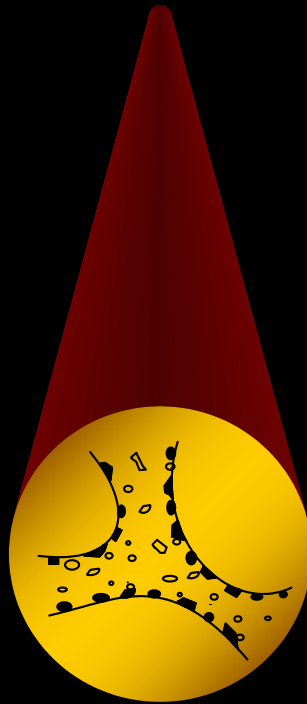


**Żaklina Konopacka**

# **Flotacja mechaniczna**



**Wrocław 2005**

**Żaklina Konopacka**

# Flotacja mechaniczna

Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej

Wrocław 2005

*Pragnę podziękować Panu Profesorowi  
Janowi Drzymale za cenne rady, wskazówki oraz  
dyskusje podczas realizacji niniejszej monografii*

Monografia *Flotacja mechaniczna* dotyczy niekorzystnego zjawiska towarzyszącego flotacji, polegającego na mechanicznym wyniesieniu ziaren do warstwy pianowej zawierającej wyflotowane ziarna hydrofobowe, wodę i pęcherzyki powietrza. Książka przeznaczona jest dla specjalistów oraz studentów interesujących lub zajmujących się flotacją. W monografii wszechstronnie opisano zjawisko flotacji mechanicznej. Podjęto w niej próbę usystematyzowania wiedzy o wyniesieniu mechanicznym wykorzystując zależności matematyczno-fizyczne między parametrami procesu. W pracy przedstawiono także perspektywiczne kierunki dalszych badań.

Książka ta jest drugą po *Flotacji solnej* (T. Ratajczak, J. Drzymała, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, 2003) monografią poświęconą flotacji i zjawiskom jej towarzyszącym.

## SPIS TREŚCI

Wykaz zastosowanych symboli i oznaczeń	3
1. Wprowadzenie	5
2. Flotacja mechaniczna	6
3. Opis flotacji mechanicznej	10
3.1. Flotacja mechaniczna podczas flotacji pianowej	10
3.1.1. Współczynniki wyniesienia mechanicznego	13
3.1.2. Wpływ wielkości ziaren	27
3.1.3. Wpływ zagęszczenia pulpy flotacyjnej	39
3.1.4. Wpływ prędkości przepuszczania powietrza przez pulpę flotacyjną	41
3.1.5. Wpływ grubości piany	43
3.1.6. Wpływ gęstości ziaren	43
3.1.7. Wpływ wielkości ziaren i gęstości minerału	45
3.1.8. Wpływ masy i kształtu ziarna oraz lepkości zawiesiny	52
3.1.9. Wpływ innych parametrów	53
3.2. Flotacja mechaniczna podczas flotacji bezpianowej	53
4. Flotacja mechaniczna w obecności flotujących ziaren	59
5. Hierarchia parametrów flotacji mechanicznej	64
6. Podsumowanie	68
7. Literatura	77

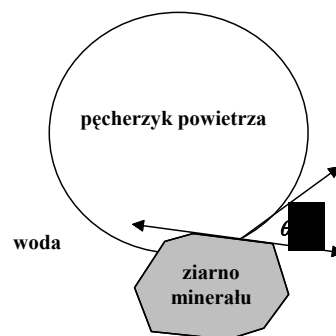
## WYKAZ ZASTOSOWANYCH SYMBOLI I OZNACZEŃ

<i>a</i>	– stała bezwymiarowa
<i>air</i>	– powietrze
<i>b</i>	– stała bezwymiarowa, wynosząca 0,00694
<i>b<sub>r</sub></i>	– stała, $\mu\text{m}^{-1}$
<i>c</i>	– cecha ziarna (w równaniach matematycznych podanych w tabeli 7. oznaczona jako <i>x</i> )
<i>CF<sub>i</sub></i>	– współczynnik klasyfikacji, bezwymiarowy
<i>c<sub>i</sub></i>	– inne cechy separacji wpływające na proces
<i>Cs<sub>d</sub></i>	– stężenie ziaren o rozmiarze <i>d</i> w obszarze Plateau piany, $\text{kg}/\text{m}^3$
<i>c<sub>u</sub></i>	– cecha urządzenia i sposobu jego pracy
<i>d</i>	– rozmiar ziarna, $\mu\text{m}$ (w niektórych równaniach w $\text{mm}$ )
<i>D</i>	– stała bezwymiarowa, wynosząca $\approx 0,17$
<i>d<sub>50</sub></i>	– ziarno podziałowe wyrażone w jednostkach długości
<i>D<sub>max</sub></i>	– maksymalna wielkość ziarna podlegającego flotacji mechanicznej, $\text{cm}$
<i>d<sub>sr</sub></i>	– średnia wielkość ziarna, $\mu\text{m}$
<i>e</i>	– stopień (współczynnik) wyniesienia mechanicznego ziaren, bezwymiarowy
<i>e<sub>v,v</sub></i>	– stopień (współczynnik) wyniesienia mechanicznego ziaren, bezwymiarowy
<i>e*</i>	– stopień wyniesienia mechanicznego ziaren niezależny od $\varepsilon_z$ i $\varepsilon_w$ , bezwymiarowy
<i>ent</i>	– wyniesienie mechaniczne
<i>f</i>	– stopień (współczynnik) wyniesienia mechanicznego ziaren, bezwymiarowy
<i>f(Q, Q<sub>air</sub>)</i>	– funkcja dyspersji, zależna od przepływu wody i powietrza i innych zmiennych, $\text{m}^2/\text{s}$
<i>f*</i>	– stopień wyniesienia mechanicznego ziaren niezależny od $\varepsilon_z$ i $\varepsilon_w$ , bezwymiarowy
<i>F<sub>c max</sub></i>	– maksymalna siła kapilarna w chwili odrywania się ziarna od pęcherzyka, $\text{N}$
<i>F<sub>y, ent</sub></i>	– strumień ziaren wyniesionych mechanicznie, $\text{kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$
<i>g</i>	– przyspieszenie ziemskie, $\text{m}/\text{s}^2$
<i>G<sub>w</sub></i>	– grubość warstwy wody, $\mu\text{m}$
<i>h</i>	– wysokość celki Hallimonda, $\text{cm}$
<i>K</i>	– koncentrat
<i>k*</i>	– współczynnik wyniesienia mechanicznego, bezwymiarowy
<i>k<sub>r</sub></i>	– stała, $\mu\text{m}^{-1}$
<i>L</i>	– stała flotometryczna, której wymiar zależy od wartości <i>n</i>
<i>L<sub>X</sub>, L<sub>H</sub>, L<sub>L</sub>, L<sub>E</sub></i>	– stałe flotometryczne wyrażone w jednostce długości
<i>m</i>	– stała wyrażona w jednostkach długości
<i>m<sub>w</sub></i>	– masa wody, $\text{g}$
<i>m<sub>z</sub></i>	– masa ziaren, $\text{g}$
<i>n</i>	– wykładnik potęgowy
<i>N</i>	– nadawa
<i>n<sub>r</sub></i>	– stała, $\mu\text{m}^{-1}$
<i>P</i>	– stopień (współczynnik) wyniesienia mechanicznego ziaren, bezwymiarowy
<i>P*</i>	– stopień (współczynnik) wyniesienia mechanicznego ziaren niezależny od $\varepsilon_z$ i $\varepsilon_w$ , bezwymiarowy
<i>PPG</i>	– eter polipropylenowo-glikolowy
<i>Q</i>	– przepływ wody, $\text{m}^3/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$
<i>Q<sub>air</sub></i>	– przepływ powietrza, $\text{m}^3/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$
<i>Q<sub>M</sub></i>	– masa danej klasy ziarnowej w produkcie flotacji, $\text{g}$
<i>Q<sub>N</sub></i>	– masa danej klasy ziarnowej w nadawie, $\text{g}$
<i>R</i>	– współczynnik korelacji, bezwymiarowy
<i>r<sub>p</sub></i>	– promień ziarna wyrażony w jednostkach długości
<i>t</i>	– czas zbierania produktów flotacji, $\text{min}$
<i>T</i>	– temperatura, $\text{K}$ lub $^{\circ}\text{C}$
<i>V</i>	– objętość celki Hallimonda, $\text{cm}^3$
<i>V<sub>w</sub></i>	– objętość odzyskanej wody, $\text{dm}^3$

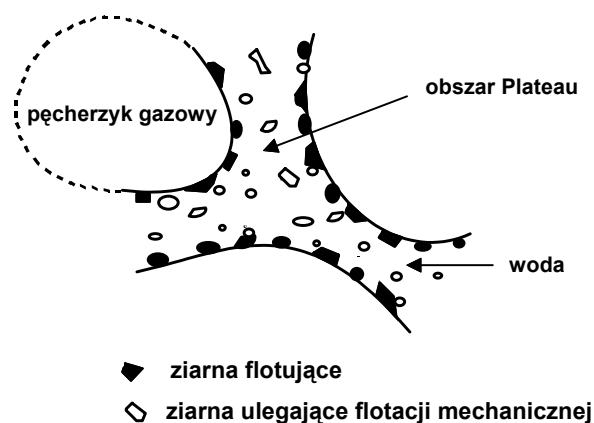
$w_w$	– strumień odzysku wody, $\text{kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$
$x$	– w tabeli 7 oznacza cechę ziarna
$x$	– pozioma oś współrzędnych
$X$	– współczynnik klasyfikacji, bezwymiarowy
$x_F$	– zawartość ziaren w obszarze Plateau w postaci ułamka stężeniowego, bezwymiarowa
$x_P$	– zawartość wody w obszarze Plateau w postaci ułamka stężeniowego, bezwymiarowa
$y$	– pionowa oś współrzędnych
$Z$	– współczynnik klasyfikacji, bezwymiarowy
$Z^*$	– współczynnik klasyfikacji niezależny od wartości $\varepsilon_z$ i $\varepsilon_w$ , bezwymiarowy
$Z^*_{v,v}$	– współczynnik klasyfikacji niezależny od wartości $\varepsilon_z$ i $\varepsilon_w$ , bezwymiarowy
$\delta$	– wskaźnik związany z uprzywilejowanym drenażem dla dużych ziaren, bezwymiarowy
$\Delta t$	– przedział czasu, min
$\varepsilon$	– uzysk składnika w produkcie pianowym, %
$\varepsilon_w$	– uzysk wody w produkcie pianowym, %
$\varepsilon_{w,0}$	– początkowy uzysk wody, %
$\varepsilon_z$	– uzysk wynoszonych mechanicznie ziaren, %
$\varepsilon_{z \max}$	– uzysk maksymalny wynoszonych mechanicznie ziaren, %
$\gamma$	– wychód produktu, %
$\gamma_f$	– napięcie powierzchniowe cieczy, $\text{mN}/\text{m}$
$\eta$	– lepkość zawiesiny lub cieczy, $\text{mPa} \cdot \text{s}$
$\varphi$	– zagęszczenie pulpy, %
$\lambda$	– zawartość danej frakcji w produkcie flotacji, %
$\Sigma \lambda$	– kumulowana zawartość frakcji w danym produkcie flotacji, %
$v_d$	– prędkość dyfuzji ziaren do obszarów o mniejszym zagęszczeniu, $\text{m}/\text{s}$
$v_e$	– efektywna prędkość wypadania ziaren z piany, $\text{m}/\text{s}$
$v_N$	– prędkość przepływu nadawy, $\text{cm}/\text{s}$
$v_p$	– prędkość przepływu powietrza, $\text{dm}^3/\text{min}$
$v_{\text{set}}$	– prędkość skrzepowanego opadania ziaren w pianie, $\text{m}/\text{s}$
$v_w$	– prędkość przepływu wody, $\text{m}/\text{s}$
$v_{wd}$	– prędkość przepływu wody w dół przez pianę, $\text{cm}/\text{s}$
$v_{wo}$	– prędkość odzysku wody, $\text{g}/\text{min}$
$v_z$	– prędkość odzysku ziaren wynoszonych mechanicznie, $\text{g}/\text{min}$
$\pi$	– $\approx 3,14$
$\theta$	– kąt zwilżania, stopnie
$\theta_d$	– kąt odrywu ziarna od pęcherzyka lub tzw. cofający kąt zwilżania, stopnie
$\rho'$	– gęstość ziaren mineralnych w wodzie, $\text{g}/\text{cm}^3$ ( $\rho' = \rho_z - \rho_w$ )
$\rho_w$	– gęstość wody, $\text{g}/\text{cm}^3$ , $\rho_w (\text{temp. } 20^\circ \text{C}) = 0,9982323 \approx 1$
$\rho_z$	– gęstość ziaren mineralnych w powietrzu, $\text{g}/\text{cm}^3$
$\zeta$	– rozmiar ziarna, którego stopień wyniesienia ( $e$ ) wynosi 20%, $\mu\text{m}$
$\psi$	– współczynnik kształtu; $\psi = \psi_w^{-1/2}$ , bezwymiarowy
$\psi_w$	– współczynnik sferyczności Wadella, bezwymiarowy

