

**Alicja Ganczarek-Gamrot**

Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach

---

## **ANALIZA PORÓWNAWCZA RYZYKA TOWAROWEJ GIEŁDY ENERGII ORAZ INTERNETOWEJ PLATFORMY OBROTU ENERGIĄ ELEKTRYCZNĄ**

---

**Streszczenie:** W pracy skoncentrowano się na analizie porównawczej ryzyka podejmowanego przez uczestników Rynku Dnia Następnego Towarowej Giełdy Energii oraz Rynku Dobowo-Godzinowego Energii Konwencyjnej Internetowej Platformy Obrotu Energią Elektryczną. Analizy przeprowadzono na szeregach cen jednolitych notowanych w okresie od 29.03.09 do 24.10.09 r. W pracy przeprowadzono analizę porównawczą rozkładów cen oraz liniowych godzinowych stóp zwrotu cen na RDN oraz RDK. Wykorzystując modele SARIMA, modele GARCH oraz kwantylową miarę zagrożenia VaR, oszacowano poziom ryzyka zmiany ceny z jednogodzinnym horyzontem czasu niezależnie na każdym z rynków. Rozważono również sytuację, w której uczestnik rynku kupuje energię elektryczną na jednym z rynków, a następnie sprzedaje ją na równoległym rynku z pewnym opóźnieniem czasowym.

**Słowa kluczowe:** modele SARIMA, modele GARCH, VaR, rynek energii elektrycznej.

### **1. Wstęp**

Obecnie wśród rynków dobowo-godzinowych na terenie Polski konkurencyjnymi są Rynek Dnia Następnego (RDN) Towarowej Giełdy Energii oraz Rynek Dobowo-Godzinowy Energii Konwencyjnej (RDK) Internetowej Platformy Obrotu Energią Elektryczną. Notowania na obydwu rynkach odbywają się codziennie od poniedziałku do niedzieli. Uczestnikami rynków dobowo-godzinowych mogą być zarówno producenci, jak i odbiorcy energii elektrycznej. Bez względu na to, jaką grupę reprezentują, mogą zajmować zarówno pozycję krótką, jak i długą.

Na RDN notowania ceny jednolitej ustalane są dwukrotnie w ciągu doby:

- 1) aukcja 1 o godzinie 8:00,
- 2) aukcja 2 o godzinie 10:30.

Realizacja zawartych kontraktów w systemie ceny jednolitej na RDN następuje kolejnego dnia.

Podobnie jak na RDN w ciągu doby na RDK odbywają się dwie aukcje ustalania ceny jednolitej:

- 1) aukcja poranna z dostawą energii elektrycznej na kolejną dobę o godzinie 8.11 z dogrywką w godzinach 8.11-8.21,
- 2) aukcja południowa z dostawą energii elektrycznej na dwie doby do przodu:
  - w dni robocze o godzinie 14.01 z dogrywką w godzinach 14.01-14.11,
  - w soboty, niedziele i święta o godzinie 11.51 z dogrywką w godzinach 11.51-12.01.

Na każdej aukcji RDN oraz RDK ceny są ustalane niezależnie na każdą godzinę doby. Są to ceny równowagi złożonych ofert kupna i sprzedaży.

Podczas analizy grafiku ustalania cen jednolitych nasuwają się następujące pytania: Który z rynków dobowo-godzinowych: RDN czy RDK jest „korzystniejszy” do zawierania umów? Czy uczestnik rynku dobowo-godzinowego może poprawić swój wynik finansowy, korzystając z różnicy czasów zawieranych umów na poszczególnych rynkach?

W pracy skoncentrowano się na analizie porównawczej ryzyka podejmowanego przez uczestników rynków RDN i RDK. W tym przypadku, aby wyeliminować z danych wpływ sezonowości rocznej na obrót energią elektryczną, ograniczono się do danych z okresu letniego. Analizy przeprowadzono na czterech szeregach cen jednolitych notowanych w okresie od 29 marca do 24 października 2009 r.: aukcji południowej RDK (RDK2), aukcji pierwszej RDN (RDN1), aukcji porannej RDK (RDK1) oraz aukcji drugiej RDN (RDN2)<sup>1</sup>.

Dysponując czterema szeregami czasowymi, przeprowadzono analizę porównawczą ryzyka podejmowanej decyzji w zależności od rynku. W tym celu porównano rozkłady cen oraz liniowe godzinowe stopy zwrotu cen na RDN oraz RDK. Wykorzystując liniowe sezonowe modele SARIMA, modele GARCH oraz kwantylową miarę zagrożenia Value-at-Risk (VaR), oszacowano poziom ryzyka zmiany ceny z jednogodzinnym horyzontem czasu dla każdej aukcji niezależnie. Rozważono również sytuację, w której uczestnik rynku kupuje energię elektryczną na jednym z rynków, a następnie, wykorzystując opóźnienie czasowe składania ofert, sprzedaje ją na rynku równoległym.

