

Aleksandra Łuczak, Feliks Wysocki

Uniwersytet Przyrodniczy w Poznaniu

WYKORZYSTANIE ROZMYTYCH METOD AHP I TOPSIS DO PORZĄDKOWANIA LINIOWEGO OBIEKTÓW

Streszczenie: Celem pracy było przedstawienie możliwości zastosowania rozmytej wielokryterialnej metody porządkowania liniowego do konstrukcji cechy syntetycznej. Metoda polega na wykorzystaniu dwóch komplementarnych rozmytych metod: analitycznego procesu hierarchicznego do ustalenia wag kryteriów i cech prostych oraz rozmytej metody TOPSIS przy bezpośrednim rangowaniu obiektów. Zaproponowana procedura została zilustrowana przykładem dotyczącym oceny poziomu rozwoju społeczno-gospodarczego powiatów województwa wielkopolskiego.

1. Wstęp

Celem niniejszej pracy jest propozycja rozwinięcia rozmytej wielokryterialnej metody porządkowania liniowego obiektów – po raz pierwszy zaprezentowanej przez Łuczak i Wysockiego [2006]. Rozszerzenie polega na zastosowaniu metody rozmytego analitycznego procesu hierarchicznego (*Fuzzy Analytic Hierarchy Process* – FAHP), zamiast klasycznego AHP, przy ustalaniu współczynników wagowych do określenia ważności kryteriów i cech oraz eliminacji cech o najmniejszym znaczeniu w zagadnieniu porządkowania liniowego obiektów [Chang 1996]. Problem ważenia cech rozwiązuje się z wykorzystaniem rozmytych opinii ekspertów, tzw. miękkich opinii (*soft opinions*), bardziej realistycznych aniżeli opinie dokładne (*hard opinions*). Uzyskane wagi wykorzystuje się następnie w procesie tworzenia cechy syntetycznej za pomocą rozmytej metody TOPSIS (*Technique for Order Preference by Similarity to an Ideal Solution*). Metoda ta polega na wykorzystaniu zmiennych lingwistycznych do wyrażenia wartości cech porządkowych, ich przekształceniu na trójkątne liczby rozmyte, zastąpieniu cech ilościowych trójkątnymi liczbami rozmytymi, ich znormalizowaniu, wyznaczeniu rozmytego wzorca i antywzorca rozwoju i zagregowaniu rozmytych ocen w każdym ocenianym obiekcie [Łuczak, Wysocki 2006].

Etapy tworzenia cechy syntetycznej zilustrowano przykładem dotyczącym oceny poziomu rozwoju społeczno-gospodarczego powiatów województwa wielkopolskiego.

2. Metodyka badań

W procesie tworzenia cechy syntetycznej, opartym na rozmytych metodach AHP i TOPSIS, można wyróżnić następujące etapy postępowania (por. [Łuczak, Wysocki 2006]):

- Etap 1. Utworzenie struktury hierarchicznej wielokryterialnego problemu oceny obiektów.
- Etap 2. Określenie ważności kryteriów i cech przez przyporządkowanie im współczynników wagowych przy zastosowaniu rozmytego analitycznego procesu hierarchicznego (FAHP).
- Etap 3. Wyznaczenie wartości cechy syntetycznej (syntetycznego miernika rozwoju) za pomocą rozmytej metody TOPSIS.
- Etap 4. Uporządkowanie liniowe i klasyfikacja typologiczna obiektów według wartości cechy syntetycznej.

Etap 1 – Struktura hierarchiczna wielokryterialnego problemu oceny obiektów jest tworzona drogą rozkładu rozważanego problemu na elementy składowe: główne kryterium oceny (np. poziom rozwoju społeczno-gospodarczego), kryteria podrzędne, cechy proste oraz oceniane obiekty (zob. [Łuczak, Wysocki 2006]). Kryterium główne i kryteria podrzędne oraz cechy charakteryzujące badane obiekty (powiaty) są wzajemnie powiązane. Wybór kryteriów i cech powinien opierać się na przesłankach merytorycznych i statystycznych. Ustalone wartości cech dla poszczególnych obiektów zestawia się w macierze danych $\mathbf{X}_{C_j} = \{x_{ik}, i = 1, 2, \dots, m; k = 1, 2, \dots, p_j\}$; gdzie m jest liczbą obiektów, p_j jest liczbą cech prostych w ramach kryterium j ($j = 1, 2, \dots, n$), $p_1 + p_2 + \dots + p_n = P$ jest łączną liczbą cech.