## 1. WPROWADZENIE

Wzbogacaniu surowców towarzyszą często procesy niepożądane, które mogą znacząco obniżyć jakość uzyskiwanych koncentratów. We flotacji takim zjawiskiem jest mechaniczne wynoszenie ziaren (Bisshop i White, 1976; Fuerstenau, 1980; Subrahmanyam i Forssberg, 1988a, b; Warren, 1985; Smith i Warren, 1989; Ross, 1990; Maachar i Dobby, 1992; Gülsoy i Ersayin, 1999b; Neethling i Cilliers, 2002a), które nazywa się także flotacją mechaniczną (Drzymała i Lekki, 1989a; Kirjavainen, 1996; Çilek i Umucu, 2001). Właściwa flotacja polega na przechodzeniu ziaren hydrofobowych z zawiesiny wodnej do warstwy piany w wyniku przyczepiania się ich do pęcherzyków powietrza siłami kapilarnymi z utworzeniem tak zwanego kąta zwilżania  $\theta$  (rys. 1). Z kolei flotacja mechaniczna jest przenoszeniem ziaren zarówno hydrofilowych jak i hydrofobowych do warstwy pianowej bez przyczepiania się ziaren do pęcherzyków siłami kapilarnymi (rys. 2), lecz w wyniku szeregu innych zjawisk.



Rys. 1. Flotacja w wyniku działania sił hydrofobowych powodujących przytwierdzenie się ziaren do pęcherzyków gazowych



Rys. 2. Wycinek piany flotacyjnej obrazujący umiejscowienie ziaren flotowanych oraz ziaren wynoszonych mechanicznie (według Kelly'ego i Spottiswooda, 1982 oraz Hemmingsa, 1980)



W wyniku flotacji otrzymuje się zwykle produkt górny będący koncentratem wyflotowanych ziaren hydrofobowych oraz produkt komorowy, zwany często odpadem, który jest koncentratem ziaren hydrofilowych. Produkt komorowy może także zawierać ziarna hydrofobowe, na przykład takie, które są zbyt ciężkie do flotacji. Z kolei koncentrat zawiera obok ziaren hydrofobowych także ziarna hydrofilowe, które dostały się do niego w wyniku flotacji mechanicznej. Wyniesienie mechaniczne ziaren jest zatem zjawiskiem, którego nie można pominąć, gdyż ma ono istotny wpływ na jakość produktów oraz efektywność procesu flotacji.

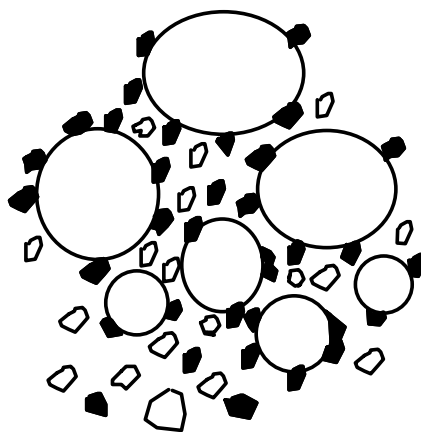
Celem tej monografii jest dokonanie szerokiego opisu flotacji mechanicznej w oparciu o opublikowane dotąd w literaturze światowej wyniki badań różnych autorów. Opis ten powinien pozwolić na głębsze poznanie procesu flotacji mechanicznej, a także ukazać powiązania, strukturę i hierarchię parametrów wpływających na ten proces. Informacje zawarte w monografii powinny także wskazać kierunek dalszych badań i rozważań teoretycznych dla minimalizacji wyniesienia mechanicznego w procesach flotacyjnych.

## 2. FLOTACJA MECHANICZNA

Typowy układ flotacyjny składa się z ziaren hydrofobowych, ziaren hydrofilowych, wody, pęcherzyków powietrza oraz odczynników chemicznych. Podczas przepływu pęcherzyków powietrza przez wodną zawiesinę ziaren, do warstwy piany przedostają się przede wszystkim ziarna hydrofobowe oraz pewna część ziaren hydrofilowych. Ziarna hydrofilowe nie są przytwierdzone do pęcherzyków powietrza siłami kapilarnymi, lecz w różnoraki sposób są transportowane za pęcherzykami. W oparciu o ogólną wiedzę o flotacji wyróżnić można wiele mechanizmów prowadzących do flotacji mechanicznej. Są to przede wszystkim przenoszenie, unoszenie, okluzja, porywanie, heterokoagulacja, pokrycia mułowe oraz flotacja bezkontaktowa. Sposoby te pokazano na rysunkach 3–8.

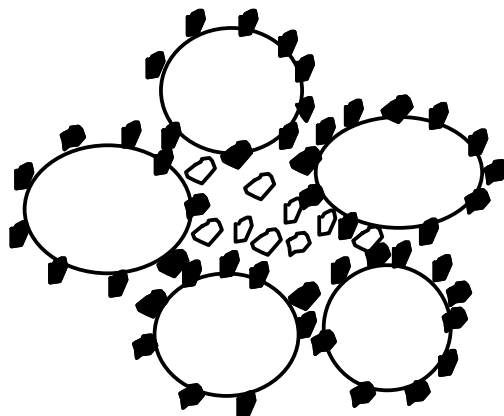
Przenoszenie (rys. 3) polega na przechodzeniu ziaren do warstwy pianowej razem z wodą zwaną międzypęcherzykową lub obszarów Plateau (Savassi i współ., 1998). Pęcherzyki spełniają rolę pewnego rodzaju filtra, który zatrzymuje niektóre ziarna zawiesiny flotacyjnej, zwłaszcza drobne, przed opadaniem z powrotem do celi flotacyjnej (Wheeler,

1985; Kirjavainen, 1992b; Savassi i współ., 1998). Ziarna mające dużą prędkość opadania wydostają się z piany, podczas gdy inne mogą w niej pozostawać. Przenoszenie jest podstawową przyczyną flotacji mechanicznej i zachodzi zarówno jako proces towarzyszący flotacji ziaren hydrofobowych, jak i przy przepuszczaniu pęcherzyków gazowych przez zawiesinę zawierającą wyłącznie ziarna hydrofilowe. Przepuszczanie pęcherzyków gazowych przez ciecz lub zawiesinę ziaren nazywa się także barbotażem lub perleniem (Koch i Noworyta, 1992).



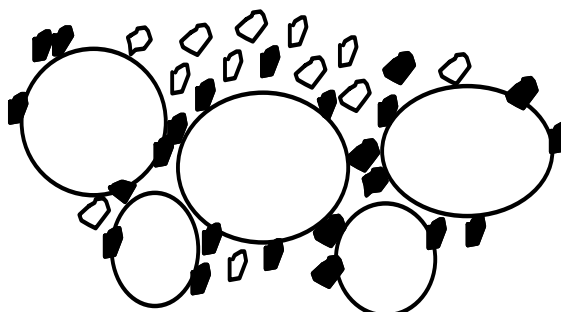
Rys. 3. Flotacja mechaniczna powodowana *przenoszeniem* (ang. *carrying upwards in Plateau regions*) ziaren (ziarna białe i czarne) do przestrzeni między pęcherzykami powietrza

Okluzja zachodzi wtedy, gdy ziarna są całkowicie zamykane w przestrzeniach między-pęcherzykowych, co pokazuje rys. 4. Może to mieć miejsce, gdy piana flotacyjna jest silnie zmineralizowana ziarnami hydrofobowymi, co uniemożliwia wypadanie wolnych ziaren z piany.



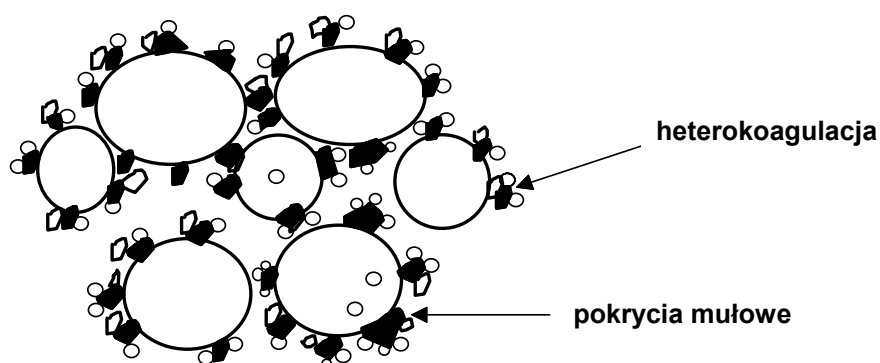
Rys. 4. Flotacja mechaniczna powodowana *okluzją* (ang. *entrapment*) ziaren zamkniętych we wnętrzach agregatów utworzonych przez pęcherzyki i ziarna hydrofobowe (ziarna czarne)

Z kolei unoszenie ziaren (rys. 5) polega na mechanicznym przemieszczaniu ich w kierunku warstwy pianowej na pewnego rodzaju półkach utworzonych przez agregaty ziaren hydrofobowych i pęcherzyków gazowych (Kirjavainen, 1992b).



Rys. 5. Flotacja mechaniczna powodowana *unoszeniem* (ang. *supporting*) ziaren na powierzchni agregatów składających się z ziaren hydrofobowych (ziarna czarne) i pęcherzyków powietrza

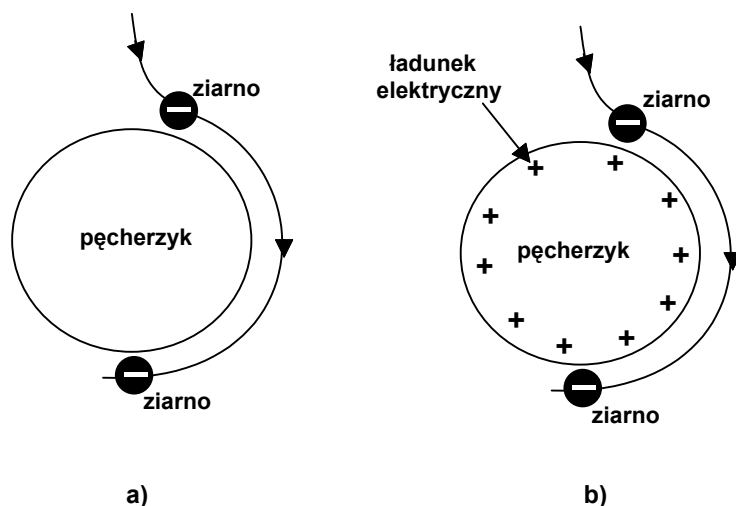
Na flotację mechaniczną mogą się również składać heterokoagulacja oraz pokrycia mułowe (rys. 6). Heterokoagulacja polega na adhezji podobnej wielkości ziaren różnych substancji w wyniku działania sił dyspersyjnych i elektrycznych (Sonntag, 1982). Natomiast pokrycia mułowe we flotacji mechanicznej są wynikiem adhezji drobnych ziaren do powierzchni ziaren od nich znacznie większych (Gaudin, 1963).



