

Katarzyna Ostasiewicz, Walenty Ostasiewicz

Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu

ZNACZENIE POJĘCIA „PRAWDOPODOBIEŃSTWO”

Streszczenie: W artykule tym przedstawiona jest krótka historia dotycząca pojęcia prawdopodobieństwa. W starożytności stosowane ono było jako argument w dyskusji i stanowiło podstawowy element retoryki. Stanowiło ono też podstawę doktryny filozoficznej negującej możliwość pozyskiwania wiedzy pewnej i niezawodnej. W czasach nowożytnych wykorzystano je do sformułowania niechlubnej doktryny etycznej. Począwszy od wieku XVIII, stanowi ono podstawę, czy wręcz pojęcie pierwotne, kilku ważnych teorii naukowych.

Słowa kluczowe: prawdopodobieństwo, szanse, probabilistyka, probabilizm, stochastyka.

Słowo „prawdopodobieństwo” jest znane większości ludzi, rozumiane jest jednak bardzo różnie, ponieważ używane jest w różnych kontekstach. Granicę między różnymi kontekstami wytyczyć jest bardzo trudno. Zwykle łatwo jest podać przypadki typowe, dalekie od siebie. Wydzielmy więc dwie typowe sytuacje określające dwa różne rozumienia słowa „prawdopodobieństwo”. Przedstawmy je na dwóch przykładach.

Przykład 1

Załóżmy, że mamy sześciocienną kostkę do gry. Zapytajmy, jakie są szanse, że wypadnie sześć oczek, gdy tę kostkę upuścimy na podłogę.

Każdy w zasadzie, kto widział kostkę, odpowie, że szanse wypadnięcia sześciu oczek są jak 1 do 5, gdyż jest sześć ścianek, na jednej jest sześć oczek, na pozostałych pięciu ściankach jest inna liczba oczek.

Przykład 2

Odnieśmy się do katastrofy samolotu w Smoleńsku. Zaraz po katastrofie jedni orzekli, że przyczyną katastrofy była nieodpowiedzialna decyzja lądowania na lądowisku w warunkach zupełnego zamglenia. Inni zaś twierdzili, że katastrofa była wynikiem misternie zaplanowanego zamachu, a mgła była sztucznie wytworzona.

Przyjmijmy, że myślimy według logiki klasycznej. Prawda więc, niezależnie od tego, kto i co sądzi na ten temat, istnieje.

Zapytajmy teraz: które z orzeczeń jest bliższe prawdy?

Ponieważ nie wiemy, jak zmierzyć odległość od prawdy, to alternatywnie możemy zapytać: które z tych dwóch orzeczeń według twego rozumu czy odczucia jest bardziej przekonujące?

Im bardziej przekonujące jest jakieś stwierdzenie, z tym większą stanowczością mówi się, że jest bardziej zbliżone do prawdy, bardziej podobne do prawdy, czyli bardziej prawdopodobne.

W tym właśnie sensie słowo „prawdopodobieństwo” różni się od słowa „szansa” wyjaśnianego w pierwszym przykładzie. Zamiast słowa „szansa” obecnie i w tym pierwszym kontekście używa się również słowa „prawdopodobieństwo”.

W starożytnej Grecji konsekwentnie rozróżniano obie sytuacje, używając dwóch różnych słów.

Na oznaczenie tego, „co się zazwyczaj zdarza”, używano słowa *εικος*. Natomiast na oznaczenie tego, co jest dostatecznie przekonujące, używano słowa *πιθανον* i jemu pochodnych. Polskim odpowiednikiem pierwszego słowa jest szansa, zaś drugie słowo tłumaczy się jako perswazja lub przekonanie.

Tłumacząc dzieła greckie na język łaciński, Cyceron użył dwóch łacińskich słów *probabilis* i *verisimile*, potraktował je jednak jako synonimy. Łacińskie słowo *versisimile* oznacza dosłownie prawdopodobne, słowo *probabilis* zaś pochodzi od słowa *aprobare*, czyli aprobować. Oba łacińskie słowa odnoszą się więc do sytuacji przedstawionej w drugim przykładzie. Dotyczą bowiem sytuacji, kiedy ocenia się, które stwierdzenia zasługują na aprobatę, tzn. które z nich można określić jako podobne do prawdy, czyli *verisimile*.

