PRACE NAUKOWE UNIWERSYTETU EKONOMICZNEGO WE WROCŁAWIU nr 139
Ekonomia 10 2010

Paweł Kuśmierczyk
Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu

WPŁYW BRAKU PRZEJRZYSTOŚCI REGUŁ AUKCJI SCORINGOWYCH NA WYNIK PRZETARGÓW

Streszczenie: Artykuł poświęcony jest analizie własności aukcji scoringowych zastosowanych w przypadku przetargów, w których wybór zwycięzcy opiera się na dwóch kryteriach: cenie oraz jakości. Organizator przetargu dokonuje wyboru zwycięskiej oferty na podstawie *quasi*-liniowej funkcji scoringowej, której postaci nie ujawnia uczestnikom. Celem artykułu jest zbadanie, czy tego typu nieprzejrzystość reguł może zwiększyć użyteczność osiąganą przez nabywcę.

Analizie poddano dwa rodzaje mechanizmów aukcyjnych: aukcję pierwszego wyniku i aukcję drugiego wyniku. Wyniki badań teoretycznych są niejednoznaczne. Dowodzą, że nieprzejrzystość prowadzi zasadniczo do spadku efektywności, jednak w szczególnych przypadkach może czasem skutkować wzrostem użyteczności nabywcy. Wyniki te wymagają jednak dalszych badań, zarówno teoretycznych, jak i eksperymentalnych.

Słowa kluczowe: aukcja scoringowa, efektywność aukcji, przejrzystość, przetarg wielokryterialny.

1. Wstęp

Aukcje stosowane są coraz powszechniej jako mechanizm wyłonienia zwycięzcy i ustalenia ceny w przypadku przetargów. Główną korzyścią płynącą z wykorzystania mechanizmów aukcyjnych jest ich efektywność[1] oraz to, że wprowadzają presję konkurencyjną, która pozwala na uzyskanie jak najkorzystniejszej oferty. O ile w przypadku aukcji dotyczących sprzedaży dóbr najkorzystniejszą ofertę można po prostu utożsamiać z najwyższą ceną, o tyle w przypadku przetargów prócz ceny (im niższa, tym lepsza) dochodzą często dodatkowe kryteria wyboru, związane z szeroko rozumianymi parametrami jakościowymi.

Cechą charakterystyczną mechanizmów aukcyjnych jest ich anonimowość, oznaczająca, że o wyborze zwycięskiej oferty decyduje wyłącznie sama oferta, a nie dodatkowe elementy, np.: kto ofertę tę złożył. Oznacza to, że mechanizm aukcyjny

[1] Mechanizmy aukcyjne w przypadku przetargów ułatwiają wyłonienie najlepszych wykonawców, czyli tych, którzy charakteryzują się najniższym poziomem kosztów i/lub najwyższym poziomem jakości.

zawiera precyzyjną regułę, ustalającą jednoznacznie, kto jest zwycięzcą aukcji i jaka będzie cena zawarcia transakcji, co jest wyłącznie funkcją złożonych ofert. W literaturze poświęconej teorii aukcji przyjmuje się praktycznie bezdyskusyjnie, że reguły te są znane wszystkim uczestnikom przystępującym do aukcji. Uzasadnienie tego jest proste – skoro celem aukcji ma być uzyskanie jak najlepszej oferty, to jej uczestnicy muszą wiedzieć, co się rozumie przez najlepszą ofertę. W przeciwnym razie nie będą w stanie efektywnie rywalizować.

Kwestia przejrzystości reguł wyboru zwycięzcy jest w praktyce nieistotna w przypadku rynków aukcyjnych, na których kilku nabywców rywalizuje między sobą o określony obiekt, oferowany przez sprzedawcę. W tej sytuacji prawie zawsze istnieje tylko jedyno kryterium wyboru, którym jest cena[2] – dla wszystkich jest więc oczywiste, że zwycięzcą będzie ten uczestnik, który zgodzi się zapłacić najwięcej[3]. Jak już jednak wspomniano, reguła wyboru zwycięzcy jest mniej jednoznaczna w przypadku przetargów. Jeśli na wybór najlepszej oferty ma wpływ kilka kryteriów, to mechanizm aukcyjny musi precyzyjnie opisywać, w jaki sposób będą one rozpatrywane. Zwykle w przypadku przetargów wielokryterialnych wykorzystywane są metody scoringowe, czyli funkcje wyliczające ilość punktów dla każdego uczestnika w zależności od złożonej oferty. Oznaczmy przez B zbiór wszystkich informacji otrzymanych od uczestników aukcji (zawierający proponowane ceny, oraz inne parametry), a przez N liczbę uczestników, którzy przystąpili do aukcji. Wówczas regułę scoringową zapisać można jako:

$$S : \mathrm{B} \to \mathbf{R}^N . \tag{1}$$

Zwycięzcą jest ten uczestnik, który otrzymał największą liczbę punktów. Natomiast w przypadku remisu, czyli takiej samej liczby punktów uzyskanej przez m uczestników, zakładać będziemy, że zwycięzca wybierany jest spośród nich losowo[4].

---

[2] Istnieją wyjątki od tej reguły. W przypadku aukcji przeprowadzanych przez rząd i dotyczących dóbr o znaczeniu strategicznym (prywatyzacja przedsiębiorstwa, koncesje radiowo-telewizyjne, koncesje na usługi telefoniczne) organizator aukcji bierze często pod uwagę dodatkowe kryteria, takie jak wiarygodność finansową uczestniczących w aukcji podmiotów czy kwestie konkurencyjności rynku.

[3] Mechanizmy aukcyjne różnią się natomiast szeregiem innych elementów, np. kwestią dostępu do informacji o cenach zaproponowanych przez konkurentów w czasie trwania aukcji (aukcje dynamiczne lub aukcje statyczne) czy kwestią poziomu ceny zawarcia transakcji (zwykle cena ustalana jest na poziomie zaproponowanym przez zwycięzcę, ale istnieją mechanizmy oparte na regule drugiej ceny – wówczas transakcja zawierana jest po cenie drugiej od góry, czyli zaproponowanej przez najlepszego z przegranych uczestników).

[4] Jest to standardowe założenie przyjmowane w teorii aukcji. Nie ma ono większego znaczenia dla wniosków z analiz, ponieważ w rozważaniach teoretycznych i tak zwykle zakłada się, że wartości parametrów pochodzą z rozkładów opisanych na przedziałach ciągłych (o mocy *continuum*), a zatem prawdopodobieństwo remisu jest zerowe. Natomiast praktyka rozstrzygania remisów może być oczywiście inna. Na przykład ustawa *Prawo zamówień publicznych* nakazuje, by w razie remisu w przypadku przetargów jednokryterialnych przeprowadzać dogrywkę, natomiast w razie remisu w przypadku przetargów wielokryterialnych wybierać ofertę o niższej cenie.

W literaturze rozważanych jest wiele metod scoringowych (zob. Dimitri i in. (red.) 2006, s. 304-315]), jednak w praktyce najczęściej stosuje się metody liniowe, w których ilość punktów obliczana jest proporcjonalnie, w odniesieniu do ustalonych przez organizatora wartości minimalnych i maksymalnych, a różnym kryteriom przydzielane są określone wagi punktowe.

Jak wspomniano, uważa się, że organizator aukcji powinien ujawnić uczestnikom zasady ustalenia zwycięzcy, czyli w szczególności postać reguły scoringowej *S*, bo jedynie w ten sposób zagwarantuje sobie rzeczywistą konkurencję między uczestnikami[5]. Jednak w praktyce można czasem zaobserwować niechęć nabywców do ujawniania tych informacji, co sprawia, że uczestnicy działają w warunkach większej niepewności. Celem tego artykułu jest zbadanie, czy tego typu nieprzejrzystość reguł może przynieść nabywcom korzyści. W kolejnym rozdziale przeanalizujemy, jaka może być motywacja nabywców wstrzymujących się z ujawnieniem tego typu informacji, a w kolejnych, jakie są potencjalne konsekwencje braku przejrzystości reguł wyboru zwycięzcy. W pracy skupimy się wyłącznie na zastosowaniu reguł aukcyjnych w przypadku wielokryterialnych przetargów, ponieważ głównie tam pojawiać się może niepewność dotycząca reguł wyboru zwycięzcy aukcji.

2. Nieprzejrzystość reguł wyboru zwycięzcy

Niechęć podmiotu organizującego przetarg do ujawnienia reguł wyboru zwycięzcy wynikać może z kilku przyczyn. Po pierwsze, nabywcy może być czasem trudno skonstruować precyzyjny system punktowy, ponieważ ma kłopoty z wyceną wszystkich parametrów jakościowych. Może to być wręcz niemożliwe w sytuacji, gdy nabywca nie wie, jakich ofert może się spodziewać od wykonawców, ponieważ zasadniczą część oferty stanowi nowe, innowacyjne rozwiązanie określonego problemu. Dopiero po zebraniu wszystkich ofert nabywca jest w stanie określić, które z nich charakteryzują się najwyższą jakością i przyznać ewentualne wartości punktowe. Brak przejrzystości mechanizmu aukcyjnego nie jest więc zawiniony przez nabywcę, lecz wynika z przyczyn obiektywnych. Dobrym rozwiązaniem w tej sytuacji mogłoby być podzielenie przetargu na etapy. W pierwszym etapie nabywca wyceniłby jedynie część jakościową, a dopiero później wykonawcy (wiedząc, jaką ilość punktów otrzymali ze względu na walory jakościowe) proponowaliby ceny.

