

Maria Szmuksta-Zawadzka, Jan Zawadzki

Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie

MODELOWANIE I PROGNOZOWANIE ZAPOTRZEBOWANIA NA ENERGIĘ ELEKTRYCZNĄ W MIKROSKALI

Streszczenie: W pracy przedstawione zostały wyniki modelowania i prognozowania zapotrzebowania na energię elektryczną w regionie dla danych wysokich częstotliwości (półgodzinnych). Prognozy zostały zbudowane na podstawie modeli opisujących za pomocą zmiennych zero-jedynkowych trzy rodzaje wahań periodycznych o cyklach: rocznym, tygodniowym i dobowym. Ponadto zawierają tego rodzaju zmienne dla oznaczenia dni świątecznych. W modelach uwzględnione zostały także opóźnione zmienne endogeniczne. W toku empirycznej weryfikacji prognoz została przeprowadzona analiza *ex post* ich dokładności.

Słowa kluczowe: popyt na energię elektryczną, dane wysokich częstotliwości, prognozowanie.

1. Wstęp

W literaturze spotkać można publikacje poświęcone modelowaniu zapotrzebowania na energię elektryczną rejestrowanego w odstępach godzinnych (np. [1]). W pracy [2] do opisu kształtowania się zapotrzebowania na energię w okresach półgodzinnych wykorzystano model szeregu czasowego z wielomianem trygonometrycznym. Postać ta wydaje się niezbyt wygodna ze względu na to, że potencjalna liczba parametrów, które mogą być w nim szacowane, wynosi aż 17 520. Statystycznie istotnych okazało się około 30 parametrów. Występowała w tym modelu także zmienna endogeniczna z opóźnieniami od jednego do sześciu okresów.

W niniejszej pracy do modelowania, a następnie prognozowania zapotrzebowania na moc elektryczną w okresach półgodzinnych zostanie wykorzystany model z liniowym trendem i trzema zespołami zmiennych zero-jedynkowych opisujących wahania okresowe o cyklach wynoszących odpowiednio (w kolejności malejącej): 12 miesięcy, 7 dni oraz 24 godziny (48 okresów półgodzinnych). Kolejne zmienne zero-jedynkowe opisywać będą występowanie świąt i dni przedświątecznych. Model zawierać będzie także opóźnioną zmienną endogeniczną z opóźnieniem 24- lub jednogodzinnym. Wprowadzenie pierwszego z nich wynikało z 24-godzinnego wyprzedzenia składania zamówień na moc elektryczną. W drugim przypadku opóźnienie godzinne było ostatecznym terminem dokonania korekty.

2. Modelowanie zapotrzebowania na energię elektryczną

W tej części zostaną przedstawione wyniki estymacji modelu opisującego zapotrzebowanie na energię elektryczną.

Zapisy analityczne modeli z 48- oraz 2-okresowym opóźnieniem będą następujące:

$$Y_t = \alpha_1 t + \alpha_0 + \sum_{i=1}^{12} b_{0i} M_{it} + \sum_{j=1}^7 c_{0j} D_{jt} + \sum_{k=1}^{48} d_{ok} P_{kt} + \sum_{l=1}^r a_{l0} S_{lt} + \delta_{1,48} Y_{t-48} + U_t, \quad (1)$$

$$Y_t = \alpha_1 t + \alpha_0 + \sum_{i=1}^{12} b_{0i} M_{it} + \sum_{j=1}^7 c_{0j} D_{jt} + \sum_{k=1}^{48} d_{ok} P_{kt} + \sum_{l=1}^r a_{l0} S_{lt} + \delta_{1,2} Y_{t-2} + U_t, \quad (2)$$

$t = 1, 2, \dots, n$.

