

**Maria Antonina Mach**

Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu

---

## NIELINIOWE STRUKTURY CZASU A OPIS RZECZYWISTOŚCI EKONOMICZNEJ – PRÓBA PRZEGLĄDU

---

**Streszczenie:** W artykule zaprezentowano nieklasyczne – nieliniowe struktury czasu. Dokonano ich przeglądu, a następnie zaprezentowano przykładowe sytuacje ekonomiczne, do opisu których struktury te mogą znaleźć zastosowanie. Rozważono również możliwość łączenia nieliniowych struktur czasu celem opisu bardziej złożonych zjawisk ekonomicznych.

**Słowa kluczowe:** reprezentacja temporalna, nieliniowe struktury czasu, zjawiska ekonomiczne.

### 1. Wstęp

Otoczenie, w jakim działają współczesne przedsiębiorstwa, przyjęło się określać mianem burzliwego. Słowo to doskonale oddaje cechy otoczenia przedsiębiorstwa: nieciągłość, zmienność, obecność turbulencji, niejednorodność. Powodują one, że ogarnięcie zmian zachodzących w otoczeniu, wyłonienie z nich zmian istotnych, określenie ich przyczyn, skutków i kierunków, a przede wszystkim – ich wpływu na działalność przedsiębiorstwa, staje się zadaniem coraz trudniejszym, tym bardziej, że w coraz większym stopniu dostrzega się znaczny wpływ zmian w otoczeniu na formułowanie np. strategii przedsiębiorstw czy – mówiąc ogólnie – na ich przetrwanie i rozwój.

Analiza zmian nie może być prowadzona w oderwaniu od aspektu temporalności, ponieważ czas jest nierozdzielnie związany z pojęciem zmiany. Aspekt temporalny jest tym bardziej istotny, że we współczesnych przedsiębiorstwach coraz ważniejszym zasobem staje się wiedza. Znaczna część wiedzy zaś ma charakter temporalny, a zatem pominięcie wymiaru czasowego prowadziłoby do utraty istotnych elementów wiedzy. Tym samym ważną kategorią dla przedsiębiorstwa staje się również czas.

Powyższe stwierdzenia prowadzą do prostego wniosku: pełna reprezentacja wiedzy ekonomicznej musi być reprezentacją temporalną. Jak stwierdza Sowa [SOWA00], reprezentacja wiedzy składa się z trzech elementów: ontologii, logiki i procedur ob-

liczeniowych. Każda logika zakłada pewną ontologię opisywanej dziedziny. Dlatego reprezentacja wiedzy o dynamicznym otoczeniu ekonomicznym powinna się składać z ontologii czasu i dziedziny, logiki temporalnej oraz procedur obliczeniowych (wnioskowania). Z drugiej strony ontologia czasu odnosi się do podstawowych jednostek temporalnych i do struktury czasu. Jeśli założymy, że struktura czasu ściśle warunkuje wybór odpowiednich jednostek temporalnych, to staje się oczywiste, że kwestia struktury czasu jest fundamentalna.

W artykule zajmujemy się nieliniowymi strukturami czasu i ich przydatnością do reprezentacji sytuacji ekonomicznych. Do autorów podejmujących badania nad nieliniowymi strukturami czasu należą m.in. Bennett [BENN03], Zanardo [ZANA02], Emerson i Halpern [EMHA86] czy Glabbeek [GLAB01]. Zakładanym w artykule formalizmem logicznym jest rachunek predykatów I rzędu, nie odnosimy się do struktur czasu dla logik modalnych, choć te ostatnie leżą u źródeł formalizacji temporalnej, gdyż historycznie przyjmuje się, że pierwszą logiką temporalną była logika czasów gramatycznych (*tense logic*) Priora [PRIO67].

## 2. Wybrane nieliniowe struktury czasu

Początki analizy czasu i jego struktury znajdujemy w pracach filozoficznych, w których rozważano, czym w ogóle jest czas. Dla przykładu odwołajmy się do takich prac, jak [RUSS13; PRIO55]. Nie będziemy jednak zajmować się tym zagadnieniem szerzej. Dla naszych rozważań istotne jest powiązanie problemu struktury czasu ze sztuczną inteligencją, a konkretnie z reprezentacją temporalną wiedzy dokonywaną za pomocą logik temporalnych.