Drugą przyczyną braku precyzyjnych reguł wyboru zwycięzcy może być to, że nabywca opiera swój wybór na pewnych dodatkowych, subiektywnych kryteriach, nieuwzględnionych przez system punktowy. Powiedzmy, że przetarg dotyczyłby dostawy nowych samochodów osobowych. Kupujący określił, że przy ocenie ofert bierze pod uwagę cztery parametry: cenę, moc silnika, spalanie i ładowność bagażnika,

[5] Analizy dotyczące potencjalnych korzyści wynikających z nieujawniania uczestnikom pewnych informacji są prowadzone na gruncie teorii aukcji dopiero od niedawna. Patrz np. [Koppius i in. 2000].

i określił szczegółowo wagi przyznawane każdemu z kryteriów. Przetarg zawiera jednak dodatkową uwagę, że nabywca zastrzega sobie możliwość wyboru dowolnej oferty, czyli niekoniecznie tej o najwyższej liczbie punktów. Może być to spowodowane tym, że dla kupującego pewne znaczenie ma również marka samochodu; jeśli dwie oferty będą miały porównywalną ilość punktów, to wolałby on mieć możliwość wyboru samochodu o preferowanej marce. Oczywiście postępowanie tego typu jest niedopuszczalne w przypadku przetargów podlegających regulacji ustawą Prawo zamówień publicznych, w których wybór nie może zależeć od marki towaru, ale jest możliwe (i spotykane) w przypadku prywatnych aukcji. Zauważmy jednak, że zwiększające przejrzystość uwzględnienie preferencji wobec marki w systemie scoringowym wcale nie jest trudne lub niewykonalne. Nabywca może przecież przed rozpoczęciem przetargu ogłosić, jaka liczba punktów przyznawana jest za poszczególne marki, lub zaznaczyć, że różnica punktowa mniejsza niż S_0 uznawana jest za nieistotną i że w tej sytuacji pod uwagę brane jest dodatkowe kryterium, jakim jest marka.

Kolejny powód nieujawniania informacji o przyjętym systemie punktowym może mieć charakter strategiczny. Nabywca może nie chcieć, żeby uczestnicy wiedzieli, jak wycenia poszczególne kryteria, aby zmusić ich do składania najlepszych ofert, na jakie ich stać. W tej sytuacji nabywca dysponuje precyzyjnym, znanym sobie, algorytmem przeliczającym parametry każdej oferty na punkty, ale nie ujawnia go celowo, ponieważ wierzy, że przyniesie mu to korzyści w postaci lepszych ofert. Tok myślenia nabywcy mógłby wyglądać następująco: jeśli uczestnicy będą wiedzieli, jak wyceniam poszczególne składowe oferty, to będą wiedzieli, jak silna jest ich pozycja w przetargu. Jeśli na przykład zostanie ujawnione, że duża liczba punktów przyznawana jest za określony parametr techniczny i pewien wykonawca będzie miał świadomość, że ma z tego tytułu dużą przewagę nad pozostałymi, to będzie wiedział, że może zaproponować wysoką cenę, bo i tak niemal na pewno przebije konkurentów. Jeśli natomiast nie będzie wiedział, który z parametrów ma kluczowe znaczenie, to będzie nieświadomy swojej przewagi, dzięki czemu zaproponuje niższą cenę.

Rzecz jasna w przypadku zamówień publicznych obowiązujące przepisy wymuszają na organizatorach ustalenie precyzyjnych reguł wyboru zwycięzcy[6]. Jednak w praktyce przetargów prywatnych zasada ta nie zawsze jest respektowana. Przykładowo [Jap 2002] podaje wyniki pokazujące, że w przypadku e-przetargów nabywcy bardzo często nie zobowiązują się do wyboru najtańszej oferty.

W kolejnych rozdziałach przeanalizujemy, jakie są konsekwencje braku przejrzystości reguł wyboru zwycięzcy. W szczególności sprawdzimy, czy niepewność uczestników dotycząca parametrów reguły scoringowej może przynieść korzyści nabywcy, sprawiając, że producenci składać będą lepsze oferty.

[6] Mówi o tym zarówno ustawodawstwo krajowe (ustawa Prawo zamówień publicznych), jak i dyrektywy unijne (dyrektywa 2004/17/EC oraz 2004/18/EC).

3. Model

Większość założeń przyjętych w modelu pochodzi z pracy [Che 1993]. Nabywca ogłasza przetarg na dostarczenie pewnego dobra (wykonanie pewnej usługi). Istotne znaczenie mają dla niego dwa parametry: cena c (im niższa, tym lepiej) i jakość q (im wyższa, tym lepiej). Pod pojęciem jakości kryć się może dowolny parametr niecenowy. Nabywca kieruje się w swoim wyborze następującą *quasi*-liniową funkcją użyteczności:

$$u(q,c) = \Phi(q) - c\,, \tag{2}$$

gdzie: Φ jest funkcją wyceniającą jakość w jednostkach pieniężnych. Cena jest więc w tym przypadku parametrem wpływającym na użyteczność w sposób liniowy, natomiast o funkcji Φ nie zakładamy nic ponad to, że $\Phi' > 0$, (funkcja rosnąca i wklęsła). Zakładamy, że celem nabywcy jest maksymalizacja użyteczności i stąd przyjęta reguła scoringowa jest tożsama z funkcją użyteczności[7]:

$$S(q,c) = \Phi(q) - c \tag{3}$$

Wykonawcy biorący udział w przetargu składają ofertę obejmującą dwa parametry: jakość i cenę. Proponując cenę, oferenci wykorzystują informację o znanym im poziomie kosztu produkcji k, który jest rosnącą funkcją jakości:

$$k_i = f_i(q_i)\,, \tag{4}$$

gdzie i jest indeksem wykonawcy.

Dla uproszczenia dalszych analiz przyjmiemy, podobnie jak Che [1993], że funkcja ta ma prostą postać liniową:

$$k_i = \theta_i \times q, \tag{5}$$

gdzie θ_i jest parametrem charakterystycznym dla nabywcy.

Parametry θ_i są losowane dla każdego nabywcy niezależnie i pochodzą z rozkładu o znanej dystrybuancie F opisanej na przedziale $\left\langle 0,\ \overline{\theta} \right\rangle$. Zakładać będziemy, że dystrybuanta ta jest różniczkowalna i istnieje odpowiadająca jej funkcja gęstości f. Założenie o niezależności parametrów θ_i oznacza, że koszty każdego z wykonawców są od siebie niezależne. Tego typu założenie przyjmuje się w najprostszych modelach teorii aukcji, ponieważ bardzo ułatwia ono analizy. Oczywiście w rzeczywistości koszty producentów mogą być współzależne[8].

---

[7] Che [1993] pokazał, że w rzeczywistości w optymalnej regule scoringowej nabywcy opłaca się obniżyć nieco wagę parametru jakościowego w porównaniu ze swoimi rzeczywistymi preferencjami. Problemem tym nie będziemy się jednak zajmować w tym artykule.

[8] Patrz Branco [1997], który rozszerza analizy z pracy Che [1993] na przypadek współzależności parametrów kosztów.

Trzeba zwrócić uwagę na konsekwencje założenia opisanego równaniem (5). Koszty każdego producenta w przypadku dostarczenia dobra o zerowej jakości są zerowe, a następnie rosną w sposób liniowy. Im niższa wartość parametru θ_i, tym wolniej rosną koszty. Oznacza to w szczególności, że producent, charakteryzujący się najniższą wartością parametru θ_i, ma dla każdego poziomu jakości najniższą wartość kosztów, tj.:

$$\forall j : \theta_i \le \theta_j \Rightarrow \forall q \forall j : k_i \le k_j \,. \tag{6}$$

Założenie to bardzo upraszcza analizy, bo oznacza, że w przypadku przejrzystości reguł aukcyjnych i racjonalnego działania podmiotów zwycięzca przetargu nie zależy od przyjętej reguły scoringowej i jest nim zawsze uczestnik o najniższej wartości parametru θ_i (dla każdego poziomu jakości jest on w stanie zaproponować najniższą cenę). Oczywiście w rzeczywistości wcale nie musi tak być. Bardzo często producenci „specjalizują się" bowiem w określonych poziomach jakości i jedni mają przewagę (niższe koszty) dla niskich poziomów jakości, a inni dla wysokich poziomów jakości.

Celem każdego ze startujących w przetargu producentów jest maksymalizacja wartości oczekiwanej zysków Π_i, która obliczana jest jako:

$$E(\Pi_i) = (c_i - k_i) \times p_i = (c_i - \theta_i \times q) \times p_i \tag{7}$$

gdzie p_i jest prawdopodobieństwem wygrania przetargu przez danego uczestnika, zależnym od zaproponowanej ceny i jakości.

