

Dr inż. K. F. VETULANI  
(KRAKÓW)

## Rozważania w związku z wyboczeniem poziomym toru kolejowego na podłożu płaskim, sztywnym i szorstkim.

### 1. Pojęcie wyboczenia w rozważanych okolicznościach; model eksperymentalny, spodziewane zjawiska.

Łatwo wykonać eksperyment jakościowy z korytkiem z tektury kształtu litery „U” lub „H” o dość wysokich ścianach i wąskim dnem ułożonym początkowo prosto na szorstkiej tafli stołu i obciążonym wewnątrz opilkami żelaza lub ołowiu poddając je osiowemu ściskaniu. Dla orientacji może wystarczyć nawet szereg pudełek ułożonych obok siebie na stole jak przy dzieciennych zabawach.

Jeżeli jednak idzie o ilościowy eksperyment naukowy to model musi być precyzyjnie wykonany, dostępny dla dokładnego pomiaru i umożliwiający zmiany warunków szczególnych zagadnienia.

Zdaje się, że odpowiedni kształt przekroju modelu będzie podobny do kształtu wzorców międzynarodowego metra, to jest pośredni między „H” a „X”; da się wówczas kontrolować pomiarami i zezwala na przymocowanie aparatów pomiarowych; oczywiście, że materiał musi być jednolity. Cała aparatura do pomiarów precyzyjnych musi być oczywiście szczegółowo opracowana; zdaje się, że jej forma rozwinię się dopiero po wykonaniu początkowych eksperymentów i spostrzeżeniu braków pierwszej aparatury; na to już wskazuje rozwój doświadczeń nad prostym wyboczeniem i nowsze krytyczne rozważania na temat używanych maszyn probierczych wytrzymałościowych jak maszyna typu Amsler-Lafond.

Mając na myśli czy to prymitywny model korytka na stole, czy też inny, więcej precyzyjny, będziemy mówić krótko o torze i podłożu.

Przypuśćmy, że sztywność boczna toru i jego obciążenie pionowe są takie, że pod działaniem sił podłużnych tor nie odstaje od podłoża. Podobnie jak to zauważamy ściskając szereg prosty domin ułożonych katem na stole, przy pewnej wartości siły osiowej tor się wyboczy, przesuwając się w pewnej swej partii poprzecznie po podłożu; pewna ewentualnie nadal w pierwotnej osi pozostała partia przesuwa się przy tym podłużnie.

Przy odpowiednio silnym obciążeniu toru i dostatecznej jego długości oraz dostatecznej szorstkości styku z podłożem możemy uzyskać

to, że wystarczy tylko z jednego końca działać siłą zewnętrzną osiową na tor, aby takie zjawisko wyboczenia wywołać.

Z powodu tarcia wyboczenie to nie ma charakteru zjawiska odwracalnego, przeciwnie jak podstawowy przypadek wyboczenia sprężystego. Wyboczony tor po usunięciu zewnętrznej siły osiowej nie wraca w całości na swoje pierwotne miejsce, ani do swojego prostego kształtu. Pozostaje zakrzywiony, a siły sprężystości tego zakrzywienia uwięzione są na zewnątrz równowagą ze siłami tarcia w płaszczyźnie styku z podłożem. Wstrząsanie pionowe podłożem względnie naciąganie lub drgania toru zmieniają jego zakrzywienie, ale nie usuwają go w zupełności pomimo braku siły osiowej.

Jeżeli tor jest dostatecznie długi i odpowiednio obciążony oraz osiowo ściśnięty, ale pozostaje jeszcze prosty, to możemy lokalnie boczna niewielką siłą lub uderzeniem przesunąć go o pewien skończony kawałek w bok, wywołując w nim krótką i płytką lokalną falę; jeżeli tor był dostatecznie osiowo ściśnięty oraz lokalna falka miała dostateczną strzałkę to może się zdarzyć, że falka ta już po ustaniu nacisku bocznego samorzutnie się zwiększy i wydłuży. Jeżeli dojdzie do spoczynku, a ściskanie osiowe pozostanie, to przez wstrząsanie pionowe (drgania) podłoża (lub toru) możemy uzyskać jeszcze dalsze odsunięcie się boczne i wydłużenie się wzbudzonej i rozwiniętej poprzednio fali aż do pewnych granic. Jeżeli przeciwnie tor był rozciągany osiowo przy tej ostatniej próbie, to opisane wstrząśnienia wywołają skłębienie i spłaszczenie się wzbudzonej fali.

Trudno bardzo ściśniony osiowo tor sfalowany wtłoczyć siłami bocznymi w kształt pierwotny prosty: istniejące sfalowanie wymyka się przy tym, dzieli się lub łączy w miarę usiłowania prostowania.

### 2. Pomiary główne zjawiska.

Można pomierzyć siłę osiową przez umieszczenie wagi albo dynamometru przy miejscu jej zaczepienia.

Można pomierzyć rozkład siły osiowej wzdłuż osi podłużnej toru przez umieszczenie na nim ekstensometrów.

Można zdjąć kształt wyboczony toru, zmierzyć odległość sąsiednich punktów przegięcia („długość półfali”) i strzałkę na tej długości

oraz długość całej fali i jej położenie względem pierwotnej prostej osi oraz największe przemieszczenie grzbietu fali od osi pierwotnej całości. Można zrobić to dla różnych pod 1. opisanych odmian zjawiska.

### 3. Podstawowe dane i pomiary.

Podstawowe pomiary winny dać współczynnik tarcia o podłoże zarówno w kierunku poprzecznym jak i podłużnym toru, obciążenie toru w każdej chwili, jego sztywność boczną zginania ( $EL_z = B$ ), jego sztywność osiową ściskania ( $EF$ ), wpływ obciążenia na sztywność toru.

Zginanie toru obciążonego na podłożu, bez sił osiowych może dodatkowo dać osobno zwiększenie sztywności zginania przez tarcie, przez porównanie ze zginaniem bez tarcia (na eksperymentalnym modelu) i ze zginaniem bez tarcia i bez obciążenia (żwirówki, opilek na modelu).

Nacisk osiowy jednostronny różnych długości torów przy równoczesnym odczytywaniu ekstensometrów podłużnych wyjaśnić winien: rozkład adhezji podłużnej (i tarcia podłużnego) oraz długość i siłę adhezji toru w kierunku podłużnym.

Pomiar siły wybaczającej tor (model eksperymentalny) swobodnie bez tarcia da podstawę porównawczą.

### 4. Szczegółowy pomiar precyzyjny.

Umieszczenie ekstensometrów na bokach „toru” (precyzyjnego modelu eksperymentalnego) oraz dokładny pomiar promieni krzywizny (ewentualnie optyczny, lub aparatami do kontroli mechanicznej soczewek) może dać kontrolny sposób oznaczenia rozkładu sił działających na poszczególne elementa (kawałki) „toru”.

### 5. Spodziewane wyniki eksperymentów.

Sumiennie wykonane doświadczenia wyżej naszkicowane mogłyby dać podstawy do ujęcia teoretycznego zjawisk podstawowych do problemu wymienionego w tytule. Spodziewać się też można wyznaczenia odpowiednich kształtów dla wzorów empirycznych wartościowych dla praktyki. Może one nawet ewentualnie obalać Coulombowską hipotezę tarcia spoczynkowego!?

### 6. Próba elementarnego ujęcia zgrubsza.

Niech  $s_1$  oznacza aktualną długość półfali (odległość sąsiednich punktów przegięcia, między którymi wierzchołek fali się znajduje) mierzona na torze, a  $f$  dotyczącą strzałkę mierzona od cięciwy przez punkty przegięcia prostopadle do wierzchołka półfali, to z dostateczną dokładnością przy podstawowym sprężystym, swobodnym wybozeniu zachodzi związek:

$$(54, V) \quad f = 4 \sqrt{\frac{s_1}{\pi} \sqrt{\frac{B}{P} - \frac{B}{P}}}$$

gdzie  $P$  oznacza siłę osiową nieco większą od Euler'owskiej  $E = \frac{B\pi^2}{s_1^2}$ ; ( $B = EL_z$ ).

Z wzoru powyższego otrzymuje się:

$$(1) \quad P = \frac{4\pi^2 B}{s_1^2} \left[ 1 + \sqrt{1 - \frac{\pi^2 f^2}{4s_1^2}} \right]^{-2}$$

a więc wzór, którym można obliczyć o ile zostały przeciążone słupy faktycznie wybożone do strzałki  $f$ .

Zamiast (1) można z grubszym przybliżeniem dla małych  $f$  w stosunku do  $s_1$  otrzymać:

$$(1') \quad P' = E \left( 1 + \frac{\pi^2 f^2}{4s_1^2} \right), \quad E = \frac{\pi^2 B}{s_1^2}, \quad \text{j. w.,}$$

lub wreszcie rezygnując z wpływu strzałki w całkiem grubym elementarnym przybliżeniu:

$$(1'') \quad P'' = E = \frac{\pi^2 B}{s_1^2}.$$

Jeżeli jednak zwiększamy siłę osiową w rozważanym przypadku już sfalowanego toru na podłożu, to działa tarcie i siła osiowa  $P^*$  musi być większa od  $P_0$  o tyle, o ile potrzeba na przewyższenie tarcia zarówno w kierunku poprzecznym przy zakrzywianiu się toru jak i w kierunku podłużnym przy przesuwaniu się podłużnym elementów toru po podłożu; oznaczmy to pierwsze zwiększenie przez  $P_f$ , a to drugie i ostatnie przez  $P_0$ . Będzie więc przy całkiem grubym elementarnym przybliżeniu:

$$(2) \quad P^* = P_0 + E + P_f.$$

Co do  $P_0$  trudno na razie jakieś bliższe hipotezy wprowadzać; zostawimy więc  $P_0$  jako składnik stały. Aby ocenić  $P_f$  zastąpimy rozważaną półfalę parabolą o strzałce  $f$  styczną do stycznych przegięcia oryginalnej półfali toru i mającą oś na dwusiecznej kąta tych stycznych. Niech  $G = \gamma s$ , oznacza całkowity ciężar rozważanej półfali toru a  $\psi$  współczynnik posuwistego tarcia Coulomb'owskiego poprzecznie do toru, to do przewyższenia tego tarcia potrzebna będzie, z dostatecznym elementarnym przybliżeniem siła osiowa:

$$(3) \quad P_f = \frac{1}{2} G \psi \times \frac{1}{2} \frac{s_1}{f} = \gamma \psi \frac{s_1^2}{4f};$$

która oczywiście musi być skończoną przy skończonej strzałce  $f$ .

(Przy innym wyobrażeniu niż parabola będzie zamiast  $4f$  wchodzić  $nf$ , gdzie  $n$  będzie różne od 4; można uważać, że ta korektura jest już uwzględniona we współczynniku  $\psi$ ).

Wstawiając wartości za  $E$  i  $P_f$  we wzór (2) otrzymuje się:

$$(4) \quad P^* = P_0 + \frac{\pi^2 B}{s_1^2} + \gamma \psi \frac{s_1^2}{4f}.$$

Zjawiska obserwowane na dłuższym kawałku ciężkiej liny leżącej na pokładzie, lub na szeregu prostym domin ułożonych kaniem na stole i wybożonych — jakoteż pewne dociekania M. Smoluchowskiego i zdaje się Rudzkiego odnośnie do sfalowania się warstw skorupy ziemskiej skłaniają, aby w rozważanym tu zjawisku spodziewać się wystąpienia pewnych charakterystycznych długości półfal, poza któ-

<sup>1)</sup> K. F. Vetulani: „W sprawie wybożenia” *Czas. Techn.* 1930.

<sup>2)</sup> Dla wybożenia w płaszczyźnie pionowej na sztywnym podłożu wypada wprost postawić  $\psi = 1$ .

rymi mogą nawet pozostać partie niewybożone. Na podstawie tego oraz przez samo spojrzenie na wzór (4) nasuwa się poszukiwanie takiej charakterystycznej długości półfali  $s_1$ , do której utrzymania będzie potrzeba najmniejszej siły osiowej  $P^*$ . W rzeczy samej otrzymujemy z (4):

$$(5) \quad \frac{dP^*}{d(s_1^2)} = -\frac{\pi^2 B}{s_1^4} + \frac{\gamma \psi}{4f},$$

$$(6) \quad \frac{d^2 P^*}{[d(s_1^2)]^2} = +\frac{2\pi^2 B}{s_1^6} > 0,$$

to jest mamy wyraźne minimum  $P^*$  przy wartości  $s_1^{*2}$ :

$$(7) \quad s_1^{*2} = 2\pi \sqrt{\frac{Bf}{\gamma \psi}}.$$

Jest:

$$(8) \quad \text{minimum } P^* = P_0 + \pi \sqrt{\frac{\gamma \psi B}{f}}$$

i dalej:

$$(9) \quad f = \frac{\pi^2 \gamma \psi B}{\min P^* - P_0},$$

$$(10) \quad s_1^{*2} = 2 \frac{\pi^2 B}{\min P^* - P_0},$$

oraz:

$$(11) \quad \text{minimum } P^* = P_0 + 2E^*,$$

gdzie:

$$E^* = \frac{\pi^2 B}{s_1^{*2}} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{\gamma \psi B}{f}}.$$

Dopiero gdyby się znało dokładniej charakter krzywej półfali i przynależnych wartości  $P$ ,  $f$ ,  $s_1$ ,  $P_f$  i  $P_0$  możnaby się kusić o ustawienie dokładniejszego równania niż (4). W otrzymanych tu elementarnym sposobem wzorach właśnie przez tę elementarność widać zupełnie jasno rolę fizyczną występujących w nich wielkości.

Jeżeli będziemy uważać różnicę minimum  $P^* - P_0$  za siłę doraźnie wybożającą, to według (11) wypada ona dwa razy większa niż Eulerowska dla tego samego  $s_1^*$ , lub też według (10) możemy powiedzieć, że tarcie umocowuje tor w ten sposób, że jego długość wybożona zmniejsza się w stosunku

$$1 : \sqrt{2},$$

to znaczy, że mierząc faktycznie obserwowane  $s_1^*$  i wstawiając we wzór Eulera  $\frac{s_1^*}{\sqrt{2}}$  otrzyma-

my faktycznie pomierzoną siłę doraźnie wybożającą to jest różnicę  $\min P^* - P_0$ . Ze wzrostem strzałki  $f$  ta siła maleje zupełnie przeciwnie niż przy sprężystym wybożeniu swobodnym. Potrzeba skończonej przyczyny, by przewyciężyć opór tarcia. Może nią być ekscentryczność, siła boczna, lub skończone przesunięcie boczne  $f$ . Inaczej według tego ujęcia elementarnego samorzutne wybożenie nie nastąpi! Może wkrótce uda się mniej elementarnie inny rezultat osiągnąć?

### 7. Wzmianka dodatkowa.

Niedawno w *Czasop. Techn.* (Nr 22 z r. 1936) Prof. M. T. Huber w krytycznej pracy o pracy

Dr Inż. Fr. Szelażowskiego p. t. „O wybożeniu spawanych szyn kolejowych na sztywnym podłożu“, (*Czasop. Techn.* z r. 1934) tą sprawę oświetlił. W obu pracach znajduje się wzór mający znak (8), który po pominięciu wyrazów wyższych rzędów względem stosunku  $f : s_1$  można napisać w postaci:

(8a, F. Sz.; M. T. H.; K. F. V.):

$$P_{kr} = \frac{\pi^2 B}{\left(\frac{s_1}{m}\right)^2} + \frac{8\varphi \left(\frac{s_1}{m}\right)^2}{\pi^3 f},$$

gdzie  $m$  jest ilością półfali, na które według odnośnych przypuszczeń (zdaje się niepotrzebnych) dzieli się pręt wybożony,  $\varphi$  zaś tarcie na jednostkę długości. Wzór ten daje jak w problemie Eulera  $P_{kr} \rightarrow m^2 E$  dla  $f \rightarrow \infty$  i zgodnie z twierdzeniem prof. M. T. Huber'a  $P_{kr} \rightarrow +\infty$  dla  $f \rightarrow 0$ . We wzorze tym można bez szkody dla ogólności położyć  $m^2 = 1$ , gdyż występuje tam jedynie kombinacja  $m^2 : s_1^2$  (jak również we wzorze oryginalnym 8); wówczas widać, że wzór ten daje zasadniczo to samo co ostatnie dwa człony prawej strony wzoru (4) i że jeżeli dopuszcza jakieś wyraźniejsze ekstremum dla  $P_{kr}$  to jedynie minimum względem  $s_1^2$  (czy  $s_1^2 : m^2$ ) jako parametru.