## 2. Analiza rozkładów

Celem, jaki postawiła sobie autorka, jest przede wszystkim porównanie ryzyka zmiany ceny jednolitej. W związku z tym w pracy rozważono szeregi czasowe liniowych godzinnych stóp zwrotu cen notowanych na poszczególnych aukcjach. Zdecydowano się na wybór liniowych stóp zwrotu, ponieważ logarytmiczne stopy

---

<sup>1</sup> Brakujące dane zastąpiono wartościami indeksów analizowanych rynków – w przypadku RDK wartością indeksu *poDeek*, w przypadku RDN wartością indeksu *IRDN*.

zwrotu łagodzą asymetrię rozkładów, co w kontekście oceny ryzyka może spowodować niedoszacowanie rzeczywistych nieoczekiwanych zmian. W tej części rozważono cztery szeregi liniowych stóp zwrotu cen:

1)  $z_t RDK1 = \frac{RDK1_t - RDK1_{t-1}}{RDK1_{t-1}}$ , gdzie  $RDK1_t$  – cena jednolita ustalona na aukcji porannej RDK w godzinie  $t$ ,

2)  $z_t RDK2 = \frac{RDK2_t - RDK2_{t-1}}{RDK2_{t-1}}$ , gdzie  $RDK2_t$  – cena jednolita ustalona na aukcji południowej RDK w godzinie  $t$ ,

3)  $z_t RDN1 = \frac{RDN1_t - RDN1_{t-1}}{RDN1_{t-1}}$ , gdzie  $RDN1_t$  – cena jednolita ustalona na aukcji pierwszej RDN w godzinie  $t$ ,

4)  $z_t RDN2 = \frac{RDN2_t - RDN2_{t-1}}{RDN2_{t-1}}$ , gdzie  $RDN2_t$  – cena jednolita ustalona na aukcji drugiej RDN w godzinie  $t$ .

W tab. 1 zamieszczono parametry rozkładów cen oraz liniowych stóp zwrotu cen z badanego okresu. Analizując parametry rozkładów cen, możemy stwierdzić, że rozkłady te są do siebie bardzo podobne. Charakteryzują się umiarkowaną asymetrią lewostronną, silną koncentracją wokół średniej. Oceniając ryzyko za pomocą klasycznego odchylenia standardowego cen, również możemy zauważyć, że w badanym okresie ceny i ryzyko kształtowały się bardzo podobnie. Parametry rozkładów stóp zwrotu rozpatrywanych cen wskazują na wyraźne podobieństwa notowań rozważanych aukcji. Jedyne różnice jakie możemy zaobserwować na podstawie wybranych parametrów, to różnice w maksymalnej stopie zwrotu i sile asymetrii prawostronnej rozkładów. Parametry te świadczą o grubych ogonach rozkładów, przede wszystkim prawych ogonach. W związku z tym uzasadnioną miarą w porównaniu ryzyka obu rynków jest Value-at-Risk (VaR). Wartości kwantyli rzędu 0,05 oraz 0,95 sugerują ponadto, że należy rozważać ryzyko jak najdalej w ogonach rozkładu.

**Tabela 1.** Parametry rozkładów szeregów z RDK oraz RDN

| Parametry  | RDK1   | RDK2   | RDN1   | RDN2   | $z_t RDK1$ | $z_t RDK2$ | $z_t RDN1$ | $z_t RDN2$ |
|------------|--------|--------|--------|--------|------------|------------|------------|------------|
| T          | 5040   | 5040   | 5040   | 5040   | 5038       | 5038       | 5038       | 5038       |
| Średnia    | 162,48 | 162,39 | 162,76 | 162,39 | 0,0028     | 0,0028     | 0,0028     | 0,0031     |
| Min        | 0,00   | 0,00   | 0,00   | 0,00   | -1,0000    | -1,0000    | -1,0000    | -1,0000    |
| Max        | 255,39 | 257,80 | 257,05 | 260,00 | 0,8235     | 0,7444     | 0,6925     | 0,6573     |
| $Q_{0,05}$ | 120,01 | 120,14 | 121,00 | 120,00 | -0,1064    | -0,1063    | -0,1060    | -0,1123    |
| $Q_{0,95}$ | 206,70 | 207,43 | 207,23 | 208,50 | 0,1435     | 0,1406     | 0,1432     | 0,1443     |
| Odch.std   | 27,01  | 27,38  | 27,09  | 27,77  | 0,0801     | 0,0786     | 0,0780     | 0,0830     |
| Skóśność   | -0,29  | -0,26  | -0,26  | -0,26  | 0,88       | 0,66       | 0,63       | 0,89       |
| Kurtoza    | 1,13   | 0,98   | 1,05   | 1,03   | 13,79      | 12,17      | 11,83      | 11,07      |

Źródło: opracowania własne.

### 3. Estymacja ryzyka w obrębie jednego rynku

Szeregi czasowe rynków dobowo-godzinowych charakteryzują się wyraźną cyklicznością w ciągu dnia, tygodnia oraz roczną sezonowością [Ganczarek 2008; Ganczarek 2008a]. W estymacji ryzyka na rynku energii elektrycznej należy uwzględnić cykliczność cen, a tym samym cykliczność zmienności, które bezpośrednio zależą od cykliczności zapotrzebowania na energię elektryczną. Ze względu na wybór okresu badawczego (lato 2009 r.) w pracy można pominąć wpływ rocznej sezonowości. Do opisanego dziennej cykliczności oraz autokorelacji szeregów czasowych wykorzystano sezonowy model autoregresji i średniej ruchomej SARIMA(p,d,q) × (P,D,Q) [Brockwell, Davis 1996] dany równością (1):

$$p(B)P_s(B^s)\nabla^d z_t = q(B)Q_s(B^s)\varepsilon_t, \quad (1)$$

$$\text{gdzie: } p(B) = 1 - \sum_{i=1}^p p_i B^i, \quad P_s(B) = 1 - \sum_{i=1}^p P_{si} B^i,$$

$$q(B) = 1 - \sum_{i=1}^q q_i B^i, \quad Q_s(B) = 1 - \sum_{i=1}^Q Q_{si} B^i,$$

$s$  – opóźnienie sezonowe,

$d$  – rząd zintegrowania szeregu,

$z_t$  – empiryczne wartości szeregu,

$B$  – operator przesunięcia  $B^s z_t = z_{t-s}$ ,

$\nabla$  – operator różnicowy  $\nabla^s z_t = z_t - z_{t-s} = (1 - B^s)z_t$ ,

$\varepsilon_t$  – reszty modelu.