Pierwsza kwestia związana ze strukturą czasu dotyczy jego ciągłości lub dyskretności. Czas dyskretny traktowany jest jako zbiór pewnych elementów, natomiast czas ciągły – jako zbiór elementów taki, że pomiędzy dwoma dowolnymi elementami zawsze istnieje element trzeci. Inaczej rzecz ujmując, czas dyskretny modelowany jest jako zbiór dyskretny, który w uproszczeniu można utożsamić ze zbiorem liczb całkowitych, natomiast czas ciągły modelowany jest jako continuum – utożsamiane ze zbiorem liczb rzeczywistych [VILA94; KNMA94]. Formalnie (za [KLIM99, s. 19]) strukturę czasową  $T$  nazywamy ciągłą, jeżeli

$$\forall t_1, t_2 \in T (\exists t_3 \in T: t_1 < t_3 \wedge t_3 < t_2),$$

natomiast strukturę czasową  $T$  nazywamy dyskretną, jeżeli dla dowolnych  $t_1, t_2 \in T$  spełnione są warunki:

- $t_1 < t_2 \Rightarrow \exists t_3: (t_1 < t_3) \wedge \neg(\exists t_4: t_1 < t_4 \wedge t_4 < t_3)$ ;
- $t_2 < t_1 \Rightarrow \exists t_3: (t_3 < t_1) \wedge \neg(\exists t_4: t_3 < t_4 \wedge t_4 < t_1)$ .

Kolejny problem odnosi się do ograniczoności lub nieograniczoności czasu – można rozważać czas jako nieskończony w jednym bądź obu kierunkach względem pewnego punktu, który można umownie określić jako „teraz”.

Wreszcie kwestia liniowości bądź nieliniowości czasu. Najpowszechniej przyjmowanym modelem jest czas liniowy, który graficznie można przedstawić jako linię prostą, natomiast formalnie strukturę czasową  $T$  nazywamy liniową, jeśli [KLIM99, s. 20]:

$$\forall t_1, t_2 \in T: (t_1 < t_2) \vee (t_1 = t_2) \vee (t_2 < t_1).$$

Natomiast modele czasu nieliniowego to: czas rozgałęziony w przyszłość, czas rozgałęziony w przeszłość, czas rozgałęziający się w obu kierunkach, czyli równoległy, czy czas cykliczny. Motywacją dla przyjęcia struktury czasu rozgałęzionego było założenie, że wiele różnych przeszłości („dróg”) mogło doprowadzić do chwili obecnej, podobnie od chwili „teraz” może wyjść wiele różnych „dróg” w przyszłość. Formalne definicje są następujące [KLIM99, s. 21 i nast.]:

Strukturę czasową  $T$  nazywamy rozgałęzioną w przyszłość, czyli lewostronnie liniową, jeśli

$$\forall t_1, t_2, t_3 \in T (t_2 < t_1 \wedge t_3 < t_1) \Rightarrow (t_2 < t_3) \vee (t_2 = t_3) \vee (t_3 < t_2).$$

Strukturę czasową  $T$  nazywamy rozgałęzioną w przeszłość, czyli prawostronnie liniową, jeśli

$$\forall t_1, t_2, t_3 \in T (t_1 < t_2 \wedge t_1 < t_3) \Rightarrow (t_2 < t_3) \vee (t_2 = t_3) \vee (t_3 < t_2).$$

Strukturę czasową  $T$  nazywamy równoległą, jeśli jest jednocześnie prawostronnie i lewostronnie liniowa, czyli rozgałęziona w obu kierunkach.

Rzadko rozważaną w literaturze, ale wartą również przytoczenia jest struktura czasu cyklicznego. Metryczna punktowa struktura czasu  $T$  to uporządkowana krotka  $\langle T, C, <, <^*, \delta, S \rangle$ , gdzie:  $T$  – zbiór punktów czasu,  $C$  – zbiór odległości między punktami,  $<$  – globalny porządek nad  $T$ ,  $<^*$  – lokalny porządek nad  $T$ ,  $\delta$  – metryka nad  $T$ ,  $S$  – długość półokręgu.

