

Felicjan Jaguś

ING Bank Śląski SA, Akademia Ekonomiczna w Katowicach

WIELOWYMIAROWE MODELOWANIE CZYNNIKÓW RYZYKA NA GPW W WARSZAWIE

1. Wstęp

W zagadnieniach związanych z budową modeli rynku kapitałowego pojawia się problem wyboru właściwych (istotnych) czynników ryzyka mających wpływ na zmiany aktywów finansowych. Problem komplikuje się jeszcze bardziej, kiedy uwzględni się odpowiednią szybkość wpływu tych czynników, co oznacza wybór właściwych opóźnień czasowych zmiennych opisujących zmiany instrumentów finansowych na rynku kapitałowym.

W pracy podjęto próbę doboru zmiennych objaśniających zmiany stóp zwrotu akcji z uwzględnieniem odpowiednich rzędów ich opóźnień czasowych. W tym celu wykorzystano analizę głównych składowych oraz metody regresji wielorakiej. W pracy przedstawiono dwie metody identyfikacji czynników ryzyka: identyfikację jawnych, (obserwowalnych) czynników ryzyka oraz identyfikację niejawnych (nieobserwowalnych) czynników ryzyka.

2. Identyfikacja niejawnych czynników ryzyka

Identyfikację niejawnych czynników ryzyka można przeprowadzić w czterech etapach analizy, wykorzystując analizę głównych składowych, analizę regresji krokowej oraz analizę autokorelacji szeregów czasowych.

2.1. Autoregresyjne modelowanie rzędów opóźnień czasowych czynników ryzyka

W pierwszym etapie procesu identyfikacji niejawnych czynników ryzyka należy dokonać wyboru maksymalnego rzędu opóźnień czasowych obserwowalnych zmiennych makroekonomicznych (potencjalnie obserwowalne czynniki ryzyka).

W tym celu obserwacje zmiennych pierwotnych traktuje się jako realizacje procesu stochastycznego $ARMA(p, q)$, a następnie dla każdej zmiennej wyznacza się

funkcje autokorelacji (ACF) oraz autokorelacji cząstkowej (PACF). Na podstawie analizy funkcji ACF i PACF dokonuje się identyfikacji modeli ARMA(p, q) [Osińska 2006]. Rzędy autoregresji (p) modeli ARMA(p, q) stanowią punkt wyjścia w identyfikacji rzędów opóźnień czasowych modelowanych czynników ryzyka.

2.2. Klasyfikacja czynników ryzyka za pomocą analizy głównych składowych

Analiza głównych składowych (*Principal Components Analysis* – PCA) jest metodą analizy wewnętrznych zależności między zmiennymi. Celem analizy głównych składowych jest dekompozycja zmienności wyznaczonej dla wielowymiarowego zbioru obserwacji (zmiennie makroekonomiczne) na zbiór składowych (komponentów), które są kombinacjami liniowymi zmiennych pierwotnych. Dekompozycja zmienności sprowadza się do ortogonalnego przekształcenia m -wymiarowego układu zmiennych opisujących obserwacje wielowymiarowe na nowy układ zmiennych nieskorelowanych tzw. głównych składowych.

Jeśli $\mathbf{F} = [F_1, \dots, F_m]^T$ jest wektorem zmiennych obserwowalnych (obserwowalne czynniki ryzyka inwestycyjnego), to należy wyznaczyć taki wektor zmiennych nieskorelowanych $\mathbf{Y} = [Y_1, \dots, Y_m]^T$, który jest liniową transformacją wektora \mathbf{F} wyrażającą się równaniem o postaci:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A}^T \mathbf{F}, \quad (1)$$

gdzie $\mathbf{A} = [a_1, \dots, a_m]$ jest macierzą przekształcenia ortogonalnego, a elementy tej macierzy spełniają warunki:

$$a_j^T a_j = 1 \text{ dla } j = 1, 2, \dots, m \text{ oraz } a_j^T a_l = 0, \text{ gdy } j, l = 1, 2, \dots, m; j \neq l \text{ [Jajuga 1993].}$$

Jeśli znane są potencjalne rzędy opóźnień czasowych zmiennych obserwowalnych, to można stworzyć zbiór wszystkich zmiennych o wszystkich kombinacjach opóźnień czasowych. Następnie, wykorzystując analizę głównych składowych, dokonuje się klasyfikacji zbioru obserwowalnych zmiennych makroekonomicznych, w którym uwzględniono różne rzędy ich opóźnień czasowych. W wyniku analizy otrzymuje się zbiór niezależnych składowych zawierających w sobie informacje o wpływie obserwowalnych zmiennych makroekonomicznych z różnych okresów.