Ze względu na to, że cena jednolita jest ustalana na dzień (RDK, RDN1, RDN2) lub dwa dni (RDK2) przed terminem realizacji dostawy energii elektrycznej, w pracy skupiono się na dziennej cykliczności z opóźnieniem sezonowym  $s = 24$  godziny. Wyniki estymacji modelu (1) dla szeregów czasowych liniowych stóp zwrotu cen jednolitych zamieszczono w tab. 2.

Po zróżnicowaniu szeregów czasowych cen do postaci stóp zwrotu występujący w szeregach trend został wyeliminowany (rząd integracji szeregu  $d = 0$ ). Szeregi czasowe cen, jak również stóp zwrotu cen kształtowały się podobnie, więc nic dziwnego, że w wyniku estymacji parametrów modelu SARIMA otrzymano również podobny zapis procesów. Niewielkie średnie błędy świadczą o dobrym dopasowaniu modeli do danych empirycznych. Wszystkie parametry modeli są statystycznie istotne. Analizując ich wartości, możemy stwierdzić, że szeregi czasowe stóp zwrotu cen zależą w większym stopniu od historycznych wartości  $\varepsilon_t$  niż od

**Tabela 2.** Wyniki estymacji modeli SARIMA na rynkach dobowo-godzinowych

| $s = 24$   | Parametry | Oceny parametrów | p-wartość |
|--|-----------|------------------|-----------|
| $z_t$ RDK1<br>SARIMA (1,0,1)(1,1,1)<br>MS = 0,0025 | $p(1)$    | 0,18             | <0,05     |
|  | $q(1)$    | 0,92             | <0,05     |
|  | $Ps(1)$   | 0,99             | <0,05     |
|  | $Qs(1)$   | 0,79             | <0,05     |
| $z_t$ RDK2<br>SARIMA (1,0,1)(1,1,1)<br>MS = 0,0021 | $p(1)$    | 0,22             | <0,05     |
|  | $q(1)$    | 0,96             | <0,05     |
|  | $Ps(1)$   | 0,99             | <0,05     |
|  | $Qs(1)$   | 0,79             | <0,05     |
| $z_t$ RDN1<br>SARIMA (1,0,1)(1,1,1)<br>MS = 0,0024 | $p(1)$    | 0,26             | <0,05     |
|  | $q(1)$    | 0,79             | <0,05     |
|  | $Ps(1)$   | 0,99             | <0,05     |
|  | $Qs(1)$   | 0,79             | <0,05     |
| $z_t$ RDN2<br>SARIMA (1,0,1)(1,1,1)<br>MS = 0,0031 | $p(1)$    | 0,20             | <0,05     |
|  | $q(1)$    | 0,70             | <0,05     |
|  | $Ps(1)$   | 0,99             | <0,05     |
|  | $Qs(1)$   | 0,81             | <0,05     |

Źródło: opracowanie własne.

historycznych  $z_t$ . Ponadto obserwujemy widoczny wpływ sezonowości. Jednak pomimo dobrego dopasowania modeli SARIMA do danych empirycznych, szeregi reszt  $\varepsilon_t$  nadal charakteryzują się autokorelacją wyższych rzędów oraz autokorelacją kwadratów reszt. Rozkłady reszt są prawostronnie skośne, leptokurtyczne i posiadają grube ogony. W szeregach reszt obecny jest efekt ARCH:

$$\varepsilon_t = \xi_t \sqrt{\sigma_t^2}, \tag{2}$$

gdzie:  $\xi_t$  – biały szum  $E(\xi_t) = 0; D^2(\xi_t) = \sigma^2$ ,  
 $\sigma_t^2$  – wariancja warunkowa.

Spośród bogatej klasy modeli GARCH [Engle, Bollerslev 1986; Ganczarek 2008; Ganczarek 2008a; Piontek 2001] do opisanego warunkowej wariancji reszt modeli SARIMA  $\sigma_t^2$  wykorzystano model GARCH(p, q) [Engle, Bollerslev 1986] dany równością (3):

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha(B)\varepsilon_t^2 + \beta(B)\sigma_t^2, \tag{3}$$

gdzie:  $\omega$  – stały poziom wariancji,  
 $\sigma_t^2$  – wariancja warunkowa,  
 $\alpha, \beta$  – parametry modelu,  $\alpha > 0, \beta > 0$ , dla  $\alpha + \beta < 1$  model (3) jest stacjonarny w szerszym sensie,  
 $B$  – operator przesunięcia zdefiniowany we wzorze (2),  
 $\varepsilon_t$  – reszty modelu SARIMA,  $E(\varepsilon_t) = 0; D^2(\varepsilon_t) = \sigma_t^2$ .