Angielskimi odpowiednikami słowa *pithanon* są słowa: *credible*, *plausible*, *reasonable*, *likely*. Słowo *eikos* zaś tłumaczone jest za pomocą słów *probable*, *fair*, lub *equitable*, a więc niemających związku z prawdziwością stwierdzeń. Związek ten widoczny jest w tłumaczeniu niemieckim. Słowo *Wahrscheinlichkeit* oznacza bowiem to, co się jawi jako prawda. Z kolei w języku rosyjskim podkreślony jest aspekt wiary w to, co się twierdzi. Odpowiednikiem słowa „prawdopodobieństwo” jest bowiem słowo *wierojatost’*, czyli to, co zasługuje na wiarę, czyli to, co jest wiarygodne.

Aby odróżnić prawdopodobieństwo rozumiane jako szansa zajścia zdarzenia od prawdopodobieństwa rozumianego jako podobieństwo do prawdy orzekania o czymś, czyli wypowiedanego sądu, stosowane są obecnie odrębne nazwy kwalifikowane.

W przypadku takim, jaki przedstawiono w pierwszym przykładzie, używa się nazwy prawdopodobieństwo fizyczne, gdyż dotyczy ono zjawisk zachodzących w przyrodzie. Greckim odpowiednikiem słowa przyroda jest słowo *φύσις* (czyt. *phisi*), stąd też nazwa prawdopodobieństwo fizyczne. Ponieważ typowym przykładem zdarzeń ocenianych w postaci takiego prawdopodobieństwa są zdarzenia związane z rzutem kością do gry, to prawdopodobieństwo określające wynik takiego zdarzenia nazywane jest prawdopodobieństwem aleatorycznym lub hazardowym. Nazwy takie wynikają z tego, że kostka do gry w języku łacińskim jest to *alea*, w języku arabskim zaś określa ją słowo *al-hazar*.

Drugie rozumienie prawdopodobieństwa dotyczy mniemań ludzkich. Mniemanie lub opinia w języku greckim określane było słowem *doksa*. Stąd ten rodzaj prawdo-

podobieństwa określa się mianem prawdopodobieństwa doksatycznego. Czasem jest ono określane też ogólniej jako prawdopodobieństwo epistemiczne, gdyż greckie słowo *episteme* oznacza wiedzę, a także poznawanie. Prawdopodobieństwo tego typu było w starożytnej Grecji powszechnie stosowane w medycynie, sądownictwie i polityce. To, co dzisiaj określamy jednym słowem „prawdopodobieństwo”, w starożytnej Grecji określano kilkoma różnymi słowami, zawsze jednak dotyczyły one ludzkiego poznawania rzeczywistości. Platon np. wyróżniał cztery stopnie ludzkiego poznawania: wiedzę (*epidēmμη*), rozumienie (*diavoia*), wiarę (*πιδεις*) oraz domyślanie się prawdopodobne (*εικαδια*). Te dwa ostatnie stopnie określał mianem mniemania (*δοξα*) (por. [Pawlicki 1890]). Platon uważał, że w życiu praktycznym nikomu nie chodzi o prawdę, lecz o przekonania prawdopodobne.

Myślenie oparte na sądach podobnych do prawdy odgrywało szczególnie istotną rolę w polityce, czyli we wspólnotowym organizowaniu życia w państwie. Demokracja grecka polegała w ogromnej mierze na dyskusjach, na prowadzeniu dialogów i przekonywaniu innych o swoich racjach. Do tego celu służyła specjalna nauka o nazwie retoryka, traktowana jako umiejętność i sztuka perswazji i przekonywania. Celem mówcy nie była żadna wiedza naukowa, lecz wytworzenie przekonań. Aby takie przekonania wytworzyć, Arystoteles zaproponował wiele reguł przekonywania, które podobnie jak reguły myślenia logicznego ujęte były w formę sylogizmów, zwanych sylogizmami retorycznymi. Szczególny rodzaj takich sylogizmów stanowią entymematy. Entymemat jest to sylogizm zawierający zdania prawdopodobne. W *Analitikach pierwszych* Arystoteles definiuje te pojęcia w taki oto sposób: „prawdopodobieństwo jest mianowicie ogólnie uznaną przesłanką, bo to, o czym wiadomo, że się w większości przypadków zdarzy bądź nie zdarzy, istnieje lub nie istnieje, jest prawdopodobne np., że zazdrośni nienawidzą albo że zakochani zdradzają uczucie” (por. [Arystoteles 1990, s. 249]).

