PRACE NAUKOWE UNIWERSYTETU EKONOMICZNEGO WE WROCŁAWIU nr 117
Inwestycje finansowe i ubezpieczenia – tendencje światowe a polski rynek 2010

Jacek Białek
Uniwersytet Łódzki

UWAGI O FUNKCJONUJĄCYCH DEFINICJACH PRZECIĘTNEGO ZWROTU OFE*

Streszczenie: W polskim prawie funkcjonuje definicja przeciętnej stopy zwrotu grupy Otwartych Funduszy Emerytalnych, która – jak pokazano [zob. Gajek, Kałuszka 2000] – nie spełnia pewnych ekonomicznie zasadnych postulatów. W pracy [Białek 2005] proponuje się alternatywną definicję i udowadnia, iż wartości omówionych miar z reguły tworzą określony porządek. Okazuje się jednak, że relacje zachodzące pomiędzy miarami mogą się zmieniać, a w pewnych ekstremalnych sytuacjach miary te wykazują anomalne zachowania. Wybór odpowiedniej miary oceny efektywności OFE jest więc nadal kwestią otwartą, a jednocześnie bardzo ważną, ze względu na ustawowo określony tzw. minimalny zwrot. W pracy dokonano porównania wymienionych miar i poddano dyskusji ich stosowalność. Rozważania dotyczą modelu stochastycznego z czasem dyskretnym.

1. Wstęp

Fundusze emerytalne są to instytucje, których celem jest m.in. jak najkorzystniejsze lokowanie środków wpłaconych przez uczestników funduszy. Właściwa ocena wyników inwestowania zasobów pieniężnych ma podstawowe znaczenie przy podejmowaniu decyzji o alokacji aktywów przez uczestników. Wskaźniki, które są wykorzystywane w celu oceny efektywności inwestowania, muszą być zatem tak skonstruowane, aby odzwierciedlały obiektywnie zmiany wartości aktywów dokonane wyłącznie przez inwestycje.

Jednym ze wskaźników jest *przeciętna stopa zwrotu* liczona dla całej grupy funkcjonujących funduszy. Dzięki niej można porównać dany fundusz z przeciętnymi wynikami całej grupy. Jednak z punktu widzenia samego funduszu ryzyko uzyskania zwrotu za ostatnie 36 miesięcy, mniejszego od wymaganego ustawowo minimum, pociąga za sobą poważne konsekwencje finansowe. Zgodnie z polskim prawem w takiej sytuacji fundusz jest zobligowany do pokrycia powstałego deficy-

* Praca naukowa finansowana ze środków na naukę w latach 2008–2010 – projekt badawczy NN111 306335.

tu[1]. Warto tutaj zaznaczyć, że minimalna wymagana stopa zwrotu przy obecnym poziomie stóp procentowych w nadchodzących kilku latach będzie raczej równa połowie średniej ważonej ze zwrotów poszczególnych funduszy, nie zaś średniej ważonej minus 4 punkty procentowe – o takiej alternatywie mówi ustawa wskazując, iż minimalna wymagana stopa zwrotu jest wartością wyższą.

W polskim prawie dla funduszy emerytalnych (Dz.U. nr 139, poz. 934, art. 173) funkcjonuje następująca definicja przeciętnej stopy zwrotu:

$$\overline{r}_0(T_1,T_2)=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2}r_i\left(T_1,T_2\right)\cdot\left(\frac{A_i(T_1)}{\sum_{i=1}^{n}A_i(T_1)}+\frac{A_i(T_2)}{\sum_{i=1}^{n}A_i(T_2)}\right), \tag{1}$$

gdzie: n – liczba funkcjonujących funduszy emerytalnych,

$[T_1,T_2]$ – rozważany interwał czasowy, dla którego mierzymy przeciętny zwrot,

$r_i(T_1,T_2)$ – stopa zwrotu i-tego funduszu liczona jako względny przyrost wartości jednostki uczestnictwa tego funduszu w czasie $[T_1,T_2]$,

$A_i(t)$ – aktywa netto i-tego funduszu w chwili t.