Ze względu na znaczącą leptokurtyczność rozkładów spośród rozkładów: normalnego, GED,  $t$ -Studenta oraz skośnego rozkładu  $t$ -Studenta do opisu rozkładu białego szumu  $\xi_t = \frac{\varepsilon_t}{\sqrt{\sigma_t^2}}$  najlepiej dopasowany był rozkład GED. W wyborze roz-

kładu reszt oraz postaci modelu kierowano się: istotnością parametrów, wartościami kryteriów informacyjnych Schwarza [1978] oraz jakością estymacji VaR [Kupiec 1995]. W tab. 3 przedstawiono wyniki estymacji metodą największej wiarygodności parametrów modelu (3). Na poziomie istotności 0,05 wszystkie parametry otrzymanych równań są statystycznie istotne. Wartości parametrów są zbliżone do siebie, co świadczy o tym, że analizowane procesy kształtują się podobnie nie tylko na poziomie wartości oczekiwanej, ale również na poziomie wariancji. Suma parametrów trzech pierwszych modeli  $\alpha_1 + \beta_1 < 1$  świadczy o ich stacjonarności. Ponadto parametry tych modeli są istotne już na poziomie 0,01. Wyjątek stanowi jedynie model dla notowań na RDN2. Nie spełnia warunku stacjonarności. Bezwarunkowa wariancja  $\omega$  w tym modelu nie istnieje. Warunkowa wariancja w niewielkim stopniu zależy od kwadratów reszt modelu SARIMA.

**Tabela 3.** Wyniki estymacji modeli GARCH

| Reszty modeli SARIMA | Parametr   | Ocena parametru | Błąd standardowy | $t$     | $p$ -wartość |
|----------------------|------------|-----------------|------------------|---------|--------------|
| RDK1-GARCH(1,1)      | $\omega$   | 0,2222          | 0,0620           | 3,582   | <0,01        |
|                      | $\alpha_1$ | 0,0384          | 0,0099           | 4,270   | <0,01        |
|                      | $\beta_1$  | 0,9461          | 0,0111           | 85,170  | <0,01        |
|                      | $v_{GED}$  | 0,8071          | 0,0203           | 39,690  | <0,01        |
| RDK2-GARCH(1,1)      | $\omega$   | 0,1804          | 0,0429           | 4,203   | <0,01        |
|                      | $\alpha_1$ | 0,0321          | 0,0064           | 4,990   | <0,01        |
|                      | $\beta_1$  | 0,9543          | 0,0076           | 124,900 | <0,01        |
|                      | $v_{GED}$  | 0,7609          | 0,0194           | 36,160  | <0,01        |
| RDN1-GARCH(1,1)      | $\omega$   | 0,2939          | 0,1043           | 2,817   | <0,01        |
|                      | $\alpha_1$ | 0,0445          | 0,0128           | 3,478   | <0,01        |
|                      | $\beta_1$  | 0,9371          | 0,0171           | 54,860  | <0,01        |
|                      | $v_{GED}$  | 0,8177          | 0,0196           | 41,730  | <0,01        |
| RDN2-GARCH(1,1)      | $\alpha_1$ | 0,0204          | 0,0098           | 2,085   | 0,037        |
|                      | $\beta_1$  | 0,9805          | 0,0089           | 110,400 | <0,01        |
|                      | $v_{GED}$  | 0,8214          | 0,0205           | 40,120  | <0,01        |

Źródło: opracowanie własne.

Oszacowane modele wariancji warunkowej wykorzystano do estymacji wartości narażonej na ryzyko za pomocą równania (4) [Kupiec 1995; Piontek 2001]:

$$VaR_{(t+1)\alpha} = (z_{(t+1)\alpha} + \mu)y_t, \tag{4}$$

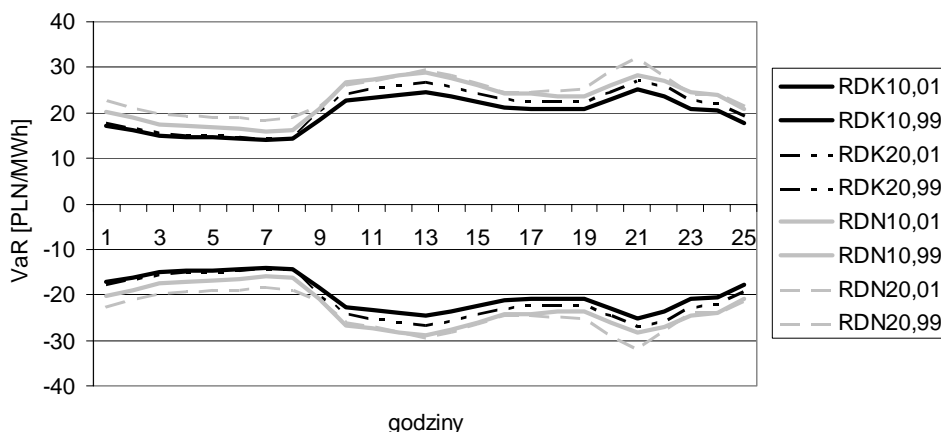
$$z_{t\alpha} = F^{-1}(\alpha)\sqrt{\sigma_t^2}, \tag{5}$$

gdzie:  $F^{-1}(\alpha)$  – kwantyl rzędu  $\alpha$  rozkładu teoretycznego  $\xi_t$ ,

$\mu$  – wartość oczekiwana procesu,

$y_t$  – bieżąca cena waloru (cena 1MWh energii elektrycznej).

