PRACE NAUKOWE UNIWERSYTETU EKONOMICZNEGO WE WROCŁAWIU
Nr 60 — 2009
Inwestycje finansowe i ubezpieczenia – tendencje światowe a polski rynek

Monika Kośko
Wyższa Szkoła Informatyki i Ekonomii w Olsztynie

MODELE MS-GARCH W MODELOWANIU ZMIENNOŚCI SZEREGÓW CZASOWYCH RYNKU KAPITAŁOWEGO

1. Wstęp

Modele przełącznikowe typu Markowa z warunkową wariancją MS-GARCH pozwalają na modelowanie szeregów stóp zwrotu, w których można wyróżnić stany o różnych poziomach zmienności. Stany te mogą mieć charakter zarówno chwilowy, jak i długotrwały. Uwzględnienie odpowiedniego rozkładu warunkowego w modelach MS-GARCH umożliwia dodatkowo wyjaśnienie zjawisk powszechnie spotykanych w rozkładach stóp zwrotu, tj. skośność rozkładu, grube ogony rozkładu oraz leptokurtozę. Wykorzystanie specyfikacji, która łączy w sobie strukturę przełącznikową oraz strukturę warunkowej wariancji GARCH, powinno się przyczynić do lepszego opisu głównych charakterystyk stóp zwrotu szeregów rynków finansowych.

Celem artykułu jest porównanie własności modeli przełącznikowych MS-GARCH i tradycyjnych modeli GARCH na podstawie wybranych szeregów danych finansowych polskiego oraz zagranicznych rynków kapitałowych. Analiza tego typu została przeprowadzona m.in. w pracach Hamiltona i Susmela [1994], Klassena [2002] oraz Domana [2004].

2. Podstawy teoretyczne modelu MS-GARCH z różnym typem rozkładu warunkowego

Modele przełącznikowe typu Markowa zostały wprowadzone do literatury ekonometrycznej przez Hamiltona [1989], natomiast modele przełącznikowe z warunkową wariancją po raz pierwszy zostały wykorzystane w pracy [Hamilton, Susmel 1994]. W literaturze polskiej przykłady zastosowania modeli MS-GARCH można znaleźć w pracach [Doman, Doman 2004; Doman 2004; Włodarczyk, Zawada 2007; Kośko, Pietrzak 2007]. Pierwotnie modele te wykorzystano w badaniach nad cyklem koniunkturalnym, ponieważ w zjawisku tym można wyróżnić charakterystyczne podokresy (stany) w postaci faz cyklu. Podobnie jest w przypadku analizy zmienności, w której obserwuje się okresy o różnych poziomach wariancji warunkowej, tj. stany o niskiej lub o wysokiej zmienności.

Autoregresyjny model warunkowej wariancji z przełączeniem typu Markowa MS-AR-GARCH przedstawia się, podobnie jak modele warunkowej wariancji, w postaci dwóch równań: równania warunkowej średniej oraz równania warunkowej wariancji. Warunkowa średnia jest modelowana za pomocą procesu autoregresyjnego AR(p) o postaci[1]:

$$y_t = \alpha_0(s_t) + \alpha_1 y_{t-1} + \alpha_2 y_{t-2} + \ldots + \alpha_p y_{t-p} + \varepsilon_t(s_t), \tag{1}$$

$$\varepsilon_t(s_t) = u_t \sqrt{h_t(s_t)},\ u_t \sim IID(0,1), \tag{2}$$

gdzie s_t jest zmienną stanów z własnością Markowa I rzędu[2], $s_t \in \{1, 2, ..., i, j, ..., r\}$ wskazuje na stan, w którym znajduje się proces w chwili *t*, natomiast *r* oznacza liczbę stanów (reżimów) łańcucha. Warunkowa wariancja w modelu MS-AR-GARCH określona jest przez proces GARCH(q,s) o postaci:

$$h_t(s_t) = \beta_0(s_t) + \sum_{l=1}^{q} \beta_l \varepsilon_{t-l}^2 + \sum_{k}^{s} \gamma_k h_{t-k}, \tag{3}$$

$$\beta_0 > 0,\ \beta_l, \gamma_k \geq 0.$$

Model (1)-(3) opisuje proces, w którym dopuszczalne jest przełączenie w średniej $\mu(s_t)$ oraz w wariancji warunkowej $h_t(s_t)$.