2.3. Identyfikacji czynników ryzyka na podstawie analizy regresji krokowej

Wykorzystanie analizy głównych składowych pozwala na otrzymanie zbioru potencjalnych niejawnych czynników ryzyka uwzględniających opóźnienia czasowe zmiennych pierwotnych. W celu identyfikacji czynników istotnych można zbudować model wieloczynnikowy [Tarczyński 1997] (2), którego zmienne opisujące zostaną wybrane ze zbioru potencjalnych czynników (składowych) na podstawie analizy regresji krokowej.

Postać analityczną modelu wieloczynnikowego przedstawia następujące równanie:

$$R_i = a_i + b_{i1}F_1 + b_{i2}F_2 + \dots + b_{ik}F_k + e_i; \quad i = 1, \dots, n, \quad (2)$$

gdzie: R_i – stopa zwrotu akcji spółki i ;
 k – liczba czynników ($k < n$);
 F_j – zmiana j -tego czynnika wpływającego na stopę zwrotu akcji;
 a_i – wyraz wolny równania;
 b_{ij} – współczynnik wrażliwości stopy zwrotu akcji i -tej spółki względem j -tego czynnika;
 e_i – składnik losowy o średniej wynoszącej zero i o stałej wariancji;
 n – liczba spółek.

Tak zbudowany model wieloczynnikowy może stanowić punkt wyjścia do budowy wieloczynnikowego modelu wyceny kapitału APT.

3. Modelowanie jawnych czynników ryzyka

Celem modelowania jawnych czynników ryzyka jest otrzymanie zbioru najbardziej istotnych pod względem wpływu na zmiany stóp zwrotu aktywów, obserwowalnych zmiennych makroekonomicznych z uwzględnieniem ich opóźnień czasowych. W pierwszym etapie analizy należy ustalić maksymalny rząd opóźnienia czasowego potencjalnych zmiennych. W tym celu wykorzystuje się analizę funkcji autokorelacji ACF oraz autokorelacji cząstkowej PACF. W drugim etapie analizy dokonuje się klasyfikacji zbioru zmiennych makroekonomicznych na podstawie analizy głównych składowych. Następnie, w trzecim etapie analizy, wybiera się najbardziej znaczące składowe (składowe, dla których wartość własna > 1), z których wybiera się najsilniej skorelowane pierwotne zmienne makroekonomiczne, i na podstawie tych zmiennych buduje się modele regresji opisujące zmiany stóp zwrotu aktywów. Do dalszej analizy wybiera się tylko te zmienne, które okazały się statystycznie istotne. W ten sposób otrzymuje się zbiór obserwowalnych zmiennych istotnych i silnie skorelowanych z poszczególnymi składowymi. Na podstawie tak otrzymanego zbioru można jeszcze raz przeprowadzić analizę regresji krokowej i ostatecznie wybrać tylko te zmienne, które nie zostały odrzucone. Otrzymane zmienne będą statystycznie istotne oraz słabo skorelowane między sobą.

4. Analiza empiryczna

4.1. Przedmiot analizy

Przedmiotem analizy są dzienne stopy zwrotu spółek z indeksu WIG20 oraz dzienne dane czynników ryzyka makroekonomicznego. Wszystkie dane pochodzą z okresu 01.01.1999 -30.06.2007.

Do analizy wybrano tylko takie spółki, które były notowane w każdym miesiącu badanego okresu oraz liczba ich obserwacji była nie mniejsza niż 1900. W analizie pominięto te

spółki, które cechowały się dużą liczbą braków notowań, a rozkłady ich stóp zwrotu wyraźnie odbiegały od rozkładu normalnego. Ostatecznie do analizy wybrano 8 następujących spółek: **bankbph, bre, bzbwbk, cersanit, kghm, pekao, prokom, tpsa**.

Do identyfikacji czynników ryzyka inwestycyjnego wykorzystano cztery grupy następujących zmiennych makroekonomicznych:

1. Główne indeksy GPW w Warszawie: WIG, WIG20, mWig40, sWIG80.
2. Główne indeksy rynków zagranicznych: ALL_ORD, SMI, BUX, CAC40, DAX, DJIA, EOE, FT-SE100, NASDAQ, SP500, TSE-300.
3. Notowania kursów walut: USD, EUR, CHF, CZK, DKK, GBP, HUF, NOK, SEK.
4. Zmiany cen surowców naturalnych: CRUDE OIL, CONVENTIONAL GASOLINE, GOLD, SILVER, PLATINUM, PALLADIUM.