Etap 2 – Określenie systemu wag dla kryteriów $\mathbf{W} = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ i cech $\mathbf{W}_j = (w_{j1}, w_{j2}, \dots, w_{jk}, \dots, w_{jp_j})$ ($j = 1, 2, \dots, n$; $k = 1, 2, \dots, p_j$). Wektory współczynników wagowych można otrzymać metodą rozmytego analitycznego procesu hierarchicznego zaproponowaną przez Changą [Chang 1996] (*Fuzzy Analytic Hierarchy Process*). Metoda składa się z następujących kroków (zob. [Chang 1996; Wang, Luo, Hua 2008]):

Krok 1. *Porównanie parami cech w ramach kryterium*. Dokonuje się porównania parami ważności cech w odniesieniu do danego kryterium podrzędnego, wykorzystując do tego np. dziewięciostopniową skalę Saatyego (zob. tab. 1).

Wyniki porównań zestawia się w postaci rozmytych macierzy porównań parami¹ $\tilde{\mathbf{A}}_j$:

¹ Zaleca się, aby maksymalny rozmiar macierzy porównań nie przekraczał $n = 9$, oznacza to zatem, że maksymalna liczba elementów decyzyjnych na jednym poziomie hierarchii nie powinna być większa niż 9. Powyżej tej liczby mogą wystąpić trudności obliczeniowe oraz interpretacyjne otrzymanych wyników.

$$\tilde{\mathbf{A}}_j = [\tilde{a}_{jkg}] = \begin{bmatrix} (1,1,1) & (l_{j12}, m_{j12}, u_{j12}) & \dots & (l_{j1p_j}, m_{j1p_j}, u_{j1p_j}) \\ \frac{(1,1,1)}{(l_{j12}, m_{j12}, u_{j12})} & (1,1,1) & \dots & (l_{j2p_j}, m_{j2p_j}, u_{j2p_j}) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ (1,1,1) & (1,1,1) & \dots & (1,1,1) \\ \frac{(1,1,1)}{(l_{j1p_j}, m_{j1p_j}, u_{j1p_j})} & \frac{(1,1,1)}{(l_{j2p_j}, m_{j2p_j}, u_{j2p_j})} & \dots & (1,1,1) \end{bmatrix},$$

gdzie: $\tilde{a}_{jkg} = (l_{jkg}, m_{jkg}, u_{jkg})$ i $\tilde{a}_{jkg}^{-1} = \tilde{a}_{jgk} = (1/u_{jkg}, 1/m_{jkg}, 1/l_{jkg})$, ($j = 1, 2, \dots, n$); $k, g = 1, 2, \dots, p_j$, oraz $k \neq g$, \tilde{a}_{jkg} – są ocenami uzyskanymi z porównań parami cech w ramach j -tego kryterium, danymi przez ekspertów, lub średnimi z ocen grupy ekspertów.

Tabela 1. Dziewięciostopniowa skala preferencji między dwoma porównywanymi elementami według Saatyego

Przewaga ważności elementów decyzyjnych	Preferencje opisane słownie	Siła przewagi ważności	
		klasyczna AHP	rozmyta AHP
Równoważność	Oba elementy przyczyniają się równo do osiągnięcia celu (jeden element ma takie samo znaczenie jak drugi)	1	$\tilde{1} = (1, 1, 1)$
Słaba lub umiarkowana	Nieprzekonujące znaczenie lub słaba preferencja jednego elementu nad drugim (jeden element ma nieco większe znaczenie niż drugi)	3	$\tilde{3} = (1, 3, 5)$
Istotna, zasadnicza, mocna	Zasadnicze lub mocne znaczenie lub mocna preferencja jednego elementu nad innymi (jeden element ma wyraźnie większe znaczenie niż drugi)	5	$\tilde{5} = (3, 5, 7)$
Zdecydowana lub bardzo mocna	Zdecydowane znaczenie lub bardzo mocna preferencja jednego elementu nad innym (jeden element ma bezwzględnie większe znaczenie niż drugi)	7	$\tilde{7} = (5, 7, 9)$
Absolutna	Absolutne znaczenie lub absolutna preferencja jednego elementu nad innym	9	$\tilde{9} = (7, 9, 9)$
Dla porównań kompromisowych pomiędzy powyższymi wartościami	Czasami istnieje potrzeba interpolacji numerycznej kompromisowych opinii, ponieważ nie ma odpowiedniego słownictwa do ich opisania, przeto stosujemy pośrednie wartości między dwiema sąsiednimi ocenami	2, 4, 6 i 8	$\tilde{2} = (1, 2, 4);$ $\tilde{4} = (2, 4, 6);$ $\tilde{6} = (4, 6, 8);$ $\tilde{8} = (6, 8, 9)$
Przechodniość ocen	Jeżeli i -ty element ma przypisany jeden z powyższych stopni podczas porównania z j -tym elementem, wtedy j -ty element ma odwrotną wartość, gdy porównuje się z i -tym (jeżeli porównując X z Y , przyporządkowujemy wartość α , to wtedy automatycznie musimy przyjąć, że wynikiem porównania Y z X musi być $1/\alpha$)	odwrotności powyższych wartości	odwrotności powyższych wartości