Składnik losowy w modelu (1)-(3) może być modelowany za pomocą różnych rozkładów warunkowych. W modelowaniu finansowych stóp zwrotu wykorzystuje się rozkłady o różnych kształtach (własnościach) w celu jak lepszego opisu własności ich rozkładów. W niniejszym opracowaniu podjęto próbę charakterystyki stóp zwrotu za pomocą rozkładu normalnego, rozkładu *t-Studenta* oraz skośnego rozkładu *t-Studenta*.

Przyjmując za rozkład warunkowy[3] rozkład normalny, składnik losowy można opisać za pomocą następujących równań:

---

[1] $y_t = 100 \cdot [\ln(z_t) - \ln(z_{t-1})]$, gdzie z_t stanowi cenę danego instrumentu finansowego w okresie *t*.

[2] Zmienna S_t ma *własność Markowa*, jeżeli jej stan w okresie bieżącym jest zależny jedynie od stanu zmiennej z okresu poprzedniego, co zapisywane jest w postaci prawdopodobieństwa przejścia zmiennej stanów S_t:

$$\Pr(S_t = j \mid S_0 = i_0, S_1 = i_i, ..., S_{t-1} = i) = \Pr(S_t = j \mid S_{t-1} = i) = p_{ij}(t).$$

[3] W modelach klasy GARCH stosuje się różne postaci rozkładów warunkowych; do najbardziej popularny, oprócz rozkładu normalnego, zalicza się rozkład *t-Studenta* czy rozkład GED (*Generalised Exponential Distribution*). Omówienie postaci modeli GARCH z różnym typem rozkładu warunkowego można znaleźć w pracach: [Doman, Doman 2004; Pipień 2006; Brzeszczyński, Kelm 2002].

$$\varepsilon_t\left(s_t\right)=u_t\sqrt{h_t\left(s_t\right)},\ u_t\sim NID\left(0,1\right), \tag{4}$$

funkcja gęstości przyjmuje postać:

$$f\left(u_t\mid s_t\right)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_\varepsilon^2}}\cdot\exp\left[-\frac{\left(u_t\right)^2}{2\sigma_\varepsilon^2}\right], \tag{5}$$

oraz wektor szacowanych parametrów dla modelu MS(2)-GARCH(1,1):

$$\mathbf{\theta}_N=\left[\mu\left(s_t\right)\quad \alpha_1\quad \dots\quad \alpha_p\quad \beta_0\left(s_t\right)\quad \beta\quad \gamma\quad p_{11}\quad p_{22}\right], \tag{6}$$

$$s_t\in\left\{1,2\right\},$$

$\mathbf{P}=\begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22}\end{bmatrix}_{2\times 2}$ – macierz prawdopodobieństw przejścia, gdzie przykładowo p_{12} wskazuje na prawdopodobieństwo przejścia procesu w jednym kroku (z okresu *t*-1 do okresu *t*) ze stanu 1 do stanu 2.

Gdy rozkładem warunkowym w modelu (3) jest rozkład *t-Studenta* z zerową średnią, wariancją równą jeden oraz stopniem swobody $\nu>2$, wówczas:

$$\varepsilon_t\left(s_t\right)=u_t\sqrt{h_t\left(s_t\right)},\ u_t\sim t\left(0,1,\nu\right)', \tag{7}$$

funkcja gęstości ma postać:

$$f\left(u_t\mid\nu\right)=\frac{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}{\sqrt{\pi\left(\nu-2\right)}\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)}\left[1+\frac{u_t^2}{\nu-2}\right]^{-\frac{(\nu+1)}{2}}, \tag{8}$$

gdzie Γ jest rozkładem gamma, oraz wektor szacowanych parametrów dla modelu MS(2)-GARCH(1,1):

$$\mathbf{\theta}_t=\left[\mu\left(s_t\right)\quad \alpha_1\quad \dots\quad \alpha_p\quad \beta_0\left(s_t\right)\quad \beta\quad \gamma\quad p_{11}\quad p_{22}\quad \nu\left(s_t\right)\right]. \tag{9}$$