Rys. 6. Flotacja mechaniczna powodowana adhezją ziaren poprzez *pokrycia mułowe* (ang. *slime coating*) (białe ziarna na dużym czarnym ziarnie) lub *heterokoagulację* (ang. *heterocoagulation*) (białe ziarna przylegające do podobnej wielkości ziaren czarnych)

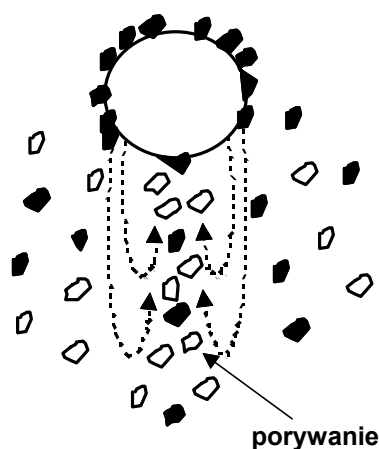
Na flotację mechaniczną składa się także tzw. flotacja bezkontaktowa (rys. 7). Polega ona na przyczepianiu się drobnych ziaren do powierzchni pęcherzyków gazowych nie w wyniku działania znacznych sił kapilarnych lecz w wyniku oddziaływań Van der Waalsa

oraz działania sił elektrycznych opisywanych klasyczną teorią DLVO. Zagadnienia te rozpatrywał Derjaguin i jego współpracownicy (np. Derjaguin i Dukhin, 1981). Taką flotację nazywali oni również flotacją bezinercyjną lub heterokoagulacyjną dla podkreślenia faktu, że kontakt ziarna i pęcherzyka może nastąpić w tzw. pierwszym lub drugim minimum stanu energetycznego układu, czyli w pewnej odległości od siebie. Flotację bezkontaktową rozpatrywali także Drzymała i Lekki (1989a).



Rys. 7. Flotacja bezkontaktowa (*contactless flotation*) w wyniku oddziaływań pomiędzy pęcherzykiem a ziarnem: a) siłami dyspersyjnymi, b) siłami dyspersyjnymi i polarnymi (Derjaguin i Dukhin, 1981). Strzałki pokazują ruch ziarna w wodzie przed bezkontaktowym przytwierdzeniem się do pęcherzyka

Istnieją jeszcze inne możliwe sposoby przenoszenia ziaren do piany flotacyjnej. Na przykład stwierdzono (Wheeler, 1985), że za wznoszącym się pęcherzykiem gazu znajduje się więcej ziaren hydrofilowych niż w innych obszarach. Proces ten nazywa się porywaniem (ang. *waking*) (Wheeler, 1985; Smith i Warren, 1989) (rys. 8).



Rys. 8. Ilustracja *porywania* (ang. *waking*) ziaren przez wznoszący się pęcherzyk gazu

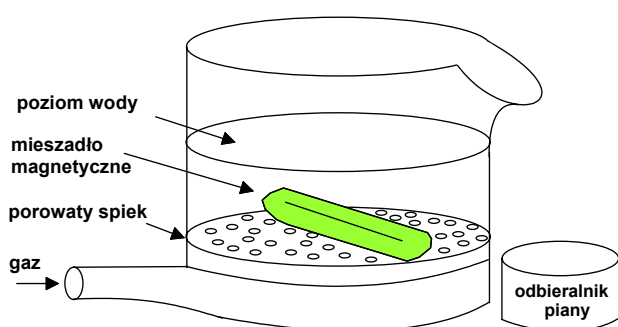
Należy dodać, że hydrofilowe składniki rud i surowców mogą także przedostawać się do koncentratów flotacyjnych, gdy tworzą zrosty z flotującymi ziarnami hydrofobowymi.

### 3. OPIS FLOTACJI MECHANICZNEJ

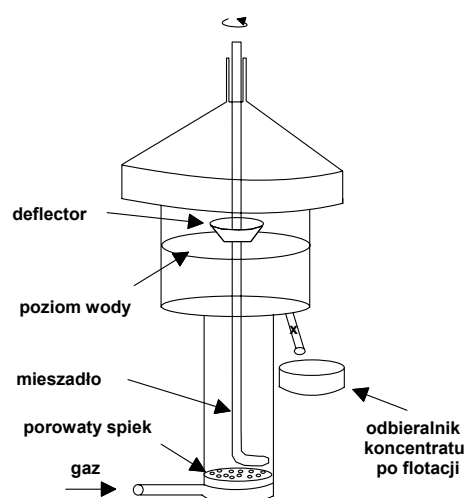
Zagadnienie wyniesienia mechanicznego było badane przez wielu autorów. Stosowali oni różnorodne urządzenia oraz procedury i z tego powodu obserwowali różne intensywności flotacji mechanicznej. Największe zróżnicowanie flotacji mechanicznej zauważa się we flotacji pianowej w stosunku do bezpianowej. Dlatego flotacja mechaniczna dla tych rodzajów flotacji będzie omówiona osobno.

#### 3.1. FLOTACJA MECHANICZNA PODCZAS FLOTACJI PIANOWEJ

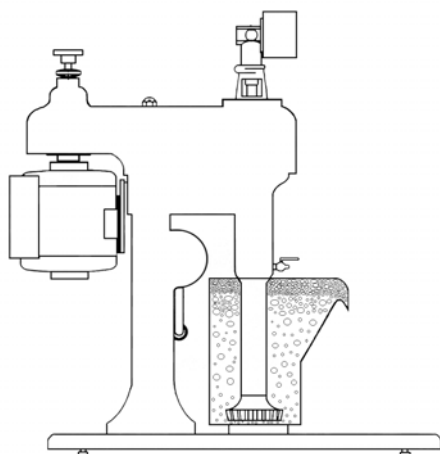
Flotowniki, w których realizuje się flotację pianową, mają różne rozmiary i rozwiązania techniczne. Najmniejsze z nich to laboratoryjne maszynki flotacyjne o pojemności około  $100\text{ cm}^3$ , a największe to przemysłowe flotowniki o pojemności nawet  $100\text{ m}^3$ . Ogólnie flotowniki można podzielić na mechaniczne, pneumatyczne i pneumatyczno-mechaniczne (Sablik, 1998). Schematy wybranych flotowników laboratoryjnych przedstawiono na rys. 9 - 13.



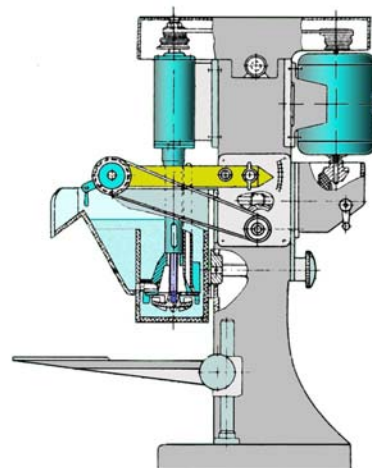
Rys. 9. Flotownik laboratoryjny z mieszadłem magnetycznym. Pojemność  $150\text{ cm}^3$ , (Fuerstenau, 1964)



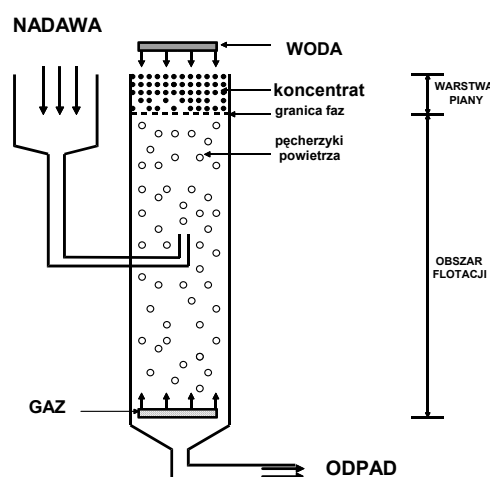
Rys. 10. Flotownik laboratoryjny Partridge'a i Smitha (1971) z mieszadłem mechanicznym. Pojemność  $50\text{ cm}^3$



Rys. 11. Laboratoryjna maszynka flotacyjna typu Denver o pojemności celi flotacyjnej 5 dm<sup>3</sup> (rysunek w oparciu o Bulletin No. L-FLO-1, 1994)



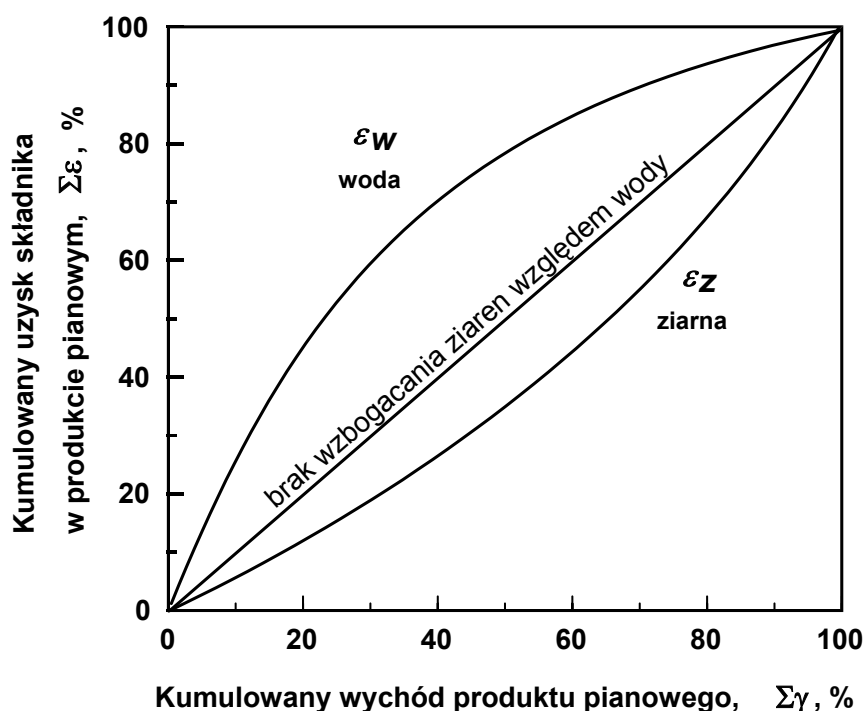
Rys. 12. Laboratoryjna maszynka flotacyjna typu Mechanobr o pojemności celki 0,25-1,0 dm<sup>3</sup> (rysunek Łuszczkiewicza (2004), w oparciu o pracę Bergera i Efimowa (1962)



Rys. 13. Uproszczony schemat kolumny flotacyjnej jako przykład pneumatycznej maszyny flotacyjnej. Rysunek oparty o schemat zawarty w pracy Fincha i współ. (1995). Pojemność od 0,5 do 5 dm<sup>3</sup>