Na rys. 1 zaprezentowano szeregi czasowe  $VaR_{0,01}$  oraz  $VaR_{0,99}$  dla każdej z czterech omawianych transakcji. W dniu 24 października 2009 r. nieco mniejszym ryzykiem były obarczone transakcje zawierane po cenie jednolitej ustalonej na RDK1, następnie na RDK2. VaR oszacowane dla ostatniego dnia okresu letniego wskazuje na nieco większe ryzyko zawierania transakcji na RDN, przy czym odrobinę większe ryzyko obserwujemy na aukcji drugiej RDN.



Rys. 1.  $VaR_{0,01}$  oraz  $VaR_{0,99}$  w każdej godzinie 24 października 2009 r.

Źródło: opracowanie własne.

W tab. 4 zamieszczono p-wartości testów przekroczeń Kupca [1995], na bazie których brak jest podstaw do odrzucenia hipotezy, że udział przekroczeń VaR w badanym okresie jest zgodny z oczekiwanym.

W oparciu o model (4) oszacowano średnie wartości VaR z jednogodzinnym horyzontem czasu trwania inwestycji. Jeżeli bieżąca cena 1 MWh energii elektrycznej na rynkach dobowo-godzinowych wynosi 200 PLN/MWh, wówczas w kolejnej godzinie z prawdopodobieństwem 0,01 cena 1 MWh może być niższa o ponad:

- 24,09 PLN/MWh na RDK1,
- 23,11 PLN/MWh na RDK2,
- 24,17 PLN/MWh na RDN1,
- 28,81 PLN/MWh na RDN2.

**Tabela 4.** Wyniki testu przekroczeń Kupca VaR oszacowanego dla jednogodzinnego horyzontu trwania inwestycji

| $\alpha$ | <i>p</i> -wartości testu Kupca |                 |                 |                 |
|----------|--------------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|
|          | dla VaR na RDK1                | dla VaR na RDK2 | dla VaR na RDN1 | dla VaR na RDN2 |
| 0,0025   | 0,1521                         | 0,0306          | 0,6970          | 0,1522          |
| 0,005    | 0,0275                         | 0,1918          | 0,7208          | 0,4575          |
| 0,01     | 0,0475                         | 0,4344          | 0,4344          | 0,9570          |
| 0,025    | 0,8536                         | 0,7840          | 0,7893          | 0,4685          |
| 0,05     | 0,9021                         | 0,5196          | 0,6477          | 0,0663          |
| 0,95     | 0,9536                         | 0,9536          | 0,3662          | 0,4375          |
| 0,975    | 0,5876                         | 0,6507          | 0,6507          | 0,9964          |
| 0,99     | 0,8444                         | 0,5291          | 0,6284          | 0,1861          |
| 0,995    | 0,8721                         | 0,3888          | 0,9697          | 0,0643          |
| 0,9975   | 0,6455                         | 0,6455          | 0,2383          | 0,2383          |

Źródło: opracowanie własne.

W ciągu badanego okresu z prawdopodobieństwem 0,01 w kolejnej godzinie doby przeciętnie najmniej można było stracić na RDK2, następnie na RDK1 i RDN1, a najwięcej na RDN2. Biorąc pod uwagę uzyskane przeciętne wartości VAR, możemy stwierdzić, że na RDN istnieje większe ryzyko nietypowych zmian w porównaniu z RDK.

#### 4. Estymacja ryzyka podejmowanego między rynkami

W tej części pracy podjęto próbę odpowiedzi na pytanie, na jakie ryzyko narażony jest uczestnik rynku dobowo-godzinnego, który zawarł transakcje kupna po cenie jednolitej na ustalony czas dostawy i w międzyczasie próbuje tę samą ilość energii elektrycznej sprzedać, uczestnicząc w kolejnej aukcji ustalania ceny jednolitej. Deklarując cenę sprzedaży w kolejnej aukcji, uczestnik ten nie ma pewności, że jego oferta będzie zrealizowana. W przypadku RDK ma możliwość upłynnienia swojego towaru w tzw. dogrywce, przetargach cyklicznych czy systemie ofert czerwonych, w przypadku RDN tylko na notowaniach ciągłych lub na kolejnej aukcji. Biorąc pod uwagę te możliwości, uczestnik RDK jest obarczony niższym ryzykiem braku płynności.

Aby zmierzyć ryzyko związane tylko i wyłącznie ze zmianą ceny energii elektrycznej, ustalonej na odrębnych rynkach z pewnym przesunięciem czasowym, a tym samym terminem dostawy towaru, rozważono następujące szeregi:

$$1) u_{1t} = \frac{RDK1_t - RDN1_t}{RDN1_t},$$

$$2) u_{2t} = \frac{RDN2_t - RDK1_t}{RDK1_t},$$



$$3) u_{12t} = \frac{RDN1_t - RDK2_t}{RDK2_t},$$

$$4) u_{22t} = \frac{RDN2_t - RDK2_t}{RDK2_t}.$$

Rozkłady szeregów  $u_{ijt}$  charakteryzują się bardzo silną asymetrią lewostronną, leptokurtycznością i grubymi ogonami (tab. 5). Dodatnią wartość oczekiwaną obserwujemy tylko w przypadku kupna energii elektrycznej na dwa dni do przodu na RDK2 i odsprzedaniu jej kolejnego dnia na RDN podczas pierwszej aukcji. W ciągu badanego okresu największy zysk można było osiągnąć, kupując energię elektryczną na RDK2 i odsprzedając ją kolejnego dnia na RDN podczas drugiej aukcji. W jednym i drugim przypadku pod warunkiem, że transakcje te udało się zrealizować na RDN. Szeregi czasowe  $u_{ijt}$  charakteryzują się już tylko autokorelacją rzędu trzeciego. Po estymacji parametrów modeli AR(3) [Brockwell, Davis 1996] nie wszystkie okazały się istotne statystycznie. Ze względu na istotność parametrów oraz wartość wariancji reszt modeli, do opisu autokorelacji szeregów  $u_{ijt}$  najlepszy okazał się model AR(2). Niemniej jednak reszty modeli AR(2) wykazują występowanie efektu ARCH. W tab. 6 zamieszczono ostateczne wyniki estymacji parametrów modeli AR(2)-GARCH( $p, q$ ).

