa się przez szczelinę między bokiem łopatki a pokrywą boczną. Ciśnienia w dwóch sąsiednich komorach mają wartość: $p(\varphi)$ i $p(\varphi - \lambda)$.

Strumień przepływającego gazu przy nieruchomych ściankach szczeliny, gdy łopatka rozdziela komory, w których czynnik jest sprężany wylicza się ze wzoru:

$$\dot{m}_{kk}(\varphi) = s_l x(\varphi) K_{pkk} \frac{p(\varphi - \lambda)}{\sqrt{R_i T(\varphi)}} \sqrt{\left[\frac{p(\varphi)}{p(\varphi - \lambda)} \right]^2 - 1} \quad (5.39)$$

Gdy w komorach czynnik jest rozprężany, to:

$$\dot{m}_{kk}(\varphi) = s_l x(\varphi) K_{pkk} \frac{p(\varphi)}{\sqrt{R_i T(\varphi - \lambda)}} \sqrt{\left[\frac{p(\varphi - \lambda)}{p(\varphi)} \right]^2 - 1} \quad (5.39a)$$

Względna prędkość liniowa łopatki względem pokrywy wynosi:

$$w_{srl} = \frac{1}{2} \omega [\rho_s(\varphi) + r] \quad (5.40)$$

Po uwzględnieniu tego wzoru oraz wzoru (5.15) strumień masy gazu przez ruchomy kanał można wyliczyć ze wzoru:

$$\dot{m}_{kk_r}(\varphi) = \left\{ 1 \pm \frac{1}{4} \frac{\omega [\rho_s(\varphi) + r]}{w_{skk}} \right\} \dot{m}_{kk}(\varphi) \quad (5.41)$$

Znak „+” w powyższym wzorze odnosi się do sytuacji, gdy kierunek przepływu gazu jest zgodny z kierunkiem ruchu łopatki (czynnik jest rozprężany).

e) Strumień \dot{m}_{kk1} w maszynie jednołopatkowej

W tym przypadku szczelina nie porusza się względem pokryw bocznych lub ruch odbywa się z małą prędkością i nie zachodzi potrzeba uwzględniania przepływu przez ruchomą szczelinę. Strumień gazu przez nieruchomy kanał ma wartość:

$$\dot{m}_{kk1}(\varphi) = s_l x(\varphi) K_{pkk1} \frac{P_{ss}}{\sqrt{R_i T(\varphi)}} \sqrt{\left[\frac{p(\varphi)}{P_{ss}} \right]^2 - 1} \quad (5.42)$$

gdzie $x(\varphi)$ – długość wysuniętej z suwaka łopatki.

f) Strumień \dot{m}_{kb} w maszynach wielołopatkowych

Przepływ gazu przez szczelinę w rowku, która łączy komorę o wyższym ciśnieniu z przestrzenią załopatkową nie może odbywać się szybciej niż prędkość przyrostu masy w tym obszarze wywołany przyrostem objętości. Oszacowany w ten sposób strumień nie zostanie przekroczony, gdyż ciśnienie za łopatką nie będzie wyższe od ciśnienia w komorze, z której gaz napływa. Strumień ten wynosi:

$$\dot{m}_{kb_{\max}} = \omega b L x'(\varphi) \frac{p(\varphi - \lambda)}{R_i T(\varphi - \lambda)} \quad (5.43)$$

gdzie $x'(\varphi)$ – pochodna po φ funkcji opisującej wysokość wysuniętej z rowka łopatki.

g) Strumień \dot{m}_{kc}

W maszynie jednołopatkowej z łopatką wysuwającą się z kadłuba oraz w maszynach wielołopatkowych bez pierścieni odciążających, strumienie te można uważać za pomijalnie małe (szczególnie w przypadku maszyn dotartych). Gdy szczelinę s_r nie można uznać za równą zero, to należy rozpatrywać strumień gazu przepływający między dwoma sąsiednimi komorami, w których ciśnienia nie są równe. Po uwzględnieniu, że prędkość ruchu czoła łopatki względem cylindra wynosi:

$$w_{cl} = \omega \rho_s(\varphi) \quad (5.44)$$

można napisać wzór na strumień przepływającego przez szczelinę gazu, gdy łopátka rozdziela komory, w których zachodzi sprężanie:

$$\dot{m}_{kcr}(\varphi) = \left[1 - \frac{1}{2} \frac{\omega \rho_s(\varphi)}{w_{skc}} \right] s_r LK_{pkc} \frac{p(\varphi - \lambda)}{\sqrt{R_i T(\varphi)}} \sqrt{\left[\frac{p(\varphi)}{p(\varphi - \lambda)} \right]^2 - 1} \quad (5.45)$$

Dla przypadku, gdy łopátka rozdziela komory, w których gaz się rozpręża, to:

$$\dot{m}_{kcr}(\varphi) = \left[1 - \frac{1}{2} \frac{\omega \rho_s(\varphi)}{w_{skc}} \right] s_r LK_{pkc} \frac{p(\varphi)}{\sqrt{R_i T(\varphi - \lambda)}} \sqrt{\left[\frac{p(\varphi - \lambda)}{p(\varphi)} \right]^2 - 1} \quad (5.45a)$$

h) Strumienie \dot{m}_{ksp} i \dot{m}_{ksw} w maszynach jednołopatkowych

Przecieki przez suwak walcowy \dot{m}_{ksw} i prowadnicę płaską występują wyłącznie po stronie komory, w której gaz ma ciśnienie $p(\varphi) > p_b$. Z drugiej komory, gdzie ciśnienie jest prawie takie samo jak w otoczeniu przecieki są pomijalnie małe. Jednocześnie prędkości względne łopátki i suwaka względem obudowy są nieduże i nie zachodzi konieczność ich uwzględniania przy określaniu strumienia masy. Dla nieruchomych szczelin można napisać:

$$\dot{m}_{ksp} = s_b LK_{pksp} \frac{p_b}{\sqrt{R_i T(\varphi)}} \sqrt{\left[\frac{p(\varphi)}{p_b} \right]^2 - 1} \quad (5.46)$$

oraz

$$\dot{m}_{ksw} = s_c LK_{pksw} \frac{p_b}{\sqrt{R_i T(\varphi)}} \sqrt{\left[\frac{p(\varphi)}{p_b} \right]^2 - 1} \quad (5.47)$$

i) Strumień \dot{m}_{ky} w maszynach wielołopatkowych

Strumień gazu, przepływający przez szczelinę promieniową, można wyznaczyć z równania (5.13) [159]. Aby móc z niego korzystać, należy określić zależność wysokości s szczeliny do jej długości. Jak wynika z rys. 5.2c, szczelinę tę tworzą dwa niewspółśrodkowe okręgi, jeden o promieniu r , drugi – R . Odległość ich środków wynosi e , a wielkość szczeliny y .

Równania okręgów (dużego i małego) w układzie $z-x$ mają postać:

$$x^2 + (z - R)^2 = R^2 \quad (5.48)$$

$$x^2 + (z - r - y)^2 = r^2 \quad (5.49)$$

Odejmując, dla tych samych wartości x od współrzędnej z dla okręgu małego współrzędną z dla okręgu dużego otrzymano funkcję:

$$s(x) = \sqrt{R^2 - x^2} - \sqrt{r^2 - x^2} - e \quad (5.50)$$

Jest to szukana zależność $s(x)$, która określa kształt kanału.

Za całkowitą długość szczeliny l_s można przyjąć długość łuku na powierzchni wirnika między dwoma kolejnymi łopatkami:

$$l_{sky \max} = \frac{2\pi r}{z_l} \quad (5.51)$$

Po podstawieniu do (5.13) $s(x)$ oraz obliczoną pochodną ds/dx otrzymano równanie różniczkowe zwyczajne rozwiązane względem pochodnej [92]:

$$\frac{dp}{dx} = \frac{1}{s(x)} \left[\frac{12\dot{m}_{sjb}\eta - \frac{21}{5}\dot{m}_{sjb}^2 \left(\frac{x}{\sqrt{r^2 - x^2}} - \frac{x}{\sqrt{R^2 - x^2}} \right)}{\left\{ \frac{6}{5} \frac{\dot{m}_{sjb}^2}{n} - \frac{1}{z_s R_i T} [s(x)]^2 p^2 \right\}} \right] p \quad (5.52)$$

Równanie to można rozwiązać w sposób przybliżony metodami numerycznymi [14, 30] przyjmując, że dla $x = 0$ $p = p_w$ lub p_r . Otrzymane rozwiązanie:

$$p = f(x, \dot{m}_{sjb}, z_s, R_i, \eta, T, r, R, n, n_{ob}) \quad (5.53)$$

zależy również od innych zmiennych uważanych w tym zadaniu za parametry.

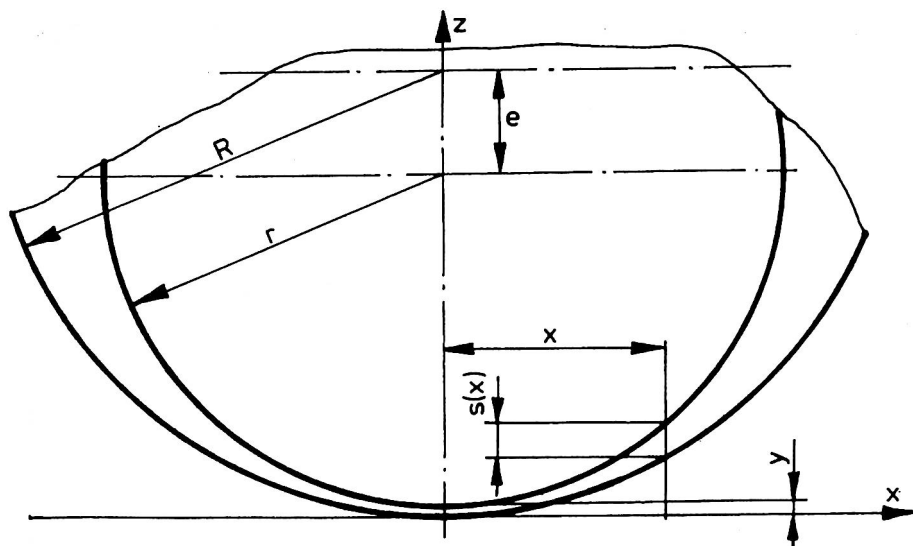
Dla ustalonych wartości powyższych parametrów na końcu szczeliny, gdy $x = l_{sky}$ ciśnienie wynosi:

$$p = f(x = l_{sky}, \dot{m}_{sjb}, z_s, R_i, \eta, T, r, R, n, n_{ob})$$

Tą wartość parametru \dot{m}_{sjb} , przy której ciśnienie końcowe wynosi p_o lub p_{ss} należy uznać za poszukiwaną wielkość strumienia masy gazu na jednostkę szerokości szczeliny a wartość \dot{m}_{ky} wynosi:

$$\dot{m}_{ky} = \dot{m}_{sjb} L \quad (5.54)$$

Jeśli uwzględnimy ruch względem ścianki wirnika w stosunku do ścianki cylindra, to strumień masy gazu w ruchomej szczelinie wyniesie:



Rys. 5.14. Zależność wysokości szczeliny od jej długości dla dwóch niewspółśrodkowych okręgów

$$\dot{m}_{k_{yr}} = \left[1 \pm \frac{1}{2} \frac{\omega r}{w_{k_y}} \right] \dot{m}_{k_y} \quad (5.55)$$

Znak „+” odnosi się do maszyn kompresyjnych.

j) Strumień \dot{m}_{k_y} w maszynach jednolopatkowych

Sposób wyznaczania tego strumienia jest podobny do omówionego wyżej. Istotną różnicą jest zmienna wartość ciśnienia gazu na wlocie do szczeliny. Gdy wirnik zajmuje położenie określone kątem φ , to:

$$\dot{m}_{k_{yr}}(\varphi) = \left[1 - \frac{1}{2} \frac{\omega R}{w_{k_y}(\varphi)} \right] \dot{m}_{s_{jb}}(\varphi) L \quad (5.56)$$

gdzie: $\dot{m}_{s_{jb}}(\varphi)$ – taki strumień gazu przepływającego przez rozważaną szczelinę, że rozwiązaniem równania (5.52) jest funkcja, która przyjmuje wartości:

$$\left. \begin{array}{l} \text{dla } x=0 \quad p = p(2\pi + \varphi) \\ \text{dla } x=l_{s_{ky}} \quad p = p_{ss} \end{array} \right\} \quad (5.57)$$

$w_{k_y}(\varphi)$ – średnia prędkość gazu w minimalnym przekroju szczeliny pozostającej w spoczynku.

5.5. Ilość czynnika w komorze łopatkowej maszyny rotacyjnej podczas pełnego cyklu roboczego

5.5.1. Wielołopatkowa maszyna ekspansyjna

W tym przypadku najlepiej jest rozpocząć analizę stanu napełniania komory dla takiego jej położenia, w którym przyjmuje ona minimalną wartość objętości. Gdy $\gamma \approx 0$, to minimalną, równą zero, wartość objętości ma komora powstająca (p. 3.2.1), której położenie opisane jest kątem $\varphi = -\lambda$.

W komorze o takiej współrzędnej położenia φ , że:

$$0 < \varphi_s(\varphi + \lambda) \leq \alpha_1 \quad (5.58)$$

ilość czynnika będzie równa masie napływających do niej gazów przez nieszczelności, gdyż brak jest jej połączenia z obszarem wlotowym lub wylotowym ($\Phi_A = \Phi_{AS}$). Do orientacyjnego określenia masy gazu w rozpatrywanej komorze przyjęto, że jego ciśnienie równe się średniemu ciśnieniu w przestrzeni wylotowej i wlotowej, a temperatura równa średniej temperaturze w tych przestrzeniach – T_{wsr} . Wówczas:

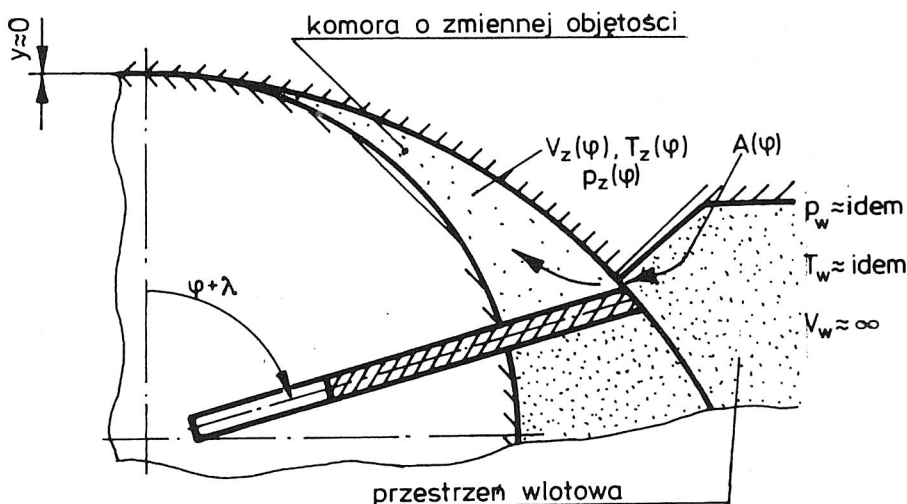
$$m(\varphi) = \frac{0,5(p_o + p_w)}{R_i T_{wsr}} R^2 LZ(\varphi) \quad (5.59)$$

Dla $\gamma > 0$ komora ma minimalną objętość wtedy, gdy jej położenie określa kąt $\varphi \approx -\lambda/2$. Jeżeli $\alpha_1 < \lambda/2$, to komorę wypełnia gaz o parametrach wlotowych. Ten przypadek jest opisywany dalej. Jeżeli natomiast $\alpha_1 \geq \lambda/2$, to ciśnienie i temperatura gazu w komorze jest wynikiem wcześniejszych przemian i można przyjąć, że dla jej położenia określonego kątem $\varphi = \varphi(\varphi_s = \alpha_1) - \lambda$ wynoszą one: $p[\varphi(\varphi_s = \alpha_1) - \lambda]$ i $T[\varphi(\varphi_s = \alpha_1) - \lambda]$, a jego masa wynosi:

$$m[\varphi(\varphi_s = \alpha_1) - \lambda] = R^2 LZ[\varphi(\varphi_s = \alpha_1) - \lambda] \frac{p[\varphi(\varphi_s = \alpha_1) - \lambda]}{R_i T[\varphi(\varphi_s = \alpha_1) - \lambda]} \quad (5.60)$$

Podczas dalszego ruchu obrotowego wirnika „początkowa” łopatka komory odsłania krawędź wlotową i rozpoczyna się faza zamierzonej dehermetyzacji przestrzeni roboczej, podczas której następuje jej napełnianie. Pierwszy okres tego procesu związany jest z koniecznym wyrównaniem ciśnienia w komorze roboczej i obszarze wlotowym. Najczęściej $p_z(\varphi) < p_w$ i ma miejsce „ładowanie” zbiornika.

Traktując kanał łączący przestrzeń wlotową z komorą jako dyszę zbieżną (rys. 5.15) można rozpatrywać ten proces jako adiabatyczny (choć nieizentropowy) przepływ gazu przez dyszę do zbiornika o zmiennej objętości.



Rys. 5.15. „Ładowanie” komory roboczej (zbiornika)

Strumień wpływającego do zbiornika gazu zależy od stosunku p_z/p_w oraz od powierzchni przekroju minimalnego dyszy $A(\varphi)$. Ciśnienie p_w jest przeważnie ustalone a $p_z(\varphi)$, $T_z(\varphi)$, $V_z(\varphi)$ i $A(\varphi)$ są funkcjami położenia.

Gdy $p_z/p_w \leq \beta_{kr}$, to:

$$\dot{m}_{kd} = A(\varphi)\varphi_p \sqrt{k \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}} \frac{p_w}{\sqrt{R_i T_w}}} \quad (5.61)$$

gdzie φ_p – współczynnik prędkości, zależny od kształtu dyszy.

Gdy $p_z/p_w > \beta_{kr}$, to strumień \dot{m}_{kd} wynosi:

$$\dot{m}_{kd} = A(\varphi)\varphi_p \sqrt{\frac{2k}{k-1} \left[\left(\frac{p_z(\varphi)}{p_w} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_z(\varphi)}{p_w} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right] \frac{p_w}{\sqrt{R_i T_w}}} \quad (5.62)$$

Całkowita ilość czynnika w komorze w dowolnej chwili od początku „ładowania” wynosi:

$$m(\varphi) = m[\varphi(\varphi_s = \alpha_1) - \lambda] + \frac{1}{\omega} \int_{\alpha_1}^{\varphi} \dot{m}_{kd}(\varphi) d\varphi \quad (5.63)$$

Przy wzroście $A(\varphi)$ kryterium otwarcia komory K_{ok} bardzo szybko maleje i „ładowanie” komory, które trwa, gdy obraca się ona o kąt $\Delta\varphi_1$, przebiega bardzo szybko. Prowadzi to często do założenia, że wyrównywanie ciśnienia zachodzi momentalnie.

Po osiągnięciu w komorze ciśnienia wlotowego p_w ilość znajdującego się w niej gazu wynosi:

$$m(\varphi + \Delta\varphi_1) = \frac{p_w}{R_i T_w} R^2 LZ(\varphi + \Delta\varphi_1) \quad (5.64)$$

Dalsze napełnianie komory, związane z powiększaniem objętości jest już dużo wolniejsze i trwa do chwili aż zajmie ona położenie opisane kątem φ , dla którego:

$$\varphi_s(\varphi) = \alpha_2$$

Jednocześnie czynnik roboczy współdziała cieplnie ze ściankami komory, a przez szczeliny część gazu wypływa do obszarów, gdzie ciśnienie jest niższe od p_w . Parametry termodynamiczne gazu przy dowolnym położeniu komory wynoszą więc: $p(\varphi) \approx p_w$ i $T(\varphi)$. Ze względu na wymianę ciepła i wypływ gazu przez szczeliny temperatura ta różni się od T_w (p. rozdz. 7). Ilość czynnika zawartego w komorze wynosi:

$$m(\varphi) = R^2 LZ(\varphi) \frac{p_w}{R_i T(\varphi)} \quad (5.65)$$

Po zamknięciu komory zachodzi faza rozprężania. Rozpoczyna ją gaz zawarty w komorze w końcu procesu napełniania. Jego masa wynosi:

$$m[\varphi_s(\varphi) = \alpha_2] = R^2 LZ(\varphi_s = \alpha_2) \frac{p_w}{R_i T(\varphi_s = \alpha_2)} \quad (5.66)$$

W trakcie rozprężania, tj. gdy komora zajmuje położenie opisane kątem φ spełniającym nierówność:

$$\alpha_2 < \varphi_s(\varphi) < \alpha_3 - \lambda \quad (5.67)$$

masa gazu w komorze zmienia się na skutek przepływu przez szczeliny. Wynosi ona w dowolnej chwili:

$$m(\varphi) = m[\varphi(\varphi_s = \alpha_2)] + \frac{1}{\omega} \int_{\varphi(\varphi_s = \alpha_2)}^{\varphi} \sum_i \dot{m}_{id} d\varphi - \frac{1}{\omega} \int_{\varphi(\varphi_s = \alpha_2)}^{\varphi} \sum_j \dot{m}_{jw} d\varphi \quad (5.68)$$

gdzie:

$\sum_i \dot{m}_{id}$ – suma wszystkich i strumieni masy dopływających do komory roboczej [$\dot{m}_{kkr}(\varphi)$, $\dot{m}_{kcr}(\varphi)$, ...];

$\sum_j \dot{m}_{jw}$ – suma wszystkich j strumieni masy wypływających z komory [$\dot{m}_{kn}(\varphi)$, $\dot{m}_{kkr}(\varphi + \lambda)$, $\dot{m}_{kcr}(\varphi + \lambda)$, \dot{m}_{kcbmax}];

$\varphi(\varphi_s = \alpha_2)$ – kąt określający takie położenie komory, że $\varphi_s = \alpha_2$.

Odsłonięcie przez łopatkę krawędzi opisanej kątem α_3 prowadzi do połączenia komory roboczej i przestrzeni wylotowej. Prawidłowo dobrany kąt α_3 zapewnia, że $p[\varphi(\varphi_s = \alpha_3) - \lambda] = p_o$. Gdy na skutek błędu konstrukcyjnego ciśnienie $p[\varphi(\varphi_s = \alpha_3) - \lambda]$ jest niższe niż p_o , to do komory może powracać czynnik z przestrzeni wylotowej. Strumień masy tego gazu może być obliczony za pomocą wzorów (5.61) i (5.62).

Jeżeli zaś $p[\varphi(\varphi_s = \alpha_3) - \lambda] > p_o$, to z komory czynnik będzie wypływał. Strumień masy gazu wypływającego określić można z zależności:

- gdy $p_o/p(\varphi) < \beta_{kr}$, to:

$$\dot{m}_{kw} = A(\varphi)\varphi_p \frac{p(\varphi)}{\sqrt{R_i T(\varphi)}} \sqrt{\frac{2k}{k-1} \left[\left(\frac{p_o}{p(\varphi)} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_o}{p(\varphi)} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]} \quad (5.69)$$

- lub, gdy $p_o/p(\varphi) > \beta_{kr}$, to:

$$\dot{m}_{kw} = A(\varphi)\varphi_p \frac{p(\varphi)}{\sqrt{R_i T(\varphi)}} \sqrt{\frac{2k}{k-1} \left[\left(\frac{p_o}{p(\varphi)} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_o}{p(\varphi)} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]} \quad (5.69a)$$

Szybki wzrost $A(\varphi)$ prowadzi do gwałtownego spadku kryterium otwarcia komory a tym samym wpływ lub ładowanie zachodzi bardzo szybko ($\Delta\varphi_2$ – małe). Przyjmuje się więc często, że proces ten jest momentalny. Na jego końcu ilość czynnika w komorze wynosi:

$$m(\varphi + \Delta\varphi_2) = \frac{P_o}{R_i T(\varphi + \Delta\varphi_2)} R^2 LZ(\varphi + \Delta\varphi_2) \quad (5.70)$$

Podczas obrotu komory roboczej od $\varphi = \varphi(\varphi_s = \alpha_3) - \lambda$ do $\varphi = \varphi(\varphi_s = \alpha_4)$, tj. w fazie wytłaczania ciśnienie zawarte w niej gazu pozostaje stałe i wynosi p_o , natomiast temperatura zależna jest od współdziałania termicznego ze ściankami komory. Ilość gazu zawarta w komorze w dowolnym jej położeniu w omawianym przedziale zmian φ może być wyliczona ze wzoru:

$$m(\varphi) = R^2 LZ(\varphi) \frac{P_o}{R_i T(\varphi)} \quad (5.71)$$

W końcowej fazie obrotu wirnika należy osobno rozpatrywać sytuację gdy $y > 0$ lub $y \approx 0$. W pierwszym przypadku zazwyczaj spełniony jest warunek, że $2\pi - \alpha_4 < \lambda$ i w „znikającej” komórce zamykana jest niewielka ilość czynnika. Jego masa wynosi:

$$m[\varphi(\varphi_s = \alpha_4)] = R^2 LZ(\varphi) \frac{P_o}{R_i T(\varphi)} \quad (5.72)$$

Czynnik ten przy zmniejszającej się objętości komory będzie wypływał z niej przez szczeliny i dla φ przyjmującego wartość 2π wyniesie $m = 0$. Cykl pracy maszyny zostanie wówczas zakończony.

Gdy $y > 0$, realizowana jest faza sprężania. Trwa ona gdy komora znajduje się w położeniu opisanym kątem φ z przedziału $\varphi(\varphi_s = \alpha_4) < \varphi < \varphi(\varphi_s = \alpha_1) - \lambda$. Ilość czynnika w komórce roboczej określa wówczas zależność:

$$m(\varphi) = m[\varphi(\varphi_s = \alpha_4)] + \frac{1}{\omega} \int_{\varphi(\varphi_s = \alpha_4)}^{\varphi} \sum_l \dot{m}_{ld} d\varphi - \frac{1}{\omega} \int_{\varphi(\varphi_s = \alpha_4)}^{\varphi} \sum_k \dot{m}_{kw} d\varphi \quad (5.73)$$

w której:

$\sum_l \dot{m}_{ld}$ – suma wszystkich l strumieni gazu dopływających do komory znajdującej się w tej fazie.

$\sum_k \dot{m}_{kw}$ – suma wszystkich k strumieni wypływających z tej komory.

Po połączeniu komory z przestrzenią wlotową ($\varphi > \varphi(\varphi_s = \alpha_1) - \lambda$) cykl pracy powtarza się.

5.5.2. Wielopatkowa maszyna kompresyjna

Analizę zawartości komory roboczej maszyny kompresyjnej można rozpocząć od momentu, gdy po napełnieniu zostanie ona zamknięta, tj. dla $\varphi = \varphi(\varphi_s = \alpha_4)$. Masa czynnika wynosi wówczas:

$$m[\varphi(\varphi_s = \alpha_4)] = R^2 LZ[\varphi(\varphi_s = \alpha_4)] \frac{P_{ss}}{R_i T[\varphi(\varphi_s = \alpha_4)]} \quad (5.74)$$

Dla $\varphi(\varphi_s = \alpha_4) \leq \varphi < \varphi(\varphi_s = \alpha_1) - \lambda$ będzie:

$$m(\varphi) = m[\varphi(\varphi_s = \alpha_4)] + \frac{1}{\omega} \int_{\varphi(\varphi=\alpha_4)}^{\varphi} \sum_i \dot{m}_{id} d\varphi - \frac{1}{\omega} \int_{\varphi(\varphi=\alpha_4)}^{\varphi} \sum_j \dot{m}_{jw} d\varphi \quad (5.75)$$

Podczas obrotu komory o $\Delta\varphi_3$ następuje otwarcie komory i wyrównanie ciśnienia. Strumienie: napływający do komory lub z niej wypływający można obliczyć za pomocą wzorów (5.61), (5.62), (5.69), (5.69a). Czasami, gdy $\Delta\varphi_3 \rightarrow 0$, procesy te uważane są za momentalne.

Gdy $[\varphi(\varphi_s = \alpha_1) - \lambda] + \Delta\varphi < \varphi < \varphi(\varphi_s = \alpha_2)$, to:

$$m(\varphi) = R^2 LZ(\varphi) \frac{P_t}{R_i T(\varphi)} \quad (5.76)$$

Dla przypadku, gdy $y > 0$ i gdy $\varphi(\varphi_3 = \alpha_2) < \varphi < \varphi(\varphi_s = \alpha_3) - \lambda$, to podczas rozprężania będzie:

$$m(\varphi) = m[\varphi(\varphi_s = \alpha_2)] + \frac{1}{\omega} \int_{\varphi(\varphi_s=\alpha_2)}^{\varphi} \sum_l \dot{m}_{ld} d\varphi - \frac{1}{\omega} \int_{\varphi(\varphi_s=\alpha_2)}^{\varphi} \sum_k \dot{m}_{kw} d\varphi \quad (5.77)$$

Dla przypadku, gdy $y \approx 0$ i $\varphi(\varphi_s = \alpha_2) < \varphi < \pi$, to zamknięty w komorze czynnik w ilości:

$$m[\varphi(\varphi_s = \alpha_2)] = R^2 LZ[\varphi(\varphi_s = \alpha_2)] \frac{P_t}{R_i T_i} \quad (5.78)$$

wyplynie z niej przez szczeliny. Dla $\varphi = \pi$ komora „zniknie”.

Powstawanie komory rozpoczyna się, gdy $(\pi - \lambda) < \varphi < [\varphi(\varphi_s = \alpha_3) - \lambda]$. Jest ona napełniana przez szczeliny a parametry gazu tuż przed jej otwarciem są trudne do ustalenia. Przyjęto, że $p = p_{ss}$, a $T = T_t$. Po otwarciu komory w czasie jej obrotu o $\Delta\varphi_4$ następuje wyrównanie ciśnienia w komorze i przestrzeni ssania. Przy $\Delta\varphi \rightarrow 0$ proces ten można traktować jako momentalny. Od chwili wyrównania ciśnień i pełnej dehermetyzacji komory rozpoczyna się faza napełniania przestrzeni roboczej, która trwa do chwili, w której $\varphi = \varphi(\varphi_s = \alpha_4)$. Ilość czynnika w komorze roboczej w tym okresie może być wyznaczona z równania:

$$m(\varphi) = R^2 LZ(\varphi) \frac{P_{ss}}{R_i T(\varphi)} \quad (5.79)$$

Po ponownym zamknięciu komory $[\varphi = \varphi(\varphi_s = \alpha_4)]$ rozpoczyna się nowy okres pracy maszyny.

5.5.3. Jednołopatkowe maszyny kompresyjne

Powstawanie komory roboczej w maszynach jednołopatkowych rozpoczyna się, gdy wirnik zajmuje położenie określone kątem $\varphi = 0$. Początkowo jej objętość jest bardzo mała i zawarty w niej czynnik pochodzi z przecieków. W przybliżeniu można przyjąć, że ma on parametry gazu na wlocie. Jeżeli nastąpi połączenie komory z króćcem ssawnym (co zajdzie dla $\varphi = \alpha_1$) zostanie ona wypełniona gazem o parametrach wlotowych (P_{ss}, T_{ss}). Ilość czynnika zawartego w komorze dla $0 < \varphi < 2\pi + \alpha_2$ wynosi:

$$m(\varphi) = V(\varphi) \frac{P_{ss}}{R_i T(\varphi)} \quad (5.80)$$

gdzie $V(\varphi)$ – objętość komory, obliczana za pomocą wzoru (3.31).

Po zamknięciu przestrzeni roboczej, tj. dla $2\pi + \alpha_2 < \varphi \leq 2\pi + \varphi_t$, gdzie φ_t – współrzędna położenia wirnika, przy której zostanie otwarty zawór tłoczny, masa znajdującego się w niej gazu wynosi:

$$m(\varphi) = m(2\pi + \alpha_2) - \frac{1}{\omega} \int_{2\pi + \alpha_2}^{\varphi} (\dot{m}_{kk} + \dot{m}_{kn} + \dot{m}_{ky} + \dot{m}_{ksp} + \dot{m}_{ksw}) d\varphi \quad (5.81)$$

Występujące pod znakiem całki strumienie przecieków określone są wzorami: (5.38), (5.42), (5.46), (5.47), (5.56).

Gdy zawór wylotowy (tłoczny) zostanie otwarty to ilość czynnika w komorze przy wzroście φ będzie malała. W dowolnej chwili dla $2\pi + \varphi_t < \varphi < 2\pi + \alpha_3$ wynosi ona:

$$m(\varphi) = V(\varphi) \frac{P_t}{R_i T(\varphi)} \quad (5.82)$$

Zakończenie wytłaczania następuje dla kąta $\varphi = 2\pi + \alpha_3$, a nieznaczny jego wzrost o $\Delta\varphi_t$ ponad tę wartość spowoduje połączenie analizowanej przestrzeni roboczej z następną komorą, znajdującą się w fazie napełniania i gwałtowny wypływ do niej gazu. Po akcji tym w komorze roboczej będzie $m(2\pi + \alpha_3 + \Delta\varphi_t)$ kg czynnika roboczego:

$$m(2\pi + \alpha_3 + \Delta\varphi_t) = V(2\pi + \alpha_3 + \Delta\varphi_t) \frac{P_{ss}}{R_i T(2\pi + \alpha_3)} \quad (5.83)$$

Dla $2\pi + \alpha_3 + \Delta\varphi_t < \varphi < 2\pi + \alpha_4$ będzie zaś:

$$m(\varphi) = V(\varphi) \frac{P_{ss}}{R_i T(2\pi + \alpha_3)} \quad (5.84)$$

Podczas obrotu wirnika w przedziale $2\pi + \alpha_4 \leq \varphi < 4\pi$ komora robocza znika, a zamknięty w niej gaz przepłynie przez szczeliny do obszarów niskiego ciśnienia. Objętość tej komory jest bardzo mała i często masę czynnika w tym fragmencie procesu można przyjąć równą zero.

W sposób podobny do przedstawionego wyżej można określić ilość czynnika w komorze roboczej jednołopatkowej maszyny ekspansyjnej.

5.6. Podsumowanie

Rozpatrując zjawiska przepływu gazu w łopatkowych maszynach rotacyjnych autor zwrócił uwagę na niektóre ich aspekty. W maszynach tych występuje:

- porcjowany przepływ czynnika z obszaru wlotowego do obszaru wylotowego,
- przepływ przez szczeliny między obszarami maszyn rotacyjnych o różnych ciśnieniach gazu.

Takim obszarem może być przede wszystkim komora robocza.

Wskutek wypływu przez szczeliny ilość czynnika w zamkniętej komorze ulega zmianie. Na przykład w wielołopatkowej maszynie ekspansyjnej pod koniec fazy rozprężania całkowita masa gazu może osiągnąć wartość 70–90% (a nawet mniej) masy gazu w niej zawartego w chwili jej zamknięcia. Jednocześnie czynnik dopływający do komory ma z reguły parametry termodynamiczne różne od czynnika w niej przebywającego.

Przedstawiono zależności umożliwiające określenie strumienia masy gazu przepływającego przez szczeliny. Analiza ilościowa strumieni masy gazu w poszczególnych szczelinach dla ekspansyjnej maszyny wielołopatkowej wykazała, że są one tego samego rzędu ($\dot{m}_{\max}/\dot{m}_{\min} \approx 3 \div 6$). Nie pozwala to w sposób zdecydowany odrzucić niektórych z nich.

O całej masie gazu zawartego w komorze roboczej decydują także jego parametry termodynamiczne. Sposób ich określenia będzie przedstawiony w rozdziale 7.

6. WYBRANE ZAGADNIENIA WYMIANY CIEPŁA W ŁOPATKOWYCH MASZYNACH ROTACYJNYCH

6.1. Uwagi wstępne

W rozdziale niniejszym zajęto się zagadnieniami wymiany ciepła między gazem a maszyną i otoczeniem podczas porcjowanego przepływu przez nią czynnika roboczego. Do najważniejszych problemów z tym związanych należy zaliczyć:

- identyfikację i opis źródeł ciepła występujących w maszynie podczas realizacji w niej procesów energetycznych,
- wyznaczenie temperatury w elementach konstrukcji maszyny, jej otoczeniu i czynnika roboczym,
- określenie strumieni ciepła wymienianego przez gaz z bliższym i dalszym otoczeniem.

Źródła ciepła spotykane w maszynach objętościowych mogą dzielić się na:

- inicjowane
- indukowane.

Inicjowane to takie, których zaistnienie musi być zaplanowane i zrealizowane. Podlegają one kontroli i sterowaniu; w szczególności mogą nie występować w ogóle. Do źródeł tego typu należy zaliczyć elementy układu, w których zachodzi spalanie paliwa lub kontrolowane oziębienie czynnika.

Indukowane źródła ciepła to te, których powstanie wymuszone jest realizacją zaplanowanych procesów, w określonym miejscu i czasie, z użyciem tych a nie innych środków. Źródłami indukowanymi mogą być:

- ciała związane z rozpraszaniem energii,
- ciała, które wymieniają ciepło z otoczeniem, gdyż ich temperatura w trakcie pracy maszyny ulega zmianie.

Nie poddają się one łatwo opisowi i sterowaniu. Można ich występowanie i wydajność ograniczyć, lecz nie da się ich uniknąć lub wyeliminować całkowicie.

W maszynach łopatkowych (choć nie zawsze [9, 88, 158]) nie realizuje się procesu spalania paliwa, jednak często czynnik jest chłodzony w wymiennikach międzystopnio-

wych. W dalszych rozważaniach będą brane pod uwagę głównie indukowane źródła ciepła.

6.2. Tarcie mechaniczne i związane z nim źródła ciepła

6.2.1. Charakterystyka trących się elementów

Pokonanie tarcia mechanicznego poruszających się po sobie elementów wymaga nakładów energetycznych. Energia ta [84] zużyta zostaje na wykonanie pracy np. formowania rzeczywistej powierzchni styku, odkształcenia sprężystego lub plastycznego, a także jest rozpraszana. Dyssypacja występuje między innymi w takich zjawiskach jak generowanie defektów i dyslokacji w sieci, fonemisji, fotoemisji, elektroemisji, a przede wszystkim podczas generowania ciepła tarcia. Można więc napisać:

$$Q_f = (1 - K_f)L_f \quad (6.1)$$

lub

$$\dot{q}_f = (1 - K_f)N_f \frac{1}{A_s} \quad (6.1a)$$

gdzie:

Q_f – ciepło tarcia wydzielające się podczas pracy elementu wykonującego ruch,
 K_f – łączny udział nietermicznych składowych nakładów energetycznych na tarcie;
 wg danych literaturowych $K_f = 0,04 - 0,08$ [84],

\dot{q}_f – wydajność powierzchniowego źródła ciepła,

N_f – moc zużywana na pokonanie tarcia elementu,

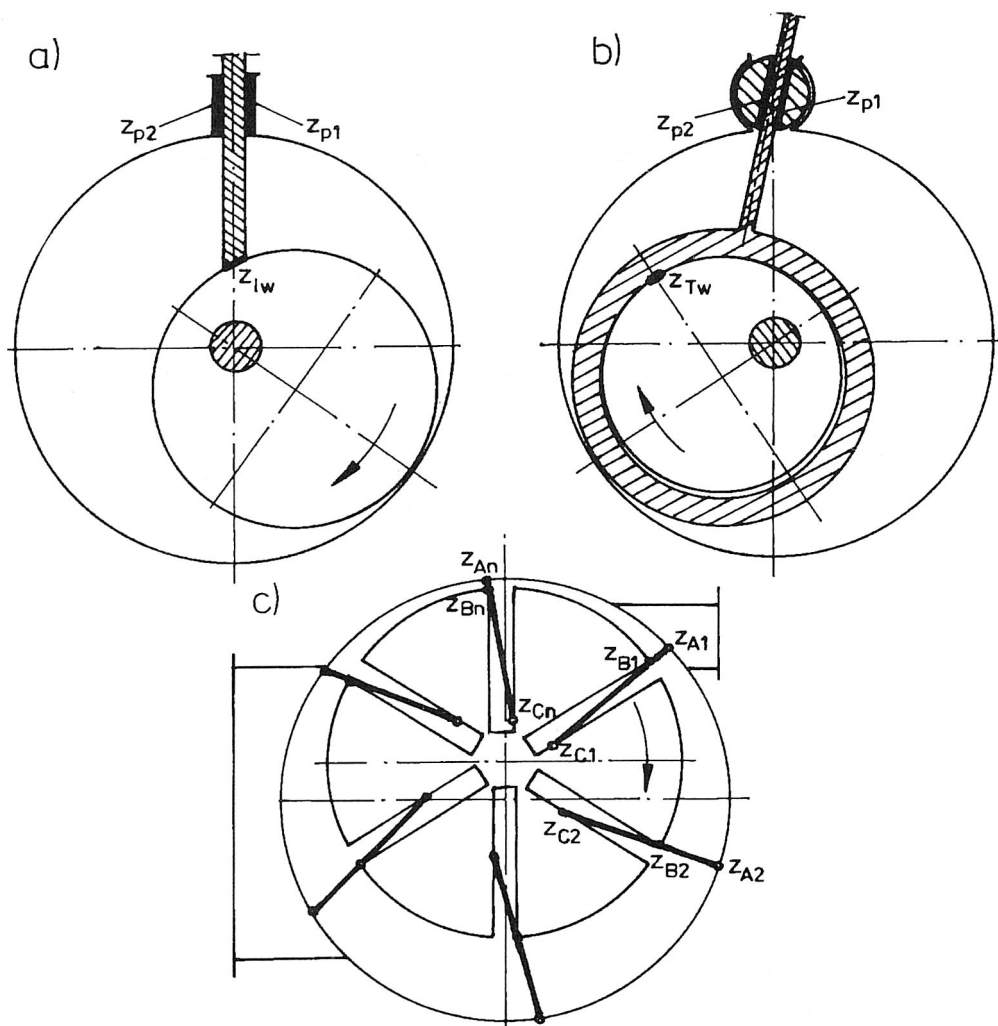
A_s – powierzchnia styku trących się elementów.

Ta część powierzchni elementu maszyny, która bierze udział w zjawisku tarcia i na której generowane jest ciepło, będzie nazywana powierzchniowym źródłem ciepła o wydajności \dot{q}_f . Na rysunku 6.1 przedstawiono rozmieszczenie tych źródeł w typowych maszynach łożatkowych.

Podstawowymi zagadnieniami wymagającymi opisu przy termicznej analizie zjawiska tarcia dwóch elementów maszyn są:

- pola temperatury w poszczególnych urządzeniach,
- temperatura trących się powierzchni,
- rozdział powstałego strumienia ciepła między ciała biorące udział w procesie.

Niech będą dane dwa trące się elementy, oznaczane dalej indeksem i ($i = 1, 2$), których schemat przedstawiono na rys. 6.2. Temperatura ciała w dowolnym jego punkcie, np. A , wynosi $T_A(x, y, z, \tau)$. Można ją zapisać w postaci:



Rys. 6.1. Rozmieszczenie powierzchniowych źródeł ciepła tarcia w niektórych ŁMR

$$T_A(x, y, z, \tau) = T_o + \vartheta_A(x, y, z, \tau) \quad (6.2)$$

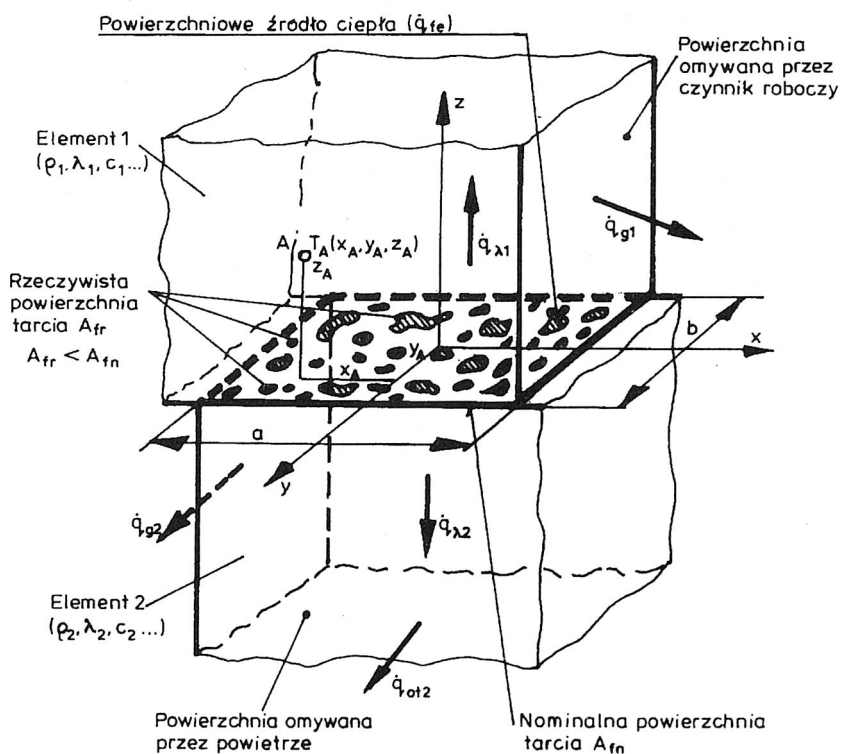
gdzie:

T_o – temperatura elementów konstrukcyjnych (pary ciernej) przed rozpoczęciem tarcia; najczęściej jest ona równa temperaturze otoczenia,

$\vartheta_A(x, y, z, \tau)$ – przyrost temperatury ciała wywołany przekazywaniem do niego ciepła tarcia.

W wielu urządzeniach (np. hamulcach, sprzęgłach ciernych itp) tarcie jest procesem nieustalonym, a związana z nim wymiana ciepła ma również taki sam charakter. W innych natomiast (np. w łopatkowych maszynach rotacyjnych) faza tarcia nieustalonego jest charakterystyczna dla początkowego okresu pracy maszyny. W późniejszym czasie ciepło tarcia odbierane jest od pary trących się części przez ich otoczenie w taki sposób, że pola temperatury w prawie całych objętościach elementów są ustalone i można posługiwać się średnią temperaturą wnętrza ciała – T_V . Okresowej zmianie wywołanej cyklicznością procesu tarcia i wymiany ciepła ulega temperatura tylko w niewielkiej, powierzchniowej części pary cieiernej. Na rysunku 6.3 przedstawiono schematycznie rozkład tych temperatur. Temperaturę powierzchni trących się elementów opisują takie wielkości jak temperatura błysku, temperatura maksymalna czy średnia temperatura nominalnej powierzchni tarcia T_{Afsr} . W dalszej analizie cieplnej używana będzie ta właśnie wielkość.

Głębokość warstwy powierzchniowej, w której zachodzą okresowe zmiany temperatury, czyli głębokość warstwy absorbującej i oddającej ciepło określić można z zależności [23]:



Rys. 6.2. Schemat trących się elementów

$$b_{ief} = 1,73\sqrt{a_i\tau_f} \quad (6.3)$$

gdzie:

a_i – dyfuzyjność termiczna materiału,

τ_f – czas trwania procesu tarcia.

Przyjmując, że na powierzchni tarcia istnieje źródło o mocy \dot{q}_f , można postawić pytanie jaki jest rozdział tego strumienia na poszczególne ciała. W [23, 24] przytaczane są formuły określające współczynnik rozdziału strumienia β_r ciepła. Często stosowana do obliczeń jest zależność Hasselgrubera i Sharrona:

$$\beta_{r,2} = \frac{\sqrt{\lambda_2\rho_2c_{p2}}}{\sqrt{\lambda_2\rho_2c_{p2}} + \sqrt{\lambda_1\rho_1c_{p1}}} \quad (6.4)$$

gdzie:

$\beta_{r,2}$ – współczynnik rozdziału strumienia ciepła tarcia dla ciała 2;

$\lambda_i, \rho_i, c_{pi}$ – współczynnik przewodzenia ciepła, gęstość i ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu dla materiałów pary ciekiej.

A. V. Čičinadze proponuje natomiast zależność przedstawioną wzorem:

$$\beta_{r,2} = \left\{ 1 + C_o \left[\frac{Fo_2}{Fo_1} - \frac{(Fo_1 - Fo_2)}{3Fo_1^2 A} \left[\frac{1}{3} \ln \frac{\left(\frac{1}{3} - A\right)\left(\frac{1}{3} - Fo_1 + A\right)}{\left(\frac{1}{3} + A\right)\left(\frac{1}{3} - Fo_1 - A\right)} - A \ln \frac{3}{2} Fo_1 \right] \right] \right\}^{-1} \quad (6.5)$$

gdzie:

$$A = \sqrt{Fo_1^2 + \frac{1}{9}}; \quad C_o = \frac{\psi_{V2} b_{2ef} \lambda_1}{\psi_{V1} b_{1ef} \lambda_2}$$

W powyższych wzorach:

Fo_i – liczba Fouriera,

ψ_{Vi} – współczynnik uwzględniający obniżenie temperatury spowodowanej przepływem ciepła w kierunku bocznym w stosunku do nominalnej powierzchni tarcia; współczynnik ten można określić ze wzoru:

$$\psi_{Vi} = \frac{m_{ief} c_{pi}}{m_{ief} c_{pi} + \frac{1}{2} \sum m_{ipz} c_{pi}} \quad (6.6)$$

przypadku niewielką część ciepła przekazywanego do elementów konstrukcyjnych drogą przewodzenia. Jednocześnie trójwymiarowe równanie różniczkowe cząstkowe można sprowadzić do zagadnienia jednowymiarowego. Przyjmując, że:

$$T_i(x, \tau) = T_{Vi} + \vartheta_i^*(x, \tau) \quad (6.8)$$

równanie Fouriera można zapisać w postaci:

$$\frac{\partial^2 \vartheta_i^*}{\partial x^2} = \frac{1}{a_i} \frac{\partial \vartheta_i^*}{\partial \tau} \quad (6.9)$$

gdzie $\vartheta_i^*(x, \tau)$ – nadwyżka temperatury ciała ponad temperaturę T_{Vi} .