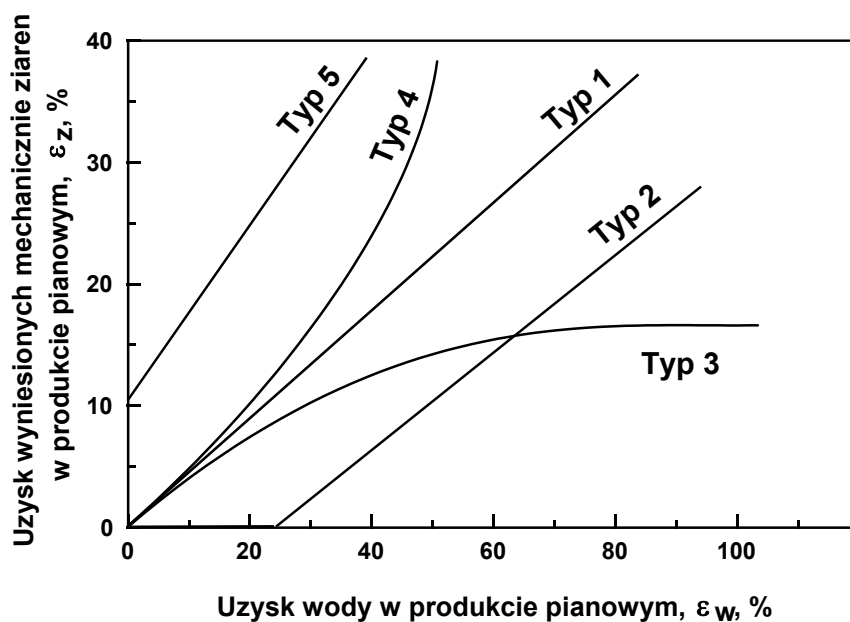
Na wyniesienie mechaniczne podczas flotacji pianowej wpływają takie parametry jak gęstość ziaren, ich wielkość, geometria komory flotacyjnej, właściwości piany flotacyjnej oraz sposób prowadzenia flotacji (Engelbrecht i Woodburn, 1975; Trahar, 1981; Lynch i współ, 1981; Warren, 1985; Ross, 1991a; Kirjavainen, 1989, 1992b oraz Kirjavainen i inni 1991; Drzymała i Hrycyna, 2004; Ross i Van Deventer, 1988; Maachar i Dobby, 1992). Zwykle eksperyment dotyczący wyniesienia mechanicznego hydrofilowych ziaren mineralnych polega na zbieraniu produktu pianowego i określaniu w nim zawartości części stałych, a następnie uzysku wody oraz uzysku ciał stałych.

Do graficznego przedstawienia wyniesienia mechanicznego ziaren mogą być wykorzystane krzywe wzbogacania, w tym najprostsze Mayera (rys. 14) czy też Henry'ego. Nie są one jednak wygodne w użyciu, ponieważ konieczne jest rozpatrywanie jednocześnie dwóch krzywych, to znaczy krzywej dla ziaren i krzywej dla wody. Dlatego korzystniejsze jest sporządzanie zależności uzysku wynoszonych mechanicznie ziaren  $\varepsilon_z$  od uzysku wody  $\varepsilon_w$ , czyli w postaci krzywej nazwanej przez Drzymałę (2001a) krzywą Fuerstenaua. Jej zalety Fuerstenau (1992) wykorzystał do opisu wzbogacania węgla. Zamiast uzysków można też stosować wielkości do uzysków proporcjonalne. Zależności takie rozważali Jowett (1966), Waksmundzki i współ. (1972), Engelbrecht i Woodburn (1975), Trahar (1981), Warren (1985), Kirjavainen (1989, 1992a, 1992b), Livshits i Bezrodnaya (1961), Bisshop i White (1976), Lynch i współ. (1974, 1981), Subrahmanyam i Forssberg (1988b) oraz inni autorzy.



Rys. 14. Wyniki wyniesienia mechanicznego ziaren zobrazowane krzywą wzbogacania Mayera dla dwóch składników (ziaren hydrofilowych i wody)

Analiza prac badawczych dotyczących wyniesienia mechanicznego ziaren wykazała, że zależność pomiędzy uzyskiem ziaren flotujących mechanicznie a uzyskiem wody może przybierać różne kształty. Typowe kształty krzywych Fuerstenaua przedstawiających zależność między uzyskiem ziaren a uzyskiem wody przedstawiono na rys. 15.



Rys. 15. Możliwe kształty krzywych wiążących uzysk ziaren wynoszonych mechanicznie  $\varepsilon_z$  z uzyskiem wody  $\varepsilon_w$

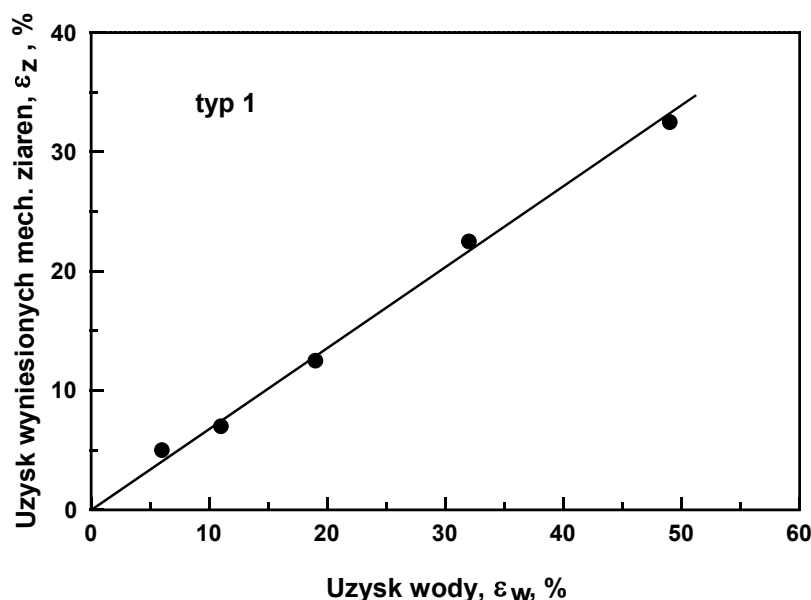
Odmienne kształty krzywych na rys. 15 wynikają z różnych sposobów prowadzenia flotacji i ze zróżnicowanych właściwości układów poddanych flotacji mechanicznej. Ogólnie flotacje dzieli się na ciągłe i okresowe. Wśród ciągłych wyróżnić można flotację z ciągłym doprowadzeniem nadawy wraz z tworzeniem dwóch produktów (koncentratu i odpadu). Flotacje okresowe mogą być prowadzone bez dodawania czegokolwiek do komory flotacyjnej w czasie procesu, z zawracaniem roztworu wodnego, czy też z dodawaniem wody dla utrzymywania stałego poziomu wody w komorze flotacyjnej. W tym ostatnim przypadku uzyski wody mogą przybierać wartości przekraczające 100% początkowej ilości wody.

### 3.1.1. WSPÓŁCZYNNIKI WYNIESIENIA MECHANICZNEGO

Można wyróżnić (rys. 15) pięć rodzajów krzywych wyniesienia mechanicznego. Nazywano je typami od 1 do 5. Są to typy: liniowy (typ 1), liniowy przesunięty (typ 2), rosnący osiągający plateau (typ 3), rosnący (typ 4) oraz liniowy przesunięty w górę (typ 5). Przebiegi tych krzywych zależą od prędkości i czasu zbierania produktu pianowego, właściwości piany regulowanej dozowaniem spieniacza, prędkości przepływu powietrza przez układ flotacyjny oraz sposobu flotacji. Liniowy (typ 1) charakter zależności między uzyskiem wyniesionych mechanicznie ziaren  $\varepsilon_z$  a uzyskiem wody  $\varepsilon_w$  (rys. 15, 16) stwierdzili w 1961 roku



Livshits i Bezrodnaya. Trahar (1981) badając wyniesienie mechaniczne hydrofilowego kwarcu również otrzymał liniową zależność między  $\varepsilon_z$  a  $\varepsilon_w$ . Liniowy charakter zależności pomiędzy licznością ziaren a ilością odzyskanej wody otrzymali także Subrahmanyam i Forssberg (1988b), Waksmundzki i współ. (1972), Arbiter (1979) oraz dla bardzo drobnych ziaren Engelbrecht i Woodburn (1975).



Rys. 16. Wyniesienie mechaniczne drobnych ziaren kwarcu ( $< 5 \mu\text{m}$ ) otrzymane dla zagęszczenia pulpy 27% w obecności spieniacza PPG 400. Autor nie podał typu stosowanego urządzenia flotacyjnego (według Trahara, 1981)

Dla opisu wyniesienia mechanicznego typu 1, Warren (1985) zaproponował zależność:

$$\varepsilon_z = e^* \cdot \varepsilon_w \quad (1)$$

gdzie:

- $e^*$  – bezwymiarowy współczynnik wyniesienia mechanicznego ziaren, niezależny od wartości  $\varepsilon_z$  i  $\varepsilon_w$
- $\varepsilon_z$  – uzysk ziaren wyniesionych mechanicznie,  $\varepsilon_z = \frac{(m_z)_K}{(m_z)_N} \cdot 100\%$ , %
- $\varepsilon_w$  – uzysk wody w produkcie pianowym,  $\varepsilon_w = \frac{(m_w)_K}{(m_w)_N} \cdot 100\%$ , %
- $m_z, m_w$  – masa, odpowiednio ziaren i wody, w jednostkach masy
- $K$  – koncentrat
- $N$  – nadawa.

Ponieważ uzysk ziaren jest z reguły niższy niż uzysk wody, wartości współczynnika  $e^*$  mogą zawierać się w granicach od 0 do 1. Jeżeli współczynnik wyniesienia mechanicznego

ziaren wyznacza się w oparciu o jeden pomiar lub ulega on zmianie w zależności od zakresu wartości  $\varepsilon_z$  lub  $\varepsilon_w$ , wtedy w tej pracy będzie on też oznaczany literą  $e$ , lecz bez gwiazdki.

Subrahmanyam i Forssberg (1988a, 1988b) podali wartości stopnia wyniesienia  $e^*$  dla różnych rozmiarów ziaren hydrofilowych zbieranych w produkcji pianowym w różnych flotownikach. Zebrane przez nich wartości współczynnika wyniesienia  $e^*$  przedstawiono w tabeli 1.

Tabela 1

Wartości współczynnika wyniesienia mechanicznego  $e^*$  wyznaczonego z zależności  $e^* = \varepsilon_z / \varepsilon_w$  dla wybranych substancji (według Subrahmanyama i Forssberga, 1988a, 1988b)

Nazwa substancji	Wartość współczynnika $e^*$	Rozmiar ziarna $d$ [ $\mu\text{m}$ ]	Źródło danych wykorzystanych przez Subrahmanyama i Forssberga, 1988a
kwarc	0,72	3,5*	Trahar (1981)
ruda kasyterytowa	0,85	< 5,0	Goodman, Trahar (1977)
krzemionka	0,99	< 12,0	Engelbrecht, Woodburn (1975)
węgiel kamienny	1,00	< 38,0	Lynch i współ. (1981)
kwarc	0,10	< 40,0	Engelbrecht, Woodburn (1975)
bardzo drobna skała płonna	0,87		Warren (1985)
drobna skała płonna	0,78	< 40,0	Subrahmanyam i Forssberg (1988a)

\* w oryginalnej pracy Trahara (1981) stopień wyniesienia mechanicznego  $e^* = 0,72$  dla kwarcu określono dla ziaren < 5  $\mu\text{m}$

Istnieje wiele odmian współczynnika wyniesienia mechanicznego  $e^*$ . Wynika to z faktu, że w równaniu (1) ilość wyniesionych mechanicznie ziaren oraz wody można określać w różny sposób, np. jako uzysk w procentach, odzysk w jednostkach masy, czy też w postaci strumienia masy w kg/czas. Stąd wskaźnik ten, w zależności od autora oraz sposobu zdefiniowania jest różnie nazywany. Najczęściej stosuje się określenie współczynnik mechanicznego wyniesienia (Warren, 1985; Smith i Warren, 1989). Wybrane rodzaje współczynnika wyniesienia mechanicznego będą podane później w podsumowaniu.