**Tabela 5.** Parametry rozkładu szeregów  $u_{ijt}$

| Parametry  | $u_{11t}$ | $u_{21t}$ | $u_{12t}$ | $u_{22t}$ |
|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| $T$        | 5040      | 5040      | 5040      | 5040      |
| Średnia    | -0,0018   | -0,0028   | 0,0026    | -0,0001   |
| Min        | -1,0000   | -1,0000   | -1,0000   | -1,0000   |
| Max        | 0,2381    | 0,1562    | 0,1315    | 0,4735    |
| $Q_{0,05}$ | -0,0196   | -0,0242   | -0,0169   | -0,0570   |
| $Q_{0,95}$ | 0,0136    | 0,0171    | 0,0247    | 0,0486    |
| Odch. std. | 0,0228    | 0,0199    | 0,0201    | 0,0393    |
| Skośność   | -20,21    | -24,92    | -24,48    | -2,93     |
| Kurtoza    | 779,29    | 1248,81   | 1236,38   | 94,76     |

Źródło: opracowanie własne.

Podobnie jak poprzednio w wyborze modelu kierowano się wartościami kryterium informacyjnego Schwarza, istotnością oszacowanych parametrów oraz wynikami testu przekroczeń Kupca dla VaR. Reszty modeli AR(2) charakteryzują się leptokurtycznością i grubymi ogonami. Jednak w tym przypadku najlepszym rozkładem białego szumu okazał się rozkład  $t$ -Studenta. Wszystkie parametry są statystycznie istotne. Ponadto  $\alpha_1 + \beta_1 > 1$ , co oznacza, że wszystkie modele są niestacjonarne. W związku z tym należy z ostrożnością wykorzystywać je do prognozowania, a jeżeli już, to na bardzo krótki okres.

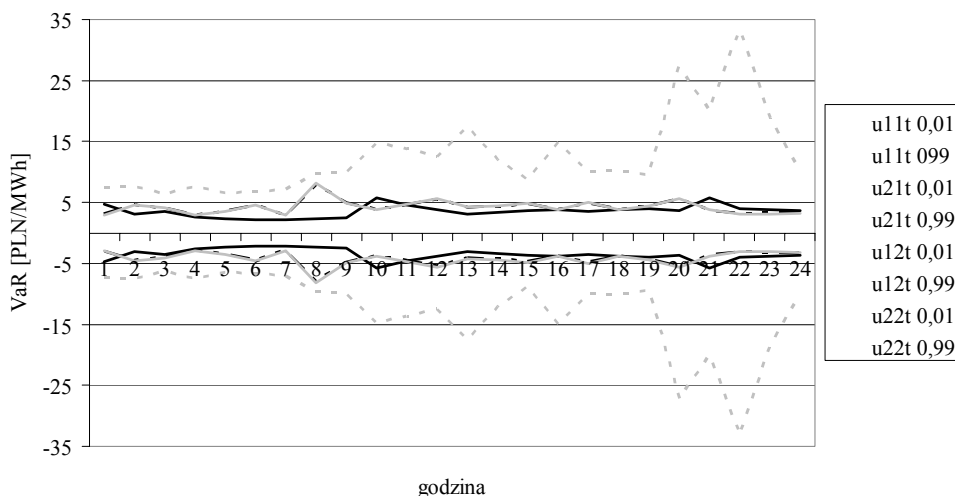
Na rys. 2 zaprezentowano szeregi czasowe  $\text{VaR}_{0,01}$  oraz  $\text{VaR}_{0,99}$  oszacowanych za pomocą równania (4) dla każdej z czterech omawianych transakcji.