Prof. M. T. Huber rozważając tor na sprężystym podłożu (Ü. Stab. ger. lückenlos. Gleise, III. Intern. Schientgg Budapest 1933) o charakterystyce  $C$  otrzymuje wzór (5), który można otrzymać z ostatnio napisanego wstawiając  $C : \pi^2$  zamiast  $8\varphi : \pi^3 f$  w ostatnim członie (także *Inż. Kolej.* 1936 wzór 15' i 36, tamże zamieszczono rysunek sfałowania toru według pomiarów prof. Raab'a w Karlsruhe, jak również z doświadczeń własnych prof. M. T. Huber'a nad belką na sprężystym podłożu). Porówn. także M. T. Huber *Przegl. Techn.* 1934 Nr 12 i 13, Fr. Szelażowski *Czasop. Techn.* 1934 ponad (15) dla wybożenia pionowego na sztywnym podłożu, *Inż. Kolej.* 1935 Nr 10 i 12 wzór (13) i wzór (11) na sprężystym podłożu. Doc. Dr Inż. Alfons Chmielowiec, Wybożenie w sprężystym środowisku *Czasop. Techn.* z r. 1935, wzór (5) (2).

### 8. Ścisłejsze ujęcie elementarne sprawy poziomego wybożenia toru kolejowego.

Porównywując różne ujęcia można zauważyć, że we wzór na  $P$  można włączyć bez kolizji wpływu z różnych hipotez pochodzące.

Uwzględnimy, że część siły „gubi się po drodze“ jak to zauważył w swoich doświadczeniach prof. M. T. Huber. Oznaczmy tą część (12) . . .  $P_{II} = \epsilon P$ , gdzie  $0 < \epsilon < 1$ .

Po zatem uważając za część  $P_{II}$  tylko tą siłę zgubioną, która się nie da wyrazić wyraźnie przez tarcie podłużne, a raczej tą, która pochodzi od adhezji podłużnej czy też sprężystego podłużnego oporu, wprowadzimy jeszcze wpływ tarcia podłużnego o współczynniku Coulomb'owskim  $\psi_1$  działającej na partii toru o długości  $\Theta s_1$ , gdzie  $\Theta$  oznacza stosunek tej

części do całego  $s_1$ . Jeżeli  $\gamma$  jak poprzednio oznacza ciężar jednostkowy toru, to przyczynek do siły nadanej  $P$  stąd pochodzący będzie:

$$(13) \quad P_{\psi_1} = \Theta \psi_1 \gamma s_1.$$

Dalej mamy siłę od wyboczenia sprężystego, wzrastającą wyraźnie w zależności od strzałki wyboczenia. Nie chcąc zbyt komplikować ostatecznych rachunków wprowadzimy wzór (1) ustępu 6, oparty na wzorze (54 V.) z uwzględnieniem przez wprowadzenie współczynnika  $\alpha$ , że kształt wyboczonej osi w rozważanych warunkach nie jest taki jak przy swobodnym wyboczeniu sprężystym. Stąd będziemy mieć:

$$(14) \quad P_{II} = E \left( 1 + \frac{\pi^2 f^2}{\alpha s_1^2} \right) = \frac{\pi^2 B}{s_1^2} + \frac{\pi^4 B}{\alpha s_1^4} f^2.$$

Dalej ze względu na nieznaną postać krzywej wprowadzimy współczynnik  $\beta$  we wyrażeniu na część siły nadanej, potrzebną do przewyciężenia tarcia poprzecznego o współczynniku Coulomb'owskim  $\psi$ . Będzie więc:

$$(15) \quad P_{\psi} = \frac{\gamma \psi}{\beta f} s_1^2.$$

Wreszcie możemy włączyć także wpływ sprężystego bocznego oporu podłoża o charakterystyce  $C_2$ ; tym samym elementarnym rozumowaniem co (15) otrzymamy przy wyobrażeniu krzywej wyboczenia jako paraboli wypadkową oporu sprężystego w postaci  $\frac{2}{3} f^2 C_2$ , więc część siły nadanej potrzebnej do przewyciężenia sprężystego poprzecznego oporu w postaci:

$$(16) \quad P_C = \frac{C_2}{\delta} s_1^2.$$

(Współczynnik  $\delta$  wypadku u prof. M. T. Hubera, doc. Dr A. Chmielowca i Dr F. Szelałgowskiego równy  $\pi^2$ . W innym wzorze Fr. Szelałgowskiego *Inż. Kol.* 1935 Nr 10, wzór 11, mamy  $\frac{4}{3} \pi^2$ ).

Więc ostatecznie ogólnie mamy:

$$P = P_{II} + P_{\psi_1} + P_r + P_{\psi} + P_C,$$

albo w szczególności:

$$(17) \quad (1-\varepsilon)P = \Theta \gamma \psi_1 s_1 + \frac{\pi^2 B}{s_1^2} + \frac{C_2}{\delta} s_1^2 + \frac{\pi^4 B f^2}{\alpha s_1^4} + \gamma \psi \frac{s_1^2}{\beta f}.$$

Szukajmy teraz takiego kształtu ogólnego ( $s_1^*$ ,  $f^*$ ) toru wyboczonego, do którego utrzymania będzie potrzeba najmniejszej siły nadanej  $P$ , którą to wartość oznaczmy  $\min_{s_1, f} P$ .

Z warunku  $\frac{\partial P}{\partial f} = 0$  mamy:

$$(18) \quad \frac{2\pi^4 B f^2}{\alpha s_1^4} - \frac{\gamma \psi s_1^2}{\beta f^2} = 0,$$

więc:

$$(19) \quad f^* = s_1^{*2} \sqrt[3]{\frac{\alpha \gamma \psi}{2\pi^4 \beta B}}.$$

Z warunku  $\frac{\partial P}{\partial s_1} = 0$  otrzymamy po wstawieniu za  $f$  wartości (19) na  $s_1^*$  równanie:

$$(20) \quad \Theta \gamma \psi_1 s_1^{*3} + 2 \frac{C_2}{\delta} s_1^{*4} = 2\pi^2 B.$$

Równanie (20) przy dodatnich współczynnikach (dodatnim!  $\psi_1$ ) daje zawsze tylko jedną jedyną wartość na  $s_1^*$ .

Oznaczając:

$$(21) \quad s_{\psi_1} = \sqrt[3]{\frac{2\pi^2 B}{\Theta \gamma \psi_1}},$$

$$(22) \quad s_{C_2} = \sqrt[4]{\frac{\pi^2 \delta B}{C_2}},$$

możemy równanie (20) napisać we wygodniejszej do szczegółowych rachunków postaci:

$$(23) \quad \left( \frac{s_1^*}{s_{\psi_1}} \right)^3 + \left( \frac{s_1^*}{s_{C_2}} \right)^4 = 1.$$

Wzór (21) daje wartość na  $s_1^*$  pod założeniem, że opór sprężysty boczny  $C_2$  podłoża nie istnieje; uwzględnia tylko tarcie podłużne. Wzór (22) daje wartość na  $s_1^*$  pod założeniem oporu sprężystego bocznego od podłoża a z pominięciem wpływu tarcia podłużnego  $\psi_1$ . Wzór (22) ma tę samą budowę co wzór, jakiego użył prof. M. T. Huber przy dyskusji swoich doświadczeń; różnica polega na tem, że we wzorze użytym przez prof. M. T. Hubera  $\delta$  ma sztywną wartość  $\pi^2$  pochodzącą stąd, że z góry przyjęto do wywodów matematycznych sinusowy kształt krzywej wyboczenia, co nie zachodzi w rzeczywistości, jak to widać z rysunków pracy prof. M. T. Hubera z doświadczeń jego własnych jako też tym bardziej z doświadczeń prof. Raab'a na torze rzeczywistym. Wątpliwym się wydaje według tych doświadczeń, aby zgodność można było uzyskać na ogół przez samo  $\delta$  we wzorze (22); raczej wypadnie liczyć równaniem (23). Wówczas wypadnie  $s_1^*$  mniejsze, tak jak wskazują doświadczenia prof. M. T. Hubera.

Wstawiając wartość (21) na  $s_1^*$  we wzór (19) otrzymujemy wartość strzałki  $f_{\psi_1, \psi}$  dla działania tarcia podłużnego i poprzecznego, a z pominięciem oddziaływania sprężystego  $C_2$ . Mamy:

$$(24) \quad f_{\psi_1, \psi} = \sqrt[3]{\frac{2\alpha \psi B}{\beta \Theta^2 \psi_1^2 \gamma}},$$

oraz:

$$(25) \quad \frac{f_{\psi_1, \psi}}{s_{\psi_1}} = \sqrt[3]{\frac{\alpha \psi}{\beta \Theta \psi_1 \pi^2}}.$$

Wzory (26) na  $f_{\psi C_2}$  oraz (27) na  $f_{\psi C_1} : s_{C_2}$  nie uwzględniające tarcia podłużnego  $\psi_1$ , lecz uwzględniające natomiast równocześnie i tarcie boczne i opór sprężysty boczny, z powodów drukarskich pozostawiam do wyprowadzenia zainteresowanemu czytelnikowi.

Obliczając ogólnie z równania (23) względnie (20)  $s_1^*$  i wstawiając tę wartość we wzór (19) otrzymamy wartość na  $f^*$  we funkcji stałych charakterystycznych problemu, to jest:

$$(28) \quad f^* = f^*(\alpha, \beta, \delta, \Theta, \psi, \psi_1, \gamma, C_2, B)$$

i obliczyć możemy charakterystykę geometryczną wyboczenia  $\omega^*$ :

$$(29) \quad \omega^* = \frac{f^*}{s_1^*},$$

aby ją zestawić z doświadczeniami.

Wstawiając wzór (17) za  $s_1$  i  $f$  wartości  $s_1^*$  i  $f^*$  otrzymamy  $\min_{f, s_1} P^3$ .

Patrząc na rysunek 11 pracy prof. M. T. Hubera (*Inż. Kol.* Nr 3 1936) pokazujący sfalowanie z doświadczeń Raab'a z Karlsruhe na torze rzeczywistym 45 m długim, widzimy tam 3 wyraźne półfale, jedną długości prawie 6 m ze strzałką około 5.3 cm, drugą długości przeszło 7 m ze strzałką 14.2 cm, trzecią na końcu ze strzałką około 3.3 cm o długości niewyraźnej zdaje się zwiększającej się z około 6 m na około 8.5 m. Od przeciwnego końca jest sfalowanie bardzo słabe, wydłużone na przestrzeni około 24 metrów. Można na podstawie tego oraz powyżej otrzymanych wzorów wypowiedzieć przypuszczenie, że nieregularności sfalowania w du-

<sup>3)</sup> Niewzględniając sprężystego bocznego oporu  $C_2$ , a tylko tarcia  $\psi$  i  $\psi_1$  można otrzymać wzór na  $\min_{f, s_1} P$  w zgrabnej postaci:

$$(30) \dots (1-\varepsilon) \text{minimum}_{s_1, f} P_{\psi_1, \psi} = \\ = \frac{3}{2} \sqrt[3]{2\pi^2 \gamma^3 B} \times \left\{ \sqrt[3]{\frac{\pi^3 \psi^3}{\alpha \beta^2}} + \sqrt[3]{\theta^2 \psi_1^3} \right\}.$$

Prof. Dr M. T. HUBER  
(WARSZAWA)

## W sprawie odpowiedzi na krytykę dwu prac o wyboczeniu spawanych szyn kolejowych.

Moje uwagi krytyczne o dwu pracach Inż. Dra F. Szelałowskiego, ogłoszone w Nrze 22 „Czasopisma Techn.” z r. 1936, wywołały odpowiedź Autora w Nrze 1 z r. b. Odpowiedź ta usiłuje wykazać bądź to niesłuszność, bądź też przesadę moich zarzutów naukowych. Jak już zaznaczyłem w moim liście poprzednim, nie mogę cofnąć ani jednego z zarzutów podstawowych. P. Dr. Szelałowski unika w swojej odpowiedzi jedyne go sposobu, któryby mógł być skutecznym, t. j. udowodnienia, że moja teza jest niesłuszna, gdyż w takim przypadku Jego wynik stałby się co najmniej prawdopodobnym.

Teza sformułowana w tekście mojej pracy, ogłoszonej w Nrze 3 „Inżyniera Kolejowego” z r. 1936 powiada, że z zastosowania kryterium energetycznego (czyli metody Bryan'a i Timoszenki) do znalezienia wartości krytycznej  $P_{kr}$  siły ściskającej podłużnie ciężki pręt (nieograniczenie sprężysty) spoczywający na poziomym sztywnym podłożu, przy założeniu reakcyj tarcia Coulomb'a na oś pręta sprzeciwiających się przesunięciom poziomym, musi wynikać  $P_{kr} \rightarrow \infty$ .

P. Dr. Szelałowski wychodząc również z tej samej metody oblicza skończoną wartość  $P_{kr}$ .

Otóż jest rzeczą jasną, że jeżeli jeden z powyższych wyników jest matematycznie słuszny, to drugi musi być błędny. Skoro więc p. Dr. Szelałowski twierdzi, że Jego wynik ma wartość techniczno-naukową, której odmówiłem w sposób stanowczy, to winien przede wszystkim wykazać, że moja teza jest błędna. Pozwalam sobie przypuścić, że to jest przedsięwzięcie

żej mierze można przypisać nierównomierności w rozkładzie czy to sprężystego oporu bocznego  $C_2$ , czy też w jeszcze większej może mierze nierównomiernością w rozkładzie tarć, podłużnego  $\psi_1$  i poprzecznego  $\psi$ . Na to by wskazywał też obraz doświadczeń prof. M. T. Hubera o wiele regularniejszy niż u prof. Raab'a,

Według otrzymanych tu wzorów widać, że pomiary geometryczne kształtu wyboczenia będą mogły też wyświetlić rozkład występujących oporów. Wspomniane w poprzednich ustępach pomiary ekstensometrami powinny dać dalszą kontrolę. Oprócz tego przy skończonych przesunięciach bocznych stan śladu przesunięć może zgrubsza wyświetlić, gdzie i w jakiej mierze działało tarcie; do tego celu płaszczyznę przesuwu można posypać odpowiednim proszkiem.

Dla wyboczenia pionowego należałoby uwzględnić dźwiganie się półfali z podłoża. Można to podobnie elementarnie zrobić.

Kraków, 9. grudnia 1936 r.

beznadziejne i może dlatego nasz Autor chwycił się różnych sposobów polemiki szczegółowej, przenosząc ją na platformę odmiennych poglądów na pojęcie siły krytycznej i powołując się na autorytety w sprawach mających luźny związek z naszym zagadnieniem.

Wobec tego winienem zaznaczyć, że wywody odpowiedzi p. Dra Szelałowskiego zniszczyły resztki mojej nadziei naprowadzenia Jego myśli naukowej na normalne tory. Ustępy zaś końcowe na temat moich „zarzutów natury czysto osobistej” oświetliły jaskrawo psychologię obrony.

Dlatego muszę raz jeszcze przedstawić tło sprawy.

