Adam Kucharski
Społeczna Wyższa Szkoła Przedsiębiorczości i Zarządzania w Łodzi

WYBÓR METODY ESTYMACJI W BADANIU SZEROKOŚCI RYNKU ZA POMOCĄ WSKAŹNIKA PASTORA-STAMBAUGHA

Streszczenie: W pracy wykorzystano wskaźnik szerokości rynku autorstwa L. Pastora i R.F. Stambaugha. Wskaźnik ten wyznacza się na podstawie modelu ekonometrycznego zaproponowanego przez tych autorów, którzy skorzystali z klasycznej metody najmniejszych kwadratów podczas estymacji parametrów swojego równania. Przetestowano również inne metody estymacji i przeanalizowano, która z nich najlepiej sprawdza się w badaniu szerokości rynku poprzez porównanie ich z MNK. Jako obszar doświadczeń posłużyły dane spółek tworzących indeks WIG20, a grupę dodatkowych metod stanowiły zaś: podwójna metoda najmniejszych kwadratów oraz modele GARCH i EGARCH estymowane za pomocą metody największej wiarygodności. Rezultaty wskazują, że oryginalna metoda estymacji (czyli KMNK) całkiem dobrze sprawdza się w porównaniu z resztą metod i modeli.

1. Wstęp

Wśród parametrów opisujących papiery wartościowe, w szczególności akcje, znajduje się płynność. Płynną akcją możemy obracać szybko i w dużych ilościach, bez znaczącego wpływu na wysokość notowań. Tradycyjnie charakterystykę tę wyznacza się jako relację wartości obrotów do kapitalizacji [Tarczyński 1997], przy czym na wartość obrotów wpływają zmiany cen oraz liczby zawieranych transakcji. Jeśli rośnie ona szybciej niż kapitalizacja, rynek określa się mianem płynnego.

L. Pastor i R.F. Stambaugh zaproponowali w 2001 r. [Pastor, Stambaugh 2001] miernik płynności bazujący na pojęciu tzw. szerokości rynku. Wyraża ona wpływ zmian wartości obrotów na zmiany cen akcji i może być uzupełnieniem tradycyjnych miar płynności, które niekiedy okazują się zawodne. Sam współczynnik autorzy nazwali „betą płynności" przez analogię do modelu Sharpe'a. O możliwościach związanych z analizą szerokości rynku na przykładzie polskiej giełdy traktuje m.in. [*Raport o stabilności…* 2007].

Pastor i Stambaugh wykorzystali metodę najmniejszych kwadratów podczas estymacji parametrów równania ekonometrycznego będącego podstawą ich rozważań. W niniejszej pracy przetestowano również inne metody i modele estymacji oraz sprawdzono, czy lepiej sprawdzają się one w badaniu szerokości rynku. Jako obszar doświadczeń posłużyły dane spółek tworzących indeks WIG20.

2. Estymacja parametrów równania Pastora-Stambaugha

Wspomniane „bety płynności" powstają poprzez oszacowanie równania zaproponowanego w [Pastor, Stambaugh 2001]. Autorzy wyszli od stwierdzenia, że płynność oznacza możliwość handlowania dużymi ilościami akcji po niskich kosztach i bez wpływu na cenę samego waloru. Doprowadziło ich to do wniosku, że możliwe jest wyznaczenie wpływu zmian wartości obrotów na stopę zwrotu akcji, na podobieństwo parametru beta z modelu Sharpe'a.

Aby otrzymać wskaźnik Pastora-Stambaugha, należy oszacować następujące równanie regresji [Pastor, Stambaugh 2001]:

$$r^e_{i,d+1,t} = \theta_{i,t} + \phi_{i,t} r_{i,d,t} + \gamma_{i,t} sign(r^e_{i,d,t}) v_{i,d,t} + \varepsilon_{i,d+1,t}, \tag{1}$$

gdzie: $r^e_{i,d,t}$ – stopa zwrotu z akcji *i* w dniu *d* miesiąca *t* ponad stopę zwrotu z indeksu giełdowego w tym samym okresie,

$r_{i,d,t}$ – stopa zwrotu z akcji *i* w dniu *d* miesiąca *t*,

$v_{i,d,t}$ – wartość obrotów akcjami spółki *i* w *d* miesiąca *t*,

$\varepsilon_{i,d+1,t}$ – składnik losowy równania.