W analizach, identycznie jak u Che [1993], założymy, że producenci mają wpływ na poziom oferowanej jakości i mogą ustalać ją na dowolnym poziomie z przedziału $\left\langle 0,\ \overline{q} \right\rangle$. Uczestnicy różnią się jedynie poziomem kosztów, które zależą od wartości parametru θ_i. Przypadek ten odpowiada sytuacji, w której uczestnicy samodzielnie decydują o poziomie jakości (jest nim na przykład czas poświęcony na wykonanie usługi), pamiętając o tym, że wzrost poziomu jakości wiąże się ze wzrostem kosztów. Wykonawcy nie wiedzą, jaki poziom jakości zaproponują konkurenci, ponieważ nie znają wartości ich parametrów kosztów θ_i (wiedzą jedynie, że pochodzą one z rozkładu o dystrybuancie F).

Porównując przewidywane wyniki aukcji, skupimy się wyłącznie na mechanizmach statycznych, tj. takich, w przypadku których uczestnicy składają swoje oferty, nie znając ofert konkurentów i nie mając możliwości zareagowania na zaproponowane przez nich warunki. Spośród wszystkich zgłoszonych ofert nabywca wybierze tę, która maksymalizuje jego użyteczność. Skupienie się wyłącznie na mechanizmach statycznych, a w szczególności wykluczenie z analiz aukcji angielskiej (dynamicznej licytacji) spowodowane jest głównie tym, że mechanizm ten trudno byłoby zastosować w przypadku nieujawnienia parametrów reguły scoringowej (będącego przedmiotem zainteresowania w tej pracy). Istota aukcji dynamicznej, jaką jest aukcja angielska, polega na tym, że uczestnicy reagują na bieżący wynik aukcji, poprawiając swoje oferty w celu przebicia konkurenta. Jednak gdyby parametry metody scoringowej, i tym samym liczby punktów uzyskane przez oferentów, nie były ujawniane, mechanizm ten nie byłby w stanie funkcjonować, żaden bowiem z uczestników nie wiedziałby, czy jego oferta jest lepsza, czy gorsza od oferty przeciwnika. Drugim powodem skupienia się na mechanizmach statycznych jest to, że w przypadku przetargów o niezależnych poziomach kosztów aukcje dynamiczne mają swoje odpowiedniki (aukcje strategicznie równoważne) pośród mechanizmów statycznych. Odpowiednikiem aukcji angielskiej będzie aukcja drugiego wyniku.

W swoim artykule Che [1993] analizował 3 statyczne mechanizmy aukcyjne: aukcję pierwszego wyniku (*first-score auction*), aukcję drugiego wyniku (*second-score auction*) oraz aukcję drugiej preferowanej oferty (*second-preferred-offer auction*).

Aukcja pierwszego wyniku jest odpowiednikiem, dla przypadku aukcji wielokryterialnych, popularnego mechanizmu aukcyjnego zwanego przetargiem pisemnym (pierwszej ceny). Uczestnicy przetargu składają oferty zawierające cenę i jakość, nie znając ofert złożonych przez konkurentów, a zwycięzcą zostaje uczestnik, którego oferta uzyska najwięcej punktów. Firma, która wygra przetarg, dostarcza zaproponowaną przez siebie jakość, otrzymując zaproponowaną przez siebie cenę.

W przypadku aukcji drugiego wyniku zwycięzcą również zostaje uczestnik, którego oferta uzyskała największą liczbę punktów, jednak po zwycięstwie wygrana firma ma możliwość zmodyfikowania swojej oferty, tak by zrównała się liczbą punktów z ofertą najlepszego z przegranych konkurentów. Przykładowo, powiedzmy, że funkcja *scoringowa* ma postać $S(q,c)=\sqrt{q}-c$ i że uczestnik A złożył ofertę (25, 3), a uczestnik B ofertę (49, 6). Ponieważ $S(25,\ 3)=2$, a $S(49,\ 6)=1$, stąd zwycięzcą przetargu byłby uczestnik A. Mógłby on teraz obniżyć swoją jakość lub podnieść cenę, tak żeby zrównać swoją ofertę punktowo z ofertą przeciwnika. Jeśli zdecydowałby się na podniesienie ceny (jak zobaczymy w dalszej części, właśnie taki ruch będzie zwykle korzystniejszy niż zmiana jakości), to wzrosłaby ona do poziomu 4 (bo $S(25,\ 4)=1$). Tak więc ostatecznie kontrakt zawarty zostałby z uczestnikiem A na jakość 25 i cenę 4.

W przypadku aukcji drugiej preferowanej oferty zwycięzcą ponownie zostaje uczestnik, którego oferta uzyskała największą liczbę punktów, jednak kontrakt zawierany jest na jakość i cenę zaproponowaną przez najlepszego z przegranych konkurentów (tego, który uzyskał drugą największą liczbę punktów). Posługując się poprzednim przykładem, oznaczałoby to, że wygrany uczestnik A musiałby dostarczyć jakość 49 i otrzymałby za to zapłatę 6. Nietrudno się zorientować, że forma ta jest mniej korzystna dla oferentów, daje im bowiem mniejszy wpływ na warunki wykonania kontraktu.

W pracy skupimy się tylko na dwóch pierwszych mechanizmach, ponieważ mają one zdecydowanie największe znaczenie praktyczne. Aukcja pierwszego wyniku jest chyba najczęściej stosowaną procedurą w przypadku przetargów. Aukcja drugiego wyniku nie jest co prawda zbyt często stosowana w tej formie, jednak, jak zobaczymy w kolejnym punkcie artykułu, jest ona strategicznie równoważna aukcji angielskiej, czyli otwartej licytacji, w której uczestnicy składają naprzemiennie oferty, tak żeby minimalnie przebić ilość punktów przeciwnika. Natomiast zastosowanie praktyczne procedury aukcji drugiej preferowanej oferty jest mocno ograniczone. Jej rzeczywistym, dynamicznym odpowiednikiem byłaby licytacja, w której uczestnik, składając nową ofertę, musiałby minimalnie przebić ofertę konkurenta w przypadku wszystkich branych pod uwagę kryteriów (czyli przebić zarówno cenę, jak i jakość).

4. Przebieg aukcji w przypadku przejrzystości reguł wyboru zwycięzcy

Biorące udział w przetargu, firmy muszą podjąć decyzję dotyczącą dwóch parametrów – jakości i ceny. Jak się jednak okazuje, ich problem decyzyjny sprowadza się do problemu jednowymiarowego, ponieważ optymalny poziom jakości jest określony jednoznacznie i nie zależy od poziomu konkurencji czy ceny, którą firma chce zaproponować[9].

Rezultat ten jest konsekwencją przyjętego założenia o *quasi*-liniowej postaci funkcji użyteczności nabywcy (2). Zdefiniujmy następującą funkcję:

$$S_i\left(q,\theta_i\right)=\Phi\left(q\right)-\theta_i\times q \tag{8}$$

Funkcja ta wylicza maksymalną liczbę punktów, którą jest w stanie uzyskać producent i, jeżeli zaproponuje jakość q. Oznaczmy przez q_i^* poziom jakości, przy której funkcja ta osiąga maksimum, czyli:

$$q_i^*=\arg\max\ \Phi\left(q\right)-\theta_i\times q\ , \tag{9}$$

a przez S_i^* odpowiadającą jej liczbę punktów:

$$S_i^*=\Phi\left(q_i^*\right)-\theta_i\times q_i^*\ . \tag{10}$$

Poziom q_i^* jest optymalnym poziomem jakości dla uczestnika *i*, dającym mu największą liczbę punktów. Łatwo zauważyć, że firmie nie opłaca się proponowanie żadnego innego poziomu jakości. Załóżmy, że *i*-ta firma chciałaby osiągnąć zysk Π. Musiałaby wówczas zaproponować cenę

$$c_i=\theta_i\times q+\Pi\ , \tag{11}$$

za co otrzymałaby liczbę punktów wynoszącą

$$S\left(q,c_i\right)=\Phi\left(q\right)-c_i=\Phi\left(q\right)-\theta_i\times q-\Pi\ . \tag{12}$$

Ponieważ Π jest stałe, funkcja ta osiąga maksimum dla tej samej wartości, co (8), czyli dla q_i^*. A zatem bez względu na to, jaki zysk firma chciałaby osiągnąć i bez względu na oczekiwania dotyczące zachowania konkurencji, firmie zawsze najbar-

[9] Jako pierwszy fakt ten zauważył Che [1993].

dziej opłaca się zaproponować jakość q_i^*. Jedynym parametrem, którym powinna manipulować, jest cena.

Przy okazji zauważyć można, że prawdziwe jest następujące twierdzenie.