**Tabela 6.** Wyniki estymacji modeli szeregów  $u_{ijt}$

| Szereg $u_{ijt}$ | Model dla szeregu $u_{ijt}$ | Parametry  | Oceny parametrów | $p$ -wartość |
|------------------|-----------------------------|------------|------------------|--------------|
| $u_{11t}$        | AR(2)<br>MS = 0,00043       | $p(1)$     | 0,3717           | <0,01        |
|                  |                             | $p(2)$     | 0,0828           | <0,01        |
|                  | GARCH(1,1)                  | $\omega$   | 0,3148           | <0,01        |
|                  |                             | $\alpha_1$ | 1,6172           | <0,01        |
|                  |                             | $\beta_1$  | 0,2274           | <0,01        |
|                  |                             | $v_{st}$   | 2,4018           | <0,01        |
| $u_{21t}$        | AR(2)<br>MS = 0,00034       | $p(1)$     | 0,2947           | <0,01        |
|                  |                             | $p(2)$     | 0,1802           | <0,01        |
|                  | GARCH(1,1)                  | $\omega$   | 0,2520           | <0,01        |
|                  |                             | $\alpha_1$ | 1,0201           | <0,01        |
|                  |                             | $\beta_1$  | 0,235            | <0,01        |
|                  |                             | $v_{st}$   | 3,0526           | <0,01        |
| $u_{12t}$        | AR(2)<br>MS = 0,00035       | $p(1)$     | 0,2811           | <0,01        |
|                  |                             | $p(2)$     | 0,1803           | <0,01        |
|                  | GARCH(1,1)                  | $\omega$   | 0,2572           | <0,01        |
|                  |                             | $\alpha_1$ | 1,0495           | <0,01        |
|                  |                             | $\beta_1$  | 0,2230           | <0,01        |
|                  |                             | $v_{st}$   | 3,0641           | <0,01        |
| $u_{22t}$        | AR(2)<br>MS = 0,00104       | $p(1)$     | 0,4470           | <0,01        |
|                  |                             | $p(2)$     | 0,1842           | <0,01        |
|                  | GARCH(1,1)                  | $\omega$   | 1,8831           | <0,01        |
|                  |                             | $\alpha_1$ | 0,8903           | <0,01        |
|                  |                             | $\beta_1$  | 0,2729           | <0,01        |
|                  |                             | $v_{st}$   | 2,8052           | <0,01        |

Źródło: opracowanie własne.

Podobnie jak poprzednio, do prezentacji VaR wybrano ostatni dzień okresu letniego – 24 października 2009 r. W tym dniu wyraźnie najwyższym ryzykiem zmiany cen są obciążone transakcje zawarte dwa dni do przodu na RDK2 z planowanym udziałem na RDN podczas aukcji późniejszej. W przypadku wszystkich pozostałych transakcji ryzyko jest w miarę podobne. Najniższym ryzykiem zmiany ceny obciążona jest transakcja polegająca na zawarciu transakcji podczas pierwszej aukcji na RDN i próbie zawarcia pozycji przeciwnej na RDK1. Jednak z drugiej strony należy pamiętać, że im wyższe ryzyko, tym wyższa premia za nie.



**Rys. 2.**  $VaR_{0,01}$  oraz  $VaR_{0,99}$  transakcji zawartych między rynkami w każdej godzinie 24 października 2009 r.

Źródło: opracowanie własne.

W tab. 7 zamieszczono p-wartości testów przekroczeń Kupca [1995]. Dla transakcji między rynkami w niektórych przypadkach należy odrzucić wartość VaR jako poprawny wskaźnik ryzyka. W przypadku szeregu  $u_{11t}$ , VaR zostało niedoszacowane daleko w lewym ogonie rozkładu. To może mieć znaczenie dla spekulanta, który kupił pewną ilość energii elektrycznej podczas pierwszej aukcji na RDN z myślą, że odsprzeda ją drożej na RDK1. W tym przypadku ceny na RDK1 mogły być niższe niż oszacowana wartość VaR w więcej niż 0,25% przypadków. Dla szeregów  $u_{21t}$  oraz  $u_{12t}$  VaR zostało poprawnie oszacowane daleko w ogonach rozkładów, słabiej dla tolerancji przekroczeń rzędu 2,5% oraz 5%. Poprawnie VaR zostało oszacowane dla najbardziej ryzykownej transakcji opisanej szeregiem  $u_{22t}$ .

Podobnie jak w poprzednim podrozdziale, opierając się na modelu (4), oszacowano średnie wartości VaR dla rozpatrywanych czterech możliwych transakcji. Załóżmy również, że podczas jednej aukcji ustalania ceny energii elektrycznej uczestnik rynku nabywa energię elektryczną po cenie 200 PLN/MWh. Podczas kolejnej aukcji ustalania ceny jednolitej próbuje zawierać transakcję przeciwną na taką samą ilość energii elektrycznej. Jeżeli jego oferta znalazła się w grupie ofert realizowanych, wówczas z prawdopodobieństwem 0,01 może liczyć, że średnia cena 1 MWh będzie niższa o ponad:

- 6,10 PLN/MWh, jeśli kupił energię na RDN1 i próbuje ją sprzedać na RDK1,
- 6,09 PLN/MWh, jeśli kupił energię na RDK1 i próbuje ją sprzedać na RDN2,
- 6,17 PLN/MWh, jeśli kupił energię na RDK2 i próbuje ją sprzedać na RDN1,
- 14,50 PLN/MWh, jeśli kupił energię na RDK2 i próbuje ją sprzedać na RDN2.

**Tabela 7.** Wyniki testu przekroczeń Kupca VaR oszacowanego dla transakcji zawartych pomiędzy rynkami

| $\alpha$ | p-wartości testu Kupca                  |   |   |   |
|----------|---|---|---|---|
|          | dla VaR oszacowanego na bazie $u_{11t}$ | dla VaR oszacowanego na bazie $u_{21t}$ | dla VaR oszacowanego na bazie $u_{12t}$ | dla VaR oszacowanego na bazie $u_{22t}$ |
| 0,0025   | 0,0004                                  | 0,1526                                  | 0,4467                                  | 0,9106                                  |
| 0,005    | 0,0108                                  | 0,0428                                  | 0,5136                                  | 0,4587                                  |
| 0,01     | 0,0860                                  | 0,0127                                  | 0,0665                                  | 0,2934                                  |
| 0,025    | 0,5911                                  | 0,0002                                  | 0,0048                                  | 0,0354                                  |
| 0,05     | 0,8465                                  | 0,0228                                  | 0,00004                                 | 0,0365                                  |
| 0,95     | 0,1689                                  | 0,0005                                  | 0,0116                                  | 0,2667                                  |
| 0,975    | 0,1673                                  | 0,0252                                  | 0,0001                                  | 0,1673                                  |
| 0,99     | 0,0052                                  | 0,0928                                  | 0,0027                                  | 0,1691                                  |
| 0,995    | 0,0275                                  | 0,5136                                  | 0,0428                                  | 0,3877                                  |
| 0,9975   | 0,1641                                  | 0,2844                                  | 0,0933                                  | 0,1641                                  |

Źródło: opracowanie własne.