Źródło: [Saaty 1980; Wang, Cheng, Kun-Cheng 2009].

Krok 2. Posumowanie każdego wiersza rozmytej macierzy porównań \tilde{A}_j ($j = 1, 2, \dots, n$) i normalizacja sum wierszowych za pomocą operacji na liczbach rozmytych:

$$\tilde{Q}_{jk} = (l_{jk}, m_{jk}, u_{jk}) = \sum_{g=1}^{p_j} (l_{jkg}, m_{jkg}, u_{jkg}) \otimes \left[\sum_{k=1}^{p_j} \sum_{g=1}^{p_j} (l_{jkg}, m_{jkg}, u_{jkg}) \right]^{-1}, \quad j = 1, 2, \dots, n;$$

$$k = 1, 2, \dots, p_j.$$

Krok 3. Obliczenie stopni możliwości takich, że $\tilde{Q}_{jk} \geq \tilde{Q}_{jg}$ ($k, g = 1, 2, \dots, p_j$, $k \neq g$), za pomocą następującego równania:

$$V(\tilde{Q}_{jk} \geq \tilde{Q}_{jg}) = \begin{cases} 1, & \text{dla } m_{jk} \geq m_{jg} \\ 0, & \text{dla } l_{jg} \geq u_{jk} \\ (l_{jg} - u_{jk}) / ((m_{jk} - u_{jk}) - (m_{jg} - l_{jg})) & \text{w pozostałych przypadkach} \end{cases}$$

oraz wybór minimum z powyższych wartości $w_{jk}^{(s)} = \min V(\tilde{Q}_{jk} \geq \tilde{Q}_{jg})$, gdzie: $w_{jk}^{(s)}$ nie są liczbami rozmytymi.

Krok 4. Normalizacja współczynników wagowych $w_{jk}^{(s)}$ według formuły

$$w_{jk}^{(l)} = w_{jk}^{(s)} / \sum_{k=1}^{p_j} w_{jk}^{(s)}, \quad \text{wtedy } W_j^{(l)} = (w_{j1}^{(l)}, w_{j2}^{(l)}, \dots, w_{jp_j}^{(l)})^T \text{ są wagami dla cech, gdzie:}$$

$W_j^{(l)}$ jest wektorem lokalnych współczynników wagowych, które nie są rozmytymi liczbami.

Krok 5. Analogicznie oblicza się wagi w_j dla kryteriów² według kroków 1-4.

Krok 6. Obliczenie globalnych współczynników wagowych. Globalne współczynniki wagowe dla cech oblicza się, mnożąc ich lokalne współczynniki wagowe przez współczynniki wagowe dla kryteriów $w_{jk} = w_{jk}^{(l)} \cdot w_j$. W rezultacie uzyskujemy wektory współczynników wagowych $W = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$ dla kryteriów oraz $W_j = (w_{j1}, w_{j2}, \dots, w_{jp_j})^T$ dla cech, których elementy nie są rozmytymi liczbami.

$$\text{Przy czym } \sum_{k=1}^{p_j} w_{jk} = w_j, \quad \sum_{j=1}^n w_j = 1.$$

Etap 3 – Wyznaczenie wartości cechy syntetycznej S_i za pomocą rozmytej metody TOPSIS (zob. [Łuczak, Wysocki 2006]). Ustalone w pierwszym etapie wartości cech zamienia się na trójkątne liczby rozmyte $\tilde{x} = (a, b, c)^3$ w postaci trzech

² Lokalnie i globalnie współczynniki wagowe dla danego kryterium są identyczne.