Liczba stopni swobody ν w modelu (7) stanowi parametr estymacji, który może być też parametrem przełączającym się między *r* stanami procesu. Dla stopni swobody $\nu>4$ wartość współczynnika kurtozy[4] jest zawsze większa od 3 (wartość kurtozy rozkładu normalnego), dlatego modele z rozkładem *t-Studenta* lepiej dostosowują się do zjawiska grubych ogonów rozkładu obserwowanych w rozkładach

---

[4] $\frac{3\left(\nu-2\right)}{\left(\nu-4\right)}$.

w stopach zwrotu finansowych szeregów czasowych. Gdy $\nu \to \infty$, wówczas rozkład *t-Studenta* dąży do rozkładu normalnego.

Jeżeli rozkładem warunkowym jest skośny rozkład *t-Studenta,* to składnik losowy dany jest wzorem:

$$\varepsilon_t\left(s_t\right)=u_t\sqrt{h_t\left(s_t\right)},\ u_t\sim t\left(\mu,\sigma^2,\xi,\nu\right)', \tag{10}$$

funkcja gęstości ma postać[5]:

$$f\left(u_t\mid\xi,\nu\right)=\frac{2\sigma}{\xi+\frac{1}{\xi}}\left\{g\left(\xi\left(\sigma u_t+\mu\right)\mid\nu\right)I_{\left(u_t<-\frac{\mu}{\sigma}\right)}+g\left(\frac{\sigma u_t+\mu}{\xi}\mid\nu\right)I_{\left(u_t\geq-\frac{\mu}{\sigma}\right)}\right\}, \tag{11}$$

gdzie:

$$\mu=\frac{\Gamma\left(\frac{\nu-1}{2}\right)\sqrt{\nu-2}}{\sqrt{\pi}\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)}\left(\xi-\frac{1}{\xi}\right), \tag{12}$$

$$\sigma^2=\left(\xi^2+\frac{1}{\xi^2}-1\right)-\mu^2, \tag{13}$$

$g\left(\cdot\mid\nu\right)$ − funkcja gęstości rozkładu symetrycznego, która jest odpowiednio przekształcana w obie strony w stosunku do wielkości dominanty (por. [Arellano-Valle, Gomez, Quintana 2003; Piontek 2005]),

ξ − parametr skośności, $\xi>0$, dla $\xi\in\left(0,1\right)$ otrzymuje się rozkład lewostronnie skośny, dla $\xi\in\left(1,\infty\right)$ rozkład prawostronnie skośny, alternatywnie parametr ten definiuje się jako $\xi'=\ln\left(\xi\right)$, co skutkuje powiązaniem znaku parametru z kierunkiem skośności,

$$I_i=\begin{cases}-1\ \ dla\ \ u_i\geq-\dfrac{\mu}{\sigma}\\ 1\ \ dla\ \ u_i<-\dfrac{\mu}{\sigma}\end{cases}. \tag{14}$$

W przypadku rozkładu *t-Studenta* mamy możliwość uzyskania rozkładów o grubszych ogonach niż w rozkładzie normalnym, w zależności od przyjętej liczby stopni swobody. Natomiast w rozkładzie skośnym *t-Studenta* otrzymujemy rozkłady o grubszych ogonach oraz o większej asymetrii niż w rozkładzie normalnym; uzależnione jest to odpowiednio od liczby stopni swobody oraz parametru skośności ξ.

[5] Zob. [Lambert, Laurent 2001].