Dla każdego punktu  $x \in T$  istnieje dokładnie jeden punkt  $x^* \in T$  taki, że  $\delta(x, x^*) = S$ . Te dwa punkty dzielą okrąg na dwa półokręgi. Własności cyklicznej struktury czasu to (za [HAJN96, s. 30]):

- kompletność:  $\forall x, y (x < y)$ ,
- lokalna antysymetria:  $\forall x, y (x <^* y \rightarrow \neg(y <^* x))$ ,
- lokalna liniowość:  $\forall x, y ((x \neq y \ \& \ x \neq y^*) \rightarrow (x <^* y \vee y <^* x))$ ,
- lokalna przechodniość:  $\forall x, y, z ((\delta(x, y) + \delta(y, z) < S) \rightarrow (x <^* y \ \& \ y <^* z \rightarrow x <^* z))$ ,
- spójność:  $\forall x, y, z ((\delta(x, y) + \delta(y, z) < S) \rightarrow (x <^* y \ \& \ y <^* z \rightarrow \delta(x, y) + \delta(y, z) = \delta(x, z)))$ .

Do tej pory badania nad wnioskowaniem temporalnym skupiały się najczęściej na liniowych modelach czasu, których zastosowanie w ekonomii i zarządzaniu zostało opisane np. w pracy [MACH07]. Dalsza część artykułu zostanie zatem poświęcona strukturom nieliniowym.

### 3. Przykładowe sytuacje ekonomiczne i odpowiadające im struktury czasu

We wstępie dokonane zostało zastrzeżenie, że w artykule odnosić się będziemy do struktur związanych z rachunkiem predykatów I rzędu. W tym miejscu konieczne jest uczynienie jeszcze jednego zastrzeżenia, dotyczącego podstawowych jednostek temporalnych. Zasadniczo w ontologii czasu przyjąć można jako jednostki podstawowe albo punkty czasu, albo przedziały (interwały) czasu, albo oba rodzaje jednostek traktowane równorzędnie. W literaturze było wiele sporów na ten temat, różni autorzy skłaniają się do różnych rozwiązań (por. np. [VILA94]). W artykule przyjmować będziemy czas składający się z punktów. Powodem tego wyboru jest dziedzina zastosowań, do jakiej odnosić będziemy struktury czasu – a mianowicie dziedzina ekonomiczna. Biorąc pod uwagę wspomniane we wstępie otoczenie przedsiębiorstwa, należy podkreślić, że choć w praktyce wiele jest elementów otoczenia zmieniających się w sposób ciągły i postuluje się nawet proces ciągłego monitorowania otoczenia [PRHA98], to równie wiele jego elementów zmienia się w sposób dyskretny. Ponadto, z praktycznego punktu widzenia, nie jest możliwe nieprzerwane dostarczanie informacji do systemu analizującego otoczenie czy dziedzinę ekonomiczną; z konieczności zmiany muszą być rejestrowane w sposób dyskretny. Ponadto założenie czasu ciągłego wymagałoby wprowadzenia aksjomatyki II rzędu [BEGA04, s. 36], w artykule ograniczamy się jednak, jak już wspomniano, do formalizmów I rzędu.

Jak pisze np. Kania [KANI04, s. 62], ustalenie struktury czasu jest konieczne, aby poprawnie wykonywać działania na wartościach określających czas, dokonywać operacji na bazie wiedzy itp. Przede wszystkim struktura musi zależeć od badanego zjawiska i być tak dopasowana, aby jak najlepiej można było je modelować. Zilustrujemy to na kilku przykładach.

#### Przykład 1

Firma X powstała poprzez połączenie (fuzję) dwóch firm. A zatem jej obecna sytuacja i strategia są częściowo uwarunkowane historią poprzednio istniejących przedsiębiorstw, np. ze względu na podejście biznesowe członków zarządu. Dlatego dobrym modelem czasu do odwzorowania takiej sytuacji będzie model czasu rozgałęzionego w przeszłość (prawostronnie liniowego), gdzie dwie osie historii obu firm zbiegają się w punkcie czasowym, w którym nastąpiła fuzja firm, a od momentu połączenia mamy już tylko jedną oś czasu – jedną historię firmy.