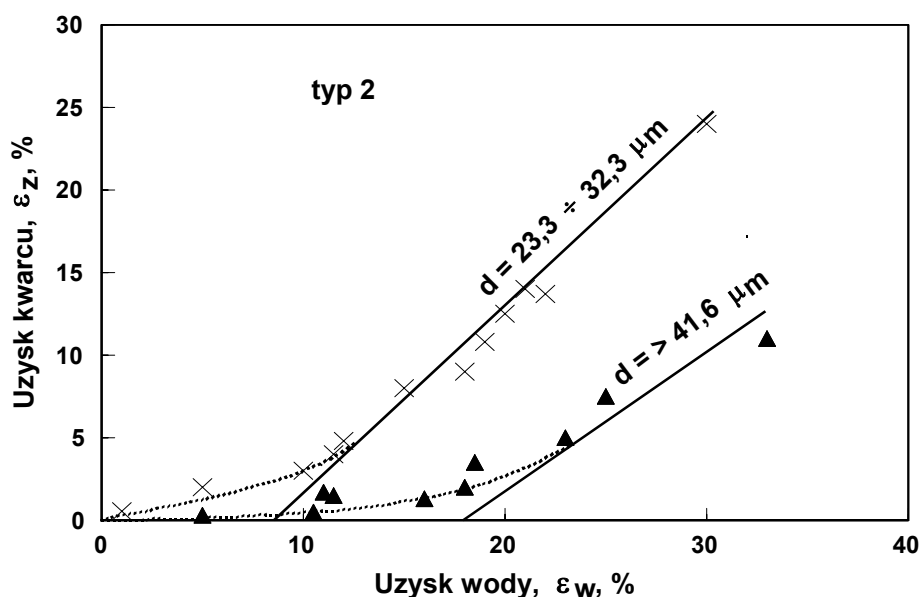
W niektórych układach obserwuje się prostoliniową zależność między  $\varepsilon_z$  a  $\varepsilon_w$ , z wyjątkiem obszaru początkowego (Waksmundzki i inni, 1972; Engelbrecht i Woodburn, 1975; Lynch i inni, 1981). Jest to typ 2 krzywej flotacji mechanicznej (rys. 15, 17). Ma to szczególnie miejsce, gdy nadawa zawiera także grubsze ziarna, co powoduje wypadanie ich z piany. Smith i Warren (1989) opisali krzywą typu 2 liniową zależnością między  $\varepsilon_z$  i  $\varepsilon_w$ , ale

z poprawką na przesunięcie, stanowiącą początkowy uzysk wody ( $\varepsilon_{w,0}$ ). Opis tego typu krzywej wymaga dwóch parametrów to jest  $\varepsilon_{w,0}$  oraz współczynnika wyniesienia  $f^*$ :

$$\varepsilon_z = f^* (\varepsilon_w - \varepsilon_{w,0}) \quad (2)$$

Zatem współczynnik wyniesienia  $f^*$  ma postać:

$$f^* = \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_w - \varepsilon_{w,0}} \quad (3)$$



Rys. 17. Uzyski różnych wielkości ziaren kwarcowych w zależności od uzysku wody, otrzymane w obecności speniacza Dowfroth 250. Flotacja ciągła prowadzona we własnej konstrukcji maszynie flotacyjnej wyposażonej w komorę flotacyjną o objętości 30 dm<sup>3</sup> (Engelbrecht i Woodburn, 1975)

Typowe wartości  $\varepsilon_{w,0}$  wraz z wartościami  $f^*$  dla kwarcu podano w tabeli 2.

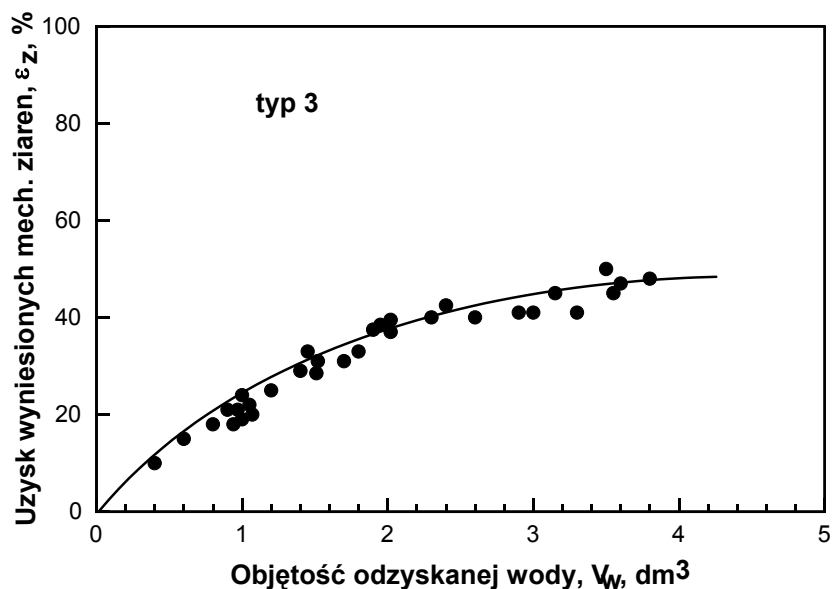
Tabela 2

Wartości  $f^*$  oraz  $\varepsilon_{w,0}$  dla kwarcu poddanego flotacji mechanicznej we własnej konstrukcji maszynie flotacyjnej o pojemności celi 30 dm<sup>3</sup> w obecności speniacza Dowfroth 250 (Engelbrecht i Woodburn, 1975)

$f^*$	$\varepsilon_{w,0}, \%$	$d, \mu\text{m}$
0,64	12,8	> 41,6
0,93	7,1	23,3÷32,3
1,0	≈ 0	< 12

Inny rodzaj zależności pomiędzy  $\varepsilon_z$  i  $\varepsilon_w$  dla mechanicznego wynoszenia ziaren to krzywa rosnąca osiągająca plateau, nazwana tutaj typem 3. Krzywe takie uzyskuje się z reguły we flotacji, gdy stosuje się niskie stężenie speniacza, a nadawa zawiera duży udział ziaren

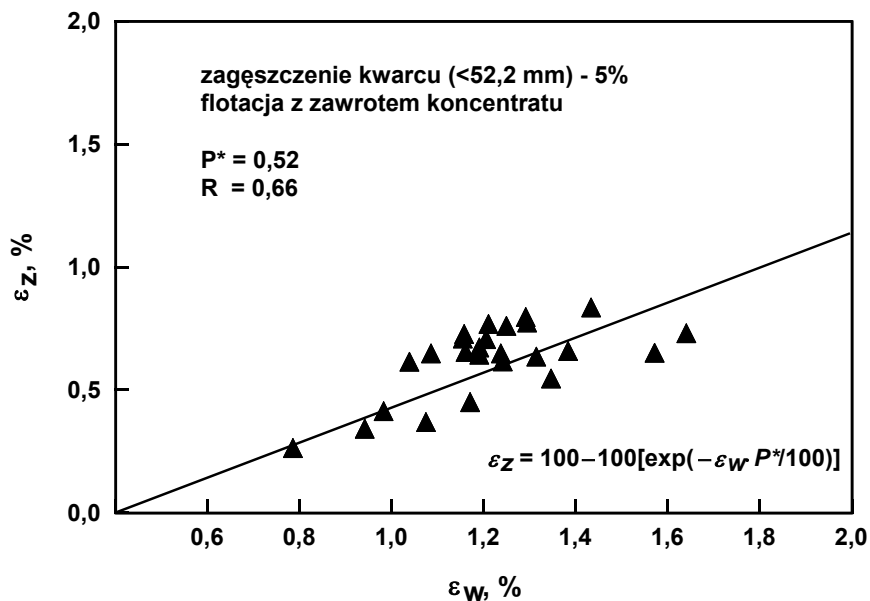
grubych. Także flotacja okresowa z zawracaniem roztworu wodnego lub dodawaniem wody, dla zachowania jej stałego poziomu we flotowniku w czasie flotacji, może być ilustrowana takim typem krzywej. Krzywe typu 3 dla flotacji okresowej kwarcu z dodawaniem wody do flotownika pokazano na rys. 18, a dla flotacji z zawracaniem produktu pianowego na rys. 19.



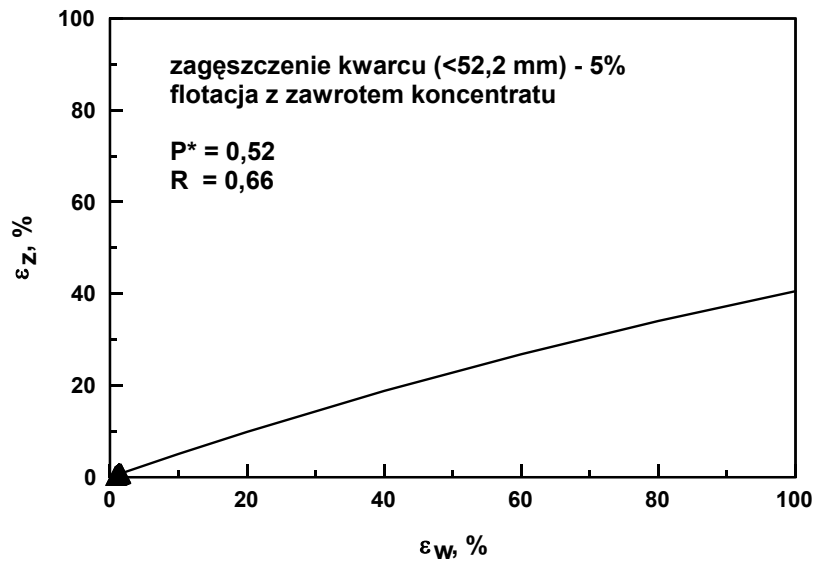
Rys. 18. Typ 3 krzywej wyniesienia mechanicznego.

Flotacja mechaniczna (okresowa z dodawaniem wody) dla kwarcu  $<40 \mu\text{m}$  uzyskana w obecności spieniacza typu PPG w laboratoryjnej maszynie typu Denver o pojemności celi  $3 \text{ dm}^3$  (według Kirjavainena, 1989, 1992b, 1996)

a)



b)



Rys. 19. Typ 3 krzywej wyniesienia mechanicznego.

Flotacja mechaniczna z zawracaniem produktu pianowego dla kwarcu (<51,2  $\mu\text{m}$ ) uzyskana w obecności spieniacza typu PPG, w laboratoryjnej maszynie typu Denver o pojemności celi 3  $\text{dm}^3$

a) wykres zależności dla  $P=0,52$  stosując równanie (4) lub (5) z podaniem współczynnika korelacji  $R$

b) ta sama zależność w skali od 0 do 100% dla ukazania wypukłości krzywej.

Rysunek w oparciu o dane liczbowe zamieszczone w *Appendix D* pracy Kirjavainena (1992b)

Ponieważ podane na rys. 19a wartości  $\varepsilon_z$  i  $\varepsilon_w$  były mierzone dla niskich wartości oraz w wąskim ich zakresie, krzywa korelacyjna jest w przybliżeniu prostą. Oznacza to, że wyniki flotacji mechanicznej dla tej serii pomiarowej mogłyby być także opisywane współczynnikiem  $e^*$ .