Moją pracę teoretyczno-doświadczalną nad zagadnieniem wyboczenia prostego toru kolejowego, przeznaczoną na Kongres szynowy w Budapeszcie (i ogłoszoną po niemiecku w księdze kongresowej) zreferowałem w Warsz. Tow. Politechnicznym w dniu 12 czerwca 1935 r., uzasadniając po pierwsze tezę powyżej wypowiedzianą, a po wtóre wykazując, że tylko założenie podłoża sprężystości podatnego prowadzi do skończonej wartości

$$(1) \dots P_{kr} = 2 \sqrt{C \cdot EI}.$$

Wzór ten wyprowadziłem w inny sposób, niż kilku poprzednich autorów. Tutaj oznacza  $C$  moduł sprężystej podatności podłoża, zaś  $EI$  sztywność zginania pręta. W przypadku podłoża doskonale sztywnego  $C \rightarrow \infty$ , a więc i  $P_{kr} \rightarrow \infty$ , zgodnie z tezą pierwszą.

W polskim tekście mojej pracy, ogłoszonym w Nrze 3 „Inż. Kolejowego“ z r. 1936 zaznaczyłem wyraźnie, że wzór (1) jest od dawna znany.

W wymienionym na wstępie artykule krytycznym stwierdziłem ukazanie się potym drugiej pracy p. Dra Szelałowskiego, stosującej metodę analogiczną przy tendencyjnym przemilczeniu mego referatu (którego wysłuchał zabrawszy nawet głos w dyskusji) i wykazałem niektóre błędy tej pracy, dostrzeżone najpierw przez asystenta mojej katedry p. inż. Z. Gubrynowicza.

W swojej obronie p. Dr Szelałowski przemilcza datę wygłoszenia mego referatu, zaznaczając za to, że Jego artykuł był zgłoszony w redakcji „Inż. Kolejowego“ 25 czerwca 1935, podczas gdy mój 21 października 1935, a dalej pisze:

„Nie wspomniałem o referacie p. prof. Hubera, gdyż nie odpowiadał on memu stanowisku w powyższej sprawie“ (podkreślenia podpisanego), „przy czym muszę stwierdzić, że wyprowadzony przez p. prof. H. wzór... jest identyczny z wzorem, jaki został wyprowadzony przez Czopowskiego w Statyce analitycznej z r. 1933“.

Mamy tutaj do czynienia ze słabo maskowaną insynuacją, obliczoną na czytelnika, który nie przeczytał starannie tekstu mojej pracy. Redakcja i czytelnicy wysnują jednakże stosowne wnioski z przedstawienia powyższego, które odzwierciedla obiektywnie tło sprawy.

Przejdźmy teraz do „stanowiska“ p. Dra Szelałowskiego, podanego „do wiadomości ogółu czytelników“ Jego odpowiedzi.

Nasz Autor zaleca wykonać łatwe doświadczenie z prostym pasemkiem cienkiej blachy, ustawionym długim brzegiem na poziomym stole. Tutaj zachodzi tarcie między dolnym brzegiem tego „pręta“ a stołem i Autor przewidyje z tryumfem, że przy wywarciu nacisku poziomego na siłę pręt się wyboczy przy pewnej wartości siły, a strzałka tego wyboczenia będzie po tym rosła ze wzrostem siły. Oczywiście tak będzie, ale ten model nie przedstawia czegoś podobnego do pręta rozważań teoretycznych, lecz raczej płytę prostokątną o górnej krawędzi swobodnej; nie więc dziwnego, że jej wyboczenie da się uzasadnić teoretycznie i stwierdzić doświadczalnie. Kto wykonywał laboratoryjne badania nad wyboczeniem, wie bardzo dobrze, jak trudno jest zbliżyć się do wyidealizowanych warunków schematu teoretycznego, aby wynik odpowiadał w przybliżeniu przewidywaniom teorii. Teoretyczny schemat rachunku opartego na zasadach mechaniki operuje modelem abstrakcyjnym, który w zagadnieniu wyboczenia jest zwykle tylko grubym przybliżeniem fizycznej rzeczywistości. Dlatego wypada uznać za przyrodniczo błędne to „stanowisko“ p. Dra Szelałowskiego, które Mu poddyktowało następujące zdanie obrony wypowiedziane tonem głębokiego przekonania (na str. 12 „Czasop. Technicznego“):

„Z góry można powiedzieć, że tego rodzaju rozwiązanie“ (t. j. znalezienie skończonej war-

tości  $P_{kr}$ ) „musi mieć miejsce, skoro w świecie fizycznym ma miejsce, a wszelkie przecież wzory matematyczne są niczym innym, jak tylko matematycznym odzwierciedleniem zjawisk zachodzących w naturze“ (?!).

W mojej krytyce starałem się dość szczegółowo wyjaśnić, gdzie tkwią błędy wywodów teoretycznych p. Dra Szelałowskiego. Jednakże sposób Jego obrony dowodzi, że mylnie zrozumiał znaczenie niektórych zarzutów. Tak np. niepotrzebnie trudził się udowodnieniem, że

$$\delta U = \frac{\partial U}{\partial B_m} \delta B_m = 0,$$

bo nie kwestionowałem wyniku różniczkowania, tylko zaprotestowałem i nadal protestuję przeciw zaliczaniu pracy sił tarcia do energii potencjalnej układu mechanicznego, z każdego bowiem kursu mechaniki teoretycznej wiadomo, że pojęcie energii potencjalnej nie obejmuje pracy sił tarcia.

Broniąc się, p. Dr Szelałowski pisze (str. 13), że moja odnośna „uwaga jest sprzeczna z pracami Poincaré'go, Thomsona i Tait'a oraz Appell'a. Z prac tych wynika bowiem (Appell. *Traité de Méc. rationelle*, T. IV, 1921, § 93, str. 250), że jeżeli dany układ oprócz sił posiadających potencjał działają również i siły tarcia, to te ostatnie w niczym nie zmieniają warunków równowagi tego układu“.

Otóż tego rodzaju szumnie brzmiąca argumentacja rzuca dziwne światło na Autora, jako pracownika naukowego w dziedzinie zagadnień mechaniki technicznej. Można ją wytłumaczyć albo jako przysłowiowe rzucanie piaskiem w oczy, albo też jako zapoznanie fundamentalnej różnicy między zagadnieniami równowagi ciał stałych z tarciami, a równowagi płynów z tarciami wewnętrznymi. W zadaniach hydrostatyki traktowanych przez przytoczonych uczonych tarcie nie gra istotnie roli, jak to wiadomo z całkiem elementarnych kursów hydrodynamiki, natomiast tarcie między ciałami stałymi (według klasycznego prawidła Coulomb'a) zmienia kardynalnie stan równowagi. Pojawienie się tarcia zamienia wogóle przypadki równowagi niestałej na równowagę stałą. Np. ciężki pręt sztywny oparty końcami na płaskich ścianach tworzących poziomą rynnę może jak wiadomo zająć tylko położenie równowagi niestałej, jeżeli nie ma tarcia. Natomiast równowaga tego pręta w tym samym położeniu jest stałą, gdy zachodzi tarcie. Łatwo się o tym przekonać obliczając pracę potrzebną do małego przesunięcia pręta z położenia równowagi. Praca ta jest równa pracy tarcia minus znacznie mniejsza od niej praca ciężaru pręta; jest zatem dodatnia i to bez względu na kierunki przesunięcia.

Podobnie ma się rzecz z ciężkim prętem sprężystym leżącym na podłożu sztywnym i ścisłym podłużnie siłami  $P$ . Bez tarcia jest równowaga prostej postaci pręta stałą przy wszelkich wartościach  $P < P_E$  (wartości Eulerowskiej), zaś niestałą przy wartościach  $P \equiv P_E$ .

Z tarcie równowaga prostej postaci pozostaje stałą przy wszelkich dowolnie wielkich wartościach  $P$ , czyli żadna skończona wartość  $P$  nie jest wartością krytyczną, t. j. nie wywołuje niebezpieczeństwa wybożenia. (Mowa tu oczywiście o schemacie teoretycznym mniej lub więcej zbliżonym do fizykalnego).

Sprawa się zmienia, gdy założymy początkowe zakrzywienie osi pręta lub mimośrodkowe działanie sił ściskających. Wtedy można oczywiście znaleźć skończoną wartość siły, której przekroczenie wygina pręt do nowej postaci równowagi. Ale to jest zwykłe zagadnienie statyczne.

Wywody obrony p. Dra Szelągowskiego zawierają — jak sądzę — jedną rzecz cenną, gdyż pozwalają zorientować się, jakimi drogami szła myśl naszego Autora, ażeby dojść do koncepcji rozwiniętej w Jego pierwszej pracy. Teraz dopiero odżyły w mojej pamięci wspomnienia dawnych sporów w miłych pogadankach koleżeńskich ze ś. p. St. Bełzeckim, jednym z nielicznych naszych znawców teorii sprężystości, którego zasługi naukowe podniosłem w nekrologu opracowanym razem z prof. A. Pszenickim (Rocznik Warsz. Tow. Naukowego. 1932). Otóż Achillesową piętą niektórych prac Bełzeckiego była właśnie pewna koncepcja wybożenia nawiązująca do znanych ogólnych rozważań Poincaré'go na temat stałości równowagi. Do pewnych wniosków z tej koncepcji ustosunkował się krytycznie i zupełnie słusznie prof. L. Karasiński (na łamach „Przeglądu Techn.“, daty niestety nie pamiętam) oraz ś. p. prof. H. Czopowski (w rozmowach ze mną). Szacunek dla zasłużonego sędziwego badacza powstrzymał mnie wówczas od rozstrząsania kwestii publicznie, zwłaszcza, że ś. p. prof. Miller zawiadomił mnie listownie o pracy nad artykułem mającym oświetlić należycie przedmiot niefortunnnych sporów ówczesnych. Choć i tedy p. Dr Szelągowski nie powołuje się na swego zmarłego mistrza, to jednak idzie najwidoczniej za biegiem Jego myśli. Prof. Bełzecki wskazywał w dyskusjach ze mną podobnie na doświadczenie, ale z paskiem sprężystym, leżącym płasko na stole i dającym się wygiąć w górę siłami ściskającymi, jak to wyjaśniłem powyżej, tylko dzięki odchyłkom rzeczywistości od uproszczonego modelu teoretycznego. Wykonywując takie doświadczenie (np. z bardzo wiotką a sprężystą wstęgą stalową) nie trudno dostrzec, że siły poziome  $P$  mogą ją utrzymywać w równowadze stałej przy strzałce dostatecznie wielkiej; przy zmniejszeniu  $P$  wytwarza się nowy stan równowagi stałej o mniejszej strzałce, aż dojdziemy do pewnej wartości granicznej  $P_{gr}$  (Bełzecki nazywał ją krytyczną), przy której równowaga staje się niestałą. Wtedy najmniejsze obniżenie siły ściskającej powoduje szybkie przejście do prostej postaci równowagi, która jest znowu postacią równowagi stałej. Ale wszystko to odnosi się do toku doświadczenia przy strzałkach malejących. W klasycznym zagadnieniu wybożenia pręta prostego idzie o zbadanie granicy siły ściskającej, przy jej wzroście, poza któ-

rá prosta postać równowagi przestaje być stałą. Tę granicę nazywają powszechnie wartością krytyczną (siłą wybożającą). W naszym przypadku wynika z kryterium energetycznego niezbiecie, że nie ma skończonej wartości teoretycznej  $P_{kr}$ . Nie znaczy to oczywiście, aby jej nie mogło być w doświadczeniu rzeczywistym wskutek ograniczonej sprężystości i wytrzymałości wszelkich materiałów przyrody, ale to  $P_{kr}$  nie ma nie wspólnego z wartością teoretyczną, którą powyżej oznaczyłem przez  $P_{gr}$  (graniczne), a którą p. Dr Szelągowski nazywa za Bełzeckim wartością krytyczną. Sprawa nazwy jest tylko na pozór sprawą drobnej wagi, gdyż może prowadzić do fatalnych nieporozumień.

W mojej krytyce poprzedniej nie występowałem przeto przeciw obliczeniom teoretycznym drugiej części pracy p. Dr Sz. poświęconej wybożeniu w płaszczyźnie pionowej, a raczej przybliżonemu obliczeniu  $P_{gr}$ , jednakże stwierdzić muszę powtórnie, że i to obliczenie nie może mieć znaczenia technicznego w odniesieniu do toru kolejowego. Wykazałem to szczegółowo w artykule umieszczonym w Nrze 23 „Przeglądu Techn.“ z r. 1936, z którego powtórzę poniżej rzeczy najważniejsze. Chodzi głównie o deficyt w bilansie energetycznym zjawiska, które p. Dr Szelągowski wyobraził sobie w sposób następujący:

Gdy rozpatrywany pręt (np. odcinek toru kolejowego) ściskamy podłużnie siłami  $> P_{gr}$ , to wystarczy niewielkie szarpnięcie, aby się wygiął nagle i przybrał postać równowagi ze strzałką odpowiadającą obranej wartości sił. Zupełnie słusznie: idzie tylko o to, skąd wziąć to szarpnięcie, czyli skąd zaczerpnąć pracę potrzebną do zgięcia pręta i podniesienia jego części wbrew sile ciężkości. Mógłby ktoś odpowiedzieć na to, że bodaj częściowo z energii sprężystości ściskania pręta. Dobrze! Zabierzmy się do obliczenia orientacyjnego na przykładzie wziętym z kolejnictwa, dla którego przecież teoria tarcia jest przeznaczona.

Rozpatrzmy falę wybrzuszenia toru, o długości  $2z = 10 m$ , a wysokości  $f = 1 m$  i obliczmy nadwyżkę jej energii potencjalnej wywołaną zgięciem i podniesieniem. Ciężar własny szyn wraz z podkładami normalnego toru P. K. P. wynosi jak wiadomo 160 do 200  $kg/m$ , a więc praca potrzebna do podniesienia środka ciężkości naszego odcinka o  $\frac{1}{2}f = 0,5 m$  jest równa ok. 800 do 1000  $kg/m$ . Energia zginania da się obliczyć w przybliżeniu przy założeniu, że wygięcie ma postać jednej fali sinusoidy według znanego wzoru:

$$L_{zg} = \frac{\pi^4 E I f^2}{(2z)^3}$$

Wstawiawszy wartość momentu bezwładności przekroju szyn  $J = 3200 cm^4$  i  $E = 2,1 \cdot 10^6 kg/m^2$  otrzymamy

$$L_{gr} = \frac{97,4 \cdot 2,1 \cdot 10^6 \cdot 3200 \cdot 50^2}{1000^3} = 1630000 kgcm = 16300 kgm,$$

a zatem 16 do 20 razy więcej od pracy siły ciężkości. Razem ok. 17.000 kg/m.

Obliczmy jeszcze energię ściskania prostego odcinka toru długości 10 m i o przekroju obu szyn 117 cm<sup>2</sup> przy naprężeniu

$$\sigma = 2000 \text{ kg/cm}^2, \text{ a więc bardzo znacznym.}$$

$$L_{\text{ścis}} = \frac{1}{2} \frac{\sigma^2}{E} 117 \cdot 1000 = \frac{2 \cdot 10^6}{2 \cdot 2,1 \cdot 10^6} \cdot 117000 =$$

$$= \sim 56000 \text{ kgcm} = 560 \text{ kgm.}$$

Jest to ok. 330 razy mniej, niż potrzeba do realizowania wybruszenia, a przecież przy wygięciu wyzwala się tylko część energii ściskania, gdyż siła ściskająca nie spada do zera. Zdaje mi się, że te proste rozważania przekonają każdego inżyniera kolejowego o bezwartościowości obliczania  $P_{gr}$  dla oceny niebezpieczeństwa wygięcia w górę nawierzchni pod wpływem naprężeń cieplnych.

Widzimy teraz jasno o co rozbija się złudna koncepcja spożytkowana w pierwszej pracy p. Dra Szelańskiego. Teoria wyboczenia toru kolejowego pod wpływem ogrzania ma widoki powodzenia tylko wtedy gdy uwzględni sprężystość podłoża.