Jednym z czterech podstawowych filarów, na jakich budowane są entymematy, jest sylogizm o nazwie *εικος*, którą K. Leśniak przedstawia następująco:

$$\begin{array}{l} B \text{ zazwyczaj jest } A \\ C \text{ jest } B \\ \hline a \text{ więc } C \text{ jest prawdopodobnie } A \end{array}$$

Prawdopodobieństwo w sensie siły perswazji stanowiło istotny element nauki wszystkich szkół naukowych starożytnej Grecji.

Pojęcie sądów prawdopodobnych odgrywało szczególnie ważną rolę w nauczaniu stoików. Stoicy stworzyli, jak wiadomo, swoją własną szkołę odmienną od szkoły zarówno Platona, jak i od szkoły Arystotelesa. To oni po raz pierwszy użyli nazwy „logika” obejmującej to, co się nazywało dialektyką, analityką i topiką. W odróżnieniu od Arystotelesowskiego kategoriycznego zdania „S jest P” jako podstawę do rozumowań wprowadzili zdanie warunkowe: „jeśli A, to B”, stanowiące podstawę

większości reguł logicznego wnioskowania niezawodnego. Wyraźnie oddzielali rozumowanie pewne od rozumowań prawdopodobnych.

Jako prawdopodobny określano taki sąd, „który ma wiele danych, aby być prawdziwym, np. „jutro będę żył” (por. [Diogenes Laertios 1984, s. 405]). Zwodniczy zaś jest sąd, który prowadzi do uznania takiego np. zdania: „jeżeli ktokolwiek coś urodził, jest temuż matką”. Jest to stwierdzenie fałszywe, bo kura nie jest matką jaja (por. [Diogenes Laertios 1984; Reale 2005]).

Mniej więcej w tym samym czasie, kiedy powstała szkoła stoików, założycielem, której był Zenon z Kition, powstała też szkoła sceptyków. Cechą charakterystyczną tej szkoły była ostra krytyka filozofów uważających, że najistotniejszą sprawą jest poszukiwanie prawdy przez stosowanie ścisłych dowodów. Nazywano ich dogmatykami. Istotę szkoły starożytnego sceptycyzmu, znacznie rozwiniętej w późniejszych wiekach, przedstawił Sektus Empiryk w dwóch działach: *Zarysy Pirrońskie* oraz *Przeciwko matematikom*. W tym drugim dziele napisanym ok. 200 r. Sykstus dowodzi, że nie ma niczego takiego jak *mathema*, gdyż „nie istnieje ani przedmiot nauczania, ani nauczający, ani uczący się, ani metoda nauczania” o takiej nazwie (por. [Russo 2005]). Sceptycy negowali możliwość poznawania prawdy i zamiast dążenia do poznawania tego, co niemożliwe, proponowali zastanawianie się nad kryteriami rozsądnego życia. Do rozwiązywania problemów życiowych Karneades wymyślił naukę o „*pithanon*”, czyli naukę o tym, co prawdopodobne. W późniejszych czasach nazwano ją probabilizmem Karneadesa. Istotą tej nauki stanowił dogmat o tym, że dla potrzeb życia praktycznego wystarczy tylko to, co się jawi jako prawdziwe.