Formalnie zatem sytuację tę zapiszemy następująco. Przyjmujemy punktową strukturę czasu  $T$ , będącą uporządkowaną parą  $\langle T, < \rangle$ , gdzie  $T$  – zbiór punktów, zaś  $<$  to relacja poprzedzania nad  $T$ . Struktura ta ma własności:

- przechodniości:  $\forall x, y (x < y \ \& \ y < z \rightarrow x < z)$ ,
- antyzwrotności:  $\forall x \neg(x < x)$ .

Przypomnijmy z punktu 2, że ogólnie prawostronną liniowość zapisujemy:

$$\forall t_1, t_2, t_3 \in T (t_1 < t_2 \wedge t_1 < t_3) \Rightarrow (t_2 < t_3) \vee (t_2 = t_3) \vee (t_3 < t_2),$$

natomiast w tym konkretnym przykładzie można napisać np.:

- $(t_1, t_2, t_3 < t_F) \Rightarrow (\forall t_1, t_2, t_3 \in T: (t_1 < t_2 \wedge t_1 < t_3) \Rightarrow (t_2 < t_3) \vee (t_2 = t_3) \vee (t_3 < t_2)),$
  - $(t_1, t_2 > t_F) \Rightarrow (\forall t_1, t_2 \in T: (t_1 < t_2) \vee (t_1 = t_2) \vee (t_2 < t_1)),$
- gdzie  $t_F$  to dzień, w którym zaszło połączenie obu firm (fuzja).

### Przykład 2

Niejako odwrotnym modelem (strukturą czasu) do modelu czasu rozgałęzionego w przeszłość jest struktura lewostronnie liniowa. Ma ona te same własności przechodniości i antyzwrotności, a ogólnie zapisywana jest jako (por. pkt 1):

$$\forall t_1, t_2, t_3 \in T (t_2 < t_1 \wedge t_3 < t_1) \Rightarrow (t_2 < t_3) \vee (t_2 = t_3) \vee (t_3 < t_2).$$

Sytuacją ekonomiczną, w której można wykorzystać taką strukturę, jest np. analiza alternatywnych wariantów strategii wchodzenia na rynek. Firma rozważa np. różne tempo i zakres podejmowania działań, co może przynieść różne efekty. A zatem od umownego punktu „teraz“, w jakim znajduje się przedsiębiorstwo, jego rozwój na danym rynku może podążyć różnymi ścieżkami. Wykorzystując strukturę czasu rozgałęzionego w przyszłość, możemy zapisać to następująco:

- $(t_1, t_2 < t_S) \Rightarrow (\forall t_1, t_2 \in T: (t_1 < t_2) \vee (t_1 = t_2) \vee (t_2 < t_1)),$
  - $(t_1, t_2, t_3 > t_S) \Rightarrow (\forall t_1, t_2, t_3 \in T (t_2 < t_1 \wedge t_3 < t_1) \Rightarrow (t_2 < t_3) \vee (t_2 = t_3) \vee (t_3 < t_2)),$
- gdzie  $t_S$  to graniczny, umowny punkt między strukturą rozgałęzioną a liniową, oznaczający moment wdrożenia wariantu strategii.

### Przykład 3

Rozważmy teraz działanie tej samej firmy na różnych rynkach, np. geograficznych. W zależności od warunków tam panujących tempo rozwoju, podejmowane strategie itd. mogą się różnić. Dlatego zapisywanie wszystkich działań na wszystkich rynkach na jednej osi czasu (struktura liniowa) byłoby zbytnim uproszczeniem. Wydaje się, że w tym przypadku adekwatną strukturą do formalnego zapisu rozwoju historii przedsiębiorstwa w różnych warunkach rynkowych jest struktura równoległa. Jak pisze Klimek, struktura taka „zawiera punkty czasowe, które ze względu na relację poprzedzania mogą być ze sobą nieporównywalne” ([KLIM99, s. 22]). Tym bardziej uzasadnione jest użycie takiej struktury w podanym przykładzie, ponieważ punkty leżące „nad sobą” na osiach czasu nie muszą odpowiadać sobie kalendarzowo.