Do końca marca 2004 r. średnia ważona stopa zwrotu obliczana była na ostatni dzień roboczy każdego kwartału i obejmowała okres 24 miesięcy poprzedzających ten dzień. Po zmianie przepisów stopa ta obliczana jest co 6 miesięcy, na ostatni dzień roboczy marca i września, za okres 36 miesięcy poprzedzających ten dzień. Zmianom uległ także sposób określania wag poszczególnych funduszy w średniej ważonej. Przed zmianą przepisów była to średnia arytmetyczna udziałów aktywów netto, zarządzanych przez dane PTE w aktywach netto wszystkich OFE na początek i koniec okresu pomiaru. Nowe przepisy wprowadzają dodatkowe ograniczenie – udział żadnego z funduszy nie może przekroczyć 15% średniej (dwuletniej) ważonej stopy zwrotu za okres czerwiec 2001 – marzec 2004. Dla uproszczenia, nie wpływając na ogólność rozważań, będziemy dalej analizować formułę (1) bez wspomnianych ograniczeń, ale liczoną, zgodnie z nowelizacją ustawy, dla okresu 36 miesięcy. Nie wpłynie to na ogólność rozważań.

Dodajmy, iż w pracy pomijamy omówienie najczęściej pojawiających się zarzutów wobec idei przeciętnego zwrotu OFE i minimalnego zwrotu. Miary te *de*

[1] Obecnie, od 1 kwietnia 2004 r., środki na pokrycie niedoboru mają pochodzić w pierwszej kolejności z umorzenia jednostek rozrachunkowych, zgromadzonych na rachunku rezerwowym, następnie z umorzenia jednostek rozrachunkowych, zgromadzonych na rachunku części dodatkowej Funduszu Gwarancyjnego. Jeżeli środki te nie są wystarczające, pokrycie niedoboru następuje kolejno ze środków własnych PTE, a jeżeli i te środki nie wystarczają, z pozostałych środków Funduszu Gwarancyjnego, z zastrzeżeniem, że w pierwszej kolejności pokrywany jest on ze środków części podstawowej Funduszu Gwarancyjnego. Ostatecznym gwarantem pokrycia niedoboru jest Skarb Państwa.

facto nie biorą pod uwagę ryzyka inwestycyjnego, nie generują zdrowej konkurencji na rynku OFE i nie stanowią – jak się okazuje – wystarczającego bodźca dla lepszych inwestycji funduszy. Niemniej jednak z uwagi na to, iż wspomniana ustawa nadal obowiązuje, ograniczymy rozważania do tematu określonego w tytule niniejszej pracy.

2. Ocena polskiej miary przeciętnego zwrotu OFE

Jak wskazano wcześniej, niezwykle ważnym aspektem jest właściwe zdefiniowanie przeciętnej stopy zwrotu grupy OFE. Ma to znaczenie nie tylko dla klientów OFE, ale również dla samych funduszy, ze względu na ustawowo określone kryterium minimalnego zwrotu. W pracy [Gajek, Kałuszka 2000] autorzy zaproponowali serię postulatów, ekonomicznie zasadnych, jakie powinna spełniać dobrze skonstruowana miara rentowności dla grupy funduszy emerytalnych. Nie będziemy tu cytować wszystkich postulatów, odsyłając zainteresowanego czytelnika do wymienionej pozycji. Zwrócimy jednak uwagę na fakt, iż polska definicja określona w (1) nie spełnia trzech spośród siedmiu zaproponowanych postulatów. Mowa tu o postulatach 3, 4 i 6, które – by czytelnik mógł ocenić ich ważkość – cytujemy poniżej, $\overline{r}(T_1, T_2)$ – oznacza poprawnie zdefiniowaną miarę:

Postulat 3[2]
Jeżeli liczba jednostek jest stała w każdym z funduszy, w przedziale czasowym $[T_1, T_2]$, wtedy:

$$\overline{r}(T_1, T_2) = \frac{\sum_{i=1}^{n} A_i(T_2) - \sum_{i=1}^{n} A_i(T_1)}{\sum_{i=1}^{n} A_i(T_1)}. \tag{2}$$

Postulat ten stwierdza, że jeżeli żaden z klientów nie zmienia funduszu lub nie wypisuje się z funduszu ani też nie dochodzą nowi klienci, wtedy jakakolwiek zmiana aktywów A_i *i*-tego funduszu odzwierciedla rezultaty inwestycyjne jedynie *i*-tego funduszu. Jest więc to bardzo naturalny wymóg wobec miary przeciętnego zwrotu funduszy.

Postulat 4
Dla każdego $t \in [T_1, T_2]$ powinno zachodzić:

$$1 + \overline{r}(T_1, T_2) = [1 + \overline{r}(T_1, t)][1 + \overline{r}(t, T_2)]. \tag{3}$$

[2] Numeracja postulatów pochodzi z oryginalnej, cytowanej tu pracy Gajka i Kałuszki.

A zatem zgodnie z postulatem 4 przeciętna stopa zwrotu OFE powinna zachowywać się tak, jak stopa procentowa w procencie składanym.

Postulat 6

Niech $k_i(t)$ oznacza liczbę uczestników *i*-tego funduszu w chwili t.

Przyjmijmy, że $n \geq 2$ i $k_1(t) > 0$, natomiast $k_i(t) = 0$ dla $i = 2,...,n$, $t \in [T_1, T_2 - \Delta t]$, gdzie $\Delta t > 0$, takie że $T_2 - \Delta t > T_1$. Wówczas powinno zajść:

$$\lim_{\Delta t \to 0} \overline{r}(T_1, T_2) = r_1(T_1, T_2). \tag{4}$$

Podobnie gdy $k_1(t) > 0$ oraz $k_i(t) = 0$ dla $i = 2,...,n$, $t \in [T_1 + \Delta t, T_2]$, gdzie $\Delta t > 0$, takie że $T_1 + \Delta t < T_2$, zachodzić powinno:

$$\lim_{\Delta t \to 0} \overline{r}(T_1, T_2) = r_1(T_1, T_2). \tag{5}$$

Postulat 6 mówi, że gdy wszyscy klienci są członkami jednego funduszu podczas prawie całego przedziału czasowego, to przeciętna stopa zwrotu dla grupy funduszy będzie w przybliżeniu równa stopie zwrotu z tego właśnie funduszu. Jest to co prawda przypadek ekstremalny, ale w rzeczywistości fundusze o znikomej liczbie uczestników nie powinny mieć istotnego wpływu na przeciętny zwrot całej grupy OFE.

Przykładowo pokażemy, iż definicja stosowana w Polsce nie spełnia postulatu 4. Weźmy pod uwagę grupę 15 funduszy funkcjonujących w Polsce w okresie styczeń 2002 – grudzień 2004. Po obliczeniach (dla danych miesięcznych, to znaczy dla $[T_1, T_2] = [1, 36]$) otrzymano: $1 + \overline{r}_0(1, 36) = 1.36407$, a dzieląc badany okres w stosunku 1:2 i 2:1, otrzymujemy wyniki:

$(1 + \overline{r}_0(1, 12)) \cdot (1 + \overline{r}_0(12, 36)) = 1.36384 \neq 1.36407$

$(1 + \overline{r}_0(1, 24)) \cdot (1 + \overline{r}_0(24, 36)) = 1.36381 \neq 1.36407$ [zob. Białek 2005].