4.2. Modelowanie niejawnych czynników ryzyka – analiza empiryczna

W pierwszym kroku analizy ustalono maksymalny rząd opóźnienia obserwowalnych zmiennych makroekonomicznych. Na podstawie analizy funkcji autokorelacji oraz autokorelacji cząstkowej stwierdzono, iż rzędy opóźnień czasowych wszystkich zmiennych makroekonomicznych są nie większe od trzech (malejąca funkcja ACF oraz urywająca się po drugim okresie funkcja PACF). Na tej podstawie zbudowano zbiór 120 potencjalnych czynników ryzyka (30 zmiennych opóźnionych od 0 do 3 okresów). Wykorzystując analizę głównych składowych, dokonano klasyfikacji zmiennych, tworząc nieskorelowane składowe główne. Do dalszej analizy wybrano tylko składowe mające wartości własne większe od jedności. W ten sposób wybrano 22 składowe, które wykorzystano jako zmienne objaśniające w wieloczynnikowych modelach regresji (2). Ostatecznie za właściwe czynniki ryzyka wybrano składowe, które okazały się statystycznie istotne w analizie regresji krokowej. Składowe istotne przedstawiono w tab. 1-2

Tabela 1. Niejawne czynniki ryzyka – składowe istotne od 1 do 5

Czynnik 1		Czynnik 2		Czynnik 3		Czynnik 4		Czynnik 5	
wig	0,874	eo	0,884	sp500	0,909	eo t-3	0,879	sp500 t-2	0,836
wig20	0,844	cac40	0,884	nasdaq	0,862	cac40 t-3	0,877	djia t-2	0,779
mwig40	0,808	ftse100	0,862	djia	0,837	ftse100 t-3	0,850	nasdaq t-2	0,774
swig80	0,706	smi	0,840	tse300	0,710	smi t-3	0,847	tse300 t-2	0,642
bux	0,513	dax	0,810	dax	0,347	dax t-3	0,811	all_ord t-1	0,411
all_ord	0,285	bux	0,372	cac40	0,231	djia t-3	0,362	dax t-2	0,312
cac40	0,192	djia	0,326	eo	0,207	sp500 t-3	0,354	ftse100 t-1	0,291
ftse100	0,183	sp500	0,315	ftse100	0,182	bux t-3	0,351	sp500 t-1	-0,287
eo	0,178	tse300	0,313	sp500 t-1	-0,162	tse300 t-3	0,315	nasdaq t-1	-0,277
tse300	0,168	sp500 t-1	0,287	smi	0,161	all_ord t-2	0,302	eo t-1	0,276

Źródło: obliczenia własne.

Tabela 2. Niejawne czynniki ryzyka – składowe istotne od 6 do 9

Czynnik 6		Czynnik 7		Czynnik 8		Czynnik 9	
dax_t-1	0,859	silver	0,755	wig_t-1	0,871	usd_t-1	-0,961
cac40_t-1	0,851	gold	0,745	wig20_t-1	0,838	usd_t-2	-0,961
eo_e_t-1	0,838	platinum	0,729	mwig40_t-1	0,804	usd	-0,960
ftse100_t-1	0,801	palladium	0,690	swig80_t-1	0,706	usd_t-3	-0,960
sp500_t-1	0,785	tse300_t-1	0,126	bux_t-1	0,506	czk_t-3	0,781
smi_t-1	0,774	all_ord	0,107	all_ord_t-1	0,297	czk	0,781
djia_t-1	0,751	tse300	0,068	cac40_t-1	0,188	czk_t-2	0,781
nasdaq_t-1	0,688	crude_oil_t-1	0,066	ftse100_t-1	0,177	czk_t-1	0,781
tse300_t-1	0,663	mwig40	0,062	eo_e_t-1	0,176	gbp_t-3	-0,483
zagr_all_ord	0,500	silver_t-1	-0,059	dax_t-1	0,163	gbp_t-2	-0,483

Źródło: obliczenia własne.