Przy znanej lub możliwej do określenia w inny sposób wartości T_{Vi} , zadanie wyznaczenia pola temperatury w materiale trących się części sprowadza się do znalezienia zależności $\vartheta_i^*(x, \tau)$. Jako warunki brzegowe przyjmuje się [24]:

- na styku, przy $x = 0$:

$$-\lambda_i \frac{\partial \vartheta_i^*}{\partial x} = \frac{\beta_{ri} L_f \bar{\tau}_N}{A_{ni} \tau_{fe}} \quad (6.10)$$

gdzie:

L_f – praca na pokonanie tarcia w procesie elementarnym,

τ_{fe} – czas, w którym przebiegał ten proces,

$\bar{\tau}_N$ – bezwymiarowy wskaźnik mocy (p. (6.19))

- na powierzchni $x = b_{ief}$ brak wymiany ciepła z pozostałą częścią elementu pary czarnej.

$$\frac{\partial \vartheta_i^*}{\partial x} = 0 \quad (6.11)$$

Warunkami początkowymi są:

$$\text{gdy } \tau = 0, \text{ to } \vartheta_1^* = 0 \quad (6.12)$$

Oprócz powyższych warunków przyjęto, że szybkość zmian temperatury w dowolnym punkcie wzdłuż osi x jest wprost proporcjonalna do średniej szybkości zmiany temperatury w tej części ciała, która absorbuje ciepło [24]. Można wobec tego napisać:

$$\frac{\partial \vartheta_i^*}{\partial \tau} = \frac{\beta_{ri} L_f \bar{\tau}_N}{A_{ni} \tau_{fe} b_{ief} \rho_i c_{pi}} \quad (6.13)$$

Po rozwiązaniu (6.9) i uwzględnieniu (6.10)–(6.13) otrzymano wyrażenie opisujące zmianę temperatury wzdłuż osi x i w zależności od czasu τ , które przyjmie postać:

$$\mathcal{G}_i^*(\xi_i, \bar{\tau}) = \frac{\beta_{ri} L_f b_{ief} \psi_{vi}}{\lambda_i A_{ni} \tau_{fe}} \left\{ \left[\frac{1}{3} - \xi_i \left(1 - \frac{\xi_i}{2} \right) \right] \bar{\tau}_N + Fo_i \bar{\tau}_W - \frac{2\bar{\tau}_N}{\pi^2} \Sigma \right\} \quad (6.14)$$

gdzie:

$$\Sigma = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \exp\left(-\pi^2 n^2 Fo_i \bar{\tau}\right) \cos \pi n \xi_i \quad (6.15)$$

W równaniach powyższych:

- ξ_i – względna odległość rozpatrywanej płaszczyzny od płaszczyzny styku:

$$\xi_i = \frac{x}{b_{ief}} \quad (6.16)$$

- $\bar{\tau}_V$ – współczynnik określający jaką część całej pracy tarcia L_f wykonano w czasie τ od początku procesu:

$$\bar{\tau}_W = \frac{L_f(\tau)}{L_f} \quad (6.17)$$

gdzie $L_f(\tau)$ – praca tarcia wykonana w czasie τ .

- $\bar{\tau}$ – względny czas procesu:

$$\bar{\tau} = \frac{\tau}{\tau_{fe}} \quad (6.18)$$

- n – liczby naturalne.

Bezwymiarowy wskaźnik mocy tarcia $\bar{\tau}_N$ określony jest wzorem:

$$\bar{\tau}_N = \frac{N_f(\tau) \tau_{fe}}{L_f} \quad (6.19)$$

w którym $N_f(\tau)$ to moc tarcia w chwili τ .

Średnią temperaturę styku trących się elementów w chwili τ można wyznaczyć ze wzoru (6.14) dla $\xi_i = 0$. Będzie więc można napisać:

$$T_{A\beta ri}(\tau) = T_o + \mathcal{G}_V + \mathcal{G}_i^*(\xi_i = 0, \bar{\tau}), \quad (6.20)$$

gdzie:

$$\mathcal{G}_i^*(\xi_i = 0, \bar{\tau}) = \frac{\beta_{ri} L_f b_{ief} \psi_{vi}}{\lambda_i A_{ni} \tau_{fe}} \left(\frac{1}{3} \bar{\tau}_N + Fo_i \bar{\tau}_W - \frac{2\bar{\tau}_N}{\pi^2} \Sigma \right) \quad (6.21)$$

6.2.3. Cykliczny proces tarcia

Często tarcie jest zjawiskiem cyklicznym. Przedstawione wyżej rozważania można traktować jako opis jednego cyklu realizowanego w warunkach ustalonych. Rozpatrując szereg następujących po sobie aktów tarcia w okresie nieustalonego działania urządzenia należy uwzględnić wpływ ochładzania powierzchni tarcia drogą konwekcji na temperaturę trących się części.

Niech ciało w węźle tarcia ma masę m_k , jego średnia temperatura to ϑ_V , a ciepło właściwe wynosi c . Powierzchnia, na której zachodzi przejmowanie ciepła niech ma pole A_k . Ciało w procesie tarcia zostało nagrzane do średniej temperatury ϑ'' . Przy dostatecznie długim procesie chłodzenia $\tau_{ch\infty}$ (rys. 6.4a) jego temperatura może powrócić do wartości początkowej ϑ_V . Jeżeli współczynnik wnikania ciepła α_f jest wielkością stałą, to po czasie $\tau_{ch} < \tau_{ch\infty}$ temperatura ciała w wyniku chłodzenia obniży się do wartości ϑ' , którą można określić (rys. 6.4) ze wzoru [23, 24]:

$$\vartheta'_{ch} - \vartheta_V = (\vartheta'' - \vartheta_V) e^{-K_\alpha \tau_{ch}} \quad (6.22)$$

gdzie:

$$K_\alpha = \frac{\alpha_f A_k}{m_k c} \quad (6.23)$$

Jeżeli cykle tarcia i cykle chłodzenia zachodzą w równych odstępach czasu ($\tau_{ef1} = \tau_{ef2} = \tau_{ef3} = \dots = \tau_{efn}$; $\tau_{ch1} = \tau_{ch2} = \tau_{ch3} = \dots = \tau_{chn}$), a strumienie wydzielanego w tym czasie ciepła tarcia są takie same, to przyrost średniej temperatury ciała po każdym cyklu tarcia wynosi:

$$\vartheta'' - \vartheta' = \Delta\vartheta = \frac{L_f}{m_k c} = \frac{L_f K_\alpha}{\alpha_f A_k} \quad (6.24)$$

Po zrealizowaniu pierwszego cyklu tarcia temperatura ciała wzrosła do $\vartheta''_1 = \vartheta_V + \Delta\vartheta$, gdy $\vartheta'_1 = \vartheta_V$. W wyniku chłodzenia ciało osiągnie temperaturę:

$$\vartheta'_2 = \vartheta_V + \Delta\vartheta e^{-K_\alpha \tau_{ch}} \quad (6.25)$$

Po drugim cyklu tarcia temperatura ciała będzie wynosiła:

$$\vartheta''_2 = \vartheta'_2 + \Delta\vartheta = \vartheta_V + \Delta\vartheta \left(1 + e^{-K_\alpha \tau_{ch}}\right) \quad (6.26)$$

W n -tym cyklu będzie [23]:

$$\vartheta'_n = \vartheta''_n - \Delta\vartheta$$

$$\vartheta_n'' = \vartheta_V + \Delta\vartheta \frac{1 - e^{-nK_\alpha\tau_{ch}}}{1 - e^{-K_\alpha\tau_{ch}}} \quad (6.27)$$

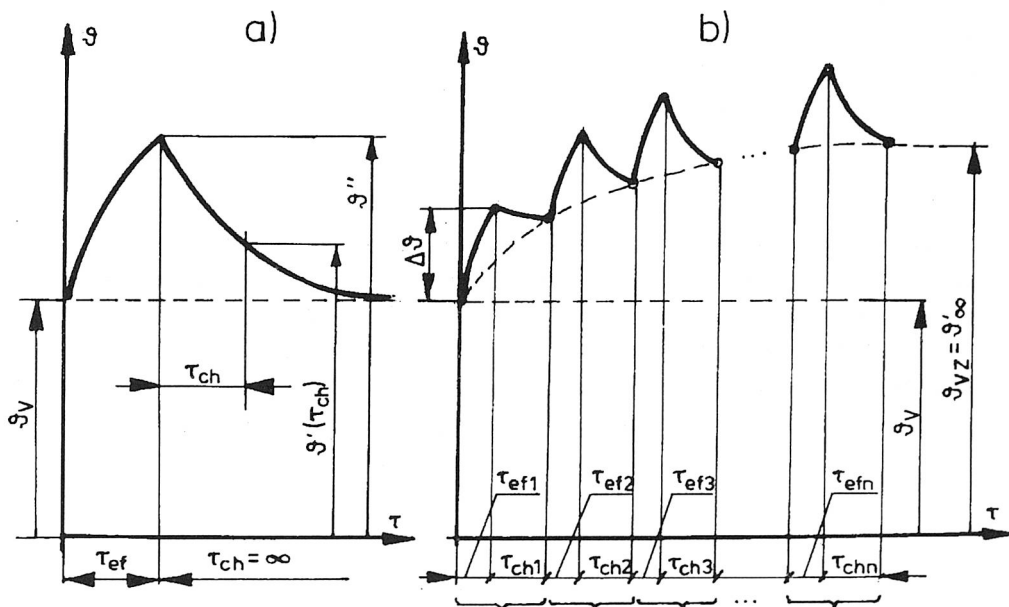
Gdy cykli tych jest bardzo dużo ($n \rightarrow \infty$) to ustalona temperatura ciała po akcie tarcia wynosi:

$$\vartheta_\infty'' = \vartheta_V + \frac{L_f}{\alpha_f A_k \tau_{ch}} \left(K_\alpha \tau_{ch} + \frac{K_\alpha \tau_{ch}}{e^{K_\alpha \tau_{ch}} - 1} \right) \quad (6.28)$$

a po jego ochłodzeniu przyjmie wartość:

$$\vartheta_\infty' = \vartheta_V + \frac{L_f}{\alpha_f A_k \tau_{ch}} \left(\frac{K_\alpha \tau_{ch}}{e^{K_\alpha \tau_{ch}} - 1} \right) \quad (6.29)$$

Różnica $\vartheta_\infty'' - \vartheta_\infty'$ wynosi $\Delta\vartheta$, co oznacza, że całe ciepło tarcia zostaje odebrane w fazie konwekcyjnego chłodzenia i temperaturę ϑ_∞' można uznać za nową, ustaloną średnią temperaturę ϑ_{Vz} ciała biorącego udział w tarcii i przekazującego ciepło drogą konwekcji do otaczających go gazów.



Rys. 6.4. Nagrzewanie ciała w niestalonym okresie pracy maszyny; a) pojedynczy cykl tarcia i chłodzenia; b) cykle następujące po sobie

6.2.4. Temperatura cylindra i pokryw bocznych

Tarcie łopatek po powierzchni cylindra można potraktować jako cyklicznie powtarzający się proces, w wyniku którego następuje pochłanianie przez cylinder ciepła oraz przekazywanie go drogą konwekcji do stykających się z nim gazów. W stanie równowagi, gdy temperatura cylindra nie ulega zmianie, ciepło tarcia przejęte przez cylinder w całości jest przekazywane do gazu (rys. 6.5). Można wówczas napisać:

$$\dot{L}_{fc} = \dot{Q}_{cw} + \dot{Q}_o = (T_{Vc} - T)\alpha_{cw}A_{cw} + (T_{Vc} - T_o)\alpha_{co}A_{co} \quad (6.30)$$

Przekształcając powyższy wzór otrzymano:

$$T_{Vc} = \frac{\dot{L}_{fc} + T_g\alpha_{cw}A_{cw} + T_o\alpha_{co}A_{co}}{\alpha_{cw}A_{cw} + \alpha_{co}A_{co}} \quad (6.31)$$

gdzie:

T_{Vc} – temperatura objętościowa cylindra,

T_g – temperatura gazu w komorze roboczej,

A_{cw}, A_{co} – powierzchnia części cylindra od strony komory roboczej i otoczenia,

α_{cw} – współczynnik wnikania ciepła od ścianki do gazu w komorze roboczej,

α_{co} – współczynnik wnikania ciepła od ścianki maszyny do otoczenia.

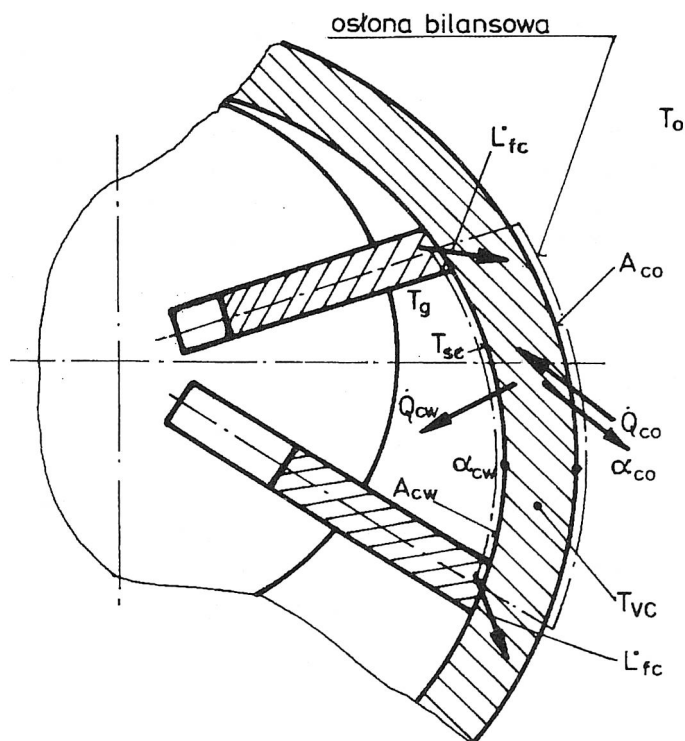
Gdy temperatura gazu w komorze roboczej obniża swoją wartość poniżej temperatury otoczenia, wówczas T_{Vc} maleje mogąc nawet przyjąć wartości niższe od T_o . Graniczną wartością temperatury gazu w komorze maszyny ekspansyjnej, przy której $T_{Vc} = T_o$, wyliczona z równania (6.31) wynosi:

$$T_g = T_o - \frac{\dot{L}_{fc}}{\alpha_{cw}A_{cw}} \quad (6.32)$$

Z wzoru tego wynika, że całe ciepło tarcia przejmowane jest przez gaz zawarty w komorze roboczej. Spadek temperatury T_{Vc} poniżej temperatury otoczenia powoduje przekazywanie ciepła z otoczenia do ścianki zewnętrznej maszyny, a dalej do czynnika roboczego. Strumień ciepła z otoczenia – \dot{Q}_o prowadzi do takiego wzrostu T_{Vc} , by łączne ciepło tarcia i ciepło z otoczenia zostało przejęte drogą konwekcji przez gaz w komorze. Temperaturę tę można określić ze wzoru:

$$T_{Vcz} = \frac{T_g\alpha_{cw}A_{cw} + \frac{1}{R_{iz}}A_{iz}T_{ot} + \dot{L}_{fc}}{\alpha_{cw}A_w + \frac{1}{R_{iz}}A_{iz}} \quad (6.33)$$

We wzorze tym:



Rys. 6.5. Bilans ciepła ścianki komory roboczej

A_{iz} – powierzchnia zewnętrzna tej części maszyny pokrytej izolacją, przez którą przekazywane jest ciepło z otoczenia,

R_{iz} – opór wnikania ciepła na powierzchni A_{iz} i przewodzenia go przez izolację,

T_{vcz} – temperatura cylindra uwzględniająca dopływ ciepła z otoczenia.

Ponieważ pokrywy boczne stanowią z cylindrem jedną całość, więc można przyjąć, że w stanie ustalonym ich temperatury będą w przybliżeniu takie same jak temperatura cylindra.

W przeprowadzonych wyżej rozważaniach przyjęto, że temperatura ścianki cylindra (wzdłuż promienia) jest prawie stała, co przy dużych wartościach λ_c materiału cylindra nie jest zbyt dużym uproszczeniem.

6.3. Otoczenie jako źródło ciepła wymianianego z ŁMR

Biorąc pod uwagę przeznaczenie maszyn można rozróżnić dwa główne przypadki wymiany ciepła między otoczeniem i maszyną:

- ciepło z powierzchni maszyny przejmowane jest do otoczenia,

- ciepło z otoczenia wnika na powierzchni maszyny do jej wnętrza.

Obliczanie ilości ciepła wymienianego przez łopatkowe maszyny rotacyjne z otoczeniem jest możliwe jeśli się zna konstrukcję ich kadłuba, podpór i zawiesznień.

Do tego celu mogą służyć elementarne wzory na wnikanie i przewodzenie ciepła [78, 157]. Temperaturę powierzchni zewnętrznej maszyny można przyjąć równą średniej temperaturze T_V wnętrza cylindra pokryw bocznych i innych jej części lub może ona być zmierzona. Współczynniki wnikania ciepła zależą natomiast od otoczenia, w którym maszyna się znajduje. Można je wyznaczyć za pomocą wzorów przedstawionych w wyżej wymienionej literaturze.

6.4. Wymiana ciepła między czynnikiem a ściankami komory roboczej

Czynnik roboczy posiadający temperaturę T różną zazwyczaj od temperatury ścianek komory, może być traktowany jako ujemne lub dodatnie źródło ciepła. Ciepło między tymi ciałami wymieniane jest głównie drogą konwekcji, gdyż jak pisze Padhly [106] promieniowanie stanowi składnik możliwy do pominięcia.

6.4.1. Oszacowanie współczynnika wnikania ciepła

W literaturze nie ma informacji o sposobach określania współczynnika wnikania ciepła na powierzchni cylindra, łopatek i wirnika w komorze roboczej łopatkowej maszyny rotacyjnej a także o spotykanych wartościach α . Wstępna analiza ruchu gazu w komorze i związanego z tym procesu wymiany ciepła drogą konwekcji wskazywałyby na możliwość wykorzystania zależności na liczbę Nusselta przy wymuszonym opływie powierzchni płaskich, jednak łopatki na powierzchni cylindra i krawędzie rowka w stosunku do powierzchni łopatek pełnią rolę „skrobaka” warstwy przyściennej. Prowadzi to do zmiany modelu wnikania ciepła i wspomniane wyżej wzory są mało dokładne.

Jak podano w [163], liczba Nusselta dla takiego przypadku określona jest wzorem:

$$Nu_\delta = 0,0228 Re_\delta^{0,75} Pr^{1/3} \quad (6.34)$$

gdzie:

$$Nu_\delta = \frac{\alpha \delta}{\lambda_g} \quad (6.35)$$

$$Re_\delta = \frac{w_l \delta \rho_g}{\eta} \quad (6.36)$$

We wzorach tych:

Pr – liczba Prandtla dla czynnika roboczego,
 w_l – prędkość liniowa czoła łopatki w ruchu po cylindrze lub boku łopatki względem rowka w wirniku,
 λ_g – współczynnik przewodzenia ciepła czynnika roboczego,
 δ – grubość warstwy przyściennej dla swobodnego opływu rozpatrywanych powierzchni.

Próbę oszacowania wartości α można również podjąć wykorzystując sposoby określenia współczynnika wnikania ciepła dla podobnych konstrukcyjnie a opisanych w literaturze przypadków. W pracy [165] J. Madejski omówił wymianę ciepła drogą konwekcji w łożysku kulkowym turbiny parowej. Bieżnia zewnętrzna takiego łożyska przypomina powierzchnię cylindra a bieżnia wewnętrzna – powierzchnię wirnika maszyny łopatkowej. Autor cytowanej pracy zaleca określanie współczynnika wnikania z zależności podanej przez Etemada:

$$Nu = 0,11 Pr^{0,35} (0,5 Re^2 + Gr)^{0,35} \quad (6.37)$$

Liczbę Nusselta Nu określono ze wzoru:

$$Nu = \frac{2\alpha_w r}{\lambda_g} \quad (6.38)$$

gdzie λ_g – współczynnik przewodzenia ciepła dla gazu.

Liczbę Reynoldsa Re należy obliczyć z równania:

$$Re = \frac{2\omega r^2}{\nu} \quad (6.39)$$

w którym

ν – kinematyczny współczynnik lepkości gazu,

r – promień bieżni wewnętrznej.

J. Madejski uważa, że liczbę Grashofa we wzorze (6.37) można pominąć.

Autor przyjmuje, że przedstawione zależności mogą być wykorzystane do oszacowania α od wirnika do gazu i od cylindra do czynnika roboczego. Oszacowanie współczynnika wnikania ciepła od łopatek do gazu może zostać wykonane w oparciu o zależności przedstawione w podrozdziale (7.4.2) pracy [164], w którym omówiono wymianę ciepła w chłodzonej od wewnątrz łopatce turbiny.

6.4.2. Przejmowanie ciepła od wirnika

W okresie ustalonej pracy maszyny łopatkowej całe ciepło tarcia powstałe w wirniku przekazywane jest na zewnątrz drogą konwekcji oraz drogą przewodzenia po wale.

Określenie ilości ciepła przejmowanego przez czynnik roboczy wymaga założeń upraszczających. Dalej przyjęto, że:

- stała, objętościowa wydajność źródła ciepła wynosi [157]:

$$\dot{q}_v = \frac{L_{fw}}{V_w \tau} = \frac{N_{fw}}{V_w} \quad (6.40)$$

gdzie:

N_{fw} – moc tracona na tarcie w wirniku, a obliczona ze wzoru (p. 4.1.4):

$$N_{fw} = z_l n_{ob} \int_0^\pi (|R_{w1}| \mu_w + |R_{w2}| \mu_w) \frac{d\rho(\varphi_s)}{d\varphi_s} \frac{d\varphi_s}{d\varphi} d\varphi \quad (6.41)$$

V_w – objętość wirnika;

- ciepło przejmowane jest wyłącznie przez czynnik roboczy zawarty w komorze; temperatura tego czynnika wynosi T ,
- do wirnika można stosować zależności wyprowadzone dla nieskończenie długiego walca.

Dla powyższych założeń, temperatura powierzchni ścianki określona może być ze wzoru [157]:

$$T_s = T + \frac{\dot{q}_v r}{2\alpha_w} \quad (6.42)$$

w którym:

r – promień wirnika,

α_w – współczynnik wnikania ciepła od ścianki wirnika do czynnika.

W dowolnej chwili pracy maszyny na obwodzie wirnika, można spotkać kilka przedziałów wartości temperatury, odpowiadających temperaturze gazu w poszczególnych komorach (p. rys. 6.6). Dlatego temperatura ścianki w każdej z komór będzie różna i będzie wynosiła:

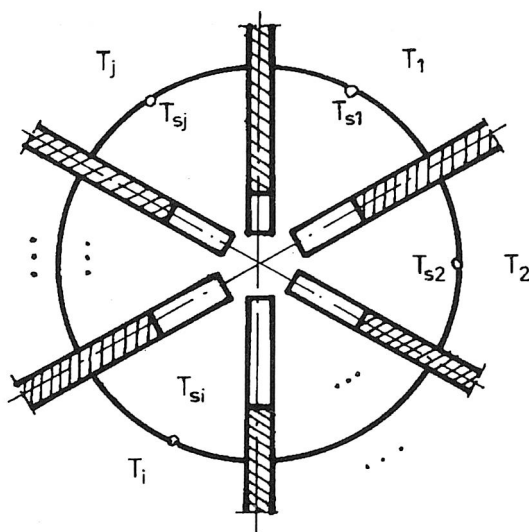
$$T_{si} = T_i + \frac{\dot{q}_v r}{2\alpha_{wi}} \quad (6.43)$$

gdzie α_i – współczynnik wnikania ciepła charakterystyczny dla i -tej komory.

Strumień ciepła przepływający do gazu w i -tej komorze wynosi:

$$\dot{Q}_{wi} = \alpha_{wi} (T_{si} - T_i) A \quad (6.44)$$

a elementarna ilość przejętego przez gaz ciepła przy obrocie wału o kąt $d\varphi$ może być obliczona ze wzoru:



Rys. 6.6. Przedziały zmiany temperatury gazu na obwodzie wirnika

$$dQ_{wi} = \dot{Q}_{wi} d\tau = \alpha_{wi} \frac{\dot{q}_v r}{2\alpha_{wi}} \frac{2\pi}{z_l} rL \frac{1}{\omega} d\varphi = \frac{\pi \dot{q}_v r^2 L}{\omega z_l} d\varphi \quad (6.45)$$

Temperaturę wirnika w jego osi oblicza się za pomocą równania [157]:

$$T_{r=0} = T + \frac{\dot{q}_v r}{2\alpha_w} + \frac{\dot{q}_v r^2}{4\lambda} \quad (6.46)$$

w którym λ – współczynnik przewodzenia ciepła materiału wirnika.

6.4.3. Przejmowanie ciepła od cylindra

Wymiana ciepła między czynnikiem roboczym a tą częścią powierzchni cylindra, która tworzy ścianę komory roboczej określona jest zależnością:

$$\dot{Q}_c = \alpha_{cw} (T_{\acute{s}\acute{c}c} - T) A_{cw} \quad (6.47)$$

w której:

\dot{Q}_c – strumień ciepła przejmowany od cylindra,

$T_{\acute{s}\acute{c}c}$ – temperatura powierzchni cylindra,

A_{cw} – pole powierzchni tej części cylindra, która tworzy ścianę komory roboczej.

Pole A_{cw} jest funkcją położenia komory a wyznaczyć je można ze wzoru:

$$A_{cw}(\varphi) = \tau_{s_1 s_2}(\varphi) L \quad (6.48)$$

gdzie $\tau_{s1s2}(\varphi)$ to długość łuku na okręgu cylindra między punktami styku łopatek.

$$\tau_{s1s2}(\varphi) = R_1 \left\{ \lambda - 2 \frac{e}{R_1} \cos\left(\frac{2\varphi + \lambda}{2}\right) \sin \frac{\lambda}{2} + 2 \frac{e}{R_1} \operatorname{tg} \psi \sin \frac{2\varphi + \lambda}{2} \sin \frac{\lambda}{2} + \right. \\ \left. - \operatorname{tg} \psi \left[\sqrt{1 - \left(\frac{e}{R_1}\right)^2 \sin^2 \varphi} - \sqrt{1 - \left(\frac{e}{R_1}\right)^2 \sin^2(\varphi + \lambda)} \right] \right\} \quad (6.49)$$

Temperatura powierzchni cylindra w dowolnym jego punkcie wyznaczona za pomocą równania (6.14) odnosi się do okresu kontaktu łopatki z cylindrem. Poza tym okresem, przy przekazywaniu ciepła do gazu, ścianka cylindra ochładza się. Trwa to do chwili, aż kolejna łopatka pokryje rozpatrywany punkt. Zmiana temperatury powierzchni będzie oscylowała wokół temperatury cylindra – T_{vc} . Można przyjąć, że wymiana ciepła odbywa się przy średniej temperaturze ścianki $T_{śc.c}$ równej T_{vc} . Po uwzględnieniu (6.47), (6.48), (6.49) elementarna ilość ciepła przejęta przez gaz przy obrocie komory o kąt $d\varphi$ wynosi:

$$dQ_c = \dot{Q}_c d\tau = \dot{Q}_c \frac{1}{\omega} d\varphi = \\ = \frac{\alpha_{cw}}{\omega} (T_{vc} - T) R_1 L \left\{ \lambda - 2 \frac{e}{R_1} \cos\left(\frac{2\varphi + \lambda}{2}\right) \sin \frac{\lambda}{2} + 2 \frac{e}{R_1} \operatorname{tg} \psi \sin \frac{2\varphi + \lambda}{2} \sin \frac{\lambda}{2} + \right. \\ \left. - \operatorname{tg} \psi \left[\sqrt{1 - \left(\frac{e}{R_1}\right)^2 \sin^2 \varphi} - \sqrt{1 - \left(\frac{e}{R_1}\right)^2 \sin^2(\varphi + \lambda)} \right] \right\} d\varphi \quad (6.50)$$

Temperaturę cylindra należy wyznaczyć ze wzoru (6.29) lub (6.31), gdy jako źródło ciepła występuje wyłącznie tarcie, albo z (6.33), kiedy oprócz ciepła tarcia do układu dopływa ciepło z otoczenia.

6.4.4. Przejmowanie ciepła od łopatek

Znaczna część łopatki pozostaje w rowku wirnika przez cały okres jego obrotu, przyjmując temperaturę równą (w przybliżeniu) temperaturze wirnika. Drugi jej koniec, ślizgając się po powierzchni cylindra, ma temperaturę styku określoną wzorem (6.14). Jest ona znacznie wyższa od temperatury gazu. Część ciepła tarcia przejętego przez ślizgającą się łopatkę jest następnie (w warunkach ustalonych) w całości przekazywane

do czynnika roboczego, gdyż jedynym innym odbiornikiem tego ciepła może być wirnik, który również przekazuje je do gazu.

Przejmowanie ciepła od łopatki zachodzi w dwóch sąsiednich komorach. Zakładając, że tarcie kolejnej łopatki przebiega podobnie, można przyjąć, że do gazu zawartego w komorze trafia część ciepła tarcia łopatki o cylinder:

$$dQ_l = \beta_{r1} dL_{fc} = \beta_{r1} R_c \mu_c \rho(\varphi_s) \cos v d\varphi \quad (6.51)$$

We wzorze tym β_{r1} to współczynnik rozdziału strumienia ciepła tarcia dla łopatki, a dL_{fc} – elementarna praca na pokonanie tarcia łopatki o cylinder (4.53).

6.4.5. Przejmowanie ciepła od pokrywy bocznej

Pokrywy boczne, przy prawidłowo wykonanych i zamontowanych podzespołach, nie powinny brać udziału w tarcu. Po ustaleniu się warunków pracy maszyny temperatura pokryw będzie zbliżona do temperatury cylindra. Strumień przejmowanego ciepła od dwóch pokryw wynosi:

$$\dot{Q}_p = 2\alpha_{cw} (T_{vc} - T) A_p(\varphi) \quad (6.52)$$

gdzie $A_p(\varphi)$ – pole tej części pokrywy bocznej, która styka się z gazem; zależy ono od położenia komory i można je obliczyć ze wzoru:

$$A_p(\varphi) = R^2 Z(\varphi) \quad (6.53)$$

Elementarna ilość ciepła przejęta od pokryw przez gaz podczas obrotu komory o kąt $d\varphi$ wynosi:

$$dQ_p = \frac{2\alpha}{z_l n_{ob}} (T_{vc} - T) R^2 Z'(\varphi) d\varphi \quad (6.54)$$

6.4.6. Całkowita ilość ciepła przejmowana przez gaz zawarty w komorze roboczej

Przy obrocie komory roboczej o kąt $d\varphi$ podczas realizacji przemiany π czynnik roboczy wymieni ze ściankami ciepło $dQ_{z\pi}$, które jest sumą przedstawionych wyżej ciepł elementarnych:

$$dQ_{z\pi} = dQ_w + dQ_c + dQ_l + dQ_p \quad (6.55)$$

Jeśli uwzględni się (6.45), (6.50), (6.51) i (6.54), to równanie to przyjmie postać:

$$\begin{aligned}
dQ_{z\pi} = & \left\{ \frac{\pi \dot{q}_v r^2 L}{\omega z_l} + \frac{\alpha_{cw}}{\omega} (T_{Vc} - T) R_1 L \left\{ \lambda - 2 \frac{e}{R_1} \cos \left(\frac{2\varphi + \lambda}{2} \right) \sin \frac{\lambda}{2} + \right. \right. \\
& + 2 \frac{e}{R_1} \operatorname{tg} \psi \sin \frac{2\varphi + \lambda}{2} \sin \frac{\lambda}{2} - \operatorname{tg} \psi \left[\sqrt{1 - \left(\frac{e}{R_1} \right)^2 \sin^2 \varphi} - \sqrt{1 - \left(\frac{e}{R_1} \right)^2 \sin^2 (\varphi + \lambda)} \right] \left. \right\} + \\
& \left. + \beta_{r1} R_c \mu_c \rho(\varphi_s) \cos v + \frac{2\alpha_{cw}}{\omega} (T_{Vc} - T) R^2 Z(\varphi) \right\} d\varphi \quad (6.56)
\end{aligned}$$

Ciepło to jest więc funkcją wymiarów geometrycznych, właściwości cieplnych materiałów, charakterystyki procesu tarcia i wnikania ciepła, położenia komory, prędkości jej obrotu oraz temperatury gazu w komorze.

6.5. Podsumowanie

W rozdziale 6. analizowano wybrane procesy wymiany ciepła spotykane w łopatkowych maszynach rotacyjnych. Omówiono miejsca występowania źródeł ciepła związanych z tarcieniem mechanicznym łopatek. Ilość wydzielanego ciepła tarcia może być wyznaczona za pomocą zależności wyprowadzonych w rozdziale 4.

Korzystając z opracowanej przez Čičinadze teorii wymiany ciepła między trącymi się powierzchniami podano wzór (6.14) na obliczanie pól temperatury w trących się elementach oraz wzory (6.4) i (6.5) pozwalające określić rozdział strumienia ciepła tarcia. Na przykład dla typowych materiałów konstrukcyjnych spotykanych w silnikach pneumatycznych ustalono na podstawie tych wzorów, że 6–8% strumienia ciepła tarcia łopatki o cylinder trafia do łopatki, a 92–94% do cylindra.

Analiza okresu nieustalonego tarcia łopatek o cylinder pozwoliła wyprowadzić wzór na średnią temperaturę cylindra (6.29). Określone przy jego pomocy wartości tej temperatury dla maszyn kompresyjnych ($T_{Vc} = 90\text{--}160^\circ\text{C}$) pokrywają się z wartościami określonymi drogą pomiarów (np. w pracy [138]).

Określono także analitycznie temperaturę ścianki wirnika (6.42) oraz jego temperaturę w osi. Dla powszechnie stosowanych materiałów konstrukcyjnych ustalono, że temperatury te różnią się od siebie o kilka kelwinów.

Omówiono także problemy związane z wyznaczaniem współczynnika wnikania ciepła od ścianek komory do gazu (lub odwrotnie).

Rozdział kończy opis strumieni ciepła przejmowany od ścianek przez gaz w komorze roboczej. Wyprowadzone wzory (6.45), (6.50), (6.51), (6.54), (6.56) pozwalają oszacować ich wielkość, a także określić wpływ na nie parametrów konstrukcyjnych

maszyn i warunków ich pracy. Jak wykazały obliczenia, gaz roboczy przyjmuje główne ilości ciepła od cylindra i wirnika (ok. 90–95%), a tylko 5–10% pochodzi od pokryw bocznych i łopatek. Wymienione wyżej wzory mogą być wykorzystane do dalszej analizy termodynamicznej (p. np. rozdział 7).

7. TERMODYNAMIKA KOMORY ROBOCZEJ

Celem niniejszego rozdziału jest omówienie i analiza procesów termodynamicznych realizowanych przez czynnik zawarty w komorze roboczej w trakcie pełnego cyklu pracy oraz uogólnienie tych rozważań na całą łopatkową maszynę rotacyjną.

7.1. Idealne łopatkowe maszyny rotacyjne

7.1.1. Model czynnika roboczego

Prowadzenie analizy termodynamicznej procesów zachodzących w gazowych maszynach energetycznych związane jest z koniecznością przyjęcia modelu czynnika roboczego.

W tabeli 7.1 zestawiono najczęściej spotykane rodzaje czynników roboczych występujących w różnych maszynach łopatkowych oraz orientacyjne zakresy ciśnień i temperatur w jakich czynnik w tych maszynach występuje. Dadzą się one pogrupować w następujące klasy:

- powietrze i inne gazy suche (np. azot, hel);
- pary przegrzane i wilgotne (para wodna, pary freonów);
- węglowodory oraz ich mieszaniny (paliwa);
- spaliny;
- zawilżone i zaolejone wyżej wymienione substancje lotne.

Powietrze oraz inne gazy suche, a także spaliny, w rozważanym zakresie ciśnień i temperatur, mogą być traktowane, w obliczeniach mniej dokładnych, jako gazy doskonałe. Do dokładniejszych obliczeń można wykorzystywać jedno z wielu równań stanu gazu rzeczywistego [64, 77, 79, 118, 119, 137, 151, 156], albo posługiwać się tablicami parowymi i wykresami [19, 98, 112]. Indywidualnej analizy wymagają własności termodynamiczne mieszanin oraz gazów zawilżonych i zaolejonych [64, 118, 137, 156].

W dalszych rozważaniach, o ile nie będzie wyraźnej konieczności innego podejścia, przyjęto, że czynnikiem roboczym jest gaz doskonały.

Tabela. 7.1. Czynniki robocze i zakresy parametrów termodynamicznych w łopatkowych maszynach rotacyjnych

L.p.	Rodzaj i przeznaczenie maszyny	Rodzaj czynnika roboczego	Zakres spotykanych temperatur [K]	Zakres spotykanych ciśnień [MPa]
1	Silnik pneumatyczny wielołopatkowy	• Powietrze wilgotne, zaolejone	230–330	0,1–1,0
2	Rozprężarka pracująca w układzie chłodzącym	• Powietrze suche • Pary freonu i inne gazy	80–280 240–280	0,1–1,0 0,1–2,0
3	Rozprężarka w mikrośilowni	• Para wodna • Para freonu • Węglowodory • Spaliny odlotowe z silników Diesla	380–550 350–470 320–400 400–500	0,1–0,8 0,1–2,0 0,1–2,0 0,1–0,5
4	Sprężarki powietrza i gazów technicznych	• Powietrze • Azot, hel	300–400 300–400	0,1–1,0 0,1–1,2
5	Sprężarki chłodnicze i klimatyzacyjne	• Freony i inne czynniki chłodnicze parowe	240–370	0,1–2,0
6	Sprężarki i dmuchawy do paliw gazowych	• Węglowodory oraz ich mieszaniny	340–530	0,1–0,8
7	Pompy próżniowe	• Powietrze wilgotne i zaolejone	290–400	0,001–0,15
8	Siłowniki	• Powietrze zaolejone	300–400	0,1–1,0

7.1.2. Uproszczenia przyjęte przy opisie procesów termodynamicznych realizowanych w pojedynczej komórce roboczej i w całej ŁMR

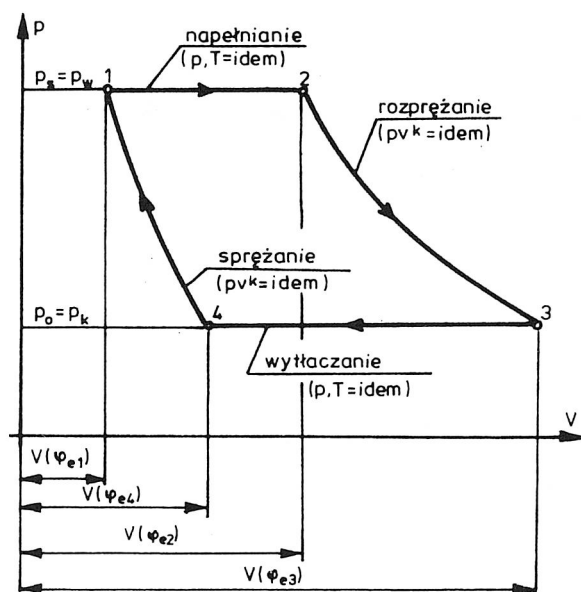
W łopatkowych maszynach rotacyjnych, podobnie jak i w innych maszynach objętościowych, jeden pełny cykl pracy składa się z następujących procesów (rys. 2.5 i 2.7):

- napełnianie komory roboczej świeżym ładunkiem gazu;
- główna przemiana realizowana w maszynie, którą jest zazwyczaj sprężanie lub rozprężanie;
- opróżnianie komory przez gaz energetycznie „obrobiony”;
- przemiana powrotu, podczas której stan gazu zmierza do stanu początkowego; są to zazwyczaj przemiany sprężania lub rozprężania.

Zamiar przedstawienia idealnych rotacyjnych maszyn łopatkowych zmusza do sformułowania ograniczeń narzuconych na wyżej wymienione procesy, a także na warunki pracy całej maszyny.

W maszynach idealnych ma miejsce:

- izobaryczno-izotermiczne napełnianie komory czynnikiem o parametrach z obszaru wlotowego;



Rys. 7.2. Procesy zachodzące w idealnej maszynie ekspansyjnej

Uwzględniając powyższe założenia można określić parametry termodynamiczne gazu w komorze roboczej ŁMR podczas pełnego jej obrotu, a także efekty pracy całej maszyny. Omówione to zostanie na przykładzie idealnych maszyn ekspansyjnych i kompresyjnych.

7.1.3. Idealna wielołopatkowa maszyna ekspansyjna

Maszynom tym, a zwłaszcza silnikom poświęcone są prace: [7, 10, 15, 29, 32, 33, 34, 72, 120, 122, 123, 124, 130, 150, 161, 162]. Na rysunku 7.1 przedstawiono schemat konstrukcyjny idealnej maszyny ekspansyjnej, zaś na rys. 7.2 pokazano na wykresie p - V procesy zachodzące w komorach roboczych tych maszyn. Oznaczenia stanów na rys. 7.2 wykorzystane zostaną w dalszym opisie. Ponadto przyjęto, że:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{e1} &= \varphi(\varphi_s = \alpha_1) - \lambda \\ \varphi_{e2} &= \varphi(\varphi_s = \alpha_2) \\ \varphi_{e3} &= \varphi(\varphi_s = \alpha_3) - \lambda \\ \varphi_{e4} &= \varphi(\varphi_s = \alpha_4) \end{aligned} \right\} \quad (7.1)$$

Strumień masy gazu \dot{m} przepływający przez idealną maszynę ekspansyjną określić można z równania (7.6)

$$\dot{m} = (m_r - m_s) z_1 n_{ob} \quad (7.2)$$

gdzie:

m_r – masa czynnika zamknięta w szczelnej komorze roboczej w fazie rozprężania,

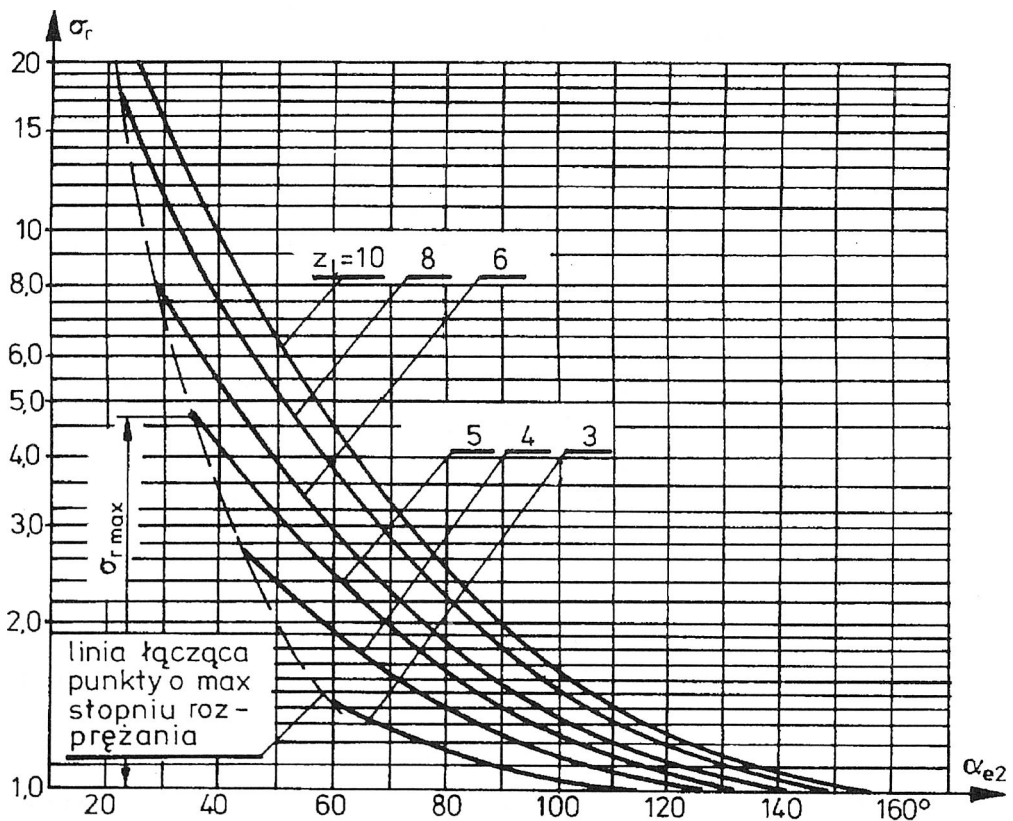
m_s – masa czynnika zamknięta w szczelnej komorze roboczej w fazie sprężania.

Masy te można obliczyć ze wzorów:

$$m_r = R^2 LZ(\varphi_{e2}) \frac{p_w}{R_i T_w} \quad (7.3)$$

$$m_s = R^2 LZ(\varphi_{e4}) \frac{p_w}{R_i T_w} \left(\frac{p_o}{p_w} \right)^{\frac{1}{k}} \quad (7.4)$$

Po uwzględnieniu (7.3) i (7.4) równanie (7.2) przyjmie postać:



Rys. 7.3. Zależność $\sigma_r = f(\alpha_{e2}, z_1)$

$$\dot{m} = R^2 L z_1 n_{ob} \frac{p_w}{R_i T_w} \left[Z(\varphi_{e2}) - \left(\frac{p_o}{p_w} \right)^{\frac{1}{k}} Z(\varphi_{e4}) \right] \quad (7.5)$$

Stosunek ciśnień na wlocie do maszyny ekspansyjnej i na wylocie z niej nosi nazwę stopnia rozprężenia i wynosi:

$$\sigma_r = \frac{p_w}{p_k} = \left[\frac{V(\varphi_{e3})}{V(\varphi_{e2})} \right]^k = \left\{ \frac{Z[\varphi(\varphi_s = \alpha_2)]}{Z[\varphi(\varphi_s = \alpha_3) - \lambda]} \right\}^k \quad (7.6)$$

Analizując ten wzór oraz wyrażenie na $Z(\varphi)$ (p. wzory (3.9)–(3.15) można stwierdzić, że stopień rozprężania jest w tym przypadku funkcją rodzaju gazu (k) i następujących parametrów konstrukcyjnych: z_1 , e/R , y/R , ψ , α_{e2} , α_{e3} . Dla rozpatrywanych maszyn kąt α_{e3} powinien przyjąć taką wartość, by $V(\varphi_{e3})$ było maksymalne. Dlatego wewnętrzny stopień rozprężania można uznać za funkcję tylko sześciu zmiennych.

$$\sigma_r = f(z_1, e/R, y/R, \psi, \alpha_{e2}, k) \quad (7.7)$$

Na rysunku 7.3 przedstawiono wykres $\sigma_r = f(\alpha_{e2}, z_1)$ dla powietrza, przy ustalonych wartościach: $e/R = 0,15$; $y/R = 0$; $\psi = 30^\circ$. Z wykresu tego wynika, że każdy zbiór zmiennych cechuje się maksymalną wartością $\sigma_{r,max}$, obliczoną dla minimalnej wartości $\alpha_{e2,min}$. Granica wartości $\alpha_{e2,min}$ odpowiada takiemu położeniu krawędzi sterujących K_1 i K_2 , że okno wlotowe jest nieskończenie wąską szczeliną. Przy małych wartościach z_1 osiągnięcie wysokiego wewnętrznego stopnia rozprężania jest niemożliwe.

Układając bilans energetyczny wielołopatkowej maszyny ekspansyjnej (rys. 7.4) można napisać:

$$N = \dot{m}(i_{wc} - i_{kc}) + \dot{Q}_{ze} - \dot{m}_u i_u \quad (7.8)$$

gdzie: i_w , i_k – entalpia właściwa czynnika na wlocie i wylocie.

\dot{Q}_{ze} – strumień ciepła trafiający do maszyny z otoczenia;

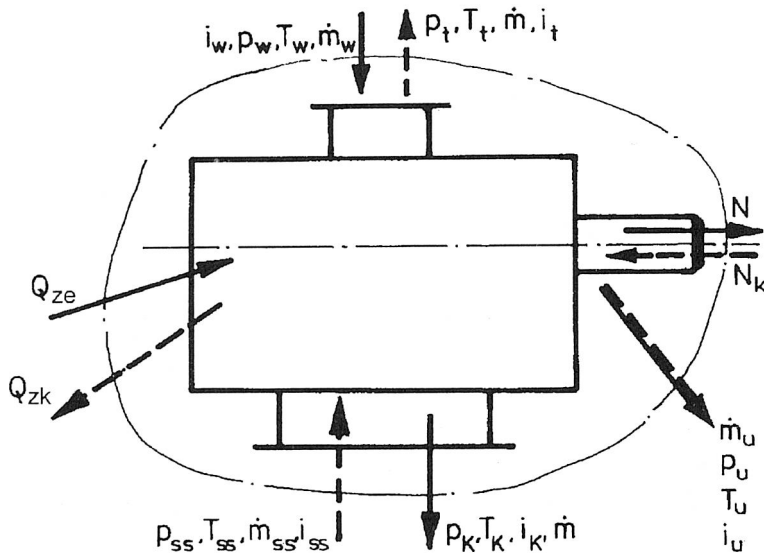
$\dot{m}_u i_u$ – straty energii związane z przeciekami;

N – moc maszyny.

W idealnej maszynie ekspansyjnej, w której brak przecieków, iloczyn $\dot{m}_u i_u$ przyjmuje wartość zero. Dla adiabatycznego rozprężania gazu spadek entalpii wynosi:

$$i_w - i_k = c_p(T_w - T_k) = c_p T_w \left\{ 1 - \left[\frac{Z(\varphi_{e2})}{Z(\varphi_{e3})} \right]^{k-1} \right\} \quad (7.9)$$

Po uwzględnieniu (7.5) i (7.9) równanie (7.8) przybierze postać:



Rys. 7.4. Bilans energetyczny maszyny rotacyjnej

$$N = R^2 L n_{ob} p_w z_l \frac{k}{k-1} [Z(\varphi_{e2}) - Z(\varphi_{e1})] \left\{ 1 - \left[\frac{Z(\varphi_{e2})}{Z(\varphi_{e3})} \right]^{k-1} \right\} \quad (7.10)$$

lub

$$N = R^2 L n_{ob} p_w \bar{N} \quad (7.10a)$$

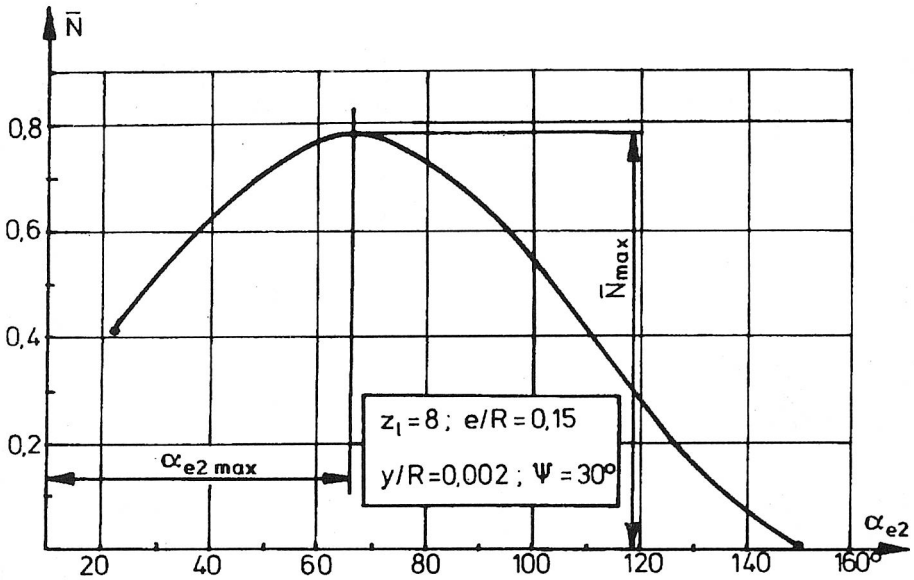
gdzie \bar{N} – moc względna maszyny ekspansyjnej.