Dość ważny kontrargument dla stosowania definicji (1) przedstawimy w dalszej części pracy, po określeniu pewnych dodatkowych założeń modelu stochastycznego, jaki przyjmiemy do rozważań. Zaznaczmy jedynie już teraz, iż nawet jeśli procesy wartości jednostek uczestnictwa zachowują się stabilnie w rozważanym interwale czasowym, to proces $r_0(T_1, t)$, traktowany jako stochastyczny, nie musi już tej stabilności przejawiać (dalej wyjaśnimy to w języku martyngałów).

Najprostszym, jak się wydaje, kontrargumentem przeciwko stosowaniu definicji (1) jest przykład, w którym rozważa się parzystą liczbę funduszy. Przy założeniu, że połowa z nich osiągnęła w rozważanym okresie zwrot 50%, druga połowa (–50%) – powinniśmy uzyskać średnią stopę zwrotu 0%. Tymczasem nietrudno sprawdzić, iż uzyskuje się tu $\overline{r}_0(T_1, T_2) = 12,5\%$! Prowadzi to do poszukiwań innych, alternatywnych formuł.

3. Alternatywne miary przeciętnego zwrotu OFE

Zanim podamy definicje innych definicji przeciętnego zwrotu OFE, wprowadźmy niezbędne oznaczenia i założenia. Rozważmy grupę n funduszy emerytalnych. Oznaczmy rozważaną przestrzeń probabilistyczną jako $(\Omega, \mathrm{F}, \mathbb{P})$. Będziemy obserwować w dyskretnych momentach $t = T_1, T_1+1, T_1+2, \ldots$ następujące zmienne losowe na określonej wyżej przestrzeni probabilistycznej:

$w_i(t)$ – wartość jednostki udziałowej i-tego funduszu w chwili t,

$k_i(t)$ – liczba jednostek udziałowych i-tego funduszu w chwili t,

$A_i(t) = k_i(t) w_i(t)$ – wartość aktywów netto i-tego funduszu w chwili t,

$A(t) = \sum_{i=1}^{n} A_i(t)$ – całkowite aktywa netto wszystkich funduszy w chwili t,

$A_i^*(t) = A_i(t) / A(t)$ – relatywny udział aktywów netto i-tego funduszu wobec aktywów netto całej grupy n funduszy w chwili t [zob. Gajek, Kałuszka 2000].

Przyjmijmy ponadto następujące założenia:

- Wszystkie inwestycje są nieskończenie podzielne.
- Nie ma kosztów transakcji, podatków czy wypłat dywidend.
- Członkowie nie płacą za alokację swojego majątku.
- Nie ma możliwości „zużycia” funduszu, tzn. że zawsze, jeśli tylko chcemy, możemy zakupić jednostkę uczestnictwa.

Niech $\mathbb{F} = \{\mathrm{F}_0, \mathrm{F}_1, \ldots\}$ będzie filtracją względem przestrzeni $(\Omega, \mathrm{F}, \mathbb{P})$, to znaczy F_t stanowi б-ciało podzbiorów Ω, przy czym $\mathrm{F}_0 \subseteq \mathrm{F}_1 \subseteq \mathrm{F}_2 \subseteq \ldots \subseteq \mathrm{F}$. Filtracja $\mathbb{F}$ opisuje, w jakim stopniu informacja związana z zachowaniem rynku jest znana inwestorowi. Od tej pory, oraz konsekwentnie w dalszej części, przez symbol $X = Y$ rozumieć będziemy, że zmienne losowe X, Y są zdefiniowane na $(\Omega, \mathrm{F}, \mathbb{P})$ oraz zachodzi $\mathbb{P}(X = Y) = 1$. Przyjmijmy dodatkowo, iż zmienne losowe $w_i(t)$, $k_i(t)$ są F_t-mierzalne, dla każdych i, t. Zatem pozwalamy inwestorowi na zakup (sprzedaż) jednostek, po tym jak zaobserwuje on zachowanie rynku.