Parametry występujące przy zmiennych zero-jedynkowych: M_{it} , D_{jt} oraz P_{kt} spełniają warunek sumowalności do zera:

$$\sum_{i=1}^{12} b_{0i} = \sum_{j=1}^7 c_{0j} = \sum_{k=1}^{48} d_{ok} = 0, \quad (3)$$

Dane statystyczne do kształtowania się zapotrzebowania na moc w okresach półgodzinnych (w MWh) pochodzą z Banku Danych Katedry¹. Obejmowały one okres dwóch lat, tj. 35 040 obserwacji, przy czym parametry były szacowane na podstawie szeregu krótszego o 48 lub 2 obserwacje początkowe. Wynikało to z konieczności uwzględnienia opóźnień wynikające z przesłanek podanych wcześniej. Trzeci rok był okresem empirycznej weryfikacji prognoz. Po zbudowaniu 17 520 prognoz zostały one następnie porównane z realizacjami oraz obliczono dla nich względne błędy prognoz *ex post*. Dokonano także obliczenia błędów dla miesięcy, dni tygodnia, okresów półgodzinnych oraz dni świątecznych.

Oceny parametrów strukturalnych, stopnia dopasowania do danych empirycznych i struktury stochastycznej modelu z opóźnieniem 48-okresowym (OP48) i 2-okresowym (OP2) zestawione zostały w tab. 1. W tabeli tej zamiast zmiennych M_{it} , D_{jt} oraz S_{lt} podane zostały skróty nazw: miesiące, dni tygodnia i świąt.

Oszacowane równania charakteryzują się więcej niż dobrymi własnościami predyktywnymi. Oceny współczynników determinacji R^2 dla modeli z opóźnieniem 48- i 2-okresowym wyniosły odpowiednio: 0,857 oraz 0,924. Oznacza to, że równanie OP2 wyjaśnia w stopniu o około 7 punktów procentowych wyższym wariację

¹ W Banku tym gromadzone są dane statystyczne na ogół o charakterze mikroekonomicznym pochodzące z prac badawczych realizowanych w Katedrze.

Tabela 1. Oceny parametrów strukturalnych i struktury stochastycznej modeli OP48 i OP2

Zmienna	Model		Zmienna	Model	
	OP48	OP2		OP48	OP2
W. wolny	225,71	48,05	P19	14,76	18,27
ST	35,24	10,44	P20	15,58	10,96
LU	27,94	8,30	P21	14,16	2,36
MARZ	21,67	6,57	P22	15,96	5,96
KW	-4,51	-1,32	P23	17,52	10,92
MAJ	-30,90	-9,74	P24	17,83	8,07
CZE	-29,42	-9,45	P25	17,43	5,03
LI	-24,80	-7,24	P26	17,24	5,14
SIE	-27,53	-8,02	P27	17,05	4,99
WRZ	-18,52	-5,44	P28	16,28	2,95
PAZ	-5,55	-1,67	P29	13,22	-2,92
LIS	21,64	6,42	P30	11,92	-3,19
GR	34,73	11,16	P31	8,92	-2,86
PO	25,18	1,69	P32	8,78	-2,34
WT	7,72	1,63	P33	9,97	3,78
SR	8,17	1,96	P34	11,98	9,37
CZW	7,05	2,18	P35	15,23	12,98
PT	6,52	1,93	P36	15,69	10,16
SO	-18,32	-2,36	P37	13,61	3,48
NDZ	-36,33	-7,04	P38	17,60	9,63
P1	-18,23	-31,37	P39	18,73	13,67
P2	-22,92	-26,89	P40	19,60	10,51
P3	-28,13	-24,66	P41	20,11	7,89
P4	-31,24	-22,69	P42	19,85	6,35
P5	-35,05	-21,66	P43	19,19	4,80
P6	-35,83	-17,27	P44	16,05	-0,92
P7	-36,70	-15,12	P45	11,48	-8,33
P8	-35,90	-12,72	P46	6,88	-13,08
P9	-37,50	-12,95	P47	-1,69	-22,41
P10	-36,24	-10,06	P48	-10,33	-30,67
P11	-33,64	-5,62	N_ROK	-66,07	-12,37
P12	-31,44	-2,09	W_SOB	-22,3	-3,80
P13	-26,50	3,94	W_NOC	-49,16	-11,38
P14	-15,72	19,97	1_3MAJ	-36,99	-7,68
P15	-5,45	30,44	B_C	-29,5	-5,17
P16	1,89	27,84	WNMP	-44,97	-9,55
P17	6,44	20,80	1_XI	-88,93	-17,61
P18	11,52	19,58	11_XI	-14,34	-3,01
R ²	0,857	0,924	B_NAR	5,1491	-2,39
S _e	27,49	20,73	t	2,52E-05	3,98E-05
V _{se} (%)	7,51	5,66	OP48	0,4722	0,8266

Źródło: obliczenia własne.