Doktryna probabilizmu odradza się w XVI w. w zupełnie innej postaci. Jest to słynna doktryna probabilizmu etycznego stworzona przez jezuitów. Zakon o nazwie Towarzystwo Jezusowe był założony w 1534 r., zawieszony został w 1773 r., jednak po 41 latach został ponownie reaktywowany w 1814 r. i istnieje do czasów obecnych. To właśnie ten zakon rozwinął, propagował i stosował w życiu tę niesamowitą doktrynę. Stosowanie reguł opartych na prawdopodobieństwie w sądownictwie jest sprawą naturalną. Stosowanie ich do rozstrzygania problemów dotyczących sumienia nie tylko nie jest naturalne, ale wyraźnie kłóci się z intuicją każdego człowieka.

Początki doktryny probabilizmu etycznego udokumentowane słowem drukowanym sięgają roku 1400, kiedy to J. Gerson, kanclerz Uniwersytetu w Paryżu, wprowadził pojęcie *certitudo moralis*, czyli pewności moralnej.

Twórcą właściwego probabilizmu był Bartolome de Medina, który naukę swą opublikował w 1577 r. Jednak dopiero po 80 latach odniosła ona ogromny sukces wśród niektórych teologów katolickich. Jezuita Luis de Molina (1535-1601), z pochodzenia Hiszpan, który był profesorem teologii w Portugalii, w 1588 r. wydał dzieło *De concordia gratiae et liberi arbitri*, czyli o zgodności wolnej woli z łaską.

Molina w dziele tym starał się złagodzić surowe wymogi pobożności, sformułowane przez św. Augustyna (354-430), który nauczał też o bezwzględnej konieczności łaski, gdyż jak pisał: tak jak puste naczynie samo nie może się napęlić, tak

i człowiek, oderwawszy się od Boga, potrzebuje łaski, aby z powrotem do niego wrócić.

Przeciwko nauce Moliny wystąpił biskup z Ypres, Janseniusz (1585-1638), który dokładnie przestudiował nauki ojców Kościoła, w tym dzieła św. Augustyna, i napisał dzieło pt. *Augustynius*. Wydane ono zostało pośmiertnie w 1640 r.

Po stronie Janseniusza wypowiedzieli się intelektualiści francuscy skupieni wokół żeńskiego klasztoru w Port-Royal. Sympatykiem tego klasztoru był B. Pascal (1623-1662). To właśnie Pascal, wystąpiwszy w obronie atakowanego przyjaciela Arnaulda, spowodował ogromne „trzęsienie” w życiu intelektualnym Francji. Według J. Franklina była to jedna z najbardziej znanych w historii burz w szklance wody (*one of history's best remembered storms in a tea cup*). Zupełnie inaczej, choć z innego punktu widzenia, wydarzenia te ocenił T. Boy-Żeleński. Datę 23 stycznia 1656 r., tzn. dzień, w którym Pascal przygotował swój pierwszy list w obronie Arnaulda, określił on jako wielką datę literatury francuskiej. List był napisany anonimowo i zgodnie z sugestią księgarza zatytułowano go jako „List pisany do mieszkańców prowincji przez jednego z przyjaciół”. Wszystkie listy, których było osiemnaście, nazwano Prowincjałkami. Jeszcze i dziś lektura ich to niezwykle przeżycie intelektualne, czyta się je bowiem z ogromnym wzruszeniem.

Doktrynę probabilizmu Moliny Pascal zaczął zwalczać, poczynawszy od listu piętego.

Przytoczmy w całości tytuł tego historycznego listu:

„Piąty list do mieszkańca prowincji

(Cel jezuitów w tworzeniu nowej moralności. Dwa rodzaje kazuistów między nimi: mnogość rozwiązłych, a niewielu surowych; przyczyna tej różnicy. Wykład nauki o prawdopodobieństwie. Ciżba nowoczesnych i nieznanych autorów wprowadzonych w miejsce świętych ojców)

Paryż, 20 marca 1656”.

We wszystkich listach słowo „prawdopodobieństwo” jest używane tylko w sensie aprobowania sądów sensownych.