Typ 3 krzywej flotacji mechanicznej stwierdził Kirjavainen (1989, 1992a, 1992b) nie tylko dla kwarcu, ale także dla chromitu oraz flogopitu. Prowadził on flotacje w maszynie flotacyjnej typu Denver o pojemności komory flotacyjnej wynoszącej 3  $\text{dm}^3$ . Podobne zależności obserwowali inni (Trahar, 1981; Drzymała i Hrycina, 2004). Dla krzywych typu 3 Kirjavainen (1989, 1992a, 1992b) zaproponował opis zależności między  $\varepsilon_z$  oraz  $\varepsilon_w$  w postaci:

$$\varepsilon_z = 100 - 100 \left[ \exp \left( - \frac{\varepsilon_w}{100} \cdot P^* \right) \right] \quad (4)$$

Równanie to definiuje współczynnik wyniesienia, który za Kirjavainenem (1989, 1992a, 1992b) będzie w tej monografii określany symbolem  $P^*$ . Współczynnik wyniesienia mechanicznego  $P$  opisujący krzywą typu 3 użyty w równaniu (4) ma postać:

$$P^* = \frac{-\ln\left(\frac{100 - \varepsilon_z}{100}\right)}{\frac{\varepsilon_w}{100}} \quad (5)$$

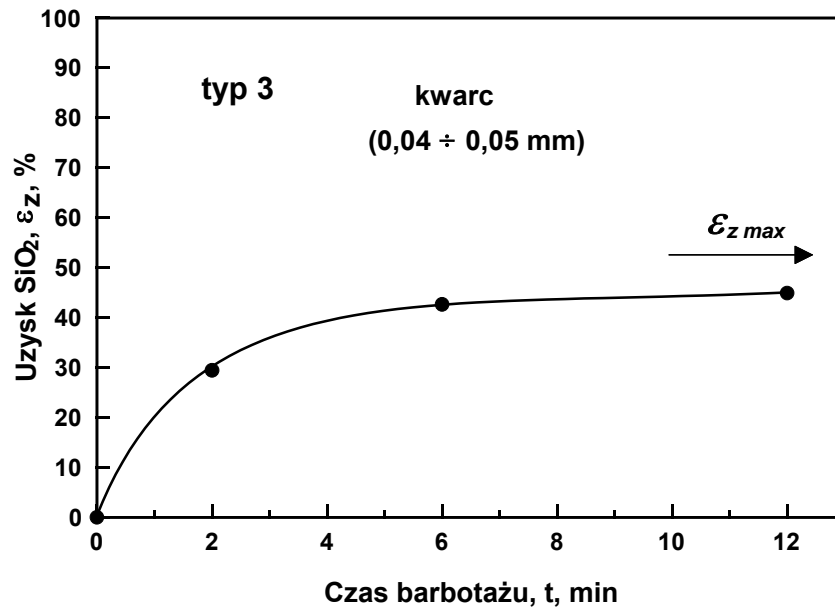
gdzie  $P^*$  to bezwymiarowy stopień (współczynnik) wyniesienia, który jest niezależny od  $\varepsilon_z$  i  $\varepsilon_w$ .

Gdy współczynnik wyniesienia  $P^*$  zmienia się wraz z wartością  $\varepsilon_z$  oraz  $\varepsilon_w$ , wtedy przez analogię do poprzednich współczynników powinien być oznaczony literą  $P$  bez symbolu  $*$ . W równaniach (4) i (5), podobnie jak w innych do tej pory użytych,  $\varepsilon_z$  oznacza uzysk ziaren wynoszonych mechanicznie w produkcji pianowym (%), a  $\varepsilon_w$  uzysk wody w produkcji pianowym (%). Wartość współczynnika  $P^*$  dla kwarcu, dla którego wyniki flotacji mechanicznej pokazano na rys. 19a, wynosi 0,52. Teoretyczne wartości  $P^*$  przy zachowaniu warunku, że  $\varepsilon_z < \varepsilon_w$  mogą wynosić od 0 do 1.

W niektórych badaniach stwierdza się, że końcowe wartości  $\varepsilon_z$  przybierają postać plateau i nigdy nie osiągają wartości 100%. Nazywa się je uzyskami maksymalnymi ( $\varepsilon_{z\max}$ ). Dlatego krzywą typu 3 można także opisywać równaniem eksponencjalnym. W oparciu o prace Gülsoy'a (1999a) oraz Gülsoy'a i współł. (1996, 1999b, 1998, 1997) można zastosować równanie analogiczne do stosowanego opisu kinetyki flotacji (Ek, 1992), w którym czas zastąpiony jest uzyskiem wody jako wielkości do czasu proporcjonalnej:

$$\varepsilon_z = \varepsilon_{z\max} \left( 1 - \exp\left(-\frac{k^* \varepsilon_w}{100}\right) \right) \quad (6)$$

Podójście to ma jednak tę wadę, że do opisu wyniesienia mechanicznego ziaren niezbędne staje się użycie dwóch parametrów, to jest  $\varepsilon_{z\max}$  i współczynnika  $k^*$ . Inne podejście zaproponowali Drzymała i Hrycyna (2004), które pozwala na pominięcie  $k^*$  poprzez opis wyniesienia mechanicznego za pomocą tylko  $\varepsilon_{z\max}$ , czyli wartości maksymalnej  $\varepsilon_z$ , która staje się niezależna od wartości  $\varepsilon_w$ . Ich krzywą wyniesienia mechanicznego, wykreśloną w postaci zależności uzysku ziaren od czasu flotacji jako wielkości proporcjonalnej do  $\varepsilon_w$ , przedstawiono na rys. 20. Wartości  $\varepsilon_{z\max}$  dla badanych przez Hrycynę (1999) substancji hydrofilowych o uziarnieniu 40÷50  $\mu\text{m}$ , po długim czasie barbotażu w laboratoryjnej maszynie flotacyjnej typu Mechanobr wynosiły: dla kwarcu 44,9%, gipsu 52,5%, węgla sa-propelowego 99,9%.



Rys. 20. Kinetyka wyniesienia mechanicznego dla wąskiej klasy ziarnowej kwarcu (0,04÷0,05 mm) uzyskana w obecności  $\alpha$  - terpineolu jako spieniacza w laboratoryjnej maszynie flotacyjnej typu Mechanobr o pojemności celki 200 cm<sup>3</sup> (według Drzymały i Hrycyny, 2004)

Wyniesienie mechaniczne ziaren, wyrażone w postaci zależności uzysku ziaren od uzysku wody może mieć też charakter paraboliczny. W tej pracy nazwano to krzywą typu 4 (rys. 15). Taki kształt krzywej flotacji mechanicznej obserwowali Lynch i współ. (1974) oraz Bisshop i White (1976). Na rys. 21 przedstawiono wyniki uzyskane przez Engelbrechta i Woodburna (1975), którzy badali wyniesienie mechaniczne krzemionki oraz pirytu regulując wyniesienie tych minerałów szybkością przepływu CO<sub>2</sub> przez układ flotacyjny.

Według Laplante'go i współpracowników (1980, 1989) krzywą typu 4 najlepiej opisuje się za pomocą parametru  $Z^*$ . Wynika on z zależności:

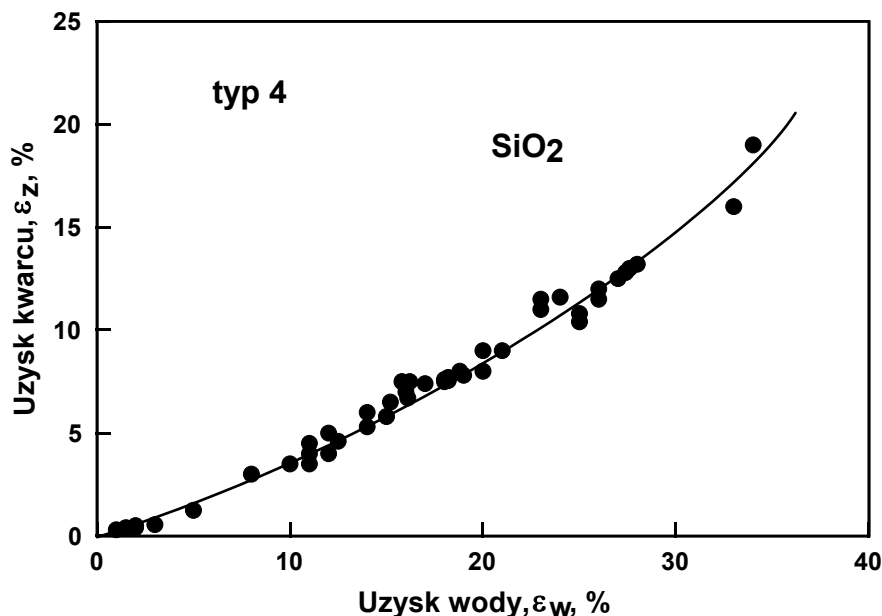
$$\varepsilon_z = \frac{100 \cdot Z^* \cdot \varepsilon_w}{100 + \varepsilon_w(Z^* - 1)} \quad (7)$$

Wielkość  $Z^*$  jest nazywana współczynnikiem klasyfikacji wyniesienia mechanicznego i powinna być niezależna od wartości  $\varepsilon_z$  oraz  $\varepsilon_w$  oraz mieścić się w granicach od 0 do 1. Podobnie jak poprzednio, współczynnika klasyfikacji flotacji mechanicznej nie należy oznaczać symbolem \*, jeżeli został on wyznaczony w oparciu o jeden eksperyment oraz gdy jest zależny od  $\varepsilon_z$  oraz  $\varepsilon_w$ . Przekształcenie równania (7) daje definicję współczynnika  $Z^*$

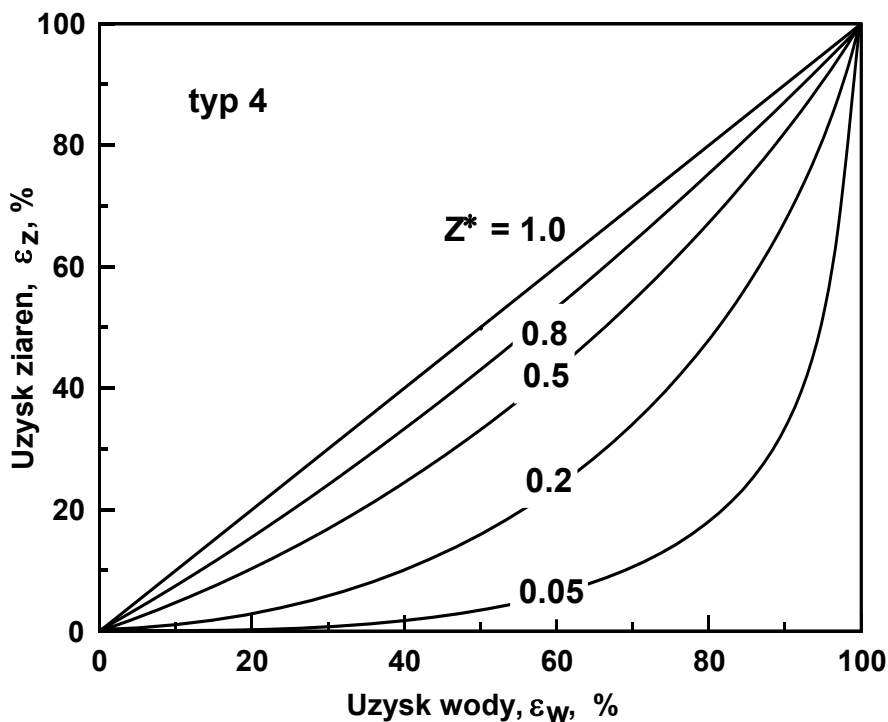
$$Z^* = \frac{\varepsilon_z}{100 - \varepsilon_z} \cdot \left( \frac{100}{\varepsilon_w} - 1 \right) \quad (8)$$

Wykres zależności (8), której przebieg reguluje wartość parametru  $Z^*$ , pokazano na rys.

22.