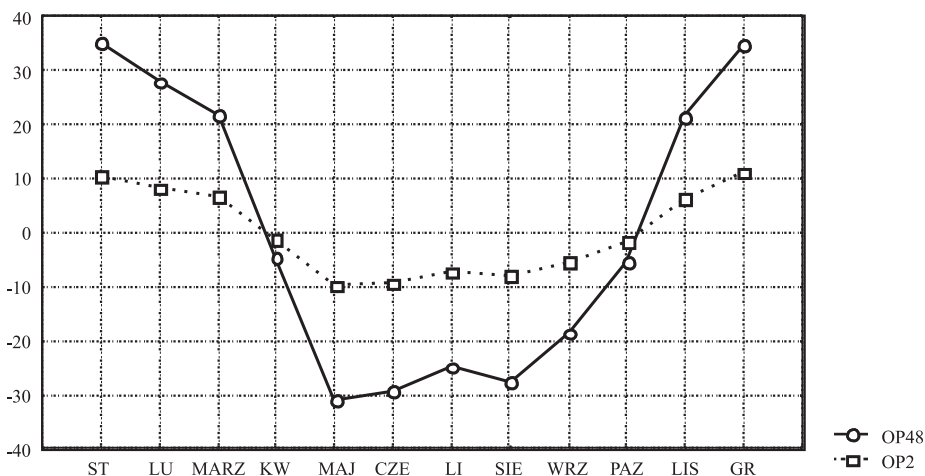
zmiennej endogenicznej. O nieco lepszych własnościach predykcyjnych tego równania świadczy także niższa o około dwa punkty procentowe ocena współczynnika zmienności losowej (V_{Se}).

Z porównania ocen parametrów strukturalnych modeli OP48 i OP2 wynika, że bezwzględne ich wartości występujące przy zmiennych zero-jedynkowych (z dniami świątecznymi włącznie) w modelu z opóźnieniem 48-okresowym są na ogół wyższe niż w modelu z opóźnieniem 2-okresowym. Wynika to z tego, że tzw. efekt „przeniesienia”, mierzony oceną parametru przy zmiennej Y_{t-2} , jest znacznie wyższy niż w modelu ze zmienną opóźnioną Y_{t-48} , oceny te wynoszą odpowiednio: 0,8266 oraz 0,4766.

Stąd też w syntetycznym omówieniu ocen parametrów strukturalnych ograniczono się zasadniczo do modelu OP48. Kształtowanie się tych ocen dla obu modeli zostanie przedstawione graficznie na rys. 1-4.

Z informacji zawartych w tab. 1 wynika, że dodatnie oceny parametrów dla miesięcy występują od stycznia do marca oraz w listopadzie i grudniu z wielkościami maksymalnymi w styczniu i grudniu wynoszącymi odpowiednio 35,24 oraz 34,74 MWh. Oceny ujemne otrzymano dla miesięcy od kwietnia do października. Najwyższymi ocenami bezwzględnymi charakteryzują się maj i czerwiec oraz sierpień, a nieco niższą lipiec (są to więc miesiące o najwyższych długościach trwania dni i najwyższych średnich temperaturach). Graficzną prezentację ocen parametrów według miesięcy stanowi rys. 1.