Na zakończenie mojego poprzedniego artykułu krytycznego kreśliłem garść uwag ogólnych pod adresem wszystkich chętnych do pracy badawczej na polu nauk technicznych, wskazując na konieczność koordynacji formalnego wykształcenia matematycznego z przyrodniczo-laboratoryjnym. Zazaczyłem przy tym, że od lat kilkunastu walczę „z importowaną przez Rosję do nas modą szkoły francuskiej“ obierania np. tematów do prac doktorskich pod kątem zademonstrowania bogactwa środków matematycz-

nych przy zepchnięciu często na drugi plan interpretacji fizycznej i pracy laboratoryjnej.

Z przykrością stwierdzam, że uwaga ta dała w wyniki przeze mnie nieoczekiwane i nie odpowiadające moim szczerym intencjom. Najniepotrzebniej czuli się nią dotknięci koledzy tutejsi, którzy przed tym studiowali i pracowali w Rosji. A tymczasem mając dla nich (dzięki mojej znajomości nauki rosyjskiej nabytej w czasie wojny światowej) wysoki szacunek oraz uznanie i współpracując blisko a życzliwie z niektórymi z nich, nie mogłem zamykać oczu na słabość wspomnianego już zmarłego profesora, którą było właśnie szukanie nie tyle tematów interesujących technicznie (jest ich tak wiele!) ile dających pole do popisu przy pokonywaniu trudności matematycznych. Jego to miałem na myśli przy całym zresztą uznaniu dla poważnego i wielostronnego znawstwa matematycznej teorii sprężystości. On był, o czym nie wątpię, inspiratorem tematów obieranych przez Dra Szelańskiego, który, rzecz dziwna, wziął moją uwagę do siebie i zastrzegł się, że pochodzi z Polski i studia ukończył w szkołach polskich.

Zaznaczyć muszę wreszcie, że moje uprzedzenie do szkoły „francuskiej“ w przeciwieństwie do „angielskiej“ nie ma bynajmniej podłoża ogólnego. Walory piśmiennictwa matematycznego francuskiego są cenione w całym świecie i ani mi się śniło je obniżać. Cel i znaczenie moich uwag w artykule poprzednim były uwydatnione dość wyraźnie dla tych, którzy się interesują polskim dorobkiem techniczno-naukowym doby bieżącej.

Warszawa, 20 stycznia 1937.

Dr Inż. WACŁAW OLSZAK  
(KATOWICE)

## Pierścienie i rury o wyrównanych naprężeniach obwodowych

Studium nad usprawnieniem konstrukcji grubościennych.

(Ciąg dalszy).

Jeżeli konstrukcja usprawniona dla pewnego ciśnienia wewnętrznego  $p$  oraz przepisane go z góry naprężenia dopuszczalnego  $k_i$  wymaga grubości ścianki

$$\alpha'' = \frac{k_i}{k_i - p} \text{ czyli } \delta'' = -\frac{p}{k_i - p}, \quad (24)$$

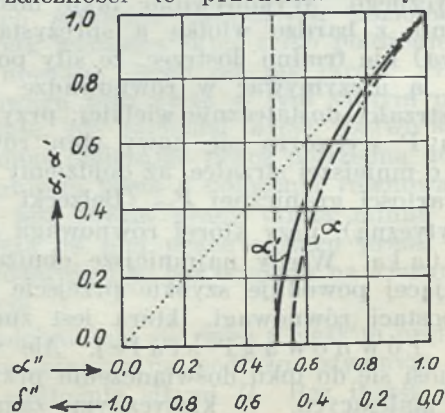
obliczonych z pierwszego z równań (22), to konstrukcje wykonane na sposób dotychczas praktykowany wymagać będą

$$\alpha' = \sqrt{\frac{k_i - p}{k_i + p}} = \sqrt{2\alpha'' - 1} \quad (25)$$

dla przypadku izotropii, albo też

$$\alpha = \begin{cases} \sqrt{\frac{2s \sqrt{k_i - sp}}{k_i + sp}} = \sqrt{\frac{2s \sqrt{\alpha'' - s(1 - \alpha'')}}{\alpha'' + s(1 - \alpha'')}} & (26a) \\ \sqrt{\frac{2t \sqrt{k_i - tp}}{k_i + tp}} = \sqrt{\frac{2t \sqrt{\alpha'' - t(1 - \alpha'')}}{\alpha'' + t(1 - \alpha'')}} & (26b) \end{cases}$$

dla przypadku ortotropii biegunowej, względnie cylindrycznej, jak wynika to z równań (22). Liczbowo wynik (25) ujęty jest w tabeli II, zaś ryc. 3 zależności te przedstawia wykresnie,



Ryc. 3.  
Charakterystyki  $\alpha'$  oraz  $\alpha$ .

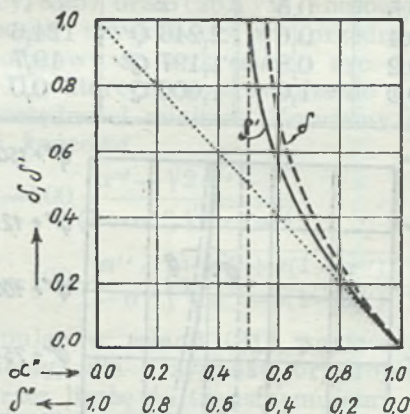


przy czym linia pełna uzmysławia przebieg funkcji (25), natomiast kreskowana jedną z możliwości (26) (których ściślejsze ustalenie zależy jest od wartości  $s$  względnie  $t$ , a zatem od mocy  $\mathcal{Q}$  zbrojenia obwodowego). Widzimy, że wartości  $\alpha'$  oraz  $\alpha$  maleją znacznie szybciej, aniżeli wartości  $\alpha''$ , co oznacza, że konstrukcje dotychczasowe, potocznego wykonania, muszą być zawsze dużo bardziej grubościennie od ulepszonych.

Tabela II.

$\delta''$	$\alpha''$	$\delta'$	$\alpha'$
1,0	0,0	.	.
0,8	0,2	.	.
0,6	0,4	.	.
0,5	0,5	1,000	0,000
0,4	0,6	0,554	0,446
0,2	0,8	0,226	0,774
0,0	1,0	0,000	1,000

Wyraźniej jeszcze wynika to z wykresu 4, gdzie porównano nie liczby  $\alpha''$  oraz  $\alpha'$  i  $\alpha$  (a więc stosunki promieni wewnętrznego do zewnętrznego), lecz bezpośrednio konieczne miary grubości  $\delta''$  oraz  $\delta'$  i  $\delta$ . Podczas gdy  $\delta''$  w ustroju ulepszonym przybiera wartości od 0 do 0,5, grubość  $\delta'$  źle wykorzystanej konstrukcji izotropowej wzrasta gwałtownie od 0 do ostatecznej granicznej wartości 1 (por. też tabelę II), uzmysławiającej ów krańcowy ustrój, dla którego promień zewnętrzny jest już nieskończenie razy większym od wewnętrznego ( $\alpha'=0$ ). A więc, innymi słowy, podczas gdy w konstrukcji ulepszonej przebiegliśmy zaledwie połowę stojącej nam do dyspozycji skali w doborze grubości ścianki, w potocznej konstrukcji izotropowej stanęliśmy już u kresu wszelkich możliwości.



Ryc. 4.

Grubościenności  $\delta'$  oraz  $\delta$ .

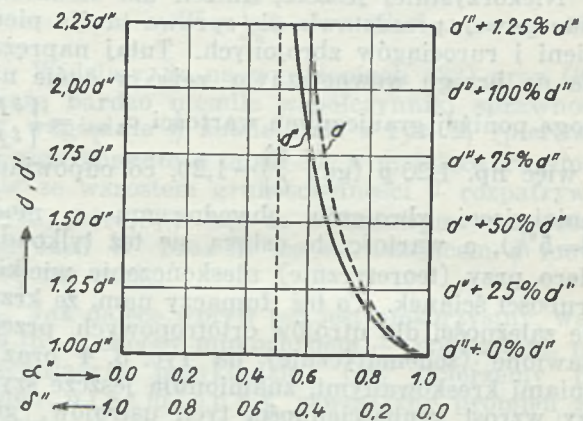
Gorzej jeszcze wypada porównanie dla konstrukcji ortotropowych dotychczasowego wykonania, jak wynika to z linii kreskowanych na ryc. 3 oraz 4, które zresztą nie wymagają już bliższych objaśnień. Przekątnie wykropkowane na ryc. 3 oraz 4 stanowią ową granicę, od któ-

rej mierzy się uzyskana oszczędność w wartościach  $\alpha''$  względnie  $\delta''$  w porównaniu do  $\alpha'$  i  $\alpha$ , względnie  $\delta'$  i  $\delta$ .

Tabela II oraz wykresy z ryc. 3 i 4, mimo iż ściśle poprawne, nie oddają jednak zachodzących tu zależności z dostateczną jasnością, a to z tej prostej przyczyny, że w wartościach  $\delta'$  oraz  $\delta$  (względnie  $\alpha'$  oraz  $\alpha$ ) tkwi — zwiększony obecnie w stosunku do  $b''$  — promień zewnętrzny  $b'$  względnie  $b$ . Toteż w tabeli III oraz na wykresach z ryc. 5 przedstawiono te same zależności, jednak z tą różnicą, że obecnie przyjęto

Tabela III.

$\delta''$	$\alpha''$	$d'$	$r'_1 \%$
1,0	0,0	.	.
0,8	0,2	.	.
0,6	0,4	.	.
0,5	0,5	$\infty$	$\infty$
0,4	0,6	$1,865 d''$	86,5
0,2	0,8	$1,164 d''$	16,4
0,0	1,0	$1,000 d''$	0,0



Ryc. 5.

Grubości ścianek  $d'$  oraz  $d$ .

jednakową średnicę wewnętrzną konstrukcyj porównywanych między sobą ( $\alpha''=\alpha'=\alpha$ ), a grubość  $\delta''$  ustroju usprawnionego jako jedność, a więc miarę porównawczą ( $=100\%$ ); grubości ścianek porównywanych ustrojów typów dotychczasowych przedstawiono w ten sposób, że od razu można się zorientować, ilokrotnie (albo też o ile procent) są one większe od szczuplejszego wymiaru grubościowego ustroju zreformowanego. A więc, gdy np.  $\alpha''=0,6$  (czyli  $\delta''=0,40$ ), wyniesie  $\alpha'=0,446$  (czyli  $\delta'=0,554$ ), co znaczy, jak wynika to zarówno z wykresu na ryc. 5 jak i z tabeli III, że rurociąg izotropowy wymaga ścianki o 86,5% grubszej, aniżeli usprawniony. Liczby te będą jeszcze niekorzystniejsze dla ustrojów ortotropowych (por. linię kreskową z ryc. 5).

Stwierdziliśmy uprzednio, że możliwość porównań naszych urywa się w ogóle dla  $\delta'' \geq 0,5$  (czyli  $\alpha'' \leq 0,5$ ), co oznacza, że dla konstrukcyj

grubościennych ulepszonych o ściankach grubszych aniżeli odpowiada to stosunkowi  $\delta' \geq 0,5$ , ( $\alpha' \leq 0,5$ ), nie posiadamy w ogóle już statycznie równowartego odpowiednika w urządzeniach dawniejszych. Wynika to z faktu, że w konstrukcji np. izotropowej, mimo powiększania grubości jej ścianki, nie możemy nigdy osiągnąć stanu takiego, by naprężenie obwodowe na brzegu wewnętrznym było mniejsze, aniżeli nasilenie parcia wewnętrznego  $p^8$ ). Graniczną tę wartość,  $\sigma'_{t,r=a} = p$ , osiągniemy jednak też dopiero jedynie wówczas, gdy grubość ścianki  $d'$  będzie nieskończenie wielką w porównaniu do promienia wewnętrznego  $a'$  ( $\delta' = 1$  czyli  $\alpha' = 0$ ). Znaczący to, że gdy np. nie będziemy mogli z jakichkolwiek powodów — czy to na skutek złej gospodki żwirowej, czy stojącego nam do dyspozycji cementu itp.) wykonać betonu o wytrzymałości na rozciąganie większej, aniżeli, dajmy na to,  $5 \text{ kg/cm}^2$ , a ciśnienie hydrostatyczne w rurociągu będzie większe aniżeli  $p = 5 \text{ kg/cm}^2$ , (5 atmosfer), to próżne byłyby nasze wysiłki, by z betonu tego skonstruować rurociąg, który by zdolny był przeciwstawić się temu parciu. I wszelkie, nawet metrowej grubości ścianki, nie byłyby w stanie uczynić zadość temu zadaniu.

Niekorzystniej jeszcze, aniżeli dla struktury izotropowej, przedstawia się sprawa ta dla pierścieni i rurociągów zbrojonych. Tutaj naprężenia na brzegu wewnętrznym zejść w ogóle nie mogą poniżej granicznych wartości  $\sigma_{t,max} = \begin{cases} sp \\ tp \end{cases}$ , a więc np.  $1,20 p$  (gdy  $\frac{s}{t} = 1,20$ , co odpowiada mniej więcej zbrojeniu obwodowemu o mocy  $\Phi = 5\%$ ), a wartości te osiąga się też tylko dopiero przy (teoretycznie) nieskończenie wielkiej grubości ścianek. To też tłumaczy nam, że krzywe zależności dla urządzeń ortotropowych, przedstawione (schematycznie) na ryc. 3, 4 oraz 5 liniami kreskowanymi, znamionują jeszcze szybszy wzrost grubościenności tych urządzeń, gdy nie chcemy przekroczyć w nich dopuszczalnego  $k_i$ . (Z faktu, że urządzenia izotropowe, a więc niezbrojone, przedstawiają się w świetle niniejszych badań korzystniej od ortotropowych, nie należy wyciągać fałszywego wniosku, jakoby zbrojenie obwodowe, prowadzące właśnie do struktury ortotropowej, nie miało swego technicznego uzasadnienia. Polegać ono będzie w pierwszym rzędzie na tym, że w urządzeniu izotropowym, niezbrojonym,  $k_i$  trzeba będzie ustalić, rzecz oczywista, ze względu właśnie na brak wzmocnienia, odpowiednio niższe, aniżeli dla urządzenia ortotropowego, zbrojonego, który będzie mógł zatem być szczuplejszy w swych wymiarach. Zbrojenie to jednak, redukując naprężenia betonu w stosunku  $\frac{100}{100+n\Phi}$ , niweczy po części ten korzystny swój wpływ przez wzmożoną nierównomierność w rozkładzie naprężeń).

Inaczej przy urządzeniach ulepszonych. Tutaj naprężenie obwodowe maleje, jak wynika to

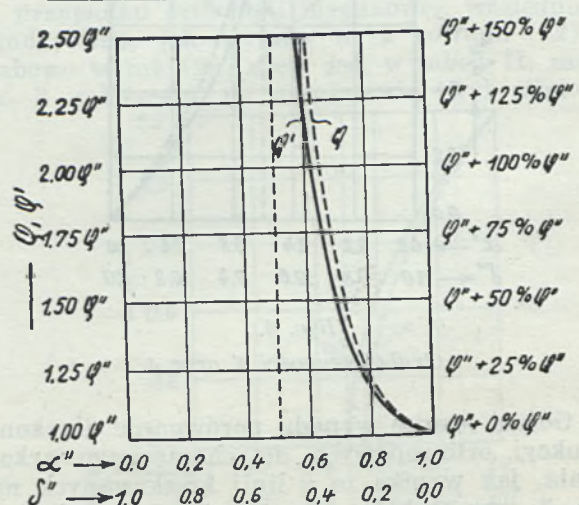
<sup>8)</sup> Dla nacisku zewnętrznego  $q$  analogiczne najmniejsze w ogóle możliwe naprężenie ściskające wynosi  $\sigma'_{t,r=a} = -2q$ .

z zasadniczego założenia (21), w prostym stosunku z grubością ścianki. Znaczący to, że posiadamy nieskrępowaną możliwość przejścia każdego dowolnego ciśnienia wewnętrznego — przynajmniej teoretycznie, bo w rzeczywistości istnieć musi, rzecz oczywista, dla każdej konstrukcji pewna praktycznie nieprzekraczalna, maksymalna granica.