W ramach przedstawionego modelu Gajek i Kałuszka zaproponowali alternatywną miarę przeciętnego zwrotu OFE [zob. Gajek, Kałuszka 2002]:

$$\overline{r}_A(T_1, T_2) = \prod_{u=T_1}^{T_2-1} (1 + \sum_{i=1}^{n} A_i^*(u) r_i(u, u+1)) - 1 . \tag{6}$$

W pracy [Białek 2005] zaproponowano modyfikację tej miary postaci:

$$r_B(T_1, T_2) = \prod_{t=T_1}^{T_2-1} \exp(\sum_{i=1}^{n} A_i^*(t) \cdot \ln \frac{w_i(t+1)}{w_i(t)}) - 1. \tag{7}$$

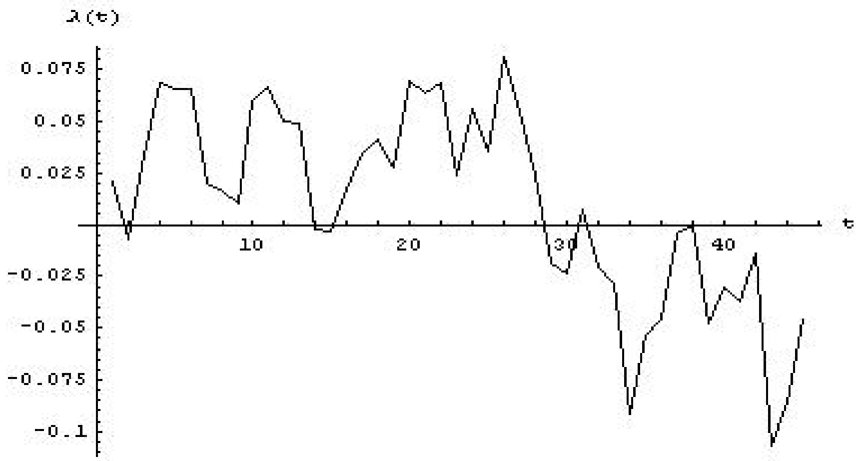
Łatwo pokazać, iż miary (6) i (7) spełniają wszystkie postulaty Gajka i Kałuszki [zob. Białek 2005]. Co więcej, miary te – rozumiane jako procesy stochastyczne – stanowią martyngały, o ile tylko procesy cen jednostek uczestnictwa również są martyngałami. Precyzuje ten fakt poniższe twierdzenie [zob. Białek 2007]:

Twierdzenie 1
Jeśli $\{w_i(t): t = T_1, T_1+1, ...\}$ jest $\mathbb{F}$-martyngałem dla każdego i, wtedy $\{\overline{r}_A(T_1,t): t > T_1\}$ jest też $\mathbb{F}$-martyngałem. Jeśli natomiast założymy, iż:

$$\lambda(t) = \sum_{i=1}^{n} A_i^*(t) \ln \frac{w_i(t+1)}{w_i(t)} \geq 0, \quad \text{dla każdego } t, \tag{8}$$

wówczas proces $\{\overline{r}_B(T_1,t): t > T_1\}$ jest również $\mathbb{F}$-martyngałem.

Twierdzenie 1 dotyczy specyficznej własności miar przeciętnego zwrotu (nazwijmy ją martyngałową) i stanowi właściwie dość naturalny wymóg. W pracy [Gajek, Kałuszka 2002] pokazano, iż własności martyngałowej nie posiada polska definicja określona w (1). Z punktu widzenia tej własności lepsze są więc definicje alternatywne. Pozostaje jednak pytanie, na ile realistyczne jest założenie (8), dotyczące miary $\overline{r}_B$. Najprościej ujmując, mówi ono, iż w rozważanym przedziale czasowym przeważają wzrosty nad spadkami wartości jednostek uczestnictwa funduszy przy porównywaniu kolejnych, sąsiadujących ze sobą okresów obserwacji. Oczywiście dzieje się tak w dobie hossy na rynku OFE (choć w zależności od przyjętego jednostkowego okresu obserwacyjnego nawet wówczas tak być nie musi).