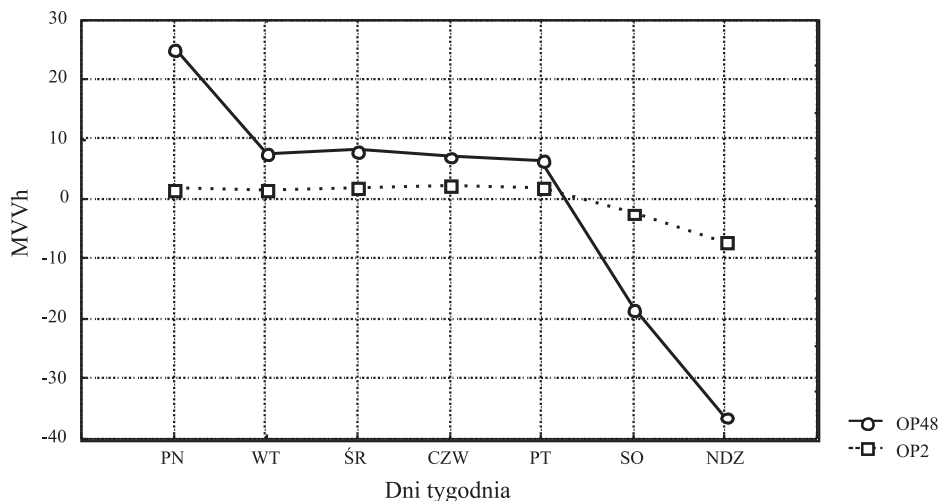
Z analizy ocen parametrów dla dni tygodnia wynika, że odchylenia dodatnie od wielkości przeciętnej występują w dni robocze, przy czym zdecydowanie najwyższą oceną legitymuje się poniedziałek (25,18 MWh). W pozostałych dniach mieszczą się



Rys. 1. Oceny parametrów strukturalnych modeli z opóźnieniem 48- i 2-okresowym dla miesięcy

Źródło: opracowanie własne.

one w przedziale od 6,52 w piątek do 8,17 MWh w środę. Oceny ujemne parametry przyjmują w dniach ustawowo wolnych od pracy, a bezwzględna ich wartość dla niedzieli jest niemal dwukrotnie wyższa niż dla soboty. Kształtowanie się tych ocen przedstawiono na rys. 2.



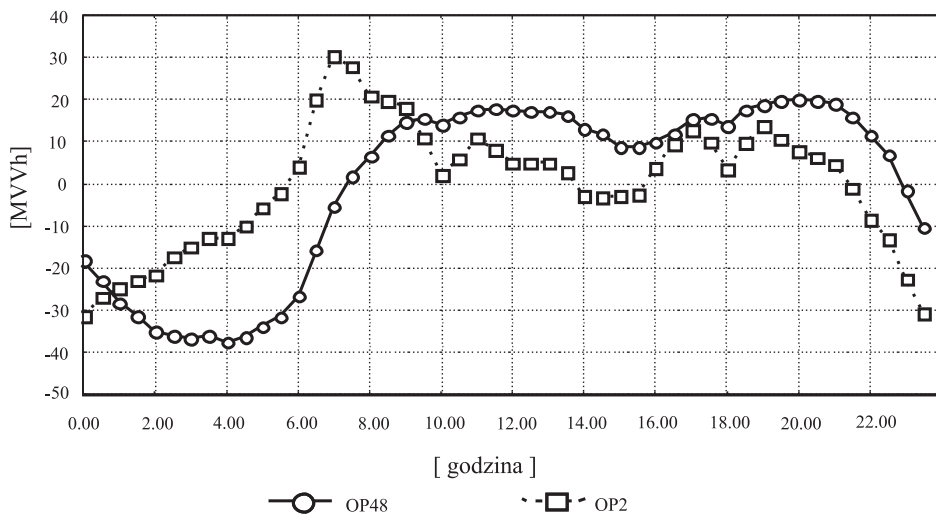
Rys. 2. Oceny parametrów strukturalnych modeli z opóźnieniem 48- i 2-okresowym dla dni tygodnia

Źródło: opracowanie własne.

W przypadku ocen parametrów przy zmiennych zero-jedynkowych oznaczających kolejne 48 okresów półgodzinnych zaobserwować można występowanie ich ujemnych wartości od godz. 0⁰⁰ do godziny 7⁰⁰ oraz o 23⁰⁰ i 23³⁰. Zaobserwować można także swego rodzaju falowanie polegające na tym, że zapotrzebowanie na energię elektryczną maleje w godzinach od 0⁰⁰ do 4⁰⁰. Następnie od godz. 4³⁰ do 6⁰⁰ zaczyna stopniowo rosnąć. Pół godziny później ma miejsce szybki wzrost. W godzinach od 7³⁰ do 22³⁰ oceny parametrów są dodatnie. Zapotrzebowanie na energię w godzinach 9⁰⁰-21³⁰ utrzymuje się na wysokim poziomie, z przejściowymi niewielkimi spadkami godzinach od 14⁰⁰ do 19⁰⁰. Możemy zatem mówić o szczycie porannym oraz popołudniowo-wieczornym.