Tenże sam Pascal, dwa lata wcześniej, czyli w roku 1654, korespondował z P. Fermatem w sprawie problemu, z jakim do Pascala zwrócił się A. Gombaud, znany jako kawaler de Mere. Rok 1654 jest często wymieniany jako rok narodzin prawdopodobieństwa. Jeśli nawet i przyjmiemy tę datę, to i tak trzeba pamiętać, że dotyczy ona prawdopodobieństwa aleatorycznego. W całej korespondencji Pascala z Fermatem słowo „prawdopodobieństwo” nie występuje, zamiast niego Pascal używa słowa „szanse”. Słowa „prawdopodobieństwo” używa wyłącznie w sensie probabilizmu jezuitów. Trzy lata później, w 1657 r., Ch. Huygens opublikował dzieło pt. *De Ratiociniis in Alea Ludo*, czyli „Rachunki przy grze w kości”. Był to pierwszy podręcznik dotyczący rachunku szans, czyli prawdopodobieństwa aleatorycznego lub hazardowego.

Gry hazardowe znane były od najdawniejszych czasów prawie we wszystkich krajach. Do gier takich początkowo używano kości zwierzęcych, nazywano je astra-

galami. Kostki do gry zrobione z ceramiki znajdowano w grobowcach egipskich sprzed 2000 lat przed naszą erą. Nie bardzo wiadomo, czy rzeczywiście na temat gier hazardowych nic nie pisano aż do wieku XVI, czy też po prostu takich dokumentów nie poszukiwano.

O grze hazardowej kostkami pisał W. Leibniz (1646-1716) w rozprawie pt. *De incerti aestimatione*, opublikowanej w 1678 r., a także A. de Moivre w pracy pt. *De mensura sortis* z 1711 r. W obu tych pracach szanse jakiegoś zdarzenia definiowane są w postaci ilorazu liczby przypadków sprzyjających temu zdarzeniu do liczby wszystkich możliwych przypadków. W wielu współczesnych podręcznikach taką definicję szans nazywano klasyczną definicją prawdopodobieństwa i przypisywano ją Laplace'owi.

Pierwszego wielkiego przełomu w historii rozwoju rachunku prawdopodobieństwa dokonał J. Bernoulli (1654-1705) przez swe dzieło pt. *Ars Conjectandi*. Dzieło to zostało opublikowane po jego śmierci w 1713 r.

Tytuł tego dzieła – „Sztuka przypuszczania” – tak oto został wyjaśniony przez samego Bernoullego [Von Capenhausen 1998]:

Jeżeli czegoś jesteśmy pewni bez żadnych wątpliwości, to mówimy, że to wiemy lub rozumiemy. W przeciwnym razie tylko przypuszczamy lub mniemamy. Czynieć przypuszczenia o czymś oznacza mierzyć prawdopodobieństwo o tym. Dlatego też definiujemy sztukę przypuszczania, czyli stochastykę (*ars conjectandi sive stochastice*), jako sztukę pomiaru prawdopodobieństwa rzeczy tak dokładnie, jak to możliwe, która pozwala nam we wszystkich naszych osądach i działaniach dokonywać takiego wyboru, który jest lepszy, bardziej satysfakcjonujący, bezpieczniejszy lub umożliwia dokładniejszą analizę.

O przełomowości tego dzieła świadczy to, że zawiera ono sformułowanie i dowód Prawa Wielkich Liczb. Obok Centralnego Twierdzenia Granicznego stanowi ono drugi główny filar teorii prawdopodobieństwa.

Przełomowość tego dzieła polega m.in. także na tym, że słowo „prawdopodobieństwo” po raz pierwszy pojawiło się tu jako termin *teorii* matematycznej. Przed Bernoullim słowa tego używano w rozważaniach o charakterze praktycznym jako argumentu w dowodzeniu swej racji albo jako sposobu perswazji. Prawdopodobieństwo jest tu rozumiane jako *liczba* określająca stopień pewności. Oryginalna definicja prawdopodobieństwa jest następująca:

Probabilis enim est gradus certitudinis, et ab hac differt ut pars a toto,
czyli prawdopodobieństwo jest to stopień pewności, od której ono się różni tak samo jak część od całości.

W odróżnieniu od gier hazardowych, u podstawy których leżą jednakowe szanse możliwych wariantów, w życiowych problemach praktycznych sytuacja taka nie występuje. Szanse pojawiania się zdarzeń nawet ze zbioru precyzyjnie określonego nie są jednakowe.