Ze względu na występowanie tzw. ścieżki zależności (*path-dependence*, $\tilde{S}_t = \{S_t, S_{t-1}, ...\}$) w estymacji modeli przełącznikowych MS-GARCH wyróżnia się trzy podejścia, w zależności od zapisu równania warunkowej wariancji. Pierwszym podejściem jest propozycja Hamiltona i Susmela [1994], kolejnym − propozycja Graya [1996], Klassena [2002] i Davidsona [2004]. Wprowadzali oni do literatury odmienne sposoby na modelowanie warunkowej wariancji w modelu MS-GARCH. W niniejszym opracowaniu wykorzystano podejście Davidsona [2004], w którym równanie warunkowej wariancji zapisuje się jako model ARCH z nieskończonymi opóźnieniami.

3. Zastosowanie modeli MS-GARCH do analizy finansowych stóp zwrotu

W badaniu wykorzystano logarytmiczne stopy zwrotu głównych indeksów giełdowych polskiego rynku kapitałowego oraz wybranych indeksów rynków zagranicznych z okresu: 17.11.2000-31.07.2008. Początek badanego okresu wybrano ze względu na wprowadzenie systemu WARSET na GPW w Warszawie. Badaniu podlegały szeregi takich indeksów, jak: WIG, WIG20, DIJN, DAX, BUX, oraz indeksy branżowe polskiego rynku kapitałowego. Do szczegółowego omówienia wybrano szeregi indeksów WIG i DIJN (indeks giełdy amerykańskiej). Dla wymienionych szeregów zbudowano modele GARCH oraz MS-GARCH z różnymi rodzajami rozkładów. Ostatnie 100 obserwacji wykorzystano do budowy prognozy *ex post*. Obliczenia zostały przeprowadzone w programie TSM v4.29 (*Time Series Modelling*).

W przypadku modeli przełącznikowych MS-GARCH oszacowano modele z przełączeniem w wariancji warunkowej oraz modele z przełączeniem w wariancji i dodatkowo w średniej. Zrezygnowano z prezentacji modeli z przełączeniem w stopniach swobody rozkładu *t-Studenta* ze względu na bardzo zbliżone wyniki estymacji tych modeli i modeli bez tego przełączenia.

Tabele 1-2 zawierają wybrane kryteria porównawcze modeli GARCH(1,1) i MS(2)-GARCH(1,1) oraz średni kwadratowy błąd prognozy *ex post*. Analizując wartości kryteriów porównawczych omawianych szeregów, tj. logarytm wiarygodności L, kryterium informacyjnego Akaikego (AIC) oraz kryterium Schwarza (SC), należy stwierdzić, że bardziej korzystne wartości kryteriów otrzymano w odniesieniu do modeli z przełączeniem Markowa MS-GARCH. Dla modeli przełącznikowych MS-GARCH otrzymano również niższe wartości błędów prognoz RMSE.

W tabelach 3 i 4 umieszczono szczegółowe wyniki estymacji modeli GARCH i MS-GARCH dla szeregów WIG i DIJA. Analizując wyniki otrzymane dla modeli indeksu WIG, można stwierdzić, iż:

Tabela 1. Własności reszt i kryteria porównawcze dla modeli GARCH(1,1) i MS(2)-GARCH(1,1) szeregu stóp zwrotu indeksu WIG

Parametry	GARCH	GARCH-t	GARCH-t (skośny)	MS-GARCH	MS-GARCH-t	MS-GARCH-t (skośny)
L	-2888.72	-2872.97	-2872.97	-2869.01	-2865.46	-2865.44
SC	-2903.75	-2891.75	-2895.50	-2902.82	-2899.26	-2903.00
AIC	-2892.72	-2877.97	-2878.97	-2878.01	-2874.46	-2875.44
RMSE dla prognozy zmienności	2.5624	2.5631	2.5632	2.4716	2.4710	2.5288

Źródło: obliczenia własne.

Tabela 2. Kryteria porównawcze dla modeli GARCH(1,1) i MS(2)-GARCH(1,1) szeregu stóp zwrotu indeksu DIJA

Parametry	GARCH	GARCH-t	GARCH-t (skośny)	MS-GARCH	MS-GARCH-t	MS-GARCH-t (skośny)
L	-2416.31	-2390.40	-2388.28	-2389.55	-2380.61	-2382.49
SC	-2435.08	-2412.92	-2414.56	-2419.59	-2418.15	-2420.03
AIC	-2421.31	-2396.40	-2395.28	-2397.55	-2390.61	-2392.49
RMSE dla prognozy zmienności	2.5606	2.5583	2.5579	2.3983	2.4646	2.5199

Źródło: obliczenia własne.