³ Jedną z możliwych skal zaproponowali Chang i Yeh [2004]. Przyjmują oni, że poziomom zmiennych lingwistycznych można przypisać następujące trójkątne liczby rozmyte: bardzo niski (0, 0, 20); niski (20, 30, 40); średni (40, 50, 60); wysoki (60, 70, 80); bardzo wysoki (80, 100, 100).

ocen (parametrów): pesymistycznej a , najbardziej prawdopodobnej b i optymistycznej c . Dzięki tym przekształceniom wszystkie relacje między liczbami rozmytymi można przedstawić za pomocą działań na ich parametrach. Trójkątne liczby rozmyte zestawia się w postaci rozmytych macierzy danych $\tilde{\mathbf{X}}_j = \{ \tilde{x}_{ik} = (a_{ik}, b_{ik}, c_{ik}), i = 1, 2, \dots, m, k = 1, \dots, p_j \}$.

Kolejnym krokiem jest normalizacja cech prostych mająca na celu ujednoczenie ich charakteru i sprowadzenie wartości do porównywalności. W pracy zastosowano przekształcenia ilorazowe wykonywane na liczbach rozmytych (zob. [Łuczak, Wysocki 2006]).

Znormalizowane wartości cech zostają przemnożone przez współczynniki wagowe ważności cech uzyskane w etapie 2 i zestawione w jedną macierz rozmytą:

$$\tilde{\mathbf{R}} = [\tilde{r}_{ik}]_{m \times P}, \text{ przy czym } \tilde{r}_{ik} = \tilde{z}_{ik} \otimes w_k \quad i = 1, 2, \dots, m; k = 1, 2, \dots, P.$$

Następnie ustalone zostają współrzędne obiektów modelowych – wzorca \tilde{A}^+ i antywzorca rozwoju \tilde{A}^- :

$$\begin{aligned} \tilde{A}^+ &= \left(\max_i (\tilde{r}_{i1}), \max_i (\tilde{r}_{i2}), \dots, \max_i (\tilde{r}_{iP}) \right) = (\tilde{r}_1^+, \tilde{r}_2^+, \dots, \tilde{r}_P^+) \\ \tilde{A}^- &= \left(\min_i (\tilde{r}_{i1}), \min_i (\tilde{r}_{i2}), \dots, \min_i (\tilde{r}_{iP}) \right) = (\tilde{r}_1^-, \tilde{r}_2^-, \dots, \tilde{r}_P^-). \end{aligned}$$

Jest to podstawą do obliczenia odległości każdego ocenianego obiektu od wzorca rozwoju A^+ i antywzorca rozwoju A^- :

$$d_i^+ = \sqrt{\sum_{k=1}^P (\tilde{r}_{ik} - \tilde{r}_k^+)^2}, \quad d_i^- = \sqrt{\sum_{k=1}^P (\tilde{r}_{ik} - \tilde{r}_k^-)^2} \quad (i = 1, 2, \dots, m).$$

Odległość między dwiema trójkątnymi liczbami rozmytymi $\tilde{x}_1 = (a_1, b_1, c_1)$ i $\tilde{x}_2 = (a_2, b_2, c_2)$ jest zdefiniowana następująco [Chen 2000]:

$$d(\tilde{x}_1; \tilde{x}_2) = \sqrt{\frac{1}{3} \left((a_1 - a_2)^2 + (b_1 - b_2)^2 + (c_1 - c_2)^2 \right)}.$$

W kolejnym kroku oblicza się wartości syntetycznego miernika rozwoju:

$$S_i = \frac{d_i^-}{d_i^+ + d_i^-}, \quad 0 \leq S_i \leq 1, \quad (i = 1, 2, \dots, m).$$

Im mniejsza jest odległość danego obiektu od obiektu modelowego – wzorca rozwoju, a tym samym większa od drugiego bieguna – antywzorca rozwoju, tym wartość miernika syntetycznego jest bliższa 1.

Etap 4. Uporządkowanie liniowe i klasyfikacja typologiczna obiektów według wartości cechy syntetycznej.

3. Ocena poziomu rozwoju społeczno-gospodarczego powiatów

Proponowaną w pracy wielokryterialną rozmytą metodę porządkowania liniowego zastosowano do oceny poziomu rozwoju społeczno-gospodarczego obszarów większych w układzie powiatów województwa wielkopolskiego.