Wynosi ona:

$$\bar{N} = z_l \frac{k}{k-1} [Z(\varphi_{e2}) - Z(\varphi_{e1})] \left\{ 1 - \left[\frac{Z(\varphi_{e2})}{Z(\varphi_{e3})} \right]^{k-1} \right\} \quad (7.11)$$

Wielkość ta zależy od z_l , e/R , y/R , ψ , k oraz $\varphi_{e2} = f(\alpha_{e2})$. Przyjmując, że pierwsze cztery zmienne konstrukcyjne można uznać za parametry, oraz że φ_{e1} i φ_{e3} są tak dobrane, by komora zajmująca te położenia miała minimalną lub maksymalną objętość można napisać:

$$\bar{N} = f(\alpha_{e2}, k)$$

Rys. 7.5. Zależność $\bar{N} = f(\alpha_{e2})$ dla powietrza

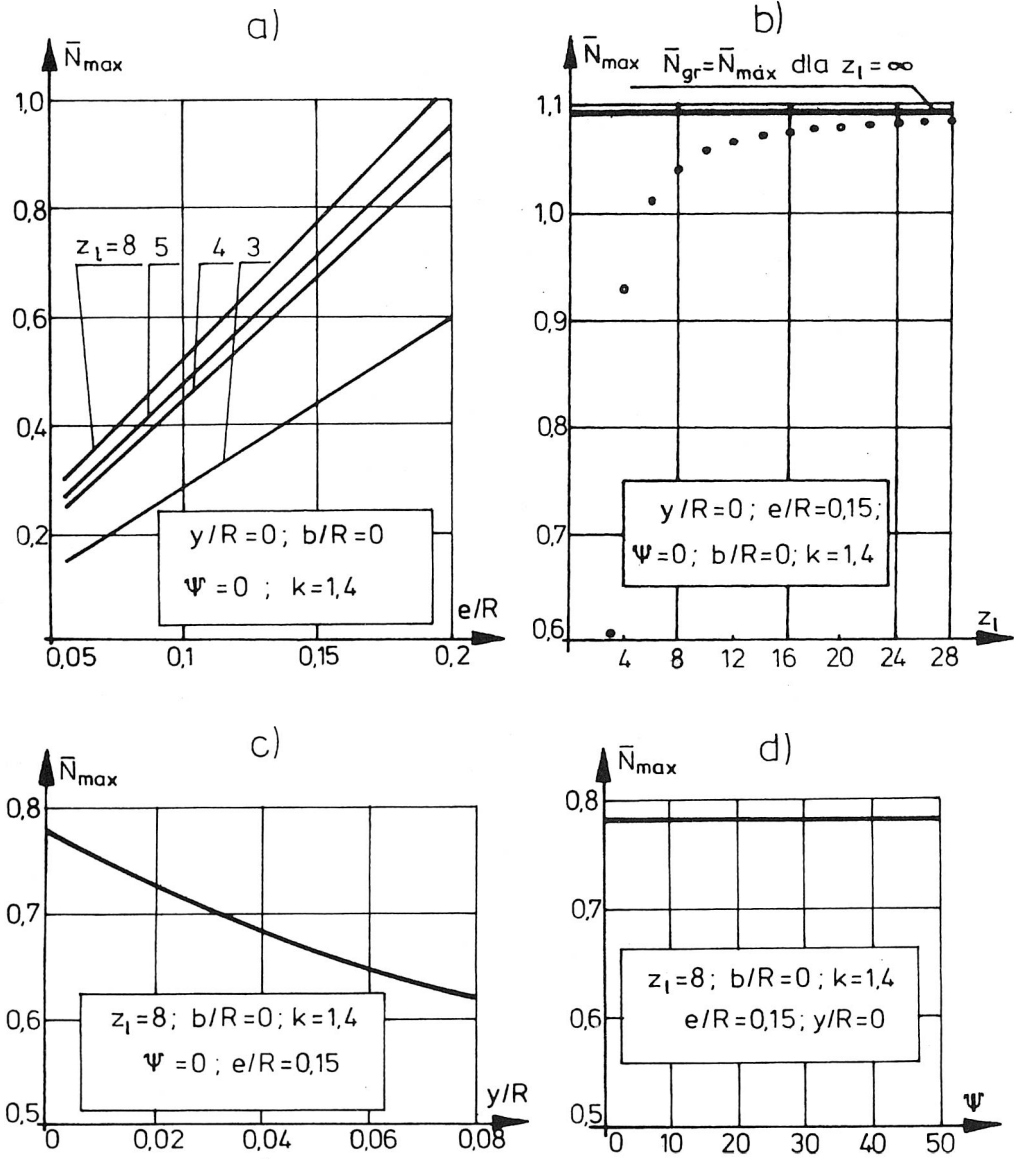
Na rysunku 7.5 przedstawiono funkcję $\bar{N} = f(\alpha_{e2})$ dla powietrza. Z rysunku tego wynika, że funkcja $\bar{N} = f(\alpha_{e2})$ osiąga dla $\alpha_{e2\max}$ wartość ekstremalną (maksimum). Określenie $\alpha_{e2\max}$, dla którego $\bar{N} = \bar{N}_{\max}$ wymaga rozwiązania równania nieliniowego:

$$\frac{d\bar{N}}{d\alpha_{e2}} = 0 \cong z_l \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - k \frac{Z(\alpha_{e2})}{Z\left(\pi \frac{z_l - 1}{z_l}\right)} \right\}^{k-1} + (k-1) \frac{Z\left(\pi \frac{2z_l - 1}{z_l}\right)}{\left[Z\left(\pi \frac{z_l - 1}{z_l}\right)\right]^{k-1}} \left[Z(\alpha_{e2}) \right]^{k-2} \times$$

$$\times \left[2 \left(\frac{e}{R} \right) \sin \frac{\lambda}{2} \sin \left(\alpha_{e2} + \frac{\lambda}{2} \right) - \left(\frac{e}{R} \right)^2 \sin \lambda \sin (2\alpha_{e2} + \lambda) \right] \quad (7.12)$$

Badanie wpływu pozostałych zmiennych konstrukcyjnych (e/R , z_l , y/R i ψ) na moc względną można zawęzić do badania ich wpływu na \bar{N}_{\max} . Wpływ mimośrodowości względnej e/R na \bar{N}_{\max} przedstawiono na rys. 7.6a.

Rysunek 7.6b przedstawia zależność $\bar{N} = f(z_l)$. Wykres tej funkcji wskazuje na to, że gdy $z_l \rightarrow \infty$, to ciąg wartości \bar{N}_{\max} jest ograniczony od góry. Kresem górnym tego zbioru jest liczba \bar{N}_{gr} zwana względną mocą graniczną łopatkowej maszyny ekspansyjnej. Można ją obliczyć z zależności:



Rys. 7.6. Zależność względnej mocy maksymalnej \bar{N}_{max} od: a) e/R , b) z_p , c) y/R , d) ψ

$$\begin{aligned}
\bar{N}_{gr} &= \lim_{z_l \rightarrow \infty} \bar{N}_{\max} = \lim_{z_l \rightarrow \infty} z_l \frac{k}{k-1} \left[Z(\alpha_{e2\max}) - Z\left(\pi \frac{2z_l - 1}{z_l}\right) \right] \left\{ 1 - \left[\frac{Z(\alpha_{e2\max})}{Z\left(\pi \frac{z_l - 1}{z_l}\right)} \right]^{k-1} \right\} = \\
&\cong \frac{k}{k-1} \pi \left\{ \left(\frac{e}{R}\right)^2 [\cos 2\alpha_{e2\max} - 1] - 2\left(\frac{e}{R}\right) [\cos \alpha_{e2\max} - 1] \right\} \times \\
&\quad \times \left\{ 1 - \left[\frac{1}{4} \left(\frac{e}{R}\right) (\cos \alpha_{e2\max} - 1) - \frac{1}{2} (\cos \alpha_{e2\max} - 1) \right]^{k-1} \right\} \quad (7.13)
\end{aligned}$$

Na rysunku 7.6c przedstawiono zależność $\bar{N}_{\max} = f(y/R)$, a na rysunku 7.6d funkcję $\bar{N}_{\max} = f(\psi)$.

Odpowiadającą kątowi $\alpha_{e2\max}$ wartość stopnia rozprężenia σ_r można uznać za optymalny stopień rozprężenia wielołopatkowych idealnych maszyn ekspansyjnych. Jak wynika z badań autora [53], ten optymalny stopień rozprężania w bardzo szerokim zakresie zmian parametrów konstrukcyjnych wynosi (2,75–3,25).

Całkowity spadek temperatury gazu w adiabatycznej idealnej maszynie ekspansyjnej wynosi (7.9):

$$\Delta T = T_w - T_k = T_w \left\{ 1 - \left[\frac{Z(\varphi_{e2})}{Z(\varphi_{e3})} \right]^{k-1} \right\} \quad (7.14)$$

Natomiast całkowity spadek ciśnienia, gdy rozprężanie jest adiabatyczne można obliczyć ze wzoru:

$$\Delta p = p_w - p_k = p_w \left\{ 1 - \left[\frac{Z(\varphi_{e2})}{Z(\varphi_{e3})} \right]^k \right\} \quad (7.15)$$

a przy rozprężaniu izotermicznym

$$\Delta p = p_w - p_k = p_w \left[1 - \frac{Z(\varphi_{e2})}{Z(\varphi_{e3})} \right] \quad (7.16)$$

Dla maszyn ekspansyjnych określany jest wskaźnik informujący o zużyciu czynnika roboczego na jednostkę mocy uzyskanej w maszynie. Można go zdefiniować wzorem:

$$V_{uj} = \frac{\dot{V}_u}{N} = \frac{T_u}{p_u} \frac{1}{T_w \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \left[\frac{Z(\varphi_{e2})}{Z(\varphi_{e3})} \right]^{k-1} \right\}} \quad (7.17)$$

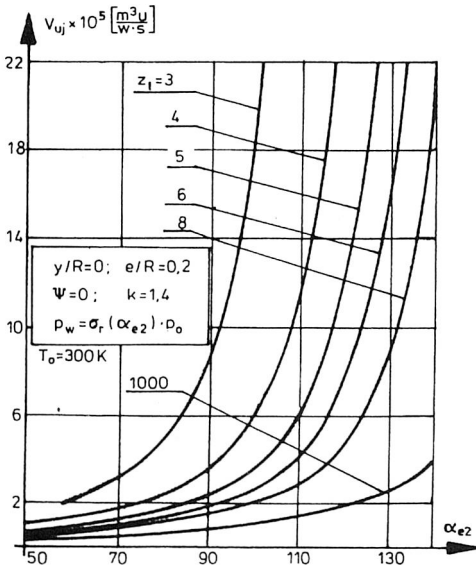
gdzie: V_{uj} – wskaźnik jednostkowego zużycia czynnika roboczego,

\dot{V}_u – strumień ilości substancji przepływającej przez silnik wyrażony w $\text{m}^3\text{u/s}$,

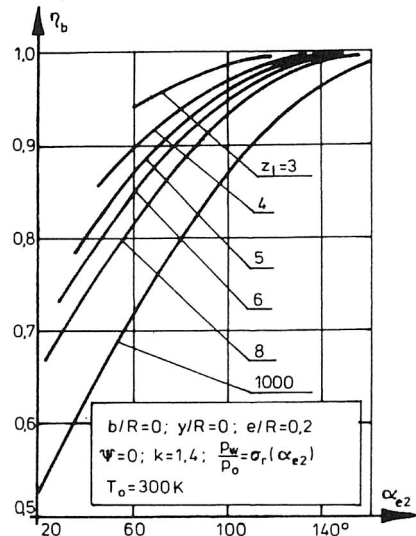
T_w, p_u – temperatura i ciśnienie gazu w warunkach umownych.

Do oceny efektywności łopatkowej maszyny ekspansyjnej może posłużyć jej sprawność egzergetyczna η_b , którą określa się [137] jako stosunek mocy N uzyskiwanej w maszynie do strumienia egzergii \dot{B}_w czynnika roboczego dopływającego do niej.

$$\eta_b = \frac{N}{\dot{B}_w} = \frac{T_w \left\{ 1 - \left[\frac{Z(\varphi_{e2})}{Z(\varphi_{e3})} \right]^{k-1} \right\}}{T_o \left(\frac{T_w}{T_o} - 1 - \ln \frac{T_w}{T_o} + \frac{k-1}{k} \ln \frac{p_w}{p_o} \right)} \quad (7.18)$$



Rys. 7.7. Wpływ kąta α_{e2} na wskaźnik jednostkowego zużycia czynnika roboczego



Rys. 7.8. Wpływ kąta α_{e2} na sprawność egzergetyczną łopatkowej maszyny ekspansyjnej

Tabela 7.2

L.p.	e/R	α_{e2} [°]					
		$z_l = 3$	$z_l = 4$	$z_l = 5$	$z_l = 6$	$z_l = 8$	$z_l = 1000$
1	0,050	60,06	45,22	48,89	54,84	62,63	84,66
2	0,075	60,03	45,22	50,03	56,13	64,08	85,89
3	0,100	60,02	45,22	51,17	57,41	64,98	87,84
4	0,125	60,02	45,22	52,30	58,71	66,09	88,70
5	0,150	60,02	45,22	53,46	59,51	67,81	90,57
6	0,175	60,01	45,58	54,60	61,06	69,05	92,16
7	0,200	60,01	45,94	56,17	62,05	70,19	93,69
8	0,225	60,01	47,11	57,31	63,61	71,66	94,57
9	0,250	60,01	47,83	58,29	64,69	73,12	96,21
10	0,275	60,00	49,00	59,27	66,16	74,33	97,68
11	0,300	60,00	49,81	60,52	67,24	75,72	99,29

Tabela 7.3.

L.p.	e/R	σ_r (dla α_{e2max})					
		$z_l = 3$	$z_l = 4$	$z_l = 5$	$z_l = 6$	$z_l = 8$	$z_l = 1000$
1	0,050	1,459	2,574	3,034	3,104	3,161	3,245
2	0,075	1,473	2,643	3,044	3,111	3,165	3,245
3	0,100	1,486	2,716	3,054	3,117	3,169	3,246
4	0,125	1,502	2,791	3,064	3,124	3,174	3,246
5	0,150	1,517	2,873	3,074	3,129	3,178	3,246
6	0,175	1,533	2,931	3,084	3,135	3,183	3,247
7	0,200	1,548	2,991	3,095	3,141	3,188	3,247
8	0,225	1,565	3,011	3,105	3,146	3,193	3,247
9	0,250	1,581	3,021	3,116	3,151	3,198	3,248
10	0,275	1,598	3,033	3,126	3,156	3,203	3,248
11	0,300	1,615	3,047	3,136	3,161	3,208	3,248

Na rysunku 7.7 i 7.8 przedstawiono przykład zależności V_{uj} i η_b od α_{e2} dla maszyn idealnych.

W tabelach 7.2–7.6 przedstawiono wyniki badań numerycznych wpływu parametrów konstrukcyjnych na α_{e2max} , $\sigma_r(\alpha_{e2max})$, \bar{N}_{max} , V_{uj} i η_b dla przypadku maszyn idealnych.

Tabela 7.4.

L.p.	e/R	\bar{N}_{\max}					
		$z_l = 3$	$z_l = 4$	$z_l = 5$	$z_l = 6$	$z_l = 8$	$z_l = 1000$
1	0,050	0,1377	0,2269	0,2434	0,2516	0,2599	0,2709
2	0,075	0,2102	0,3422	0,3657	0,3779	0,3902	0,4064
3	0,100	0,2850	0,4584	0,4885	0,5044	0,5206	0,5419
4	0,125	0,3619	0,5752	0,6115	0,6312	0,6511	0,6773
5	0,150	0,4411	0,6925	0,7348	0,7582	0,7818	0,8128
6	0,175	0,5223	0,8099	0,8584	0,8553	0,9126	0,9483
7	0,200	0,6056	0,9274	0,9822	1,0130	1,0434	1,0837
8	0,225	0,6908	1,0451	1,1061	1,1400	1,1743	1,2192
9	0,250	0,7779	1,1629	1,2301	1,2670	1,3052	1,3547
10	0,275	0,8670	1,2809	1,3543	1,3950	1,4362	1,4901
11	0,300	0,9576	1,3990	1,4784	1,5230	1,5672	1,6256

Tabela 7.5.

L.p.	e/R	$V_{uf} \cdot 10^5$ (dla $\alpha_{e2\max}$) [m_u^3/Ws]					
		$z_l = 3$	$z_l = 4$	$z_l = 5$	$z_l = 6$	$z_l = 8$	$z_l = 1000$
1	0,050	1,5425	0,6660	0,5773	0,5704	0,5649	0,5506
2	0,075	1,5049	0,6501	0,5760	0,5702	0,5658	0,5483
3	0,100	1,4697	0,6348	0,5777	0,5698	0,5608	0,5539
4	0,125	1,4362	0,6200	0,5766	0,5696	0,5576	0,5475
5	0,150	1,4039	0,6057	0,5753	0,5637	0,5615	0,5521
6	0,175	1,3723	0,5960	0,5742	0,5664	0,5600	0,5537
7	0,200	1,3422	0,5866	0,5733	0,5627	0,5574	0,5547
8	0,225	1,3130	0,5868	0,5711	0,5655	0,5586	0,5485
9	0,250	1,2848	0,5817	0,5681	0,5630	0,5597	0,5508
10	0,275	1,2571	0,5820	0,5694	0,5649	0,5581	0,5513
11	0,300	1,2307	0,5781	0,5660	0,5625	0,5586	0,5534

Tabela 7.6.

L.p.	e/R	η_b (dla α_{e2max})					
		$z_l = 3$	$z_l = 4$	$z_l = 5$	$z_l = 6$	$z_l = 8$	$z_l = 1000$
1	0,050	0,9480	0,8763	0,8562	0,8544	0,8529	0,8488
2	0,075	0,9467	0,8732	0,8559	0,8543	0,8531	0,8481
3	0,100	0,9457	0,8699	0,8563	0,8542	0,8517	0,8498
4	0,125	0,9441	0,8667	0,8560	0,8541	0,8508	0,8479
5	0,150	0,9427	0,8633	0,8557	0,8525	0,8519	0,8493
6	0,175	0,9414	0,8610	0,8554	0,8533	0,8515	0,8497
7	0,200	0,9400	0,8586	0,8552	0,8523	0,8508	0,8500
8	0,225	0,9387	0,8587	0,8546	0,8530	0,8511	0,8482
9	0,250	0,9373	0,8574	0,8537	0,8523	0,8514	0,8487
10	0,275	0,9359	0,8575	0,8541	0,8529	0,8510	0,8490
11	0,300	0,9345	0,8564	0,8532	0,8522	0,8511	0,8496

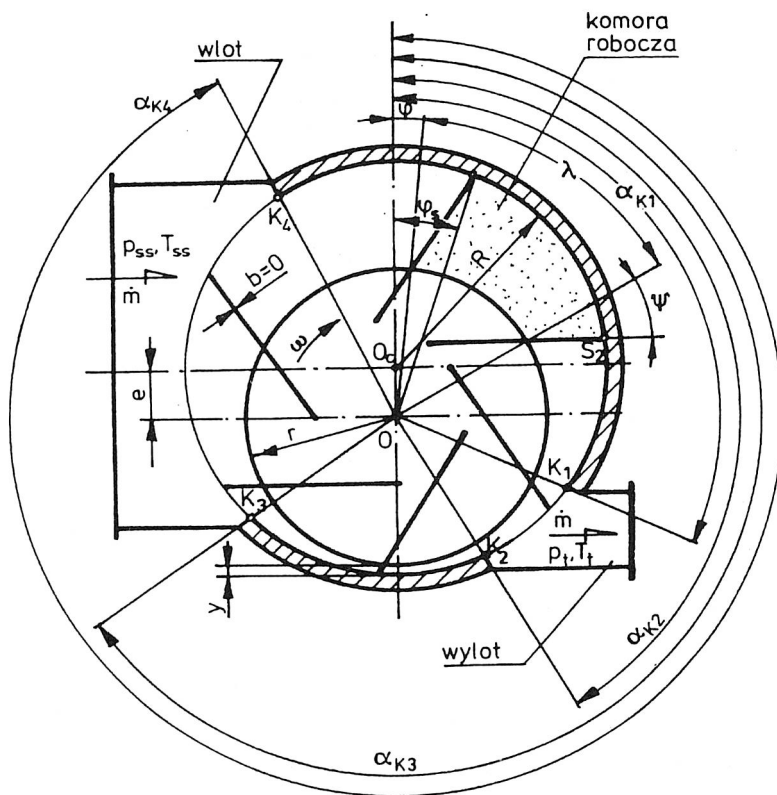
7.1.4. Idealna wielołopatkowa maszyna kompresyjna

Wielołopatkowym maszynom kompresyjnym poświęcone są prace [1, 20, 22, 35, 41, 44, 50, 60, 61, 66, 71, 73, 81, 86, 87, 93, 99, 100, 127, 132, 133, 134, 140, 143, 144, 153, 154, 155]. Ich idealizacja to spełnienie warunków omówionych w 7.1.2.

Na rysunku 7.9 przedstawiono schemat konstrukcyjny idealnej wielołopatkowej maszyny kompresyjnej.

Konstrukcję oraz fazy pracy maszyn kompresyjnych omówiono wstępnie w podr. 2.2 i 2.3, natomiast na rys. 7.10 pokazano procesy zachodzące w idealnej maszynie wielołopatkowej, w której ciśnienie tłoczenia równe jest ciśnieniu w końcowym okresie sprężania, zaś ciśnienie ssania równe jest ciśnieniu po rozprężaniu. Oznaczenia użyte na rysunku wykorzystane będą w opisie idealnych maszyn wielołopatkowych. Ponadto przyjęto że:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{k1} &= \varphi(\varphi_s = \alpha_{k1}) - \lambda \\ \varphi_{k2} &= \varphi(\varphi_s = \alpha_{k2}) \\ \varphi_{k3} &= \varphi(\varphi_s = \alpha_{k3}) - \lambda \\ \varphi_{k4} &= \varphi(\varphi_s = \alpha_{k4}) \end{aligned} \right\} \quad (7.19)$$



Rys. 7.9. Schemat konstrukcyjny idealnej wielołopatkowej maszyny kompresyjnej

gdzie $\alpha_{k1} \div \alpha_{k4}$ – kąty opisujące położenie krawędzi K_1 – K_4 sterujących pracą maszyny, oraz że:

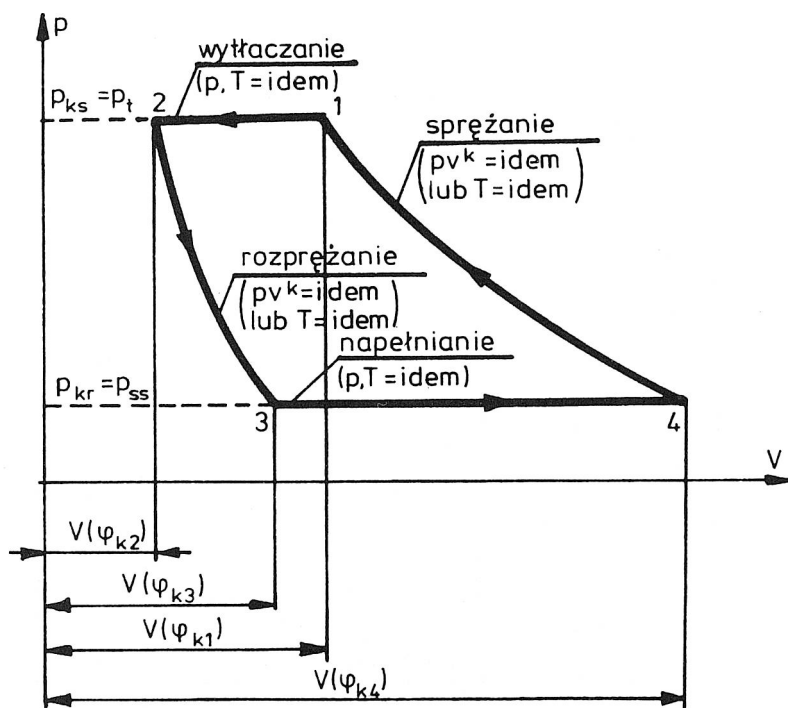
$$Z_K(\varphi_{k3}) = Z_K(\varphi_{k2}) \frac{Z_K(\varphi_{k4})}{Z_K(\varphi_{k1})}$$

Stopniem sprężania idealnej maszyny kompresyjnej nazywa się wielkość określoną wzorem:

$$\sigma_k = \frac{p_t}{p_{ss}} \quad (7.20)$$

Dla maszyny o sprężaniu izotermicznym wynosi on:

$$\sigma_{kt} = \frac{Z_K(\varphi_{k4})}{Z_K(\varphi_{k1})} \quad (7.20a)$$



Rys. 7.10. Procesy zachodzące w idealnej wielołopatkowej maszynie kompresyjnej dla przypadku, gdy $p_{ks} = p_t$ i $p_{kr} = p_{ss}$

a dla maszyny o sprężaniu adiabatycznym:

$$\sigma_{ka} = \left[\frac{Z_K(\varphi_{k4})}{Z_K(\varphi_{k1})} \right]^k \quad (7.20b)$$

Na rysunkach 7.11 i 7.12 przedstawiono zależności opisane wzorami (7.20a) i (7.20b) w funkcji α_{k1} i z_l przy ustalonych wartościach e/R , ψ , y/R i k .

Z wykresów tych wynika, że przy niskiej liczbie łopatek istnieją spręża, których w idealnych maszynach kompresyjnych osiągnąć nie można.

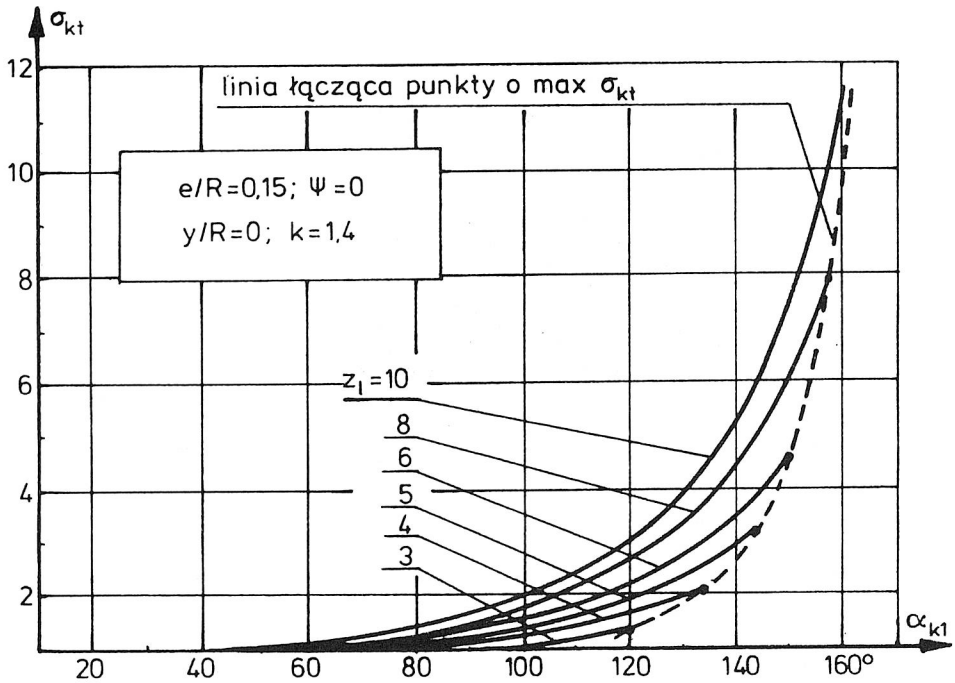
Przy braku przecieków wydajność maszyny kompresyjnej może być określona wzorem:

$$\dot{m} = (m_{ss} - m_r) z_l n_{ob} \quad (7.21)$$

gdzie: m_{ss} – masa gazu zamknięta w komorze roboczej w końcu procesu ssania,

m_r – masa gazu zamknięta w komorze roboczej na końcu procesu rozprężania.

Wzór powyższy można napisać też w postaci:

Rys. 7.11. Zależność $\sigma_{kt} = f(\alpha_{k1}, z_l)$

$$\dot{m} = R^2 L \frac{P_{ss}}{R_i T_{ss}} n_{ob} z_l [Z_K(\varphi_{k4}) - Z_K(\varphi_{k3})] = R^2 L \frac{P_{ss}}{R_i T_{ss}} n_{ob} \bar{m} \quad (7.21a)$$

gdzie:

$$\bar{m} = z_l [Z_K(\varphi_{k4}) - Z_K(\varphi_{k3})] \quad (7.22)$$

to względna wydajność idealnej wielołopatkowej maszyny kompresyjnej.

Badania wpływu parametrów konstrukcyjnych na wydajność maszyny można ograniczyć do badania ich wpływu na \bar{m} .

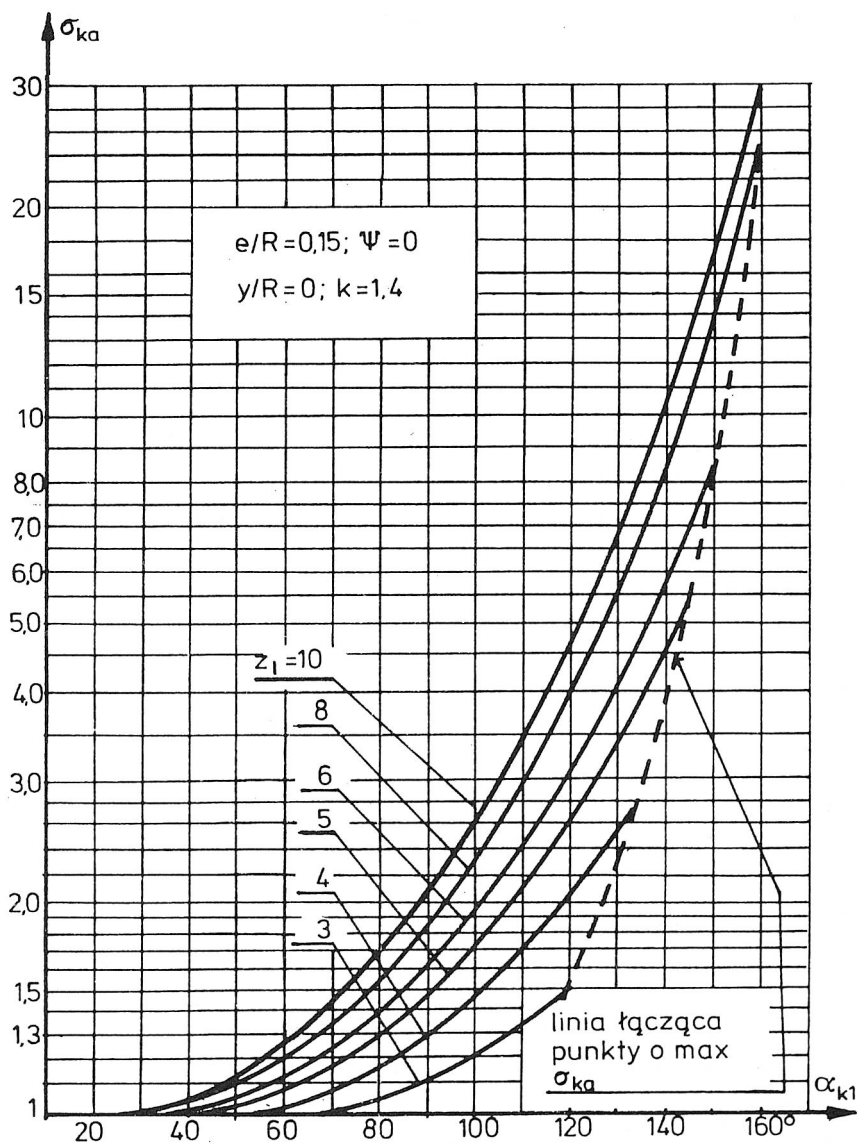
Sporządzając bilans energetyczny maszyny kompresyjnej bez przecieków (rys. 7.4) można napisać:

- dla maszyny o sprężaniu adiabatycznym

$$|N_{ka}| = \dot{m}(i_t - i_{ss}) \quad (7.23)$$

- dla maszyny o sprężaniu izotermicznym:

$$|N_{kt}| = \dot{m}(i_t - i_{ss}) + \dot{Q}_{zt} \quad (7.24)$$



Rys. 7.12. Zależność $\sigma_{ka} = f(\alpha_{k1}, z_1)$

We wzorach tych:

N_{ka}, N_{kt} – moc niezbędna do napędu idealnej kompresyjnej maszyny o sprężaniu adiabacycznym i izotermicznym,

i_p, i_{ss} – entalpia czynnika na tłoczeniu i ssaniu,

\dot{Q}_{zt} – strumień ciepła odbierany od czynnika w maszynie o sprężaniu izotermicznym.

Uwzględniając (7.21a) można po przekształceniu równania (7.23) otrzymać:

$$|N_{ka}| = R^2 L n_{ob} p_s z_l \frac{k}{k-1} [Z_K(\varphi_{k4}) - Z_K(\varphi_{k3})] \left\{ \left[\frac{Z_K(\varphi_{k4})}{Z_K(\varphi_{k1})} \right]^{k-1} - 1 \right\} \quad (7.25)$$

$$= R^2 L n_{ob} p_s \bar{N}_{ka}$$

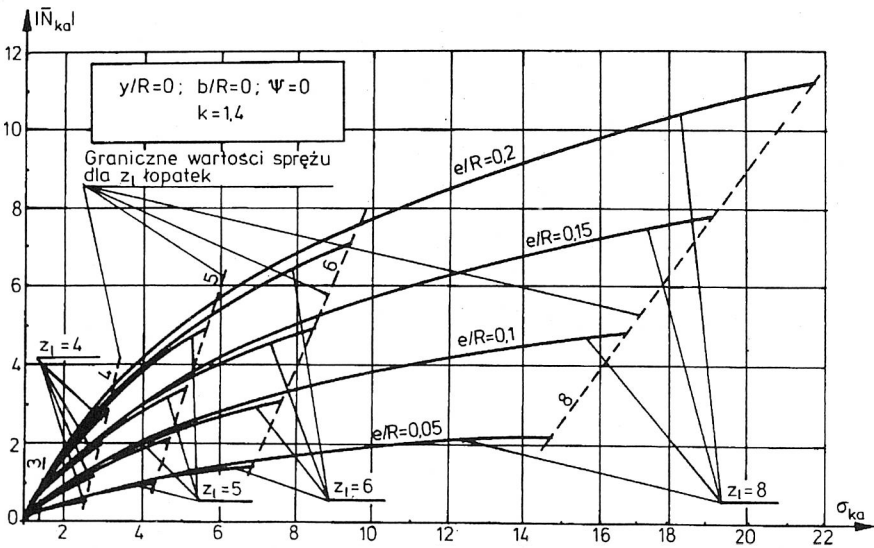
w którym:

$$\bar{N}_{ka} = z_l \frac{k}{k-1} [Z_K(\varphi_{k4}) - Z_K(\varphi_{k3})] \left\{ \left[\frac{Z_K(\varphi_{k4})}{Z_K(\varphi_{k1})} \right]^{k-1} - 1 \right\} \quad (7.26)$$

to względna moc niezbędna do napędu maszyny ze sprężaniem adiabatycznym. Zależy ona dla przyjętego czynnika roboczego tylko od parametrów konstrukcyjnych.

Dla maszyny o sprężaniu izotermicznym, gdy czynnikiem roboczym jest gaz doskonały, wzór (7.24) będzie miał postać:

$$|N_{kt}| = \dot{Q}_{zt} = R^2 L n_{ob} p_s z_l [Z_K(\varphi_{k4}) - Z_K(\varphi_{k3})] \ln \frac{Z_K(\varphi_{k4})}{Z_K(\varphi_{k1})} = R^2 L n_{ob} p_s \bar{N}_{kt} \quad (7.27)$$



Rys. 7.13. Zależność względnej mocy napędowej idealnej maszyny kompresyjnej od σ_{ka}

gdzie:

$$\bar{N}_{kt} = z_l [Z_K(\varphi_{k4}) - Z_K(\varphi_{k3})] \ln \frac{Z_K(\varphi_{k4})}{Z_K(\varphi_{k1})} \quad (7.28)$$

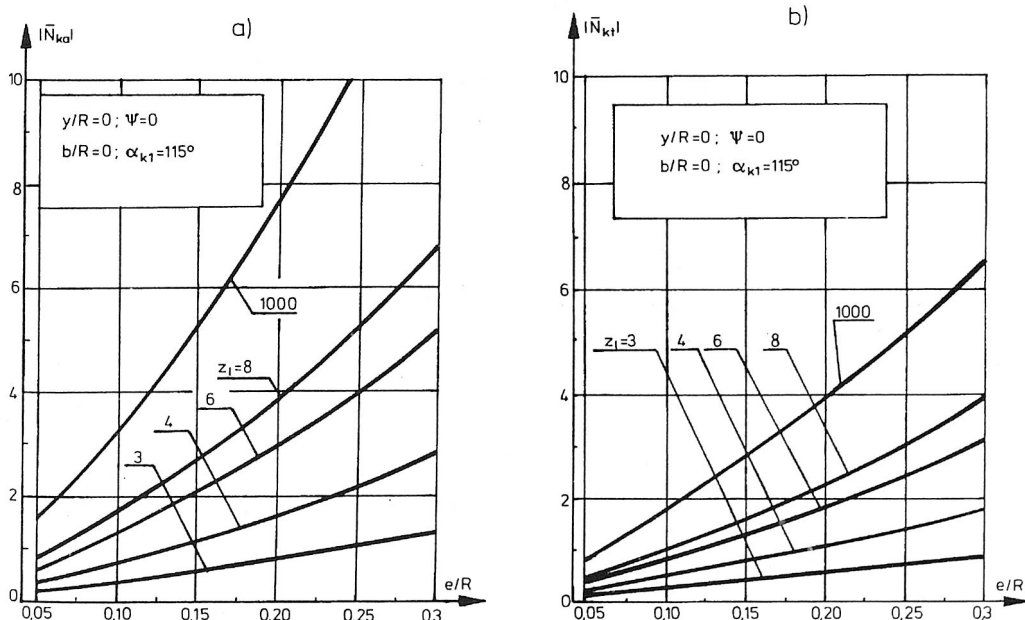
to względna moc niezbędna do napędu idealnej maszyny o sprężaniu izotermicznym. Moc ta zależy tylko od parametrów konstrukcyjnych.

Na rysunkach 7.13 i 7.14 przedstawiono zależność względnej mocy napędowej maszyny adiabatycznej i izotermicznej od stopnia sprężania i niektórych parametrów konstrukcyjnych. Przyjęto, że czynnikiem roboczym jest dwuatomowy gaz doskonały.

Do podstawowych wielkości charakteryzujących maszyny kompresyjne należy sprawność wolumetryczna.

Przy braku przecieków i tarcia, sprawność wolumetryczna wielołopatkowej idealnej maszyny kompresyjnej uwzględnia głównie wpływ przestrzeni szkodliwej na proces napełniania komory roboczej. Stosując oznaczenia jak na rys. 7.10 sprawność wolumetryczną można określić równaniem:

$$\eta_V = \frac{V_K(\varphi_{k4}) - V_K(\varphi_{k3})}{V_K(\varphi_{k4}) - V_K(\varphi_{k2})} \quad (7.29)$$



Rys. 7.14. Zależność względnej mocy napędowej od e/R dla: a) maszyny o sprężaniu adiabatycznym, b) maszyny o sprężaniu izotermicznym

a po uwzględnieniu (3.7b) da się ona zapisać w postaci:

$$\eta_V = \frac{Z_K(\varphi_{k4}) - Z_K(\varphi_{k3})}{Z_K(\varphi_{k4}) - Z_K(\varphi_{k2})} \quad (7.29a)$$

Wielkość ε wyrażoną wzorem:

$$\varepsilon = \frac{Z_K(\varphi_{k2})}{Z_K(\varphi_{k4}) - Z_K(\varphi_{k2})} \quad (7.30)$$

można nazwać względną przestrzenią szkodliwą. Po uwzględnieniu tej wielkości wzór (7.29a) przekształca się do postaci:

$$\eta_V = 1 - \varepsilon \left\{ \frac{Z_K(\varphi_{k4})}{Z_K(\varphi_{k1})} - 1 \right\} \quad (7.31)$$

lub

$$\eta_V = 1 - \varepsilon \left\{ \left[\frac{Z_K(\varphi_{k4})}{Z_K(\varphi_{k1})} \right]^{\frac{1}{k}} - 1 \right\} \quad (7.31a)$$

Do oceny efektywności maszyn kompresyjnych można wyprowadzić wielkość zdefiniowaną wzorem:

$$N_{kj} = \frac{N_k}{\dot{V}} \quad (7.32)$$

gdzie N_{kj} – wskaźnik jednostkowego zużycia mocy wyrażony w [Ws/m³u],

N_k – moc niezbędna do napędu maszyny kompresyjnej [W],

\dot{V} – strumień objętości sprężonego czynnika [m³u/s].

Równanie to można napisać dla maszyny o sprężaniu adiabatycznym w postaci:

$$N_{kaj} = p_u \frac{T_{ss}}{T_u} \frac{k}{k-1} \left\{ \left[\frac{Z_k(\varphi_{k4})}{Z_k(\varphi_{k1})} \right]^{k-1} - 1 \right\} \quad (7.32a)$$

a dla maszyny o sprężaniu izotermicznym:

$$N_{ktj} = p_u \frac{T_{ss}}{T_u} \ln \left[\frac{Z_k(\varphi_{k4})}{Z_k(\varphi_{k1})} \right] \quad (7.32b)$$

7.1.5. Czynniki kształtujące termodynamiczne własności rzeczywistych łopatkowych maszyn rotacyjnych

Założenia leżące u podstaw modelu idealnych łopatkowych maszyn rotacyjnych przedstawiono w 7.1.2. Jak jednak wykazano w rozdziałach 4, 5, i 6, w rzeczywistych łopatkowych maszynach rotacyjnych trudno nie zauważyć istnienia sił tarcia, przecieków czy pól temperatury. Jednocześnie maszyny te często nie pracują w warunkach na jakie zostały zaprojektowane, a wybór niektórych parametrów konstrukcyjnych sprawia, że rzeczywisty przebieg procesów w ŁMR znacznie się różni od omówionego wyżej. Zachodzi więc potrzeba:

- określenia parametrów termodynamicznych czynnika w komorze roboczej podczas pełnego jej obrotu, przy uwzględnieniu przecieków i przejmowanego przez gaz ciepła tarcia,
- określenia wpływu nierówności zewnętrznego i wewnętrznego stopnia sprężania na efektywność ŁMR,
- opisu przebiegu procesów w maszynach rzeczywistych w przypadku, gdy szczelina promieniowa $\gamma \approx 0$, a kąty opisujące położenie krawędzi sterujących wykluczają istnienie klasycznej przemiany powrotu.

7.2. Opis termodynamiczny układu o zmiennej ilości masy

Przedstawiona w rozdziale 5 analiza ilości czynnika w przestrzeni roboczej łopatkowej maszyny rotacyjnej pokazuje, że każda z przemian realizowanych przez gaz cechuje się zmienną jego ilością ($\Phi_m \neq 1$). Zmiana ta jest zaplanowana (napełnianie i wytłaczanie) albo ma charakter (nie dającego się w zupełności uniknąć) procesu towarzyszącego sprężaniu lub rozprężaniu. Jest więc gaz w komorze układem termodynamicznym o zmiennej ilości masy.

Dział termodynamiki technicznej obejmujący tę problematykę jest praktycznie przez wielu autorów podręczników zupełnie pomijany, a tylko niektóre zagadnienia z tego zakresu znalazły częściowe wyjaśnienie [np. 79, 83, 128, 156]. Spowodowane to jest brakiem ogólnie znanej termodynamicznej teorii układów ze zmienną masą. Próbą wypełnienia luki w tej dziedzinie są publikacje M. A. Mamontowa [90, 91].

Przyjmuje on, że efekt energetyczny dopływu do układu porcji dm_a gazu lub odpływu z niego innej jego części (dm_e) można zastąpić równoważnym mu wykonaniem pracy nad układem i wymianą ciepła z otoczeniem [91]. Równanie I zasady termodynamiki dla układu zmieniającego swoją masę (odniesione do jednostki ilości masy) ma postać:

$$dq_{z\pi} + (e_i - i)d\varepsilon_a = du + dl_{z\pi} - \frac{p}{\rho}d\varepsilon_s \quad (7.33)$$

gdzie:

e_i – entalpia właściwa czynnika dopływającego do układu,
 $d\varepsilon_a$ – względna masa gazu zaanektowanego przez układ;

$$d\varepsilon_a = \frac{dm_a}{m} \quad (7.34)$$

$d\varepsilon_s$ – względny przyrost masy gazu w układzie;

$$d\varepsilon_s = \frac{dm_a - dm_e}{m} = \frac{dm}{m} \quad (7.35)$$

$q_{z\pi}, l_{z\pi}$ – jednostkowe ciepło i praca zewnętrzna układu,
 i, u – entalpia i energia wewnętrzna właściwa gazu,
 p, ρ – ciśnienie i gęstość gazu.

Rozszerzając (7.33) na cały układ można napisać [121, 156]:

$$dQ_{z\pi} + (e_i - i)dm_a = dU + idm_e + dL_{z\pi} \quad (7.36)$$

gdzie:

$(e_i - i)dm_a = dE_{a\pi}$ – energia doprowadzona do układu za czynnikiem,
 $idm_e = dE_{e\pi}$ – energia zabrana z układu wraz z gazem.

Mamontow [91] podał zależność na ciśnienie i temperaturę gazu w komorze roboczej maszyny objętościowej, gdy jego ilość ulega zmianie. Mają one postać:

$$dp = \frac{k-1}{V} \left(dQ_{z\pi} + dE_{a\pi} - dE_{e\pi} - \frac{k}{k-1} dL_{z\pi} \right) \quad (7.37)$$

$$dT = (k-1)(R_i T dm - dL_{z\pi}) \frac{1 - \varphi_\pi}{R_i m} \quad (7.38)$$

gdzie φ_π – wyróżnik relacji energetycznych określony wzorem:

$$\varphi_\pi = \frac{dq_{z\pi} + (e_i - i)d\varepsilon_a}{dl_{z\pi} - \frac{p}{\rho} d\varepsilon_s} \quad (7.39)$$

7.3. Parametry termodynamiczne czynnika w komorze roboczej ŁMR

Zjawisko tarcia łopatek o wirnik i cylinder oraz przecieki gazu przez szczeliny sprawiają, że gaz zamknięty wewnątrz komory realizuje przemiany znacznie różniące się od

znanych przemian równowagowych. Celem niniejszego podrozdziału jest znalezienie równań umożliwiających wyznaczenie ciśnienia i temperatury czynnika roboczego w komorze roboczej ŁMR w dowolnym jej położeniu.

7.3.1. Napełnianie komory w maszynie ekspansyjnej

Na rysunku 7.15 przedstawiono szkic takiej komory znajdującej się w fazie napełniania. Jej położenie określone jest kątem φ , a równanie bilansu energii przyjmie postać równania (7.36) lub [69, 91, 121, 156]:

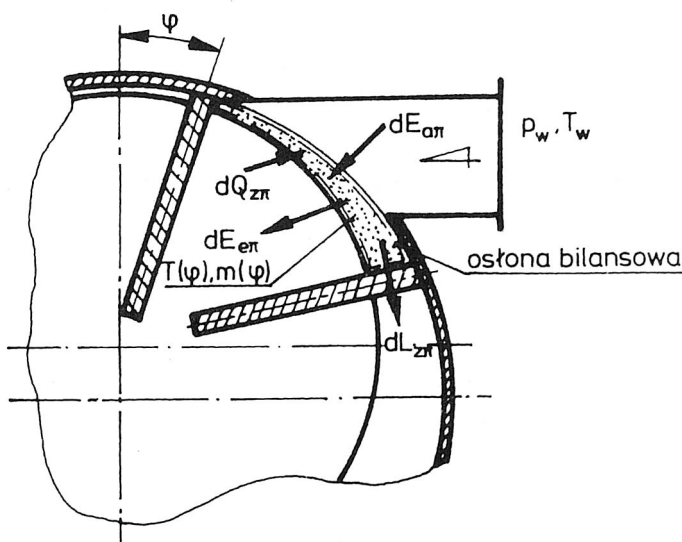
$$dE_{a\pi} + dQ_{z\pi} = dU + dL_{z\pi} + dE_{e\pi} \quad (7.40)$$

W równaniu tym:

- $dE_{a\pi}$ – elementarna ilość energii doprowadzona do komory razem z czynnikiem podczas jej obrotu o kąt $d\varphi$,
- $dQ_{z\pi}$ – elementarna ilość ciepła przekazana do gazu w tym samym okresie,
- $dL_{z\pi}$ – praca wykonana przez gaz przy zmianie objętości komory o dV ,
- dU – różniczka energii wewnętrznej gazu,
- $dE_{e\pi}$ – elementarna ilość energii odprowadzona z komory razem z uciekającym z niej czynnikiem podczas obrotu o kąt $d\varphi$.

Elementarną energię doprowadzoną do komory razem z czynnikiem można określić ze wzoru:

$$dE_{a\pi} = i_w dm_a = i_w \rho_g (p_w, T) dV \quad (7.41)$$



Rys. 7.15. Szkic do bilansu termodynamicznego komory roboczej maszyny ekspansyjnej znajdującej się w fazie napełniania

gdzie:

i_w – entalpia czynnika na wlocie do komory,

$\rho_g(p_w, T)$ – gęstość gazu na wlocie.

Dla maszyn wielołopatkowych, gdy czynnikiem roboczym jest gaz doskonały, równanie (7.41) przyjmie postać:

$$dE_{a\pi} = c_p T_w \frac{p_w}{R_i T} R^2 LZ'(\varphi) d\varphi = \frac{k}{k-1} \frac{T_w p_w}{T} R^2 LZ'(\varphi) d\varphi \quad (7.41a)$$

Występująca w tym wzorze wielkość $Z'(\varphi)$ to pochodna po φ względnego pola przekroju komory.

Elementarną ilość ciepła $dQ_{z\pi}$ trafiającego do gazu w komorze określa się z zależności (6.56a). Pracę $dL_{z\pi}$ wykonaną przez gaz zawarty w komorze podczas obrotu o kąt $d\varphi$ można określić ze wzoru:

$$dL_{z\pi} = p_w dV = p_w R^2 LZ'(\varphi) d\varphi \quad (7.42)$$

Zmianę energii wewnętrznej należy obliczyć z zależności:

$$dU = d(um) = mdu + udm \quad (7.43)$$

gdzie

m – chwilowa wartość masy czynnika w komorze; można ją określić ze wzoru (5.65),

u – jego energia wewnętrzna.

Gdy czynnikiem roboczym jest gaz doskonały, to:

$$u = c_v T \quad (7.44)$$

natomiast:

$$du = c_v dT \quad (7.45)$$

Przy stałym ciśnieniu gazu w komorze podczas napełniania, różniczkę dm należy określić ze wzoru:

$$dm = \rho_w(p_w, T) dV = \frac{p_w}{R_i T} R^2 LZ'(\varphi) d\varphi \quad (7.46)$$

Elementarną energię ewakuowaną z komory wraz z czynnikiem $dE_{e\pi}$ można obliczyć z równania:

$$dE_{e\pi} = idm_e = \frac{2}{\omega} c_p T \frac{1}{z_k} \dot{m}_{wn} d\varphi \quad (7.47)$$

gdzie

z_k – ilość komór znajdujących się jednocześnie w obszarze napełniania, strumień \dot{m}_{wn} jest określony ze wzoru (5.30).