10. Porównanie kubatury. Dla ekonomii porównywanych urządzeń miarodajny jest jednak nie stosunek ich wymiarów liniowych, przedstawiony w wykresach ryc. 5, lecz w decydującej mierze kubatura zużytego do ich wykonania materiału konstrukcyjnego. Urządzenia izotropowe oraz ortotropowe wymagać będą w porównaniu do ulepszonych pewnej nadwyżki w ilości tegoż materiału, a jak ona jest znaczną, przedstawiają wykresy z ryc. 6, na której, jako jednostkę ( $1 = 100\%$ ) przyjęto kubaturę  $Q''$  rurociągu ulepszanego. Wyniki liczbowe dla urządzeń izotropowych zestawione są ponadto w tabeli IV. Stąd odczytujemy, że np. dla  $\alpha'' = 0,6$  ( $\delta'' = 0,4$ ); kubatura  $Q'$  konstrukcji izotropowej wynosi  $2,246 Q''$ , czyli że jest już o  $124,6\%$  większą od  $Q''$  (por. też wykres przedstawiony linią pełną na ryc. 6), zaś dla  $\alpha'' = 0,5$ , ( $\delta'' = 0,5$ ), nawet nieskończenie od niej większą; [prosta  $\alpha'' = 0,5$  ( $\delta'' = 0,5$ ) stanowi asymptotyczną styczną krzywej  $Q'$ ]. Przy granicznej tej wartości kończy się w ogóle możliwość porównywania obydwu urządzeń — a to ze względu poruszonych już w poprzednim punkcie II/9.

Tabela IV.

$\delta''$	$\alpha''$	$Q'$	$r'_2 \%$
1,0	0,0	.	.
0,8	0,2	.	.
0,6	0,4	.	.
0,5	0,5	$\infty$	$\infty$
0,4	0,6	$2,246 Q''$	124,6
0,2	0,8	$1,197 Q''$	19,7
0,0	1,0	$1,000 Q''$	0,0



Ryc. 6.

Kubatury  $Q'$  oraz  $Q$ .

Szybciej jeszcze wzrasta kubatura  $Q$  ustrojów ortotropowych, co uwidoczniło linią kreskową na ryc. 6. Że oszczędność w wypadku stosowania konstrukcji ulepszonych wzrastać musi szybko z rosnącym stopniem zbrojenia oraz ze wzrastającą grubościennością ustroju, jest rzeczą zupełnie zrozumiałą, gdyż właśnie dla mocno zbrojonych i grubościennych rur i pierścieni dotychczasowego wykonania sprawność  $\eta$  jest niezwykle mała; my zaś, podnosząc wartość jej do idealnej granicy  $\eta''=1$ , zyskujemy w tych wypadkach szczególnie wiele.

Dla możliwości kontroli danych liczbowych z tabeli IV oraz poprawności wykresu z ryc. 6 podajemy pokrótce podstawy uzyskania przedstawionych w nich wyników. Kubatura konstrukcji ulepszonej wyniesie na jednostkę jej długości

$$Q'' = b'^2 \pi - a'^2 \pi \quad . \quad . \quad (27a)$$

Analogiczna kubatura betonu dla rurociągów starszego wykonania będzie wynosiła

$$Q' = b^2 \pi - a^2 \pi \quad . \quad . \quad (27b)$$

przy betonie niezbrojonym, zaś

$$Q = b^2 \pi - a^2 \pi \quad . \quad . \quad (27c)$$

przy betonie zbrojonym.

Różnice procentowe  $r_2'$  względnie  $r_2$ , potrzebne dla wykreślenia krzywych z ryc. 6, ująć można w sposób prosty przy pomocy wzorów

$$r_2' \% = 100 \frac{Q' - Q''}{Q''} = 100 \frac{\frac{1}{a'^2} - \frac{1}{a''^2}}{\frac{1}{a''^2} - 1}, \quad (28)$$

$$r_2 \% = 100 \frac{Q - Q''}{Q''} = 100 \frac{\frac{1}{a^2} - \frac{1}{a''^2}}{\frac{1}{a''^2} - 1}, \quad (29)$$

gdzie następnie  $a'$  oraz  $a$  wstawiamy kolejno z relacji (25) oraz (26). W analogiczny zupełnie sposób uzyskaliśmy w uprzednim punkcie II/9 podstawy do wykreślenia ryc. 5 i podania tabeli III, które to wyprowadzenie pominęliśmy dla oszczędności miejsca. Notujemy jedynie ich wyniki końcowe

$$r_1' \% = 100 \frac{a'' - \sqrt{2a'' - 1}}{(1 - a'') \sqrt{2a'' - 1}}, \quad . \quad . \quad (30)$$

$$r_1 \% = 100 \frac{a''}{1 - a''} \left\{ \sqrt{\frac{2a'' + s(1 - a'')}{a'' - s(1 - a'')}} - \frac{1}{a''} \right\}. \quad (31)$$

[Zastępując w relacji (31) wartość  $s$ , słuszną, jak wiemy, dla przypadku ortotropii biegunowej, przez liczbę  $t$ , transformujemy wynik ten dla alternatywy ortotropii cylindrycznej — stosownie do wskazówki z punktu I/3].

Reasumując dotychczasowe rozważania — stwierdzamy, że projektowanie ekonomicznych ustrojów ulepszonych o wymiarach tak wybitnie szczupłych opiera się na tym prostym, już raz uprzednio poruszonym fakcie, że nośność rurociągu usprawnionego rośnie w prostym stosunku ze wzrostem grubości ścianki  $d''$ , a więc według zależności bezpośredniej prostej

proporcjonalności, podczas gdy nośność rurociągów według dotychczas potocznie przyjętych sposobów wykonania wzrasta bez porównania wolniej, a prócz tego w ogóle ograniczona jest zawsze jeszcze w dodatku pewną górną, nieprzekraczalną granicą, tak że projektowanie ustrojów dotychczasowych o ściankach powyżej pewnej granicznej wartości  $d'$  względnie  $d$  nie tylko nie posiada już żadnego praktycznego efektu, lecz nawet — wprost przeciwnie — okazać się może, jak zaraz zobaczymy, wręcz szkodliwym.

11. Porównanie udźwigów przy niezmienniej średnicy zewnętrznej. Wspomniany właśnie stan rzeczy uwydatnia się w prostych zależnościach matematycznych. Konstrukcja usprawniona przenosi wzdłuż każdego przekroju radialnego siłę wypadkową

$$W'' = \int_a^b \sigma_i'' \cdot d r = k_i \cdot d, \quad . \quad . \quad (32)$$

podczas gdy wartości analogiczne dla ustrojów dotychczasowych wynoszą

$$W' = \int_a^b \sigma_i' \cdot d r = \eta' k_i \cdot d, \quad . \quad . \quad (33)$$

względnie

$$W = \int_a^b \sigma_i \cdot d r = \eta k_i \cdot d \quad . \quad . \quad (34)$$

Widzimy, że na wyrażeniach (33) oraz (34) ciężą bardzo niemile współczynniki sprawności  $\eta'$  względnie  $\eta$  znane nam z ryc. 2, (pierwszy z nich ponadto z tabeli I), a malejące gwałtownie ze wzrostem grubościenności  $\delta$  rozpatrywanych ustrojów, tak że o liniowym przyroście wyrażen  $W'$  oraz  $W$  ze wzrastającym  $d$  mowy być nie może.

Jak dalece wpływ ten jest niekorzystny, warto tu — choćby mimochodem — pokazać na następującym przykładzie. Gdy oberzemy pewien niezmienny zewnętrzny promień rurociągu  $b$  oraz ustalimy naprężenie dopuszczalne tworzywa w wysokości  $k_i$ , a następnie stopniowo powiększać będziemy (do wewnątrz) grubość ścianki  $d$  takiegoż ustroju, to dla konstrukcji usprawnionej otrzymamy prostą  $\frac{W''}{k_i b}$  z wykresu 7 jako miernik przenoszonej poprzez przekroje radialne wypadkowej siły wewnętrznej, a to stosownie do wzoru

$$W'' = k_i d = k_i \delta b, \quad \frac{W''}{b k_i} = \delta, \quad . \quad (35)$$

co decyduje o liniowym przyroście siły  $W''$  ze wzrostem grubościenności  $\delta$ .

Natomiast dla konstrukcji normalnego wykonania będzie

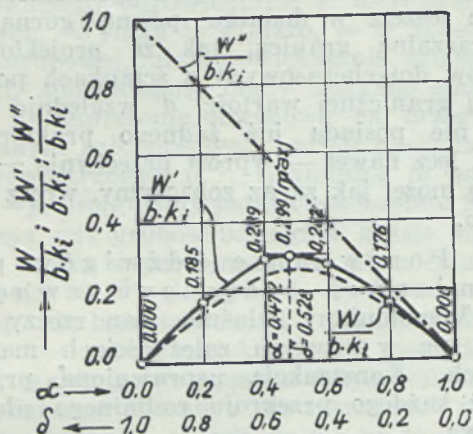
$$W' = \eta' k_i d = \eta' k_i \delta b, \quad \frac{W'}{b k_i} = \eta' \delta, \quad . \quad (36)$$

względnie

$$W = \eta k_i d = \eta k_i \delta b, \quad \frac{W}{b k_i} = \eta \delta, \quad . \quad (37)$$

które to wyniki odzwierciedlają się w krzywych uwidoczniionych na ryc. 7. Wartości  $\eta'$  oraz  $\eta$

są przy tym funkcjami znanymi nam z relacji (19) oraz (20). Okazuje się, że  $W'$  oraz  $W$  dla bardzo niedużych tylko wartości  $\delta$  wzrastają



Ryc. 7.

Udźwigi  $\frac{W''}{b k_i}$ ,  $\frac{W'}{b k_i}$  oraz  $\frac{W}{b k_i}$ .

w przybliżeniu liniowo, potem natomiast coraz wolniej, i że stopniowe zwiększanie grubości ścianki ma swój sens tylko do pewnej ostatecznej granicy, powyżej której osiągamy efekt

wprost przeciwny: suma z naprężeń obwodowych, a więc cała przez przekrój przenosząca się siła wypadkowa, zaczyna maleć. Jest to zrozumiałe, gdy zważymy, że z rosnącym  $\delta$  wzrasta niewspółmiernie szczyt naprężeń na brzegu wewnętrznym (choć maleje on w stosunku do wartości jednostkowego nacisku wewnętrznego  $p$ , który zatem może nawet wzrastać bez uszczerbku dla warunku  $\sigma'_{t,r=a} = \text{const.} = k_i$ , względnie  $\sigma_{t,r=a} = \text{const.} = k_i$ ). Jednak właśnie dlatego, że nie wolno nam — w myśl podstawowego założenia — dopuścić do tego, by owa wartość na krawędzi wewnętrznej  $\sigma'_{t,r=a}$  względnie  $\sigma_{t,r=a}$ , nawet przy dużych  $\delta$ , przekroczyła dopuszczalną granicę  $k_i$ , przymusowo zaakceptować musimy bardzo małe wartości naprężeń obwodowych w reszcie przekroju, które ostatecznie, zsumowane od brzegu wewnętrznego do skrajnego włókna zewnętrznego, dają w rezultacie mniejsze  $W'$  względnie  $W$ , aniżeli przy mniejszych grubościach ścianki  $d$ . Sumaryczny zatem dopuszczalny rozpór wewnętrzny  $2ap$  (a tym samym i udźwig konstrukcji), maleje bardzo szybko (— szybciej niż dopuszczalny przyrost obciążenia  $p$ ). Ten właśnie fakt ilustrują nam opadające przy znaczniejszym powiększaniu grubościenności  $\delta$  gałęzie krzywych  $W'$  oraz  $W$  z ryc. 7. (C. d. n.)

Inż. TYTUS PILLER  
(RZESZÓW)

## Próba wyprowadzenia wzoru empirycznego na rozkład prędkości w przekroju poprzecznym wody płynącej na podstawie wzoru Jasmunda.

(Dokończenie).

### IV. Dyskusja nad wyprowadzonym wyrażeniem na rozkład prędkości<sup>\*)</sup>.

Wyprowadzone wyrażenie 6) dotyczy wyłącznie tylko profilu hydrometrycznego Łaby pod Deczyną nr. V przy stanie wodostoku z czasu pomiarów +1.050. Nie jest to równanie analityczne na  $v$  wzgl. na powierzchnię utworzoną z końców prędkości, ani też nie przedstawia układu równań izotach dla  $v = \text{const.}$ , gdyż zmienne  $x_i + c_i$ ,  $x_p + c_p$ ,  $z + c_z$  nie są odniesione do układu współrzędnych, tylko jest to wyrażenie na prędkość dowolnego punktu w przedmiotowym przekroju hydrometrycznym podane we formie wyrazu algebraicznego, w którym poszczególne składniki stanowią iloczyny ze stałych, obliczonych z danych, uzyskanych przy pomiarze hydrometrycznym, mnożonych przez logarytmy odpowiednich zmiennych odległości odnośnego punktu, mierzonych po poziomie w lewo i w prawo aż

do przecięcia się z dnem hydraulicznym, wzgl. przez logarytm wysokości punktu nad dnem hydraulicznym.

Celem sprawdzenia otrzymanego wyrażenia wstawiłem na tabl. III w to wyrażenie odległości  $x_i + c_i$ ,  $x_p + c_p$ ,  $z + c_z$  najpierw dla punktów użytych przy wyrównaniu a następnie w odniesieniu do punktów poza wyrównaniem<sup>\*)</sup>.

Obliczone z wyrażenia 6) wartości  $v$  podalem w dalszej kolumnie w tabl. III jakoteż

<sup>\*)</sup> Podobnie jak w trzecim ustępie rozdziału III odstąpiłem przy niektórych punktach w przekroju od zrezyfikowanych prędkości, podobnie też i w tabl. III przy sprawdzaniu prędkości punktów nieobjętych wyrównaniem przyjąłem w pionowej III dla głębokości 2.90 m prędkość nie według krzywej kreskowanej (tabl. I), tylko według rzeczywistego wyniku pomiaru.

Prędkości w pionowej XI nie objąłem zestawieniem na tabl. III, tylko ograniczam się do stwierdzenia, że różnice między prędkościami zrezyfikowanymi a obliczonymi dla warstw w tej pionowej wypadły od 32,6 do 54,8%.

Przypuszczam, że przyczyną tego jest miejscowy anormalny w stosunku do reszty przekroju rozkład prędkości spowodowany lokalnymi przyczynami. Znalazł on wyraz w znacznie odbiegającej w tej pionowej wartości  $c_z$  od reszty a nadto we widocznej już na oko mniejszej krzywiźnie linii prędkości w tej pionowej (tabl. I).

Nie powinno to jednak zmniejszyć znaczenia wyników podanych w tabl. III zwłaszcza, że pionowa XI obejmuje stosunkowo nieznaczną część przekroju.

<sup>\*)</sup> Przy ścisłym zastosowaniu wszystkich obliczonych wartości  $c_z$  do wykresu dna hydraulicznego według polygonu A-B-C-D-E-F-G-H-I-J-K-L (tabl. I) wypadło wyrażenie:

$$v = 0.626 \log(x_i + c_i) + 0.1565 \log(x_p + c_p) + 0.986 \log(z + c_z) \quad \dots \quad 7)$$

TABELA III.

Obliczenie wartości „v” ze wzoru z tabl. II:  $v = 0.582 \log(x_i + c_i) + 0.202 \log(x_p + c_p) + 0.973 \log(z + c_z)$   
i porównanie ich z pomierzonymi wzgl. z rektyfikowanymi prędkościami.

Grupa 1. Punkty objęte wyrównaniem na tabl. II.