1. W przypadku zdecydowanej większości modeli dla szeregu indeksu WIG reszty charakteryzują się ujemną asymetrią oraz wysmukłością rozkładu w stosunku do rozkładu normalnego (podwyższony współczynnik kurtozy wskazuje również na zjawisko grubych ogonów rozkładów).
2. Rozkłady reszt badane na podstawie testu Jarque'a i Bera nie są rozkładami normalnymi dla większości modeli. Wyjątkiem jest model MS-GARCH, co świadczy o poprawnym opisie rozkładu reszt przez ten model.
3. Efekt ARCH, badany na podstawie wyników testu McLeoda i Li dla kwadratów reszt, został wyjaśniony we wszystkich modelach szeregu WIG.
4. W modelach przełącznikowych otrzymano dwa stany: o niskim i o wysokim poziomie zmienności. Wariancja w stanie wysokiej zmienności jest w przybliżeniu dwa razy wyższa od wariancji w stanie niskiej zmienności.
5. W modelu MS-GARCH, w którym wyróżniono dodatkowo średnie w stanach, wartości ujemnej średniej towarzyszy stan o podwyższonej zmienności, co może wyjaśniać zjawisko efektu dźwigni.
6. Stopnie swobody w modelach z rozkładem *t-Studenta* mieszczą się w granicy 9-12, co jest potwierdzeniem wysmukłości rozkładów.
7. Najwyższe prawdopodobieństwa pozostania procesu w stanie uzyskano dla modeli z rozkładem *t-Studenta*, zatem modele te charakteryzują się najwyższą stabilnością stanów. Proces przebywa w stanie o wysokiej zmienności średnio 142 dni, natomiast w stanie o niskiej zmienności − średnio 94 dni (na podstawie modelu MS-GARCH-t).

Tabela 3. Wyniki estymacji wybranych modeli GARCH(1,1) i MS(2)-GARCH(1,1) dla szeregów stóp zwrotu indeksu WIG

Parametry		GARCH-t		MS-GARCH		MS-GARCH-t		GARCH-t (skośny)	
α_0 (stan 1)	α_0 (stan 2)	0.0863 [0.001]	-	-0.0635 [0.412]	0.1567 [0.000]	0.0886 [0.001]	-	0.08984 [0.002]	-
p_{11}	p_{22}	-	-	0.97385	0.97892	0.98935	0.99296	0.98935	0.99296
d_1 [6]	d_2	-	-	38.24	47.44	93.89	142.05	93.89	142.05
$\sqrt{\beta_0}_{(1)}$ (stan 1)		0.59201		1.17724		0.63686		0.63666	
$\sqrt{\beta_0}_{(2)}$ (stan 2)		-		0.52529		1.07518		1.07582	
β		0.05431 [0.000]		0.01519 [0.412]		0.02984 [0.028]		0.02991 [0.040]	
γ		0.93092 [0.000]		0.96902 [0.000]		0.92999 [0.000]		0.92999 [0.000]	
Skośność (reszty)		-0.1450		0.0471		-0.1183		-0.1194	
Kurtoza (reszty)		3.791		3.1204		3.4877		3.4873	
Stopnie swobody (*df*)		9.20		-		11.59		11.55	
Log(Skewness) $\ln(\xi)$		-		-		-		0.00628 [0.874]	
Test Jarque'a i Bera na normalność rozkładu		54.160 [0.000]		1.785 [0.410]		22.415 [0.000]		22.465 [0.000]	
Test McLeoda i Li na efekt ARCH (reszty)		25.866 [0.170]		29.241 [0.083]		27.9349 [0.111]		27.8829 [0.112]	

Symbol [] oznacza, że zwierają wartości prawdopodobieństw empirycznych *p-value*.

Źródło: obliczenia własne.