### Przykład 4

Kolejną klasyczną nieliniową strukturą czasu jest struktura cykliczna. Warto zauważyć, że jest to jedyna z przytoczonych w poprzednim punkcie struktur, na których z definicji określona jest metryka. Z tego względu, jak również z racji jej włas-

ności, można rozważać wykorzystanie tej struktury przy opisie takich zjawisk ekonomicznych, jak cykle koniunkturalne, giełdowe itp.

Pozostaje otwartą kwestia wnioskowania na temat zjawisk ekonomicznych opisanych za pomocą poszczególnych struktur czasowych. Wykracza ona poza ramy tego opracowania. Jak wspomniano we wstępie, na reprezentację dziedziny powinny się składać ontologia, logika i procedury obliczeniowe (wnioskowania). Procedury wnioskowania wynikają z przyjętego formalizmu logicznego. Doskonały przegląd algorytmów wnioskowania dla nieliniowych struktur czasu, opartych na rachunku predykatów I rzędu, zawiera praca [HAJN96].

#### 4. Nieliniowe struktury złożone czasu i ich wykorzystanie do formalizacji sytuacji ekonomicznych

W poprzednim punkcie zaprezentowano przykłady wykorzystania klasycznych nieliniowych struktur czasu do formalizacji sytuacji ekonomicznych. Można sobie jednak wyobrazić takie sytuacje, w których klasyczne struktury okażą się niewystarczające. Weźmy pod uwagę sytuację, w której dwie firmy dokonują połączenia (fuzji) – jak w przykładzie 1 z punktu 3, przez pewien okres działają jako jedno przedsiębiorstwo, a następnie ponownie dzielą się na dwie firmy, jednak ściśle ze sobą współpracujące, tak że zasadne jest dalsze analizowanie ich rozwoju w powiązaniu, jednak już nie na jednej osi czasu. W tym przypadku mamy do czynienia kolejno ze strukturą czasu: prawostronnie liniową, liniową i lewostronnie liniową. Formalnie można taką sytuację zapisać następująco:

- $(t_1, t_2, t_3 < t_F) \Rightarrow (\forall t_1, t_2, t_3 \in T: (t_1 < t_2 \wedge t_1 < t_3) \Rightarrow (t_2 < t_3) \vee (t_2 = t_3) \vee (t_3 < t_2))$ ,
  - $((t_1, t_2 > t_F) \wedge (t_1, t_2 < t_p)) \Rightarrow (\forall t_1, t_2 \in T: (t_1 < t_2) \vee (t_1 = t_2) \vee (t_2 < t_1))$ ,
  - $(t_1, t_2, t_3 > t_p) \Rightarrow (\forall t_1, t_2, t_3 \in T (t_2 < t_1 \wedge t_3 < t_1) \Rightarrow (t_2 < t_3) \vee (t_2 = t_3) \vee (t_3 < t_2))$ ,
- gdzie:  $t_F$  – data fuzji,  $t_p$  – data podziału firm.

Struktura ta jest:

- przechodnia:  $\forall x, y (x < y \ \& \ y < z \rightarrow x < z)$ ,
- antyzwrotna:  $\forall x \neg(x < x)$ ,
- antysymetryczna:  $\forall x, y (x < y \rightarrow \neg(x < y))$ ,
- dyskretna:  $\forall x, y (x < y \rightarrow \exists z(x < z \ \& \ \neg\exists u(x < u \ \& \ u < z)))$   
 $\forall x, y (x < y \rightarrow \exists z(z < y \ \& \ \neg\exists u(u < u \ \& \ u < y)))$ .

Oczywiście, w zależności od potrzeb, można łączyć różne struktury w różnych konfiguracjach. Wydaje się, że najprostsze i najbardziej zasadne jest łączenie struktur rozgałęzionych ze strukturą liniową. Podobnych połączeń, jak pokazane wyżej, może być wiele, można sobie wyobrazić np. łańcuchy składające się ze struktur rozgałęzionych i liniowych. Natomiast wydaje się, że trudne, lub wręcz niemożliwe, byłoby połączenie struktury cyklicznej ze strukturami rozgałęzionymi i/lub strukturą liniową, ze względu na zamkniętość struktury cyklicznej.