W pierwszym etapie utworzono strukturę hierarchiczną problemu oceny poziomu rozwoju społeczno-gospodarczego powiatów (zob. [Łuczak, Wysocki 2006]). Wśród wyróżnionych cech znajdują się cechy o charakterze zarówno ilościowym (np. stopa bezrobocia), jak i jakościowym – porządkowym (np. walory środowiska przyrodniczego, poziom kultury rolnej) (tab. 2). Stosując metodę Saatyego analitycznego procesu hierarchicznego, ustalono współczynniki wagowe w odniesieniu do kryteriów (tab. 2). Najwyższy współczynnik wagowy ma kryterium związane z gospodarką (0,565), a najniższy – ze środowiskiem przyrodniczym (0,055). Dalej stosując rozmytą metodę analitycznego procesu hierarchicznego według propozycji podanej przez Changa [1996], obliczono współczynniki wagowe cech (tab. 2). Ze zbioru cech opisujących badane powiaty zostały wyeliminowane trzy cechy: zgony ogółem na 1000 ludności (kryterium społeczno-demograficzne), liczba miejsc noclegowych na 1 km² (kryterium infrastrukturalne), poziom kultury rolnej (kryterium gospodarcze). Dla wymienionych cech współczynniki wagowe przyjmują wartość zero.

W etapie trzecim, po przekształceniu wartości cech w trójkątne liczby rozmyte, zestawiono je w postaci rozmytych macierzy danych. Otrzymane wektory współczynników wagowych dla cech stanowiły podstawę do zastosowania rozmytej metody TOPSIS.

Po wykonaniu kolejnych kroków procedury otrzymano wartości syntetycznego miernika rozwoju społeczno-gospodarczego powiatów (etap 3). Tabela 3 pokazuje uporządkowanie liniowe powiatów według nierosnących wartości rzeczywistych cechy syntetycznej (etap 4).

Dla porównania obliczono wartości cechy syntetycznej klasyczną metodą Hellwiga. Rozmyta metoda TOPSIS – przez uwzględnienie cech ilościowych i porządkowych, ich wag oraz odniesienie wartości cech do wzorca i antywzorca rozwoju – dostarczyła większego zakresu zmienności wartości syntetycznego miernika rozwoju w porównaniu z metodą Hellwiga (tab. 3). Rozstęp pomiędzy maksymalną a minimalną wartością syntetycznego miernika rozwoju uzyskany rozmytą metodą TOPSIS wynosi 0,52, a w przypadku metody Hellwiga tylko 0,36.

Na podstawie uporządkowanych wartości cechy syntetycznej uzyskanych rozmytą metodą TOPSIS wyodrębniono pięć typów rozwojowych powiatów (tab. 3). Pierwszy typ utworzył powiat poznański, najlepiej rozwinięty pod względem społeczno-gospodarczym. Istotny wpływ na rozwój tego powiatu ma oddziaływanie aglomeracji miejskiej Poznania. Drugi typ utworzyły trzy powiaty: kościański, gostyński i szamotulski. Są to tereny charakteryzujące się wysokim poziomem rozwoju.

Tabela 2. Wagi kryteriów i cech opisujących sytuację społeczno-gospodarczą powiatów w województwie wielkopolskim (uzyskane metodą Changa)