Rys. 21. Zależność pomiędzy uzyskiem ziaren kwarcowych a uzyskiem wody. Uzyski, tworzące typ 4 krzywej wyniesienia mechanicznego, regulowano szybkością przepływu gazowego CO<sub>2</sub>. Badania prowadzono we własnej konstrukcji maszyny flotacyjnej wyposażonej w komorę flotacyjną o objętości 30 dm<sup>3</sup> w obecności spieniacza Dowfroth 250 (według Engelbrechta i Woodburna, 1975)



Rys. 22. Teoretyczne krzywe uzysku ziaren wynoszonych mechanicznie względem uzysku wody w zależności od wartości współczynnika klasyfikacji  $Z^*$  (według Laplante'go i innych, 1989)

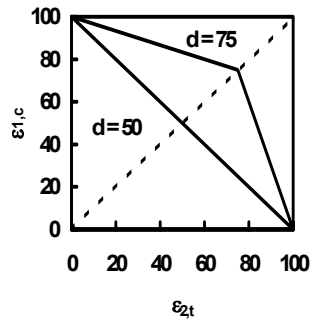
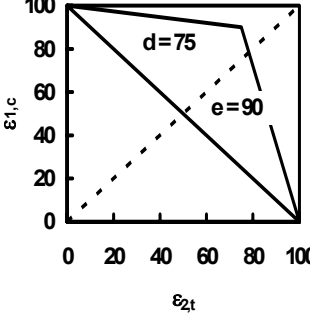
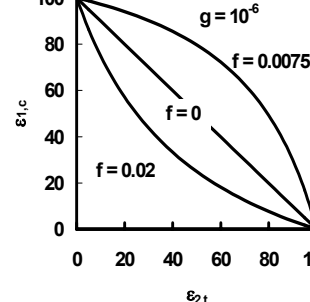
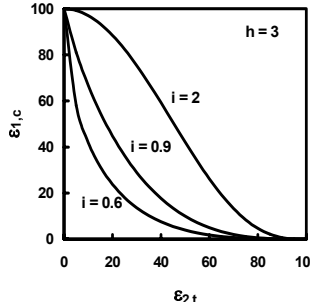


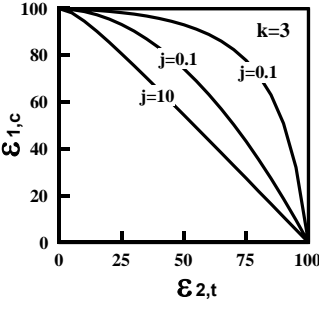
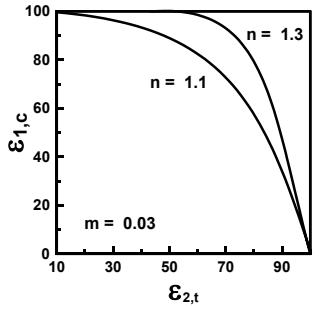
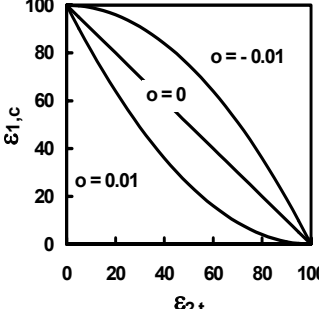
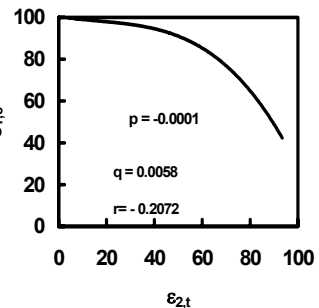
Inne równania, które mogą być użyte do opisu krzywych typu 4, za Drzymałą i Ahmedem (2005) podano w tabeli 3.

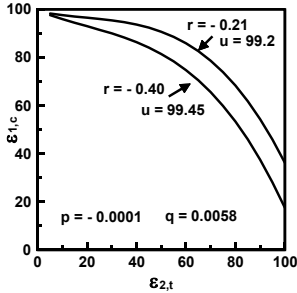
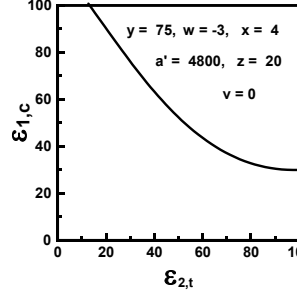
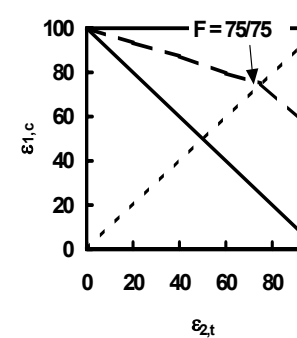
Tabela 3

Równania matematyczne, które można użyć do opisu kształtu krzywych typu 4 na wykresie Fuerstenaua. Kształt krzywych jest odwrócony w stosunku do krzywych na rys. 20. Zmianę kształtu można uzyskać np. przez uwzględnienie, że uzysk danego składnika w koncentracie jest równy 100% minus uzysk tego składnika w odpadzie. Oznaczenia:  $\varepsilon$ - uzysk produktu (np. c – koncentratu, t - odpadu), liczby 1 oraz 2 oznaczają składniki układu (np. woda i ziarna). Według Drzymały i Ahmeda (2005)

Równanie oraz symbol stałej (dopasowywalnej) równania	Uwagi	Kształt krzywej
Równanie z jedną stałą, ustalony punkt początkowy i końcowy		
<p>1.</p> $\varepsilon_{1,c} = \frac{a(100 - \varepsilon_{2,t})}{a - \varepsilon_{2,t}}$ <p>(zmodyfikowana funkcja hiperboliczna asymetryczna) (Laplante i inni, 1989)</p> <p>a</p>	<p><math>0 &lt; a &lt; 100</math> równanie niezdefiniowane</p> <p><math>-\infty \leq c \leq 0</math> wzbogacanie w odpadzie</p> <p><math>100 \leq a \leq +\infty</math> (wzbogacanie w koncentracie)</p> <p>a=100, 0 idealne wzbogacanie</p> <p>a = <math>\pm \infty</math> brak wzbogacania</p>	
<p>2.</p> $\varepsilon_{1,c} = \frac{(100 - \varepsilon_{2,t})^b}{100^{(b-1)}}$ <p>(funkcja eksponencjalna asymetryczna)</p> <p>b</p>	<p><math>b \geq 0</math></p> <p><math>0 \leq b \leq 1</math> wzbogacanie w koncentracie</p> <p><math>1 \leq b \leq \infty</math></p> <p>b=1 brak wzbogacania</p> <p>b=0, <math>\infty</math> idealne wzbogacanie</p>	
<p>3.</p> $\varepsilon_{1,c} = \frac{(100^c - \varepsilon_{2,t}^c)}{100^{(c-1)}}$ <p>(funkcja eksponencjalna asymetryczna)</p> <p>c</p>	<p><math>c \geq 0</math></p> <p><math>0 \leq c \leq 1</math> wzbogacanie w odpadzie</p> <p><math>1 \leq c \leq \infty</math> wzbogacanie w koncentracie</p> <p>c = 1 brak wzbogacania</p> <p>c = 0, <math>\infty</math> idealne wzbogacanie</p>	

<p>4.</p> $\varepsilon_{1,c} = 100 - \varepsilon_{2,t}(d-100)/d$ <p>(górną linią prostą)</p> $\varepsilon_{1,c} = (\varepsilon_{2,t} - 100)d / (d - 100)$ <p>(dolną linią prostą)</p> <p>d</p>	<p><math>0 &lt; d \leq 100</math></p> <p><math>0 &lt; d \leq 50</math> wzbogacanie w odpadzie</p> <p><math>50 \leq d \leq 100</math> wzbogacanie w koncentracji</p> <p>d=50 brak wzbogacania</p> <p>d=0, 100 idealne wzbogacanie</p>	
<p>Równanie z dwoma stałymi, ustalony punkt początkowy i końcowy</p>		
<p>5.</p> $\varepsilon_{1,c} = 100 - \varepsilon_{2,t}(d-100)/d$ <p>(górną część linii prostej łamanej)</p> $\varepsilon_{1,c} = (\varepsilon_{2,t} - 100)e / (e - 100)$ <p>(dolną część linii prostej łamanej)</p> <p>d, e</p>	<p><math>0 &lt; d \leq 100</math></p> <p><math>0 &lt; d \leq 50</math> wzbogacanie w odpadzie</p> <p><math>50 \leq d \leq 100</math> wzbogacanie w koncentracji</p> <p>d=50 brak wzbogacania</p> <p>d=0, 100 idealne wzbogacanie</p> <p><math>0 &lt; e \leq 100</math></p> <p><math>0 &lt; e \leq 50</math> wzbogacanie w odpadzie</p> <p><math>50 \leq e \leq 100</math> wzbogacanie w koncentracji</p> <p>e=50 brak wzbogacania</p> <p>e=0, 100 idealne wzbogacanie</p> <p><math>0 &lt; d \leq 50</math></p> <p><math>50 \leq d \leq 100</math></p> <p>d=50</p> <p>d=0, 100</p>	
<p>6.</p> $\varepsilon_{1,c} = (100\varepsilon_{2,t}) / (1 + f\varepsilon_{2,t} + g\varepsilon_{2,t}^2)$ <p>(funkcja ułamkowa)</p> <p>f, g</p>	<p><math>g \neq 0</math></p> <p>zakres f zależy od wartości g, małe wartości g dają dobre dopasowanie krzywych</p>	
<p>7.</p> $\varepsilon_{1,c} = (100^i - \varepsilon_{2,t}^i)^h / 100^{(hi-1)}$ <p>(eksponencjalna asymetryczna)</p> <p>h, i</p>	<p><math>h \geq 0</math></p> <p><math>i \geq 0</math></p> <p>zakres i zależy od wartości h</p> <p>brak wzbogacania i idealne wzbogacanie zależy od wartości obu parametrów.</p> <p>i=1 (Równanie 7 = Równanie 2)</p> <p>h=1 (Równanie 7 = Równanie 3)</p>	

<p>8.</p> $\varepsilon_{1,c} = \frac{(j\varepsilon_{2,t} + k + 100)(100 - \varepsilon_{2,t})}{(j\varepsilon_{2,t} + k + 100 - \varepsilon_{2,t})}$ <p>dla wzbogacania w koncentracji (funkcja ułamkowa symetryczna)</p> <p>j, k</p>	<p>k = dowolna wartość, j &gt; 0 wartości k dla idealnego i braku wzbogacania zależą od wartości j</p>	
<p>9.</p> $\varepsilon_{1,c} = 100 \left( 1 - e^{-m(100 - \varepsilon_{2,t})^n} \right)$ <p>m, n (Mohanty i inni, 1999)</p>	<p>m &gt; 0, n &gt; 0 wartości m dla idealnego i braku wzbogacania zależą od wartości n</p>	
<p>Równanie z jednym lub wieloma stałymi, jeden ustalony punkt (początkowy lub końcowy)</p>		
<p>10.</p> $\varepsilon_{1,c} = 100 - (1 + 100o) \varepsilon_{2,t} + o(\varepsilon_{2,t})^2$ <p>(funkcja wielomianowa asymetryczna)</p> <p>o</p>	<p>dla <math>-0.01 &lt; o &lt; 0.01</math> ustalony punkt początkowy i końcowy, o=0 brak wzbogacania</p>	
<p>11.</p> $\varepsilon_{1,c} = \dots p(\varepsilon_{2,t})^3 + q(\varepsilon_{2,t})^2 + r\varepsilon_{2,t} + 100$ <p>(funkcja wielomianowa)</p> <p>p, q, r</p>	<p>p, q, r mogą przyjmować dowolne wartości</p>	

Równanie z jednym lub wieloma stałymi, brak ustalonego punktu początkowego i końcowego		
<p>12.</p> $\varepsilon_{1,c} = \dots p(\varepsilon_{2,t})^3 + q(\varepsilon_{2,t})^2 + r\varepsilon_{2,t} + u$ <p>funkcja wielomianowa</p> <p>p, q, r, u</p>	<p>p, q, r mogą przyjmować dowolne wartości u bliskie 100</p>	
<p>13.</p> <p>hiperboliczna (drugiego rzędu części stożkowej równania)</p> $v(100 - \varepsilon_{2,t})^2 + 2w\varepsilon_{1,c}(100 - \varepsilon_{2,t}) + x(\varepsilon_{1,c})^2 + 2y(100 - \varepsilon_{2,t}) + 2z\varepsilon_{1,c} + a' = 0$ <p>v, w, x, y, z, a'</p>	<p>v, w, x, y, z oraz a' mogą przyjmować dowolne wartości idealne wzbogacenie i brak wzbogacenia nigdy nie mogą być osiągnięte</p>	
punkt charakterystyczny		
<p>F=A;A</p> <p>F=ε<sub>1,c</sub>= ε<sub>2,t</sub>; ε<sub>2,t</sub> = ε<sub>1,c</sub></p> <p>(Fuerstenau i inni, 1992)</p> <p>A</p>	<p>50 &lt; A &lt; 100 wzbogacenie w koncentracie</p> <p>0 &lt; A &lt; 50 wzbogacenie w odpadzie</p>	