Pionowe	Punkt głębokości	$x_i + c_i$	$\log(x_i + c_i)$	.0.582	$x_p + c_p$	$\log(x_p + c_p)$	.0.202	$z + c_z$	$\log(z + c_z)$	.0.973	sumy iloczynów	v		$\Delta v$		
												obliczone	pomierzon. wzgl. zrekyfik.	+	-	%
II	0.60		1.1875	0.691		2.0682	0.418		0.2810	0.274	0.691 0.418 0.274	1.388	1.37	0.013		1.0
	1.00		1.1289	0.655		2.0588	0.416		0.1790	0.174	0.655 0.416 0.174	1.245	1.24	0.005		0.4
	1.40		1.0607	0.618		2.0253	0.409		0.0453	0.044	0.618 0.409 0.044	1.071	1.09		0.019	1.7
	1.90	II	0.9081	0.525	II	1.9652	0.397	II	-0.2147	-0.209	0.525 0.397 0.222 -0.209	0.713	0.81		0.097	12.0
III	0.80		1.4265	0.830		2.0278	0.410		0.4742	0.460	0.830 0.410 0.460	1.700	1.60	0.10		6.3
	1.50		1.3692	0.797		1.9881	0.401		0.3579	0.348	0.797 0.401 0.348	1.546	1.42	0.126		8.9
	2.20		1.2672	0.738		1.9112	0.386		0.1987	0.193	0.738 0.386 0.193	1.317	1.12	0.197		17.6
IV	0.85	tabl.	1.5911	0.926	tabl.	1.9708	0.398	tabl.	0.4955	0.482	0.926 0.398 0.482	1.806	1.82		0.014	0.8
	1.50		1.5502	0.903		1.9243	0.388		0.3945	0.384	0.903 0.388 0.384	1.675	1.70		0.025	1.5
	2.50		1.4345	0.835		1.7521	0.354		0.1703	0.166	0.835 0.354 0.166	1.355	1.35	0.005		0.4
	3.13		1.2967	0.755		1.5966	0.322		-0.0706	-0.069	0.755 0.322 1.077 -0.069	1.008	0.97	0.038		3.9
V	0.60		1.7959	1.045		1.8645	0.376		0.4829	0.470	1.045 0.376 0.470	1.891	1.95		0.059	3.0
	1.20	jak	1.7731	1.032	jak	1.8388	0.372	jak	0.3874	0.377	1.032 0.372 0.377	1.781	1.84		0.059	3.2
	1.80		1.7513	1.020		1.7443	0.352		0.2648	0.258	1.020 0.352 0.258	1.630	1.72		0.090	5.2
	2.85		1.6523	0.962		1.3892	0.280		-0.1024	-0.010	0.962 0.280 1.242 -0.010	1.232	1.18	0.052		4.4
VI	0.40		1.8774	1.092		1.7818	0.360		0.4314	0.420	1.092 0.360 0.420	1.872	1.91		0.038	2.0
	1.00		1.8597	1.081		1.7482	0.353		0.3222	0.314	1.081 0.353 0.314	1.748	1.77		0.022	1.2
	2.14		1.8096	1.052		1.4065	0.284		-0.0177	-0.017	1.052 0.284 1.336 -0.017	1.319	1.22	0.099		8.1

Pionowe	Punkt głębokość	$x_1 + c$	$\log(x_1 + c_1)$	.0582	$x_p + c_p$	$\log(x_p + c_p)$	.0202	$z + c_z$	$\log(z + c_z)$	.0973	sumy iloczynów	$v$		$\Delta v$		
												obli- czone	pomierzon. wzgl. zrektyfik.	+	-	%
VII	0.70		1.9965	1.161		1.6335	0.330		0.2601	0.253	1.161 0.330 0.253	1.744	1.77		0.026	1.5
	1.10	II	1.9818	1.153	II	1.4983	0.302	II	0.1461	0.142	1.153 3.302 0.142	1.597	1.70		0.103	6.1
	1.60		1.9269	1.120		1.4362	0.290		-0.0458	-0.045	1.120 0.290 1.410 -0.045	1.365	1.44		0.075	5.2
VIII	0.60		1.9903	1.160		1.5441	0.312		0.2095	0.204	1.160 0.312 0.204	1.676	1.71		0.084	2.0
	1.00	tabl.	1.9818	1.153	tabl.	1.4983	0.302	tabl.	0.0864	0.084	1.153 0.302 0.084	1.539	1.58		0.041	2.6
	1.70		1.9661	1.144		1.1761	0.238		-0.2840	-0.276	1.144 0.238 1.382 -0.276	1.106	1.08	0.026		2.4
IX	0.30		2.0453	1.190		1.4914	0.289		0.1931	0.188	1.190 0.289 0.188	1.667	1.60	0.067		4.9
	0.60		2.0366	1.184		1.3892	0.280		0.1004	0.097	1.184 0.280 0.097	1.561	1.53	0.031		2.0
	1.00	jak	2.0294	1.182	jak	1.3324	0.269	jak	-0.0655	-0.064	1.182 0.269 1.451 -0.064	1.387	1.37	0.017		1.2
	1.34		2.0224	1.178		1.1461	0.232		-0.1427	-0.139	1.178 0.232 1.410 -0.139	1.271	1.16	0.111		9.5
<i>Grupa 2. Punkty poza wyrównaniem.</i>																
I	0.15	11.4	1.0569	0.615	128.7	2.1096	0.426	$1.30 + 0.45$ =1.75	0.2430	0.236	0.615 0.426 0.236	1.277	1.37		0.093	6.8
	0.30	9.7	0.9868	0.575	126.0	2.1004	0.425	$1.25 + 0.45$ =1.70	0.2305	0.224	0.575 0.425 0.224	1.224	1.34		0.115	8.7
	0.50	9.0	0.9542	0.555	125.5	2.0986	0.424	$1.05 + 0.45$ =1.50	0.1761	0.171	0.555 0.424 0.171	1.150	1.33		0.180	13.5
	0.80	7.7	0.8865	0.516	123.0	2.0899	0.422	$0.75 + 0.45$ =1.20	0.0782	0.077	0.516 0.422 0.077	1.015	1.21		0.195	16.1
	1.20	5.6	0.7482	0.435	118.0	2.0719	0.419	$0.35 + 0.45$ =0.80	-0.0931	-0.091	0.435 0.419 0.854 -0.091	0.763	1.06		0.297	28.0
II	0.15	18.2	1.2601	0.734	121.5	2.0846	0.421	$1.91 + 0.45$ =2.36	0.3729	0.365	0.734 0.421 8.363	1.518	1.42	0.098		6.9
	0.30	16.5	1.2175	0.709	120.0	2.0792	0.420	$1.76 + 0.45$ =2.21	0.3444	0.335	0.709 0.420 0.335	1.464	1.41	0.054		3.8

Pionowe	Punkt głębokości	$x_l + c_l$	$\log(x_l + c_l)$	.0582	$x_p + c_p$	$\log(x_p + c_p)$	.0202	$z + c_z$	$\log(z + c_z)$	.0973	sumy iloczynów	$v$		$\Delta v$		
												obliczone	pomierz. wzgl. zrektyfik.	+	-	%
III	0-15	30-6	1-4857	0-865	111-5	2-0473	0-414	$3-20 + 0-40 = 3-60$	0-5563	0-541	0-865 0-414 0-541	1-820	1-59	0-230		14-5
	0-40	29-0	1-4624	0-852	109-0	2-0374	0-411	$2-98 + 0-40 = 3-38$	0-5289	0-515	0-852 0-411 0-515	1-778	1-58	0-198		12-5
	2-90	10-4	1-0170	0-591	58-0	1-7634	0-356	$0-45 + 0-40 = 0-85$	-0-0706	-0-069	0-591 0-356 0-947 -0-069	0-878	0-81	0-068		8-4
IV	0-15	43-0	1-6335	0-950	99-0	1-9956	0-403	$3-38 + 0-445 = 3-825$	0-5827	0-566	0-950 0-403 0-566	1-919	1-89	0-029		1-5
	0-40	41-0	1-6123	0-939	97-0	1-9868	0-401	$3-13 + 0-445 = 3-575$	0-5533	0-538	0-939 0-401 0-538	1-878	1-87	0-008		0-4
V	0-15	65-4	1-8156	1-057	77-0	1-8865	0-381	$3-05 + 0-442 = 3-492$	0-5431	0-528	1-057 0-381 0-528	1-966	1-97	0-004	0-2	
	0-30	64-0	1-8062	1-050	75-3	1-8768	0-379	$2-90 + 0-442 = 3-342$	0-5240	0-510	1-050 0-379 0-510	1-939	2-00	0-061	3-0	
VI	0-10	77-0	1-8865	1-097	63-0	1-7993	0-364	$2-56 + 0-436 = 2-996$	0-4765	0-464	1-097 0-364 0-464	1-925	1-93	0-005	0-3	
VII	0-15	93-0	1-9685	1-145	47-5	1-6767	0-338	$2-10 + 0-214 = 2-314$	0-3644	0-355	1-145 0-338 0-355	1-838	1-80	0-038		2-1
	0-30	91-0	1-9590	1-140	46-0	1-6628	0-336	$1-95 + 0-214 = 2-164$	0-3424	0-333	1-140 0-336 0-333	1-809	1-85	0-041	2-2	
VIII	0-15	101-0	2-0043	1-168	39-0	1-5911	0-322	$1-86 + 0-214 = 2-074$	0-3168	0-308	1-168 0-322 0-308	1-798	1-76	0-038		2-2
	0-30	99-0	1-9956	1-161	37-5	1-5740	0-318	$1-71 + 0-214 = 1-924$	0-2842	0-276	1-161 0-318 0-276	1-755	1-74	0-015		0-9
IX	0-15	112-0	2-0492	1-192	28-0	1-4624	0-296	$1-5 + 0-214 = 1-714$	0-2340	0-228	1-192 0-296 0-228	1-716	1-66	0-056		3-4
X	0-15	123-3	2-0910	1-217	16-8	1-2253	0-248	$1-11 + 0-214 = 1-324$	0-1219	0-119	1-217 0-248 0-119	1-584	1-42	0-164		11-5
	0-30	121-7	2-0853	1-214	15-0	1-1761	0-238	$0-96 + 0-214 = 1-174$	0-0697	0-068	1-214 0-238 0-068	1-520	1-40	0-120		8-6
	0-65	120-0	2-0792	1-210	13-2	1-1206	0-226	$0-61 + 0-214 = 0-824$	-0-0841	-0-082	1-210 0-226 1-436 -0-082	1-354	1-26	0-094		7-5
	1-00	118-0	2-0719	1-206	10-5	1-0212	0-206	$0-26 + 0-214 = 0-474$	-0-3242	-0-316	1-206 0-206 1-412 -0-316	1-096	1-04	0-056		5-4

różnice dodatnie i ujemne między wartościami a prędkościami zmierzonymi.

Dla punktów objętych wyrównaniem wypadły różnice w odsetkach:

0 — 1% . . . 4-krotnie  
1 — 2 „ . . . 8 „  
2 — 3 „ . . . 3 „

3 — 4% . . . 2-krotnie  
4 — 5 „ . . . 2 „  
5 — 6 „ . . . 2 „  
6 — 7 „ . . . 2 „  
8 — 9 „ . . . 2 „  
9 — 10 „ . . . 1 „  
11 — 12 „ . . . 1 „  
17 — 18 „ . . . 1 „ ;

TABELA IV.

Wyrównanie spostrzeżeń w 3 pionowych dla wyznaczenia stałych  $b_1, b_p, b_z$  we wzorze  $v = b_1 \log(x_1 + c_1) + b_p \log(x_p + c_p) + b_z \log(z + c_z)$ .

Pionowa	Punkt głę- bokosci	$x_1 + c_1$	$\log(x_1 + c_1) = \xi$	$x_p + c_p$	$\log(x_p + c_p) = \eta$	$z + c_z$	$\log(z + c_z) = \zeta$	$v$	$\xi\xi$	$\xi\eta$	$\xi\zeta$	$\zeta\zeta$	$\eta\eta$	$\eta\zeta$	$v\eta$	$\zeta v$	$\xi v$	
II	0.60	15.4	1.1875	117.0	2.0682	1.91	0.2810	1.37	1.410	2.455	0.335	1.627	4.285	0.581	2.835	0.079	0.385	
	1.00	13.8	1.1239	114.5	2.0588	1.51	0.1790	1.24	1.263	2.313	0.201	1.394	4.235	0.368	2.550	0.032	0.222	
	1.40	11.5	1.0607	106.0	2.0253	1.11	0.0453	1.09	1.125	2.150	0.048	1.158	4.110	0.092	2.209	0.002	0.049	
	1.90	8.0	0.9031	92.3	1.9352	0.61	-0.2147	0.81	0.815	1.775	-0.194	0.731	3.860	-0.422	1.592	0.046	-0.174	
IV	0.85	39.0	1.5911	93.5	1.9708	3.13	0.4955	1.82	2.534	3.188	0.789	2.898	3.883	0.978	3.587	0.246	0.902	
	1.50	35.5	1.5502	84.0	1.9.43	2.48	0.3945	1.70	2.405	2.982	0.611	2.638	3.700	0.759	3.270	0.156	0.670	
	2.50	27.2	1.4346	56.5	1.7521	1.48	0.1703	1.35	2.060	2.515	0.244	1.936	3.070	0.298	2.365	0.029	0.230	
	3.13	19.8	1.2967	35.3	1.5478	0.85	-0.0706	0.97	1.680	2.003	-0.092	1.257	2.395	-0.109	1.502	0.005	-0.069	
VIII	0.60	97.8	1.9903	35.0	1.5441	1.62	0.2095	1.71	3.960	3.075	0.417	3.402	2.384	0.324	2.640	0.044	0.358	
	1.00	95.9	1.9818	31.5	1.4983	1.22	0.0864	1.58	3.927	2.968	0.171	3.132	2.243	0.129	2.366	0.007	0.137	
	1.70	92.5	1.9661	15.0	1.1761	0.52	-0.2840	1.08	2.861	2.313	-0.558	2.121	1.382	-0.334	1.270	0.081	-0.307	
								25.040	27.687		2.816		3.529		2.953			
											-0.844	22.294	35.547	-0.865	26.186	0.727	-0.550	
											1.972		2.664				2.403	

Równania normalne dla  $b_1, b_p, b_z$

$$[\xi\xi] \cdot b_1 + [\xi\eta] \cdot b_p + [\xi\zeta] \cdot b_z - [\xi v] = 0$$

$$[\xi\eta] \cdot b_1 + [\eta\eta] \cdot b_p + [\eta\zeta] \cdot b_z - [\eta v] = 0$$

$$[\xi\zeta] \cdot b_1 + [\eta\zeta] \cdot b_p + [\zeta\zeta] \cdot b_z - [\zeta v] = 0$$

po wstawieniu sum

$$1) 25.040 b_1 + 27.687 b_p + 1.972 b_z - 22.294 = 0$$

$$2) 27.687 b_1 + 35.547 b_p + 2.664 b_z - 26.186 = 0$$

$$3) 1.972 b_1 + 2.664 b_p + 0.727 b_z - 2.403 = 0$$

zredukowane równania normalne

$$[\xi\xi] b_1 + [\xi\eta] b_p + [\xi\zeta] b_z - [\xi v] = 0$$

$$[\eta\eta \cdot 1] b_p + [\eta\zeta \cdot 1] b_z - [\eta v \cdot 1] = 0$$

$$[\zeta\zeta \cdot 2] b_z - [\zeta v \cdot 2] = 0$$

Wyrazy raz zredukowane

$[\eta\eta]$ 35.547	$[\eta\zeta]$ 2.664	$[\eta v]$ 26.186
$\frac{[\xi\eta] \cdot [\xi\eta]}{[\xi\xi]}$ 27.687.27.687 25.040 = -30.600	$\frac{[\xi\eta] \cdot [\xi\eta]}{[\xi\xi]}$ 27.687.1.972 25.040 = -2.180	$\frac{[\xi\eta] \cdot [\xi v]}{[\xi\xi]}$ 27.687.22.294 25.040 = -24.63
	$[\zeta\zeta]$ 0.727	$[\zeta v]$ 2.403
	$\frac{[\xi\zeta] \cdot [\xi\zeta]}{[\xi\xi]}$ 1.972.1.972 25.040 = -0.155	$\frac{[\xi\zeta] \cdot [\xi v]}{[\xi\xi]}$ 1.972.22.294 25.040 = -1.755
$[\eta\eta \cdot 1]$ 4.947	$[\eta\zeta \cdot 1]$ 0.484	$[\eta v \cdot 1]$ 1.556
	$[\zeta\zeta \cdot 1]$ 0.572	$[\zeta v \cdot 1]$ 0.648