Kryteria i cechy	Priorytety	
	rozmyta AHP - metoda Changa	
	globalne	lokalne
<i>Przyrodnicze (w₄)</i>	0,055	1,000
Walory środowiska przyrodniczego (lasy, jeziora, rzeki, parki)	0,055	1,000
<i>Demograficzno-społeczne (w₂)</i>	0,262	1,000
Ludność w wieku nieprodukcyjnym na 100 osób w wieku produkcyjnym	0,051	0,195
Zgony ogółem na 1000 ludności	0,000	0,000
Stopa bezrobocia (%)	0,113	0,431
Przeciętne miesięczne wynagrodzenie brutto w zł	0,008	0,031
Pracujący w rolnictwie, łowiectwie i leśnictwie, rybactwie i rybołówstwie w % ogółem	0,090	0,343
<i>Infrastrukturalne (w₃)</i>	0,118	1,000
Drogi gminne o nawierzchni twardej na 100 km ² w km	0,030	0,252
Zużycie wody z wodociągów w gospodarstwach domowych na 1 mieszkańca	0,009	0,073
Połączenia kanalizacyjne prowadzące do budynków mieszkalnych w % ogółu budynków	0,021	0,182
Zużycie gazu na 1 mieszkańca w m ³	0,009	0,075
Zużycie energii elektrycznej (kWh) na 1 mieszkańca	0,008	0,066
Liczba miejsc noclegowych na 1 km²	0,000	0,000
Przeciętna powierzchnia użytkowa w m ² na 1 osobę	0,010	0,086
Poziom edukacji	0,031	0,265
<i>Gospodarcze (w₄)</i>	0,565	1,000
Poziom kultury rolnej	0,000	0,000
Poziom intensywności produkcji rolnej	0,007	0,013
Produkcja sprzedana przemysłu na 1 mieszkańca w zł	0,145	0,257
Poziom rozwoju bazy przetwórczej	0,049	0,087
Nakłady inwestycyjne w przedsiębiorstwach na 1 mieszkańca w zł	0,127	0,225
Dochody budżetów gmin w zł na 1 mieszkańca	0,096	0,170
Podmioty gospodarki narodowej na 100 osób w wieku produkcyjnym	0,140	0,248

Źródło: obliczenia własne.

Kolejny trzeci typ obejmuje jedenaście powiatów, głównie z południowo-zachodniej części województwa. Powiaty te cechują się średnim-wyższym poziomem rozwoju społeczno-gospodarczego. Czwarty typ obejmuje obszar dwunastu powiatów głównie z północnej i południowej części województwa. Są to tereny o średnim-niższym poziomie rozwoju społeczno-gospodarczego. Ostatni, piąty typ to tereny o niskim poziomie rozwoju społeczno-gospodarczego. Ten typ utworzyły cztery powiaty położone peryferyjnie, głównie we wschodniej części województwa.

Tabela 3. Uporządkowanie liniowe powiatów województwa wielkopolskiego według poziomu rozwoju społeczno-gospodarczego

Lp.	Powiaty	Odległości od		Wartości cechy syntetycznej S_i – metody		Klasa i poziom rozwoju ^{c)}
		antywzorca rozwoju (d^-)	wzorca rozwoju (d^+)	rozmyta AHP i TOPSIS ^{a)}	klasyczna Hellwiga ^{b)}	
1	poznański	0,48	0,19	0,71	0,39	I bardzo wysoki
2	gostyński	0,34	0,33	0,51	0,33	II
3	szamotulski	0,33	0,34	0,49	0,21	wysoki
4	kościański	0,32	0,35	0,48	0,28	
5	wolsztyński	0,32	0,36	0,47	0,36	
6	piłski	0,29	0,39	0,43	0,26	
7	leszczyński	0,29	0,39	0,42	0,23	
8	grodziski	0,28	0,40	0,41	0,26	
9	krotoszyński	0,26	0,42	0,38	0,21	
10	międzychodzki	0,25	0,43	0,37	0,17	
11	kępiński	0,25	0,43	0,36	0,17	III
12	obornicki	0,24	0,43	0,36	0,11	
13	średzki	0,24	0,43	0,36	0,21	średni-wyższy
14	rawicki	0,24	0,43	0,36	0,20	
15	nowotomyski	0,24	0,43	0,36	0,14	
16	śremski	0,22	0,45	0,33	0,16	
17	chodzieski	0,22	0,45	0,33	0,19	
18	ostrzeszowski	0,22	0,45	0,33	0,19	
19	ostrowski	0,22	0,45	0,33	0,17	
20	kaliski	0,21	0,46	0,32	0,07	
21	gnieźnieński	0,21	0,47	0,31	0,25	
22	wrzesiński	0,20	0,47	0,30	0,13	
23	jarociński	0,19	0,48	0,29	0,11	IV
24	czarnkowsko-trzecieński	0,18	0,49	0,27	0,05	średni-niższy
25	wągrowiecki	0,18	0,50	0,26	0,10	
26	koniński	0,18	0,50	0,26	0,17	
27	turecki	0,17	0,50	0,25	0,10	
28	kolski	0,16	0,51	0,24	0,05	V
29	pleszewski	0,15	0,52	0,22	0,11	niski
30	śłupecki	0,14	0,54	0,20	0,08	
31	złotowski	0,13	0,55	0,19	0,03	

a) Uporządkowanie liniowe według wartości syntetycznego miernika rozwoju uzyskanego rozmytymi metodami AHP i TOPSIS.

b) Bez uwzględnienia cech porządkowych i wag dla cech.

c) Podziału na klasy dokonano za pomocą średniej arytmetycznej i odchylenia standardowego obliczonych z wartości syntetycznego miernika rozwoju.