Twierdzenie 1. Dla metody scoringowej postaci $S(q,c)=\Phi(q)-c$, gdzie $\Phi'(q)>0$, $\Phi''(q)<0$, oraz liniowej funkcji kosztów oferentów postaci $k_i = \theta_i \times q$, zachodzi:

$$\frac{dq^*(\theta)}{d\theta}<0 \tag{13}$$

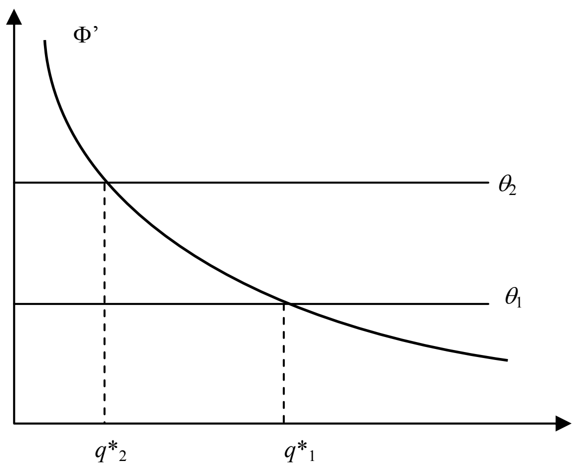
Dowód. Wzór ten mówi, że im wyższe koszty ma producent (im większa wartość parametru θ), tym niższy poziom jakości opłaca mu się oferować. Zgodnie z definicją, $q^*(\theta)$ to wartość maksymalizująca wyrażenie $\Phi(q) - \theta \times q$. Zauważmy, że:

$$\big(\Phi(q)-\theta\times q\big)'=0 \Leftrightarrow \Phi'(q)-\theta=0.$$

A stąd

$$q^* = \arg\max\big(\Phi(q)-\theta\times q\big) \Leftrightarrow \Phi'(q^*)=\theta. \tag{14}$$

Funkcja $\Phi'(q)$ jest dodatnia i malejąca (bo $\Phi''(q)<0$). Spójrzmy na ilustrację graficzną:



Rys. 1. Odwrotna zależność między kosztami a optymalnym poziomem jakości producenta

Źródło: opracowanie własne.

Teza twierdzenia 1 wynika wprost z rysunku. *Q.E.D.*

Dzięki temu, że jakość okazuje się ustalona jednoznacznie, problem optymalnej strategii uczestnika aukcji wielokryterialnej redukuje się do problemu jednokryterialnego, w którym uczestnik musi jedynie określić optymalną cenę. Zacznijmy od prostszego przypadku aukcji drugiego wyniku. Skoro poziom optymalnej jakości jest rozwiązany, uczestnik musi jedynie określić cenę, wiedząc, że transakcja zawarta zostanie po cenie wyższej (wynikającej z oferty konkurenta[10]). Problem ten przypomina więc klasyczną aukcję Vickreya. Jak wiadomo, w takiej sytuacji uczestnikowi opłaca się zaproponować cenę równą kosztom[11]. Wobec tego optymalna strategia uczestnika aukcji drugiego wyniku to:

$$q = q_i^* \tag{15}$$

$$c = \theta_i \times q_i^* . \tag{16}$$

Załóżmy, że zwycięzcą przetargu jest oferent 1, a ofertę drugą pod względem punktowym złożył oferent 2. Cena za wykonanie kontraktu ustalona jest tak, żeby oferta zwycięzcy została wyceniona na tę samą liczbę punktów, co oferta najlepszego z przegranych, czyli (oznaczając cenę wykonania kontraktu jako c^{II}):

$$\Phi\left(q_1^*\right) - c^{II} = S_2^*$$

$$c^{II} = \Phi\left(q_1^*\right) - S_2^* = k_1 + \left(S_1^* - S_2^*\right). \tag{17}$$

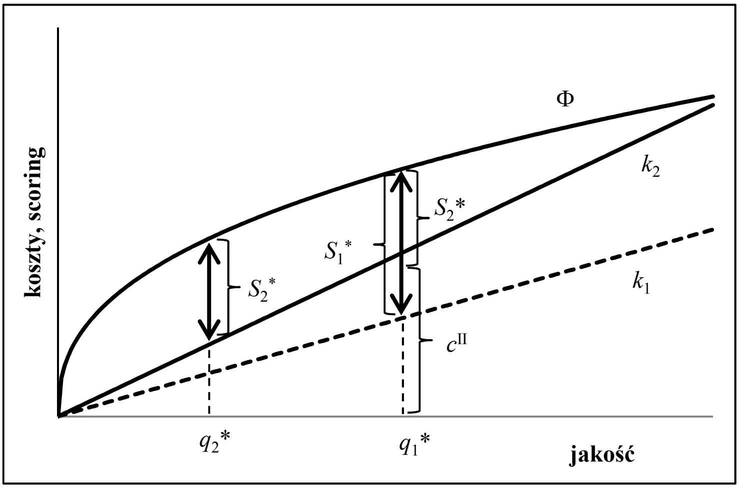
Zwycięzca otrzyma więc zapłatę równą poziomowi swoich kosztów plus nadwyżkę równą swojej przewadze nad najlepszym z konkurentów. Ideę tę graficznie ilustruje rysunek 2. Oferent 1 charakteryzuje się niższymi kosztami i dlatego to on wygra przetarg. Optymalnym poziomem jakości dla niego jest q_1^* (dla tej jakości jest w stanie uzyskać największą liczbę punktów). W aukcji drugiego wyniku powinien zaproponować cenę $k_1\left(q_1^*\right)$, ale otrzyma zapłatę nieco większą, równą c^{II}.

Aukcja drugiego wyniku raczej rzadko stosowana jest w tej formie w przypadku przetargów, ale zauważmy, że jest ona strategicznie równoważna aukcji angielskiej, w której uczestnicy na przemian przebijają swoje oferty. Ponieważ uczestnicy poprawiają oferty, tak by minimalnie przebić liczbę punktów konkurenta, stąd zwycięska (ostatnia) oferta będzie marginalnie większa od najlepszej oferty przeciwnika.

---

[10] Ale nie po cenie zaproponowanej przez konkurenta, lecz po cenie, przy której oferta rozważanego uczestnika zrównałaby się punktowo z ofertą konkurenta.

[11] Patrz dowolny podręcznik z teorii aukcji, np. [Krishna 2002]. Nie ma sensu proponowanie wyższej ceny, bo zwycięzca i tak nie otrzyma zapłaty, którą sam zaproponował, lecz tę wynikającą z oferty najlepszego konkurenta. W analizie tej przyjmuje się domyślnie założenie, że przedsiębiorcy zawsze opłaca się sprzedać dobro, jeśli cena (choćby marginalnie) przewyższa koszty. W praktyce może się zdarzyć, że oferent określa sobie minimalny oczekiwany poziom marży i nie schodzi z ceną poniżej wartości kosztów, powiększonych o tę marżę. Przypadek ten łatwo jednak uwzględnić w analizach, przyjmując, że koszty oferenta, obejmują już ten minimalny wymagany poziom zysku.



Rys. 2. Wyznaczenie optymalnej jakości i oczekiwanej ceny uczestnika aukcji scoringowej

Źródło: opracowanie własne.

A ponieważ przeciwnik będzie w stanie poprawiać swoje oferty, póki nie zejdzie z ceną do poziomu kosztów, stąd licytacja zatrzymałaby się na poziomie punktów wynoszącym S_2^* (drugi oferent nie ma już możliwości poprawienia tej oferty, zakładamy bowiem, że nie zejdzie z ceną poniżej kosztów).

Zajmijmy się teraz kwestią optymalnej ceny w aukcji pierwszego wyniku. Ponieważ w tej sytuacji kontrakt realizowany jest zgodnie z ofertą złożoną przez zwycięzcę, stąd optymalna cena nie jest równa kosztom (bo wówczas zysk zwycięzcy wyniósłby zero). Cena ta powinna być nieco wyższa od kosztów. Z podstawowego twierdzenia z teorii aukcji, zwanego zasadą równości przychodów[12], wynika, że optymalną strategią uczestnika aukcji pierwszego wyniku powinno być zaproponowanie ceny równej wartości oczekiwanej ceny, którą uczestnik ten zapłaciłby w aukcji drugiego wyniku (pod warunkiem, że ją by wygrał).

Twierdzenie 2. Optymalną ceną dla uczestnika aukcji pierwszego wyniku jest

$$c^*(\theta) = k\left(q^*(\theta)\right) + \int_{\theta}^{\bar{\theta}} \left(k'\left(q^*(t)\right) - \Phi'\left(q^*(t)\right)\right) \times \left(\frac{1-F(t)}{1-F(\theta)}\right)^{N-1} dt. \tag{18}$$

Wzór (18) wyprowadza się w sposób podobny jak w [Riley, Samuelson 1981]. Dowód twierdzenia w załączniku.

---

[12] Patrz klasyczne wyprowadzenie w: [Myerson 1981; Riley, Samuelson 1981], a także analizę dla przypadku aukcji scoringowych w: [Asker, Cantillon 2008].

Zastosowanie wzoru może być oczywiście w praktyce trudne, jako że nie poczyniono tu żadnych szczególnych założeń odnośnie do funkcji $\Phi(q)$ i rozkładu F. W szczególnych przypadkach konieczne może być zastosowanie metod numerycznych.