Rys. 1. Miara $\lambda(t)$ dla obserwacji kwartalnych i okresu styczeń 2005 – grudzień 2008

Źródło: opracowanie własne.

W dobie bessy, co jest szczególnie widoczne w czasach aktualnego kryzysu finansowego, założenie (8) naturalnie nie może być spełnione. Nie mamy więc wówczas pewności, iż miara $\{\overline{r}_B(T_1,t): t > T_1\}$ stanowi martyngał, nawet jeśli każdy proces $\{w_i(t): t = T_1, T_1+1,...\}$ jest $\mathbb{F}$-martyngałem.

Wątpliwą naturalność założenia (8) pokażemy dla okresu styczeń 2005 – grudzień 2008 (48 miesięcy z jednostką czasową ustaloną jako kwartał), obejmującego kryzys finansowy – patrz rysunek 1.

Widać, iż w okresie prosperity założenie (8) było spełnione i własność martyngałowa charakteryzowała wówczas obie miary (6) i (7). Wraz z nadejściem kryzysu finansowego założenie (8) przestało obowiązywać (ujemne wskazania $\lambda(t)$). A zatem, biorąc za kryterium oceny własność martyngałową oraz postulaty Gajka i Kałuszki, najlepszą z miar wydaje się propozycja $\overline{r}_A(T_1,T_2)$. Pokażemy, iż przyjęcie innego kryterium do porównań zmienia ranking analizowanych miar.

4. Związki pomiędzy miarami przeciętnego zwrotu OFE

Zdefiniujmy następujące zmienne losowe:

$$W = \frac{w_J(t+1)}{w_J(t)}, \; K = \frac{k_J(t+1)}{k_J(t)}, \tag{9}$$

gdzie J jest zmienną losową o wartościach w zbiorze $\{1,2,...,n\}$ określoną następująco:

$$P(J=j) = A_j^*(t). \tag{10}$$

W pracy [Gajek, Kałuszka 2002] pokazano, iż jeśli $P(K = const) = 1$, wówczas:

$$\overline{r}_0(t,t+1) - \overline{r}_A(t,t+1) = \frac{1}{2}\frac{D^2(W)}{1+\overline{r}_A(t,t+1)} \geq 0. \tag{11}$$

Nierówność w (11) można właściwie zastąpić nierównością ostrą, gdyż trudno oczekiwać, aby wariancja zmiennej W miała zerową wartość na rynku. W pracy [Białek 2005] pokazano, iż zawsze zachodzi następująca nierówność (w praktyce silniejsza „>”):

$$\overline{r}_A(t,t+1) - \overline{r}_B(t,t+1) \geq 0. \tag{12}$$

A zatem w stabilnym okresie funkcjonowania OFE, gdy liczba uczestników poszczególnych funduszy jest stała (bądź zmienia się nieznacznie) z okresu na okres, zachodzi następująca relacja pomiędzy omawianymi miarami:

$$\overline{r}_B(t,t+1) \leq \overline{r}_A(t,t+1) \leq \overline{r}_0(t,t+1). \tag{13}$$

Jak pokazuje praktyka, przekłada się to na cały, 36-miesięczny okres narzucony ustawą. Można więc pokusić się o stwierdzenie, iż w takim przypadku polska definicja szacuje z nadmiarem przeciętny zwrot funduszy. Z punktu widzenia ustawowego minimalnego zwrotu zjawisko to może pociągać za sobą niepotrzebne, dotkliwe konsekwencje finansowe dla tych funduszy, które minimalnego progu nie osiągną. A zatem ze względu na fundusze najkorzystniejsza jest tu miara $\overline{r}_B$. Dodajmy jednak, iż z punktu widzenia samych klientów (chcących, aby OFE jak najefektywniej pomnażały ich środki), najkorzystniejsza jest jednak definicja polska. Miara $\overline{r}_0$ stawia bowiem w omawianym przypadku najwyższą „poprzeczkę” dla zwrotów OFE.