## 5. Możliwe zastosowania praktyczne nieliniowych struktur czasu w ekonomii

W pracy [MACH07] zaproponowano temporalny system inteligentny do analizy zmian w otoczeniu przedsiębiorstwa. Jest to system sztucznej inteligencji, który w sposób bezpośredni i jawny przeprowadza wnioskowanie temporalne. System taki nie tylko zawiera bazę faktów, bazę reguł i mechanizm wnioskowania, lecz również w sposób bezpośredni ujmuje kwestię czasu. Pozwala on wnioskować na temat zmian zjawisk w czasie, umożliwia analizę historyczną tych zjawisk, analizę zmian przyszłych oraz – ogólnie rzecz biorąc – dynamiczną analizę przedstawionej rzeczywistości. System ten zakłada strukturę czasu liniowego. Można rozważać konstrukcję temporalnego systemu inteligentnego, bazującego na formalizmach temporalnych I rzędu, podobnie jak to zaproponowano w cytowanej pracy, ale zakładającego jedną z nieliniowych struktur czasu – w zależności od stawianego przed systemem zadania bądź też w zależności od dziedziny działania systemu (por. przykłady w punktach 3 i 4). Poza zadaniem temporalnej analizy otoczenia przedsiębiorstwa system taki, dzięki wykorzystaniu struktur czasu nieliniowego, mógłby znaleźć zastosowanie w takich zadaniach, jak np.:

- analiza cykli koniunkturalnych (struktura cykliczna),
- analiza historii przedsiębiorstwa i na tej podstawie przewidywanie trendów rozwoju (struktury rozgałęzione),
- analiza różnych wariantów strategii przedsiębiorstwa, np. analiza typu „co-jeśli” (struktura lewostronnie liniowa),
- analiza rozwoju przedsiębiorstwa na różnych rynkach w tym samym czasie (struktura równoległa).

Wykorzystanie temporalnego systemu inteligentnego może przynieść firmie liczne korzyści związane z wykorzystaniem formalizacji temporalnej i nieklasycznych struktur czasu, takie jak:

- dopuszczenie wiedzy nieprecyzyjnej i niepewnej,
- uchwycenie „relacyjności” wiedzy (np. A zdarzyło się przed B), która często nie ma konkretnych odniesień do dat,
- zróżnicowanie granulacji rozumowania,
- modelowanie trwania.

Są to zalety wynikające z siły wyrazu formalizmów temporalnych (por. [MACH07, s. 63-70]). Dzięki nim przedsiębiorstwo jest w stanie pełniej wykorzystać wiedzę napływającą z otoczenia, niż w przypadku gdy czas nie jest ujmowany przez jego systemy informatyczne.



## 6. Podsumowanie

Współczesne przedsiębiorstwa działające w burzliwym otoczeniu potrzebują nowych narzędzi informatycznych, które wspomagałyby decydentów w podejmowaniu decyzji strategicznych, pozwalając jak najpełniej i przede wszystkim jak najszybciej uwzględnić zmiany zachodzące w otoczeniu przedsiębiorstwa.

Podstawą budowy takiego narzędzia (systemu) jest odpowiednia reprezentacja wiedzy temporalnej, a jedną z podstawowych kwestii ontologicznych, jakie należy rozstrzygnąć, jest struktura czasu. Najczęściej zakłada się strukturę najprostszą – czas liniowy. W wielu przypadkach jest to jednak niewystarczające, istnieją bowiem sytuacje ekonomiczne, do formalizacji których taka struktura się nie nadaje.