Wyrazy dwukrotnie zredukowane

$[\zeta\zeta \cdot 1]$ 0.572	$[\zeta v \cdot 1]$ 0.648
$\frac{[\eta\zeta \cdot 1] \cdot [\eta\zeta \cdot 1]}{[\eta\eta \cdot 1]}$ 0.484.0.484 4.947 = -0.047	$\frac{[\eta\zeta \cdot 1] \cdot [\eta\zeta \cdot 1]}{[\eta\eta \cdot 1]}$ 0.484.1.556 4.947 = -0.152
$[\zeta\zeta \cdot 2]$ 0.525	$[\zeta v \cdot 2]$ 0.496

Po wstawieniu w zredukowane równania normalne wartości sum oraz wyrazów zredukowanych wyznaczono niewiadome  $b_z, b_p, b_1$

$$25.040 b_1 + 27.687 b_p + 1.972 b_z - 22.294 = 0$$

$$4.947 b_p + 0.484 b_z - 1.556 = 0$$

$$0.525 b_z - 0.496 = 0$$

$$b_z = \frac{0.496}{0.525} = 0.945$$

$$4.947 b_p = -0.484 \cdot 0.945 + 1.556 = -0.4574 + 1.556; b_p = \frac{1.0986}{4.947} = 0.222$$

$$25.040 b_1 = -27.681 \cdot 0.222 - 1.972 \cdot 0.945 + 22.294 = -6.145 - 1.864 + 22.294$$

$$b_1 = \frac{14.285}{25.040} = 0.57$$

Powyższe wartości wstawiono dla sprawdzenia w równanie 3):  $1.972 \cdot 0.57 + 2.664 \cdot 0.222 + 0.727 \cdot 0.945 = 1.124 + 0.591 + 0.687 = 2.402$  t. j. prawie tyle co wyraz wolny 2.403; zatem wyrażenie na rozkład prędkości opiewa:

$$v = 0.57 \log(x_1 + c_1) + 0.222 \log(x_p + c_p) + 0.945 \log(z + c_z)$$



TABELA V.

Pionowa	Punkt	$x_i + c_i$	$\log(x_i + c_i)$	$\cdot 0.012$	$x_p + c_p$	$\log(x_p + c_p)$	$\cdot (-0.02)$	$z + c_z$	$\log(z + c_z)$	$\cdot 0.028$	sumy iloczynów	$\Delta v$
—	przy brzegu l.	2.7	0.4314	0.005	140.5	2.477	-0.049	0.45	-0.3468	-0.010	-0.049 -0.010 -0.059 +0.005	-0.054
—	przy brzegu p.	141.0	2.1446	0.026	1.5	0.1761	-0.003	0.214	-0.6696	-0.019	-0.003 -0.019 -0.022 +0.026	+0.004
I	na powierzchni	12.7	1.1038	0.013	130.0	2.1139	-0.042	$1.65 + 0.45$ $= 2.10$	0.3222	0.009	0.013 0.009 0.022 -0.042	-0.020
IV	" "	43.5	1.6385	0.020	99.5	1.9978	-0.040	$3.38 + 0.445$ $= 3.825$	0.5826	0.016	0.020 0.016 0.036 -0.040	-0.004
V	w głębokości 1.80	56.3	1.7505	0.021	55.5	1.7443	-0.035	$1.40 + 0.442$ $= 1.842$	0.2653	0.007	0.021 0.007 0.028 -0.035	-0.007

dla punktów natomiast poza wyrównaniem z pominięciem pionowej XI:

0—1	1/10	4-krotnie
1—2	"	1 "
2—3	"	4 "
3—4	"	2 "
5—6	"	1 "
6—7	"	2 "
7—8	"	1 "
8—9	"	3 "
11—12	"	1 "
12—13	"	1 "
13—14	"	1 "
14—15	"	1 "

a dla dwóch dolnych warstw w pionowej I, jak to zauważono w drugim ustępie rozdziału III, 16.1 i 28.0%.

W ten sposób przedstawiałyby się próba wyznaczenia prędkości dowolnego punktu wewnątrz objętego badaniem przekroju wody płynącej.

Ciąg dalszy dotyczy ew. zastosowania praktycznego.

### V. Możliwość interpolacji.

Oprócz mianowicie wyrównania opisanego w rozdz. III a przedstawionego na tabl. II, które oparłem na pomiarach w ośmiu pionowych, dokonałem wyrównania spostrzeżeń w trzech tylko pionowych II, IV i VIII. Przy wyrównaniu tym zastosowałem dno hydrauliczne oznaczone na tabl. I literami A-B-C-D-E-F-G'-H-I'-J'-K'-L' t. zn. różniące się od poprzedniego w pionowej

VI wobec przyjęcia założenia, że  $c_z$  jest znane tylko w trzech pionowych, a dla partii F'-G'-H interpolowane.

Sposobem zresztą jak poprzednio otrzymałem przy pomocy obliczeń podanych na tabl. IV wyrażenie:

$$v = 0.570 \log(x_i + c_i) + 0.222 \log(x_p + c_p) + 0.945 \log(z + c_z) \quad (8)$$

Celem porównania ostatnio wyprowadzonego wyrażenia 8) z wyrażeniem 6) odejmuję 8) od 6):

$$v_1 = 0.582 \log(x_i + c_i) + 0.202 \log(x_p + c_p) + 0.973 \log(z + c_z) \quad (6)$$

$$-v_2 = 0.570 \log(x_i + c_i) \pm 0.222 \log(x_p + c_p) \pm 0.945 \log(z + c_z) \quad (8)$$

$$\Delta v = 0.012 \log(x_i + c_i) - 0.020 \log(x_p + c_p) + 0.028 \log(z + c_z)$$

Różnica ta wystąpi w najwyższym stopniu na powierzchni wody przy obu brzegach oraz w pionowej o największej głębokości t. j. w miejscach największych  $x_i$ ,  $x_p$  i  $z$ . Obliczenie różnic dla takich miejsc oraz nadto także dla punktu w środku pionowej V. w głębokości 1.80 m podają poniżej w tabl. I.

Jak z tabeli tej wynika, największe różnice nie przekraczają 5.4 cm i wypadają dodatnie i ujemne, czyli częściowo się znoszą, a różnica w odniesieniu do jednego z punktów w środku przekroju t. j. stanowiących właściwą masę wody jest prawie znikoma (0.007).

Stąd wynikałaby możliwość ograniczenia do mniejszej liczby pionowych pomiarów hydro-

metrycznych, zwłaszcza uciążliwych podczas wyższych stanów wody, gdzie nie chodzi o wyniki tak ściśle jak przy pomiarach podczas stanów niższych, jakoteż interpolowania następnie prędkości punktów pośrednich w biurze po obliczeniu wyrażenia na  $v$  pod warunkiem, że się wykona w sposobniejszej porze zdjęcia przekroju hydrometrycznego<sup>10)</sup>.

Dopisek autora. Już po wysłaniu powyższej pracy do Redakcji *Czasopisma Technicznego* przeliczyłem w podobny sposób przekrój hydrometryczny Raby w Książnicach z 14. VIII 1902 r. przy stanie wodoskazu 2·23<sup>11)</sup>.

Z wyrównania spostrzeżeń w 7 pionowych otrzymałem wyrażenie:

$$v = 0.3185 \log(x_i + c_i) + 0.1242 \log(x_p + c_p) + 0.4325 \log(z + c_z) \quad 9)$$

Obliczone stąd wartości na  $v$  dla punktów użytych do wyrównania różniły się od pomierzonych:

0— 1 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	. . .	4-krotnie
1— 2 "	. . .	4 "
2— 3 "	. . .	1 "
3— 4 "	. . .	3 "

<sup>10)</sup> Na zwrócić mi słusznie przez jednego z P. P. Kolegów uwagę dodaję nadto warunek, że takie ograniczenie liczby pionowych byłoby dopuszczalne dla przekroju nie ulegającego zbyt zmianom po każdorazowym przejściu wielkiej wody.

<sup>11)</sup> Prof. Dr Inż. Matakiewicz: „Regulacja rzek”. — Wydawnictwo Zakładu Narodowego im. Ossolińskich. — Lwów 1923.

## Wystawy i Zjazdy

### Sprawozdanie z II Międzynarodowego Kongresu Mostów i Konstrukcji Inżynierskich w Berlinie (Dokończenie\*).

#### Część II. Budownictwo żelbetowe.

Tematy, dotyczące budownictwa żelbetowego były następujące:

1. Naprężenia i współczynniki pewności konstrukcji z punktu widzenia konstruktora.
2. Nowe metody obliczania i projektowania konstrukcji żelbetowych (budownictwo i mostownictwo).
3. Beton i żelbet w budownictwie wodnym.

#### Temat I.

Przy obliczaniu belki słabo zbrojonej, poddanej zginaniu, należy rozróżnić dwie fazy: pierwszą, w której pęknięcie następuje po przekroczeniu granicy płynności zbrojenia i drugą, w której pęknięcie jest określone wytrzymałością betonu na ściskanie. W pierwszej fazie można obliczyć ramię momentu sił wewnętrznych, a więc i moment, który belka może wytrzymać, posługując się teorią gięcia Navier'a dla przekroju złożonego w stadium tworzenia się rys, lub za pomocą równań równowagi w stadium pęknięcia belki. Momenty, obliczone tą drogą, różnią się między sobą bardzo mało, nie ma więc dostatecznej podstawy, aby zmieniać metody obliczeń, używane dotychczas. O ile ustalili się doświadczenia granicę zbrojenia, rozdzielającą te dwa obszary, wówczas pierwszą fazę będzie można doprowadzić do tej granicy i stosować proste dotychczasowe obliczenia.

W drugiej fazie, w której miarodajną dla pęknięć jest wytrzymałość betonu na ściskanie, moment, jaki belka może wytrzymać, nie daje się obliczyć z warunków równowagi. Zwykle obliczenie nie daje również stopnia pewności, należy więc stosować inny sposób do określe-

\*) Część I-sza tego sprawozdania ukazała się w numerze 24 *Czasop. Techn.* z r. 1936.

4— 5 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	. . .	2-krotnie
5— 6 "	. . .	2 "
6— 7 "	. . .	3 "
7— 8 "	. . .	2 "
8— 9 "	. . .	3 "
9—10 "	. . .	1 "
10—11 "	. . .	2 "
13—14 "	. . .	1 "
22—23 "	. . .	1 "

dla punktów zaś poza wyrównaniem:

0— 1 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	. . .	1-krotnie
1— 2 "	. . .	1 "
2— 3 "	. . .	1 "
3— 4 "	. . .	3 "
4— 5 "	. . .	2 "
7— 8 "	. . .	1 "

Następnie otrzymałem z wyrównania spostrzeżeń w 3 pionowych wyrażenie:

$$v = 0.276 \log(x_i + c_i) + 0.1777 \log(x_p + c_p) + 0.449 \log(z + c_z) \quad 10)$$

a po odjęciu 10) od 9):

$$\Delta v = \xi 0.0425 \log(x_i + c_i) - 0.0535 \log(x_p + c_p) - 0.0165 \log(z + c_z),$$

czyli że znowu współczynniki logarytmów większych odległości mało się między sobą różnią i mają znaki przeciwne, a współczynnik przy logarytmie głębokości, wynoszącym w każdym razie mniej jak 1 wypadł bardzo nieznaczny (0.0165).

nia granicy zbrojenia, rozdzielającej wspomniane dwa obszary. W ten sposób unika się zbrojenia ściskanego i skosów, ulepszając w ten sposób wygląd konstrukcji.

W przypadku zginania i sił osiowych dotychczasowy sposób obliczenia stopnia pewności nie odzwierciedla realnych warunków pracy, należałoby więc na podstawie doświadczeń obmyśleć ściślejszą metodę, opierając się na przepisach norweskich, dotyczących konstrukcji żelbetowych.

Wytrzymałość betonu nieuzbrojonego na obciążenie powtarzane (zmieniające się od 0 do pewnej wielkości skończonej) ściskające, rozciągające i zginające należy przyjąć równą  $\frac{1}{2}$  wytrzymałości, otrzymanej z analogicznych doświadczeń z obciążeniami stałymi. Dla żelbetu przy obciążeniach zmiennych należy zwrócić szczególną uwagę na zakotwienie i łagodne zagięcia zbrojenia.

Wytrzymałość betonu na rozciąganie jest obok wytrzymałości kostkowej drugą wielkością charakterystyczną tego materiału. Zależy ona od rodzaju betonu (t. j. od wytrzymałości kostkowej), od wielkości ziarn kruszywa, zawartości cementu w jednostce objętości i ilości wody. Doświadczenia na rozciąganie, wykonane na kostkach betonowych, nie dają pewnych wyników, to też zastrzeżono wykonanie doświadczeń na gięcie belek betonowych o wymiarach: długość 70 cm, szer. 15 cm i rozpiętości teoretycznej 60 cm, obciążonych siłami skupionymi, umieszczonymi symetrycznie w odległości 20 cm.

Co do ulepszenia masy betonowej, to zaleca się zbadać doświadczenia dla celów praktycznych poglądy i wskazania E. Freyssinet'a. Zasadniczą myślą jest zmniejszenie lub całkowite wyeliminowanie rozciągania w betonie nie tylko przy zginaniu lecz i przy ścinaniu, co można osiągnąć za pomocą odpowiednio wielkiego naprężenia początkowego tworzywa. Betonowi można nadać w ciągu kilku godzin dużą wytrzymałość, ściskając go i ogrzewając. Należałoby zbadać własności otrzymanego w ten sposób betonu.

Podobnie jak przy betonowaniu sklepień warstwami zaleca się w budownictwie np. dla betonowania stropów,

zbiorników i t. p. pozostawiać prowizoryczne szwy dylatacyjne, które po kilku tygodniach winny być zabetonowane. Oprócz tych szwów poszczególne elementy konstrukcyjne należy zaopatrzyć w szwy dylatacyjne stałe, które zapewnią konstrukcji racjonalną pracę.

O zastosowaniu stali wysokowartościowej była mowa w I cz. niniejszego sprawozdania.

#### Temat 2.

Od kongresu paryskiego sposób obliczania płaskich konstrukcji nośnych znacznie się ulepszył. Jedynie dla niektórych przypadków brak rozwiązania według teorii membranowej. Do sklepień, których nie można rozwiązać za pomocą zwykłych równań różniczkowych, stosuje się równania o wielkościach skończonych. Zagadnienia, dotyczące sklepień, stają się jeszcze bardziej złożone, o ile występują momenty gnące, zwłaszcza gdy powstają nie tylko na skutek zamocowania podpór, lecz wprowadzenie ich jest konieczne dla wypełnienia warunków równowagi. Przypadek ten zachodzi w sklepieniach cylindrycznych o zwykłej krzywiznie, podczas gdy w sklepieniach o krzywiznie podwójnej występują wyłącznie naprężenia rozciągające.