Analizując wyniki estymacji modeli indeksu DIJA (por. tab. 4), stwierdzono, że:

A. Szereg ten ma znacznie silniejszą ujemną asymetrię rozkładu oraz wyższy współczynnik kurtozy w porównaniu z szeregiem polskiego indeksu.

B. Rozkłady reszt w przypadku wszystkich modeli nie są rozkładami normalnymi.

C. Zjawisko grupowania zmienności nie zostało opisane za pomocą modeli MS-GARCH i MS-GARCH-t.

D. Podobnie jak w modelu indeksu WIG, tak i w modelu MS-GARCH-t stanowi z ujemną średnią odpowiada stan wysokiej zmienności.

E. Stopnie swobody przyjmują wartości z przedziału liczbowego 10-14.

F. Parametr skośności w modelu ze skośnym rozkładem *t-Studenta* jest istotny statystycznie na poziomie istotności 10%.

[6] Oczekiwany czas trwania w *i*-tym stanie $d_i = \dfrac{1}{(1-p_{ii})}$.

Tabela 4. Wyniki estymacji wybranych modeli GARCH(1,1) i MS(2)-GARCH(1,1) dla szeregów stóp zwrotu indeksu DIJA

Parametry		GARCH-t (skośny)		MS-GARCH		MS-GARCH-t		GARCH-t (skośny)	
α_0 (stan 1)	α_0 (stan 2)	0.03577 [0.041]	-	0.04197 [0.022]	-	- 0.20964 [0.075]	0.06002 [0.002]	0.03795 [0.026]	-
p_{11}	p_{22}	-	-	0.92290	0.99037	0.94130	0.98782	0.99310	0.99310
d_1 [7]	d_2	-	-	12.97	103.84	17.04	82.10	144.93	144.93
$\sqrt{\beta_0}_{(1)}$ (stan 1)		0.36708		1.3881		1.07209		0.84888	
$\sqrt{\beta_0}_{(2)}$ (stan 2)		-		0.31493		0.29509		0.41434	
β		0.07981 [0.000]		0.03382 [0.084]		0.03499 [0.069]		0.05886 [0.024]	
γ		0.91006 [0.000]		0.95447 [0.000]		0.95327 [0.000]		0.90658 [0.000]	
Skośność (reszty)		-0.4798		-0.1813		-0.0713		-0.3384	
Kurtoza (reszty)		4.849		2.9765		3.2738		3.943	
Stopnie swobody (*df*)		13.05		-		13.80		10.71	
Log(Skewness) $\ln(\xi)$		-0.06529 [0.024]		-		-		-0.05262 [0.070]	
Test Jarque'a i Bera na normalność rozkładu		329.57 [0.000]		10.028 [0.007]		7.2367 [0.027]		102.28 [0.000]	
Test McLeoda i Li na efekt ARCH (reszty)		19.187 [0.510]		37.789 [0.009]		39.9 [0.005]		24.469 [0.222]	

Symbol [] oznacza, że zwierają wartości prawdopodobieństw empirycznych *p-value*.

Źródło: obliczenia własne.

G. Najwyższe wartości prawdopodobieństw przebywania w stanach otrzymano dla modeli MS-GARCH i MS-GARCH-t (skośny), jednak w modelu z rozkładem normalnym nie został wyjaśniony efekt ARCH. Według modelu MS-GARCH-t (skośny) proces przebywa średnio 145 dni w stanie zarówno o wysokiej zmienności, jak i w stanie o niskiej zmienności.