5. Anomalie w zachowania miar przeciętnego zwrotu OFE

Okazuje się, iż założenie $P(K = const) = 1$ jest bardzo ważne dla utrzymania relacji (13), choć sama nierówność (12) jest od tego założenia niezależna. Jak wspomniano, w stabilnym okresie funkcjonowania OFE, nierówność (13) przekłada się na cały rozważany interwał czasowy (a nie tylko sąsiadujące momenty). Mamy więc wówczas z reguły:

$$\overline{r}_B(T_1, T_2) \leq \overline{r}_A(T_1, T_2) \leq \overline{r}_0(T_1, T_2)\,. \qquad (14)$$

W dobie mniej stabilnych zwrotów i liczby uczestników OFE (np. w okresie kryzysu finansowego, gdzie obserwujemy wzmożone migracje klientów funduszy), relacja (14) przestaje obowiązywać. Prześledźmy oba spostrzeżenia na podstawie danych z tabeli 1.

Tabela 1. Przeciętny zwrot OFE wg miar $\overline{r}_0$, $\overline{r}_A$, $\overline{r}_B$

Definicja	Okres I 2002 – XII 2004 (stabilny)	Okres I 2006 – XII 2008 (niestabilny)
$\overline{r}_0$	36,407%	2,632%
$\overline{r}_A$	36,3406%	2,820%
$\overline{r}_B$	36,2108%	2,807%

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych z portalu: www.money.pl.

Widać, iż wraz z nadejściem kryzysu finansowego, wbrew relacji (14), polska miara $\overline{r}_0$ wykazuje najmniejszą wartość. Obligatoryjnie zachodzi jednak relacja (12).

Poniżej prezentujemy ciekawy przykład bazujący na danych umownych. Pokazuje m.in., że, mimo iż definicja $\overline{r}_A$ (Gajka i Kałuszki) spełnia wszystkie postawione postulaty, to jednak może się zdarzyć, że wskaże na nieracjonalne wartości. Rozważmy więc małą grupę $n = 3$ funduszy, których aktywa netto i wartości jednostek w trzech kolejnych momentach obserwacyjnych ($t = 1, 2, 3$) były następujące:

Tabela 2. Aktywa netto i wartości jednostek uczestnictwa grupy funduszy

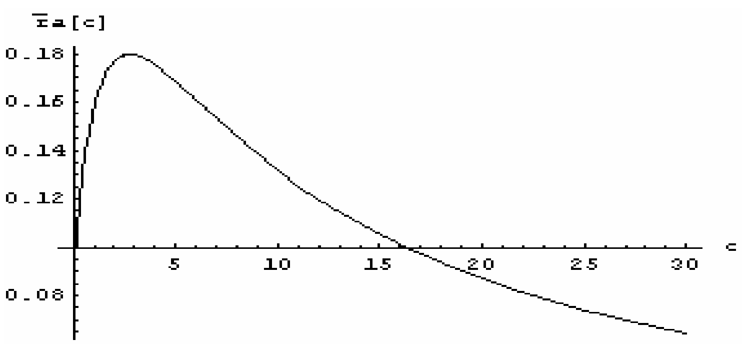
Nr funduszu	$w_i(1)$	$w_i(2)$	$w_i(3)$	$A_i(1)$	$A_i(2)$	$A_i(3)$
$i=1$	1	2	1	1	1	1
$i=2$	5	3	5	c	c	c
$i=3$	1	1	1	3	3	3

Źródło: dane umowne.