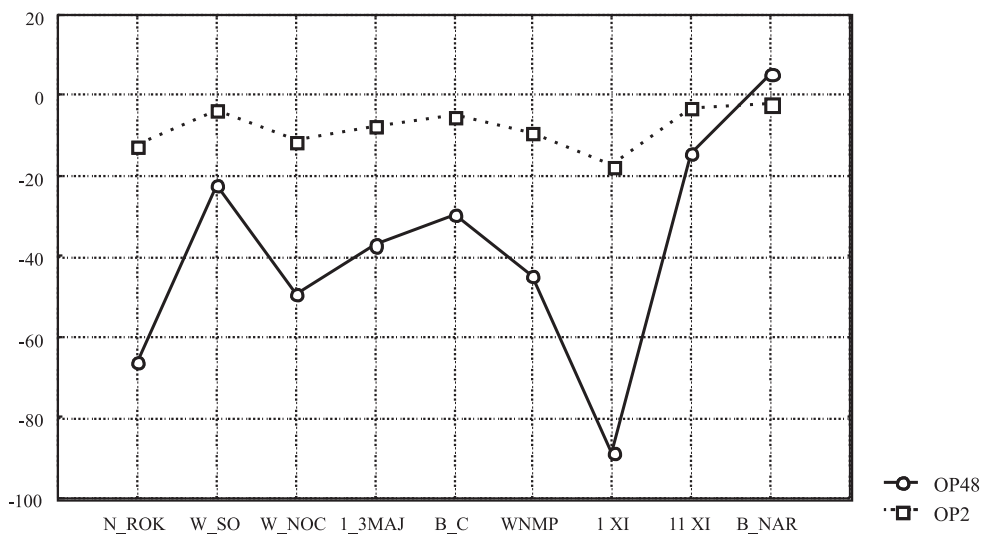
Rysunek 3 zawiera oceny parametrów strukturalnych dla okresów półgodzinnych. W celu zwiększenia jego czytelności podano godziny.

Spośród dni świątecznych istotne różnice ujemne otrzymano dla Nowego Roku, Wielkiej Soboty, Wielkanocy, świąt majowych (1 i 3 V), Bożego Ciała, Wniebowzięcia Najświętszej Marii Panny (15 VIII) oraz Wszystkich Świętych (1 XI) i Dnia Niepodległości (11 XI). Najwyższymi ocenami bezwzględnymi charakteryzowały się Dzień Wszystkich Świętych i Nowy Rok, a następnie Wielkanoc i Boże Ciało. Nieistotną statystycznie ocenę otrzymano dla świąt Bożego Narodzenia. Mogło to



Rys. 3. Oceny parametrów strukturalnych modeli z opóźnieniem 48- i 2-okresowym dla okresów półgodzinnych

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 4. Oceny parametrów strukturalnych modeli z opóźnieniem 48- i 2-okresowym dla dni świątecznych

Źródło: opracowanie własne.

wynikać z tego, że są to święta rodzinne i niższe zapotrzebowanie na energię zgłaszane przez zakłady pracy jest kompensowane przez gospodarstwa domowe. Oceny parametrów modeli i z opóźnieniem 48- i 2-okresowym dla świąt zamieszczono na rys. 4.