Gdy położenie komory określa kąt φ spełniający nierówność:

$$\varphi_s(\varphi) = \alpha_2 - \lambda < \varphi \leq \varphi_s(\varphi) = \alpha_2$$

to do strumienia \dot{m}_{wn} należy w równaniu (7.47) dodać podwojony strumień określony wzorem (5.41), dla łopatki, której położenie opisuje kąt $\varphi + \lambda$. Jako wystarczające przybliżenie wzoru na \dot{m}_{kk} , można wykorzystać zależność:

$$\dot{m}_{kk}(\varphi + \lambda) = s_l x(\varphi + \lambda) K_{pkk} \frac{p_w}{\sqrt{R_i T_w}} \left[\frac{Z(\alpha_2)}{Z(\varphi)} \right]^k \sqrt{\left[\frac{Z(\varphi)}{Z(\alpha_2)} \right]^{2k} - 1} \quad (7.48)$$

Podstawiając do (7.40) wielkości opisane wzorami (7.41)–(7.47) lub (7.48) można otrzymać równanie różniczkowe wiążące temperaturę T gazu w napełnianej komorze i kąt φ . Przybiera ono postać:

$$A(\varphi) \frac{dT}{d\varphi} + B(\varphi) T^2 + C(\varphi) T + D(\varphi) = 0 \quad (7.49)$$

lub

$$\frac{dT}{d\varphi} = b(\varphi) T^2 + c(\varphi) T + d(\varphi) \quad (7.49a)$$

gdzie:

$$A(\varphi) = -R^2 L \frac{p_w}{k-1} Z(\varphi) \quad (7.50)$$

$$B(\varphi) = -\frac{\alpha_{cw}}{\omega} R_1 L \left\{ \lambda - \frac{2e}{R_1} \cos\left(\frac{2\varphi + \lambda}{2}\right) \sin \frac{\lambda}{2} + \frac{2e}{R_1} \operatorname{tg} \psi \sin\left(\frac{2\varphi + \lambda}{2}\right) \sin \frac{\lambda}{2} + \right.$$

$$\left. - \operatorname{tg} \psi \left[\sqrt{1 - \left(\frac{e}{R_1}\right)^2 \sin^2 \varphi} - \sqrt{1 - \left(\frac{e}{R_1}\right)^2 \sin^2(\varphi + \lambda)} \right] \right\} - \frac{2\alpha_{cw}}{\omega} R^2 Z(\varphi) +$$

$$-2 \frac{c_p}{\omega} s_w b_{swm\acute{s}r} K_{pwn} \frac{p_o}{\sqrt{R_i T_w}} \frac{1}{z_k} \sqrt{\left(\frac{p_w}{p_o}\right)^2 - 1} \quad (7.51)$$

$$\begin{aligned}
C(\varphi) = & \frac{\pi q_v r^2 L}{\omega z_l} + \frac{\alpha_{cw}}{\omega} R_1 L \left\{ \lambda - \frac{2e}{R_1} \cos\left(\frac{2\varphi + \lambda}{2}\right) \sin \frac{\lambda}{2} + \frac{2e}{R_1} \operatorname{tg} \psi \sin\left(\frac{2\varphi + \lambda}{2}\right) \sin \frac{\lambda}{2} + \right. \\
& \left. + \operatorname{tg} \psi \left[\sqrt{1 - \left(\frac{e}{R_1}\right)^2 \sin^2 \varphi} - \sqrt{1 - \left(\frac{e}{R_1}\right)^2 \sin^2(\varphi + \lambda)} \right] \right\} T_{Vc} + \beta_{r1} R_c \mu_c \rho[\varphi_s(\varphi)] \cos \nu + \\
& + \frac{2\alpha_{cw}}{\omega} R^2 Z(\varphi) T_{Vc} - \frac{k}{k-1} p_w R^2 LZ'(\varphi)
\end{aligned} \tag{7.52}$$

$$D(\varphi) = \frac{k}{k-1} p_w T_w R^2 LZ'(\varphi) \tag{7.53}$$

$$b(\varphi) = -\frac{B(\varphi)}{A(\varphi)}; \quad c(\varphi) = -\frac{C(\varphi)}{A(\varphi)}; \quad d(\varphi) = \frac{D(\varphi)}{A(\varphi)} \tag{7.54}$$

Gdy zajdzie potrzeba uwzględnienia przecieków przez boki łopatki to wyrażenie $B(\varphi)$ należy pomniejszyć o iloczyn wyrażenia (7.48) przez $2/\omega$.

Równanie (7.49) to nieliniowe równanie różniczkowe zwyczajne rzędu pierwszego (równanie Riccatiego [92, 131]). Jego rozwiązanie analityczne jest bardzo trudne i wyniki liczbowe otrzymuje się głównie przez całkowanie numeryczne. Jako warunek początkowy przyjmuje się, iż dla $\varphi = \alpha_1 - \lambda + \Delta\varphi_1$ temperatura gazu w komorze wynosi $T = T_w$.

Prowadząc analizę podobną do przedstawionej wyżej, można otrzymać równanie określające temperaturę gazu podczas napełniania w maszynach wielołopatkowych kompresyjnych jak również w maszynach jednołopatkowych. Są to także równania Riccatiego.

7.3.2. Podstawowe przemiany realizowane przez czynnik w zamkniętej komorze

Zamknięty w komorze w końcu napełniania czynnik roboczy ma parametry:

$$p = p_w \text{ lub } p_s$$

$$T = T[\varphi(\varphi_s = \alpha_2)] \text{ lub } T[\varphi(\varphi_s = \alpha_4)].$$

Jego ilość, określona np. z (5.66), (5.72), wynosi $m[\varphi(\varphi_s = \alpha_2)]$ lub $m[\varphi(\varphi_s = \alpha_4)]$.

Celem niniejszego podrozdziału jest wyprowadzenie zależności na ciśnienie i temperaturę gazu w komorze roboczej podczas realizacji zasadniczej przemiany energetycz-

$$\varphi_{\pi} = \frac{\frac{dQ_{z\pi}}{d\varphi} \omega - (e_i - i) \dot{m}_a}{\frac{dL_{z\pi}}{d\varphi} \omega - (\dot{m}_a - \dot{m}_e) p v} \quad (7.39a)$$

gdzie \dot{m}_a i \dot{m}_e – strumienie substancji doprowadzonej i odprowadzonej z komory roboczej.

Masę czynnika zawartego w komorze roboczej podczas rozpatrywanej przemiany można wyznaczyć z zależności (5.68) lub (5.73), a wyliczona z nich pochodna $dm/d\varphi$ przyjmie postać:

$$\frac{dm}{d\varphi} = \frac{1}{\omega} (\dot{m}_a - \dot{m}_e) \quad (7.55)$$

Pochodna $dQ_{z\pi}/d\varphi$ określona ze wzoru (6.56a) wynosi:

$$\frac{dQ_{z\pi}}{d\varphi} = [F_1(\varphi) + F_2(\varphi) T_{Vc}] - F_2(\varphi) T \quad (7.56)$$

gdzie:

$$F_1(\varphi) = \frac{\pi q_v r^2 L + \omega z_1 \beta_{r1} R_c(\varphi) \mu_c \cos \nu \rho [\varphi_s(\varphi)]}{\omega z_1} \quad (7.57)$$

$$F_2(\varphi) = \frac{\alpha_{cw}}{\omega} R_1 L \left\{ \lambda - 2 \left(\frac{e}{R_1} \right) \cos \left(\frac{2\varphi + \lambda}{2} \right) \sin \frac{\lambda}{2} + 2 \frac{e}{R_1} \operatorname{tg} \psi \sin \left(\frac{2\varphi + \lambda}{2} \right) \sin \frac{\lambda}{2} + \right. \\ \left. - \operatorname{tg} \psi \left[\sqrt{1 - \left(\frac{e}{R_1} \right)^2 \sin^2 \varphi} - \sqrt{1 - \left(\frac{e}{R_1} \right)^2 \sin^2 (\varphi + \lambda)} \right] \right\} + \frac{2\alpha_{cw}}{\omega} R^2 Z(\varphi) \quad (7.58)$$

Zależność określającą różniczkę $dL_{z\pi}$ wyraża dla maszyn łopatkowych wzór:

$$dL_{z\pi} = p dV = p R^2 LZ(\varphi) d\varphi, \quad (7.59)$$

skąd:

$$\frac{dL_{z\pi}}{d\varphi} = pR^2 LZ'(\varphi) \quad (7.59a)$$

Elementarna energia doprowadzona do komory razem z dopływającym do niej czynnikiem – $dE_{a\pi}$ – wynosi:

$$dE_{a\pi} = e_i dm_a = e_i \dot{m}_a \frac{1}{\omega} d\varphi \quad (7.60)$$

Strumień \dot{m}_a dla komory realizującej proces rozprężania w maszynie ekspansyjnej oblicza się z równania:

$$\dot{m}_a = \dot{m}_{kkr}(\varphi) + \dot{m}_{kcr}(\varphi) = [G_1(\varphi) + G_2(\varphi)] \frac{p}{\sqrt{R_i T(\varphi - \lambda)}} \sqrt{\left[\frac{p(\varphi - \lambda)}{p}\right]^2 - 1} \quad (7.61)$$

w którym wyrażenia nie zawierające zmiennych p i T oznaczono symbolami $G_i(\varphi)$. Można więc napisać:

$$G_1(\varphi) = \left[\frac{1}{\omega} + \frac{1}{4} \frac{\rho_s(\varphi) + r}{w_{skk}} \right] \omega s_l x(\varphi) K_{pkk} \quad (7.62)$$

$$G_2(\varphi) = \left[\frac{1}{\omega} + \frac{1}{2} \frac{\rho_s(\varphi)}{w_{skc}} \right] \omega s_r LK_{pkc} \quad (7.63)$$

Energię właściwą e_i tego strumienia można w przybliżeniu zastąpić entalpią czynnika w komorze, której położenie określa kąt $\varphi - \lambda$ dla maszyn ekspansyjnych i $\varphi + \lambda$ dla maszyn kompresyjnych;

$$e_i \approx i(\varphi - \lambda) = c_p T(\varphi - \lambda) \quad (7.64a)$$

lub

$$e_i \approx i(\varphi + \lambda) = c_p T(\varphi + \lambda) \quad (7.64b)$$

Pochodna $dE_{e\pi}/d\varphi$ wynosi:

$$\frac{dE_{e\pi}}{d\varphi} = \frac{1}{\omega} \dot{m}_e i$$

Strumień \dot{m}_e dla wyżej wspomnianej komory wynosi (p. podr. 5.5.1):

$$\begin{aligned}
\dot{m}_e &= \dot{m}_{kn}(\varphi) + \dot{m}_{kkr}(\varphi + \lambda) + \dot{m}_{kcr}(\varphi + \lambda) + \dot{m}_{kb\max}(\varphi + \lambda) = \\
&= G_3(\varphi) \frac{P_o}{\sqrt{R_i T}} \sqrt{\left(\frac{P}{P_o}\right)^2 - 1} + [G_4(\varphi) + G_5(\varphi)] \frac{p(\varphi + \lambda)}{\sqrt{R_i T}} \sqrt{\left[\frac{p}{p(\varphi + \lambda)}\right]^2 - 1} \\
&+ G_6(\varphi) \frac{P}{R_i T}
\end{aligned} \tag{7.65}$$

We wzorze tym:

$$G_3(\varphi) = s_w b_{skn\dot{s}r}(\varphi) K_{pkn} \tag{7.66}$$

$$G_4(\varphi) = s_l x(\varphi + \lambda) K_{pkk} \left\{ 1 + \frac{1}{4} \frac{\omega [\rho_s(\varphi + \lambda) + r]}{w_{skk}} \right\} \tag{7.67}$$

$$G_5(\varphi) = s_r L K_{pkc} \left[1 + \frac{1}{2} \frac{\omega \rho_s(\varphi)}{w_{skc}} \right] \tag{7.68}$$

$$G_6(\varphi) = \omega b L x'(\varphi + \lambda) \tag{7.69}$$

Iloczyn $p\nu$ może być określany przy pomocy różnych równań stanu. W dalszych rozważaniach przyjęto, że jest to równanie Clapeyrona.

Po uwzględnieniu zależności (7.55)–(7.69) układ równań różniczkowych (7.37a) i (7.38a) przyjmie postać:

$$\begin{aligned}
&a_{1mp} \frac{dT}{d\varphi} - a_{2mT} \frac{dT}{d\varphi} \frac{dm}{d\varphi} - a_{3pT} \frac{dm}{d\varphi} + a_4 T \frac{dm}{d\varphi} - a_5 T^2 \frac{dm}{d\varphi} + a_6 p T \frac{dm}{d\varphi} \sqrt{\left[\frac{p(\varphi - \lambda)}{p}\right]^2 - 1} + \\
&+ a_7 p T^2 \frac{dm}{d\varphi} \sqrt{\left[\frac{p(\varphi - \lambda)}{p}\right]^2 - 1} + a_8 T^2 \left(\frac{dm}{d\varphi}\right)^2 - a_9 p + a_{10} p^2 + a_{11} p^2 \sqrt{\left[\frac{p(\varphi - \lambda)}{p}\right]^2 - 1} + \\
&+ a_{12} p T - a_{13} p^2 T \sqrt{\left[\frac{p(\varphi - \lambda)}{p}\right]^2 - 1} = 0
\end{aligned} \tag{7.70}$$

$$\begin{aligned} \frac{dp}{d\varphi} = & b_1 + b_2 T + b_3 p \sqrt{\left[\frac{p(\varphi - \lambda)}{p}\right]^2 - 1} - b_4 T \frac{p_o}{\sqrt{R_i T}} \sqrt{\left(\frac{p}{p_o}\right)^2 - 1} + \\ & - b_5 T \frac{p(\varphi + \lambda)}{\sqrt{R_i T}} \sqrt{\left[\frac{p}{p(\varphi + \lambda)}\right]^2 - 1} - b_6 p \end{aligned} \quad (7.71)$$

gdzie:

$$a_1 = \frac{1}{k-1} R^2 LZ'(\varphi) \quad (7.72)$$

$$a_2 = \frac{R_i}{k-1}; \quad a_8 = R_i \quad (7.73)$$

$$a_3 = 2R^2 LZ'(\varphi) \quad (7.74)$$

$$a_4 = F_1(\varphi) + F_2(\varphi) T_{vc} \quad (7.75)$$

$$a_5 = F_2(\varphi) \quad (7.76)$$

$$a_6 = \frac{k}{k-1} [G_1(\varphi) + G_2(\varphi)] \sqrt{R_i T(\varphi - \lambda)} \quad (7.77)$$

$$a_7 = \frac{k}{k-1} [G_1(\varphi) + G_2(\varphi)] \frac{\sqrt{R_i T(\varphi - \lambda)}}{T(\varphi - \lambda)} \quad (7.78)$$

$$a_9 = \frac{1}{R_i} R^2 LZ'(\varphi) [F_1(\varphi) + F_2(\varphi) T_{vc}] \quad (7.79)$$

$$a_{10} = \frac{1}{R_i} R^4 L^2 [Z'(\varphi)]^2 \quad (7.80)$$

$$a_{11} = \frac{k}{k-1} \frac{1}{R_i} R^2 LZ'(\varphi) [G_1(\varphi) + G_2(\varphi)] \sqrt{R_i T(\varphi - \lambda)} \quad (7.81)$$

$$a_{12} = \frac{1}{R_i} R^2 LZ'(\varphi) F_2(\varphi) \quad (7.82)$$

$$a_{13} = \frac{k}{k-1} R^2 LZ'(\varphi) [G_1(\varphi) + G_2(\varphi)] \frac{1}{\sqrt{R_i T(\varphi - \lambda)}} \quad (7.83)$$

$$b_1 = \frac{(k-1)[F_1(\varphi) + F_2(\varphi) T_{Vc}]}{R^2 LZ(\varphi)} \quad (7.84)$$

$$b_2 = \frac{F_2(\varphi)}{R^2 LZ(\varphi)} \quad (7.85)$$

$$b_3 = \frac{(k-1)c_p T(\varphi - \lambda)[G_1(\varphi) + G_2(\varphi)]}{R^2 L \omega \sqrt{R_i T(\varphi - \lambda)}} \quad (7.86)$$

$$b_4 = \frac{(k-1)c_p G_3(\varphi)}{R^2 LZ(\varphi) \omega} \quad (7.87)$$

$$b_5 = \frac{(k-1)c_p [G_4(\varphi) + G_5(\varphi)]}{R^2 LZ(\varphi) \omega} \quad (7.88)$$

$$b_6 = \frac{kG_6(\varphi)}{R^2 LZ(\varphi) \omega} + k \frac{Z'(\varphi)}{Z(\varphi)} \quad (7.89)$$

Uzupełnieniem równań różniczkowych (7.70) i (7.71) jest rozwinięta postać równania (5.68):

$$m(\varphi) = m[\varphi(\varphi_s = \alpha_2)] + \int_{\varphi(\varphi_s = \alpha_2)}^{\varphi} \left\{ [G_1(\varphi) + G_2(\varphi)] \frac{p}{\sqrt{R_i T(\varphi - \lambda)}} \sqrt{\left[\frac{p(\varphi - \lambda)}{p} \right]^2} - 1 + \right.$$

$$-G_3(\varphi) \frac{p_o}{\sqrt{R_i T}} \sqrt{\left(\frac{p}{p_o}\right)^2 - 1} - [G_4(\varphi) + G_5(\varphi)] \frac{p(\varphi + \lambda)}{\sqrt{R_i T}} \sqrt{\left[\frac{p}{p(\varphi + \lambda)}\right]^2 - 1} + G_6(\varphi) \frac{p}{R_i T} \Big\} d\varphi \quad (7.90)$$

Rozwiązaniem równań (7.70), (7.71) i (7.90) są szukane parametry p , T oraz m czynnika w komorze roboczej w dowolnym jej położeniu. W szczególności, w chwili zakończenia procesu rozprężania wynoszą one: $p = p[\varphi(\varphi_s = \alpha_3) - \lambda]$, $T = T[\varphi(\varphi_s = \alpha_3) - \lambda]$ i $m = m[\varphi(\varphi_s = \alpha_3) - \lambda]$.

W podobny sposób można otrzymać równania określające parametry gazu na końcu procesu sprężania.

7.3.3. Usuwanie czynnika z komory roboczej maszyny ekspansyjnej

Jak pokazano w rozdz. 5.5, przy otwieraniu okna wylotowego następuje gwałtowne wyrównanie ciśnienia czynnika w komorze i przestrzeni wylotowej. Sytuację, gdy:

$$p[\varphi(\varphi_s = \alpha_3) - \lambda] = p_o$$

należy uznać raczej za wyjątkową. Najczęściej ułamek:

$$\frac{p[\varphi(\varphi_s = \alpha_3) - \lambda]}{p_o} \neq 1 \quad (7.91)$$

Gdy jest on większy od jedności, to następuje wypływ czynnika do przestrzeni wylotowej (p. (5.69), (5.69a)). Temperatura gazu pozostałego w komorze spadnie wówczas do wartości:

$$T[\varphi(\varphi_s = \alpha_3) - \lambda + \Delta\varphi_2] = T[\varphi(\varphi_s = \alpha_3) - \lambda] \left\{ \frac{p_o}{p[\varphi(\varphi_s = \alpha_3) - \lambda]} \right\}^{\frac{k-1}{k}} \quad (7.92)$$

Podczas ładowania zbiornika (gdy ułamek ze wzoru (7.91) jest mniejszy od jedności) temperatura ta wzrośnie do wartości [156]:

$$T[\varphi(\varphi_s = \alpha_3) - \lambda + \Delta\varphi_2] = \frac{T[\varphi(\varphi_s = \alpha_3) - \lambda] + kT_k g_d}{1 + g_d} \quad (7.93)$$

gdzie:

$$g_d = \frac{m_{kd}}{m[\varphi(\varphi_s = \alpha_3) - \lambda]} \quad (7.94)$$

m_{kd} – masa gazu doładowanego (obliczona za pomocą wzorów (5.61) lub (5.62)),
 T_k – temperatura czynnika w przestrzeni wylotowej.

Po wyrównaniu ciśnienia do wartości p_o masa gazu w komorze będzie wynosiła:

$$m[\varphi(\varphi_s = \alpha_3) - \lambda + \Delta\varphi_2] = \frac{p_o R^2 L}{R_i T [\varphi(\varphi_s = \alpha_3) - \lambda + \Delta\varphi_2]} Z[\varphi(\varphi_s = \alpha_3) - \lambda + \Delta\varphi_2] \quad (7.95)$$

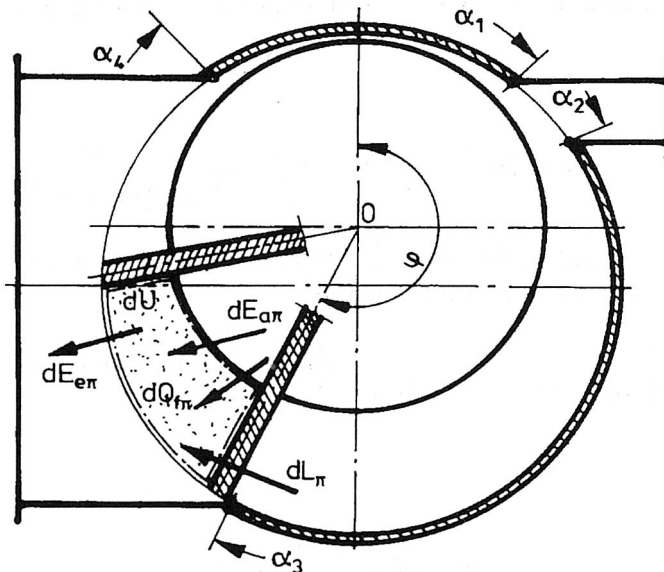
Dalszy obrót wału związany jest z izobarycznym wypływem czynnika z komory o zmniejszającej się objętości. Malejąca w komorze masa gazu przejmuje od ścianek ilość ciepła tarcia zbliżoną do jego ilości w pozostałych fazach. Powoduje to wzrost temperatury czynnika. Wzrost ten spowodowany jest również dopływem do komory przecieków. Równanie różniczkowe opisujące zmianę temperatury gazu w komorze roboczej w fazie wytłaczania można wyprowadzić w sposób podobny jak w podrozdz. 7.3.1. Bilans komory roboczej (p. rys. 7.17 oraz wzór (7.40)) wyrażony jest równaniem:

$$dE_{a\pi} + dQ_{z\pi} + dL_{z\pi} - dE_{e\pi} - dU = 0 \quad (7.96)$$

gdzie poszczególne różniczki oznaczają to samo co w poprzednich rozdziałach.

Różniczka $dE_{a\pi}$ może być określona ze wzoru:

$$dE_{a\pi} = \frac{1}{\omega} e_i \dot{m}_a(\varphi) d\varphi \quad (7.97)$$



Rys. 7.17. Bilans termodynamiczny komory znajdującej się w fazie wytłaczania

Energia właściwa przecieków równa będzie entalpii spoczynkowej strumieni wpływających do komory:

$$e_i = c_p T_{gsw} + \frac{w_{sr}^2}{2} \quad (7.98)$$

gdzie:

T_{gsw} – temperatura przecieków wypływających ze szczeliny między czołem wirnika i pokrywą boczną,

w_{sr} – średnia prędkość tych przecieków na wylocie ze szczeliny.

Dokładne określenie wartości T_{gsw} jest bardzo trudne. Biorąc pod uwagę ciekłą warstwę gazu i duże jego prędkości, można przyjąć, że T_{gsw} będzie zbliżone do średniej temperatury ścianek $T_{śśśr}$ szczeliny. Dlatego:

$$e_i \approx c_p T_{śśśr} \quad (7.98a)$$

Określenie dopływającego do komory strumienia \dot{m}_a wymaga wydzielenia go z całkowitych przecieków przedostających się do obszaru wylotowego. Dalej założono, że przyjmie on średnią wartość:

$$\dot{m}_a = \frac{1}{z_{lu}} \left\{ \dot{m}_{wn}(\varphi) + \dot{m}_{kn}[\varphi_u(\varphi)] + \dot{m}_{kk}[\varphi_u(\varphi)] \right\} \quad (7.99)$$

gdzie:

$\dot{m}_{wn}(\varphi)$, $\dot{m}_{kn}[\varphi_u(\varphi)]$ i $\dot{m}_{kk}[\varphi_u(\varphi)]$ – strumienie przecieków określone wzorami (5.30), (5.34) i (5.41),

z_{lu} – umowna ilość komór roboczych mających jednocześnie połączenie z obszarem wylotowym. Można ją obliczyć ze wzoru:

$$z_{lu} = \frac{\varphi(\varphi_s = \alpha_4) - \varphi(\varphi_s = \alpha_3) + \lambda}{\lambda} \quad (7.100)$$

Kąt $\varphi_u(\varphi)$, służący do wyznaczania strumienia \dot{m}_{kn} oraz \dot{m}_{kk} będzie zmieniał się okresowo (okres wynosi λ) i będzie spełniał warunki:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_u(\varphi) &= \varphi_s(\varphi) - n\lambda \leq \alpha_3 \\ \varphi_s(\varphi) &< \alpha_4 \\ \{n\} &= \{1, 2, 3, \dots\} \end{aligned} \right\} \quad (7.101)$$

Po podstawieniu wzorów (5.30), (5.34), (5.41), (7.98a) i (7.99) do (7.97) otrzymano wyrażenie na różniczkę $dE_{a\pi}$:

$$\begin{aligned}
 dE_{u\pi} &= \frac{1}{\omega z_{lu}} c_p T_{\acute{s}c\acute{s}r} \left\{ s_w b_{sw\acute{n}s}r(\varphi) K_{pwn} \frac{P_o}{\sqrt{R_i T_w}} + \left\{ s_w b_{skn\acute{s}r}(\varphi_u - \lambda) K_{pkn} + \right. \right. \\
 &+ s_l x(\varphi_u) K_{pkk} \left[1 + \frac{1}{4} \frac{\omega(\rho_s(\varphi_u) + r)}{w_{skk}} \right] \left. \right\} \frac{p_o}{\sqrt{R_i T(\varphi_u - \lambda)}} \sqrt{\left[\frac{p(\varphi_u - \lambda)}{P_o} \right]^2 - 1} d\varphi = \\
 &= \frac{1}{\omega z_{lu}} c_p T_{\acute{s}c\acute{s}rc} G_7(\varphi) d\varphi \quad (7.102)
 \end{aligned}$$

gdzie:

$$\begin{aligned}
 G_7(\varphi) &= s_w b_{sw\acute{n}s}r(\varphi) K_{pwn} \frac{P_o}{\sqrt{R_i T_w}} \sqrt{\left(\frac{P_w}{P_o} \right)^2 - 1} + \left\{ s_w b_{skn\acute{s}r}(\varphi_u - \lambda) K_{pkn} + \right. \\
 &+ s_l x(\varphi_u) K_{pkk} \left[1 + \frac{1}{4} \frac{\omega(\rho_s(\varphi_u) + r)}{w_{skk}} \right] \left. \right\} \frac{p_o}{\sqrt{R_i T(\varphi_u - \lambda)}} \sqrt{\left[\frac{p(\varphi_u - \lambda)}{P_o} \right]^2 - 1} \quad (7.103)
 \end{aligned}$$

Elementarne ciepło dostarczone do czynnika opisane może być za pomocą równania (7.56):

$$dQ_{z\pi} = \left\{ [F_1(\varphi) + F_2(\varphi) T_{Vc}] - F_2(\varphi) T \right\} d\varphi \quad (7.104)$$

natomiast elementarna praca wykonana nad gazem wynosi:

$$dL_{z\pi} = -p_o dV = -p_o R^2 LZ'(\varphi) d\varphi \quad (7.105)$$

Różniczkę energii wewnętrznej można wyliczyć ze wzoru:

$$dU = \frac{1}{k-1} p_o R^2 LZ(\varphi) \frac{dT}{T} + \frac{1}{k-1} p_o R^2 LZ'(\varphi) d\varphi \quad (7.106)$$

Elementarna energia ewakuowana z komory wraz z czynnikiem roboczym wynosi:

$$dE_{e\pi} = idm_e = i(dm_a - dm) \quad (7.107)$$

gdzie:

dm_a – elementarna ilość czynnika doprowadzona do komory w formie przecieków:

$$dm_a = \frac{1}{\omega} \dot{m}_a(\varphi) d\varphi \quad (7.108)$$

dm – elementarna ilość czynnika usunięta z komory dzięki zmniejszeniu jej objętości:

$$dm = \frac{P_o}{R_1 T} R^2 LZ'(\varphi) d\varphi \quad (7.109)$$

Po podstawieniu tych wzorów do (7.107) oraz uwzględnieniu wyprowadzonej wyżej zależności na $\dot{m}_a(\varphi)$ otrzymano:

$$dE_{e\pi} = c_p \frac{1}{\omega z_{lu}} G_7(\varphi) T d\varphi - \frac{k}{k-1} p_o R^2 LZ'(\varphi) d\varphi \quad (7.107a)$$

Po podstawieniu do (7.96) wyprowadzonych wyżej zależności otrzymano:

$$\frac{dT}{d\varphi} = c_1(\varphi) T^2 + c_2(\varphi) T \quad (7.110)$$

gdzie:

$$c_1(\varphi) = - \frac{F_2(\varphi) + \frac{c_p}{\omega z_{lu}} G_7(\varphi)}{\frac{1}{k-1} p_o R^2 LZ(\varphi)} \quad (7.111)$$

$$c_2(\varphi) = \frac{\frac{c_p}{\omega z_{lu}} T_{śśr} G_7(\varphi) + [F_1(\varphi) + F_2(\varphi) T_{vc}]}{\frac{1}{k-1} p_o R^2 LZ(\varphi)} \quad (7.112)$$

Zależność (7.110) opisuje zmianę temperatury gazu w komorze podczas wytłaczania czynnika. Jest to równanie różniczkowe Bernoulliego, które ma rozwiązanie ogólne w postaci [92]:

$$T(\varphi) = \left\{ e^{-\int c_2(\varphi) d\varphi} \left[C - \int c_1(\varphi) e^{-\int c_2(\varphi) d\varphi} d\varphi \right] \right\}^{-1} \quad (7.113)$$

Jako warunek początkowy można przyjąć, że dla φ spełniającego warunek:

$$\varphi_s(\varphi + \lambda) = \alpha_3 + \Delta\varphi_2 \quad (7.114)$$

temperatura gazu wynosi $T[\varphi(\varphi_s = \alpha_3) - \lambda + \Delta\varphi_2]$ (p. (7.74) i (7.75)).

7.3.4. Parametry czynnika w komorze w fazie sprężania

Jak wcześniej pokazano, dla $y > 0$ i $(2\pi + \alpha_1) - \alpha_4 > \lambda$ w maszynach ekspansyjnych zachodzi faza sprężania. Rozpoczyna się ona wówczas, gdy położenie komory określa kąt $\varphi = \varphi(\varphi_s = \alpha_4)$. Zamknięty w komorze czynnik ma masę:

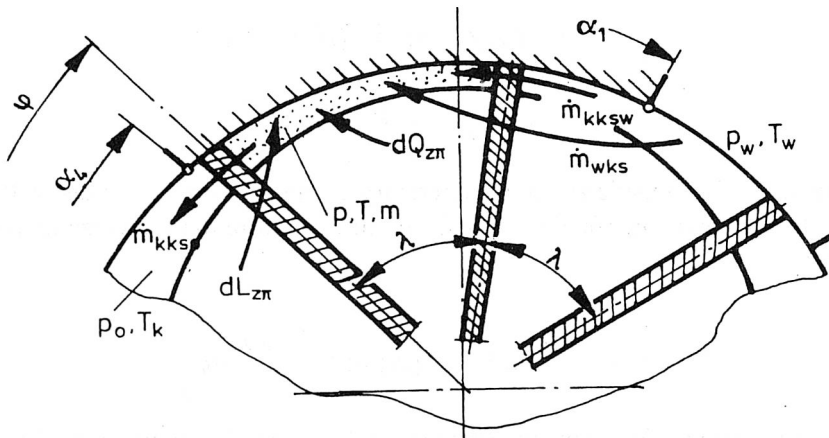
$$m[\varphi(\varphi_s = \alpha_4)] = \frac{P_o}{R_i T[\varphi(\varphi_s = \alpha_4)]} R^2 LZ[\varphi(\varphi_s = \alpha_4)] \quad (7.115)$$

Podczas dalszego obrotu wału objętość komory zmniejsza się. Przez nieszczelność dopływają do niej przecieki i sprężania nie należy traktować jako procesu ze stałą ilością czynnika (p. rys. 7.18). Masa gazu w komorze w dowolnej chwili (gdy $\varphi(\varphi_s = \alpha_4) < \varphi < \varphi(\varphi_s = \alpha_1) - \lambda$) wynosi:

$$m(\varphi) = m[\varphi(\varphi_s = \alpha_4)] + \frac{1}{\omega} \int_{\varphi(\varphi_s = \alpha_4)}^{\varphi} (\dot{m}_{wks} + \dot{m}_{kksw} - \dot{m}_{kks0}) d\varphi \quad (7.116)$$

gdzie:

\dot{m}_{wks} – strumień gazu trafiający do komory przez szczelinę między wirnikiem a pokrywą boczną;



Rys. 7.18. Komora robocza w fazie sprężania

$$\dot{m}_{wks} = \underbrace{s_w b_{wks} K_{pwks}}_{G_8(\varphi)} \frac{p}{\sqrt{R_i T_w}} \sqrt{\left(\frac{p_w}{p}\right)^2 - 1} \quad (7.117)$$

b_{wks} – szerokość szczeliny równa w przybliżeniu $r(1 - \cos \lambda)$,

\dot{m}_{kkzsw} – strumień gazu trafiający do komory przez szczelinę między bokiem łopatki a pokrywą boczną:

$$\dot{m}_{kkzsw} = \underbrace{\left\{ 1 - \frac{1}{4} \frac{\omega [\rho_s(\varphi + \lambda) + r]}{w_{skksw}} \right\} s_{ix}(\varphi + \lambda) K_{pkksw}}_{G_9(\varphi)} \frac{p}{\sqrt{R_i T_w}} \sqrt{\left(\frac{p_w}{p}\right)^2 - 1} \quad (7.118)$$

\dot{m}_{kkso} – strumień gazu wypływającego z komory przez szczelinę między bokiem łopatki a pokrywą boczną:

$$\dot{m}_{kkso} = \underbrace{\left\{ 1 - \frac{1}{4} \frac{\omega [\rho_s(\varphi) + r]}{w_{skkso}} \right\} s_{ix}(\varphi) K_{pkkso}}_{G_{10}(\varphi)} \frac{p_o}{\sqrt{R_i T}} \sqrt{\left(\frac{p}{p_o}\right)^2 - 1} \quad (7.119)$$

Wyznaczenie ciśnienia i temperatury gazu w tej fazie pracy maszyny wymaga rozpatrzenia dla danej komory układu równań różniczkowych (7.37a) i (7.38a). Występujące w nich wyrażenia można określić z niżej omówionych wzorów. Pochodną $dQ_{z\pi}/d\varphi$ określają wzory (7.56)–(7.58), a pochodną $dL_{z\pi}/d\varphi$ zależność:

$$\frac{dL_{z\pi}}{d\varphi} = -pR^2 LZ'(\varphi) \quad (7.120)$$

Elementarna energia anektowana wraz z dopływającymi przeciekami wynosi:

$$\begin{aligned} dE_{a\pi} &= e_i \dot{m}_a \frac{1}{\omega} d\varphi = c_p T_w \frac{1}{\omega} (\dot{m}_{wks} + \dot{m}_{kkzsw}) d\varphi = \\ &= c_p T_w \frac{1}{\omega} [G_8(\varphi) + G_9(\varphi)] \frac{p}{\sqrt{R_i T_w}} \sqrt{\left(\frac{p_w}{p}\right)^2 - 1} d\varphi \end{aligned} \quad (7.121)$$

Pochodną $dE_{e\pi}/d\varphi$ można obliczyć ze wzoru:

$$\frac{dE_{e\pi}}{d\varphi} = \frac{1}{\omega} c_p T G_{10}(\varphi) \frac{P_o}{\sqrt{R_i T}} \sqrt{\left(\frac{P}{P_o}\right)^2 - 1} \quad (7.122)$$

Występujące w dwóch powyższych wzorach funkcje wynoszą:

$$G_8(\varphi) = s_w b_{wks} K_{pwks} \quad (7.123)$$

$$G_9(\varphi) = \left\{ 1 - \frac{1}{4} \frac{\omega [\rho_s(\varphi + \lambda) + r]}{w_{skksw}} \right\} s_l x(\varphi + \lambda) K_{pkksw} \quad (7.124)$$

$$G_{10}(\varphi) = \left\{ 1 - \frac{1}{4} \frac{\omega [\rho_s(\varphi) + r]}{w_{skksw}} \right\} s_l x(\varphi) K_{pkks0} \quad (7.125)$$

Po uwzględnieniu tych funkcji równanie (7.116) przyjmie postać:

$$m(\varphi) = m[\varphi(\varphi_s = \alpha_4)] + \frac{1}{\omega} \int_{\varphi(\varphi_s = \alpha_4)}^{\varphi} \left\{ [G_8(\varphi) + G_9(\varphi)] \frac{P}{\sqrt{R_i T_w}} \sqrt{\left(\frac{P_w}{P}\right)^2 - 1} + \right. \\ \left. - G_{10}(\varphi) \frac{P}{\sqrt{R_i T}} \sqrt{\left(\frac{P}{P_o}\right)^2 - 1} \right\} d\varphi \quad (7.116a)$$

Po podstawieniu powyższych wyrażeń do (7.37a) i (7.38a) otrzymano:

$$g_{1mp} \frac{dT}{d\varphi} - g_2 m T \frac{dT}{d\varphi} \frac{dm}{d\varphi} + g_3 p T \frac{dm}{d\varphi} + g_4 T \frac{dm}{d\varphi} - g_5 T^2 \frac{dm}{d\varphi} - g_6 p T \frac{dm}{d\varphi} \sqrt{\left(\frac{P_w}{P}\right)^2 - 1} + \\ + g_7 p T^2 \frac{dm}{d\varphi} \sqrt{\left(\frac{P_w}{P}\right)^2 - 1} + g_8 T^2 \left(\frac{dm}{d\varphi}\right)^2 + g_9 p + g_{10} p^2 - g_{11} p^2 \sqrt{\left(\frac{P_w}{P}\right)^2 - 1} - g_{12} p T + \\ + g_{13} p^2 T \sqrt{\left(\frac{P_w}{P}\right)^2 - 1} = 0 \quad (7.126)$$

$$\frac{dp}{d\varphi} = h_1 - h_2 T + h_3 p + h_4 p \sqrt{\left(\frac{p_w}{p}\right)^2 - 1} - h_5 T^{\frac{1}{2}} \sqrt{\left(\frac{p}{p}\right)^2 - 1} \quad (7.127)$$

gdzie:

$$g_1 = -\frac{1}{k-1} R^2 LZ'(\varphi) \quad (7.128)$$

$$g_2 = \frac{1}{k-1} R_i \quad (7.129)$$

$$g_3 = 2R^2 LZ'(\varphi) \quad (7.130)$$

$$g_4 = F_1(\varphi) + F_2(\varphi)T_{Vc} \quad (7.131)$$

$$g_5 = F_2(\varphi) \quad (7.132)$$

$$g_6 = \frac{k}{k-1} \frac{1}{\omega} T_w [G_8(\varphi) + G_9(\varphi)] \frac{1}{\sqrt{R_i T_w}} \quad (7.133)$$

$$g_7 = \frac{k}{k-1} \frac{1}{\omega} [G_8(\varphi) + G_9(\varphi)] \frac{1}{\sqrt{R_i T_w}} \quad (7.134)$$

$$g_8 = R_i \quad (7.135)$$

$$g_9 = \frac{1}{R_i} [F_1(\varphi) + F_2(\varphi)T_{Vc}] Z'(\varphi) R^2 L \quad (7.136)$$

$$g_{10} = \frac{1}{R_i} R^4 L^2 [Z'(\varphi)]^2 \quad (7.137)$$

$$g_{11} = \frac{k}{k-1} \frac{1}{\omega} R^2 L T_w Z'(\varphi) [G_8(\varphi) + G_9(\varphi)] \frac{1}{\sqrt{R_i T_w}} \quad (7.138)$$

$$g_{12} = \frac{1}{R_i} R^2 L F_2(\varphi) Z'(\varphi) \quad (7.139)$$

$$g_{13} = \frac{k}{k-1} \frac{1}{\omega} R^2 LZ'(\varphi) [G_8(\varphi) + G_9(\varphi)] \frac{1}{\sqrt{R_i T_w}} \quad (7.140)$$

$$h_1 = \frac{(k-1) [F_1(\varphi) + F_2(\varphi) \cdot T_{Vc}]}{R^2 LZ(\varphi)} \quad (7.141)$$

$$h_2 = \frac{(k-1) F_2(\varphi)}{R^2 LZ(\varphi)} \quad (7.142)$$

$$h_3 = \frac{Z'(\varphi)}{Z(\varphi)} k \quad (7.143)$$

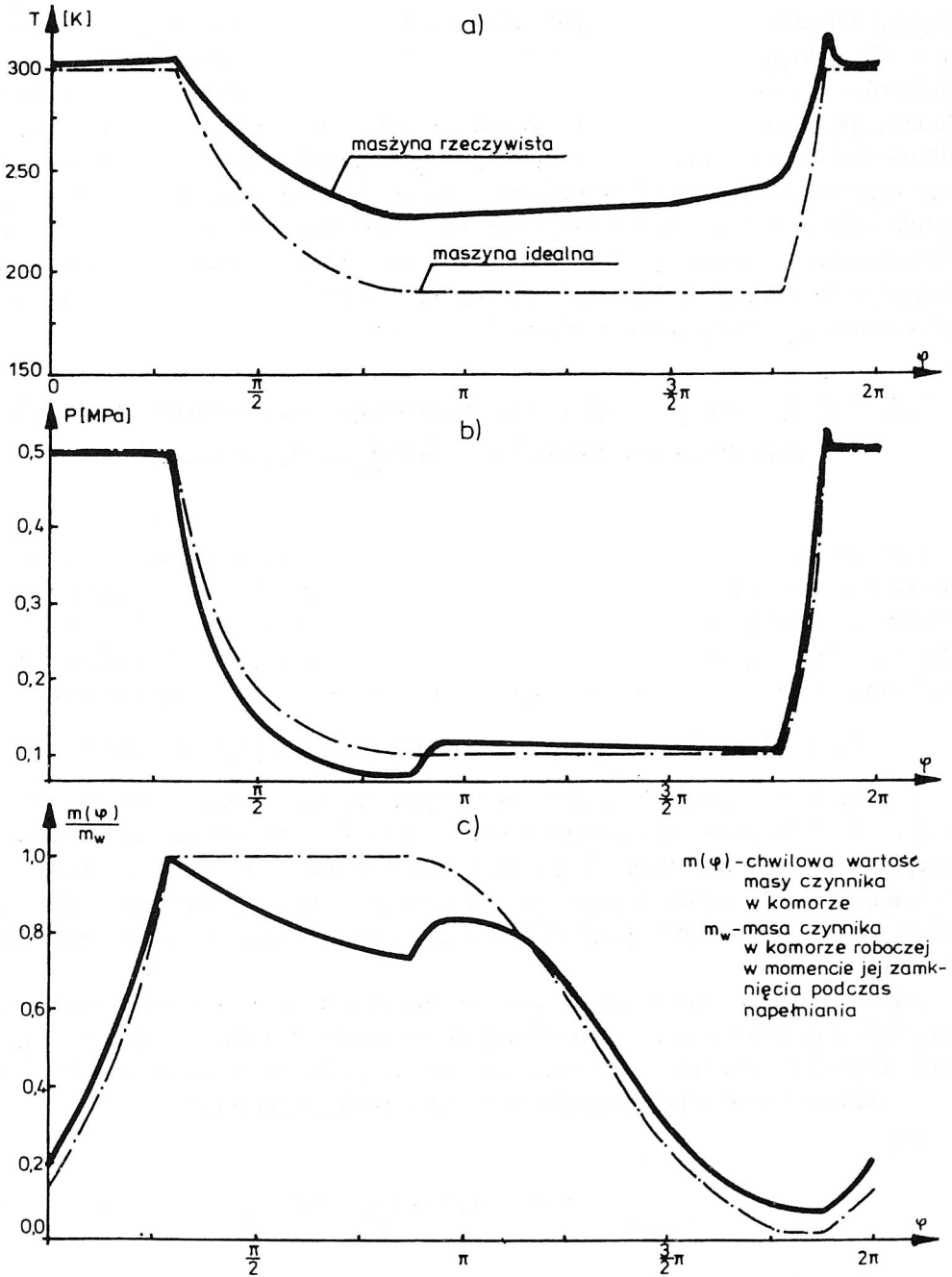
$$h_4 = \frac{(k-1) c_p T_w [G_8(\varphi) + G_9(\varphi)]}{\omega R^2 LZ(\varphi) \sqrt{R_i T_w}} \quad (7.144)$$

$$h_5 = \frac{(k-1) p_o c_p G_{10}(\varphi)}{\omega R^2 LZ(\varphi) \sqrt{R_i}} \quad (7.145)$$

Wzory (7.116a), (7.126) i (7.127) stanowią poszukiwany układ równań. Jego rozwiązaniem są parametry gazu w komorze roboczej w fazie sprężania. W szczególności na moment przed otwarciem komory i połączeniem jej z obszarem napełniania, tj. dla jej położenia określonego kątem $\varphi = \varphi(\varphi_s = \alpha_1) - \lambda$ wynoszą one:

$$\left. \begin{aligned} p &= p[\varphi(\varphi_s = \alpha_1) - \lambda] \\ T &= T[\varphi(\varphi_s = \alpha_1) - \lambda] \\ m &= m[\varphi(\varphi_s = \alpha_1) - \lambda] \end{aligned} \right\} \quad (7.146)$$

Na rysunku 7.19 przedstawiono charakter zmian parametrów termodynamicznych czynnika roboczego zawartego w komorze roboczej maszyny ekspansyjnej, w której istnieją przecieki i tarcie mechaniczne. Kąty opisujące położenie krawędzi sterujących oraz szczelina promieniowa y zostały dobrane tak jak dla maszyny idealnej. Dla porównania naniesiono linie zmian tych parametrów dla takiej maszyny idealnej. Korzystając z przedstawionego modelu matematycznego przemian realizowanych w komorze roboczej można określić różnice między tymi parametrami w dowolnym położeniu komory.



Rys. 7.19. Zmiana parametrów termodynamicznych czynnika w komorze roboczej;
 a) $T = f_1(\varphi)$; b) $p = f_2(\varphi)$; c) $m(\varphi)/m_w = f_3(\varphi)$

Według obliczeń autora przy rozprężaniu powietrza w rozprężarce od $p_w = 0,5$ MPa, $T_w = 300$ K do $p_k = 0,1$ MPa temperatura gazu w końcowym momencie tej przemiany może różnić się (jest wyższa) od temperatury przemiany adiabatycznej o 50–60 K. Podczas przemiany napełniania i opróżniania różnice te są niższe (nie przekraczają kilku kelwinów). Różnice w zmianie ciśnienia ujawniają się głównie w czasie realizacji rozprężania i sprężania, a ich wartość może sięgać do kilkunastu procent całkowitego spadku ciśnienia. Znacznie różni się od maszyny idealnej masa czynnika znajdującego się w komorze roboczej (p. rozdz. 5). W fazie rozprężania ucieczka gazu może być duża, a po dehermetyzacji komory często zachodzi zjawisko przepływu wstecznego, co zakłóca w niej przebieg zmian względnej ilości gazu.

7.4. Wydajność, parametry wylotowe gazu i moc łopatkowych maszyn rotacyjnych zawierających przecieki i tarcie mechaniczne

Cała maszyna łopatkowa to zbiór z_l lub $z_l + 1$ komór roboczych, z których każda w dowolnej chwili znajduje się w innej fazie pracy. Całkowity efekt działania maszyny w chwili τ zależy więc od tego co dzieje się w tym momencie w każdej z komór i w ich otoczeniu. Sposoby wyznaczania całkowitych wartości poszczególnych wielkości, przy znajomości procesów zachodzących w pojedynczej komorze, zostaną niżej przedstawione.

7.4.1. Strumień masy czynnika przepływającego przez ŁMR

Jak wynika z rozdziału 5, wewnątrz komory roboczej nie jest jedynym miejscem, w którym gaz przedostaje się z obszaru wlotowego do obszaru wylotowego. Inną drogą przepływu są szczeliny. Przez nie to w maszynach ekspansyjnych część czynnika, nie realizując w całości zaplanowanych przemian, trafia do króćca wylotowego. Jednocześnie w maszynach kompresyjnych przez szczeliny część sprężonego gazu powraca do obszaru zasysania.

Analizując dalej maszyny ekspansyjne można stwierdzić, że w króćcu wylotowym ma miejsce proces izobarycznego mieszania się strumieni o różnych temperaturach, pochodzących z komór mających połączenie z wylotem. Komór tych jest kilka. Ich ilość – z_{kw} – określić można za pomocą ułamka (7.100) według algorytmu:

- gdy:

$$1 < z_{ku} = 1 + \frac{\varphi(\varphi_s = \alpha_4) - \varphi(\varphi_s = \alpha_3)}{\lambda} \leq 2$$

to $z_{kw} = 1$ lub 2;

- gdy:

$$2 < 1 + \frac{\varphi(\varphi_s = \alpha_4) - \varphi(\varphi_s = \alpha_3)}{\lambda} \leq 3$$

to $z_{kw} = 2$ lub 3 – itd.

Masa m czynnika wypływającego z maszyny ekspansyjnej przez króciec wylotowy podczas obrotu wirnika o kąt $\Delta\varphi$, który trwa przez czas $\Delta\tau$, jest równa sumie mas gazu opuszczającego w tym czasie wszystkie komory robocze mające połączenie z obszarem wylotowym:

$$m = \sum_{i=1}^{i=z_{kw}} m_i \quad (7.147)$$

gdzie m_i – masa czynnika dopływającego do króćca z i -tej komory.

Aby ustalić kolejność komór mających połączenie z obszarem wylotowym przyjęto, że komorą pierwszą jest ta, która to połączenie uzyskała najpóźniej Dehermetyzacja dowolnej komory odbywa się, gdy jej położenie określa kąt $\varphi = \varphi(\varphi_s = \alpha_3) - \lambda$. Kolejne zajmują wówczas położenie opisane kątem $\varphi = \varphi(\varphi_s = \alpha_3)$; $\varphi = \varphi(\varphi_s = \alpha_3) + \lambda$ itd.

Wpływ gazu z komór jest zjawiskiem cyklicznym, a jego okres to czas obrotu wirnika o kąt λ . Dzieląc ten kąt na np. n równych odcinków można określić m_i w dowolnym j -tym przedziale $\Delta\varphi = \lambda/n$.

Z pierwszej komory wypłynie wówczas:

$$m_{1j} = \int_{\varphi=\varphi(\varphi_s=\alpha_3)-\lambda+j\Delta\varphi}^{\varphi=\varphi(\varphi_s=\alpha_3)-\lambda+(1+j)\Delta\varphi} \left[\frac{1}{\omega z_{lu}} G_7(\varphi) - \frac{P_o}{R_i T} R^2 LZ'(\varphi) \right] d\varphi \quad (7.148)$$

- z drugiej:

$$m_{2j} = \int_{\varphi=\varphi(\varphi_s=\alpha_3)-\lambda+j\Delta\varphi}^{\varphi=\varphi(\varphi_s=\alpha_3)-\lambda+(1+j)\Delta\varphi} \left[\frac{1}{\omega z_{lu}} G_7(\varphi + \lambda) - \frac{P_o}{R_i T} R^2 LZ'(\varphi + \lambda) \right] d\varphi \quad (7.149)$$

- z trzeciej:

$$m_{3j} = \int_{\varphi=\varphi(\varphi_s=\alpha_3)-\lambda+j\Delta\varphi}^{\varphi=\varphi(\varphi_s=\alpha_3)-\lambda+(1+j)\Delta\varphi} \left[\frac{1}{\omega z_{lu}} G_7(\varphi + 2\lambda) - \frac{P_o}{R_i T} R^2 LZ'(\varphi + 2\lambda) \right] d\varphi \text{ itd.} \quad (7.150)$$

gdzie j przyjmie wartość ze zbioru $\{0, 1, 2, \dots, n-1\}$.