Prawdopodobieństwo, czyli stopnie pewności, trzeba uzyskiwać na podstawie obserwacji.

Pierwszą pracą, w której podany został sposób, w jaki należy korygować swoje pierwotne przypuszczenia o prawdopodobieństwie na podstawie obserwacji, było opracowanie opublikowane w 1763 r. Jego autorem był pastor anglikański T. Bayes. Do pierwotnego szacowania prawdopodobieństw stosowane są różne metody. Jedną z najbardziej popularnych, mającą dobre uzasadnienie teoretyczne, jest metoda zawierania zakładów. T. Bayes jest też prekursorem takiego sposobu określania prawdopodobieństwa. On bowiem podał następującą definicję prawdopodobieństwa:

The probability of any event is the ratio between the value at which an expectation depending on the happening of the event ought to be computed, and the value of the thing expected upon its happening.

Podajmy prostą ilustrację zastosowania tej definicji.

Załóżmy, że chcemy określić prawdopodobieństwo zdarzenia niepewnego: budowany stadion we Wrocławiu będzie wybudowany w terminie, tzn. przed rozpoczęciem igrzysk Euro 2012. Rozpatrzmy w tym celu zawarcie zakładu, którego warunki są następujące: gracz płaci 300 zł i jeśli stadion będzie wybudowany w terminie, bookmacher wypłaca mu 500 zł, jeśli nie będzie wybudowany, gracz traci swój wkład. Jeśli gracz zgadza się na taki układ, to oznacza, że szacuje on prawdopodobieństwo wybudowania stadionu w terminie równe liczbie 300/500, czyli 0,6.

W wersji nowoczesnej żąda się dodatkowo spełnienia warunku symetryczności, tzn. że to bookmacher może kupić loterię od gracza. Bookmacher może ustalać dowolną kwotę. W szczególności może być ona ujemna.

Jeśli bookmacher ustali kwotę $S = -500$ zł, to oznacza, że zgadza się taką loterię kupić od gracza. Czyli daje graczowi 300 zł w zamian za możliwość uzyskania od niego kwoty 500 zł, jeśli stadion zostanie wybudowany w terminie.

Jeśli ani gracz, ani bookmacher nie akceptują straty jako zdarzenia pewnego, to dowodzi się, że prawdopodobieństwo określane według przedstawionego wyżej sposobu spełnia podstawowe aksjomaty prawdopodobieństwa.

Literatura

- Arystoteles, *Dzieła wszystkie*, PWN, Warszawa 1990.
 Crombie A.C., *Style myśli naukowej w początkach nowożytnej Europy*, PAN Instytut Filozofii i Socjologii, Warszawa 1994.
 Diogenes Laertios, *Żywoty i poglądy słynnych filozofów*, PWN, Warszawa 1984.
 Franklin J., *The Science of Conjecture*, The Johns Hopkins University Press, London 2001.
 Pascal B., *Prowincjalki*, Zielona Sowa, Kraków 2003.
 Pawlicki S., *Historia filozofii greckiej*, Kraków 1890.
 Reale G., *Historia filozofii starożytnej*, KUL, Lublin 2005.
 Russo L., *Zapomniana rewolucja*, Universitas, Kraków 2005.
 Tatkiewicz W., *Historia filozofii*, PWN, Warszawa 1970.
 Von Capenhausen H., *Ojcowie Kościoła*, Wydawnictwo Cyklady, Warszawa 1998.
 Von Furstenberg G.M., *Acting under Uncertainty*, Kluwer, London 1990.

ON THE MEANING OF THE NOTION OF PROBABILITY

Summary: In the ancient times and in the Middle Ages the word “probability” was used as a dialectical or rhetorical concept. The Greek philosopher Carneades used this word as a cornerstone of his doctrine known as the science of the “pithanon”. In the XVI century this notion played a central role in the doctrine of probabilism created by Jesuits. Starting from the famous work written by J. Bernoulli, the word probability becomes the scientific term of various theories of uncertainty. In this paper we sketch the history of the notion of probability from ancient times till the XVIII century.

Key words: probability, chances, probabilisticity, probabilism, stochasticity.