3. Budowa i ocena dokładności prognoz *ex post* zapotrzebowania na energię elektryczną

Wprawdzie nieco lepszymi własnościami predyktywnymi charakteryzuje się równanie z opóźnioną o dwa okresy zmienną prognozowaną (OP2), mimo to prognozy dla 17 520 okresów półgodzinnych zostaną zbudowane na podstawie obu równań zmieszczonych w tab. 1. Przesłanką decydującą o wykorzystaniu do tego celu modelu OP48 jest wspomniany wcześniej wymóg składania zapotrzebowania na moc elektryczną z 24-godzinnym wyprzedzeniem. Po wyznaczeniu prognoz przeprowadzona została ich empiryczna weryfikacja. Obliczone zostały średnie względne błędy prognoz *ex post* ogółem oraz błędy dla: miesięcy, dni tygodnia, okresów półgodzinnych oraz dla poszczególnych dni świątecznych. Oceny tych błędów zostały zestawione w tab. 2.

Z kształtowania się błędów prognoz według miesięcy wynika, że dla predyktora OP 48 wartości poniżej średniej oceny błędów przyjęły w styczniu lutym, sierpniu, październiku i listopadzie. Najniższą jego ocenę odnotowano w styczniu (4,19%), a najwyższą w czerwcu (6,28%). W przypadku dni tygodnia zdecydowanie najwyższą oceną błędu prognozy charakteryzuje się poniedziałek (10,12%). W pozostałe dni są one niższe od błędu ogólnego. Ich oceny wahają się od 3,49% w sobotę do 5,14% w niedzielę. Oceny błędów prognoz dla okresów półgodzinnych wykazują prawidłowość polegającą na tym, że wielkości powyżej błędu średniego przyjmują one w godzinach 0⁰⁰-8³⁰ oraz od 17⁰⁰ do 19³⁰. Natomiast oceny najniższe, poniżej 4%, przyjmują one w okresie najwyższego zapotrzebowania na energię, tj. w godz. od 9³⁰ do 15³⁰. Minimalną ocenę otrzymano dla godz. 13³⁰ (3,38%), a maksymalną dla godz. 3³⁰ (7,64%).

W przypadku dni świątecznych najwyższymi ocenami błędu średniego prognoz charakteryzują się: Wielka Sobota, Wielkanoc oraz Dzień Niepodległości. Wysokie oceny błędów dla Wielkanocy i dnia ją poprzedzającego związane są zapewne z ruchomym charakterem tego święta. Różnice terminów, w których ono przypada w kolejnych latach, mogą dochodzić nawet do trzech tygodni. Stosunkowo wysoka ocena tego błędu dla Dnia Niepodległości może wynikać z nagłego załamania pogody oraz znacznego spadku temperatury.

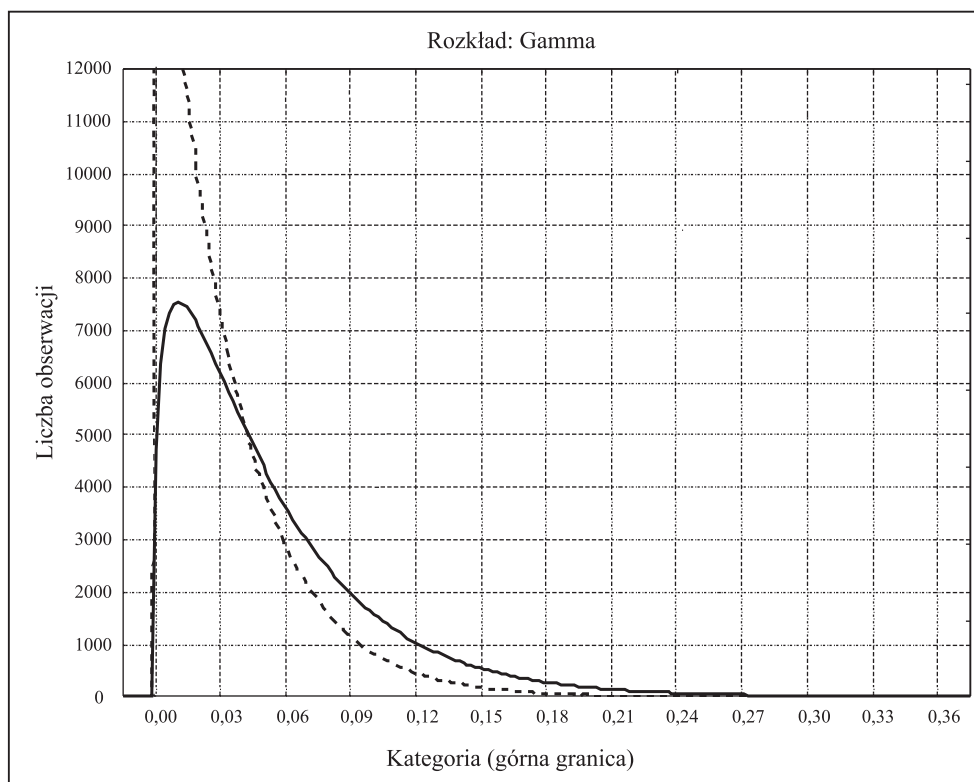
Natomiast najniższe oceny błędów otrzymano dla Święta Bożego Ciała (2,55%) oraz Wniebowzięcia Najświętszej Marii Panny (5,72%). Wprawdzie Święto Bożego Ciała jest także świętem ruchomym i przypadać może w dniach od 22 V do 23 VI, to okres ten charakteryzuje się stosunkowo niskim zapotrzebowaniem na energię i ustabilizowanym wpływem stanu pogody i temperatury na jej zużycie.