Przykład 1. Załóżmy, że w przetargu bierze udział 2 uczestników, dla których parametry θ pochodzą z rozkładu jednostajnego na przedziale $\left(0, \overline{\theta}\right)$, a funkcja scoringowa dana jest wzorem $S(q,c)=2\sqrt{q}-c$. Wówczas optymalnym poziomem jakości jest $q^*(\theta)=\theta^{-2}$, a optymalna cena, wyliczona z (18), wynosi:

$$c^*(\theta)=\theta\times q^*(\theta)+\frac{1}{\overline{\theta}-\theta}\times\left(\ln\left(\frac{\theta}{\overline{\theta}}\right)+\frac{\overline{\theta}}{\theta}-1\right). \tag{19}$$

Kluczowym wnioskiem z zasady równości przychodów jest to, że jeśli uczestnicy są obojętni wobec ryzyka, to wybór mechanizmu aukcyjnego nie ma znaczenia, ponieważ oba (w sensie wartości oczekiwanej) prowadzą do takiego samego poziomu cen i jakości. W szczególności jednoznacznie określona jest w tej sytuacji wartość oczekiwana poziomu użyteczności nabywcy. Wykorzystując (17) i oznaczając indeksami 1, 2 odpowiednio zwycięzcę i najlepszego z przegranych, dostajemy:

$$u=\Phi\left(q^*(\theta_1)\right)-c=\Phi\left(q^*(\theta_1)\right)-\left(\Phi\left(q^*(\theta_1)\right)-S_2^*\right)=S_2^*, \tag{20}$$

czyli

$$E(u)=E\left(S_2^*\right). \tag{21}$$

Oczekiwanym poziomem użyteczności nabywcy jest więc wartość oczekiwana drugiego od góry wyniku punktowego. Twierdzenie 3 podaje wzór na wyliczenie tej wartości.

Twierdzenie 3. Oczekiwany poziom użyteczności nabywcy jest dany wzorem:

$$E(u)=\int_0^{\overline{q}}\left(\Phi\left(q^*(t)\right)-k\left(q^*(t)\right)\right)\cdot N(N-1)\left(1-F(t)\right)^{N-2}F(t)f(t)dt. \tag{22}$$

Dowód twierdzenia w załączniku

5. Przebieg aukcji w przypadku braku przejrzystości reguł wyboru zwycięzcy

Przeanalizujmy teraz przebieg aukcji w przypadku, gdyby organizator nie ujawnił postaci funkcji $\Phi(q)$. Podstawowy problem w tym przypadku polegałby na tym, że uczestnicy, nie znając postaci funkcji $\Phi(q)$, nie byliby w stanie wyliczyć poprawnie q_i^*. Załóżmy, że uczestnicy przetargu znaliby ogólną postać funkcji $\Phi(q)$ i nie znali jedynie jednego parametru określającego jej przebieg. Niech $\{\Phi_r\}$ oznacza rodzinę wszystkich możliwych postaci funkcji $\Phi(q)$ indeksowanych parametrem *r*. Załóżmy, że oferenci znają rozkład parametru *r* wyrażony dystrybuantą *G*, dla której istnieje funkcja gęstości *g*. Startujący w przetargu sprzedawcy nie znają więc konkretnej postaci funkcji scoringowej, ale znają jej rozkład prawdopodobieństwa.

Zdefiniujmy:

$$q_i^0 = \arg\max_q E_G\left(\Phi_r(q) - \theta_i \times q\right). \tag{23}$$

Poziom jakości q_i^0 maksymalizuje wartość oczekiwaną nadwyżki uczestnika *i*. Łatwo zauważyć, że analogicznie jak wcześniej, q_i^0 jest w tej sytuacji optymalnym poziomem jakości, niezależnym od planowanej strategii cenowej czy poziomu konkurencji. Poziom q_i^0 będzie jednak oczywiście zasadniczo różny od q_i^*. Nabywca, który nie poda uczestnikom konkretnej postaci swojej funkcji użyteczności, musi oczywiście pogodzić się z tym, że producenci nie będą mu oferowali optymalnego poziomu jakości. Jaki wpływ będzie to miało na wyniki? Po pierwsze, zauważyć można, że zachowana zostanie zasada, że uczestnicy o wyższych kosztach oferować będą niższy poziom jakości.

Twierdzenie 4. Dla metody scoringowej klasy $S_r(q,c) = \Phi_r(q) - c$, gdzie $\forall r : \Phi_r'(q) > 0$, $\Phi_r''(q) < 0$ i gdzie parametr *r* ma rozkład wyrażony dystrybuantą *G*, oraz dla liniowej funkcji kosztów oferentów postaci $k_i = \theta_i \times q$ zachodzi:

$$\frac{dq^0(\theta)}{d\theta} < 0. \tag{24}$$

Dowód. Dowód jest analogiczny do dowodu twierdzenia 1.

$$\left(E_G\left(\Phi_r(q) - \theta \times q\right)\right)' = 0 \Leftrightarrow \left(E_G\left(\Phi_r(q)\right)\right)' = \theta \Leftrightarrow E_G\left(\Phi_r'(q)\right) = \theta.$$

Ponieważ $\Phi_r'(q)$ jest malejące, stąd $E_G\left(\Phi_r'(q)\right)$ jest malejące, a stąd teza twierdzenia (patrz rysunek 1). *Q.E.D.*

Nawet mimo nieprzejrzystości oferenci o niższych kosztach produkcji oferują wyższą jakość (przy czym istotne jest założenie, że wszyscy producenci mają takie same oczekiwania odnośnie do rozkładu *G*). Przejdźmy do rozważań dotyczących optymalnej strategii cenowej producentów w przypadku, gdy nie znają oni konkretnej postaci funkcji scoringowej.

5.1. Aukcja drugiego wyniku

Zaczniemy od przypadku aukcji drugiego wyniku. Optymalna strategia uczestnika zależy w tym przypadku od tego, czy po wyłonieniu zwycięzcy przetargu będzie on miał możliwość modyfikacji jedynie ceny zawarcia transakcji, czy również jakości.

Załóżmy na początek, że zwycięzca nie miałby możliwości zmiany poziomu jakości[13]. Gdyby organizator nie zamierzał ujawniać parametrów funkcji Φ nawet po rozstrzygnięciu przetargu, to zwycięzca, w celu wyrównania liczby punktów konkurenta, miałby jedynie możliwość podniesienia ceny. W tej sytuacji optymalną strategią jest zaproponowanie w aukcji ceny równej kosztom produkcji, czyli $\theta \times \cdot q_i^0$. Załóżmy bowiem, że oferent ustaliłby poziom jakości q_1 i rozważałby zaproponowanie ceny c_1 niższej niż koszty, licząc na to, że dzięki zawarciu transakcji po nieco wyższej cenie niż proponowana, oferta taka przyniesie mu zysk. Strategia taka mogłaby mieć wpływ na jego wynik tylko wtedy, gdyby:

$$S\left(q_1, c_1\right) > S_2 > S\left(q_1, k_1\right), \tag{25}$$

tj. gdyby dany uczestnik, proponując cenę równą kosztom, przegrał aukcję, a proponując cenę niższą od kosztów, wygrał aukcję. Ale zgodnie z regułą aukcji drugiego wyniku kontrakt zawarty zostałby po cenie c_2, takiej, dla której $S\left(q_1, c_2\right) = S_2$. Z monotoniczności funkcji Φ wynika, że $c_2 < k_1$, a zatem uczestnik ten poniósłby w tej sytuacji stratę[14].

W tym przypadku nieprzejrzystość nie wpływa znacząco na zmianę zachowania uczestników – każdy uczestnik ustala optymalny poziom jakości (który jest tym wyższy, im niższe są jego koszty), a następnie proponuje cenę równą kosztom produkcji. Ale nie oznacza to wcale, że uczestnicy o niższych kosztach na pewno wygrają przetarg. Zdefiniujmy:

$$S_i^0 = E_G\left(\Phi_r\left(q_i^0\right) - \theta_i \times q_i^0\right), \tag{26}$$

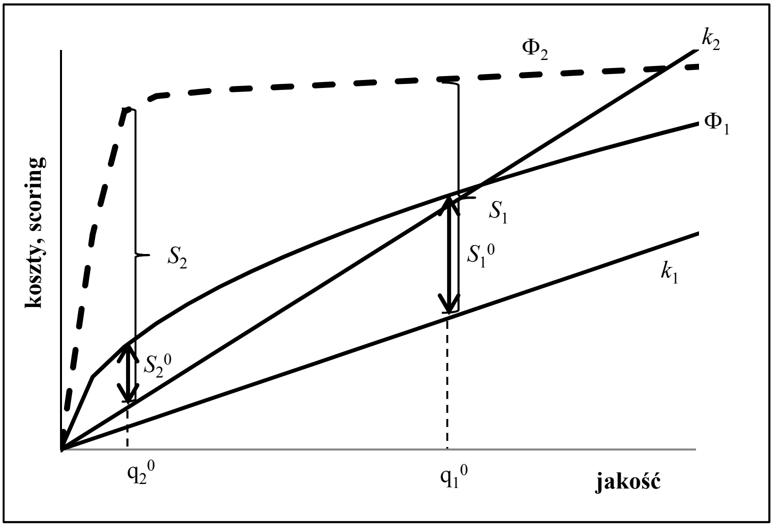
czyli maksymalną oczekiwaną nadwyżkę uczestnika *i*.

Przyczyny, dla których uczestnik o najniższych kosztach wcale nie musi wygrać aukcji, ilustruje rysunek 3. Załóżmy, że rzeczywistą funkcją scoringową organizatora jest funkcja Φ_2. Jednak uczestnicy przetargu kierowali się znanym sobie rozkładem *G*, z którego wynikało, że oczekiwanym kształtem funkcji scoringowej jest Φ_1 i na tej podstawie ustalali swoje optymalne poziomy jakości q_1^0 i q_2^0[15].