Początkowe przedziały zmiany φ w pierwszej komorze ulegną w tym przypadku zmianie, stosownie do wzajemnej relacji między $\Delta\varphi_2$ i $\Delta\varphi$.

Średni strumień wypływającego z maszyny gazu podczas obrotu wirnika w j -tym przedziale zmian kąta φ wynosi:

$$\dot{m}_{j'sr} = \omega \frac{\sum_{i=1}^{i=z_{kw}} m_{ij}}{\Delta\varphi} \quad (7.152)$$

Gdy $\Delta\varphi$ jest dostatecznie małe, wówczas można otrzymać charakterystykę strumienia \dot{m} masy gazu wypływającego z maszyny w okresie obrotu wirnika o kąt λ w zależności od φ . Charakter tych zmian przedstawiono na wykresie 7.20.

Średni strumień masy gazu opuszczającego maszynę $\dot{m}_{s'r}$, który przy braku przecieków na dławnicach jest dokładnie równy ilości obrobionego energetycznie czynnika można określić ze wzoru:

$$\dot{m}_{s'r} = \frac{1}{n} \sum_{j=0}^{n-1} \dot{m}_{j'sr} = \dot{m} \quad (7.153)$$

Jest to poszukiwana zależność na strumień masy gazu przepływającego przez maszynę ekspansyjną. Przy jej znajomości określenie \dot{V} jest trywialne. Analizując w podobny sposób maszyny kompresyjne można wyznaczyć strumień masy czynnika przepływającego przez króciec tłoczny, czyli ich wydajność.

7.4.2. Parametry termodynamiczne gazu w króćcu wylotowym

Wyprowadzone w poprzednim podrozdziale zależności na ciśnienie i temperaturę czynnika roboczego w komorze w dowolnym jej położeniu mogą posłużyć do określenia tych parametrów w króćcu wylotowym.

Ciśnienie w króćcu wylotowym we wszystkich maszynach łopatkowych zależy od ich funkcji w systemie, w którym pracują. Ciśnienie po rozprężeniu lub ciśnienie tłoczenia jest zewnętrzną w stosunku do maszyny wielkością. Jego wartość i wartość ciśnienia czynnika w komorze roboczej tuż przed jej otwarciem ma jednak wpływ na temperaturę gazu w króćcu wylotowym. Temperatura ta ma bezpośredni związek z temperaturą gazu w poszczególnych komorach. Jak wspomniano wyżej, w króćcu następuje mieszanie porcji czynnika wpływających z poszczególnych komór. Ich temperatury odpowiadają wartościom wyznaczonym z (7.113) Dla kolejnych komór znajdujących się w fazie wytłaczania temperatury te wynoszą:

$$\left. \begin{aligned} T_1 &= T[\varphi(\varphi_s = \alpha_3) - \lambda + j\Delta\varphi] \\ T_2 &= T[\varphi(\varphi_s = \alpha_3) + j\Delta\varphi] \\ T_3 &= T[\varphi(\varphi_s = \alpha_3) + \lambda + j\Delta\varphi] \text{ itd} \end{aligned} \right\} \quad (7.154)$$

Temperatura w króćcu wylotowym, przy obrocie wirnika o kąt $\Delta\varphi$, w j -tym przedziale zmienności φ (przy założeniu, że c_p gazu jest stałe) wynosi:

$$\begin{aligned} T_{kj} &= \frac{m_{1j}T[\varphi(\varphi_s = \alpha_3) - \lambda + j\Delta\varphi]}{m_{1j} + m_{2j} + m_{3j} + \dots} + \frac{m_{2j}T[\varphi(\varphi_s = \alpha_3) + j\Delta\varphi]}{m_{1j} + m_{2j} + m_{3j} + \dots} + \\ &+ \frac{m_{3j}T[\varphi(\varphi_s = \alpha_3) + \lambda + j\Delta\varphi]}{m_{1j} + m_{2j} + m_{3j} + \dots} + \dots \end{aligned} \quad (7.155)$$

Gdy w początkowym okresie dehermetyzacji komory następuje wyrównanie ciśnienia do wartości panujących na tłoczeniu, wówczas temperatura T_{1p} gazu, który wypłynął z komory, wynosi [4]:

$$T_{1p} = \frac{1}{k} T[\varphi(\varphi_s = \alpha_3) - \lambda] \frac{\left\{ \frac{p[\varphi(\varphi_s = \alpha_3) - \lambda]}{p_o} - 1 \right\}}{\frac{p[\varphi(\varphi_s = \alpha_3) - \lambda]}{p_o} - \left\{ \frac{p[\varphi(\varphi_s = \alpha_3) - \lambda]}{p_o} \right\}^{\frac{k-1}{k}}} \quad (7.156)$$

Temperatura czynnika opuszczającego w króćcu wylotowym ŁMR będzie (jak to wynika z (7.155)) funkcją okresową, której częstotliwość charakteryzuje kąt λ . Średnia jej wartość w tym przedziale zmian φ wynosi:

$$T_{k\acute{s}r} = \frac{1}{n} \sum_{j=0}^{n-1} T_{kj} \quad (7.157)$$

Wzór ten jest poszukiwanym wyrażeniem na temperaturę wylotową.

W niektórych maszynach łopatkowych (np. rozprężarkach) używa się do ich charakterystyki spadku temperatury $\Delta T = T_w - T_{k\acute{s}r}$ lub jej średniej wartości odniesionej np. do temperatury wlotowej.

7.4.3. Moc uzyskiwana i moc napędowa

Jak powszechnie wiadomo [77, 121, 137, 156 i in.], praca na pokonanie tarcia w maszynach przepływowych zmniejsza (w przypadku maszyn ekspansyjnych) możliwość do uzyskania w procesie odwracalnym pracę zewnętrzną lub zwiększa (dla maszyn kompresyjnych) pracę niezbędną do ich napędu (rys. 7.21). Uwzględniając wyłącznie proces tarcia można określić spadek mocy silnika lub wzrost mocy napędowej sprężarki przez określenie temperatury T_2 gazu po zrealizowaniu tych przemian, gdyż moc silnika wynosi

$$N_{Ei} = \dot{m}[i_1 - i_2(p_k, T_2)] \quad (7.158)$$

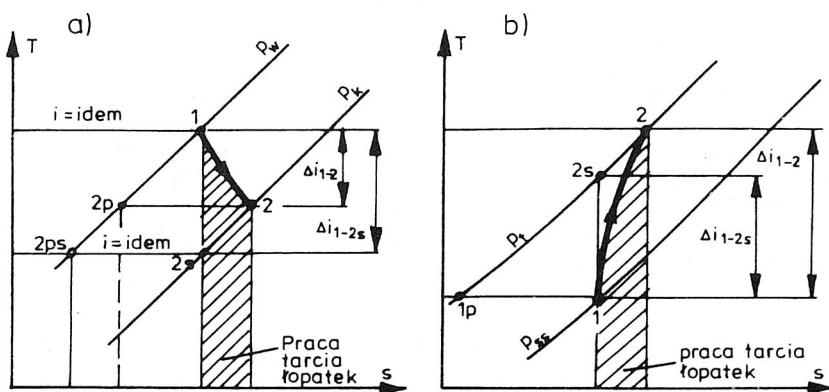
a moc napędowa maszyny

$$N_{ki} = \dot{m}[i_2(p_k, T_2) - i_1] \quad (7.159)$$

Rozpatrując z kolei nieszczelne maszyny z adiabatycznym rozprężaniem lub sprężaniem [91] można stwierdzić (rys. 7.22), że praca uzyskana podczas ekspansji w komorze, z której czynnik wypływa (rys. 7.22a) jest mniejsza od pracy maszyny szczelnej, a praca rozprężania maszyny gdy do komory roboczej dopływa czynnik (rys. 7.22b) jest większa niż w maszynie idealnej.

W maszynach kompresyjnych ucieczka gazu z komory (rys. 7.22c) zmniejsza pracę konieczną do napędu, a doprowadzenie gazu (rys. 7.22d) zwiększa ją w porównaniu z maszyną szczelną.

W rzeczywistej łopatkowej maszynie rotacyjnej procesy tarcia i przecieków zachodzą jednocześnie. Wyznaczenie odpowiednich mocy wymaga analizy wykresów indykatorowych dla pojedynczej komory roboczej. Wyprowadzone w poprzednich rozdziałach równania umożliwiające określenie ciśnienia gazu w dowolnym położeniu komory oraz



Rys. 7.21. Wpływ tarcia na przebieg procesów rozprężania (a) i sprężania (b) w ŁMR

zależności określające jej objętość umożliwiają skonstruowanie takiego wykresu na drodze teoretycznej.

Zasadę tego konstruowania pokazano na rys. 7.23.

Na rysunku 7.24 przedstawiono przykłady wykresów indykatorowych dla maszyn łożatkowych.

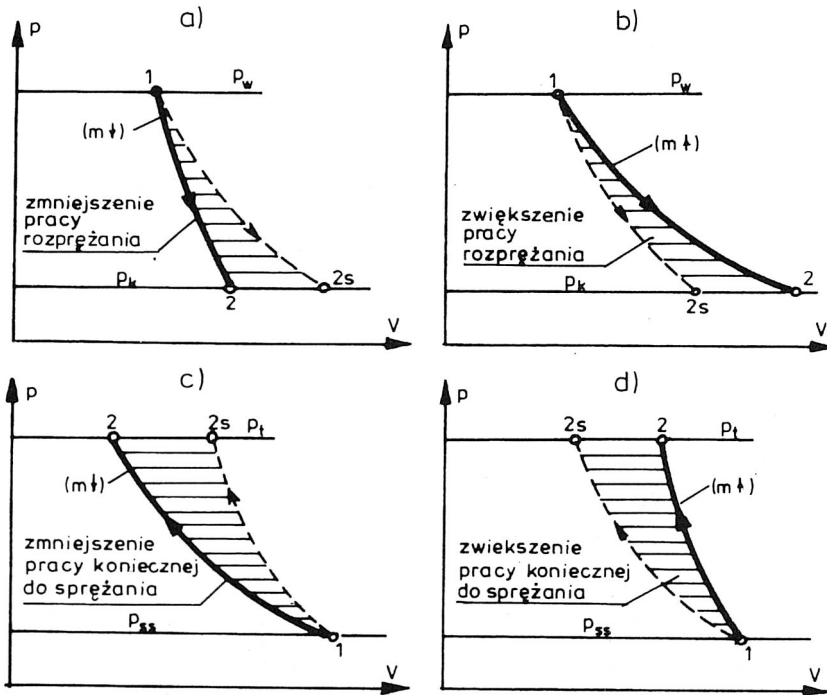
Zakreskowane na wykresie pole przedstawia teoretyczną pracę indykatorową wykonaną przez czynnik lub nad czynnikiem w jednej komórce roboczej. Praca dla całej maszyny będzie sumą prac wykonanych w poszczególnych komorach. Gdy w jednostce czasu zrealizowanych będzie we wszystkich komorach v_c pełnych cykli i gdy cykle te będą identyczne, wtedy teoretyczna moc indykatorowa łożatkowej maszyny rotacyjnej wynosi:

- dla maszyn typu ekspansyjnego:

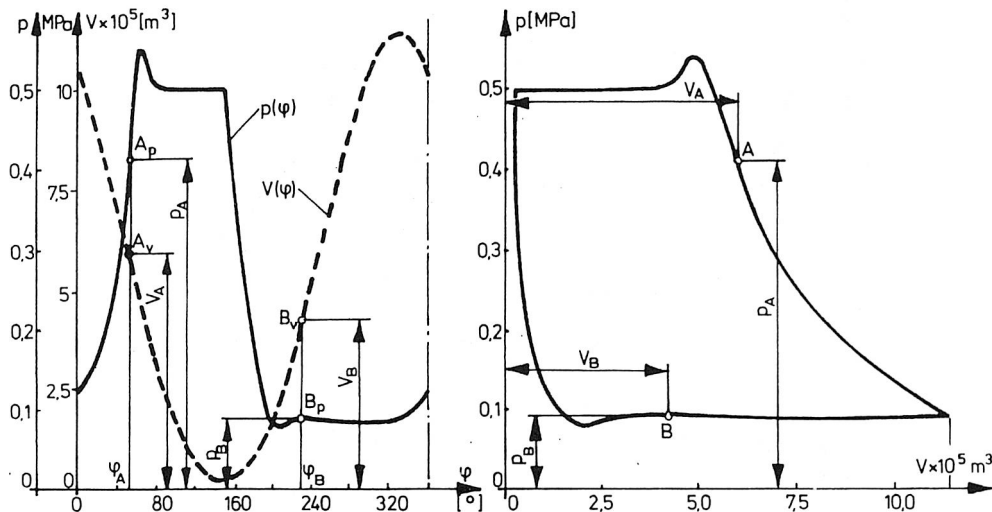
$$N_{ei} = L_{ei} v_c \quad (7.158a)$$

- dla maszyny typu kompresyjnego:

$$N_{ki} = L_{ki} v_c \quad (7.159a)$$



Rys. 7.22. Wpływ przecieków na przebieg procesów rozprężania (a, b) i sprężania (c, d) w komórce roboczej w ŁMR. Grubą linią zaznaczono procesy rzeczywiste



Rys. 7.23. Zasady konstruowania teoretycznego wykresu indykatorowego dla ŁMR

Ilość cykli v_c można określić w przybliżeniu ze wzoru:

$$v_c = z_l n_{ob} \quad (7.160)$$

Moc napędową lub moc uzyskiwaną na wale można wyznaczyć również z bilansu energetycznego tych maszyn. Rozpatrując dowolną łopatkową maszynę rotacyjną (p. rys. 7.4) można równanie bilansu energetycznego przedstawić w postaci:

• dla maszyny ekspansyjnej:

$$\dot{m}_w i_w + \dot{Q}_{ze} = N + \dot{m}_i i_{ow} + \dot{m}_u i_u \quad (7.161)$$

• dla maszyny kompresyjnej:

$$\dot{m}_{ss} i_{ss} + N_k = \dot{m}_i i_i + \dot{Q}_{zk} + \dot{m}_u i_u \quad (7.162)$$

We wzorach tych:

p_w, T_w, i_w, \dot{m}_w – parametry termodynamiczne czynnika na wlocie do maszyny ekspansyjnej,

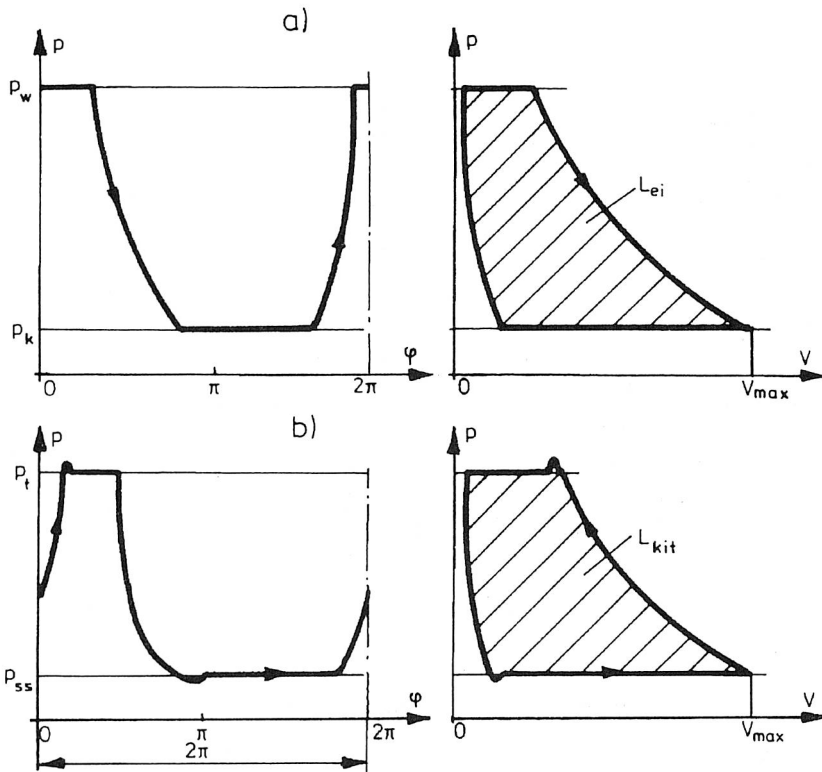
p_k, T_k, i_k, \dot{m} – parametry termodynamiczne czynnika na wylocie z tej maszyny,

$p_{ss}, T_{ss}, i_{ss}, \dot{m}_{ss}$ – parametry termodynamiczne czynnika na wlocie do maszyny kompresyjnej,

p_v, T_v, i_v, \dot{m} – parametry termodynamiczne czynnika na wylocie z tej maszyny,

N, N_k – moc na wale przekazywana lub pobierana z otoczenia,

$\dot{Q}_{ze}, \dot{Q}_{zk}$ – strumienie ciepła wymieniane przez maszynę z otoczeniem,



Rys. 7.24. Przykłady wykresów indykatorowych pojedynczej komory roboczej;
a) maszyna ekspansyjna; b) maszyna kompresyjna

p_w, T_w, i_w, \dot{m}_w – parametry termodynamiczne strumienia ucieczek z maszyny.

Wielkości te, o ile są wynikiem działania ŁMR, można wyznaczyć z zależności wprowadzonych w poprzednich podrozdziałach.

Po przekształceniu powyższych równań można otrzymać:

$$N = \dot{m}_w i_w + \dot{Q}_{ze} - \dot{m}_{ow} i_{ow} - \dot{m}_u i_u \quad (7.161a)$$

$$N_k = \dot{m} i_t + \dot{Q}_{zk} + \dot{m}_u i_u - \dot{m}_{ss} i_{ss} \quad (7.162a)$$

Moce te można też wyznaczyć mnożąc lub dzieląc przez sprawność mechaniczną wyrażenia opisane wzorami (7.158a) i (7.159a).

7.5. Wpływ zmiany ciśnień w przestrzeniach wlotowych i wylotowych na własności ŁMR

7.5.1. Wewnętrzny stopień rozprężania i sprężania w silniku

W maszynach objętościowych, w których sterowanie ich pracą odbywa się przez krawędzie znajdujące się na powierzchniach komory roboczej, wprowadzić można pojęcia wewnętrznego stopnia rozprężania – σ_{rw} lub wewnętrznego stopnia sprężania – σ_{sw} . Wielkości te odróżniają się od odpowiadających im wielkości zewnętrznych σ_{rz} i σ_{sz} , uwzględniających ciśnienie w przestrzeniach, między które wbudowano maszynę. W łopatkowych maszynach ekspansyjnych wewnętrzny stopień rozprężania wynosi:

$$\sigma_{rw} = \frac{p_w}{p_{kr}} \quad (7.163)$$

gdzie p_{kr} – ciśnienie w komorze roboczej na moment przed jej dehermetyzacją po zakończeniu rozprężania.

Wewnętrzny stopień sprężania σ_{sw} oblicza się ze wzoru:

$$\sigma_{sw} = \frac{p_{sp}}{p_k} \quad (7.164)$$

w którym p_{sp} – ciśnienie w komorze roboczej pod koniec fazy sprężania.

Zewnętrznym stopniem rozprężania nazywa się stosunek ciśnienia w przestrzeni wlotowej p_w do ciśnienia w przestrzeni wylotowej p_k .

$$\sigma_{rz} = \frac{p_w}{p_k} \quad (7.165)$$

Stosunek ten (często z przyczyn eksploatacyjnych lub konstrukcyjnych) może ulegać zmianom, przyjmując wartości różne od σ_{rw} . Fakt ten ma wpływ na efekty pracy omawianych maszyn.

7.5.2. Wpływ nierówności wewnętrznego stopnia rozprężania i sprężania oraz zewnętrznego stopnia rozprężania na moc maszyn ekspansyjnych

Nierówność wspomnianych wyżej wielkości prowadzi do innego niż w maszynach idealnych obrazu procesów zachodzących w maszynach ekspansyjnych.

Na rysunku 7.25 przedstawiono ich przykład.

Oznaczenia przyjęte na tym rysunku odpowiadają oznaczeniom z rys. 7.1.

Wyprowadzony w podr. 7.1.3. wzór na moc idealnej maszyny zawiera założenie, że $p_{kr} = p_k$, a $p_{sp} = p_w$. Gdy tak nie jest, to należy uwzględnić straty wynikłe z niepełnej

ekspansji lub sprężania do ciśnienia niższego niż ciśnienie p_{kr} , a także ze sprężania do ciśnienia $p_{sp} \neq p_w$ (p. rys. 7.25). Jak wykazano w [102], strata mocy δN_1 wynikającej z rozprężania do ciśnienia $p_{kr} \neq p_k$ może być obliczona ze wzoru:

$$\delta N_1 = \dot{m}_r [(i_3 - i_5) - v_3(p_3 - p_o)] \quad (7.166)$$

gdzie \dot{m}_r – strumień gazu rozprężanego w komorze roboczej. Pozostałe symbole odpowiadają oznaczeniom jak na rys. 7.25a.

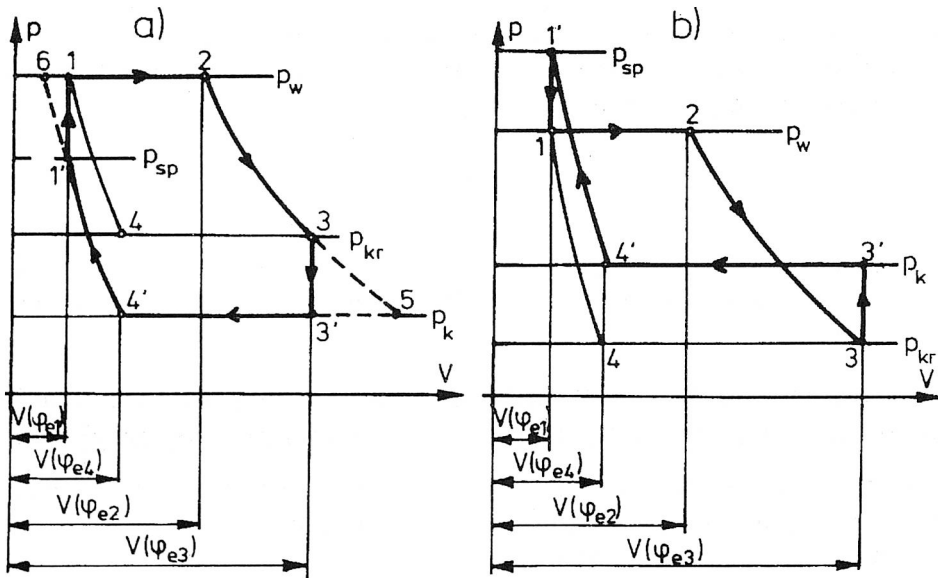
Również w [102] omówiono stratę wynikającą ze sprężania do ciśnienia $p_{sp} \neq p_w$. Stratę tę można opisać wzorem:

$$\delta N_2 = \dot{m}_s [v_{1'}(p_w - p_{sp}) - (i_6 - i_{1'})] = \dot{m} [v_{1'}(p_w - p_{sp}) - (i_2 - i_{1'})] \quad (7.167)$$

gdzie \dot{m}_s – strumień gazu sprężanego w komorze roboczej.

Po uwzględnieniu (7.166) i (7.167) a także przyjmując, że $T_2 \approx T_w$, wzór na moc łopatkowej maszyny ekspansyjnej, przy niecałkowitym rozprężaniu i sprężaniu, przyjmie postać:

$$N = \dot{m}(i_w - i_{sp}) - \dot{m}_r [(i_3 - i_{sp}) - v_3(p_3 - p_k)] - \dot{m}_s [v_{1'}(p_w - p_{sp}) - (i_w - i_{1'})] \quad (7.168)$$



Rys. 7.25. Procesy zachodzące w ekspansyjnych maszynach rotacyjnych:

a) $p_{kr} > p_k$ i $p_{sp} < p_w$; b) $p_{kr} < p_k$ i $p_{sp} > p_w$

Można wyprowadzić następujące zależności, słuszne dla maszyny idealnej:

$$i_5 = c_p T_w \left(\frac{p_k}{p_w} \right)^{\frac{k-1}{k}} \quad (7.169)$$

$$i_3 = c_p T_w \left[\frac{Z(\varphi_{e2})}{Z(\varphi_{e3})} \right]^{k-1} \quad (7.170)$$

$$v_3 = \frac{R_i T_w}{p_w} \frac{Z(\varphi_{e2})}{Z(\varphi_{e3})} \quad (7.171)$$

$$p_3 = p_w \left[\frac{Z(\varphi_{e2})}{Z(\varphi_{e3})} \right]^k \quad (7.172)$$

$$i_{1'} = c_p T_w \left(\frac{p_k}{p_w} \right)^{\frac{k-1}{k}} \left[\frac{Z(\varphi_{e4})}{Z(\varphi_{e1})} \right]^{k-1} \quad (7.173)$$

$$v_{1'} = \frac{R_i T_w \left(\frac{p_k}{p_w} \right)^{\frac{k-1}{k}}}{p_k \left[\frac{Z(\varphi_{e4})}{Z(\varphi_{e1})} \right]} \quad (7.174)$$

Po uwzględnieniu równań (7.3) i (7.4) oraz (7.169)–(7.174) wzór (7.168) po przekształceniu przyjmie postać:

$$N = R^2 L n_{ob} p_w \bar{N} \quad (7.175)$$

gdzie \bar{N} – bezwymiarowa wielkość, którą można nazwać mocą względną idealnej rotacyjnej maszyny ekspansyjnej. Moc względną określa wzór:

$$\begin{aligned}
\bar{N} = z_l \frac{k}{k-1} & \left[Z(\varphi_{e2}) - Z(\varphi_{e4}) \left(\frac{p_k}{p_w} \right)^{\frac{1}{k}} \right] \left[1 - \left(\frac{p_k}{p_w} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right] + \\
& - z_l \frac{k}{k-1} Z(\varphi_{e2}) \left\{ \left[\frac{\left(\frac{Z(\varphi_{e2})}{Z(\varphi_{e3})} \right)^{k-1} - \left(\frac{p_k}{p_w} \right)^{\frac{k-1}{k}}}{\left[\frac{Z(\varphi_{e2})}{Z(\varphi_{e3})} \right]} - \frac{k-1}{k} \left[\frac{\left(\frac{Z(\varphi_{e2})}{Z(\varphi_{e3})} \right)^k - \left(\frac{p_k}{p_w} \right)}{\left[\frac{Z(\varphi_{e2})}{Z(\varphi_{e3})} \right]} \right] \right\} + \\
& - z_l \frac{k}{k-1} Z(\varphi_{e4}) \left(\frac{p_k}{p_w} \right)^{\frac{1}{k}} \left\{ \frac{\frac{k-1}{k} \left(\frac{p_k}{p_w} \right)^{\frac{k-1}{k}}}{\left[\frac{Z(\varphi_{e4})}{Z(\varphi_{e1})} \right]} \left[\frac{p_w}{p_k} - \left(\frac{Z(\varphi_{e4})}{Z(\varphi_{e1})} \right)^k \right] - \right. \\
& \left. - \left[1 - \left(\frac{p_k}{p_w} \right)^{\frac{k-1}{k}} \left(\frac{Z(\varphi_{e4})}{Z(\varphi_{e1})} \right)^{k-1} \right] \right\}
\end{aligned} \tag{7.176}$$

Gdy parametry termodynamiczne czynnika zostaną wyznaczone za pomocą zależności przedstawionych w podr. 7.3, to moc maszyny ekspansyjnej można obliczyć ze wzoru (7.168).

W pracy [53] przedstawiono wyniki badań wpływu poszczególnych parametrów konstrukcyjnych na \bar{N} dla maszyn ekspansyjnych.

7.5.3. Wpływ nierówności zewnętrznego stopnia sprężania i stopni wewnętrznych na efektywność maszyn kompresyjnych

Podobnie jak w maszynach ekspansyjnych, również i w maszynach kompresyjnych można wyróżnić wewnętrzny i zewnętrzny stopień sprężania oraz rozprężania [60, 153].

Wewnętrzny stopień sprężania sprężarek wielołopatkowych – σ_{ksw} zdefiniowany jest równaniem:

$$\sigma_{ksw} = \frac{p_{ks}}{p_{ss}} \tag{7.177}$$

gdzie:

p_{ks} – ciśnienie w komorze roboczej pod koniec fazy sprężania (tuż przed dehermetyzacją komory),

p_{ss} – ciśnienie w komorze roboczej w chwili jej zamknięcia równe ciśnieniu w króćcu ssawnym.

Wewnętrzny stopień rozprężania sprężarki wielołopatkowej – σ_{krw} wynosi:

$$\sigma_{krw} = \frac{p_t}{p_{kr}} \quad (7.178)$$

We wzorze tym:

p_t – ciśnienie w komorze roboczej w chwili rozpoczęcia rozprężania, równe ciśnieniu w króćcu tłocznym,

p_{kr} – ciśnienie w tej komorze pod koniec przemiany rozprężania.

Zewnętrznym stopniem sprężania sprężarek wielołopatkowych można nazwać ułamek:

$$\sigma_{ksz} = \frac{p_t}{p_{ss}} \quad (7.179)$$

Gdy maszyna kompresyjna pracuje w innym niż nominalny przedziale ciśnień, czyli gdy wewnętrzny stopień sprężania i wewnętrzny stopień rozprężania nie są równe zewnętrznemu stopniowi sprężania, to omówione w podr. 7.1 własności wielołopatkowych maszyn kompresyjnych ulegną zmianie. Na rysunku 7.26 przedstawiono fazy pracy takich maszyn. Ich wykresy indykatorowe różnią się od wykresu z rysunku 7.10 tym, że zawierają dodatkowo fazy napełniania i wydmuchu. Wydajność maszyny, wyrażoną strumieniem masy przepływającego przez nią czynnika, można określić ze wzoru:

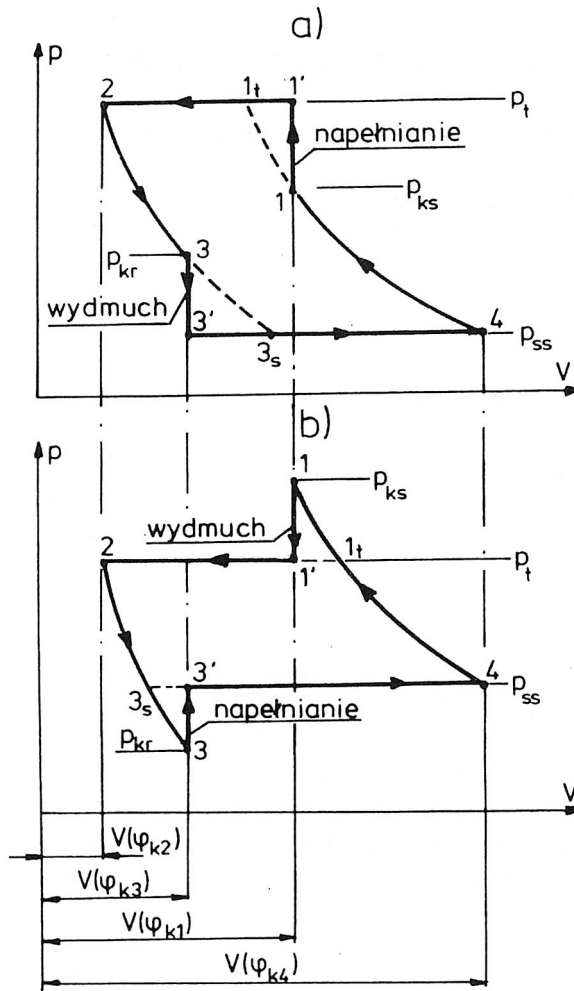
$$\dot{m} = \left[\frac{p_s}{R_i T_s} V_K(\varphi_{k4}) - \frac{p_t}{R_i T_t} V_K(\varphi_{k2}) \right] z_l n_{ob} \quad (7.180)$$

Przy ustalonych parametrach konstrukcyjnych maszyny oraz przy nie zmieniających się wartościach p_{ss} i T_{ss} wydajność ta zależy głównie od wartości T_t , a ta z kolei od relacji między zewnętrznym a wewnętrznym stopniem sprężania.

Gdy $\sigma_{ksz} < \sigma_{ksw}$, to po połączeniu komory roboczej z przestrzenią tłoczną czynnik roboczy ulega wydmuchowi. Jego temperaturę w końcowym okresie fazy wytlaczania T_t można wyznaczyć ze wzorów [4, 53, 156]:

• dla maszyny o sprężaniu adiabatycznym:

$$T_{ta} = T_{ss} \frac{\sigma_{ksw} + (k-1)\sigma_{ksz}}{k\sigma_{ksw}^{\frac{1}{k}}} \quad (7.181a)$$



Rys. 7.26. Fazy pracy sprężarki, gdy zewnętrzny stopień sprężania nie równa się wewnętrznemu stopniowi sprężania i rozprężania

- dla maszyny o sprężaniu izotermicznym:

$$T_{it} = T_{ss} \frac{\sigma_{ksw} + (k-1)\sigma_{ksz}}{k\sigma_{ksw}} \quad (7.181b)$$

Gdy $\sigma_{ksz} > \sigma_{ksw}$, to po połączeniu komory roboczej z przestrzenią tłoczną następuje jej napełnianie, a temperatura T_i gazu w komorze na zakończenie tego procesu wynosi w pierwszym przybliżeniu [4, 53, 156]:

- dla maszyny o sprężaniu adiabatycznym:

$$T_{ta1} = T_{ss} \sigma_{ksw}^{\frac{k-1}{k}} \frac{k\sigma_{ksz}}{\sigma_{ksz} + (k-1)\sigma_{ksw}} \quad (7.182a)$$

- dla maszyny o sprężaniu izotermicznym:

$$T_{tt1} = T_{ss} \frac{k\sigma_{ksz}}{\sigma_{ksz} + (k-1)\sigma_{ksw}} \quad (7.182b)$$

Kolejne i -te przybliżenia temperatury T_i obliczonej z równania (7.182) można wyznaczyć ze wzorów:

- dla maszyny o sprężaniu adiabatycznym:

$$T_{tai} = \frac{kT_{ta(i-1)}\sigma_{ksz}}{k \frac{T_{ta(i-1)}}{T_s} \sigma_{ksw}^{\frac{1}{k}} + \sigma_{ksz} - \sigma_{ksw}} \quad (7.183)$$

- dla maszyny o sprężaniu izotermicznym:

$$T_{tii} = \frac{kT_{tt(i-1)}\sigma_{ksz}}{\left(k \frac{T_{ta(i-1)}}{T_{ss}} - 1 \right) \sigma_{ksw} + \sigma_{ksz}} \quad (7.184)$$

Wartości $T_{ta(i-1)}$ i $T_{tt(i-1)}$ to $(i-1)$ -sze przybliżenie wartości temperatury na tłoczeniu.

Uwzględniając powyższe wzory można zależność (7.180) przekształcić do postaci:

$$\dot{m} = R^2 L \frac{P_{ss}}{R_i T_{ss}} z_l n_{ob} \left[Z_K(\varphi_{k4}) - \frac{T_{ss}}{T_{ti}} \sigma_{ksz} Z_K(\varphi_{k2}) \right] = R^2 L \frac{P_s}{R_i T_s} n_{ob} \bar{m} \quad (7.185)$$

w której:

$$\bar{m} = z_l \left[Z_K(\varphi_{k4}) - \frac{T_{ss}}{T_{ti}} \sigma_{ksz} Z_K(\varphi_{k2}) \right] \quad (7.186)$$

to względna wydajność sprężarki rotacyjnej wielołopatkowej.

Na rysunku 7.27 przedstawiono wpływ nierówności sprężu zewnętrznego i wewnętrznego na wartość \bar{m} względnej wydajności dla sprężarki powietrza i następujących parametrów konstrukcyjnych: $z_l = 8$; $y/R = 0$; $b/R = 0$; $\psi = 0$; $e/R = 0,2$; $\sigma_{ksw} = 4$.

Analizując przedstawione na rys. 7.26 wykresy pracy wielołopatkowych maszyn kompresyjnych przy nierównych stopniach sprężania można napisać wzór na ich moc napędową:

$$N_k = \dot{m}_s(i_4 - i_{1t}) + \dot{m}_r(i_2 - i_{3s}) - \delta N_1 - \delta N_2 \quad (7.187)$$

w którym δN_1 i δN_2 – poprawki określające nadmiar mocy niezbędnej do napędu sprężarek o niedopasowanych (nierównych) stopniach sprężania. Poprawki te można obliczyć z zależności [60, 153]:

$$\delta N_1 = \dot{m}_r[(i_3 - i_{3s}) - v_3(p_{kr} - p_{ss})] \quad (7.188)$$

$$\delta N_2 = \dot{m}_s[v_1(p_t - p_{kr}) - (i_{1t} - i_1)] \quad (7.189)$$

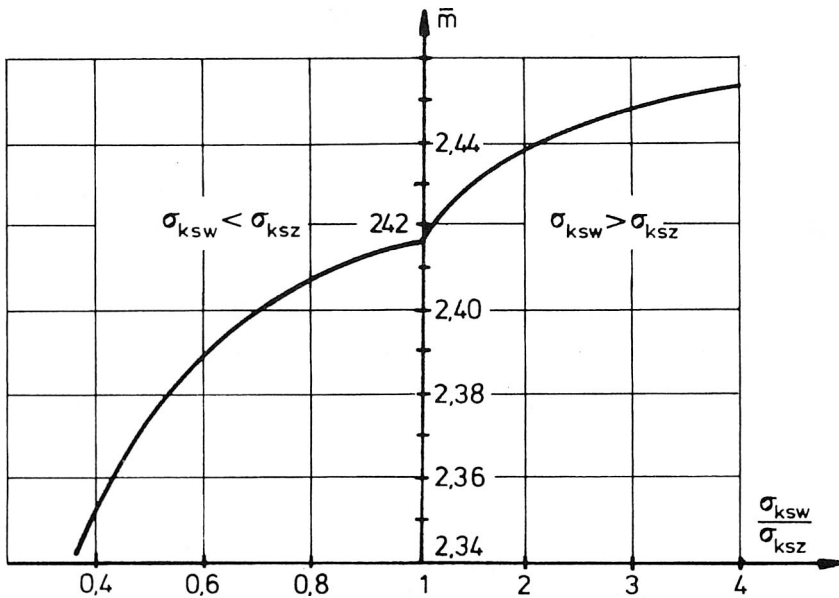
Występujące w tych wzorach symbole oznaczają:

\dot{m}_s – strumień masy gazu sprężonego w komorze roboczej,

\dot{m}_r – strumień masy gazu rozprężonego w tej komorze,

i, p, v – entalpia, ciśnienie, objętość właściwa gazu w poszczególnych punktach wykresu p – V przedstawionego na rysunku 7.26.

Po podstawieniu (7.188) i (7.189) do (7.187) i przekształceniu można otrzymać:



Rys. 7.27. Wpływ nierówności zewnętrznego i wewnętrznego stopnia sprężania na względną wydajność sprężarki wielołopatkowej

$$N_k = \dot{m}_s(i_4 - i_1) + \dot{m}_r(i_2 - i_3) + \dot{V}_3(p_{kr} - p_{ss}) - \dot{V}_1(p_t - p_{ks}) = R^2 L p_{ss} n_{ob} \bar{N}_k \quad (7.190)$$

gdzie \bar{N}_k – względna moc napędowa wielołopatkowej sprężarki rotacyjnej o nierównych stopniach sprężania.

Dla maszyny o sprężaniu adiabatycznym moc ta opisana jest równaniem:

$$\begin{aligned} \bar{N}_{ka} = & \frac{k}{k-1} z_l \left\{ 1 - \left[\frac{Z_k(\varphi_{k4})}{Z_k(\varphi_{k1})} \right]^{k-1} \right\} Z_k(\varphi_{k4}) + \sigma_{ksz} \frac{k}{k-1} z_l \left\{ 1 - \left[\frac{Z_k(\varphi_{k2})}{Z_k(\varphi_{k3})} \right]^{k-1} \right\} Z_k(\varphi_{k2}) + \\ & + z_l \left\{ \sigma_{ksz} \left[\frac{Z_k(\varphi_{k2})}{Z_k(\varphi_{k3})} \right]^k - 1 \right\} Z_k(\varphi_{k3}) - z_l \left\{ \sigma_{ksz} - \left[\frac{Z_k(\varphi_{k4})}{Z_k(\varphi_{k1})} \right]^k \right\} Z_k(\varphi_{k1}) \quad (7.191) \end{aligned}$$

a dla maszyny o sprężaniu izotermicznym zależnością:

$$\begin{aligned} \bar{N}_{kt} = & z_l Z_k(\varphi_{k4}) \ln \frac{Z_k(\varphi_{k1})}{Z_k(\varphi_{k4})} + z_l \sigma_{ksz} Z_k(\varphi_{k2}) \ln \frac{Z_k(\varphi_{k3})}{Z_k(\varphi_{k2})} + \\ & + z_l Z_k(\varphi_{k3}) \left\{ \sigma_{ksz} \left[\frac{Z_k(\varphi_{k2})}{Z_k(\varphi_{k3})} \right] - 1 \right\} - z_l Z_k(\varphi_{k1}) \left\{ \sigma_{ksz} - \left[\frac{Z_k(\varphi_{k4})}{Z_k(\varphi_{k1})} \right] \right\} \quad (7.192) \end{aligned}$$

Gdy parametry termodynamiczne czynnika roboczego w komorze określone są za pomocą wzorów wyprowadzonych podobnie do zamieszczonych w (7.3), to rzeczywistą moc napędową należy liczyć bezpośrednio z równania (7.190).

W pracy [53] autor zamieścił wyniki badań wpływu parametrów konstrukcyjnych na \bar{N}_k dla sprężarki powietrza, przy różnych wartościach sprężu zewnętrznego.

7.6. Wpływ szczeliny promieniowej na procesy zachodzące w komorze roboczej ŁMR w przypadku gdy $y \approx 0$

Jedną z przyczyn zakłócenia pracy idealnych maszyn łopatkowych jest bardzo mała szczelina promieniowa y (p. 3.2.1). Przepływ czynnika w komorze roboczej z jednej strony teoretycznej linii styku wirnika i cylindra na drugą (przez rozważaną szczelinę) jest utrudniony, a czasami wręcz niemożliwy. Dla wielu przypadków, gdy założy się, że przepływ przez szczelinę jest krytyczny, czas niezbędny do tego, aby gaz zawarty w komorze przepłynął przez nią jest kilka, a nawet kilkanaście razy dłuższy, niż czas obrotu komory o kąt λ . Dlatego gaz zawarty w tej części komory roboczej, która zanika, realizuje przemianę różniącą się od przemiany powrotu dla maszyn idealnych.

Przypadek powyższy zachodzi przede wszystkim wówczas, gdy komora zajmuje położenia określone kątem φ z przedziału:

$$\varphi(\varphi_s = \alpha_4) < \varphi < 2\pi.$$

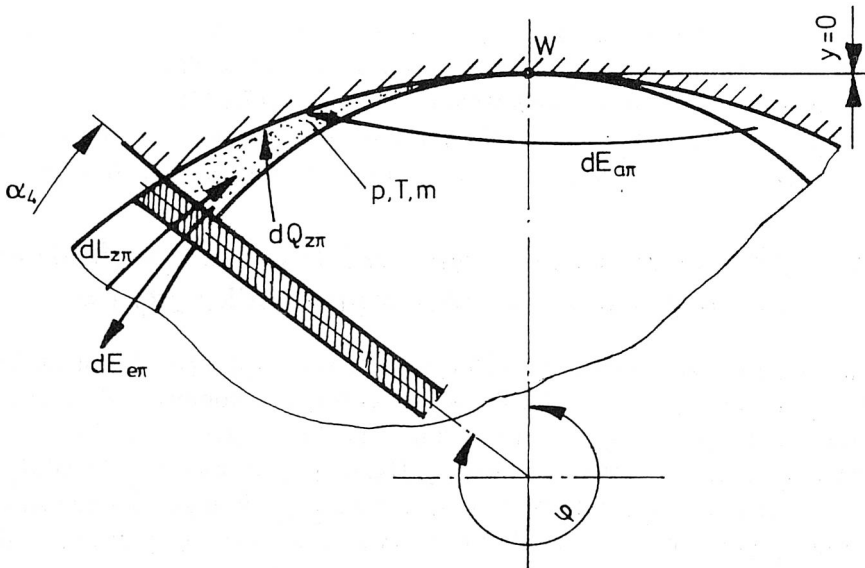
Zamknięty w niej czynnik ma początkowo ciśnienie równe ciśnieniu wylotowemu p_k , a temperaturę $T = T[\varphi(\varphi_s = \alpha_4)]$. Jego ilość określona jest wzorem:

$$m = \frac{p_k R^2 LZ[\varphi(\varphi_s = \alpha_4)]}{R_i T[\varphi(\varphi_s = \alpha_4)]} \quad (7.193)$$

Dalszy obrót wirnika prowadzi do zmniejszania się objętości komory i wzrostu ciśnienia gazu. Jedynymi kanałami łączącymi komorę z innymi przestrzeniami maszyny są szczeliny. Przez nie to, w początkowym okresie ruchu jest ona jednocześnie napełniana i opróżniana. Trwa to do momentu, aż ciśnienie gazu w komorze osiągnie wartość p_w . Od tego położenia, aż do jej zupełnego zaniku, czynnik będzie z niej wyłącznie wypływał.