Tabela 2. Oceny średnich względnych błędów prognoz otrzymanych na podstawie modeli OP48 i OP2 (w %)

Wyszczególnienie	Model		Wyszczególnienie	Model	
	OP48	OP2		OP48	OP2
OG	5,28	3,27	P20	3,95	2,02
ST	4,19	2,54	P21	3,96	2,43
LU	5,07	3,21	P22	3,92	2,40
MARZ	5,60	3,09	P23	3,91	2,05
KW	5,40	3,56	P24	3,79	2,25
MAJ	6,09	4,02	P25	3,82	2,14
CZE	6,28	4,44	P26	3,68	1,95
LI	5,61	4,06	P27	3,67	1,99
SIE	4,80	3,92	P28	3,38	1,75
WRZ	5,53	3,75	P29	3,68	1,81
PAZ	4,18	2,99	P30	3,39	1,95
LIS	4,58	2,81	P31	3,62	1,81
GR	5,93	2,81	P32	3,94	2,93
PO	10,12	3,51	P33	4,42	3,92
WT	4,82	3,27	P34	4,93	5,32
SR	4,80	3,37	P35	5,69	6,24
CZW	4,74	3,46	P36	5,47	4,61
PT	4,17	3,03	P37	5,59	4,16
SO	3,49	3,53	P38	5,85	4,89
NDZ	5,14	3,97	P39	5,79	5,26
P1	6,40	2,69	P40	5,64	4,02
P2	6,90	2,74	P41	5,11	3,82
P3	7,03	3,33	P42	4,89	4,07
P4	7,21	2,69	P43	4,52	4,76
P5	7,20	2,72	P44	4,25	4,61
P6	7,36	3,00	P45	4,33	5,05
P7	7,29	2,47	P46	4,42	4,26
P8	7,64	3,26	P47	4,99	2,79
P9	7,21	2,33	P48	5,93	7,44
P10	7,29	3,26	N_ROK	9,03	3,66
P11	7,04	4,17	W_SOB	13,18	4,28
P12	6,55	4,32	W_NOC	10,94	4,76
P13	6,11	4,96	1_3MAJ	6,88	5,51
P14	5,49	6,03	B_C	2,55	3,08
P15	5,55	6,27	WNMP	5,72	6,38
P16	5,71	5,06	1_XI	9,77	2,93
P17	5,44	3,87	11_XI	11,41	3,28
P18	4,87	2,88	B_NAR	7,82	2,32
P19	4,33	2,56			

Źródło: obliczenia własne.