W wyniku analizy wyodrębniono dziewięć niejawnych czynników ryzyka. Pierwszy czynnik nazwano ryzykiem polskiego rynku kapitałowego w bieżącym okresie. Drugi czynnik nazwano ryzykiem europejskiego rynku kapitałowego w bieżącym okresie. Trzeci czynnik to ryzyko amerykańskiego rynku kapitałowego w okresie bieżącym. Czwarty czynnik to ryzyko rynku europejskiego z ostatnich trzech dni. Czynnik piąty to ryzyko amerykańskiego rynku kapitałowego z dwóch ostatnich dni. Szóstym czynnikiem jest ryzyko rynku amerykańskiego oraz europejskiego z dnia wcześniejszego. Czynnik siódmy to ryzyko zmiany cen surowców naturalnych. Ósmy czynnik to ryzyko polskiego rynku kapitałowego z dnia wcześniejszego. Ostatnim czynnikiem okazało się ryzyko zmiany kursu dolara amerykańskiego z ostatnich trzech dni.

4.3. Modelowanie jawnych czynników ryzyka – analiza empiryczna

W celu identyfikacji jawnych czynników ryzyka wykorzystano wyznaczone składowe, których wartości własne były większe od jedności. Następnie dla zmiennych pierwotnych najsilniej skorelowanych z wyodrębnionymi składowymi przeprowadzono analizę regresji krokowej. Do dalszej analizy z każdej składowej oddzielnie wybrano jedną zmienną, która była statystycznie istotna oraz najsilniej skorelowana z daną składową. Dla wybranej grupy zmiennych jeszcze raz przeprowadzono analizę regresji krokowej i ostatecznie wyodrębniono zmienne, które znalazły się w modelach regresji i okazały się statystycznie istotne. W ten sposób otrzymano następujący zbiór zmiennych: **wig20**, **eo_e_t-3**, **wig_t-1**, **gold_t-3**, **crude_oil_t-1**, **crude_oil**, **sp500_t-3**, **tse300**, **nasdaq_t-2**, **eo_e_t-1**, **silver**, **gold_t-1**, **eo_e**.

Porównując czynniki jawne z czynnikami niejawnymi pod względem jakości opisu zmian stóp zwrotu akcji w zbudowanych modelach wieloczynnikowych, można zauważyć, że jakość modeli okazała się lepsza przy wykorzystaniu czynników jawnych (rzeczywiste zmienne obserwowalne).

5. Podsumowanie

Przedstawiono dwa podejścia do modelowania rzędów opóźnień czasowych czynników ryzyka makroekonomicznego: modelowanie czynników rzeczywistych (jawnych) oraz sztucznych (niejawnych). Rzeczywiste (jawne) zmienne obserwowalne pozwoliły lepiej opisać zmiany stóp zwrotu akcji niż wybrane czynniki sztuczne (niejawne). Z analizy wynika, iż w budowie modeli rynku kapitałowego (modele wieloczynnikowe, model APT) należy uwzględnić wpływ opóźnień czasowych zmiennych makroekonomicznych. Z badania wynika, iż wykorzystanie analizy głównych składowych łącznie z analizą regresji krokowej pozwala nie tylko na identyfikację sztucznych (niejawnych) i nieskorelowanych czynników ryzyka, lecz również na identyfikację niezależnych czynników obserwowalnych.

Literatura

- Hamilton J.D., *Time series analysis*, Princeton University Press, Princeton 1994.
Jajuga K., *Statystyczna analiza wielowymiarowa*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1993.
Osińska M., *Ekonometria finansowa*, PWE, Warszawa 2006.
Ostasiewicz W., *Statystyczne metody analizy danych*, AE, Wrocław 1998.
Tarczyński W., *Rynki kapitałowe. Metody ilościowe*, vol. II, Agencja Wydawnicza Placet, Warszawa 1997.
Trzpiot G., Jaguś F., *Model wieloindeksowy jako narzędzie analizy ryzyka inwestycyjnego na GPW w Warszawie*, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej nr 1037, AE, Wrocław 2004.

MULTIVARIATE MODELING THE RISK FACTORS ON THE WARSAW STOCK EXCHANGE

Summary

In this paper the author presents the approach to the selection of variables into the asset pricing models taking lag length of variables into consideration. The author presents two methods of modeling the risk factors: the method of modelling factors that are directly observed (macroeconomic variables) and the method of modelling latent factors (factors that are not directly observed). In this order the multivariate stepwise regression analysis and principal components analysis were applied.

The analysis is based on daily macroeconomic data and daily return rates of selected assets from Warsaw Stock Exchange. The analysis concerns the period from 1 of January 1999 to 30 of June 2007.