Gaz do komory dopływa jedynie przez szczelinę między czołem wirnika a pokrywą boczną. Strumień masy tych przecieków wynosi w przybliżeniu:

$$\dot{m}_a = \dot{m}_{wksz}(\varphi) \approx s_w b_{wksz}(\varphi) K_{pwksz} \frac{p}{\sqrt{R_i T_w}} \sqrt{\left(\frac{p_w}{p}\right)^2 - 1} \quad (7.194)$$



Rys. 7.28. Parametry termodynamiczne czynnika w komorze „znikającej”

gdzie:

$$b_{wksz}(\varphi) \approx r[1 - \cos(2\pi - \varphi)] \quad (7.195)$$

W początkowym okresie strumień czynnika wpływającego wynosi:

$$\dot{m}_e = \dot{m}_{kksosz} = \left\{ 1 - \frac{1}{4} \frac{\omega[\rho_s(\varphi) + r]}{w_{skksosz}} \right\} s_l x(\varphi) K_{pkksosz} \frac{p_o}{\sqrt{R_i T}} \sqrt{\left(\frac{p}{p_o}\right)^2 - 1} \quad (7.196)$$

Parametry gazu w komorze określone są układem równań (7.37) i (7.38), w których poszczególne różniczki oblicza się z niżej przedstawionych wzorów, odnoszących się do rozpatrywanej komory.

$$dE_{a\pi} = c_p T_w \frac{1}{\omega} b_{wksz}(\varphi) K_{pwksz} \frac{p}{\sqrt{R_i T_w}} \sqrt{\left(\frac{p_w}{p}\right)^2 - 1} d\varphi \quad (7.197)$$

$$dQ_{z\pi} = \left\{ [F_1(\varphi) + F_2(\varphi)T_{Vc}] - F_2(\varphi)T \right\} d\varphi \quad (7.56)$$

$$dL_{z\pi} = -pR^2 LZ'(\varphi) d\varphi \quad (7.120a)$$

$$dE_{e\pi} = \frac{1}{\omega} c_p T \left\{ 1 - \frac{1}{4} \frac{\omega[\rho_s(\varphi) + r]}{w_{skksosz}} \right\} s_l x(\varphi) K_{pkksosz} \frac{p_o}{\sqrt{R_i T}} \sqrt{\left(\frac{p}{p_o}\right)^2 - 1} d\varphi \quad (7.198)$$

$$m(\varphi) = \frac{p_o R^2 LZ[\varphi(\varphi_s = \alpha_4)]}{R_i T[\varphi(\varphi_s = \alpha_4)]} + \frac{1}{\omega} \int_{\varphi(\varphi_s = \alpha_4)}^{\varphi} (\dot{m}_a - \dot{m}_e) d\varphi \quad (7.199)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} \int_{\varphi(\varphi_s = \alpha_4)}^{\varphi} (\dot{m}_a - \dot{m}_e) d\varphi &= \int_{\varphi(\varphi_s = \alpha_4)}^{\varphi} s_w b_{wksz}(\varphi) K_{pwksz} \frac{p}{\sqrt{R_i T_w}} \sqrt{\left(\frac{p_w}{p}\right)^2 - 1} d\varphi + \\ &- \int_{\varphi(\varphi_s = \alpha_4)}^{\varphi} \left\{ 1 - \frac{1}{4} \frac{\omega[\rho_s(\varphi) + r]}{w_{skksosz}} \right\} s_l x(\varphi) K_{pkksosz} \frac{p_o}{\sqrt{R_i T}} \sqrt{\left(\frac{p}{p_o}\right)^2 - 1} d\varphi \end{aligned} \quad (7.200)$$

Po podstawieniu tych wyrażeń do (7.37) i (7.38) oraz ich przekształceniu otrzymano równania analogiczne do (7.126) i (7.127), w których zamiast funkcji $g_6, g_7, g_{11}, h_4, h_5$ występują odpowiednio funkcje $g_{6a}, g_{7a}, g_{11a}, g_{13a}, h_{4a}$ i h_{5a} . Funkcje te wynoszą:

$$g_{6a} = \frac{k}{k-1} \frac{1}{\omega} T_w s_w b_{wksz}(\varphi) K_{pwksz} \frac{1}{\sqrt{R_i T_w}} \quad (7.201)$$

$$g_{7a} = \frac{k}{k-1} \frac{1}{\omega} s_w b_{wksz}(\varphi) K_{pwksz} \frac{1}{\sqrt{R_i T_w}} \quad (7.202)$$

$$g_{11a} = \frac{k}{k-1} \frac{1}{\omega} R^2 LZ'(\varphi) T_w s_w b_{wksz}(\varphi) K_{pwksz} \frac{1}{\sqrt{R_i T_w}} \quad (7.203)$$

$$g_{13a} = g_{11a} \frac{1}{T_w} \quad (7.204)$$

$$h_{4a} = \frac{c_p T_w (k-1) b_{wksz}(\varphi) K_{pwksz}}{\omega R^2 L(\varphi) \sqrt{R_i T_w}} \quad (7.205)$$

$$h_{5a} = \frac{(k-1) p_o c_p \left\{ 1 - \frac{1}{4} \frac{\omega [\rho_s(\varphi) + r]}{w_{skksow}} \right\} s_w x(\varphi) K_{pkksow}}{\omega R^2 LZ(\varphi) \sqrt{R_i}} \quad (7.206)$$

Funkcja określana wzorem (7.127), przyjmuje dla φ_{pw} wartość wynoszącą p_w . Dal-
szy obrót komory roboczej związany jest z wpływem z niej czynnika przez wszystkie
szczeliny. Wówczas:

$$\dot{m}_e \approx \left\{ 1 - \frac{1}{4} \frac{\omega [\rho_s(\varphi) + r]}{w_{skksow}} \right\} s_w [x(\varphi) + r(2\pi - \varphi)] K_{pkksw} \frac{p_o}{\sqrt{R_i T}} \sqrt{\left(\frac{p}{p_o} \right)^2 - 1} \quad (7.207)$$

$$m(\varphi) = m(\varphi_{pw}) - \frac{1}{\omega} \int_{\varphi_{pw}}^{\varphi} \left\{ 1 - \frac{1}{4} \frac{\omega [\rho_s(\varphi) + r]}{w_{skksow}} \right\} s_w [x(\varphi) + r(2\pi - \varphi)] K_{pkksw} \sqrt{\left(\frac{p}{p_o} \right)^2} \frac{p_o}{\sqrt{R_i T}} d\varphi \quad (7.208)$$

$$dE_{e\pi} = \frac{1}{\omega} c_p T \dot{m}_e d\varphi \quad (7.209)$$

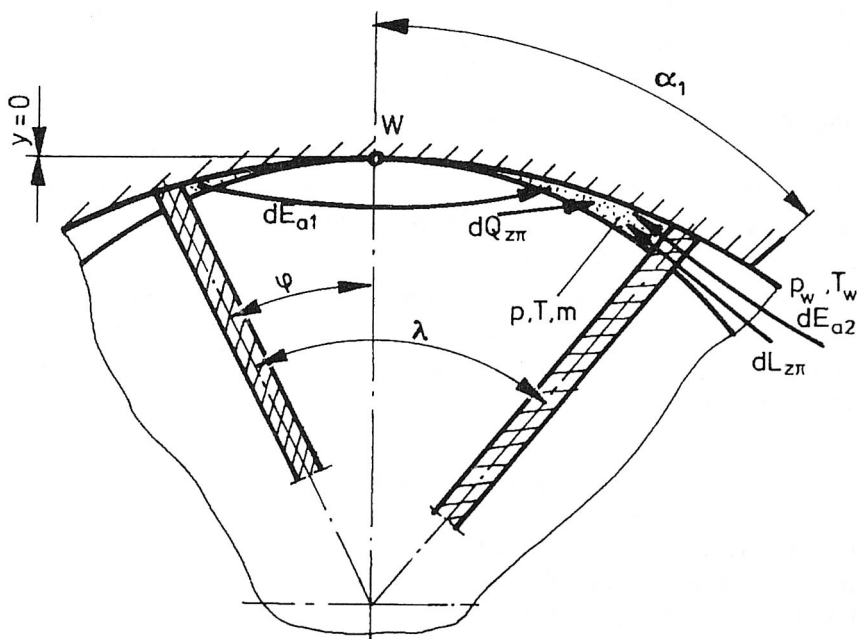
Ciśnienie i temperaturę gazu w komorze wyznacza się z (7.126) i (7.127) przyjmując, że:

$$g_6 = g_7 = g_{11} = g_{13} = h_4 = 0 \quad (7.210)$$

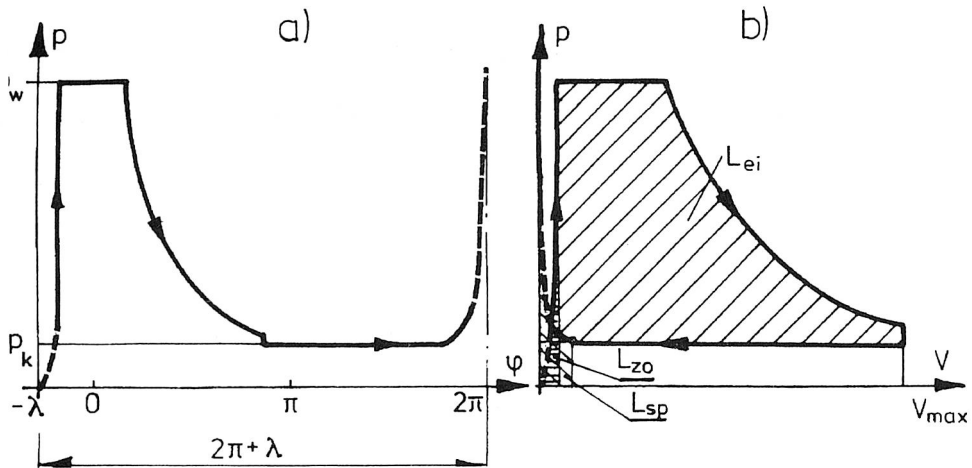
a h_5 wynosi:

$$h_5 = \frac{(k-1)c_p p_o \left\{ 1 - \frac{1}{4} \frac{\omega [\rho_s(\varphi) + r]}{w_{skksw}} \right\} s_w [x(\varphi) + r(2\pi - \varphi)] K_{pkksw}}{R^2 LZ(\varphi) \omega \sqrt{R_i}} \quad (7.211)$$

Powstawanie komory roboczej ma miejsce, gdy $y = 0$, a jej początkowe położenie opisane jest kątem $\varphi_p = -\lambda$ (rys. 7.29). Masa zawartego w niej czynnika $m(\varphi = -\lambda)$ wynosi 0. Przy dalszym obrocie wału do powstającej przestrzeni roboczej dopływa przez szczeliny czynnik z sąsiednich obszarów. Wyznaczenie parametrów gazu w komorze roboczej w początkowym okresie jej powstawania za pomocą równań (7.37) i (7.38) obarczone jest dużym błędem, wynikającym z przybliżonego sposobu określa-



Rys. 7.29. Powstawanie komory roboczej



Rys. 7.30. Wykresy indykatorowe dla maszyny ekspansyjnej, w której $\gamma \approx 0$;
a) wykres $p = f(\varphi)$; b) wykres $p = f(V)$

nia strumienia substancji trafiających do niej oraz małą objętością. Mając na uwadze wyniki pomiarów [51] podobnych maszyn można przyjąć, że parametry gazu w czasie powstawania komory są zbliżone do parametrów termodynamicznych gazu przepływającego przez szczeliny. W szczególności $T[\varphi - \lambda] \approx T_w$, a $p[\varphi - \lambda] \approx 0,5(p_w + p_o)$. Ilość czynnika może być wyznaczona ze wzoru (5.59). Okres powstawania komory roboczej, w którym zamierzony geometryczny stopień jej otwarcia jest równy zero, kończy się, gdy zajmuje ona położenie opisane kątem $\varphi = \varphi(\varphi_s = \alpha_1) - \lambda$.

Wyżej omówione procesy znajdują odzwierciedlenie na wykresie przedstawiającym zależność ciśnienia od położenia komory (rys. 7.30a). Przekształcając ją na wykres $p-V$ można zauważyć, że przebieg poszczególnych przemian jest częściowo różny od przedstawionego na rys. 7.24. Podczas określania pracy indykowanej L_{ei} należy uwzględnić pracę sprężania w komorze znikającej L_{sp} oraz pracę zwiększania objętości L_{zo} komory powstającej. Określenie niezbędnych do tego celu wartości ciśnienia czynnika w komorze i jej objętości możliwe jest po zapoznaniu się z wzorami przedstawionymi w tym podrozdziale i w rozdziale 3.

7.7. Podsumowanie

Rozdział poświęcony termodynamice łopatkowych maszyn rotacyjnych zawiera oprócz znanego opisu niektórych zjawisk również opis procesów termodynamicznych zachodzących w ŁMR a opracowany przez autora.

W podrozdziale pierwszym przedstawiono idealne łopatkowe maszyny rotacyjne. Autor zestawiając rodzaje maszyn, czynniki robocze w nich występujące oraz zakresy

paramaterów termodynamicznych przyjął, że w większości przypadków modelem substancji roboczej w idealnych warunkach może być gaz doskonały.

Na podstawie omówionych w rozdziale 3 zasad opisu geometrycznego ŁMR określił wewnętrzny stopień rozprężania w maszynach ekspansyjnych. Wskazał na geometryczne ograniczenia tej wielkości. Gdy na przykład liczba łopatek jest mała, $z_l = 4$, to $\sigma_{r_{\max}}$ jest również niska (nie przekracza 2,5).

Zależność na moc maszyny ekspansyjnej autor przedstawił w postaci iloczynu głównych wymiarów geometrycznych (R^2, L), prędkości obrotowej u_{ob} , ciśnienia wlotowego p_w oraz mocy względnej \bar{N} . Wyprowadzony wzór na \bar{N} zawiera wyłącznie parametry konstrukcyjne oraz wykładnik adiabaty. Dla przyjętego rodzaju gazu wyznaczono kąt α_{e2} , przy którym \bar{N} osiąga wartość maksymalną \bar{N}_{\max} . Wykazano, że ekstremalna wartość \bar{N}_{\max} ma granicę przy $z_l \rightarrow \infty$. Określono wartość tej granicy. Jak wynika z badań autora optymalny stopień rozprężenia (określony dla α_{e2} , przy którym \bar{N} osiąga wartość maksymalną) przyjmuje w bardzo szerokim zakresie zmian parametrów konstrukcyjnych wartości z przedziału (2,75–3,25).

Również w maszynach kompresyjnych badano wewnętrzny stopień sprężania i jego zależność od parametrów konstrukcyjnych. Dla maszyn tych istnieje graniczna wielkość stopnia sprężania, nie przekraczająca dla $z_l = 4$ wartości $\sigma_k = 2,6$.

We wzorze na wydajność maszyny kompresyjnej określoną przez strumień masy wydzielono człon zależny wyłącznie od parametrów konstrukcyjnych urządzenia i nazwano względną wydajnością idealnej wielołopatkowej maszyny kompresyjnej.

Autor wyprowadził wzory na względną moc napędową \bar{N}_k tych maszyn uwzględniając, że proces sprężania może zachodzić adiabatycznie lub izotermicznie (\bar{N}_{kt}). Zdefiniowano dla maszyn wielołopatkowych wzór na względną przestrzeń szkodliwą ŁMR oraz wzór na sprawność wolumetryczną.

Na zakończenie omówiono przyczyny kształtujące własności termodynamiczne rzeczywistych ŁMR.

W podrozdziale drugim zwrócono uwagę na prace M. Mamontowa, w których przedstawił on podstawy termodynamiki układów o zmiennej masie, a w szczególności podał równania opisujące ciśnienie i temperaturę gazu w komorze roboczej. Wykorzystując te zależności autor wyprowadził w podrozdziale trzecim wzory na parametry termodynamiczne gazu w komorze roboczej ŁMR podczas pełnego obrotu wirnika. Analizy dokonał na przykładzie wielołopatkowej maszyny ekspansyjnej.

Podrozdział czwarty poświęcony jest określeniu wydajności, parametrów wylotowych i mocy ŁMR, w których występują tarcie i przecieki.

Odmienne niż w innych pracach, autor opisuje strumień ilości czynnika przepływającego przez maszynę jako sumę strumieni opuszczających te komory, które mają połączenie z obszarem wylotowym. Temperatura czynnika na wylocie z maszyny jest średnią temperaturą gazu wpływającego z różnych komór.

Aby określić teoretycznie moc maszyn z przeciekami i tarciami mechanicznymi zaproponowano sposób, który na podstawie wyprowadzonej zależności $p = f(\varphi)$ pozwala zbudować teoretyczny wykres indykatorowy pojedynczej komory roboczej i pracę indukowaną tej komory.

Podrozdział piąty to analiza wpływu zewnętrznego stopnia rozprężenia na własności ŁMR. Przedstawiono wzory umożliwiające obliczenie strat mocy w maszynach ekspansyjnych i zwiększenie mocy napędowej w maszynach kompresyjnych spowodowane nierównościami zewnętrznego i wewnętrznego stopnia rozprężania lub sprężania. Wzory te są słuszne zarówno dla maszyn idealnych, jak i zawierających tarcie i przecieki.

W podrozdziale szóstym zwrócono uwagę na wpływ szczeliny promieniowej na pracę ŁMR. Wyprowadzono wzory na parametry termodynamiczne czynnika w komorach „znikających” i „powstających”. Pokazano, że wykres indykatorowy maszyny, w której $\nu \approx 0$ jest różny od tradycyjnie opisywanego wykresu maszyny o dużej szczelinie promieniowej.

8. PRZYKŁADY OPISU WYBRANYCH MASZYN ŁOPATKOWYCH

W rozdziale tym autor pragnie zwrócić uwagę na niektóre własności łopatkowych maszyn rotacyjnych, wynikające z ich funkcji w systemach energetycznych. Omówione zostaną kolejno: silniki, rozprężarki, sprężarki i pompy próżniowe. Analizie poddany będzie głównie wpływ parametrów konstrukcyjnych na ich wydajność i efektywność.

Niektóre zagadnienia łatwiej badać, gdy przyjmie się uproszczony model fizyczny maszyny, np. model idealny (p. 7.1). Uproszczenia takie pozwalają również na określenie granicznych wartości mocy i wydajności oraz na szybkie, wstępne wyznaczenie parametrów konstrukcyjnych, przy projektowaniu omawianych maszyn.

8.1. Wielołopatkowe jednokierunkowe silniki rotacyjne

Idealne wielołopatkowe jednokierunkowe silniki rotacyjne są to maszyny ekspansyjne, których celem jest wykonanie pracy kosztem energii potencjalnej sprężonego czynnika. Konstrukcję tych silników omówiono wstępnie w p. 2.2, a procesy zachodzące w maszynach ekspansyjnych przedstawiono w 7.1.3 i 7.5.2 Wyniki badania wpływu parametrów konstrukcyjnych na poszczególne wielkości opisujące silniki można przedstawić w postaci wykresów lub tabel. Na rysunku 7.3 przedstawiono zależność stopnia rozprężania maszyny ekspansyjnej od α_{e2} i z_l dla przypadku, gdy czynnikiem roboczym jest powietrze. Wykres ten można uznać za prawdziwy dla silników wielołopatkowych. Wpływ parametrów konstrukcyjnych opisujących silniki idealne na maksymalną wartość wewnętrznego stopnia rozprężania $\sigma_{r\max}$ przedstawiono w tabeli 8.1.

Podobnie jak z wykresu na rys. 7.3, tak i z tabeli 8.1 wynika, że przy małych wartościach z_l niemożliwe jest osiągnięcie w silniku wielołopatkowym wysokiego stopnia rozprężania. Znajduje to potwierdzenie w [161] podczas analizy zamieszczonych tam wykresów indykatorych silników pneumatycznych łopatkowych.

Wpływ parametrów konstrukcyjnych na moc silnika można badać przez określenie wpływu tych parametrów na moc względną maszyny ekspansyjnej (wzór 7.11 lub 7.176). Moc względna zależy więc od zmiennych:

Tabela 8.1. Zależność σ_{rwmax} od y/R , e/R , z_l , ψ

z_l	$y/R = 0$					
	$e/R = 0,1$			$e/R = 0,2$		
	$y = 0^\circ$	$y = 20^\circ$	$y = 40^\circ$	$y = 0^\circ$	$y = 20^\circ$	$y = 40^\circ$
3	1,4879	1,4570	1,4251	1,5488	1,4869	1,4235
4	2,7301	2,6340	2,5212	3,0641	2,8538	2,6017
5	4,7566	4,5831	4,3619	5,6637	5,2291	4,7162
6	7,6892	7,4040	7,0351	9,5325	8,8157	7,9327
8	16,799	16,263	15,595	21,813	20,378	18,628
10	31,100	30,433	28,969	41,344	39,039	36,109
12	51,596	50,045	48,761	69,514	65,758	62,185
16	115,03	113,53	109,08	157,10	151,77	143,50
20	214,51	211,15	205,80	294,87	287,27	275,38
z_l	$y/R = 0,05$					
	$e/R = 0,1$			$e/R = 0,2$		
	$y = 0^\circ$	$y = 20^\circ$	$y = 40^\circ$	$y = 0^\circ$	$y = 20^\circ$	$y = 40^\circ$
3	1,3663	1,3456	1,3171	1,4754	1,4215	1,3509
4	2,1316	2,0832	2,0181	2,6402	2,4866	2,2899
5	3,0596	2,9932	2,9030	4,2895	4,0394	3,7050
6	4,0156	3,9425	3,8408	6,2338	5,9146	6,4685
8	5,7359	5,6684	5,5700	10,375	9,9867	9,4268
10	7,0667	7,1240	6,9277	14,139	13,784	13,205
12	8,0442	8,0016	7,9294	17,281	16,964	16,396
16	9,2813	9,2536	9,1966	21,754	21,503	20,964
20	9,9730	9,9526	9,9025	24,523	24,310	23,782

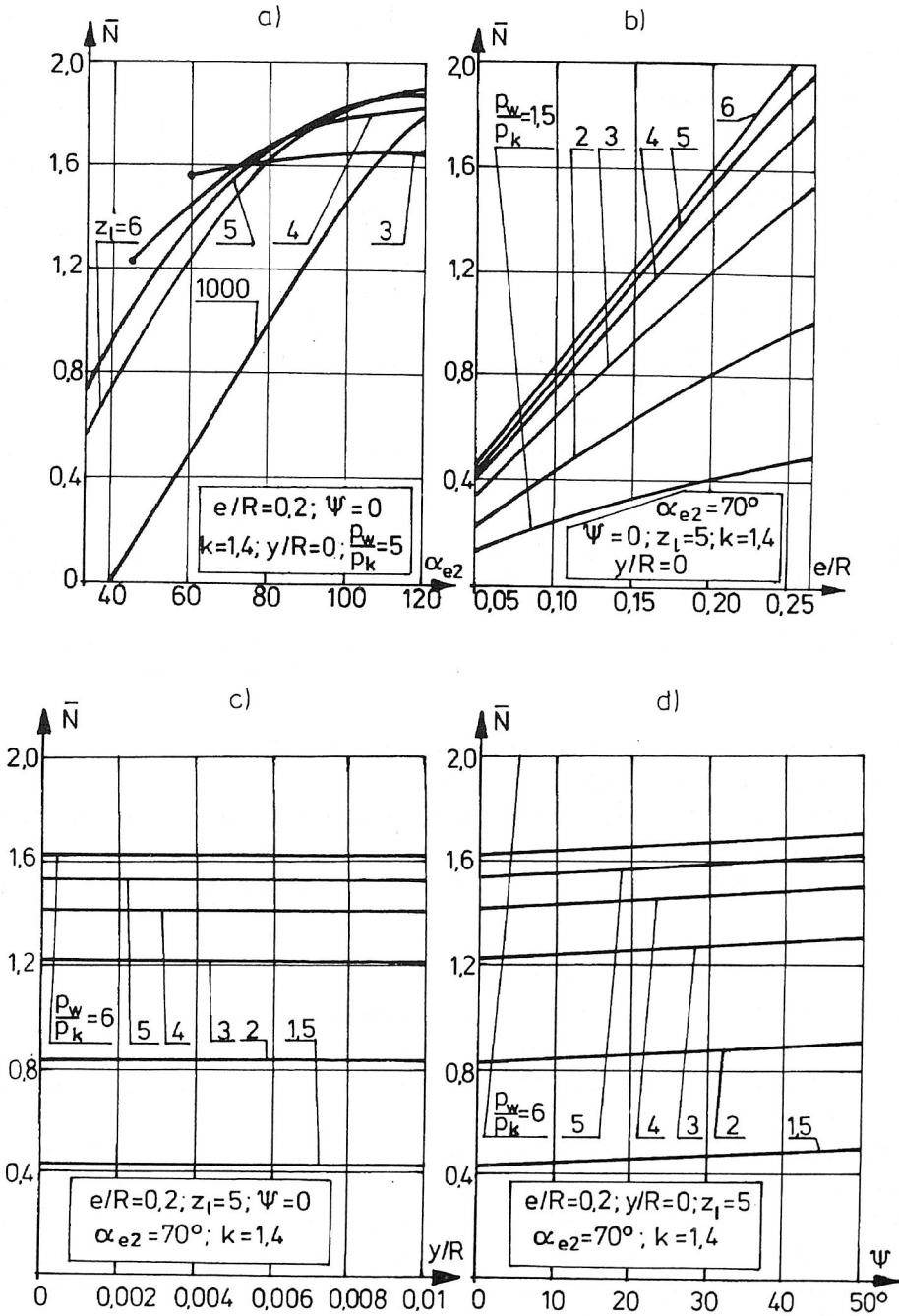
$$\bar{N} = f(z_l, e/R, y/R, \psi, \alpha_{e2}, k, p_w/p_k)$$

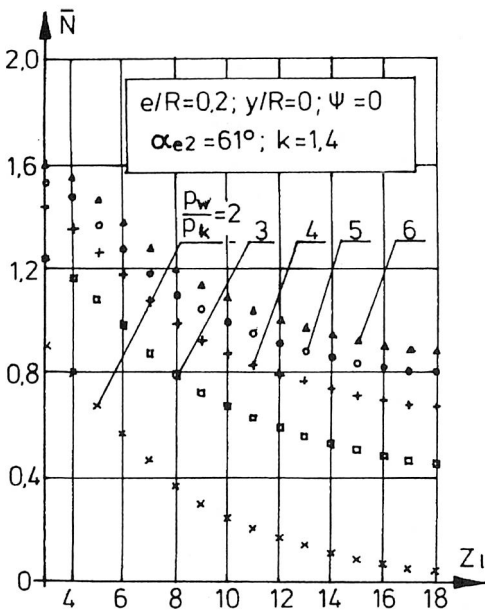
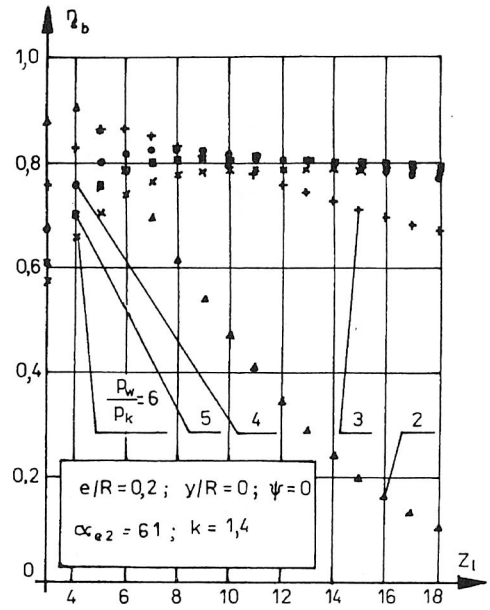
Na rysunku 8.1 i 8.2 przedstawiono wyniki tych badań.

Korzystając ze wzoru (7.18) można określić również sprawność egzergetyczną łopatkowych silników rotacyjnych.

Na wartość sprawności egzergetycznej wpływ mają te same zmienne, które określają wartość \bar{N} , a także temperatura czynnika na wlocie T_w i temperatura otoczenia T_o :

$$\eta_b = f(z_l, e/R, y/R, \psi, \alpha_{e2}, p_w/p_o, k, T_w, T_o)$$

Rys. 8.1. Zależność mocy względnej od: a) α_{e2} , b) e/R , c) y/R , d) ψ

Rys. 8.2. Zależność mocy względnej od z_l Rys. 8.3. Zależność sprawności egzergetycznej silnika od liczby łopatek z_l

Na rysunkach 8.3 i 8.4 przedstawiono wpływ niektórych zmiennych na sprawność egzergetyczną łopatkowego silnika rotacyjnego.

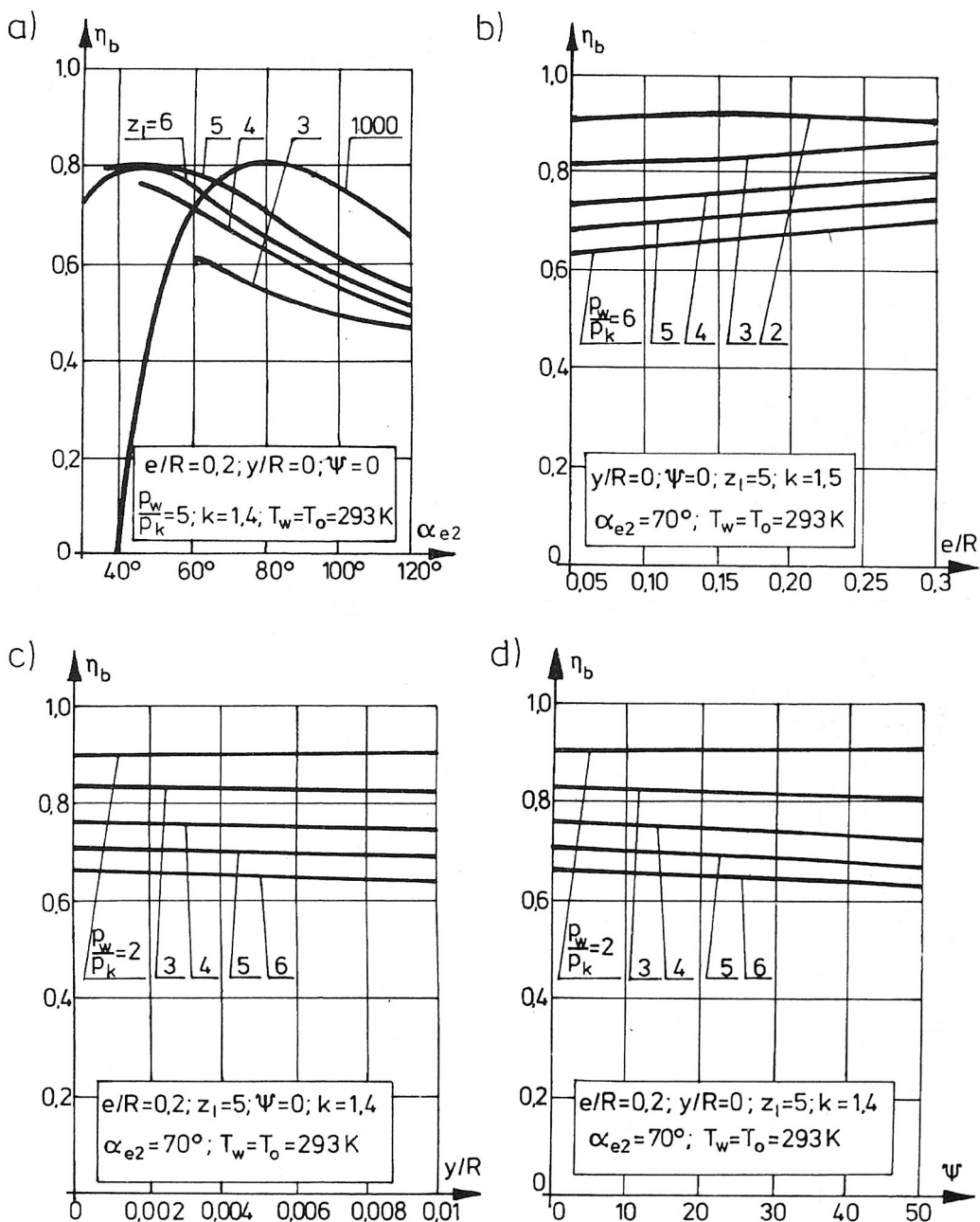
Dla łopatkowych silników pneumatycznych wskaźnik informujący o zużyciu czynnika roboczego na jednostkę mocy w jednostce czasu może być opisany wzorem (7.17).

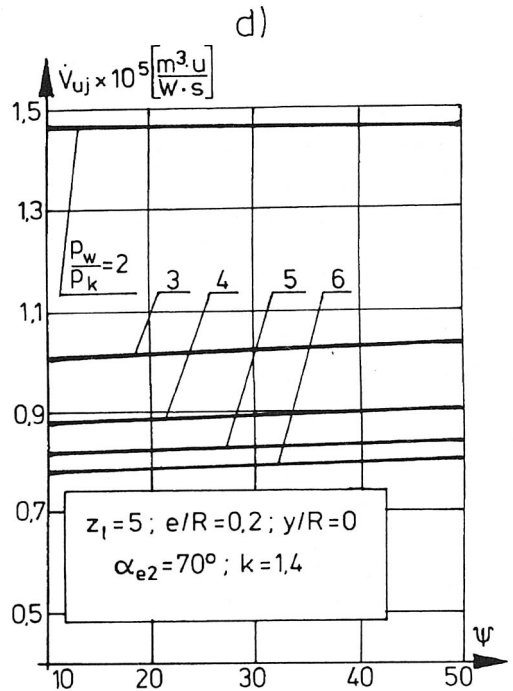
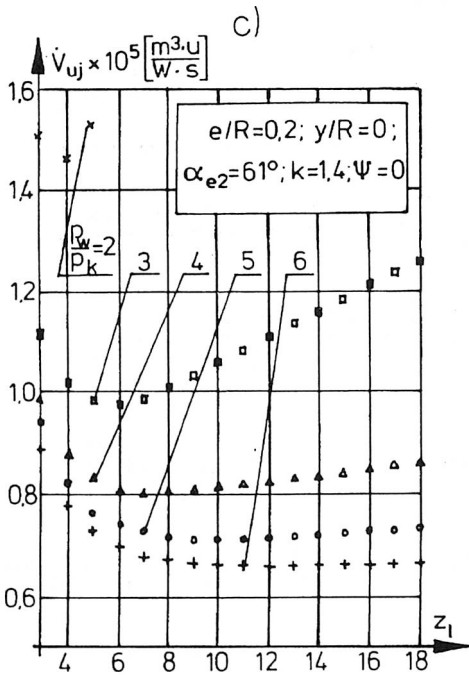
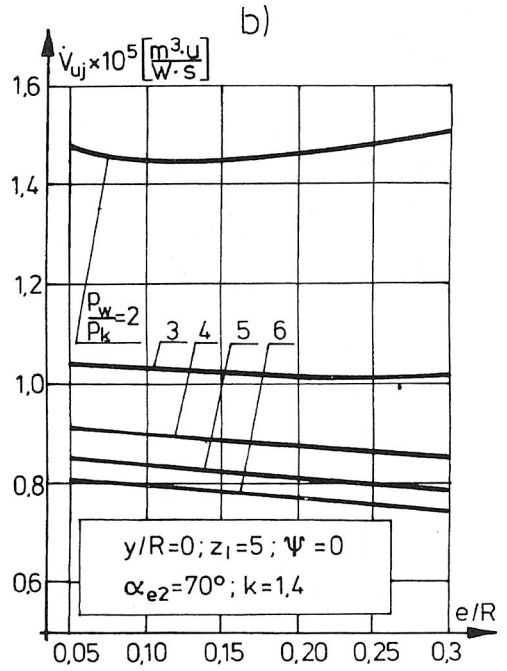
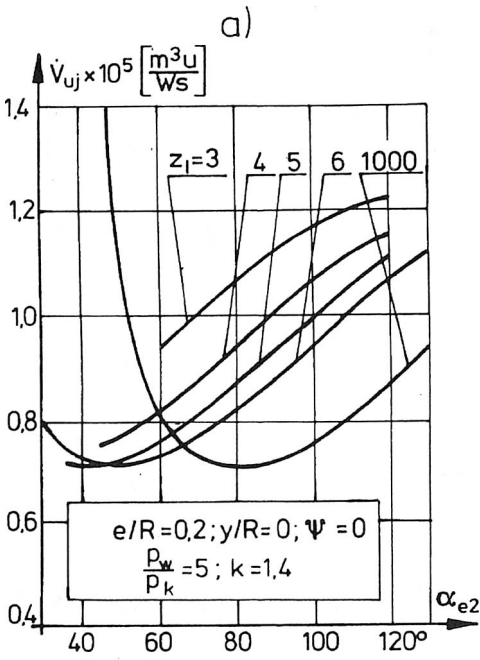
Wskaźnik jednostkowego zużycia czynnika roboczego jest funkcją następującego zbioru zmiennych:

$$V_{uj} = f(z_l, e/R, y/R, \psi, \alpha_{e2}, p_w/p_k, T_w, T_u, p_u)$$

Na rysunku 8.5 przedstawiono zależność wskaźnika jednostkowego zużycia czynnika roboczego V_{uj} od parametrów konstrukcyjnych silnika. Czynnikiem roboczym jest powietrze traktowane jak gaz doskonały. Przyjęto tam również, że $T_w = 293,15$ K; $T_u = 273,15$ K; $p_u = 101325$ Pa.

Analizując wyniki badań silników łopatkowych zamieszczonych na rys. 8.1–8.5 oraz w tabeli 8.1, a także maszyn ekspansyjnych z 7.1.3 można stwierdzić, że moc względna silnika, w którym wewnętrzny stopień rozprężania nie równa się zewnętrznemu stopniowi rozprężania silnie zależy od α_{e2} , e/R i z_l ; mniejszy natomiast jest wpływ y/R i ψ . Ich maksymalna sprawność egzergetyczna osiągnięta jest jednak przy niezbyt dużych wartościach α_{e2} (50–100°) i dla których wskaźnik jednostkowego zużycia czynnika jest najniższy (0,55–0,60)·10⁻⁵ m³u/Ws. Silnik może osiągnąć wyższe niż dla silników idealnych wartości mocy względnej (przy $p_{kr} > p_k$ i $p_{sp} < p_w$), lecz jego sprawność jest niska.

Rys. 8.4. Zależność sprawności egztergetycznej silnika od: a) α_{e2} , b) e/R , c) y/R , d) ψ



Rys. 8.5. Zależność wskaźnika jednostkowego zużycia czynnika roboczego od:
 a) α_{e2} , b) e/R , c) z_1 , d) Ψ

Porównując własności silników łopatkowych określone z zależności zamieszczonych w [150, 161 i in.] z własnościami określanymi przez autora można stwierdzić, że na podstawie wymienionych prac niektórych cech silników łopatkowych nie można określić (np. granicznych i optymalnych wartości α_{e2} , optymalnego stopnia rozprężania czy sprawności egzergetycznych). Badane przez autora własności silników łopatkowych i użyte do tego zależności (p. rozdział 7) są poszerzeniem możliwości poznawczych w tym zakresie.

8.2. Łopatkowe rozprężarki rotacyjne

Rozprężarki różnią się od silników celem realizowanych przez nie procesów, choć w obydwu przypadkach mogą to być takie same zbiory przemian. Jest więc rozprężarka energetyczną maszyną roboczą przeznaczoną do „obróbki” gazu, a zwłaszcza do:

- obniżenia temperatury czynnika roboczego,
- obniżenia jego ciśnienia.

Stosowanie rozprężarek łopatkowych do obniżania temperatury gazu w urządzeniach żiębniczych i kriogenicznych omawiane było (m.in. przez autora) w [2, 3, 4, 26, 37, 39, 47, 58].

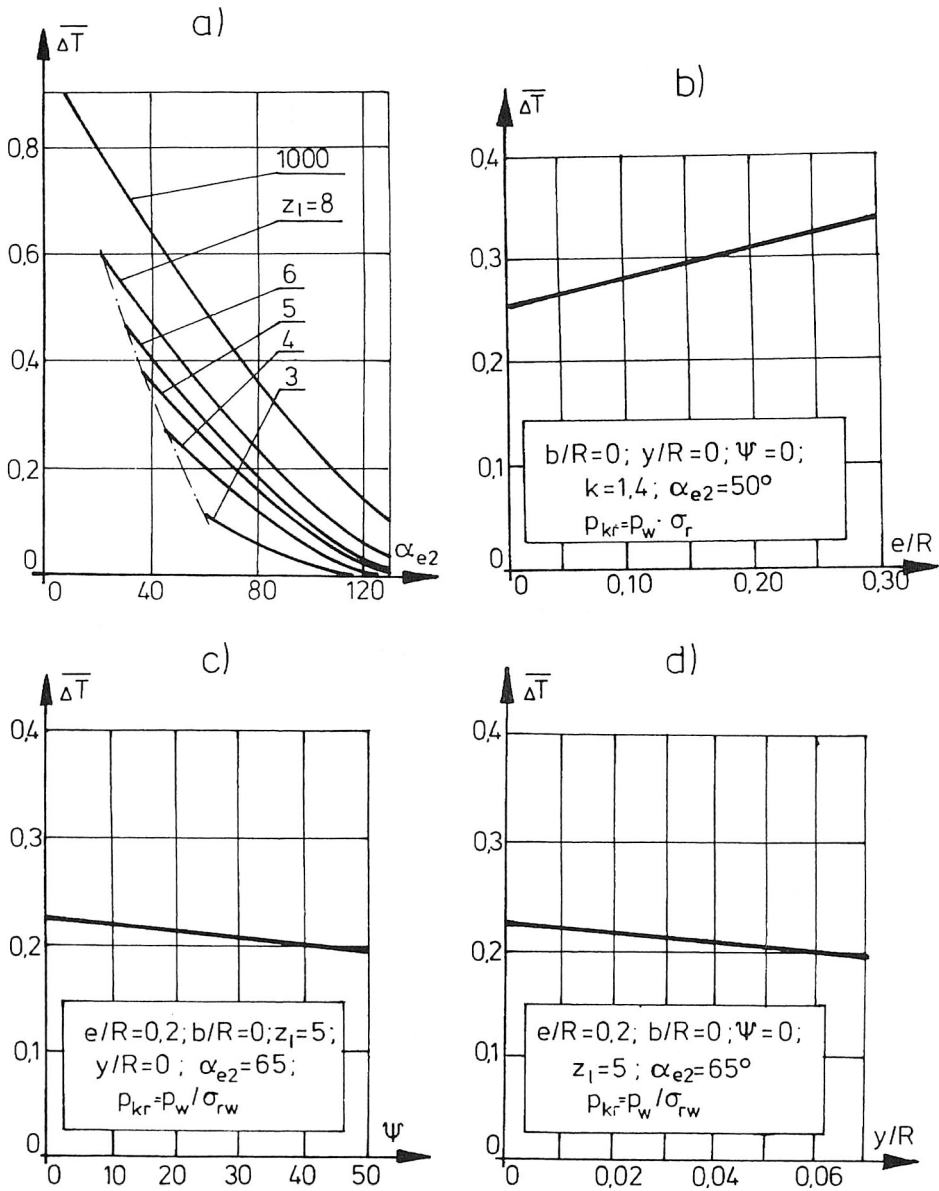
Z zastosowaniem rozprężarek do obniżania ciśnienia można się spotkać tam, gdzie niezbędne jest jego zredukowanie o Δp . Ma to miejsce np. w systemach technologicznych wykorzystujących energię odpadową pary, powietrza lub spalin [36, 57, 88], w kopalniach gazu ziemnego [97] i in.

8.2.1. Obniżanie temperatury gazu w rozprężarce doskonałej

Model fizyczny rozprężarki i opis geometryczny jest taki sam jak omawianego wyżej silnika. W dalszej analizie przyjęto, że w adiabatycznej rozprężarce obniżana jest temperatura gazu doskonałego. Fazy jej pracy, podobnie jak w silniku, wygodnie jest analizować począwszy od napełniania. Do rozprężarki dopływa czynnik o parametrach p_w i T_w . Jego strumień może być określony wzorem (7.5). W wyniku rozprężania temperatura gazu $T_k = T_{kr}$ na koniec tej przemiany wynosi:

$$T_{kr} = T_w \left(\frac{V_w}{V_r} \right)^{k-1} = T_w \left[\frac{Z(\varphi_{e2})}{Z(\varphi_{e3})} \right]^{k-1} \quad (8.1)$$

Charakterystyczny dla każdej konstrukcji maszyny łopatkowej wewnętrzny stopień rozprężania σ_{rw} pozwoli określić ciśnienie końcowe $p_k = p_{kr}$, które wynosi:



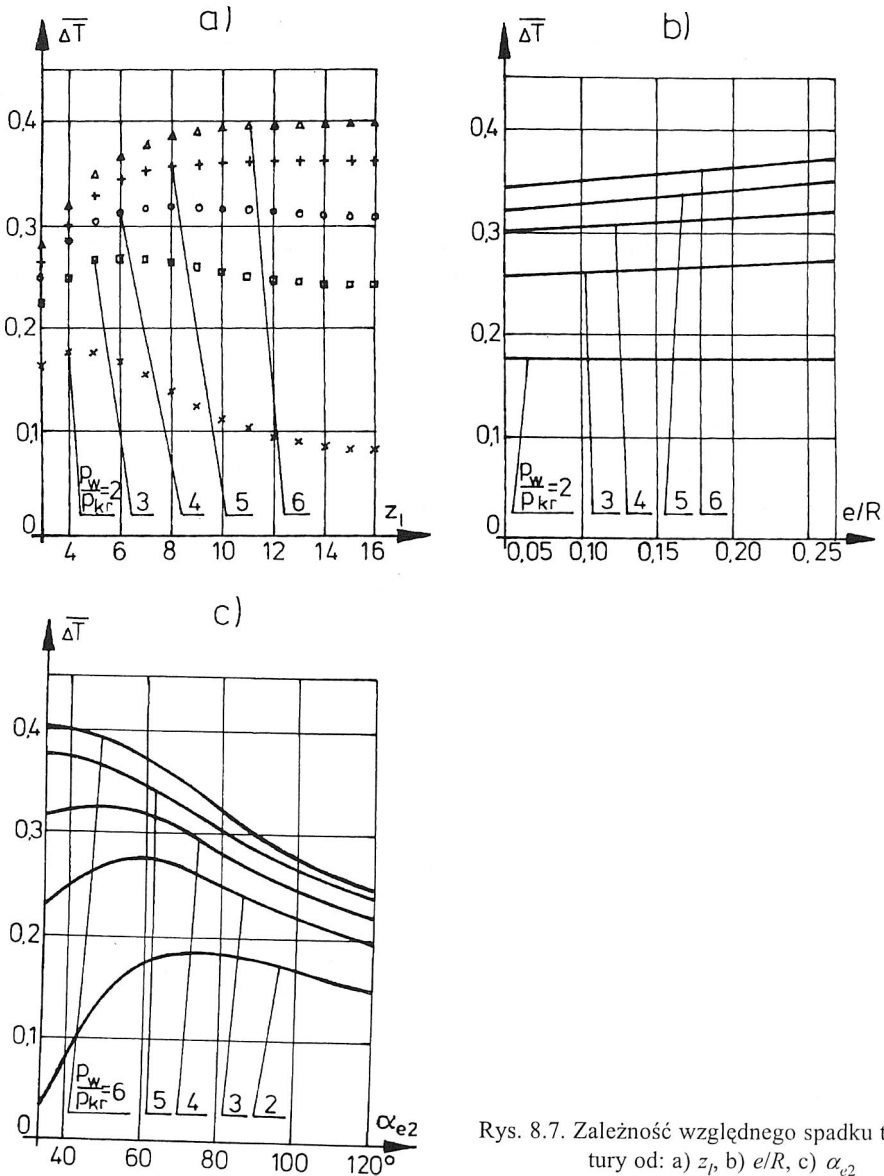
Rys. 8.6. Zależność względnego spadku temperatury $\overline{\Delta T}$ dla powietrza od: a) α_{e2} , b) e/R , c) ψ , d) y/R

$$p_{kr} = \frac{p_w}{\sigma_{rw}} \quad (8.2)$$

Spadek temperatury ΔT czynnika roboczego w doskonałej rozprężarce może być określony wzorem:

$$\Delta T = T_w - T_r = T_w \left\{ 1 - \left[\frac{Z(\varphi_{e2})}{Z(\varphi_{e3})} \right]^{k-1} \right\} \quad (8.3)$$

Do badania łopatkowych rozprężarek rotacyjnych pod kątem ich przydatności do obniżania temperatury można wyprowadzić wielkość zdefiniowaną równaniem:



Rys. 8.7. Zależność względnego spadku temperatury od: a) z_p , b) e/R , c) α_{e2}

$$\overline{\Delta T} = \frac{\Delta T}{T_w} = 1 - \left[\frac{Z(\varphi_{e2})}{Z(\varphi_{e3})} \right]^{k-1} \quad (8.4)$$

gdzie $\overline{\Delta T}$ – względny spadek temperatury.

Wielkość ta jest dla danego rodzaju gazu zależna od parametrów konstrukcyjnych rozprężarki. Mając na uwadze (3.9)–(3.15) można napisać:

$$\overline{\Delta T} = f(k, z_l, e/R, b/R, y/R, \psi, \alpha_{e2})$$

Na rysunku 8.6 przedstawiono zależność $\overline{\Delta T}$ od wybranych zmiennych konstrukcyjnych dla powietrza. Z wykresów tych wynika, że największy wpływ na spadek temperatury w łopatkowych rozprężarkach rotacyjnych ma liczba łopatek z_l i kąt α_{e2} . Jednocześnie z 8.7a można wywnioskować, że nie każdą wartość $\overline{\Delta T}$ (a co za tym idzie nie każdą wartość T_r) da się osiągnąć za pomocą rozprężarki o dowolnej liczbie łopatek. Z wykresu tego wynika, że wraz ze wzrostem kąta α_{e2} względny spadek temperatury $\overline{\Delta T}$ maleje.

Gdy rozprężarka znajduje się w układzie, w którym zewnętrzny stopień rozprężania σ_{rz} nie jest równy stopniowi wewnętrznemu σ_{rw} , to względny spadek temperatury $\overline{\Delta T}$ przyjmie wartości inne niż wynika to ze wzoru (8.4). Obliczenie jego wartości można oprzeć na założeniu, że rozprężarka jest wewnątrznie szczelna i adiabatyczna. Korzystając ze wzorów (7.11) i (8.4) otrzymano po przekształceniu:

$$\overline{\Delta T} = \bar{N} \frac{(k-1)}{kz_l \left[Z(\varphi_{e2}) - \left(\frac{p_r}{p_w} \right)^{\frac{1}{k}} Z(\varphi_{e4}) \right]} \quad (8.5)$$

gdzie \bar{N} – względna moc łopatkowej rozprężarki rotacyjnej; dla omawianego przypadku można ją wyznaczyć ze wzoru (7.176).

Z (8.5) wynika, że względny spadek temperatury $\overline{\Delta T}$ zależy, oprócz parametrów konstrukcyjnych, również od stopnia rozprężania $\sigma_{rz} = p_w/p_r$. Można to wyrazić za pomocą zapisu:

$$\overline{\Delta T} = f(k, z_l, e/R, y/R, b/R, \psi, \alpha_{e2}, \sigma_{rz})$$

Na rysunku 8.7 przedstawiona została zależność $\overline{\Delta T}$ od wybranych zmiennych konstrukcyjnych.

8.2.2. Moc ziębnicza rozprężarki

Oprócz spadku temperatury, do opisu rozprężarek ziębnicznych stosuje się wielkość nazywaną wydajnością ziębniczną rozprężarki. Zdefiniowany w [4, 5] całkowity spadek entalpii właściwej gazu w tej maszynie q_{chr} wynosi:

$$q_{chr} = \Delta i_r = c_p (T_w - T_{kr}) = c_p T_w \overline{\Delta T} \quad (8.6)$$

Gdy strumień przepływającego przez rozprężarkę czynnika ma wartość \dot{m} , to iloczyn:

$$\dot{Q}_{chr} = \dot{m} q_{chr} \quad (8.7)$$

określa moc ziębniczną rozprężarki.

Po podstawieniu do (8.8) wyrażenia na strumień gazu (7.5) i rozwinięciu zależności (8.6) można otrzymać:

$$\dot{Q}_{chr} = N_r = R^2 L n_{ob} p_w \bar{N} \quad (8.8)$$

gdzie \bar{N} – względna moc rozprężarki określona z równania (7.176).

Dzięki równości (8.8) nie zachodzi konieczność osobnego badania wpływu parametrów konstrukcyjnych na moc ziębniczną rozprężarki. Można bowiem uznać, że jest on taki sam jak wpływ na moc w doskonałych silnikach wielołopatkowych.

8.2.3. Obniżanie ciśnienia gazu w rozprężarce łopatkowej

Proces obniżania ciśnienia gazu może być związany z koniecznością spełnienia dodatkowych warunków odnośnie zachowania się pozostałych parametrów termodynamicznych czynnika.

Można więc rozpatrywać rozprężanie izentropowe, izentalpowe lub izotermiczne. Rozprężarki, w których gaz zachowuje podczas spadku ciśnienia stałą temperaturę są np. alternatywą dla reduktorów ciśnienia w systemie dystrybucji paliwa gazowego [8, 97]. Do tego celu nadają się w szczególności wielołopatkowe maszyny rotacyjne, w których praca na pokonanie tarcia może być tak zaprojektowana, by pokrywała zapotrzebowanie na ciepło przemiany izotermicznej.

Niech będzie dana wielołopatkowa maszyna ekspansyjna, pracująca jako rozprężarka, której charakterystykę konstrukcyjną omówiono w p. 2.2. Fazy jej pracy, takie same jak w silnikach, przedstawia rys. 7.1.

Korzystając z oznaczeń z tego rysunku i przyjmując, że $p_o = p_r$, można spadek ciśnienia w rozprężarce przedstawić wzorem:

$$\Delta p = p_w - p_r \quad (8.9)$$

Gdy jest ona szczelną maszyną o rozprężaniu izotermicznym, wówczas wzór ten przyjmie postać:

$$\Delta p = p_w \left[1 - \frac{V(\varphi_{e2})}{V(\varphi_{e3})} \right] = p_w \left[1 - \frac{Z(\varphi_{e2})}{Z(\varphi_{e3})} \right] \quad (8.9a)$$

Analizę przydatności łopatkowej maszyny rotacyjnej do pełnienia roli rozprężarki obniżającej ciśnienie można przeprowadzić wykorzystując wielkość zdefiniowaną wzorem:

$$\overline{\Delta p} = \frac{\Delta p}{p_w} \quad (8.10)$$

gdzie $\overline{\Delta p}$ – względny spadek ciśnienia w rozprężarce.

Dla maszyny z izotermicznym rozprężaniem $\overline{\Delta p}$ wynosi:

$$\overline{\Delta p} = 1 - \frac{Z(\varphi_{e2})}{Z(\varphi_{e3})} \quad (8.11)$$

Zależność względnego spadku ciśnienia od wybranych parametrów konstrukcyjnych (wg (8.11)) przedstawiają wykresy na rysunku 8.8. Jak wynika z rys. 8.8a, dla przyjętej ilości łopatek z_l istnieje górna granica możliwego do osiągnięcia względnego spadku ciśnienia. Granica ta szybko jednak rośnie i o ile dla $z_l = 3$ wynosi $\approx 0,26$, to dla $z_l = 8$ przyjmuje wartość $\approx 0,89$.