[13] Bo, na przykład, nawet po rozstrzygnięciu przetargu nabywca chce zachować pełną nieprzejrzystość i nie podaje zwycięzcy żadnych informacji, dotyczących rzeczywistych preferencji wobec jakości.

[14] Godne odnotowania jest to, że wniosek ten jest prawdziwy dla szerokiej klasy funkcji monotonicznych, a nie tylko dla funkcji *quasi*-liniowych, w przypadku których ilość punktów zależy liniowo od ceny.

[15] Jest to pewne uproszczenie. Optymalna strategia, opisana wzorem (23), oznacza, że dla każdego rozważanego poziomu jakości dostawca oblicza wartość oczekiwaną poziomu nadwyżki, a następnie oferuje jakość, która maksymalizuje tę wartość oczekiwaną. Firmy nie kierują się więc „wartością oczekiwaną kształtu funkcji scoringowej" (tego typu zmienna nie była zresztą nawet definiowana). Na potrzeby tezy wystarczy jednak przyjąć, że funkcja Φ_1 to taka, dla której q_1^0 i q_2^0 byłyby optymalnymi poziomami jakości.



Rys. 3. Nieefektywność w przypadku nieprzejrzystości reguł aukcji scoringowej

Źródło: opracowanie własne.

Uczestnicy zaoferowali jakości q_1^0, q_2^0, wyliczone zgodnie z (23). Mimo że uczestnik 1 postąpił *ex ante* racjonalnie, nie wygrał przetargu. Stało się tak, ponieważ rzeczywista funkcja Φ_2 używana przez organizatora odbiega wyraźnie od oczekiwań oferentów. W efekcie ostateczna liczba punktów uzyskana przez uczestnika 1 to tylko S_1. Uczestnik przegrywa więc przetarg, bowiem $S_1 < S_2$.

Konsekwencje dla organizatora aukcji podsumowuje twierdzenie 5.

Twierdzenie 5. Niech $u = \Phi_r(q) - c$ będzie funkcją użyteczności nabywcy, a koszty oferentów mają postać liniową $k_i = \theta_i \times q$. Załóżmy, że przetarg przeprowadzany jest na zasadach aukcji drugiego wyniku, w której zwycięzca nie może *ex post* zmienić poziomu jakości. Wówczas nieujawnienie nabywcom wartości parametru r skutkuje:

(i) spadkiem efektywności,

(ii) spadkiem oczekiwanej użyteczności nabywcy.

Dowód. Wniosek (i) był ilustrowany rysunkiem. W przypadku nieprzejrzystości aukcja może być wygrana przez uczestnika, który nie miał najniższego poziomu kosztów, co jest niemożliwe w sytuacji przejrzystości reguł.

Przejdźmy do (ii). Oznaczmy symbolem $S_i^*(\Phi_r)$ maksymalną liczbę punktów, którą jest w stanie uzyskać uczestnik i, jeżeli zna on postać funkcji Φ_r (a zatem wtedy, gdy dostarcza jakość q_i^* i oferuje cenę równą kosztom). Natomiast symbolem $S_i^0(\Phi_r)$ oznaczmy maksymalną liczbę punktów, którą uzyskałby uczestnik i, który nie znałby postaci funkcji Φ_r (a zatem dostarczałby jakość q_i^0).

Uporządkujmy wartości $S_i^*\left(\Phi_r\right)$ od największej do najmniejszej, przyjmując, że uczestnik, dla którego ta maksymalna wartość punktów jest największa, ma indeks 1, a uczestnik o drugiej największej liczbie punktów − indeks 2 itd.

$$S_1^* > S_2^* > ... > S_n^* . \tag{27}$$

Zauważmy, że porządek ten nie musi być zachowany dla zmiennych $S_i^0\left(\Phi_r\right)$, co było pokazane na rysunku 3. Zgodnie z (21) w przypadku przejrzystości (P) parametrów reguły scoringowej:

$$E\left(u \mid P\right) = E\left(S_{N-1\,:\,N}^*\right) = E\left(S_2^*\right) \tag{28}$$

i analogicznie w przypadku nieprzejrzystości (*NP*) parametrów reguły scoringowej:

$$E\left(u \mid NP\right) = E\left(S_{N-1\,:\,N}^0\right)^{16}. \tag{29}$$

Ponieważ w przypadku ujawnienia parametrów reguły scoringowej, nabywcy wybierają zawsze poziom jakości i cen maksymalizujący liczbę punktów, stąd:

$$\forall i : S_i^0\left(\Phi_r\right) \le S_i^*\left(\Phi_r\right). \tag{30}$$

Z (27) i (30) otrzymujemy:

$$\forall i \ge 2 : S_i^0\left(\Phi_r\right) \le S_2^*\left(\Phi_r\right) \tag{31}$$

$$\max_{i \ge 2} \left\{S_i^0\left(\Phi_r\right)\right\} \le S_2^*\left(\Phi_r\right), \tag{32}$$

a stąd (bez względu na to, jaką wartość przyjmuje $S_1^0\left(\Phi_r\right)$) musi zachodzić:

$$S_{N-1\,:\,N}^0 \le S_2^* . \tag{33}$$

Co dowodzi, że:

$$E\left(u \mid NP\right) \le E\left(u \mid P\right)^{17} \tag{34}$$

Q.E.D.

Powyższe wnioski nie są już jednak prawdziwe, gdy założymy, że po rozstrzygnięciu przetargu zwycięska firma może zmodyfikować nie tylko cenę, lecz również jakość (tak, żeby wyrównać S_2). W szczególności nie jest prawdą, że firmom opłaca się w takiej sytuacji oferowanie ceny równej kosztom.

---

[16] Symbolem $S_{N-1\,:\,N}$ oznaczana jest $\left(N-1\right)$-sza statystyka pozycyjna, czyli druga najwyższa wartość.

[17] Poziom użyteczności nie zmieniłby się tylko wtedy, gdyby mimo nieprzejrzystości producenci wybierali optymalny poziom jakości. Prawdopodobieństwo tego jest jednak znikome.

Twierdzenie 6. Dla metody scoringowej klasy $S_r(q,c)=\Phi_r(q)-c$, gdzie $\forall r:\Phi_r'(q)>0$, $\Phi_r''(q)<0$ i gdzie parametr r ma rozkład wyrażony dystrybuantą G, oraz dla liniowej funkcji kosztów oferentów postaci $k_i=\theta_i\times q$, optymalną strategią uczestnika aukcji drugiego wyniku jest zaproponowanie jakości q_i^0, oraz ceny niższej niż koszty $\theta\times q_i^0$.

Dowód. Optymalność proponowania jakości q_i^0 była już wcześniej uzasadniania. Przejdźmy więc do kwestii optymalnej ceny. Załóżmy, że uczestnicy zaproponowaliby ceny równe kosztom. Niech S_1, S_2 oznaczają ilości punktów uzyskane odpowiednio przez zwycięzcę i najlepszego z przegranych uczestników. Po wygraniu przetargu i ujawnieniu postaci funkcji Φ_r zwycięzca natychmiast zmieni jakość na $q_1^*(\Phi_r)$, ponieważ, jak już pokazywano, jakość ta dla każdego poziomu cen pozwala uczestnikowi na zmaksymalizowanie liczby uzyskanych punktów. Kontrakt zostanie więc ostatecznie zawarty na cenę c^{II}, dla której:

$$\Phi_r(q_1^*)-c^{II}=S_2.$$

A stąd

$$c^{II}=\Phi_r(q_1^*)-S_2=S_1^*+k_1(q_1^*)-S_2$$

$$c^{II}=k_1(q_1^*)+(S_1^*-S_2). \tag{35}$$

Zwycięzca osiągnie zysk:

$$\Pi_1=S_1^*-S_2. \tag{36}$$

Rozważmy, jakie byłyby konsekwencje zaproponowania ceny nieco niższej niż koszty. Jak widać z (36), tego typu decyzja nie miałaby wpływu na wysokość zysków. Miałaby natomiast wpływ na prawdopodobieństwo wygrania, zwiększając je. W (25) pokazywaliśmy, że proponowanie ceny niższej niż koszty nie jest opłacalne, bo, jeżeli obniżka taka wpłynie na wynik przetargu, to prowadzić musi do strat. Ale w tym przypadku sytuacja nie jest analogiczna, ponieważ firma nie proponuje ceny niższej niż rzeczywiste koszty produkcji $k(q^*)$, lecz jedynie niższą niż koszty prognozowane $k(q^0)$. Załóżmy, że firma 1 zaproponowałaby cenę $c=k_1(q_1^0)-\varepsilon$ i niech:

$$S\left(q_1^0,k_1\left(q_1^0\right)-\varepsilon\right)>S_2>S\left(q_1^0,k_1\left(q_1^0\right)\right), \tag{37}$$

czyli bez tej obniżki firma przegrałaby aukcję, a dzięki niej aukcję wygrywa.