Zarówno dla zmiennej objaśnianej, jak i zmiennych objaśniających należy dysponować co najmniej 15 obserwacjami z danego miesiąca[1].

W wersji zaproponowanej w oryginalnym artykule parametry równania szacowano metodą najmniejszych kwadratów na podstawie danych dziennych, oddzielnie dla każdego miesiąca analizowanego okresu. Dla każdej z branych pod uwagę spółek poszukiwano parametrów osobno.

Zmienna objaśniana wyraża zwrot z inwestycji w akcję ponad zwrot z indeksu w czasie danej sesji, zaś zmienne objaśniające odzwierciedlają wybrane wpływy wynikające z sesji poprzedniej. Parametr $\gamma_{i,t}$ przy drugiej ze zmiennych objaśniających jest właśnie wskaźnikiem Pastora-Stambaugha (wskaźnikiem PS). Reprezentuje on efekt wpływu wzrostu (spadku) wartości obrotów w danej sesji na stopę zwrotu ponad rynek z kolejnej sesji przy założeniu, że obroty i zwrot w danej sesji mają ten sam znak.

Wykorzystanie stopy zwrotu ponad rynek w charakterze zmiennej objaśnianej oraz jej znaku przy wartości obrotów ma za zadanie lepiej wyizolować wpływ powiązanych z obrotami zmian stóp zwrotu akcji.

[1] Autorzy wskaźnika wykluczyli dodatkowo z analiz akcje o cenie niższej niż 5 i wyższej niż 1000 dolarów.

Im słabiej ceny reagują na zmiany wartości obrotów, tym rynek charakteryzuje się większą szerokością, a co za tym idzie – wyższą płynnością. A zatem $\gamma_{i,t}$ przyjmuje, co do wartości bezwzględnej, wyższe wartości, kiedy spada szerokość rynku i zmniejsza się płynność.

Aby obliczyć wskaźnik PS dla całego rynku w danym miesiącu ($\hat{\gamma}_t$), należy wyznaczyć średnią arytmetyczną oszacowanych parametrów $\gamma_{i,t}$ dla wszystkich analizowanych spółek. Im większa liczba branych pod uwagę walorów, tym precyzyjniej określona jest szerokość rynku. W naszym przypadku ograniczamy się do 20 spółek tworzących WIG20, na które przypada lwia część obrotów. Na potrzeby tego artykułu przyjęto, że stanowią one wystarczająco dokładne przybliżenie ogólnej sytuacji rynkowej. Poza tym oczekiwano po owych 20 spółkach płynności wyższej niż dla reszty rynku, co pozwoliło określić oczekiwania odnośnie do jego szerokości. Postępowanie takie ma również tę zaletę, że wykorzystano wszystkie spółki wchodzące w skład indeksu, zamiast porównywać z indeksem tylko część spośród nich. Z taką sytuacją zetknęlibyśmy się, sięgając po WIG, który obejmuje bardzo dużą liczbę walorów, co utrudnia późniejsze analizy. Zresztą wyniki wcześniejszych badań [Kucharski 2008] wykazały, że możliwe jest badanie szerokości rynku ograniczone do pewnej grupy spółek, np. należących do jednej branży.

Uśrednione wartości wskaźnika PS pokazują dynamikę zmian z miesiąca na miesiąc. Do analiz wykorzystuje się zaś miarę jednopodstawową. W tym celu $\hat{\gamma}_t$ mnożymy przez iloraz ceny akcji na koniec miesiąca *t* do ceny akcji na koniec pierwszego miesiąca badanego okresu.

W oryginalnym artykule wykorzystano do estymacji metodę najmniejszych kwadratów[2]. Jest to o tyle uzasadnione, że równanie (1) ma postać liniową. Jednakże dane giełdowe mają swoją specyfikę. Przejawia się ona na przykład wysoką wariancją w przypadku danych o dużej częstotliwości, takich jak notowania dzienne. Zawsze istnieje również kwestia doboru zmiennych do modelu oraz uwzględnienia w nim wpływu dodatkowych czynników.