Realizacja przemiany izotermicznej związana jest z koniecznością doprowadzenia do rozprężanego gazu ciepła $\dot{Q}_{T_{w-r}}$. Strumień tego ciepła dla gazu doskonałego wynosi:

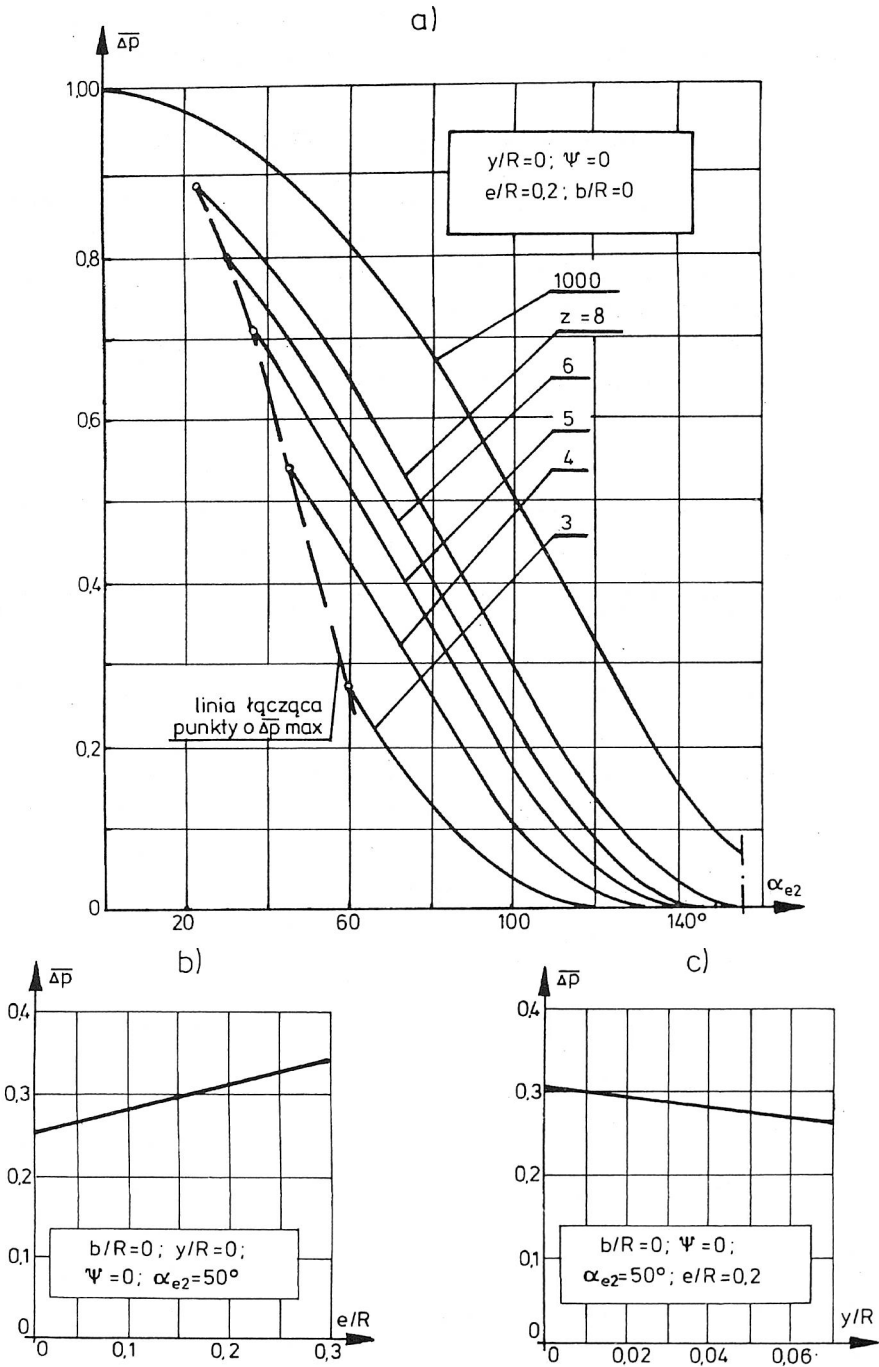
$$\dot{Q}_{T_{w-r}} = N_T = R^2 L p_w n_{ob} \overline{N}_T \quad (8.12)$$

gdzie \overline{N}_T – względna moc rozprężarki z izotermicznym rozprężaniem.

Względna moc takiej rozprężarki może być obliczona ze wzoru:

$$\overline{N}_T = z_l \left[Z(\varphi_{e2}) - Z(\varphi_{e1}) \right] \ln \frac{Z(\varphi_{e3})}{Z(\varphi_{e2})} \quad (8.13)$$

Literatura poświęcona rozprężarkom objętościowym nie zawiera wielu danych o łopatkowych rozprężarkach rotacyjnych. Rozprężarki służące do obniżania temperatury były przedmiotem badań autora w czasie realizacji programu węzłowego 05. 13. Wyniki tych badań oraz innych prac autora nad rozprężarkami rotacyjnymi przedstawiono w [26, 37, 39, 47, 58]. Z prac tych wynika, że otrzymywanie temperatur ok. 170–180 K nie wymaga zbyt skomplikowanej konstrukcji. Spadek temperatury przy spadku ciśnienia z 0,4 MPa do 0,1 MPa wynosił 40–50 K, a moc rozprężarki (na sprzęgle) wynosiła 400–500 W. Sprawność wewnętrzna tej maszyny przyjmuje wartości 0,2–0,5. Autor



Rys. 8.8. Zależność względnego spadku ciśnienia w rozprężarce izotermicznej od:
a) α_{e2} , b) e/R , c) y/R

był także głównym wykonawcą grantu KBN nr 901199101, w którym zbudowano model siłowni z czynnikami niskowrzęcymi i łopatkową rozprężarką rotacyjną [57].

8.3. Wielołopatkowe sprężarki rotacyjne

Wielołopatkowe sprężarki rotacyjne są maszynami roboczymi, których konstrukcję omówiono wstępnie w p. 2.2 i 2.3, a procesy termodynamiczne realizowane w czasie ich działania przedstawiono w 7.1.4 i 7.5.3. Wyniki badania wpływu parametrów konstrukcyjnych na poszczególne wielkości charakteryzujące sprężarki przedstawiane są na wykresach lub w tabelach. W pracy analizowane są dwie grupy maszyn – takie, w których sprężanie odbywa się izotermicznie i takie, w których przebiega ono adiabatycznie.

Tabela 8.2. σ_{kmax}

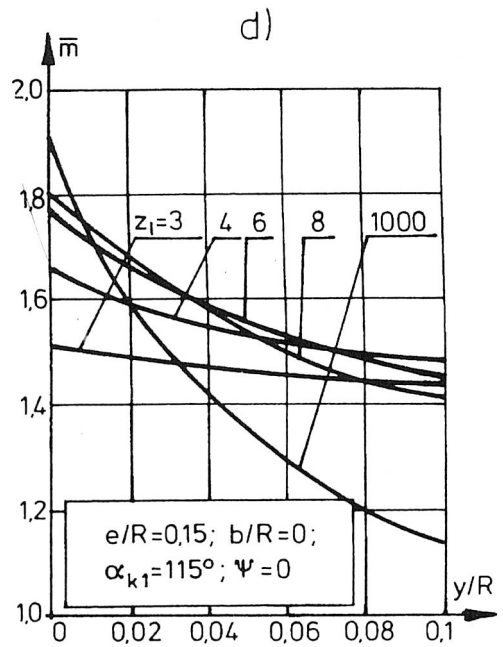
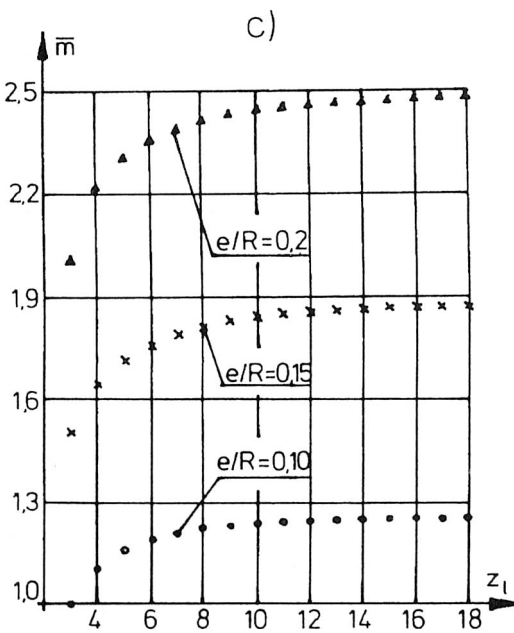
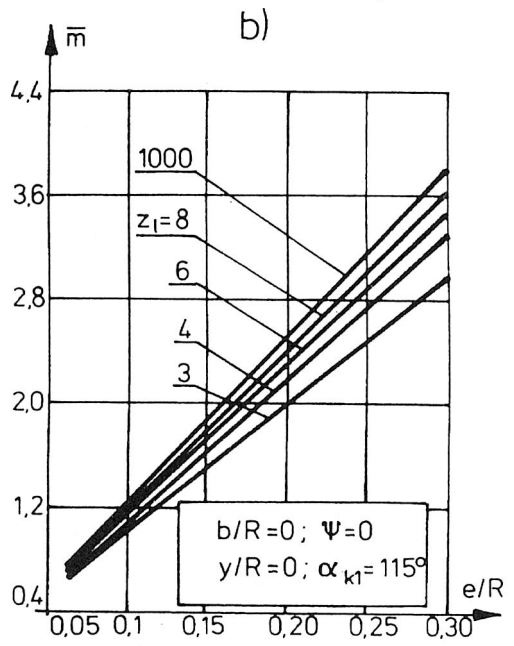
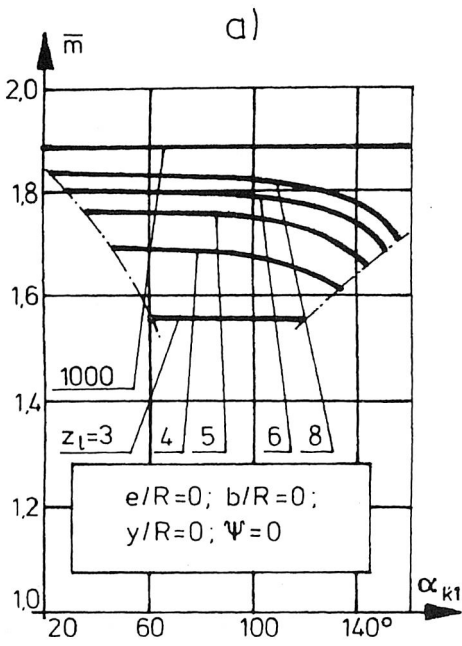
z_l	$y/R = 0$					
	$e/R = 0,1$			$e/R = 0,2$		
	$\psi = 0^\circ$	$\psi = 20^\circ$	$\psi = 40^\circ$	$\psi = 0^\circ$	$\psi = 20^\circ$	$\psi = 40^\circ$
3	1,3282	1,3475	1,3719	1,3668	1,4084	1,457
4	2,0491	2,0977	2,1602	2,2251	2,3411	2,4718
5	3,0464	3,1248	3,2235	3,4509	3,7378	3,8439
6	4,2931	4,4013	4,5405	5,0654	5,2603	5,5807
8	7,5024	7,6706	7,8716	9,0412	9,4537	9,9211
10	11,6481	11,8208	12,1761	14,2712	14,8274	15,3936
12	16,7224	17,0816	17,3592	20,6903	21,3948	22,3129
16	29,6245	29,8587	30,7373	37,0124	38,0183	38,9955
20	46,2732	46,7877	47,6073	58,0799	58,9583	60,6890
z_l	$y/R = 0,05$					
	$e/R = 0,1$			$e/R = 0,2$		
	$\psi = 0^\circ$	$\psi = 20^\circ$	$\psi = 40^\circ$	$\psi = 0^\circ$	$\psi = 20^\circ$	$\psi = 40^\circ$
3	1,2497	1,2631	1,2798	1,3202	1,3542	1,3959
4	1,7171	1,7463	1,7817	2,0006	2,0813	2,1859
5	2,2228	2,2559	2,3066	2,8296	2,9448	3,0978
6	2,6993	2,7371	2,7864	3,6956	3,8304	4,0109
8	3,4822	3,5148	3,5666	5,3110	5,4511	5,6492
10	4,0419	4,0713	4,1167	6,6332	6,7600	6,9465
12	4,4338	4,4550	4,4923	7,6556	7,7576	7,9415
16	4,9107	4,9266	4,9592	9,0222	9,0885	9,2511
20	5,1695	5,1776	5,2035	9,8299	9,8708	10,0288

Tabela 8.3. $\sigma_{k\max}$

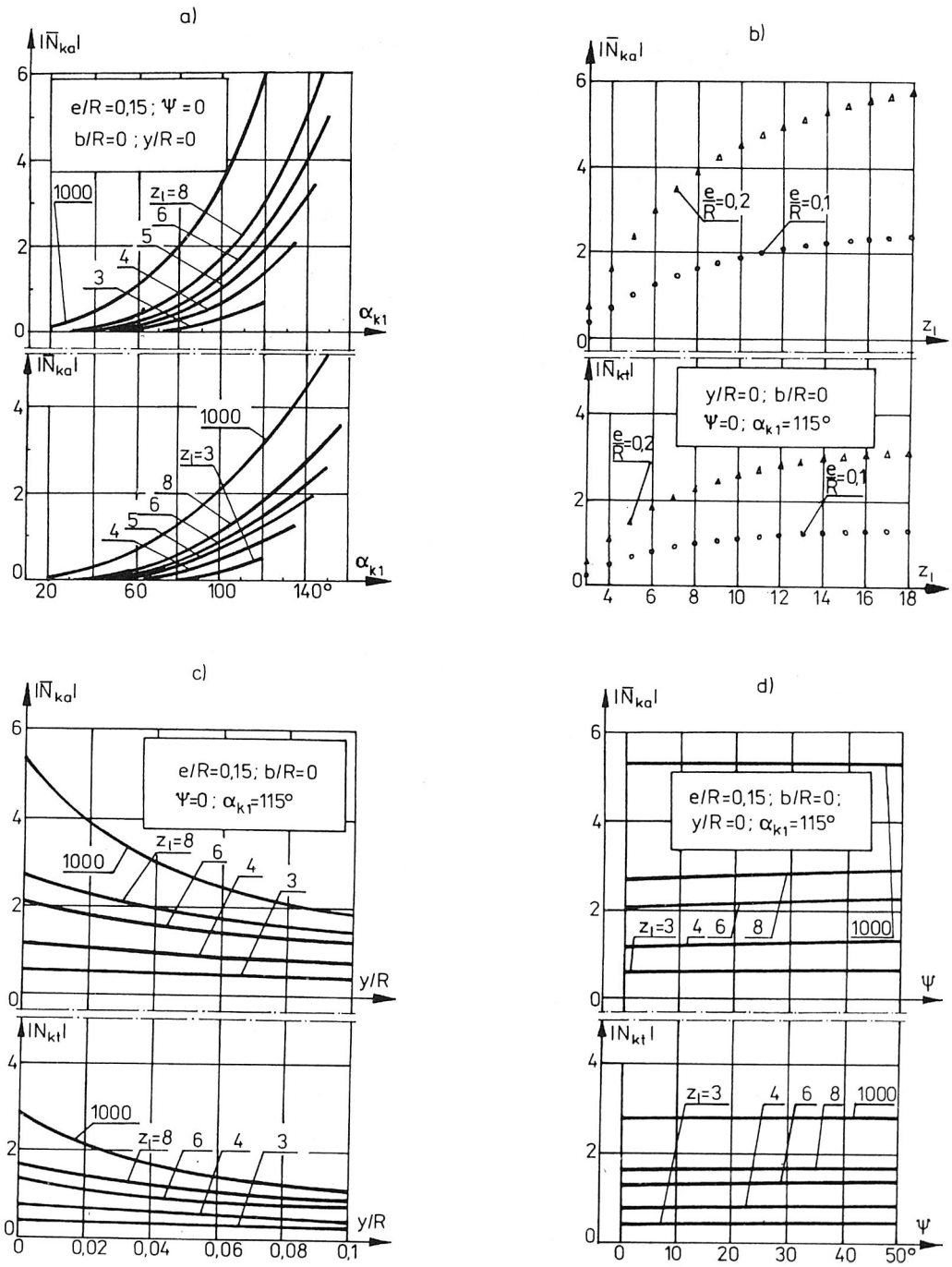
z_l	$y/R = 0$					
	$e/R = 0,1$			$e/R = 0,2$		
	$\psi = 0^\circ$	$\psi = 20^\circ$	$\psi = 40^\circ$	$\psi = 0^\circ$	$\psi = 20^\circ$	$\psi = 40^\circ$
3	1,4879	1,5182	1,5568	1,5488	1,6152	1,6942
4	2,7301	2,8212	2,9397	3,0641	3,2899	3,5499
5	4,7566	4,9290	5,1483	5,6637	6,0977	6,6350
6	7,6892	7,9618	8,3166	9,5325	10,2191	11,1009
8	16,7990	17,3286	17,9674	21,8131	23,2185	24,8419
10	31,0996	31,7472	33,0910	41,3443	43,6002	45,9490
12	51,5963	53,1542	54,3676	69,5141	76,8504	77,2644
16	114,898	116,172	120,985	156,923	162,926	168,819
20	214,517	217,864	223,225	294,874	301,136	313,584
z_l	$y/R = 0,05$					
	$e/R = 0,1$			$e/R = 0,2$		
	$\psi = 0^\circ$	$\psi = 20^\circ$	$\psi = 40^\circ$	$\psi = 0^\circ$	$\psi = 20^\circ$	$\psi = 40^\circ$
3	1,3663	1,3967	1,4125	1,4754	1,5288	1,5951
4	2,1316	2,1826	2,2447	2,6402	2,7905	2,9887
5	3,0596	3,1236	3,2223	4,2896	4,5362	4,8695
6	4,0156	4,0945	4,1982	6,2338	6,5546	6,9909
8	5,7359	5,8112	5,9315	10,3573	10,7419	11,2924
10	7,0668	7,1387	7,2506	14,1386	14,5186	15,0824
12	8,0443	8,0981	8,1932	17,2811	17,6042	18,1914
16	9,2812	9,3233	9,4096	21,7489	21,9730	22,5254
20	9,9730	9,9950	10,0649	24,5226	24,6657	25,2203

Na rysunkach 7.11 i 7.12 przedstawiono wpływ z_l i α_{k1} na stopień sprężania σ_{kt} i σ_{ka} w obydwu rodzajach maszyn przy założeniu, że sprężanym czynnikiem jest powietrze. Nieco szerszy zakres badania zależności maksymalnych wartości stopnia sprężania od z_l , e/R , y/R i ψ przedstawiono w tabelach 8.2 i 8.3. Z wykresów powyższych i tabel wynika, że osiągnięcie wysokich wewnętrznych stopni sprężania jest niemożliwe w maszynach tego typu (szczególnie gdy z_l przyjmuje małe wartości). Znajduje to potwierdzenie [60] w zaleceniach konstrukcyjnych podawanych projektantom tych maszyn.

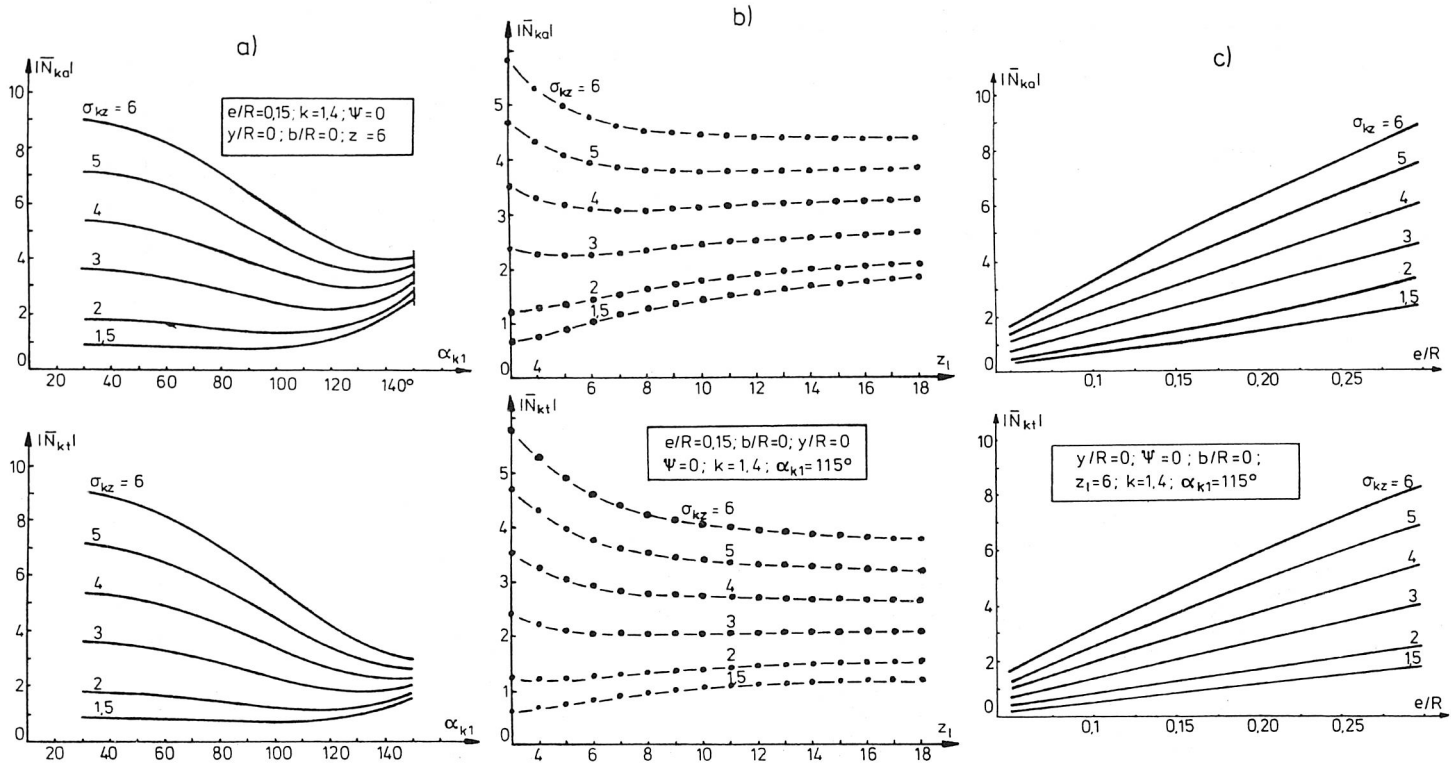
Badania wpływu parametrów konstrukcyjnych na wydajność sprężarki wielołopatkowej można ograniczyć do badania wpływu α_{k1} , z_l , e/R i y/R na wartość wydajności



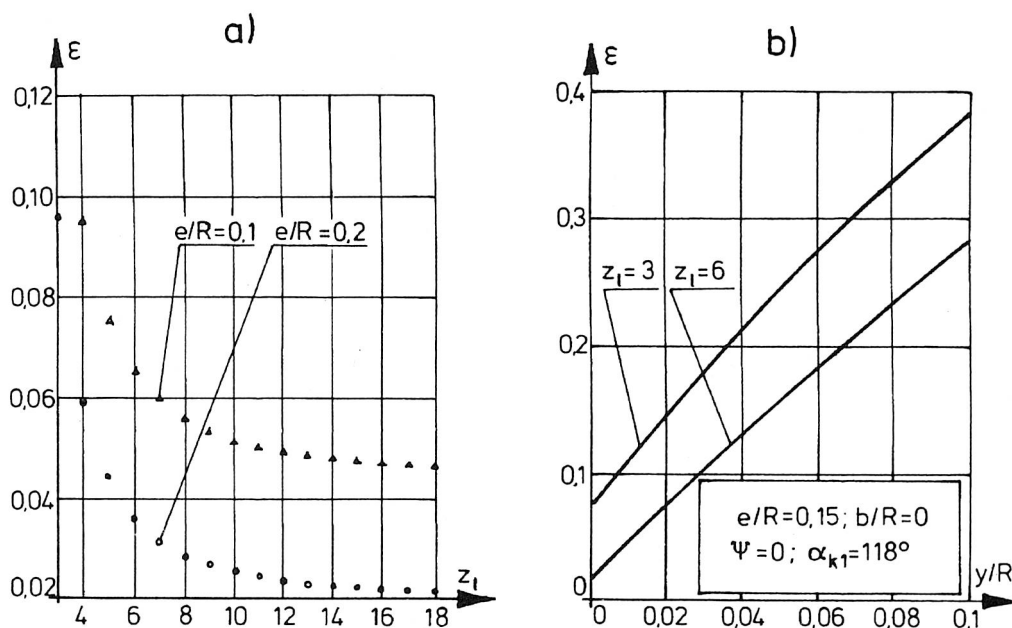
Rys. 8.9. Zależność względnej wydajności sprężarki od: a) α_{k1} , b) e/R , c) z_l , d) y/R



Rys. 8.10. Zależność względnej mocy napędowej \bar{N}_k od: a) α_{k1} , b) z_i , c) y/R , d) Ψ



Rys. 8.11. Zależność względnej mocy napędowej \bar{N}_{ka} i \bar{N}_{kt} od: a) α_{k1} , b) z_1 , c) e/R



Rys. 8.12. Zależność względnej przestrzeni szkodliwej od: a) z_1 , b) y/R

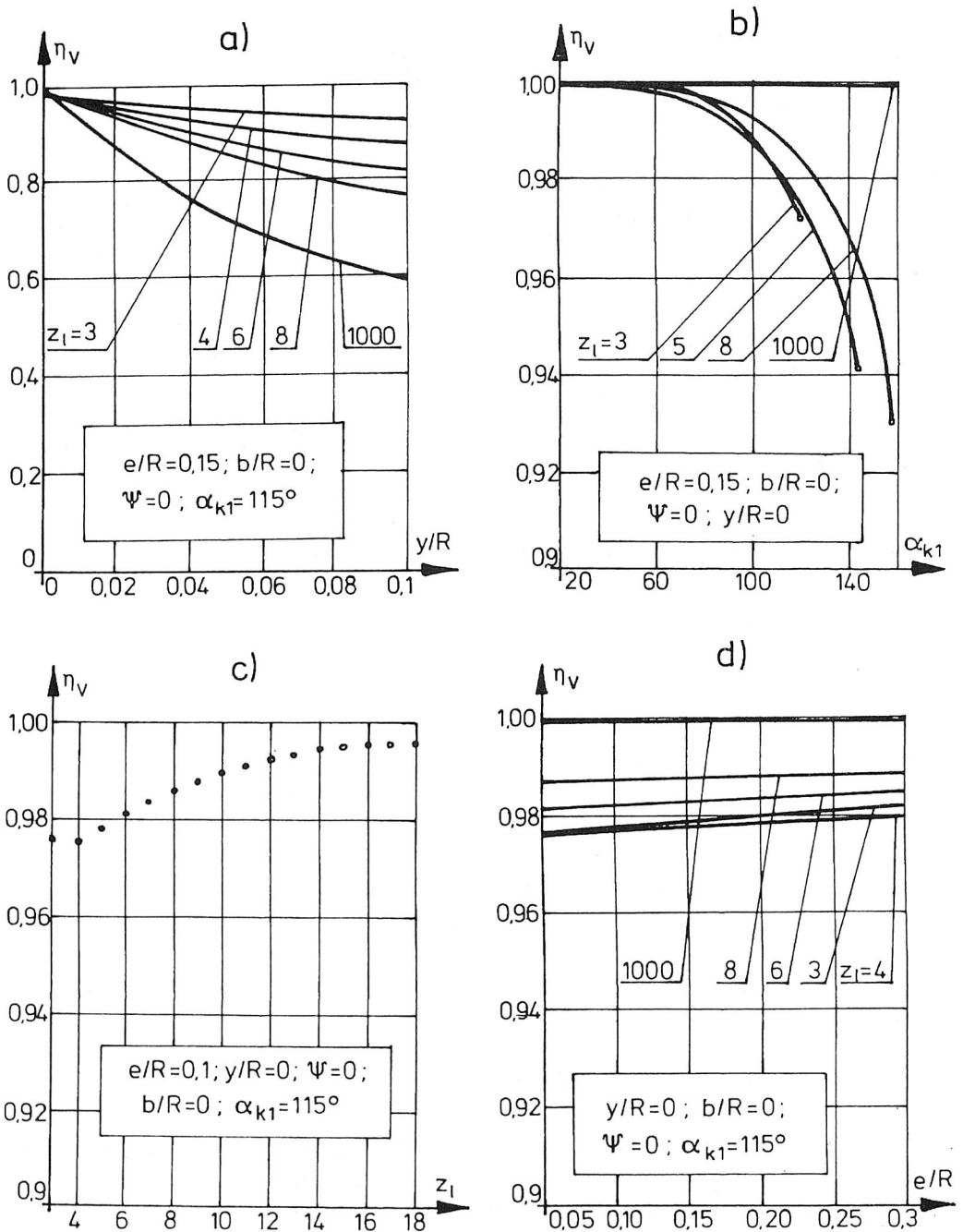
względnej \bar{m} (określonej dla maszyn kompresyjnych wzorem 7.22). Na rysunku 8.9 przedstawiono wyniki tych badań.

Moc napędowa sprężarek zależy od parametrów konstrukcyjnych i od sprężu zewnętrznego. Badania wpływu poszczególnych parametrów na moc można ograniczyć do badania ich wpływu na moc względną maszyn kompresyjnych omówioną w rozdziale 7. Na rysunku 8.10 przedstawiono określone przez autora zależności względnej mocy napędowej od α_{k1} , z_1 , y/R i ψ dla przypadku, gdy spręż zewnętrzny równy jest sprężowi wewnętrznemu. Natomiast na rysunku 8.11 przedstawiono zależność względnej mocy napędowej od α_{k1} , z_1 i e/R dla maszyn o sprężu zewnętrznym różniącym się od sprężu wewnętrznego.

Z porównania tych dużych grup wykresów wynika, że niedopasowanie sprężu wewnętrznego i zewnętrznego jest źródłem znacznego wzrostu mocy niezbędnej do napędu sprężarek.

W sprężarkach, w których $y > 0$, istnieje przestrzeń szkodliwa. Korzystając z zależności (7.30) dla maszyn kompresyjnych można określić wpływ niektórych parametrów konstrukcyjnych na wielkość względnej przestrzeni szkodliwej ε . Na rysunku 8.12 przedstawiono wyniki badania zależności ε od z_1 , e/R i y/R .

Jednocześnie maszyny te cechuje sprawność wolumetryczna η_v określana wzorami 7.31 i 7.32. Na rysunku 8.13 przedstawiono uzyskane przez autora na drodze nume-



Rys. 8.13. Zależność sprawności volumetrycznej η_v od: a) y/R , b) α_{k1} , c) z_l , d) e/R

rycznej wyniki badania zależności sprawności wolumetrycznej od α_{k1} , z_p , e/R i y/R . Najbardziej znaczący wpływ na wartość η_v ma wielkość szczeliny promieniowej.

8.4. Wielołopatkowe pompy próżniowe

Maszynom tego rodzaju poświęcono miejsce w [1, 22, 41, 44, 50, 60, 61, 87, 99, 100, 138, 140].

Pompy próżniowe wielołopatkowe używane są głównie na dwa sposoby:

- do szybkiego wstępnego usuwania gazu z zamkniętego zbiornika lub instalacji,
- do utrzymania w wydzielonej przestrzeni ustalonego ciśnienia $p_p < p_o$.

W przypadku pierwszym pompa kończy pracę, gdy uzyskane zostanie założone ciśnienie, a w przypadku drugim pompa pracuje tak długo jak długo ciśnienie musi być stabilizowane.

8.4.1. Zastosowanie wielołopatkowej pompy próżniowej do stabilizacji próżni

W dalszej analizie przyjęto, że maszyny te cechuje taki sam zbiór parametrów konstrukcyjnych jak wielołopatkowe sprężarki rotacyjne.

Niech będzie dana przestrzeń, w której ciśnienie gazu powinno wynosić $p_p < p_{ot}$, a temperatura ma wartość T_p (rys. 8.14). Aby mówić o stabilizacji próżni należy rozpatrywać sytuację, gdy do omawianego układu dopływają strumienie masy gazu o łącznej wydajności \dot{m} wynoszącej:

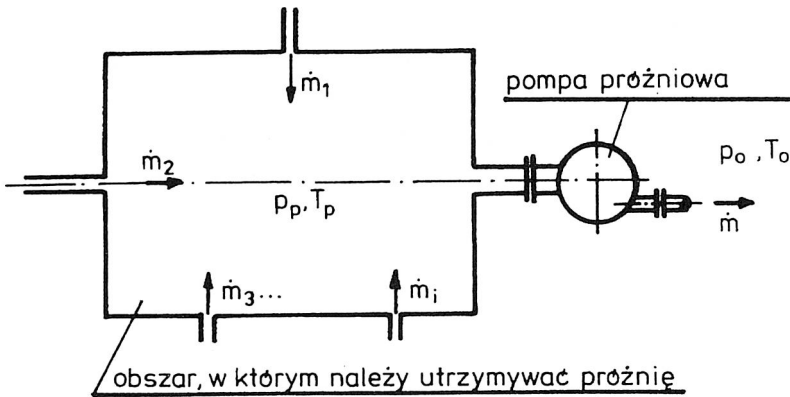
$$\dot{m} = \sum_i \dot{m}_i \quad (8.14)$$

a pompa próżniowa o tej samej wydajności usunie je (po sprężeniu do $p > p_{ot}$) na zewnątrz układu.

Praca pompy przy stabilizacji ciśnienia jest więc analogiczna do pracy sprężarki zasysającej gaz z obszaru, gdzie parametry termodynamiczne wynoszą p_p i T_p i tłoczącej gaz do zbiornika o nieskończonej objętości (otoczenie, w którym panuje ciśnienie p_{ot} i temperatura T_{ot}). Własności pompy próżniowej i cechy charakterystyczne procesu pompowania są więc takie same jak własności omawianych w 8.3 sprężarek. Podobnie jak tam, wśród doskonałych łopatkowych pomp próżniowych wyróżnia się pompy, w których sprężanie odbywa się adiabatycznie, izotermicznie, a niekiedy i politropowo. Uwzględniając te fakty można dla pompy wielołopatkowej określić:

- spręż zewnątrzny σ_{pz} :

$$\sigma_{pz} = \frac{p_o}{p_p} = \sigma_{kz} \quad (8.15)$$



Rys. 8.14. Schemat układu, w którym stabilizowana jest próżnia

- wydajność pompy próżniowej \dot{m}_p :

$$\dot{m}_p = R^2 L \frac{P_p}{R_i T_p} n_{ob} \bar{m}_p \quad (8.16)$$

gdzie \bar{m}_p – względna wydajność wielołopatkowej pompy próżniowej, obliczana ze wzorów (7.22) lub (7.186).

- moc napędową pompy N_p :

$$N_p = R^2 L p_p n_{ob} \bar{N}_p \quad (8.17)$$

gdzie \bar{N}_p – względna moc napędowa obliczana ze wzorów (7.26), (7.28), (7.191) i (7.192).

- współczynnik wydajności jednostkowej V_{uj} :

$$V_{uj} = \frac{\dot{V}_{up}}{|N_p|} \quad (8.18)$$

gdzie \dot{V}_{up} – wydajność wielołopatkowej pompy próżniowej wyrażona w [m³u/s].

Zależność tych wielkości od parametrów konstrukcyjnych przedstawiono na wykresach na rys. 8.9–8.13.

8.4.2. Zastosowanie wielołopatkowej pompy próżniowej do usuwania gazu z zamkniętego zbiornika

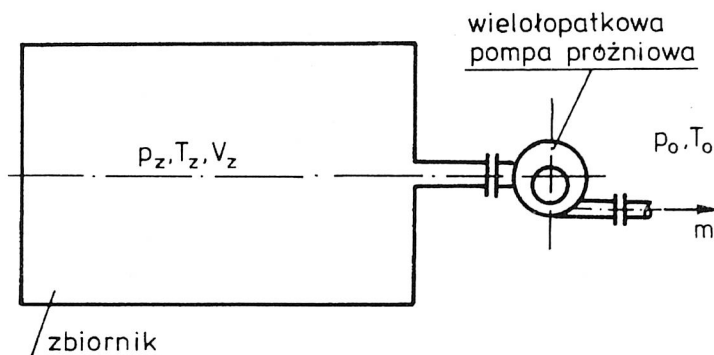
Usuwanie gazu z zamkniętego zbiornika, którym często jest instalacja przemysłowa przygotowywana do napełnienia specjalnym czynnikiem roboczym (np. freonem), za pomocą wielołopatkowej pompy próżniowej jest procesem różniącym się nieco od procesu omawianego w 8.4.1. Różnica polega na tym, że ciśnienie gazu po stronie ssania (rys. 8.15) jest zmienne i w czasie pracy pompy spada. Jest to więc proces, w którym zewnętrzny stopień sprężania ulega zmianie, gdyż parametry otoczenia pozostają zazwyczaj stałe. Łopatkowe maszyny kompresyjne cechują się przestrzenią szkodliwą i dzięki niej część czynnika o parametrach takich jak na tłoczeniu (tj. p_o i T_o) powraca do przestrzeni ssania. Ilość czynnika zamykana w komorze roboczej m_{ss} dla $\varphi = \varphi_{k4}$ wraz ze spadkiem ciśnienia maleje. Wynosi ona:

$$m_{ss} = R^2 LZ_K(\varphi_{k4}) \frac{p_p}{R_i T_p} \quad (8.19)$$

Natomiast przy stałych parametrach otoczenia ilość czynnika powracającego do przestrzeni ssania jest stała i wynosi:

$$m_{st} = R^2 LZ_K(\varphi_{k2}) \frac{p_o}{R_i T_o} \quad (8.20)$$

W doskonałej wielołopatkowej pompie próżniowej, w której proces pompowania przebiega w czterech fazach (p. 8.3) obniżanie ciśnienia będzie zachodziło do momentu, gdy $m_{ss} = m_{st}$. Z równości tej wynika, że możliwa do osiągnięcia próżnia zależy od parametrów konstrukcyjnych pompy. Uzyskiwane ciśnienie wynosi:



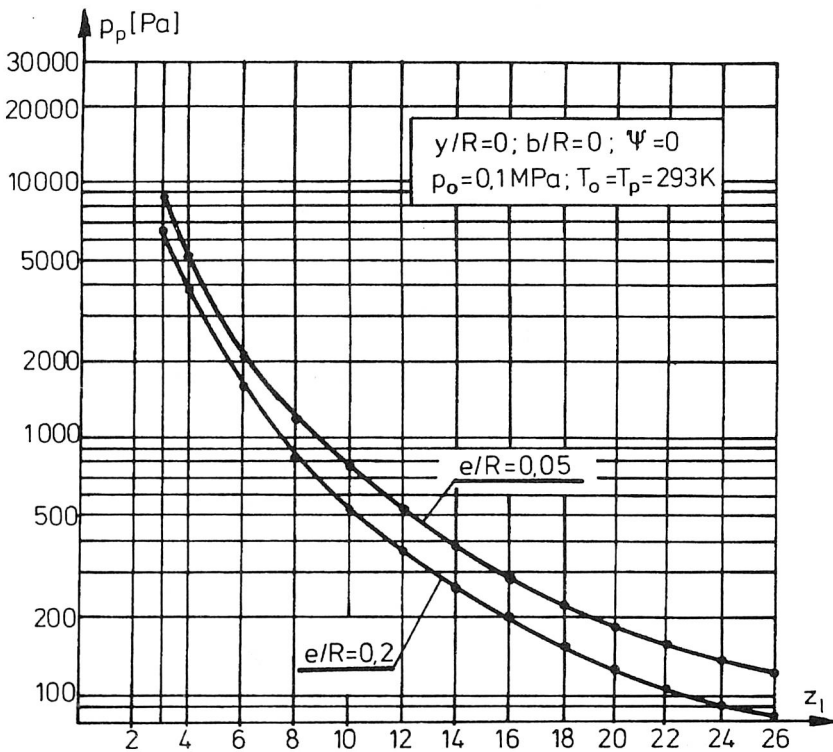
Rys. 8.15. Schemat układu, z którego usuwany jest gaz

$$p_p = p_o \frac{T_p Z_K(\varphi_{k2})}{T_o Z_K(\varphi_{k4})} \quad (8.21)$$

Na rysunku 8.16 przedstawiono graficznie zależność $p_p = f(z_l)$ dla wybranych parametrów konstrukcyjnych i przy ustalonych wartościach p_o , T_o i T_p . Z wykresu tego wynika, że kres dolny uzyskiwanego ciśnienia gdy $z_l \rightarrow \infty$ przyjmuje wartość 0.

Dynamika procesu „pompowania” zależy zarówno od własności wielołopatkowej pompy próżniowej (tj. od jej parametrów konstrukcyjnych) jak i od objętości przestrzeni, z której gaz jest usuwany. Dlatego chwilowe wartości wydajności i mocy napędowej oraz parametrów termodynamicznych opisujących stan gazu w zbiorniku stanowią charakterystykę układu zbiornik–pompa.

Niech będzie dany układ złożony ze zbiornika o objętości V i wielołopatkowej pompy próżniowej o znanych parametrach konstrukcyjnych. Przypuśćmy, że temperatury gazu w otoczeniu T_o i w zbiorniku T_z są sobie równe. Niech również temperatura czyn-



Rys. 8.16. Zależność minimalnego ciśnienia p_p , jakie można osiągnąć za pomocą doskonałej wielołopatkowej pompy próżniowej

nika powracającego do przestrzeni próżniowej wynosi T_o (rozprężanie izotermiczne). By określić jak zmienia się ciśnienie gazu podczas izotermicznego pompowania należy rozpatrzeć stan gazu podczas kolejnych napełnień komory roboczej. Na początku procesu w zbiorniku znajdował się gaz pod ciśnieniem p_{zo} i o temperaturze $T_{zo} = T_o$. Podczas pierwszego napełnienia komory ze zbiornika zabrany zostanie gaz w ilości:

$$m_{k1} = R^2 LZ_K(\varphi_{k4}) \frac{p_{zo}}{R_i T_o} \quad (8.22)$$

Natomiast z zewnątrz dopłynie:

$$m_{o1} = R^2 LZ_K(\varphi_{k2}) \frac{p_{ot}}{R_i T_o} \quad (8.23)$$

Łącznie ze zbiornika zostanie odprowadzone:

$$m_1 = m_{k1} - m_{o1} = \frac{R^2 L}{R_i T_o} [p_{zo} Z_K(\varphi_{k4}) - p_{ot} Z_K(\varphi_{k2})] \quad (8.24)$$

Gdy masa w zbiorniku o stałej objętości zmieni się w sposób odwracalny o Δm , to ciśnienie zmieni się o:

$$\Delta p = \Delta m \frac{R_i T_o}{V} \quad (8.25)$$

W zbiorniku ciśnienie spadnie więc do wartości:

$$p_{z1} = p_{zo} - m_1 \frac{R_i T_o}{V} = p_{zo} \left[1 - Z_K(\varphi_{k4}) \frac{R^2 L}{V} \right] + p_{ot} Z_K(\varphi_{k2}) \frac{R^2 L}{V} \quad (8.26)$$

Przy napełnianiu drugiej komory ciśnienie spadnie do:

$$p_{z2} = p_{zo} \left[1 - Z_K(\varphi_{k4}) \frac{R^2 L}{V} \right]^2 - p_{ot} Z_K(\varphi_{k2}) \frac{R^2 L}{V} \left\{ 1 + \left[1 - Z_K(\varphi_{k4}) \frac{R^2 L}{V} \right] \right\} \quad (8.27)$$

Przy i -tym napełnieniu ciśnienie w zbiorniku wyniesie:

$$p_{zi} = p_{zo} \left[1 - Z_K(\varphi_{k4}) \frac{R^2 L}{V} \right]^i + p_{ot} Z_K(\varphi_{k2}) \frac{R^2 L}{V} \left\{ 1 + \left[1 - Z_K(\varphi_{k4}) \frac{R^2 L}{V} \right] + \right.$$

$$+ \left[1 - Z_K(\varphi_{k4}) \frac{R^2 L}{V} \right]^2 + \dots + \left[1 - Z_K(\varphi_{k4}) \frac{R^2 L}{V} \right]^{i-1} \} \quad (8.28)$$

Przyjmując, że:

$$p_{z0} = p_o$$

oraz

$$i = z_l n_{ob} \tau \quad (8.29)$$

a także przekształcając równanie (8.28), w oparciu o tablice [61] można otrzymać wzór na ciśnienie gazu w zbiorniku po czasie τ od początku pompowania. Ma on postać:

$$p_p(\tau) = p_{ot} \left\{ \frac{Z_K(\varphi_{k4}) - Z_K(\varphi_{k2})}{Z_K(\varphi_{k4})} \left[1 - \frac{Z_K(\varphi_{k4})}{\bar{V}} \right]^{z_l n_{ob} \tau} + \left[\frac{Z_K(\varphi_{k2})}{Z_K(\varphi_{k4})} \right] \right\} \quad (8.30)$$

gdzie:

$$\bar{V} = \frac{V}{R^2 L} \quad (8.31)$$

to względna wielkość zbiornika, z którego usuwany jest gaz.

Przekształcając wzór (8.30) można otrzymać zależność określającą czas, po upływie którego ciśnienie w zbiorniku o względnej objętości \bar{V} osiągnie wartość p :

$$\tau = \frac{\ln \left[\frac{\frac{p}{p_o} Z_K(\varphi_{k4}) - Z_K(\varphi_{k2})}{Z_K(\varphi_{k4}) - Z_K(\varphi_{k2})} \right]}{z_l n_{ob} \ln \left[1 - \frac{Z_K(\varphi_{k4})}{\bar{V}} \right]} \quad (8.32)$$

Jak wynika z (8.21), ciśnienie p nie może przyjąć wartości niższej niż p_p . Chwilową wydajność pompy próżniowej można obliczyć z równania:

$$\dot{m}_p(\tau) = \frac{R^2 L}{R_i T_o} n_{ob} p_p(\tau) \bar{m}_p(\tau) \quad (8.33)$$

Występujące w tym wzorze ciśnienie $p_p(\tau)$ wyznacza się z (8.30), a wartość względnej wydajności $\bar{m}_p(\tau)$ wyniesie:

$$\bar{m}_p(\tau) = z_l \left[Z_K(\varphi_{k4}) - \frac{P_o}{p_p(\tau)} Z_K(\varphi_{k2}) \right] \quad (8.34)$$

Chwilową indykowaną moc napędową można określić ze wzoru:

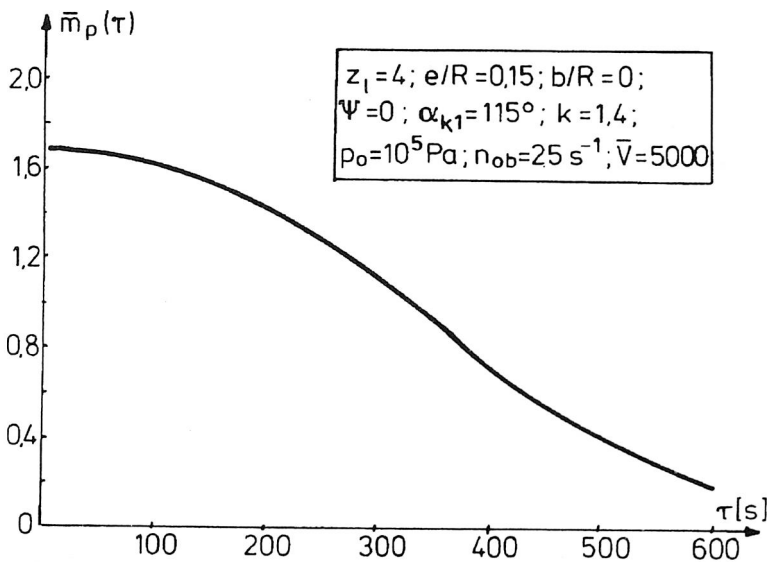
$$N_p = R^2 L n_{ob} p_p(\tau) \bar{N}_p(\tau) \quad (8.35)$$

gdzie $\bar{N}_p(\tau)$ – względna chwilowa moc napędowa wielołopatkowej pompy próżniowej o sprężaniu izotermicznym.

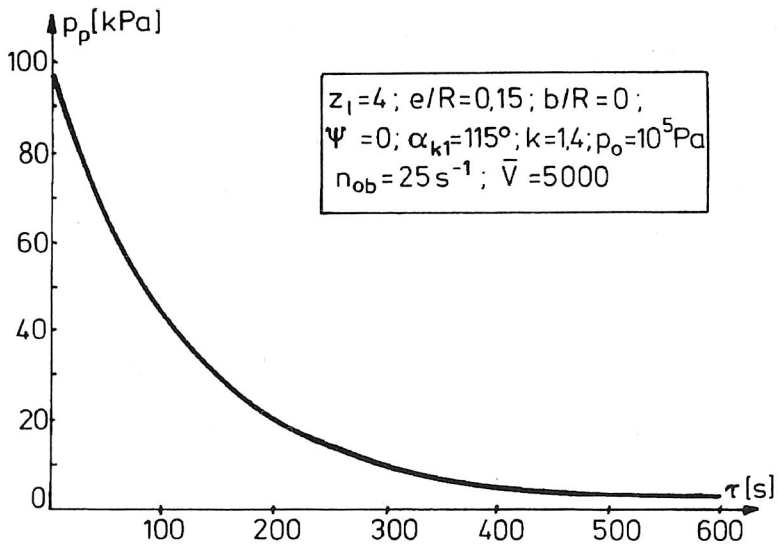
Wartość $\bar{N}_p(\tau)$ liczona jest ze wzoru (7.192), gdy za σ_{kz} podstawią się wyrażenie:

$$\sigma_{kz} = \frac{P_o}{p_p(\tau)} \quad (8.36)$$

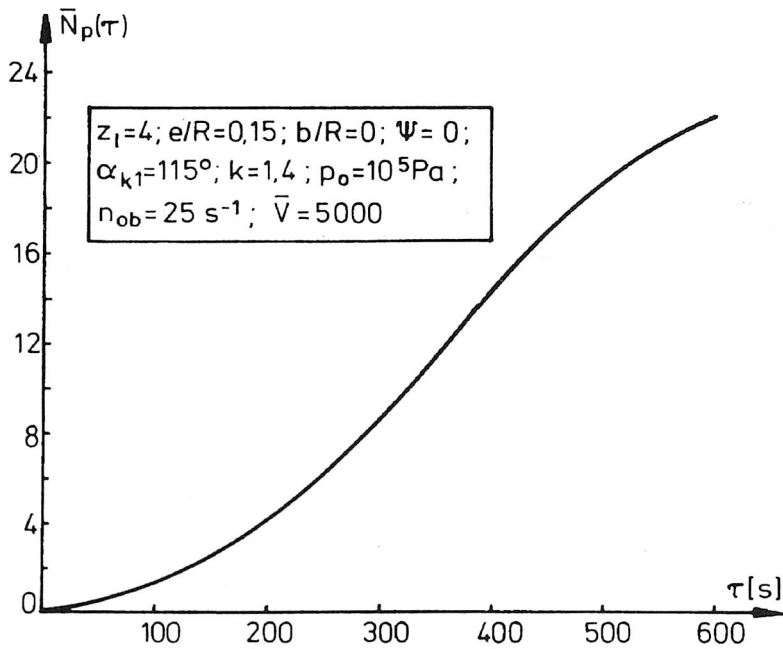
Na rysunkach 8.17–8.19 przedstawiono przykładowe zależności $p_p(\tau)$, $\bar{m}_p(\tau)$ i $\bar{N}_p(\tau)$ dla układu zbiornik–wielołopatkowa pompa próżniowa. Przy obliczaniu ciśnienia w zbiorniku zakładano, że średnia droga swobodna drobin jest dużo mniejsza niż wymiary zbiornika (liczba Knudsen $\gg 1$).



Rys. 8.17. Zależność p_p od czasu τ dla układu zbiornik–pompa



Rys. 8.18. Zależność względnej wydajności \bar{m}_p od czasu dla układu zbiornik–pompa



Rys. 8.19. Zależność względnej mocy napędowej od czasu τ dla układu zbiornik–pompa

Wielołopatkowe pompy próżniowe znalazły zastosowanie tam, gdzie zachodzi potrzeba utrzymywania próżni o wartości 93–97% lub niższej. Takim przykładem może być pompa dojarki mechanicznej, w której osiąga się próżnię ok. 50%. W pracach [44, 50, 51] autor przedstawił analizę wpływu parametrów konstrukcyjnych na wydajność i moc napędową takich maszyn.