Wówczas (z *quasi*-liniowości S)

$$\Pi_1>S_1^*-S_1^0-\varepsilon. \tag{38}$$

Obniżka ceny jest opłacalna, jeżeli $S_1^*-S_1^0-\varepsilon>0$ co (dla dostatecznie małego ε) jest oczywiście prawdą. *Q.E.D.*

Obliczenie optymalnego poziomu ceny i związanych z tym konsekwencji dla nabywcy jest jednak trudne. Do problemu tego wrócimy na końcu tej części.

5.2. Aukcja pierwszego wyniku

W przypadku aukcji pierwszego wyniku producentom opłaca się wytwarzać q_i^0, natomiast ceny muszą być istotnie wyższe od kosztów (bo w przeciwnym razie firma nie osiągnęłaby zysku). Optymalny poziom ceny, podobnie jak we wzorze (18), byłby równy kosztom produkcji powiększonym o pewien narzut, zależny od rozkładów *F*, *G* oraz liczby uczestników *N*. Wyliczenie optymalnego poziomu ceny może być jednak możliwe jedynie w specyficznych przypadkach.

Optymalna cena rozumiana jest jako strategia w równowadze Nasha, czyli najlepsza odpowiedź na zachowanie konkurentów. Przy założeniu, że pozostali gracze trzymają się swoich optymalnych strategii, danemu uczestnikowi nie opłaca się od ceny tej odchodzić. Oznaczmy przez $H_r(s)$ prawdopodobieństwo uzyskania mniej niż s punktów w przypadku zaproponowania jakości q_i^0 i ceny c_i, jeśli do wyceny jakości stosowana jest funkcja Φ_r:

$$H_r(s) = P\left(S_r\left(q_i^0, c_i\right) < s\right). \tag{39}$$

Prawdopodobieństwo wygrania aukcji przez uczestnika i jest więc równe:

$$p\left(q_i^0, c_i\right) = E_G\left(\left(H_r\left(S_r\left(q_i^0, c_i\right)\right)\right)^{N-1}\right), \tag{40}$$

natomiast jego oczekiwany zysk to:

$$E(\Pi_i) = \left(c_i - \theta_i \cdot q_i^0\right) \times p\left(q_i^0, c_i\right) \cdot \tag{41}$$

Optymalną strategią jest funkcja $c(\theta)$ taka, że jeśli wszyscy uczestnicy wyznaczać będą ceny według niej, to nikt nie będzie miał motywacji, żeby od niej odejść. Funkcję tę otrzymuje się, obliczając pochodną $E(\Pi_i)$ i przyrównując ją do zera (zob. [Krishna 2002]). Problem jednak w tym, że prawdopodobieństwo wygrania aukcji zależy od postaci funkcji $c(\theta)$, co czyni problem niezwykle skomplikowanym i raczej nierozwiązywalnym (bez jakichś szczególnych założeń dotyczących rozkładów *F* i *G*). Podobny problem występuje w przypadku prób wyliczenia optymalnej ceny w aukcji drugiego wyniku, w której uczestnicy mogą zmienić jakość po rozstrzygnięciu przetargu.

W tej sytuacji jedynym jednoznacznym wnioskiem dotyczącym aukcji pierwszej ceny jest ten, że będzie ona nieefektywna (nie jest dostarczany optymalny poziom jakości, więc aukcja jest nieefektywna w sensie Pareta). Dodatkowy ewentualny wgląd w przebieg tego typu aukcji mogą umożliwić symulacje.

Przykład 2. Do aukcji przystąpiło 2 uczestników. Wartości θ pochodzą z rozkładu jednostajnego U[0, 1, 0, 5]. Funkcja Φ może przyjąć następujące 3 postaci:

$$\Phi = \begin{cases} \sqrt{q} & \text{z } p = 0{,}3 \\ 2\sqrt{q} & \text{z } p = 0{,}2 \\ 3\sqrt{q} & \text{z } p = 0{,}5 \end{cases}. \tag{42}$$

W przypadku przejrzystości wartości oczekiwane zysków uczestników i użyteczności nabywcy nie zależą od rodzaju aukcji i wynoszą: $E(\Pi) = 1{,}44$, $E(u) = 4{,}18$. W przypadku nieprzejrzystym w celu ustalenia optymalnych polityk cenowych i określenia konsekwencji dla uczestników i nabywców przeprowadzono symulację obejmującą 20 000 powtórzeń. Ponieważ formuła na optymalną politykę cenową nie jest jednoznacznie wyprowadzona, w symulacjach zbadać można jedynie ogólny kierunek zachowania konkurentów[18].

Mimo tych trudności symulacja potwierdziła, że w przypadku aukcji drugiego wyniku (z możliwością zmiany jakości) uczestnikom opłaca się proponować ceny niższe niż koszty. W symulacji ten optymalny poziom cen okazał się na tyle niski, że oczekiwana użyteczność nabywcy wzrosła do 4,35, a oczekiwane zyski producentów spadły do 1,36. Co ciekawe efektywność wyniosła 100%.

W aukcji pierwszego wyniku uczestnikom opłacało się proponować ceny wyraźnie wyższe od kosztów. Efektywność aukcji wyniosła zaledwie 87,4%, a oczekiwane zyski producentów spadły do 0,96. W symulowanym przypadku użyteczność nabywcy wyniosła 4,25, a więc okazała się nieznacznie wyższa niż w przypadku przejrzystym.

Oczywiście na podstawie wyników symulacji z przykładu 2 nie można wyciągać wniosku, że brak przejrzystości reguł prowadzić będzie zawsze do wzrostu użyteczności nabywcy, uzyskane bowiem rezultaty mogą być przypadkowe i wynikać z arbitralnie ustalonych parametrów[19]. Przykład ten pokazuje jednak, że użyteczność ta w określonych przypadkach może wzrastać, szczególnie w przypadku aukcji drugiego wyniku.

6. Podsumowanie i sugestie dotyczące dalszych badań

Przedmiotem tej pracy było zbadanie wpływu braku przejrzystości reguł aukcji scoringowej na wynik przetargu. W analizach założyliśmy, że organizujący przetarg nabywca kieruje się znaną mu funkcją użyteczności, która zależy od ceny oraz po-

[18] Badano, czy i jak bardzo uczestnikom opłaca się podwyższać (w aukcji pierwszego wyniku) bądź obniżać (w aukcji drugiego wyniku) cenę.

[19] Na przykład po zmianie rozkładu G, tak by prawdopodobieństwo pierwszej postaci funkcji Φ było większe, symulacja dla aukcji pierwszego wyniku zakończyła się odwrotnym wnioskiem, tj. spadkiem użyteczności nabywców.

ziomu jakości. Nabywca nie ujawnia jednak uczestnikom pełnej postaci funkcji scoringowej.

Podstawową konsekwencją braku przejrzystości reguł jest spadek efektywności – w przetargu mogą wygrać firmy, które nie charakteryzowały się najniższym poziomem kosztów. Może się tak stać, ponieważ w związku z niejawnością reguł, przedsiębiorcy nie wiedzą, jaki jest optymalny poziom jakości i w efekcie ich oferta może być (przypadkowo) wyceniona niżej niż oferta konkurenta. Jeśli chodzi o wpływ nieprzejrzystości reguł na użyteczność nabywcy, to jest on niejednoznaczny i może zależeć od przyjętego mechanizmu aukcyjnego. Jeśli w aukcji drugiej ceny zwycięzca nie miałby możliwości zmiany poziomu proponowanej jakości, to użyteczność nabywcy na pewno by spadła. Jeśli jednak istniałaby możliwość zmiany tej jakości, to, jak wynika z przykładu 2, użyteczność nabywcy może wzrosnąć. W tym samym przykładzie widać, że użyteczność ta może również wzrosnąć w przypadku aukcji pierwszego wyniku (choć w tym przypadku, w związku z oferowaniem przez zwycięzcę nieoptymalnego poziomu jakości, jest to mniej prawdopodobne).

Trzeba jednak zwrócić uwagę na to, że powyższe wnioski uzyskane były przy założeniu, że startujące w przetargu firmy są obojętne wobec ryzyka. Bez wątpienia na ich zachowanie i tym samym wnioski z analiz wpłynąć mogłaby awersja do ryzyka. Jak pokazaliśmy, w przypadku nieprzejrzystej aukcji drugiego wyniku możliwość wzrostu użyteczności nabywcy wynikała z tego, że racjonalnie działające firmy proponowałyby cenę niższą niż koszt oferowanej jakości (w oczekiwaniu, że po wygraniu aukcji jakość tę zmienią). Tego typu działanie zawiera jednak spory element ryzyka (firma naraża się na możliwość straty) i można oczekiwać, że awersja do ryzyka zmniejszyłaby skłonność firm do tego typu zachowań, a tym samym przypuszczalnie oznaczała spadek oczekiwanej użyteczności nabywcy. Ponieważ wnioski z analiz wskazują na niejednoznaczną rolę nieprzejrzystości w przebiegu aukcji scoringowej, dobrym narzędziem badawczym mogą być eksperymenty ekonomiczne. Badania w tym kierunku są przez Autora prowadzone.