W drugim z wymienionych przypadków pomocna staje się podwójna metoda najmniejszych kwadratów (2MNK). Wprawdzie najczęściej wykorzystuje się ją podczas estymacji modeli wielorównaniowych, ale można również szacować parametry pojedynczych równań [Gajda 2004]. 2MNK ma walor polegający na odporności na współliniowość zmiennych [Welfe 2003]. Podobnie jak w metodzie zmiennych instrumentalnych (MZI), której jest ważoną wersją [Maddala 2008], w 2MNK należy określić zestaw instrumentów nieskorelowanych ze składnikiem losowym, za to skorelowanych ze zmiennymi objaśniającymi.

[2] W dalszej części artykułu posługiwać się będziemy także skrótem KMNK, czyli klasyczna metoda najmniejszych kwadratów.

Z reguły jako instrumenty wykorzystuje się zmienne z otoczenia badania, których nie uwzględniono w równaniu. Jeżeli nie chcemy naruszać specyfikacji równania (1), co wpłynęłoby na sens merytoryczny parametrów, możemy sięgnąć po 2MNK, aby uwzględnić działanie dodatkowych czynników.

Na spółki tworzące WIG20 przypada znaczna część obrotów, część jednak wciąż znajduje się poza tym fragmentem rynku. Ponadto skład indeksu jest co jakiś czas zmieniany, co komplikuje wykorzystanie w dłuższym okresie danych dotyczących spółek włączanych do WIG20.

W opracowaniu chciano uwzględnić wpływ zachowania całego rynku na zmienne objaśniające równania Pastora-Stambaugh. W tym celu wykorzystano dzienną stopę zwrotu oraz dzienny wolumen obrotów dla indeksu WIG. W ten sposób w równaniu w bardziej kompleksowy sposób odzwierciedlona zostanie sytuacja panująca na rynku.

Inne podejście użyteczne podczas analizy danych giełdowych o dużej częstotliwości (a do takich zaliczymy notowania dzienne) to sięgnięcie po model autoregresyjnej warunkowej heteroskedastyczności (*autoregressive conditional heteroskedasticity* – ARCH), w którym wariancja błędu losowego w danym okresie jest funkcją wartości błędów losowych w okresach poprzednich [Maddala 2008]. Model ten przydaje się, kiedy wariancja składnika losowego nie jest stabilna, jak to się często dzieje w przypadku procesów obserwowanych na rynkach finansowych. Warunkową wariancję (h_t) zmiennej losowej y_t dla najprostszego modelu ARCH(1) można zapisać [Welfe 2003]:

$$y_t = \varepsilon_t \sqrt{h_t}\,, \tag{2}$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2, \tag{3}$$

gdzie ε_t: N(0,1).

Parametry modelu ARCH można szacować m.in. za pomocą metody najmniejszych kwadratów, ale zaleca się [Welfe 2003] wykorzystanie metody największej wiarygodności (MNW) i ona będzie trzecią użytą do estymacji parametrów[3] równania (1). Po estymacji może okazać się, że α_1 przyjmuje wartość ujemną lub większą niż jeden, co powoduje trudności w wykorzystaniu modelu, o ile na parametry nie zostaną nałożone dodatkowe warunki.

W pracy wykorzystano uogólniony model GARCH(1,1), w którym warunkową wariancję opisuje równanie:

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 h_{t-1}\,. \tag{4}$$

[3] W dalszych rozważaniach mówić będziemy oddzielnie o wynikach dla modeli GARCH i EGARCH, pamiętając, że do estymacji użyta została MNW.