4. Zakończenie

Podsumowując, modele przełącznikowe MS-GARCH mają nieznacznie lepsze własności odnośnie do charakterystyki stóp zwrotu badanych szeregów, a średnie błędy prognoz *ex post* dla modeli MS-GARCH okazały się niższe niż w przypadku modeli GARCH. Oznacza to, że modele MS-GARCH z odpowiednim typem rozkładu lepiej dopasowują się do danych empirycznych w porównaniu z tradycyjnymi modelami GARCH. W przypadku szeregów indeksów giełdowych wyróżnia się okresy o różnym

[7] Oczekiwany czas trwania w *i*-tym stanie $d_i = \dfrac{1}{(1-p_{ii})}$.

poziomie zmienności, które mogą być przypisane do poszczególnych okresów „cyklu giełdowego", tj. hossy, bessy oraz okresu stagnacji. Podwyższona zmienność szeregów stóp zmian towarzyszy zwykle zmianom w tendencjach; szczególnie widoczna jest ona w końcowym okresie hossy, kiedy zachowania inwestorów są chaotyczne i bardziej nerwowe. Zjawisku temu z reguły towarzyszą spadki cen kursów akcji. Z kolei niższą zmienność obserwuje się w okresie stagnacji, czyli względnego spokoju na rynku. Na podstawie modelu przełącznikowego możliwe jest wyodrębnienie stanów o niskiej i wysokiej zmienności, które odpowiadają okresom niskiego i podwyższonego ryzyka inwestycji. Przełącznikowe modele MS-GARCH pozwalają na prognozowanie przełączeń między wyodrębnionym stanami; na rynku kapitałowym są to momenty przejścia między okresami hossy, bessy oraz okresem stagnacji.

Literatura

Arellano-Valle R., Gomez H., Quintana F., *Statistical interference for a general classof asymmetric distributions*, http://www.mat.puc.cl/~quintana/skew.pdf, 2003.

Brzeszczański J., Kelm R., *Ekonometryczne modele rynków finansowych*, WIG-Press, Warszawa 2002.

Davidson J., *Forecasting Markov-switching dynamic, conditionally heteroscedastic processes*, "Statistics and Probability Letters" 2004, vol. 68, 137-147.

Doman R., *Forecasting the Polish financial market volatility with Markov switching models*, *macro-models'2003*, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź 2004.

Doman M., Doman R., *Ekonometryczne modelowanie dynamiki polskiego rynku finansowego*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej, Poznań 2004.

Gray S.F., *Modeling the conditional distribution of interest rates as a regime-switching process*, "Journal of Finance Economic" 1996, vol. 42, 27-62.

Hamilton J.D., *A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle*, "Econometrica" 1989, vol. 57, 357-384.

Hamilton J. D., Susmel R., *A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle,* "Econometrics" 1994, vol. 57.

Klassen F., *Improving GARCH volatility forecasts empirical*, "Empirical Economics" 2002, vol. 27, 363-94.

Kośko M., Pietrzak M., *Wykorzystanie przełącznikowych modeli typu Markowa w modelowaniu zmienności finansowych szeregów czasowych*, X Ogólnopolskie Seminarium Naukowe DME, UMK, Toruń 2007.

Lambert P., Laurent S., *Modelling financial time series using GARCH-type models with a skewed student distribution for the innovations*, www.stat.ucl.ac.be/pub/papers/, 2001.

Pipień M., *Wnioskowanie bayesowskie w ekonometrii finansowej*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Krakowie, Kraków 2006.

Piontek K, *Modelowanie własności szeregów stop zwrotu – skośność rozkładów*, [w:] *Ekonometria*, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu, Wrocław 2005.

Włodarczyk A., Zawada M., *Przełącznikowe modele Markowa dla cen energii elektrycznej na giełdzie energii w Polsce,* X Ogólnopolskie Seminarium Naukowe DME, UMK, Toruń 2007.

THE MARKOV SWITCHING GARCH MODELS IN MODELING OF THE TIME SERIES VOLATILITY OF CAPITAL MARKET

Summary

The Markov switching GARCH models are the alternative in modeling of the time series volatility. The switching specification allows to distinguish some states (regimes) for condition mean and for condition variance. The process has a different mean and variance in every state. The MS-GARCH models differ from the GARCH models in the concept of the volatility modelling, because they better describe sudden and short changes in the process. The Markov switching models can include a various type of the innovation condition distributions. This paper is the property comparison of the models such as GARCH and MS-GARCH with the different condition distribution (normal, t--Student and skew t-Student distribution) to the modeling and the forecasting of time series volatility (Polish and foreign financial markets).