Za pomocą nowej teorii można obliczyć ściśle dla sklepień cylindrycznych momenty zginające od ciężaru równomiernie rozłożonego i sił skupionych. Przy dowolnym kształcie sklepienia obliczenie jest dość złożone, dlatego też byłoby rzeczą bardzo pożądaną uprościć je. Dla sklepień o dużej rozpiętości jest niezmiernie ważne zagadnienie pewności na wyoczenie. Jest ono stosunkowo prosto ujęte matematycznie dla najczęściej stosowanych kształtów sklepień. Przy obliczeniu pewności na wyoczenie należy uwzględnić odkształcenie sklepienia (zwłaszcza o kształcie cylindrycznym) oraz skurez betonu, co znów ma duże znaczenie dla sklepień o cienkich ściankach.

Zwiększenie rozpiętości mostów łukowych pociągnęło za sobą konieczność ścisłego zbadania kształtu osi łuku, zmian momentów bezwładności i naprężeń dopuszczalnych. Najważniejszym wskazaniem jest zrównoważenie momentów i unikanie wskazywania w betonie, co można osiągnąć, uwzględniając odkształcenia sprężyste i stałe łuku, podpór i fundamentów. W tym celu należy określić współczynnik odkształcenia betonu, jako funkcję czasu i warunków wykonania łuku. Przy łukach o przekroju skrzynekowym należy zwrócić szczególną uwagę na skurez betonu w kierunku obydwu osi.

Dalszy rozwój mostów łukowych zależy od możliwości budowy lekkich krążyn, doskonale przystosowanych do kształtu łuku, zwłaszcza dla dużych rozpiętości. Sposób, stosowany w praktyce, a polegający na obciążaniu krążyn tylko częścią ciężaru własnego łuku, powoduje w łuku odkształcenia, które należałoby zbadać szczegółowej w celu prawidłowego i ścisłego określenia stopnia bezpieczeństwa.

W niniejszym temacie poruszano również sprawę zastosowania stali wysokowartościowych w mostownictwie, co podałam w cz. I sprawozdania, dotyczącej budownictwa stalowego.

#### Temat 3.

Sklepienie zapory oblicza się obecnie za pomocą metody wycinków, przy czym należy brać pod uwagę ściślność gruntu pod fundamentem. Dokładne obliczenie zapór, podobnie jak sklepień sprężystych o zmiennym momencie bezwładności pozostało jedynie na płaszczyźnie teoretycznej, jako zbyt skomplikowane dla zastosowania praktycznego. Naprężenia, jakie powstają w rzeczywistości w zaporach sklepionych, zależą od sposobu wykonania oraz obciążenia konstrukcji w poszczególnych stadiach budowy, co bezwzględnie należy badać we właściwym czasie.

Dla wykonywania zapór sklepionych i innych konstrukcji betonowych oprócz wytrzymałości jest rzeczą bardzo ważną ściślność masy betonowej. Dla ścian oporowych zaleca się używać beton wilgotny plastyczny raczej niż suchy.

Praktyka wykazała, że w klimacie niekorzystnym wytrzymałość betonu na mróz jest wystarczająca dopiero przy zawartości cementu  $250 \text{ kg/m}^3$  —  $300 \text{ kg/m}^3$  i o ile beton nie jest zbyt mokry. Przy betonowaniu dużych maszyn wymaga się szczególnej staranności, aby nie do-

puścić do tworzenia się rys wskutek ochładzania. Zachowanie środków ostrożności jest tym ważniejsze im szybciej wykonywa się konstrukcję. Najprostszym zabezpieczeniem jest wykonywanie jej częściami o stosunkowo małej objętości. Dla ważniejszych budowli należy stosować sztuczne ochładzanie. Oprócz tego konieczne jest zastosowanie kanałów rewizyjnych dla badania nasiąkliwości betonu.

#### Część III. Badanie gruntów.

Od czasu Kongresu paryskiego zagadnienie wytrzymałości gruntów było szeroko omawiane w literaturze fachowej; podano przy tym metody obliczenia naprężeń na grunt bardzo dogodnie dla celów praktycznych.

Zasadniczym zagadnieniem w tej dziedzinie jest znalezienie największego obciążenia, jakie można przenieść na podłoże fundamentu budowli, nie naruszając warunków równowagi. Dzięki wyjaśnieniu sił przyczepności można ustalić wzory wytrzymałościowe dla wycinka fundamentu w stanie równowagi. Dla fundamentu, ograniczonego ze wszystkich stron, wytrzymałość w granicznym stanie równowagi nie została jeszcze całkowicie zbadana.

Rozkład ciśnienia na grunt można w przybliżeniu obliczać na podstawie ciśnienia pasa fundamentowego o długości nieskończonej. Teoria Boussinesq'a wraz z jej uzupełnieniem jest bardzo cenna, ponieważ umożliwia określenie z góry osłabienia gruntu, badając ziemię nie wzruszoną. Teoria osłabienia pokładów gliny w ostatnich czasach bardzo się rozwinęła i z pożytkiem stosowana jest w praktyce.

Dzięki ulepszeniu metod doświadczalnych, a zwłaszcza dla badania wpływu obciążeń dynamicznych, zagadnienia wytrzymałości gruntów będą opracowane wszechstronnie.

Kongres Berliński stanowił nie tylko syntezę prac naukowych i przegląd zbudowanych w ciągu ostatnich 4 lat dzieł sztuki inżynierskiej, lecz wypracował (w komisjach) wskazania dla dalszych badań zagadnień teoretycznych i skutecznego zastosowania ich w praktyce. Na tym polega przede wszystkim jego niewątpliwa wartość.

Maria Kubaszewska  
Inż. Dróg i Mostów.

## Sprawy Towarzystwa

Protokół posiedzenia Wydziału Głównego P. T. P. z dnia 9. listopada 1936 r.

Obecni: Prezes Prof. Dr Nadolski, 2 Wiceprezesa, 12 Członków Wydziału i Redaktor „Czasopisma Technicznego”.

1. Protokół z ostatniego posiedzenia z dnia 19. VI. 1936 r. przyjęto po odczytaniu, z poprawką prof. Dr Nadolskiego, że godność Sekretarza P. T. P. powierzono Inż. Krasuckiemu.

2. Przyjęto jednogłośnie na członka P. T. P. Inż. Mieczysława de Ines.

3. Przyjęto sprawozdanie skarbnika P. T. P. Dr Wilczkiewicza za ostatni okres czasu.

4. Pisma nadesłane i wysłane referuje Inż. Krasucki, odczytując:

a) pismo P. T. P. do Akademii Nauk Technicznych, w którym komunikujemy o przesłaniu części słownika Technicznego — oddanej nam do zaopiniowania p. t.: „Mechanika płynów”, którą pod przewodnictwem prof. Dr Matakiewicza opracowała Komisja w tym celu powołana;

b) list Dr Empergera, w którym dziękuje za gościnność okazaną mu przez P. T. P. oświadczając ze swej strony gotowość odwzajemnienia się w razie bytności we Wiedniu któregoś z członków P. T. P.;

c) pismo, którym P. T. P. przedstawiło Dyrekcji Muzeum Techniki i Przemysłu 4 kandydatów na przewodniczących Sekcji Ochrony Zabytków Polskiej Sztuki Inżynierskiej a mianowicie: Prof. Dr Aulich i Inż. Wójcickiego z działu mech., Prof. Inż. Fabiańskiego z działu górnictwa i Prof. Inż. Minkiewicza z działu architektury;

d) pisma w sprawie projektu wydawnictwa „Polskie Gospodarstwo pod zaborem austriackim“ wystosowane do P. Tow. Prawniczego, Tow. Literackiego im. A. Mickiewicza, P. Tow. Historycznego i P. Tow. Ekonomicznego z propozycją współpracy;

e) pismo N. O. I. w sprawie nadsyłania do Komisji Prasowo-Redakcyjnej wycinków z dzienników miejscowych odnoszących się do działalności N. O. I. i Stowarzyszeń do niej należących. W związku z tem Sekretarz stawia wniosek o zaprenumerowanie kilku poważniejszych dzienników. Uchwalono przekazać sprawę prenumeraty skarbnikowi P. T. P. z prośbą o oświadczenie się na nast. posiedzeniu Wydziału;

f) pismo Tow. Rozwoju Ziemi Wschodnich — Zarząd Okręgu Lwowskiego z zapytaniem czy P. T. P. nie podjęło by się zestawienia aktualnych problemów inwestycyjnych dla podniesienia gospodarczego województw pld. wschodnich przez:

1. budowę kanału m. zagłębieniem węglowym a Dniestrem,
2. wyzyskanie sił wodnych dla celów elektryfikacyjnych,
3. rozbudowę sieci gazów ziemnych i t. p. i relacjonuje, że w odpowiedzi zostały przesłane memoriały P. T. P., w których podkreślano już konieczność zwiększenia akcji inwestycyjnej z szczególnym uwzględnieniem potrzeb Małopolski przy czym wyrażono gotowość współpracy z Tow. Rozwoju Ziemi Wschodnich;

i) Prof. Dr Aulich referuje 2 pisma Związku Polskich Czasopism Technicznych i Zawodowych w sprawie zapłacenia składki członkowskiej za r. 1936 i pismo z zaproszeniem na Walne Zebranie Związku dnia 16. XI. b. r. i stawia wniosek, aby P. T. P. wystąpiło ze Związku i Sekcji Polskiej Międzynarodowej Prasy Technicznej i Zawodowej, ponieważ Międzynarodowa Federacja, łącząca przede wszystkim firmy wydawniczo-księgarskie, — o innej sferze zainteresowań, następnie w myśl uchwały ostatniego Kongresu rozszerzyła swoje ramy, obejmując wydawców wszelkich publikacji periodycznych.

Po dyskusji, wniosek Prof. Aulich poparty przez Prof. Dr Matakiewicza uchwalono.

Prezes Prof. Dr Nadolski odczytuje pismo p. Anieli Aleksandrowiczówny w sprawie wyznaczenia delegata Polskiego Towarzystwa Politechnicznego do Prezydium Kuratorium Fundacji Stypendyjnej im. śp. Inż. St. Aleksandrowicza.

Na wniosek Inż. Nosowicza uchwalono delegować Prezesa Prof. Dr Nadolskiego do Prezydium Kuratorium wym. Fundacji.

Prof. Dr Aulich komunikuje, że Akademia Nauk Technicznych zwróciła się do Redakcji „Czasopisma Technicznego“ z prośbą o przesłanie roczników Czasopisma i zawiadania o ofiarowaniu przez Inż. Świeżawskiego wszystkich roczników dla A. N. Techn. Uchwalono wysłać stałe A. N. Techn. 1 egz. „Czasopisma Technicznego“.

Prezes Dr Nadolski omawia wyniki obrad Rady Głównej w Toruniu dnia 25. X. ub. r. i komunikuje o przyjęciu przez Radę Główną projektu Regulaminu Małop. Oddz. Okręg. N. O. I. we Lwowie w brzmieniu propono-

wany przez P. T. P. przy czym rozszerzono teren działalności Oddziału na województwo krakowskie.

Na skutek protestu P. T. P. została wycofana z porządku obrad Rady Głównej sprawa przedkładania władzom memoriałów przygotowanych przez Stowarzyszenia Inżynierskie wyłącznie za pośrednictwem N. O. I.

W związku z I Ogólnym Zjazdem Inż. we Lwowie organizowanym przez N. O. I., wybrano skarbnikiem Zjazdu Inż. Drzewieckiego.

W dyskusji nad sprawozdaniem Inż. Blum podkreśla, że w Nr. 3/4 Biuletynu N. O. I. są nieścisłości odnośnie do ustaw projektowanych przez N. O. I. i sprzeczne z uchwałami P. T. P., następnie w projekcie ustawy o N. O. I. jest postanowienie przymusowego należenia Stowarzyszeń Inżynierskich do N. O. I., podczas gdy statut N. O. I. daje członkom możność wystąpienia, wręczcie projekty ustaw powinny być zatwierdzane przez Zjazd Delegatów a nie tylko przez Prezydium N. O. I.

Prof. Dr Matakiewicz zauważa, że projekt o N. O. I. jest ustawą korporacyjną i Sejm prawdopodobnie takiej ustawy nie uchwali — ponieważ wymagałoby to zmiany konstytucji.

Inż. Wierzbiański omawia sprawę jubileuszu i Zjazdu Inżynierów w r. 1937 — wyrażając obawę, czy będzie dość czasu na całą organizację.

Prezes hon. Inż. Rybicki — oświadcza, że w Statucie N. O. I. nie ma rozgraniczenia kompetencji między Zarządem N. O. I. a Radą Główną i trzeba dążyć do zmiany statutu N. O. I.

W związku z projektami ustaw drukowanych w Nr. 3/4 Biuletynu N. O. I. powołano Komisję w nast. składzie: Prezes Prof. Dr Nadolski, Prezes hon. Inż. Rybicki, Prof. Dr Matakiewicz, Inż. Blum, Inż. Ostrowski, Inż. Nosowicz, Inż. Kozłowski, Inż. Wierzbiański, Inż. Krasucki, Izba Inżynierska i Stow. P. Inż. Przem. Naft. w Borystawiu.

Komitet dla uczczenia 60-lecia P. T. P.: Prezes honorowy Inż. Rybicki, jako przewodniczący Komitetu i jako członkowie: Prof. Bratrowicz, Inż. Kozłowski, Inż. Wierzbiański, Prof. Dr Matakiewicz, Inż. Kolbuszowski, Prof. Dr Aulich, Inż. Krasucki, Inż. Nosowicz, Dr Wilczkiewicz, Inż. Szerszeń, Dr Ochędusko, Prof. Dr Burzyński, Inż. Wójcicki, Prof. Krzyczkowski, delegat Politechniki Lwowskiej, Oddziały P. T. P.

Prof. Dr Matakiewicz zwraca się z propozycją aby w razie ujawnienia nadużywania tytułu inżyniera — umieszczać protesty w dziennikach.

Inż. Szerszeń proponuje powołanie Syndyka dla spraw prawnych — uchwalono sprawę pow. oddać do załatwienia Prezydium P. T. P.

W dyskusji nad zwiększeniem ilości członków, zwrócono uwagę na konieczność odpowiedniej propagandy przez rozsyłanie odezw do inżynierów i zjednywanie nowych członków.

Na tym posiedzenie zamknięto.

TREŚĆ: Dr Inż. K. F. Vetulani: Rozważania w związku z wybozeniem poziomym toru kolejowego na podłożu płaskim, sztywnym i szorstkim. — Prof. Dr M. T. Huber: W sprawie odpowiedzi na krytykę dwu prac o wybozeniu spawanych szyn kolejowych. — Dr Inż. Wacław Olszak: Pierścienie i rury o wyrównanych naprężeniach obwodowych. (Ciąg dalszy). — Inż. Tytus Piller: Próba wprowadzenia wzoru empirycznego na rozkład prędkości w przekroju poprzecznym wody płynącej, na podstawie wzoru Jasmunda. (Dokończenie). — Wystawy i Zjazdy. — Sprawy Towarzystwa.

„CZASOPISMO TECHNICZNE“ WYCHODZI 10-go i 25-go KAŻDEGO MIESIĄCA.

Ceny ogłoszeń jednorazowych:

1/1 str. zł. 240; 1/3 str. zł. 140  
1/4 " " 80; 1/8 " " 50  
1/16 " " 30; 1/32 " " 20

Ogłoszenia na miejscach specjalnie rezerwowanych o 25% drożej. Dla ogłoszeń o zafiarowaniu lub poszukiwaniu pracy opust 50%.

Adres Redakcji i Administracji:

Lwów, ul. Zimorowicza l. 9.  
Telefon Redakcji 226—60. Telefon  
Redaktora 117—75. Konto P. K. O.  
151,857.

Prenumerata w kraju: rocznie  
zł. 32; kwartalnie zł. 8.

Cena pojedynczego zeszytu zł. 1.60.

Przy ogłoszeniach powtarzanych udziela się następujących opustów:

2-krotnie	10%	3-krotnie	12%
4- "	15%	6- "	20%
10- "	25%	12- "	30%
18- "	40%	24- "	50%

Dla ogłaszających się stale, zmiany w tekstach ogłoszeń są bezpłatne