8. 5. Podsumowanie

Przedstawiony w tym rozdziale opis wybranych maszyn wielołopatkowych miał za zadanie pokazanie wpływu parametrów konstrukcyjnych na ich moc i wydajność. Jednocześnie tablice i wykresy, będące wynikiem badań wybranych ŁMR mogą posłużyć do ich projektowania. Wstępny wybór poszczególnych parametrów pozwoli na pełną analizę pracy poszczególnych maszyn. W kolejnych podrozdziałach autor zwracał uwagę na te elementy opisu ŁMR, do których wniósł istotny jego zdaniem wkład. W przypadku silników są to zależności umożliwiające wyznaczenie optymalnych wartości kąta α_{e2} , optymalnych stopni rozprężania i sprawności egzergetycznej. W przypadku rozprężarek służących do obniżenia temperatury autor zwrócił uwagę na swoje badania tych maszyn, w których to pracach był on pionierem nie tylko w skali kraju.

Podczas omawiania sprężarek zwrócono uwagę na znacznie wyższą moc napędową tych maszyn, których spręż zewnętrzny różni się od sprężu wewnętrznego. Jest to fakt znany z literatury [60]. Jednak zamieszczone w pracy wykresy pozwalają ocenić wielkość tej mocy dla szerokiego zakresu zmian parametrów konstrukcyjnych. Analizując pompy próżniowe wielołopatkowe autor wyprowadził wzór wiążący parametry konstrukcyjne pompy i zbiornika z czasem pompowania i ciśnieniem w dowolnym momencie tego procesu, co pozwoli określić czas osiągnięcia zamierzonej próżni.

9. UWAGI KOŃCOWE

Łopatkowe maszyny rotacyjne mają trwałe i ciągle rozszerzające się pole zastosowań technicznych. Jednocześnie ich projektowanie odbywa się w oparciu o niezbyt dokładne formuły rachunkowe, które nie uwzględniają wielu procesów w nich występujących.

W pracy postawiono sobie za cel poznanie zjawisk, jakie zachodzą we wnętrzu łopatkowych maszyn rotacyjnych i podczas ich współdziałania z otoczeniem.

W tym celu dokonano weryfikacji istniejących metod opisu maszyn łopatkowych proponując odmienny od spotykanego sposób określania położenia komory roboczej oraz określając szereg zależności geometrycznych dla różnych schematów konstrukcyjnych. Wprowadzono funkcję $Z(\varphi)$ nazywaną względnym polem przekroju poprzecznego komory, która umożliwi wyznaczenie (z zadowalającą do celów projektowych dokładnością) objętości komory w dowolnym jej położeniu oraz położenia przy znanej objętości. Funkcja ta znajduje zastosowanie zarówno w odniesieniu do maszyn wielołopatkowych jak i jednołopatkowych. Analiza sił działających w zespole wirnik–łopatka–cylinder pozwala wyznaczyć siły tarcia. Jest ona funkcją położenia łopatki oraz parametrów konstrukcyjnych maszyny i prędkości obrotowej wirnika. Praca na pokonanie tarcia, przekształcając się w ciepło, stanowi składnik termodynamicznego współdziałania czynnika zawartego w komorze z jego otoczeniem. Przedstawione w rozdziale 4 zależności pozwalają określić wydajności i rozmieszczenie tribologicznych źródeł ciepła tarcia.

Siły czynne i bierne działające w ŁMR, których wyznaczenie możliwe jest za pomocą równań zawartych w rozdziale 4 mogą posłużyć do wytrzymałościowych obliczeń parametrów konstrukcyjnych oraz analizy dynamiki rozważanych maszyn.

Rozpatrując ruch czynnika roboczego wewnątrz ŁMR zwrócono szczególną uwagę na przepływy przez szczeliny. Duża liczba szczelin i ich różnorodność sprawia, że straty hydrauliczne wpływają znacząco na bilans energetyczny komory roboczej i są trudne do wyznaczenia. W pracy przedstawiono sposób obliczania poszczególnych strat hydraulicznych. Tam, gdzie jest to niezbędne, uwzględniono fakt, że ściany kanałów poruszają się względem siebie, co może zwiększać lub zmniejszać ilość przepływającego przez szczeliny gazu. Podstawowym sposobem przemieszczania się gazu w obrębie ŁMR jest jego ruch wraz z komorą roboczą wokół osi wirnika. Znajomość strumieni mas gazu wewnątrz maszyny pozwoliła na wyznaczenie masy m czynnika roboczego zawartego

w komorze w dowolnym jej położeniu. Funkcja $m = m(\varphi)$ jest określona przedziałami, różnymi dla różnych typów maszyn.

Do określenia charakteru przepływu gazu przez komorę roboczą autor zaproponował wprowadzenie wielu nowych pojęć, np. bezwymiarowego ułamka K_{ok} nazywanego kryterium dostępności komory roboczej lub stopnia stabilności masy gazu. Mogą one mieć znaczenie podczas analizy procesów termodynamicznych również w innych maszynach objętościowych.

Wymiana ciepła zachodząca w ŁMR obejmuje procesy związane z przekazywaniem ciepła tarcia oraz ciepła ze źródeł zewnętrznych (otoczenia). Autor omówił rozmieszczenie tribologicznych źródeł ciepła tarcia. Przedstawił sposób wyznaczenia temperatury trących się elementów oraz strumienie ciepła przekazywanego ciałom tworzącym parę cierną. Omówiony został również sposób wyznaczania średniej temperatury niektórych elementów konstrukcyjnych (np. cylindra). Parametr ten ma zasadnicze znaczenie przy rozpatrywaniu wymiany ciepła między czynnikiem roboczym a otoczeniem.

Osobnym problemem wymiany ciepła są zagadnienia związane z jego przejmowaniem przez czynnik zawarty w komorze roboczej. Autor zaproponował sposób analitycznego określania współczynnika wnikania ciepła od ścian komory do czynnika roboczego. Przedstawione zostały także wzory umożliwiające obliczenie całkowitej ilości ciepła jaką przejmie gaz w komorze.

Najważniejszym elementem podczas budowania modelu matematycznego dowolnej objętościowej maszyny energetycznej jest analiza procesów termodynamicznych realizowanych przez czynnik wewnątrz komory roboczej.

Przedstawiona w pracy termodynamika łopatkowych maszyn rotacyjnych zawiera opis idealnych modeli tych maszyn, a także analizę wpływu na ich własności tarcia mechanicznego, przecieków i wymiany ciepła pomiędzy czynnikiem roboczym a jego otoczeniem. Uwzględnienie tych czynników mające miejsce w wyprowadzonych zależnościach na parametry termodynamiczne gazu zawartego w komorze roboczej w dowolnym jej położeniu i na wylocie z maszyny, pozwala określić ze znacznie większą niż dotychczas dokładnością moc maszyn, ich wydajność i efektywność. Analizie poddano też wpływ ciśnienia w króćcach wlotowym i wylotowym na wspomniane wyżej wielkości. Wskazano też na istotny dla analizy termodynamicznej a nie doceniany w innych pracach wpływ szczeliny promieniowej na procesy zachodzące ŁMR. W przypadku, gdy jest ona bardzo mała zmianie ulega kształt wykresu indykatorowego maszyny w porównaniu z klasycznym kształtem tej zależności dla maszyn objętościowych.

Przedstawiony w rozdziale 7 model pozwala badać wpływ parametrów konstrukcyjnych na charakter pracy poszczególnych maszyn. Pełne badania tego wpływu, wymagające dużego nakładu czasu i środków wykraczają poza zakres rozprawy. Częściowe ich wyniki przedstawił autor w [53, 55], a także w rozdziale 8 niniejszej monografii.

Omówione zostały własności wielołopatkowych silników, rozprężarek, sprężarek i pomp próżniowych, a zwłaszcza wpływ takich parametrów konstrukcyjnych jak z_p , e/R ,

γ/R , α_{e2} , α_{k1} , ψ na moc uzyskiwaną w silniku, wydajność i moc napędową sprężarki, moc ziębniczą rozprężarki i czas pompowania w pompach próżniowych.

Biorąc pod uwagę omówiony częściowo w rozdziale 2 stan wiedzy z zakresu teorii ŁMR oraz rozważane przez autora i uwzględnione w opisie zjawiska i procesy wpływające na efektywność tych maszyn można stwierdzić, że zostały stworzone przesłanki do projektowania i budowy bardziej niezawodnych, energooszczędnych łopatkowych silników, sprężarek, rozprężarek i pomp próżniowych.

LITERATURA

- [1] Agromet–Archimedes FMR, *Urządzenia udojowe – instrukcja napraw*, WEMA, Warszawa 1985.
- [2] Anochin L.A., Voronin A.J., Levin E.M., *Cholodilno-gazovaja mašina*, Patent SSSR, nr 434234.
- [3] Anodin L.A., Voronin A.J., Levin E.M., Syromjatnikov V.V., Suslov A.D., *Cholodilno-gazovaja mašina*, Patent SSSR nr 363841.
- [4] Arharov A.M. i inni, *Technika niskich temperatur*, wyd. II, Energija, Moskva 1976.
- [5] Arharov A.M., *Kriogennyje poršnievyje dietandery*, Mašinostrojenije, Moskva 1974.
- [6] Bard O., Naik S., O’Callaghan P.W., Probert S.D., *Expansion Machine for a Low Power – Output Steam Rankine Cycle Engine*, Applied Energy 39 (1991) p. 93.
- [7] Barszcz Z., *Dynamic analysis of pneumatic vane motors*, Archiwum Budowy Maszyn, t. XXVII, Zeszyt 1, (1980) s. 25.
- [8] Bąkowski K., *Technologia gazownictwa*, WNT, Warszawa, 1966.
- [9] Bernkardt M., *Silniki spalinowe o tłokach obrotowych*, WKiŁ, Warszawa 1964.
- [10] Bickley D.J., *Design trends in radial piston and rotary vane air motors*, Fluid Power International, nr 2 (1973) p. 39.
- [11] Bielik N.P., Bieljajev N.M., Sandorov G.S., *Rasčet processa oporożnjenja gazovoj emkosti*, Inżenierno-fizičeskij Žurnal nr 9, (1964) s. 25.
- [12] Bieljak I.E., *Issledovanie rotacionnych kompressorov maloj cholodoproizvoditelnosti s katjaščimsja rotorom*, N-TOMP Latvijskoe Respublikanskoe Pravlenie, Riga 1958.
- [13] Bieżanow B.N., *Mechanizmy pneumatyczne*, PWT, Warszawa 1959.
- [14] Bjorck A., Dahlquist G., *Metody numeryczne*, PWN, Warszawa 1983.
- [15] Borisenko K.S., *Pnievmatičeskie dvigateli gornych mašin*, Ugletechizdat, Moskva 1958.
- [16] Bosee R., *Der Vielzellen – Rotationsverdichter Macht der Vielzellen – Rotationsverdichter dem herkömmlichen Kolbenverdichter die Stellung streitig?* Ki Klima – Kalte – Heizung nr 11 (1988) s. 472.
- [17] Branowski B., *Metalowe elementy sprężyste*, PWN, Warszawa 1988.
- [18] Bukowski J., Kijkowski P., *Kurs mechaniki płynów*, PWN, Warszawa 1980.
- [19] Bykov A.V., *Teplofizičeskie osnovy polučenija iskusstvennogo choloda*, Piščevaja promyšlennost, Moskva 1980.
- [20] Cavalleri., Tiarn W., Lewis L., *High displacement rotary vane compressor breathing analysis*, FED, Vol. 163, Fluid Machinery 1993.
- [21] Chorowski B., Werszko M., *Mechaniczne urządzenia automatyki*, wyd. IV, WNT, Warszawa 1990.
- [22] Chlumskij V., *Rotacionnyje kompressory i vakuum-nasosy*, Mašinostroenie, Moskva 1971.
- [23] Čičinadze A.V., *Rasčet i issledovanie vnešnego trenija pri tormożenii*, Nauka, Moskva 1979.

- [24] Čičinadze A.V., Braun E.D., Ginsburg A.G., Ignateva Z.V., *Rasčet, ispytanie i podbor frikcionnych par*, Nauka, Moskva, 1979.
- [25] Dejë M.E., *Techničeskaja gazodinamika*, Energija, Moskva 1974.
- [26] Dwojak Z., Gnutek Z., Kalinowski E., Szwadowski W., *Badanie i doskonalenie pracy modelu fizycznego skraplarki powietrza z rozprężarką rotacyjną oraz jej model matematyczny*. Raporty ITCiMP Pol. Wrocław. 1980. Ser. SPR 37, 112 s., 33 rys., 11 poz. bibl.
- [27] Eckert B., *Sprężarki osiowe i promieniowe*, PWT, Warszawa 1959.
- [28] Ferreira.T.S., Lilie D.E.B., Gasche J.L., Prata A.T., *Bicylindrical coordinate formulation for the leakage flow through the minimal clearance in a rolling piston compressor*, Proc. 1992 Internat. Compressor Engineering Conf. at Purdue, Vol. II, p. 393. West Lafayette, Indiana 1992.
- [29] Fischer R., *Feasibility study and hardware design of a pivoting- tip rotary vane compressor and expander applied to a solar driven heat pump*, Proc. Compressor Technology Conference Purdue Univ. West Lafayette 1978.
- [30] Fortuna Z., Macukow B., Wąsowski J., *Metody numeryczne*, WNT, Warszawa 1982.
- [31] Fukuta M., Yanagisava T., Shimizu T., *Analysis of beakage flow through clerance on rotar face in vane compressors*, Proceedings of the 1992 International Compressor Engineering Conference at Purdue Vol. IV, p. 1157, West Lafayette, Indiana 1992 .
- [32] Galar J., Kopeć M., *Maszyna z tłokiem brotowym, zwłaszcza silnik pneumatyczny*, Patent PRL nr 93089.
- [33] Galar J., Kopeć M., Charko R., *Maszyna z tłokiem obrotowym, zwłaszcza silnik pneumatyczny*, Patent tymczasowy PRL nr 94597.
- [34] Gerc E.W., *Napędy pneumatyczne*, WNT, Warszawa 1973.
- [35] Glanvall.V., *Rotary compressor*, UK Patent Application GB 2006432 A.
- [36] Głowiński J., Matynia A., Bechtold Z., Gnutek Z., *Zagospodarowanie energii z niskotemperaturowych nośników ciepła w przemyśle chemicznym*. Etap I. Raporty Inst. Technol. Nieorg. Pol. Wrocław. 1991, Ser. SPR nr 9.
- [37] Gnutek Z., *Mathematical model of a rotary expander with movable rotor blades. Model matematyczny łopatkowej rozprężarki rotacyjnej*. [w:] XV International Congress of Refrigeration. Refrigeration and the preservation of world resources. (Int. Inst. Refr.). Venezia, 23–29 Sept. 1979.
- [38] Gnutek Z., Lange G., *Badania układu chłodzącego z rozprężarką rotacyjną*. [w:] XI Zjazd Termodynamików. Materiały Zjazdowe. Cz. 1. Szczecin, Pol. Szczec. 1981, s. 135–138.
- [39] Gnutek Z., Kalinowski E., *Use of rotary blade compressor and expander in the refrigeration cycles. Zastosowanie sprężarki rotacyjnej w obiegach chłodniczych*. [w:] Proceedings of the 1986 International Compressor Engineering Conference at Purdue. ARI, ASHRARE ASME. West Lafayette, Indiana, USA, August 4–7, 1986. Vol. 3 s. 1026–1034.
- [40] Gnutek Z., *Analiza procesu tarcia mechanicznego w maszynach rotacyjnych*. [w:] Zagadnienia energetyczne w mechanice. I Sympozjum. PTMTS Oddz. w Bielsku Białej. Zbiór referatów, Bielsko-Biała, 1987, s. 77–86.
- [41] Gnutek Z., *Analiza wpływu parametrów konstrukcyjnych na wydajność wielołopatkowej rotacyjnej pompy próżniowej*. [w:] Zagadnienia energetyczne w mechanice. II Sympozjum. PTMTS Oddz. w Bielsku-Białej, Zbiór referatów, Bielsko-Biała, 1989, s. 53–60.
- [42] Gnutek Z., *Wpływ parametrów konstrukcyjnych na własności doskonałych łopatkowych silników rotacyjnych*. XIV Zjazd Termodynamików. Materiały konferencyjne. Z. 1. Kraków, AGH 1990 s. 209–216.

- [43] Gnutek Z., Łuczak M., *Wpływ przecieków wewnętrznych na prace łopatkowych maszyn rotacyjnych*. [w:] Zagadnienia energetyczne w mechanice. III Sympozjum. PTMTS Oddz. w Bielsku-Białej, Zbiór referatów. Bielsko-Biała, 1991 s. 81–86.
- [44] Gnutek Z., Kalinowski E., *Analysis of operation of multisliding-vane vacuum pumps. Analiza pracy wielołopatkowych pomp próżniowych*. [w:] Proceedings of the 1992 International Compressor Engineering Conference at Purdue. Purdue University. West Lafayette, Indiana, USA, July 14–17, 1992. Vol. 1. Ed. James. Hamilton s. 47–54.
- [45] Gnutek Z., Kalinowski E., *Some aspects of describing processes in slidingvane rotary machines. Niektóre aspekty opisu procesów w łopatkowych maszynach rotacyjnych*. [w:] Proceedings of the 1992 International Compressor Engineering Conference at Purdue. Purdue University. West Lafayette, Indiana, USA, July 14–17, 1992. Vol. 4. Ed. James F. Hamilton s. 1199–1205.
- [46] Gnutek Z., Kalinowski E., Krawczyk A., *Metoda doboru czynnika roboczego do odpadowego źródła ciepła w urządzeniach z ORC*. [w:] XV Zjazd Termodynamików. Gliwice – Kokotek, [13–17] wrzesień 1993. T. 1. Materiały konferencyjne. s. 195–204.
- [47] Gnutek Z., *Określenie własności termodynamicznych łopatkowej rozprężarki rotacyjnej do skraplania azotu*. Komunikaty Inst. Tech. Ciepl. Pol. Wrocław. 1976, nr 267, Wrocław 1976.
- [48] Gnutek Z., *Termodynamiczne równania stanu ciał rzeczywistych*. Komunikaty Inst. Tech. Ciepl. Pol. Wrocław. 1977, nr 350, Wrocław 1977.
- [49] Gnutek Z., *Tablice miary objętości komory roboczej łopatkowych maszyn rotacyjnych*. Raporty Inst. Tech. Ciepl. Pol. Wrocław. 1986, Ser. SPR nr 48.
- [50] Gnutek Z., *Termodynamiczna analiza pracy wielołopatkowej pompy próżniowej vp-70 pod kątem doboru optymalnych parametrów konstrukcyjnych ze względu na zwiększenie jej wydajności*. Raporty Inst. Tech. Ciepl. Pol. Wrocław. 1988, Ser. SPR nr 32.
- [51] Gnutek Z., *Opracowanie wyników badań dojarkowych pomp próżniowych oraz analiza procesów mających wpływ na moc w pompach vp-70 i vp-200*. Raporty Inst. Tech. Ciepl. Pol. Wrocław. 1990, Ser. SPR nr 30.
- [52] Gnutek Z., *Analiza procesów termodynamicznych w łopatkowych maszynach rotacyjnych. Cz. 1. Geometryczny opis maszyn*. Raporty Inst. Tech. Ciepl. Pol. Wrocław. 1991, Ser. SPR nr 24.
- [53] Gnutek Z., *Analiza procesów termodynamicznych w łopatkowych maszynach rotacyjnych. Cz. 2. Doskonale wielołopatkowe maszyny rotacyjne*. Raporty Inst. Tech. Ciepl. Pol. Wrocław. 1991, Ser. SPR nr 29.
- [54] Gnutek Z., *Analiza procesów termodynamicznych w łopatkowych maszynach rotacyjnych. Cz. 3. Tarcie mechaniczne i przecieki wewnętrzne w maszynach łopatkowych*. Raporty Inst. Tech. Ciepl. Pol. Wrocław. 1991, Ser. SPR nr 31.
- [55] Gnutek Z., *Geometryczny opis i analiza procesów tarcia, przepływów i sprężania w jedno i dwułopatkowych maszynach rotacyjnych*. Raporty Inst. Tech. Ciepl. Pol. Wrocław. 1992, Ser. SPR nr 3.
- [56] Gnutek Z., *Termodynamiczna analiza procesów ze zmienną ilością czynnika w łopatkowych maszynach rotacyjnych. Cz. 2. Opis zjawisk cieplnych i przepływowych zachodzących w komorach roboczych*. Raporty Inst. Tech. Ciepl. Pol. Wrocław. Ser SPR nr 23.
- [57] Gnutek Z., Kalinowski E., Lange G., Stefanicka A., *Wykorzystanie niskotemperaturowych źródeł ciepła do realizacji obiegu C-R z czynnikiem niskowrzącym*, Raporty ITCiMP Pol. Wrocław. 1994. Ser SPR nr 33.
- [58] Gnutek Z., Kalinowski E., *Application of the rotary-vane expander as the element of a refrigeration system*. Mat. Konf. XIX International Congress of Refrigeration, Haga 1995.

- [59] Godecker B., Lentz J., Parme Ch., *A rotary compressor for an aircraft pool cooling system – the final chapter*, Proc. 1992 Internat., Compressor Engineering Conf. at Purdue, vol. II, p. 383 West Lafayette, Indiana 1992.
- [60] Golovincov A.G., *Rotacionnye kompressory*, Mašinstroenie, Moskva, 1964.
- [61] Gradstejn I.S., Rižik I.M., *Tablicy integralov, summ, rjadov i proizvedenij*, Nauka, Moskva 1971.
- [62] Groszkowski J., *Technika Wysokiej Próžni*, wyd. II, WNT, Warszawa 1978 .
- [63] Gryboś R., *Podstawy mechaniki płynów*, PWN, Warszawa 1989.
- [64] Gundlach W.R., Czarnecki S., Kaczan B., *Wykresy entropowe dla powietrza, spalin i produktów zgazowania węgla*, Ossolineum, 1990.
- [65] Gnutek Z., *Wybrane problemu wymiany ciepła w łopatkowych maszynach rotacyjnych*. [w:] Materiały IX Sympozjum Wymiany Ciepła i Masy, Augustów 1995.
- [66] Hayashi K., *Sliding-vane Type Rotary Compressor*, UK Patent Application GB 2064654 A.
- [67] Hirano T., Sakitani K., *Finite element method analysis of leakage flow in the narrow clearance between the rotor and side plates of a sliding vane rotary compressor*, Proceeding of the International Compressor Engineering Conference at Purdue p. 305, West Lafayette, Indiana 1978.
- [68] Hsieh W.H., Wu T.T., Yeh C.L., Kuo K.K., *Numerical simulation of gas dynamic and heat-transfer processes in two-stage, very high-pressure gas compressors*, Proc. 1992 Internat. Compressor Engineering Confer. at Purdue, vol. I, p. 289. West Lafayette, Indiana 1992.
- [69] Huang F.F., *Engineering thermodynamics*, Macmillan Publishing Co.,Inc., New York 1976.
- [70] Huang Y.M., *Optimization of the heat exchanger for the ratio-cooler air conditioning system*, ASME, Pressure Vessels and Piping 140 p. 13, New York 1988.
- [71] Ilčev A.S., *Sobranije Trudov*, Ugletechizdat, Moskva 1953.
- [72] Jacazio G., Piombo B., *Indagine teorico-sperimentale sulle prestazioni di un motore pneumatico a palette*, Oleodinamica Pneumatica nr 1 (1980.) p. 49.
- [73] Jaminskij V.V., *Rotornye kompressory*, Mašgiz, Moskva 1960.
- [74] Jeżowiecka-Kabsch K. i in., *Mechanika płynów*, wyd. II, Wyd. Pol. Wrocł. Wrocław 1984.
- [75] Jiang Z., Li H., Dong Z., *The mathematical model of rolling piston compressor and its application*, Proc. 1992 International Compressor Engineering Conference at Purdue, vol. II, p. 705, West Lafayette, Indiana 1992.
- [76] Kakuda M., Koda T., Kitora Y., *Fundamental study of high-efficiency rolling-piston-type compressor for refrigerators*, Proc. 1992 International Compressor Engineering Conf. at Purdue, Vol. III p. 809; West Lafayette, Indiana 1992.
- [77] Kalinowski E., *Termodynamika*, Wyd. PWr., Wrocław 1994.
- [78] Kalinowski E., *Przekazywanie ciepła i wymienniki*, OW PWr., Wrocław 1995.
- [79] Kirillin V.A., Sycev V.V., Sejdlin A.E., *Techničeskaja termodynamika*, Nauka, Moskva 1979.
- [80] Korecki Z., *Maszyny i urządzenia górnicze*, Cz. I. Wyd. III, Wyd. “Śląsk”, Katowice 1979.
- [81] Krejmer N.G., *Rotacionnyje kompressory dlja chłodilnych ustanovok*, GITL, Moskva 1959.
- [82] Kruse H., *Experimental investigations on rotary vane compressors*, Proc. 1982 Purdue Compressor Technology Conf. p. 382, West Lafayette, Indiana 1982.
- [83] Krutov V.I., *Techničeskaja termodynamika*, Vysšaja škola, Moskva 1991.
- [84] Lawrowski Z., *Tribologia*, PWN, Warszawa 1993.

- [85] Lee K.S., Kim W.S., Kim K.Y., Kim Ch.H., *A Study of the Leakage Performance for the Plain Seal with Injection*, Proc. 1992 International Compressor Engineering Conf. at Purdue, Vol. I, p. 229. West Lafayette, Indiana 1992.
- [86] Lindemann H., Kaiser H., Kuever M., Kruse H., *Optimization of a special shaped rotary vane compressor-comparison of theoretical and experimental results*, Proc. Compressor Technology Conference, Purdue Univ., West Lafayette 1978.
- [87] Lubenec V.D., *Někotorye voprosy rasčeta i metodiki issledovanij rotacionnyh plastinčatych vakuum-nasosov*, Teploenergetika nr 1, 1955, s. 44.
- [88] Machaldiani V.V., *Issledovanija v oblasti dvigatelej vnutrennego sgoranija i s vnešnim podvodom tepla*, Mecnereba, Tbilisi, 1985.
- [89] Machu E., *Valve throtling, its influence on compressor efficiency and gas temperatures*. Part I and II., Vol. I, p. 167, Proc. 1992 International Compressor Engineering Confer. at Purdue, West Lafayette, Indiana 1992.
- [90] Mamontov M.A., *Někotorye slučai tečenija gaza po trubam, nasadkam i protočnym sosudam*, GIOP, Moskva 1951.
- [91] Mamontov M.A., *Voprosy termodinamiki tiela pieremiennoj massy*, Oborongiz, Moskva 1961.
- [92] Matwiejew N.M., *Metody całkowania równań różniczkowych zwyczajnych*, PWN, Warszawa 1972.
- [93] Michajlov A.K., Vorosilov V.P., *Kompressornye mašiny*, Energoatomizdat, Moskva 1989.
- [94] Miller A., *Teoria maszyn wirnikowych*, W.P.W., Warszawa 1989.
- [95] Milowanow W.I., Limar W.S., *Dynamic analysis and geometrical optimization of the details of rotary compressor with rolling piston*, Proc. 1992 International Compressor Engineering Conf. at Purdue, Vol. IV. p. 1351. West Lafayette Indiana 1992.
- [96] Milowanow W.I., Limar W.S., *Untersuchung der Dynamik des hermetischen Unlaufkolben-verdichters*, Luft – und Kaltetechnik nr 4 (1988) s. 187.
- [97] Molenda J., *Gaz ziemny*, Wyd. II, WNT, Warszawa 1993.
- [98] Moračevskij A.G., Sładkov I.B., *Fizikochimičeskije svojstva molekularnyh nieorganičeskich sojedinenij*. Chimija, Leningrad 1987.
- [99] Myšljajew L.V., *Issledovanie raboty plastinčatogo vakuum-nasosa*. M.V.T.U., Moskva 1955.
- [100] Mželskij N.I., *Vakuumnyje nasosy dlja doil'nyh ustanovok*, Mašinostrojenije, Moskva 1974.
- [101] Nowotny S., *Progress Archived in refrigerating machinery and trends for further development*, Proc. XVIII-th International Congress of Refrigeration, Paper nr 193, Montreal, 1991.
- [102] Ochęduszek S., *Teoria maszyn cieplnych*, t. II, wyd. II, PWT, Warszawa 1961.
- [103] Ochęduszek S., *Termodynamika stosowana*, wyd. III, WNT, Warszawa 1970.
- [104] Ooi K.T., Wong T.N., Kwek E.C., *A real gas simulation of a refrigeration compressor and its performance comparison for CFCs and non-CFCs*, Proc. 1992 Internation. Compressor Engineering Conf. at Purdue Vol. III p. 797, West Lafayette, Indiana 1992.
- [105] Osiński Z., *Mechanika ogólna*, PWN, Warszawa 1994.
- [106] Padhy S.K., *Heat transfer model of a rotary compressor*, Proc. 1992 Internat. Compressor Engineering Confer. at Purdue, Vol. IV, p. 1405. West Lafayette Indiana 1992.
- [107] Park J., Lee W., Kim H., *Efficiency improvement of inverter rotary compressor by the optimal design of vane*, Proc. 1992. Internat. Compressor Engineering Conf. at Purdue, vol. II, p. 645. West Lafayette, Indiana 1992.
- [108] Perycz S., *Turbiny parowe i gazowe*, Ossolineum, Wrocław – Warszawa – Kraków 1992.

- [109] Peschel M., Riedel C., *Poliptymalizacja*, WNT, Warszawa 1979.
- [110] Pietrzakiewicz T., Górniak J., Szozda Z., *Napędy i sterowanie pneumatyczne*, WNT, Warszawa 1965.
- [111] Petričenko.M., Onosovskij V.V., *Rabočie processy poršnevyh mašin*, Mašinostroenie, Leningrad 1972.
- [112] Platzer B., Plot A., Maurer G., *Thermophysical Properties of Refrigerants*, Springer – Verlag, Berlin 1990.
- [113] Plastinin P.I., *Teorija i rasčet poršnevyh kompressorov*, Agropromizdat, Moskva 1987.
- [114] Podčufarov B.M., *Nekotoryje voprosy teorii pnevmatičeskich servomechanizmov pri učete teplo-obmena v rabočih polostjach privoda i truboprovodach*, Izv. V.U.Z., Mašinostroenie nr 6, 1964, s. 134.
- [115] Praca zbiorowa, *Mały poradnik mechanika*, t. I i II, wyd. XVII, WNT, Warszawa 1988.
- [116] Prišniakov V.F., *O pokazatele termodinamičeskogo processa rasširenija gaza s podvodom tepla*, Inženerno-fizičeskij Žurnal nr 4, 1966, s. 487.
- [117] Reed W.A., Hamilton J.F. *Internal leakage effects in sliding vane, rotary compressors*, Proc. 1980, Purdue Compressor Technology Conf. p. 112, West Lafayette, Indiana 1980.
- [118] Ried.C., Prausnitz J.M., Sherwood T.K., *Svojstva gazov i židkостей*, wyd. III, Chimija, Leningrad 1982.
- [119] Rivkin S.L., *Termodinamičeskie svojstva gazov*, izd. III. Energija, Moskva 1973.
- [120] Robertson G.F., *Experimental and analytical study of a steam vane expander*, PhD. Thesis, Pennsylvania State University 1977.
- [121] Rogers G.F.C., Mayher Y.R., *Engineering Thermodynamics; Work and Heat Transfer*, Longman, London 1980.
- [122] Rosiński M., *Zagadnienia tarcia w silniku pneumatycznym lopatkowym*. Praca doktorska. Instytut Konstrukcji i Eksploatacji Maszyn Pol. Wrocław. Wrocław 1980.
- [123] Różycki W., *Teoria, obliczanie i analiza konstrukcyjna pneumatycznych silników wysuwkowych małej mocy*, Prace naukowo-badawcze Zakładów Konstrukcyjno-Mechanizacyjnych Przemysłu Węglowego. Zesz. 47, Śląsk, Katowice 1968.
- [124] Różycki W., Gębicki Z., *Silniki pneumatyczne*, Przegląd Mechaniczny, t. 25, nr 6 (1966), s. 168.
- [125] Rubinowicz W., Królikowski W., *Mechanika teoretyczna*, wyd. V, PWN, Warszawa 1978.
- [126] Rychter T., Teodorczyk A., *Modelowanie matematyczne roboczego cyklu silnika tłokowego*, PWN, Warszawa 1990.
- [127] Sakamaki H., Sugishita S., Horikoshi Y., *Sliding – vane rotary compressor*, UK Patent Application GB 2140089 A.
- [128] Sakun I.A., *Sprężarki śrubowe*, WNT, Warszawa 1964.
- [129] Shone D., *Efficiency of water and compressed air driven machines*, The South African Mechanical Engineer, Vol. 39, (1989) p. 65.
- [130] Simkin E.L., *Pnevmatičeskie ručnye mašiny v sudostroeni*, T.2, Sudostroenie, Moskva 1970.
- [131] Smirnow W.I., *Matematyka wyższa*, t. 1–4, PWN, Warszawa 1966.
- [132] Suslov A.D., *Koeficient podači rotacionnogo plastinčatogo kompressora*, Izv. VUZ. Mašinostroenie nr 4, 1959. s. 151.
- [133] Suslov A.D., *Mechaničeskie poteri v rotacionnyh kompressorach bez razgružočnyh kolec*, Chi-mičeskoe Mašinostroenie nr 3, 1960, s. 18.

- [134] Suslov A.D., *Mechaničeskie poteri v rotacionnom kompressore s razgružočnymi kolcami*. Izv. VUZ. Mašinostroenie, nr 10, 1959., s. 75.
- [135] Susłow G.K., *Mechanika teoretyczna*, PWN, Warszawa 1960.
- [136] Sapovalenko A.M., Jaminskij V.V., *Obsčaja schema rasčeta rabočego processa i opredelenie koefficienta podači rotornogo kompressora*, Trudy CNII, Transželdorizdat, nr 168, 1958, s. 239.
- [137] Szargut J., *Termodynamika techniczna*, PWN, Warszawa 1991.
- [138] Szarynger J., *Termodynamiczna ocena pomp próżniowych – teoria i badania doświadczalne*, Raporty PWr, I-20, Ser. PRE 53/92, Wrocław, 1992 (mat. nie publikowany).
- [139] Szenajch W., *Napęd i sterowanie pneumatyczne*, WNT, Warszawa 1992.
- [140] Teterjukov V.I., *Rotacionnye vakuum-nasosy i kompressory s židkostnym poršnem*, Mašgiz, Moskva 1960.
- [141] Todescat M.L., Fagotti F., Prata A.T., Ferreira.T.S., *Thermal energy analysis in reciprocating hermetic compressors*, Proc. 1992 Internat. Compressor Engineering Conf. at Purdue Vol. IV, p. 1419, West Lafayette, Indiana 1992.
- [142] Tojo K., Kan T., Arai A., *Dynamic behavior of sliding vane in small rotary compressors*, Proc. of the 1978 Purdue Compressor Technology Conf., p. 29. West Lafayette, 1978.
- [143] Tothoro D.L., Keeney D.F., *A rotary vane compressor for automotive air conditioning applications*, Proc. of the 1978 Purdue Compressor Technology Conf., p. 226. West Lafayette 1978.
- [144] Tramschek A.B., Ool K.T., *Technical note on the effects of suction chamber and cell interaction on the suction characteristics of a rotary vane compressor*, Proceedings of the 1992. International Compressor Engineering Conference at Purdue vol. IV. p. 1167, West Lafayette, Indiana 1992.
- [145] Tramschek A.B., Ool K.T., *Effects of port geometry, dimensions and position on the performance of a rotary compressor*, Proceedings of the 1992 International Compressor Engineering Conference at Purdue vol. IV. p. 1177, West Lafayette, Indiana 1992.
- [146] Tuliszka E., *Mechanika płynów*, PWN, Warszawa 1980.
- [147] Tuliszka E., *Sprężarki, dmuchawy, wentylatory*, wyd. II, WNT, Warszawa 1976.
- [148] Tuliszka E., *Termodynamika techniczna*, PWN, Warszawa – Poznań 1978.
- [149] Tuliszka E., *Turbiny cieplne*, WNT, Warszawa 1973.
- [150] Uzarowicz A., *Przenośne przyrządy pneumatyczne*, PWT, Warszawa 1957.
- [151] Vukalović M.P., Novikov I.I., *Uravnienia sostojanija realnych gazov*, GEI, Moskva 1948.
- [152] Wajand J., *Pomiary szybkościennych ciśnień w maszynach tłokowych*, WNT, Warszawa 1974.
- [153] Warczak W., *Sprężarki ziębnicze*, wyd. IV, WNT, Warszawa 1987.
- [154] Watanabe., Ohtani M., Hashizume N., *Rotary Compressors*, UK Patent Application GB 2008679A.
- [155] Willis D.A., Watson A.P., *Evaluation of composite vane materials for rotary sliding vane compressors*, Proc. 1976 Purdue Compressor Technology Conference. West Lafayette, Indiana 1976, s. 171.
- [156] Wiśniewski S., *Termodynamika techniczna*, wyd. II, WNT, Warszawa 1987.
- [157] Wiśniewski S., Wiśniewski T.S., *Wymiana ciepła*, wyd. III, PWN, Warszawa 1994.
- [158] Woźniak J., *Silnik z wirującym tłokiem*, Biuletyn Urzędu Patentowego nr 6 (528) z 1994, s. 25.
- [159] Xiuling Y., Zhiming Ch., Zhen F., *Calculating model and experimental investigation of gas leakage*, Proc. of the 1992 Intern. Compressor Conf. at Purdue vol. IV, p. 1249, West Lafayette, Indiana 1992.

- [160] Yuguan Z., Delu L., Yongge Y., Dingno D., Ziwen X., Pengcheng S., *Development of a new generation of sliding vane compressor*, Proc. 1992 Internat. Compressor Engineering Conf. at Purdue, vol. II, p. 413, West Lafayette, Indiana 1992.
- [161] Zeleneckij S.B., Rjabkov E.D., Mikerov A.G., *Rotacionnye pnevmatičeskie dvigateli*, Mašinstroenie, Leningrad, 1978.
- [162] Zinevič V.D., *Uravnenija dinamiki i termodinamiki poršnevych pnevmodvigatelej*, Izv. V.U.Z. Gornyj Žurnal nr 9, 1966., s. 103.
- [163] Hagge J. K., Junkhan G. H., *Mechanical Augmentation of Convective Heat Transfer in Air*, Journal of Heat Transfer, Nov. 1975, s. 516–520.
- [164] Lakshminarayana B., *Fluid Dynamics and Heat Transfer of Turbomachinery*, John Wiley & Sons Inc., New York 1996.
- [165] Madejski J., *Wymiana ciepła w turbinach cieplnych*, Ossolineum, Wrocław-Warszawa-Kraków-Gdańsk-Łódź 1988.

Spis treści

Wykaz ważniejszych oznaczeń	4
1. Wstęp	8
2. Gazowe łopatkowe maszyny rotacyjne	11
2.1. Podział i schematy konstrukcyjne ŁMR	11
2.2. Charakterystyka konstrukcyjna ŁMR	16
2.3. Zasada pracy ŁMR	16
2.3.1. Maszyny ekspansyjne	16
2.3.2. Maszyny kompresyjne	19
2.4. Problemy analizy pracy ŁMR i istniejące modele tych maszyn	22
2.4.1. Przyjęta metoda opisu ŁMR	22
2.4.2. Zjawiska związane z procesami konwersji energii w ŁMR i ich opis	24
2.4.3. Procesy elementarne występujące w ŁMR i ich sekwencje	26
2.5. Cel i zakres pracy	27
2.6. Teza pracy	27
3. Opis procesów zachodzących w ŁMR	28
3.1. Układy współrzędnych	28
3.2. Określenie wielkości geometrycznych	28
3.2.1. Określenie położenia punktów, łopatek i komory roboczej maszyn wielołopatkowych	30
3.2.2. Obliczanie długości odcinków, pól powierzchni i objętości komory roboczej maszyn wielołopatkowych	32
3.2.3. Opis geometryczny maszyn jednołopatkowych	38
3.3. Identyfikacja stanu termodynamicznego czynnika i procesów w ŁMR	43
3.4. Podsumowanie	45
4. Wybrane zagadnienia mechaniki łopatkowych maszyn rotacyjnych	46
4.1. Siły działające na układ wirnik–łopatka–cylinder w maszynach wielołopatkowych	46
4.1.1. Wyznaczenie masowych sił czynnych działających na łopatkę	46
4.1.2. Wyznaczenie sił czynnych działających na łopatkę a pochodzących od różnicy ciśnień	54
4.1.3. Wyznaczanie sił biernych działających na łopatkę	57
4.1.4. Praca na pokonanie sił tarcia łopatek o wirnik i cylinder	61

4.2. Siły występujące w maszynach jednołopatkowych	64
4.2.1. Siły czynne działające na układ wirnik–łopatka–cylinder w maszynie z łopatką ślizgającą się po wirniku	64
4.2.2. Wyznaczenie sił biernych i pracy na pokonanie tarcia	69
4.2.3. Siły czynne działające na układ wirnik–łopatka–suwak–kadłub w maszynie z krążącym wirnikiem i sztywno osadzoną na tulei łopatką	74
4.2.4. Siły bierne działające w maszynie z krążącym wirnikiem i sztywno osadzoną na tulei łopatką	78
4.3. Podsumowanie	82
5. Przepływ czynnika w gazowych objętościowych maszynach energetycznych	83
5.1. Charakterystyka zjawisk przepływu czynnika roboczego w maszynach energetycznych	83
5.2. Przepływ gazu przez szczeliny	85
5.2.1. Kształty szczelin i ich charakterystyki	85
5.2.2. Strumień gazu przepływającego przez nieruchomą szczelinę	87
5.2.3. Ruch gazu w szczelinie z ruchomą ścianą	91
5.3. Gazodynamiczna charakterystyka komory roboczej	93
5.3.1. Stopień geometrycznego otwarcia komory	93
5.3.2. Stopień hydraulicznego otwarcia komory	94
5.3.3. Kryterium dostępności komory przy napełnianiu i kryterium otwarcia przy wypływie	96
5.3.4. Stabilność masy gazu w komorze roboczej	96
5.4. Strumień gazów przepływających przez szczeliny w ŁMR	98
5.4.1. Szczeliny i ich wymiary w maszynach łopatkowych	98
5.4.2. Określenie strumieni masy gazu przepływających przez szczeliny	102
5.5. Ilość czynnika w komorze łopatkowej maszyny rotacyjnej podczas pełnego cyklu roboczego	110
5.5.1. Wielołopatkowa maszyna ekspansyjna	110
5.5.2. Wielołopatkowa maszyna kompresyjna	114
5.5.3. Jednołopatkowe maszyny kompresyjne	116
5.6. Podsumowanie	117
6. Wybrane zagadnienia wymiany ciepła w łopatkowych maszynach rotacyjnych	118
6.1. Uwagi wstępne	118
6.2. Tarcie mechaniczne i związane z nim źródła ciepła	119
6.2.1. Charakterystyka trących się elementów	119
6.2.2. Temperatura nominalnej powierzchni tarcia	123
6.2.3. Cykliczny proces tarcia	126
6.2.4. Temperatura cylindra i pokryw bocznych	128

6.3. Otoczenie jako źródło ciepła wymienianego z ŁMR	129
6.4. Wymiana ciepła między czynnikiem a ściankami komory roboczej	130
6.4.1. Oszacowanie współczynnika wnikania ciepła	130
6.4.2. Przejmowanie ciepła od wirnika	131
6.4.3. Przejmowanie ciepła od cylindra	133
6.4.4. Przejmowanie ciepła od łopatek	134
6.4.5. Przejmowanie ciepła od pokrywy bocznej	135
6.4.6. Całkowita ilość ciepła przejmowana przez gaz zawarty w komorze roboczej	135
6.5. Podsumowanie	136
7. Termodynamika komory roboczej	138
7.1. Idealne łopatkowe maszyny rotacyjne	138
7.1.1. Model czynnika roboczego	138
7.1.2. Uproszczenia przyjęte przy opisie procesów termodynamicznych realizowanych w pojedynczej komorze roboczej i w całej ŁMR	139
7.1.3. Idealna wielołopatkowa maszyna ekspansyjna	141
7.1.4. Idealna wielołopatkowa maszyna kompresyjna	151
7.1.5. Czynniki kształtujące termodynamiczne własności rzeczywistych łopatkowych maszyn rotacyjnych	159
7.2. Opis termodynamiczny układu o zmiennej ilości masy	159
7.3. Parametry termodynamiczne czynnika w komorze roboczej ŁMR	160
7.3.1. Napełnianie komory w maszynie ekspansyjnej	161
7.3.2. Podstawowe przemiany realizowane przez czynnik w zamkniętej komorze	164
7.3.3. Usuwanie czynnika z komory roboczej maszyny ekspansyjnej	171
7.3.4. Parametry czynnika w komorze w fazie sprężania	176
7.4. Wydajność, parametry wylotowe gazu i moc łopatkowych maszyn rotacyjnych zawierających przecieki i tarcie mechaniczne	182
7.4.1. Strumień masy czynnika przepływającego przez ŁMR	182
7.4.2. Parametry termodynamiczne gazu w króćcu wylotowym	185
7.4.3. Moc uzyskiwana i moc napędowa	187
7.5. Wpływ zmiany ciśnień w przestrzeniach wlotowych i wylotowych na własności ŁMR	191
7.5.1. Wewnętrzny stopień rozprężania i sprężania w silniku	191
7.5.2. Wpływ nierówności wewnętrznego stopnia rozprężania i sprężania oraz zewnętrznego stopnia rozprężania na moc maszyn ekspansyjnych	191
7.5.3. Wpływ nierówności zewnętrznego stopnia sprężania i stopni wewnętrznych na efektywność maszyn kompresyjnych	194
7.6. Wpływ szczeliny promieniowej na procesy zachodzące w komorze roboczej ŁMR w przypadku gdy $y \approx 0$	199

7.7. Podsumowanie	204
8. Przykłady opisu wybranych maszyn łopatkowych	207
8.1. Wielołopatkowe jednokierunkowe silniki rotacyjne	207
8.2. Łopatkowe rozprężarki rotacyjne	213
8.2.1. Obniżanie temperatury gazu w rozprężarce doskonałej	213
8.2.2. Moc ziębnicza rozprężarki	217
8.2.3. Obniżanie ciśnienia gazu w rozprężarce łopatkowej	217
8.3. Wielołopatkowe sprężarki rotacyjne	220
8.4. Wielołopatkowe pompy próżniowe	227
8.4.1. Zastosowanie wielołopatkowej pompy próżniowej do stabilizacji próżni ...	227
8.4.2. Zastosowanie wielołopatkowej pompy próżniowej do usuwania gazu z zamkniętego zbiornika	229
8.5. Podsumowanie	233
9. Uwagi końcowe	236
10. Literatura	239

SLIDING-VANE ROTARY MACHINERY

Developing selected issues of one-dimensional theory

The phenomena and processes taking place in sliding-vane rotary machinery are analyzed and described. The methods used so far to describe such machines have been verified. A new method has been proposed for determining the position of the working chamber, and a number of geometrical relationships have been defined for different constructional schemes of the sliding-vane rotary machinery. A function $Z(\varphi)$ has been introduced which facilitates the calculation of the working chamber volume in any position, for both single-vane and multi-vane machines.

It has been pointed to the importance of the radial clearance y between the rotor and cylinder, the magnitude of which has essential effect on the course of processes in the machinery under consideration. The effective and reactive forces acting in the rotor–vane–cylinder (slide) system have been analyzed, deriving relations for the work necessary to diminish friction forces. Considering the motion of the working medium inside the sliding-vane rotary machine, the flow through clearances has been analyzed. Some methods for calculating the gas flux in those clearances have been given. The relations have been derived which enable determination of the amount of medium in the working chamber in any position. As regards the heat exchange, attention has been mainly paid to tribological heat sources. Methods of determining both the temperature of friction elements (vane, cylinder, rotor) and the heat flux taken up by the gas inside the chamber and by the surroundings have been presented. There have been discussed ideal expansion and compression machines, i.e., those without friction, leakage, and with reversible processes due to the gas action. Taking into account large migration of the medium within the working chamber an attempt has been made to describe thermodynamic processes based on Mamontov's thermodynamics of systems of variable mass. Equations have been derived that describe pressure, temperature and amount of medium in the working chamber and at the outlet of the machine. The effect of varying values of pressure at the inlet and outlet connections on efficiency of the sliding-vane rotary machinery has been discussed. The results of investigations of the effect of constructional parameters on machine power, efficiency and pumping time have been presented.



PRACE NAUKOWE INSTYTUTU
TECHNIKI CIEPLNEJ I MECHANIKI PŁYNÓW
(wydane w latach 1990–1995)

- Nr 38, Monografie nr 16, E. Bodio, *Możliwości uogólnienia charakterystyk skroplarek kriogenicznych Linde–Hampsona działających w systemach otwartych*, Wrocław 1990
- Nr 39, Monografie nr 17, M. Lech, *Metoda radioizotopowa w metrologii przepływu dwufazowego*, Wrocław 1990
- Nr 40, Monografie nr 18, A. Bucewicz, *Termodynamiczna teoria procesów transportowych w porowatych materiałach budowlanych*, Wrocław 1990
- Nr 41, Monografie nr 19, A. Wanik, *Model matematyczny procesów ciepłno-przepływowych w płaszczowo-rurowych wymiennikach ciepła*, Wrocław 1991
- Nr 42, Monografie nr 20, Z. Królicki, *Dławienie dwufazowych czynników chłodniczych*, Wrocław 1991
- Nr 43, Monografie nr 21, K. J. Jesionek, *Analiza nieściśliwego przepływu dyfuzorowego i powstających strat*, Wrocław 1992
- Nr 44, Monografie nr 22, W. Rybak, *Szybkość spalania węgla i materiałów węglowych*, Wrocław 1993
- Nr 45, Monografie nr 23, J. Jędryszak, *Modelowanie zjawisk akustycznych w osiowych maszynach przepływowych*, Wrocław 1994
- Nr 46, Monografie nr 24, K. Wójs, *Przepływ rozcieńczonych roztworów wielkocząsteczkowych polimerów w przewodach gładkich i chropowatych*, Wrocław 1994
- Nr 47, Konferencje nr 8, *VIII Konferencja PNEUMA '94, Sterowanie i pomiary w przemyśle*, Wrocław 1994
- Nr 48, Monografie nr 25, H. Kudela, *Modelowanie zjawisk hydrodynamicznych metodami dyskretnych wirów*, Wrocław 1995
- Nr 49, Monografie nr 26, J. B. Gajewski, *Elektrostatyczna, bezkontaktowa metoda ciągłego pomiaru strumienia masy i średniej prędkości w przepływach dwufazowych gaz–ciało stałe*, Wrocław 1995





BIBLIOTEKA GŁÓWNA

308722L/1

Wydawnictwa Politechniki Wrocławskiej
są do nabycia w następujących księgarniach:
„Politechnika”
Wybrzeże Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław
budynek A-1 PWr., tel. (0-71) 320 25 34;
„Tech”
plac Grunwaldzki 13, 50-377 Wrocław
budynek D-1 PWr., tel. (0-71) 320 32 52
Prowadzimy sprzedaż wysyłkową

ISSN 0324-9387