Kolejnym upraszczającym założeniem przyjętym w pracy było to, że koszty każdego z producentów zostały opisane funkcjami liniowymi $k_i = \theta_i \times q$, co w konsekwencji powodowało, że firma o najniższej wartości parametru θ_i charakteryzowała się dla każdego poziomu jakości najniższym poziomem kosztów. Jednak w rzeczywistości jest często tak, że firmy „specjalizują się" w określonych poziomach jakości, czyli niektóre z nich charakteryzują się najniższymi kosztami w przypadku niskich poziomów jakości, a inne są w stanie najefektywniej dostarczać wyższe poziomy jakości. W najbardziej skrajnym scenariuszu jakość może być parametrem, na który firma nie ma zupełnie wpływu (bo np. oferuje określony typ maszyny, której własności nie da się łatwo zmienić). W dalszych analizach należałoby zatem zbadać wpływ nieprzejrzystości na przebieg aukcji również w tych przypadkach.

Podsumowując, wpływ nieprzejrzystości reguł na wynik aukcji nie jest z punktu widzenia nabywcy tak jednoznaczny, jak mogłoby się początkowo wydawać. W określonych przypadkach nieprzejrzystość może prowadzić do wzrostu osiąganej przez niego użyteczności. Tematyka ta wymaga jednak dalszych badań.

Załącznik

Dowód twierdzenia 2

Rozważmy uczestnika i o parametrze kosztów θ. Gdyby startował on w aukcji drugiego wyniku, to w przypadku zwycięstwa, zgodnie z (17), zapłaciłby cenę:

$$c = \Phi\left(q^*(\theta)\right) - S^*_{N-1\,:\,N}.$$

Zgodnie z zasadą równości przychodów, optymalna cena w aukcji pierwszego wyniku jest równa wartości oczekiwanej tej ceny, pod warunkiem wygrania aukcji, czyli:

$$c^*(\theta) = \Phi\left(q^*\right) - E\left(S^*_{N-1\,:\,N} \mid S^*_i = S^*_{N\,:\,N}\right).$$

Ponieważ $S^*_i < S^*_j \Leftrightarrow \theta_i > \theta_j$, stąd do obliczenia $E\left(S^*_{N-1\,:\,N} \mid S^*_i = S^*_{N\,:\,N}\right)$ potrzebujemy ustalić rozkład zmiennej $\theta_{2\,:\,N} \mid \theta_{2\,:\,N} > \theta$.

$$P\left(\theta_{2\,:\,N} < t \mid \theta_{2\,:\,N} > \theta\right) = 1 - \left(\frac{1-F(t)}{1-F(\theta)}\right)^{N-1} = 1 - \frac{\left(1-F(t)\right)^{N-1}}{\left(1-F(\theta)\right)^{N-1}}.$$

A stąd funkcja gęstości dana jest wzorem:

$$f_{\theta_{2\,:\,N}}\left(t \mid \theta_{2\,:\,N} > \theta\right) = \frac{f(\theta)\times(N-1)\times\left(1-F(t)\right)^{N-2}}{\left(1-F(\theta)\right)^{N-1}}.$$

Stąd:

$$c^*(\theta) = \Phi\left(q^*\right) - \int_{\theta}^{\bar{\theta}} \left[\Phi\left(q^*(t)\right) - k\left(q^*(t)\right)\right] \times \frac{f(\theta)\cdot(N-1)\cdot\left(1-F(t)\right)^{N-2}}{\left(1-F(\theta)\right)^{N-1}} dt =$$

$$= \Phi\left(q^*\right) - \int_{\theta}^{\bar{\theta}} \left[\Phi\left(q^*(t)\right) - k\left(q^*(t)\right)\right] \, d\left(-\frac{\left(1-F(t)\right)^{N-1}}{\left(1-F(\theta)\right)^{N-1}}\right)$$

Całkując przez części, dostajemy:

$$c^*(\theta) = \Phi\left(q^*(\theta)\right) + \left[\left(\Phi\left(q^*(t)\right) - k\left(q^*(t)\right)\right) \times \frac{\left(1-F(t)\right)^{N-1}}{\left(1-F(\theta)\right)^{N-1}}\right]_{t=\theta}^{t=\bar{\theta}} -$$

$$\int_{\theta}^{\bar{\theta}} \frac{\left(1-F(t)\right)^{N-1}}{\left(1-F(\theta)\right)^{N-1}} \, d\left(\Phi\left(q^*(t)\right) - k\left(q^*(t)\right)\right) =$$

$$= \Phi\left(q^*(\theta)\right) - \Phi\left(q^*(\theta)\right) + k\left(q^*(\theta)\right) - \int_{\theta}^{\bar{\theta}} \left[\Phi'\left(q^*(t)\right) - k'\left(q^*(t)\right)\right] \frac{\left(1-F(t)\right)^{N-1}}{\left(1-F(\theta)\right)^{N-1}} \, dt$$

A stąd ostatecznie:

$$c^*(\theta) = k\left(q^*(\theta)\right) + \int_{\theta}^{\bar{\theta}} \left[k'\left(q^*(t)\right) - \Phi'\left(q^*(t)\right)\right] \times \left(\frac{1-F(t)}{1-F(\theta)}\right)^{N-1} dt. \qquad \text{Q.E.D.}$$

Dowód twierdzenia 3

Żeby obliczyć $E\left(S^*_{N-1\,:\,N}\right)$, trzeba ustalić rozkład zmiennej $\theta_{2\,:\,N}$ (patrz dowód wyżej).

$$F_{\theta_{2:N}}(t) = P\left(\theta_{2\,:\,N} \le t\right) = 1 - P\left(\theta_{2\,:\,N} > t\right) = 1 - \underbrace{\left(1-F(t)\right)^N}_{(1)} - \underbrace{N \times F(t) \times \left(1-F(t)\right)^{N-1}}_{(2)},$$

gdzie (1) oznacza prawdopodobieństwo, że wszystkie zmienne są większe od t, a (2), że jedna zmienna jest mniejsza od t, a reszta większa.

Stąd po dodatkowych przekształceniach otrzymujemy funkcję gęstości:

$$f_{\theta_{2:N}}(t) = N \cdot (N-1) \times \left(1-F(t)\right)^{N-2} F(t) f(t),$$

czyli:

$$E(u) = E\left(S^*_{N-1\,:\,N}\right) = \\ = \int_0^{\bar{q}} \left(\Phi\left(q^*(t)\right) - k\left(q^*(t)\right)\right) \times N \times (N-1) \times \left(1-F(t)\right)^{N-2} F(t) f(t) dt. \qquad \text{Q.E.D.}$$

Literatura

Asker J., Cantillon E., *Properties of scoring auctions*, „RAND Journal of Economics" 2008, Vol. 39, No. 1, s. 69-85.

Branco F., *The design of multi-dimensional auctions*, „RAND Journal of Economics" 1997, Vol. 28, No. 1, s. 63-81.

Che Y.-K., *Design competition through multi-dimensional auctions*, „RAND Journal of Economics" 1993, Vol. 24, No. 4, s. 668-680.

Dimitri N., Piga G., Spagnolo G. (red.), *Handbook of Procurement*, Cambridge University Press, Cambridge 2006.

Jap S.D., *Online reverse auctions: Issues, themes, and prospects for the future*, „Academy of Marketing Science Journal" 2002, Vol. 30, No. 4, s. 506-525.

Koppius O.R., Kumar M., Heck E. van, *Electronic multidimensional auctions and the role of information feedback*, [w:] H.R. Hansen, M. Bichler, H. Mahrer (red.), *Proceedings of the 8th European Conference on Information Systems (ECIS~2000)*, Vol. 1, Vienna 2000.

Krishna V., *Auction Theory*, Academic Press, San Diego 2002.

Myerson R.B., *Optimal auction design*, „Mathematics of Operations Research" 1981, Vol. 6, s. 58-73.

Prawo zamówień publicznych, tekst jednolity DzU nr 223, poz. 1655 z 2007 r. z późn. zm.

Riley J.G., Samuelson W.F., *Optimal auctions*, „American Economic Review" 1981, Vol. 71, s. 381-392.

CONSEQUENCES OF THE NON-TRANSPARENCY OF RULES OF THE SCORING AUCTIONS IN PROCUREMENT

Summary: The paper analyzes the properties of the scoring auctions in case of procurement. It is assumed that the buyer uses a quasi-linear scoring function which depends on two factors: the price and the quality. Producers make bids offering the quality level and the price. But the buyer decides not to reveal the parameters of the scoring function which is used to evaluate sellers' bids. The main goal of the paper is to study, whether such non-transparency of rules can increase the buyer's utility.

Two types of auctions are studied: the first score and the second score auction. The theoretical analyses demonstrate that the consequences of non-transparency of auction rules depend on the auction type. The conclusions are unequivocal in the case of the second score auction, in which the winner is only allowed to adjust the price after winning the auction. In this situation non-transparency leads to loss in efficiency, as well as to the decrease of the buyer's utility. In the case of the first score auction the auction is also inefficient, but the way the buyer's utility changes is ambiguous and can depend on the bidders' expectations concerning the shape of the scoring function. But in the case of the second score auction, with the rule that the winner can ex-post adjust the quality, the strategic behaviour of the bidders (offering prices lower than the expected costs) can result with the increase of the buyer's utility, without a serious loss of efficiency. Those studies demand further research though, both theoretical (in the case of the risk aversion on the bidders' side) and experimental.