Wyniki tej części opracowania potwierdzają wcześniejsze spostrzeżenia. RDN oraz RDK kierują do swoich uczestników oferty o podobnym poziomie cenowym, jak również podobnym poziomie ryzyka finansowego. Największą różnicę w cenie oraz ryzyku można zaobserwować między najbardziej odległymi od siebie terminami składania ofert: RDK2 oraz RDN2.

## 5. Podsumowanie

Powszechnie uważa się, że ryzyko na RDK jest niższe w porównaniu z ryzykiem na RDN. Na bazie wyników pracy można powiedzieć, że zarówno RDN, jak i RDK charakteryzują się podobnym poziomem ryzyka, jeśli weźmie się pod uwagę przeciętne zmiany cen. Jednak w ogonach rozkładów sytuacja wygląda nieco inaczej. W ciągu badanego okresu w kolejnej godzinie doby najmniej można było stracić na RDK2, następnie na RDK1 i RDN1, a najwięcej na RDN2. Możemy powiedzieć, że na RDN istnieje większe ryzyko nietypowych zmian w porównaniu z RDK. Największe różnice obserwujemy w ogonach rozkładów. Dlatego też wybór miary VaR do estymacji ryzyka w tym przypadku jest jak najbardziej uzasadniony. W oparciu o wyniki drugiej części analizy, można stwierdzić, że uczestnik zawierający transakcje między rynkami nie naraża się na zbyt wielkie ryzyko strat, ale również nie zwiększa swoich szans na wzrost oczekiwanej stopy zwrotu z inwestycji. Ma szansę poprawić swój wynik finansowy, kupując energię elektryczną na rynku z niższym poziomem ryzyka RDK i odsprzedając ją na RDN po wyższej cenie, jednak kosztem zwiększenia ryzyka potencjalnej straty. W ciągu badanego okresu największy zysk można było osiągnąć, kupując energię elektryczną na RDK2 i odsprzedając ją kolejnego dnia na RDN podczas drugiej aukcji

(RDN2). Jednocześnie transakcje zawarte między najbardziej odległymi od siebie terminami składania ofert: RDK2 oraz RDN2 obarczone są największym ryzykiem.

Podsumowując wyniki uzyskane w pracy, możemy stwierdzić, że do oceny ryzyka na rynkach dobowo-godzinowych w systemie ceny jednolitej można i należy wykorzystać VaR. Wiele prac empirycznych (m.in. [Kupiec 1995; Piontek 2001]) pokazało, że w estymacji tej miary ryzyka należy wziąć pod uwagę cykliczność i autokorelację poziomu oraz zmienności cen energii elektrycznej. Należy również zwrócić uwagę na to, że otrzymane w pracy oszacowania modeli szeregów czasowych, poziomy ryzyka i zaprezentowane na ich podstawie wnioski dotyczą konkretnego okresu badawczego.

## Literatura

- Brockwell P.J., Davis R.A., *Introduction to Time Series and Forecasting*, Springer-Verlag, New York 1996.
- Engle R.F., Bollerslev T., *Modeling the persistence of conditional variance*, „Econometric Review” 1986, no. 5, s. 1-50.
- Ganczarek A., *Weryfikacja modeli z grupy GARCH na dobowo-godzinnych rynkach energii elektrycznej w Polsce. Rynek kapitałowy. Skuteczne inwestowanie*, Studia i Prace Wydziału Nauk Ekonomicznych i Zarządzania nr 9, Szczecin 2008, s. 524-536.
- Ganczarek A., *Choosing between the Skewed Distribution and the Skewed Model in General Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*, Proceedings of 26-th International Conference Mathematical Methods in Economics, Liberec 2008a, s. 132-139.
- Kupiec P., *Techniques for verifying the accuracy of risk management models*, „Journal of Derivatives” 1995, no. 2, s. 173-184.
- Piontek K., *Heteroskedastyczność rozkładu stóp zwrotu a koncepcja pomiaru ryzyka metodą VaR. Modelowanie preferencji a ryzyko*, Katowice 2001, s. 339-350.
- Schwarz G., *Estimating the Dimension of a Model*, „The Annals of Statistics” 1978, no. 6, s. 461-464.

## COMPARATIVE ANALYSIS OF RISK ON POLISH POWER EXCHANGE AND INTERNET ELECTRICITY TRADING PLATFORM

**Summary:** This paper focuses on comparing risks between two day ahead markets: Day Ahead Market of Polish Power Exchange and Conventional Energy Spot Market of Internet Electricity Trading Platform. Based on time series of electric energy prices from 29 March to 24 October 2009 a comparative analysis of prices' and prices' return rates distributions on two markets is made. Based on seasonal linear SARIMA models, nonlinear GARCH models and Value-at-Risk (VaR) measures a risk of prices' change with one hour horizon of time is estimated. Moreover in the paper a situation is analyzed, where participant of electric energy market buys electric energy on one market and tries to sell it on another one.