Przykład dobrano tak, aby nawet bez obliczeń mieć przekonanie, iż przeciętny zwrot grupy na przedziale $(1,3)$ powinien wynosić zero. Faktycznie uzyskujemy tu $\overline{r}_0(1,3)=0$ oraz $\overline{r}_B(1,3)=0$. Jednak w przypadku $\overline{r}_A$ mamy:

$$\overline{r}_A(1,3) = -1 + (1 + \frac{1}{4+c} - \frac{0.4 \cdot c}{4+c})(1 - \frac{0.5}{4+c} + \frac{2c}{3(4+c)}) . \qquad (15)$$

A zatem wskazania miary $\overline{r}_A$ są nie tylko niezerowe (poza dwoma punktami), ale zależą w dodatku od parametru c, co obrazuje poniższy wykres:



Rys. 2. Wartości miary $\overline{r}_A$ jako funkcji parametru c

Źródło: obliczenia własne na podstawie tabeli 2.

Jest to zdecydowanie anomalne zachowanie miary $\overline{r}_A$, która przecież spełnia wszystkie wymagane postulaty. Można mieć zatem wątpliwość, czy lista tych postulatów jest pełna.

6. Podsumowanie

Kryterium minimalnej stopy zwrotu i związanej z nią przeciętnej stopy zwrotu, mimo krytyki środowiska naukowego i praktyków, wciąż znajduje zastosowanie w Polsce. Dlatego w artykule uwagę skoncentrowano na porównaniu polskiej definicji przeciętnego zwrotu z propozycjami alternatywnymi. Okazuje się, iż polska definicja nie spełnia dość naturalnych postulatów stawianych tego typu mierze, nie posiada własności martyngałowej, w okresie prosperity szacuje z nadmiarem rzeczywisty zwrot i może wykazywać zachowania anomalne. Z punktu widzenia wspomnianych postulatów lepsze są definicje pochodzące od Gajka i Kałuszki oraz Białka. Jednak dla samych OFE korzystniejsza spośród nich wydaje się ta ostatnia. Po pierwsze, wskazuje w praktyce na nieco mniejsze wartości, po drugie, jej specyficzna konstrukcja sprawia, iż daleka jest od nieracjonalnych, anomalnych zachowań, jakie niestety mogą wystąpić przy zastosowaniu miary Gajka i Kałuszki.

Literatura

Białek J., *Jak mierzyć rentowność grupy funduszy emerytalnych? Model stochastyczny*, w: *Modelowanie preferencji a ryzyko '05*, praca zbiorowa, red. T. Trzaskalik, Wydawnictwo AE w Katowicach, Katowice 2005, s. 329–342.

Białek J., *Wpływ fuzji funduszy emerytalnych na przeciętną stopę zwrotu grupy OFE*, w: *Modelowanie preferencji a ryzyko '07*, praca zbiorowa, red. T. Trzaskalik, Wydawnictwo AE w Katowicach, Katowice 2007, s. 297–310.

Gajek L., Kałuszka M., *On some properties of the average rate of return – a discrete time stochastic model* (praca nieopublikowana), 2002.

Gajek L., Kałuszka M., *On the average return rate for a group of investment funds*, Acta Universitas Lodziensis, Folia Oeconomica, 2000, nr 152, s. 161–171.

SOME REMARKS ABOUT THE FUNCTIONING DEFINITIONS OF THE AVERAGE RETURN OF OFE

Summary: In Polish law there exists a definition of the average rate of return of a group of pension funds which, as it was proved by Gajek and Kałuszka (2002), does not satisfy some economic postulates. These authors proposed another definition of the average rate of return. In the paper of [Białek, 2005] the author presents an alternative definition and he proves that values of the discussed measures are usually in some specific order. But the relations between measures can change depending on a situation on the market and in some extreme situation the measure can behave abnormal. Thus the choice of the measure of the average rate of return seems to be still an open problem and this is a very important aspect because of a minimal rate criterion. In the paper we compare the mentioned measures. We consider a discrete time stochastic model.