W artykule przedstawiono wybrane nieliniowe struktury czasu wraz z kilkoma przykładami sytuacji ekonomicznych, które można sformalizować, posługując się tymi strukturami. Wskazano także możliwe zastosowania praktyczne dla takich struktur, a mianowicie zaimplementowanie ich w temporalnym systemie inteligentnym działającym w przedsiębiorstwie. System taki służyłby jako wsparcie dla analizy decyzyjnej, ponadto mógłby on służyć jako system tzw. *competitive intelligence* – system zarządzania informacją o konkurencji lub stać się jednym z elementów infrastruktury informatycznej przedsiębiorstwa typu RTE (czasu rzeczywistego), obok hurtowni danych, systemów zarządzania wiedzą i innych narzędzi.

## Literatura

- [BEGA04] Bennett B., Galton A.P., *A unifying semantics for time and events*, "Artificial Intelligence" 2004, vol. 153, s. 13-48.
- [BENN03] Bennett B., *A logic of branching histories with a shared linear time series*, Foundations and Applications of Spatio-Temporal Reasoning (FASTR): Papers from the 2003 Symposium, ed. H.W. Guesgen, D. Mitra, J. Renz, AAAI, Menlo Park, CA, 2003.
- [EMHA86] Emerson E.A., Halpern J.Y., "*Sometimes*" and "*not never*" revisited: on branching versus linear time temporal logic, "Journal of the Association for Computing Machinery" 1986, vol. 33, no. 1, January, s. 151-178.
- [GLAB01] Glabbeek van R.J., *What is branching time semantics and why to use it?*, [w:] *Current trends in theoretical computer science: entering the 21<sup>st</sup> century*, World Scientific Publishing CO., Inc., River Edge, NJ, USA, 2001, s. 469-479.
- [HAJN96] Hajnicz E., *Time structures. Formal description and algorithmic representation*, Lecture Notes in Artificial Intelligence 1047, Springer, Berlin 1996.
- [KANI04] Kania K., *Temporalne bazy danych w systemach informatycznych zarządzania*, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej w Katowicach, AE, Katowice 2004.
- [KLIM99] Klimek R., *Wprowadzenie do logiki temporalnej*, Uczelniane Wydawnictwa Naukowo-Dydaktyczne AGH, Kraków 1999.
- [KNMA94] Knight B., Ma J., *Time representation: a taxonomy of temporal models*, „Artificial Intelligence Review" 1994, vol. & no. 6, Kluwer Academic Publishers.



- [MACH07] Mach M.A., *Temporalna analiza otoczenia przedsiębiorstwa. Techniki i narzędzia inteligentne*, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej nr 1154, seria „Monografie i Opracowania” nr 176, AE, Wrocław 2007.
- [PRHA98] Przybyłowski K., Hartley S.W., Kerin R.A., Rudelius W., *Marketing. Pierwsza polska edycja*, Dom Wydawniczy ABC Sp. z o. o., Warszawa 1998.
- [PRIO55] Prior A.N., *Diodoram modalities*, “Philosophical Quaterly” 1955, vol. 5, s. 205-213.
- [PRIO67] Prior A.N., *Past, present and future*, Clarendon Press, Oxford 1967.
- [RUNO95] Russell S.J., Norvig P., *Artificial intelligence – a modern approach*, Prentice Hall, Inc., USA 1995.
- [RUSS13] Russell B., *On the notion of cause*, “Journal of the Aristotelian Society” 1913, vol. 13, s. 1-26.
- [SOWA00] Sowa J.F., *Knowledge representation*, Brooks/Cole, Pacific Grove, CA, 2000.
- [VILA94] Vila L., *A survey on temporal reasoning in artificial intelligence*, AI Communications, 7(1), 1994, s. 4-28.
- [ZANA02] Zanardo A., *First-order and second-order aspects of branching-time semantics*, Proc. HPLMC-02: Second International Workshop on the History and Philosophy of Logic, Mathematics and Computation; Donostia – San Sebastian, Spain, 7-9 November 2002.

## NONLINEAR TIME STRUCTURES AND THE DESCRIPTION OF ECONOMIC REALITY – A SURVEY ATTEMPT

**Summary:** In the paper the nonlinear time structures are presented. They are discussed, and their formalisation is shown. Next, the author presents some sample economic situations which can be formally described using these nonlinear structures. Also the possibility of combining different nonlinear time structures to describe complex economic phenomena is discussed.