Model GARCH nadal podlega pewnym ograniczeniom, jeśli chodzi o zastosowania [szerzej na ten temat patrz Welfe 2003]. W tym przypadku szczególnie obawiano się wzrostu wariancji cen akcji po pojawieniu się negatywnych informacji związanych z kryzysem na rynkach finansowych. Dlatego dla porównania użyto także wykładniczego modelu GARCH (*exponential* GARCH – EGARCH), w którym nie nakłada się restrykcji na parametry równania opisującego warunkową wariancję. Dzięki zastosowanej postaci funkcyjnej zawsze przyjmują one wartości nieujemne.

3. Wyniki obliczeń

Do obliczeń wykorzystano dane pochodzące z warszawskiej giełdy, obejmujące notowania oraz obroty spółek tworzących indeks WIG20. Po dokonaniu przekształceń wynikających z równania (1) otrzymane zostały szeregi wykorzystane podczas estymacji. W przypadku podwójnej metody najmniejszych kwadratów zestaw danych zawierał również dzienne notowania i obroty indeksu WIG. Zakres czasowy obserwacji obejmował sesje od 2 stycznia 2008 r. do 31 marca 2009 r.

Sposób obliczania wskaźnika PS wymusza konieczność estymacji kilkuset równań, nawet w przypadku ograniczenia się do zaledwie 20 spółek i 15 miesięcy. Aby porównać między sobą rezultaty pochodzące z różnych metod, konieczne stają się uśrednienia dla wybranych kryteriów. Należy przy tej okazji pamiętać, że zbiór zmiennych obejmuje spółki o różnej wielkości, pochodzące z różnych branż, cieszące się różnym zainteresowaniem inwestorów. Rzutuje to na zmienność otrzymanych wyników.

Klasyczna metoda najmniejszych kwadratów, zaproponowana przez autorów wskaźnika, służyć będzie za punkt odniesienia dla pozostałych metod i modeli estymacji. Jako pierwszego kryterium użyto sum kwadratów reszt występujących w ilości równej liczbie szacowanych równań. W celu umożliwienia porównania sumy pochodzące z 15 okresów zostaną uśrednione dla każdej ze spółek. Stosowne dane znalazły się w tabeli 1.

Porównując metody między sobą, można zauważyć, że najniższe średnie sumy kwadratów dla wszystkich spółek daje użycie KMNK. Podwójna metoda najmniejszych kwadratów wypada pod tym względem najgorzej. Dodatkowo kilkakrotnie wystąpiły w jej przypadku nietypowe, bardzo wysokie wartości. Modele GARCH i EGARCH wykazały się między sobą zbliżonymi wynikami, choć nieco wyższymi niż te dla KMNK.

Zmienność wyników podanych w tabeli 1 należy uznać za dużą, a w przypadku 2MNK – nawet za bardzo dużą. Jeśli weźmie się pod uwagę KMNK, GARCH i EGARCH, to okaże się, że druga z wymienionych wartości charakteryzuje się przeważnie najwyższą zmiennością. KMNK i EGARCH oscylują na podobnym poziomie, przy czym ta ostatnia wartość dla kilku spółek odznaczała się najmniejszą zmiennością średnich sum kwadratów reszt.