Źródło: obliczenia własne na podstawie wyników badania ankietowego przeprowadzonego w starostwach powiatowych województwa wielkopolskiego (2001) [Ważniejsze dane... 2004; Poczta, Wysocki 2000; Bank Danych Regionalnych... 2006].

4. Podsumowanie

Na podstawie przeprowadzonych obliczeń i analiz można stwierdzić, że:

1. Zaproponowana rozmyta metoda porządkowania liniowego obiektów może być przydatna w procedurze tworzenia cechy syntetycznej, zwłaszcza gdy w zbiorze cech prostych występują cechy o charakterze zarówno ilościowym, jak i jakościowym – porządkowym.

2. Dzięki zastosowaniu rozmytego analitycznego procesu hierarchicznego poszczególным zarówno kryteriom, jak i cechom można przyporządkować zróżnicowane współczynniki wagowe oraz wyeliminować cechy o najmniejszym znaczeniu (mało istotne). W prezentowanym przykładzie analizowanych było 21 cech charakteryzujących badane obiekty. Z tego zbioru usunięte zostały cechy: zgony ogółem na 1000 ludności (kryterium społeczno-demograficzne), liczba miejsc noclegowych na 1 km² (kryterium infrastrukturalne), poziom kultury rolnej (kryterium gospodarcze).

3. Rozmyta metoda TOPSIS – przez uwzględnienie cech ilościowych i porządkowych, ich zróżnicowanych wag oraz odniesienia wartości cech do wzorca i antywzorca rozwoju – dostarczyła blisko dwukrotnie większego zakresu zmienności wartości syntetycznego miernika rozwoju w porównaniu z klasyczną metodą Hellwiga. Według metody Hellwiga poziom rozwoju wszystkich powiatów byłby niski bądź bardzo niski, co oczywiście nie jest do przyjęcia jako niezgodne z rzeczywistością.

Literatura

- Bank Danych Regionalnych*, GUS, www.stat.gov.pl/bdr_s/app/strona.indeks, 2006.
- Chang D.-Y., *Application of the extent analysis method on fuzzy AHP*, „European Journal of Operational Research” 1996, 95 (3).
- Chang Y.-H., Yeh C.-H. *A new airline safety index*, „Transportation Research Part B” 2004, 38.
- Chen C.-T., *Extensions of the TOPSIS for group decision-making under fuzzy environment*, „Fuzzy Sets and Systems” 2000, 114 (1).
- Łuczak A., Wysocki F., *Rozmyta wielokryterialna metoda porządkowania liniowego obiektów*, [w:] *Klasyfikacja i analiza danych. Teoria i zastosowania*, Taksonomia 13, AE, Wrocław 2006.
- Poczta W., Wysocki F. (red.), *Strategia rozwoju rolnictwa i obszarów wiejskich w Wielkopolsce*, Sejmik Województwa Wielkopolskiego, Poznań 2000.
- Saaty T.L., *The Analytic Hierarchy Process Planning. Priority Setting. Resource Allocation*, McGraw-Hill, New York International Book Company, 1980.
- Wang J.-W., Cheng C.-H., Kun-Cheng H., *Fuzzy hierarchical TOPSIS for supplier selection*, „Applied Soft Computing” 2009, 9.
- Wang Y.-M., Luo Y., Hua Z., *On the extent analysis method for fuzzy AHP and its applications*, „European Journal of Operational Research” 2008, 186.
- Ważniejsze dane o powiatach i gminach województwa wielkopolskiego 2004*, WUS, Poznań 2004.

THE APPLICATION OF FUZZY AHP AND FUZZY TOPSIS TO LINEAR ORDERING OF OBJECTS

Summary: The aim of this paper was to investigate the applicability of the fuzzy multi-criteria linear ordering method to the construction of synthetic characteristics. The proposed approach is based on two fuzzy methods: analytical hierarchy process (to calculate weight of characteristics and eliminated unimportant characteristics) and method TOPSIS (to ranking of objects). The proposed procedure was employed to assess the socio-economic development of rural Wielkopolska seen as a collection of counties.