Jak wspomniano, przeciętny błąd prognoz otrzymanych na podstawie modelu z opóźnieniem 2-okresowym był o 2 punkty procentowe niższy w porównaniu z opóźnieniem 48-okresowym. Dla opóźnienia 2-okresowego oceny błędów prognoz według miesięcy zawierały się w przedziale od 2,54% dla stycznia do 4,44% dla czerwca. Minimalną ocenę dla dni tygodnia błęd przyjął dla piątku (3,03%), a maksymalną (3,97%) dla niedzieli. W przypadku okresów półgodzinnych minimalną ocenę otrzymano dla godz. 13³⁰ (1,75%), a maksymalne oceny wynoszące 6,27 oraz 6,24% odpowiednio dla godz. 7⁰⁰ oraz dla godz. 17⁰⁰. Jedyłą wyraźną prawidłowością, jaką można zaobserwować, jest to, że oceny błędów poniżej dwóch punktów procentowych otrzymano dla okresu od godz. 12³⁰ do 15⁰⁰. Największe spadki ocen błędów prognoz dla okresów półgodzinnych otrzymanych na podstawie modelu z opóźnieniem 2-okresowym wynoszące od 3,70 do 4,88 punktów procentowych, odnotowano dla godz. 0⁰⁰-4³⁰, tzn. tych okresów, dla których błędy były najwyższe. W trzech przypadkach odnotowano wzrost dokładności od 2 do 3 punktów. W pozostałych był on niższy od dwóch punktów procentowych. Największe spadki błędów otrzymano dla Wielkiej Soboty, Dnia Niepodległości (11 XI), Wielkanocy oraz Dnia



Rys. 5. Rozkłady teoretyczne błędów prognoz dla modeli OP48 i OP2

Źródło: opracowanie własne.

Wszystkich Świątęch. Wyniosły one odpowiednio: 8,90; 8,14; 6,84; 6,16 punktów procentowych. Ponadto znaczący wzrost dokładności prognoz odnotowano dla poniedziałku (o 6,61 punktów procentowych) – por. tab. 2.

Modelowaniu poddane zostały także empiryczne rozkłady błędów prognoz *ex post*. Były one aproksymowane za pomocą następujących jednomodalnych rozkładów teoretycznych zmiennych losowych ciągłych: normalnego, logarytmiczno-normalnego, gamma i wykładniczego. Najlepszą aproksymantą w obu przypadkach okazał się rozkład gamma. Wyniki modelowania przedstawiono w postaci graficznej na rys. 5.

Przedstawiono na nim funkcje gęstości aproksymant rozkładów empirycznych błędów prognoz otrzymanych na podstawie modeli z 48-okresowym opóźnieniem oraz 2-okresowym opóźnieniem (linia ciągła dotyczy modelu OP48, a przerywana modelu OP2).

Analiza porównawcza przebiegu tych funkcji wskazuje, że rozkład błędów prognoz otrzymanych na podstawie modelu OP2 wykazuje mniejsze zróżnicowanie dolnych wartości błędów w porównaniu z modelem OP48. Dlatego ocena średnia błędów prognoz dla modelu OP2 jest niższa.

4. Podsumowanie

Z przeprowadzonych w pracy rozważań wynika, że modele ze zmiennymi zero-jedynkowymi opisującymi wahania okresowe o cyklach: 12-miesięcznym, tygodniowym i dobowym oraz uwzględniające występowanie świąt, a także opóźnień 48- lub 2-okresowych mogą być użytecznym narzędziem planowania zapotrzebowania na moc elektryczną w okresach o bardzo wysokiej częstotliwości obserwowania.

Literatura

- [1] Górecka A., *Modele zapotrzebowania na energię elektryczną do prognoz średnio- i krótkoterminowych*, [w:] *Dynamiczne modele ekonometryczne*, UMK, Toruń 2001, s. 233-240.
- [2] Kufel T., Zawada M., *Modelling periodicity for processes with high frequency of observations*, „Dynamic Econometric Models”, vol. 4, UMK, Toruń 2000, s. 79-88.

MODELING AND FORECASTING DEMAND FOR ELECTRICITY IN MICROSCALE

Summary: The study presents the results of modeling and forecasting the demand for high frequency data (half-hourly) electric energy in the region for half-hourly data. The forecasts have been prepared on the basis of models which describe by means of dummy variables three types of periodic fluctuations with annual, weekly and daily cycles. Moreover, the models include the variables of this type for the purpose of marking holidays. The models also include lagged values of endogenous variable. *Ex post* analysis of forecast accuracy has been conducted during the process of the empirical verification of forecasts.