Tabela 1. Średnia suma kwadratów reszt dla spółek

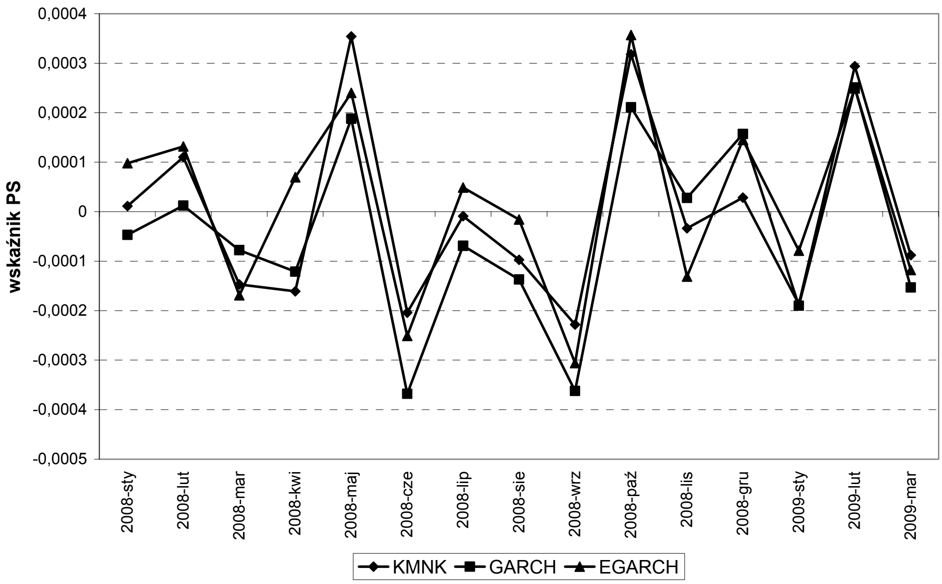
Metoda	AGORA	ASSECOPOL	BIOTON	BRE	BZWBK
KMNK	0,0146	0,0090	0,0212	0,0099	0,0069
2MNK	67,7064	71,6657	7,9958	198,6278	0,1826
GARCH	0,0159	0,0096	0,0230	0,0103	0,0072
EGARCH	0,0161	0,0097	0,0228	0,0107	0,0073
Metoda	CERSANIT	CEZ	CYFRPLSAT	GETIN	GTC
KMNK	0,0187	0,0123	0,0103	0,0090	0,0151
2MNK	0,1475	0,9213	0,5061	1,0777	0,3891
GARCH	0,0196	0,0130	0,0112	0,0095	0,0158
EGARCH	0,0202	0,0136	0,0113	0,0097	0,0160
Metoda	KGHM	LOTOS	PBG	PEKAO	PGNIG
KMNK	0,0160	0,0123	0,0104	0,0067	0,0090
2MNK	0,4058	0,0512	130,8842	0,0211	0,0672
GARCH	0,0169	0,0136	0,0108	0,0072	0,0094
EGARCH	0,0170	0,0134	0,0111	0,0070	0,0094
Metoda	PKNORLEN	PKOBP	POLIMEXMS	TPSA	TVN
KMNK	0,0068	0,0043	0,0117	0,0065	0,0128
2MNK	0,0767	0,0574	0,1529	0,2945	0,6694
GARCH	0,0072	0,0044	0,0126	0,0067	0,0132
EGARCH	0,0078	0,0047	0,0132	0,0073	0,0138

Źródło: obliczenia własne.

Zdaniem Pastora i Stambaugha zakłócenia losowe pomiędzy stopami zwrotu z różnych akcji są słabo skorelowane. Powstaje jednak pytanie o kwestię skorelowania składników losowych z różnych okresów dla pojedynczych równań służących do późniejszego obliczania samego wskaźnika. Postać modelu oraz wymóg posiadania przynajmniej 15 obserwacji podczas estymacji pozwalają na skorzystanie z testu Durbina-Watsona. Wartości statystyki tego testu dla estymowanych równań znajdują się w pobliżu 2, co pozwala (w przypadku wszystkich użytych metod estymacji) odrzucić hipotezę o występowaniu autokorelacji składnika losowego. Najkorzystniej z punktu widzenia tego kryterium wypadły modele GARCH i EGARCH. Konkretne wartości statystyk DW wskazują, że współczynniki korelacji reszt miały zazwyczaj znak ujemny.

Przeanalizujmy teraz reakcję rynku na zmiany wartości obrotów, wyrażone za pomocą wskaźnika PS. Rezultaty pochodzące z 2MNK różnią się od pozostałych metod estymacji, zaś KMNK, GARCH i EGARCH dają do pewnego stopnia porównywalne wyniki (szczególnie dotyczy to ostatnich dwóch, ale nie powinniśmy się dziwić, biorąc pod uwagę ich przynależność do tej samej klasy modeli).

Przypomnijmy, że szerokość rynku identyfikujemy na podstawie wartości parametru $\gamma_{i,t}$. Im znajduje się on bliżej zera, tym rynek uznajemy za bardziej płynny. Na podstawie wykresów zaprezentowanych na rysunkach 1 i 2 możemy stwierdzić, że w analizowanym okresie rynek zachowywał płynność, co zgadza się z naszymi oczekiwaniami z początku artykułu. Jednakże w przypadku estymacji równania Pastora-Stambaugha podwójną metodą najmniejszych kwadratów zauważamy znaczący spadek szerokości rynku w maju 2008 r. Wprawdzie trudno to zaobserwować na rysunku 2, ale wartości wskaźnika PS są o rząd wielkości wyższe niż te dla pozostałych metod. Poza majem 2008 r. nie ma już równie dużych zmian płynności, choć wahania na mniejszą skalę dadzą się zauważyć we wrześniu i w listopadzie tego samego roku, a także w lutym 2009 r.

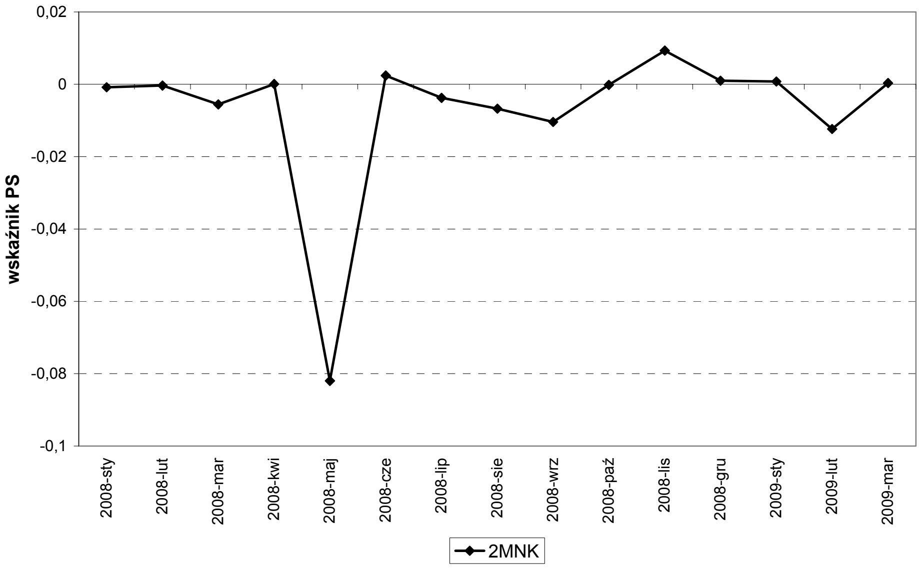


Rys. 1. Wskaźnik szerokości rynku akcji z WIG20. Wykorzystanie KMNK, GARCH, EGARCH

Źródło: opracowanie własne.

Zmiany wskaźnika szerokości rynku znajdujące się na rysunku 1 do pewnego stopnia pokrywają się z tymi z drugiego wykresu. Jednakże, po pierwsze, sugerują one znacznie lepszą ogólną płynność mierzoną dla badanej części rynku, a po drugie – wahania płynności są słabsze. Wszystkie trzy podejścia wskazują niższą szerokość rynku w maju i we wrześniu 2008 r. oraz w lutym 2009 r. (co jest zgodne z 2MNK). Jednakże KMNK, GARCH i EGARCH rozciągają niekiedy tę sytuację w czasie. Konkretnie, majowy spadek płynności trwa do czerwca, a wrześniowy – do października włącznie.

Uśredniony, miesięczny kurs WIG20 w ciągu badanych 15 miesięcy znajdował się przeważnie w trendzie spadkowym poza krótkimi okresami, kiedy dochodziło do jego odbicia. W maju i we wrześniu 2008 r. doszło do dość gwałtownych, trwających dłużej korekt kursu, spowodowanych spadkiem notowań akcji. Krótsza, bo



Rys. 2. Wskaźnik szerokości rynku akcji z WIG20. Wykorzystanie 2MNK

Źródło: opracowanie własne.

jednomiesięczna, korekta nastąpiła też w styczniu 2009 r. W tym czasie dochodziło do gwałtownych zmian w wartości obrotów. Na przykład spadek od czerwca do maja wyniósł 14%, a wzrost od lipca do czerwca aż 27%. Sytuacja ta trwała do listopada włącznie, choć spadek wartości obrotów utrzymał się do końca 2008 r. W tych okolicznościach nie należy się dziwić zachowaniu wskaźnika PS. Wydaje się jednak, że z punktu widzenia odwzorowania zachowania rynku lepiej sprawdziły się metody przedstawione na rysunku 1, a to głównie ze względu na uchwycenie faktu dłuższego trwania spadku płynności.

4. Podsumowanie

Wyniki przeprowadzonych obliczeń nie są całkowicie jednoznaczne. Generalnie wszystkie metody i modele wskazały na występowanie dużej szerokości rynku akcji 20 spółek z WIG20, czego się spodziewaliśmy. 2MNK odstaje od pozostałych wariantów z uwagi na wyższe wartości wskaźnika PS oraz istotny brak płynności w maju 2008 r. Jak pokazała analiza zmian kursów oraz wartości obrotów, sytuacja aż do listopada zmieniała się bardzo dynamicznie i na tym tle maj nie wyróżniał się aż w takim stopniu, jak sugerują obliczenia dla podwójnej metody najmniejszych kwadratów. Z kolei KMNK, GARCH i EGARCH były w stanie wychwycić dłuższe okresy wahań płynności, choć o jej znaczącym ograniczeniu trudno w ich przypadku mówić. Model EGARCH dawał przy tym wartości wskaźnika najbliższe zeru oraz o najmniejszej zmienności spośród trzech przed chwilą wymienionych.

Na tym tle KMNK, jako metoda estymacji równania Pastora-Stambaugha, wciąż wypada dobrze. Za jej alternatywę można uznać modele klasy ARCH estymowane metodą największej wiarygodności. Trzy wymienione metody okazały się zgodne co do wskazania momentu utraty lub wzrostu płynności, choć różniły się nieco w ocenie siły tego zjawiska. W przypadku 2MNK otwartą kwestią pozostaje dobór instrumentów, co jest główną bolączką tej metody.

Opierając się na wynikach wcześniejszych badań [Kucharski 2008], można stwierdzić, że szerokość rynku nie tyle zastępuje, co uzupełnia tradycyjne rozumienie płynności. Zdarza się bowiem, że mimo widocznych na rynku symptomów utraty płynności, opieranie się na kapitalizacji nie daje oczekiwanych sygnałów. Uzyskujemy je jednak dzięki wskaźnikowi PS. Z kolei wskaźnik ten jest dość kłopotliwy w obliczeniach, z uwagi na konieczność estymacji dużej liczby równań.

Literatura

Gajda J.B., *Ekonometria*, Wydawnictwo C.H. Beck, Warszawa 2004.

Kucharski A., *Badanie szerokości rynku akcji notowanych na polskiej giełdzie*, konferencja Inwest 2008 (w druku).

Raport o stabilności systemu finansowego 2006, red. J. Osiński, D. Tymoczko, P. Wyczański, 2007, www.nbp.pl.

Maddala G.S., *Ekonometria*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2008.

Pastor L., Stambaugh R.F., *Liquidity risk and expected stock returns*, NBER Working Paper, no. 8462, Cambridge 2001.

Tarczyński W., *Rynki kapitałowe. Metody ilościowe*. Agencja Wydawnicza Placet, Warszawa 1997.

Welfe A., *Ekonometria*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa 2003.

THE SELECTION OF AN ESTIMATION METHOD WITH THE USE OF THE PASTOR-STAMBAUGH INDICATOR

Summary: We used the market-wide liquidity indicator by L. Pastor and R. F. Stambaugh, which is calculated on the basis of the econometric model they proposed. Pastor and Stambaugh used ordinary least squares (OLS) to estimate parameters of the equation. We decided to examine other methods of estimation and analyze which one of them is the most suited to a market-wide liquidity research by comparing with OLS. Our testing area became shares from which index WIG20 is made of. The additional methods were as follows: two stage least squares, GARCH and EGARCH models estimated by the maximum likelihood method. The results show that a genuine estimation method (which is OLS) turned out to be quite good compared to the rest of the methods and models.