Współczynnik klasyfikacji  $Z^*$  można także wyrazić w postaci:

$$Z^* = \frac{(\text{Masa wolnych ziaren płonnych na jednostkę masy wody})_{\text{koncentrat}}}{(\text{Masa wolnych ziaren płonnych na jednostkę masy wody})_{\text{zawiesina}}} \quad (9)$$

Wynika to z faktu, że równanie (9) można zapisać jako:

$$Z^* = \frac{\left(\frac{m_z}{m_w}\right)_{\text{konc}}}{\left(\frac{m_z}{m_w}\right)_{\text{pulpa}}} = \frac{(m_z)_{\text{konc}}}{(m_z)_{\text{pulpa}}} \cdot \frac{(m_w)_{\text{pulpa}}}{(m_w)_{\text{konc}}} \quad (9a)$$

Przejście z równania (9a) do równania (7) oparte jest na definicji uzysku. Dla wody uzysk zapisać można jako:

$$\varepsilon_w = \frac{(m_w)_{konc}}{(m_w)_{nadawa}} = \frac{(m_w)_{konc}}{(m_w)_{pulpa} + (m_w)_{konc}} \quad (9b)$$

zaś dla ziaren jako:

$$\varepsilon_z = \frac{(m_z)_{konc}}{(m_z)_{nadawa}} = \frac{(m_z)_{konc}}{(m_z)_{pulpa} + (m_z)_{konc}} \quad (9c)$$

Z równania (9b) wyznacza się wyrażenie  $\frac{(m_w)_{pulpa}}{(m_w)_{konc}}$ , które wstawia się do równania (9a), a z równania (9c) wyznacza się wyrażenie  $\frac{(m_z)_{konc}}{(m_z)_{pulpa}}$ , które także wstawia się do równania (9a). Ostatecznie po niewielkich przekształceniach otrzymuje się równanie (8).

Współczynnik  $Z^*$  jest przez wielu autorów zapisywany jako współczynnik  $CF_i$  (Johnson i inni, 1974; Lynch i współ., 1974; Savassi i inni, 1998; Vera i inni, 2002; Bisshop i White, 1976).

Wartości  $Z^*$  flotacji mechanicznej, jak to wynika z rys. 22, wynoszą od 0 do 1. Dla przykładu, w tabeli 4 zamieszczono wartości  $Z^*$  otrzymane dla krzemionki przez Johnsona i innych (1974).

Tabela 4

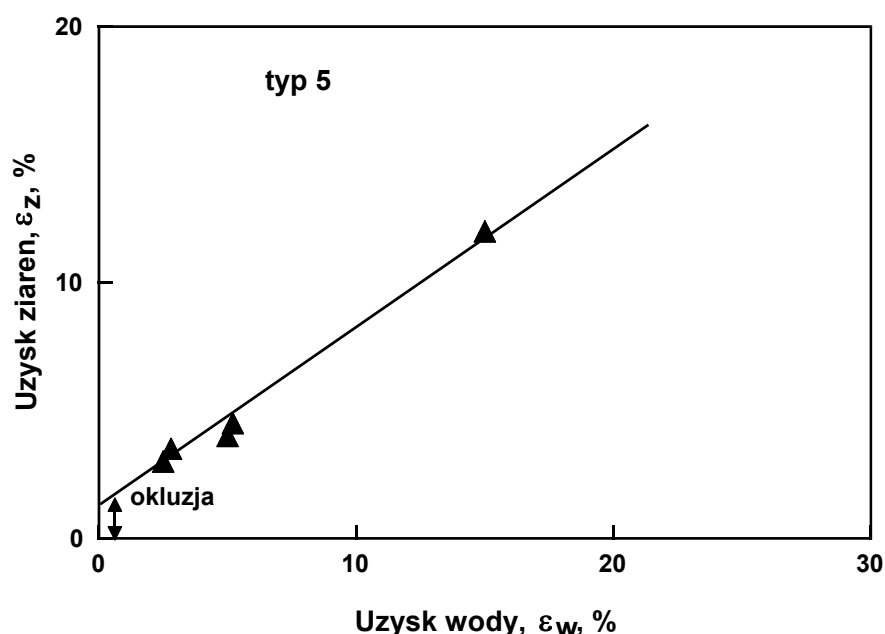
Wartości  $Z^*$  otrzymane dla różnych klas ziarnowych krzemionki w wyniku flotacji ciągłej w skali pilotowej w maszynie flotacyjnej typu Agitair Nr 8 (Johnson i inni, 1974)

$Z^*$	Rozmiar ziaren
0,51÷0,71	<11,0 μm, zagęszczenie pulpy 17%
0,02÷0,11	33,0÷44,0 μm, zagęszczenie pulpy 17%
0,51÷0,83	<11,0 μm, zagęszczenie pulpy 17÷42%

Podane dotąd współczynniki  $Z^*$  dotyczyły czystych uwolnionych ziaren hydrofilowych wynoszonych mechanicznie w testach flotacyjnych polegających na barbotażu zawiesin. Jednak, gdy mamy do czynienia nie tylko z uwolnionymi ziarnami, ale także ze zrostami ziaren hydrofilowych i hydrofobowych, wtedy współczynniki wyniesienia używane do oceny wyników wymagają modyfikacji. Na przykład współczynnik  $X$ , modyfikacja współczynnika  $Z^*$ , ma postać (Ross, 1991a,b; Savassi i inni, 1998; Lynch i współ., 1974):

$$X = \frac{(\text{Całkowita masa ziaren płonnych na jednostkę masy wody})_{\text{koncentrat}}}{(\text{Całkowita masa ziaren płonnych na jednostkę masy wody})_{\text{zawiesina}}} \quad (10)$$

Kolejną krzywą wyniesienia mechanicznego jest linia typu 5 (rys. 23). Zwykle otrzymuje się ją we flotacji, gdy oprócz ziaren wynoszonych mechanicznie są ziarna flotujące i zachodzi okluzja ziaren płonnych między ziarnami użytecznymi. Krzywą typu 5 otrzymali, między innymi, Livshits i Bezrodnaya (1961), Engelbrecht i Woodburn (1975) oraz Laplante i inni (1989). W pracy Laplante'go i innych (1989) nie podano źródła danych pomiarowych, ani jakich ziaren skały płonnej one dotyczą.



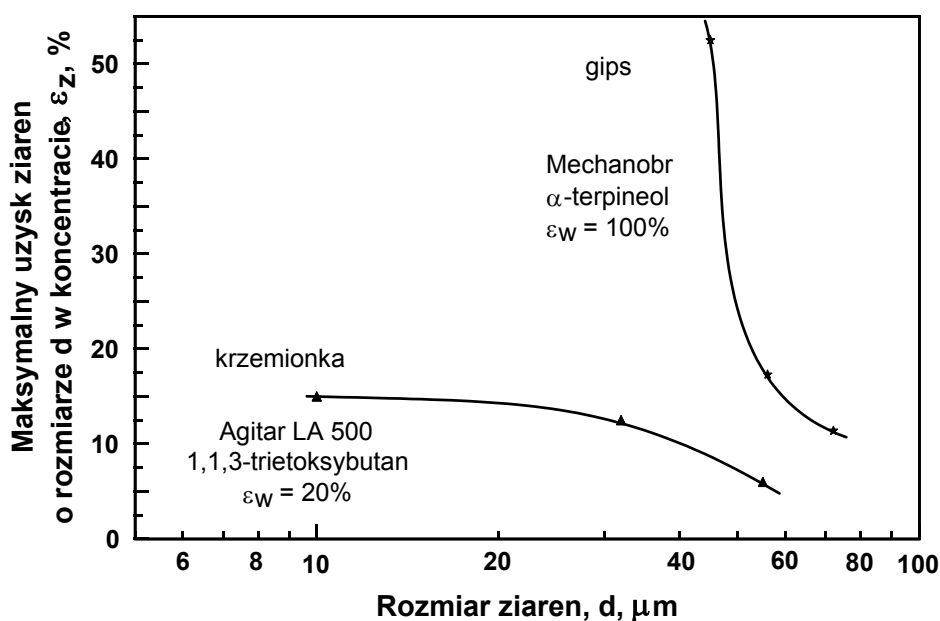
Rys. 23. Typ 5 krzywej zależności uzysku ziaren od uzysku wody. Flotacja ze zraszaniem piany ciepłą wodą w 5 dm<sup>3</sup> celi flotacyjnej maszyny nieznanego typu. Rysunek zaczerpnięto z pracy Laplante'go i innych (1989)

Do opisu krzywej flotacji mechanicznej typu 5 można użyć równania (2).

### 3.1.2. WPLYW WIELKOŚCI ZIAREN

Jednym z najważniejszych czynników wpływających na wyniesienie mechaniczne jest rozmiar ziaren. Wyniesieniu mechanicznemu podlegają przede wszystkim ziarna drobne. Przy danym uzysku wody uzysk wynoszonych mechanicznie ziaren spada wraz ze wzrostem ich rozmiaru (Trahar, 1981; Subrahmanyam i Forsberg, 1988b; Lynch i inni, 1981; Drzymala i Hrycyna, 2004). Wartość  $\epsilon_z$  zależy od rodzaju urządzenia, uzysku wody, ilości i jakości spieniacza oraz innych czynników. Dla przykładu na rys. 24 pokazano wyniki wyniesienia

mechanicznego określone przez Subrahmanyama i Forsberga (1988b) dla ziaren krzemionki oraz dla gipsu podane przez Drzymałę i Hrycynę (2004). Z rysunku tego wynika, że wpływ wielkości ziaren na ich wyniesienie mechaniczne zależy od układu flotacyjnego.

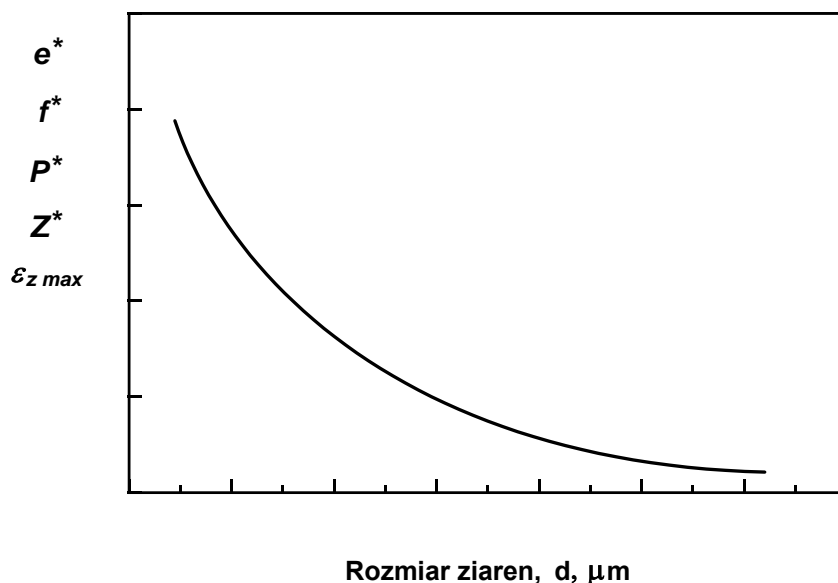


Rys. 24. Wpływ wielkości ziaren na ich wyniesienie mechaniczne dla kwarcu (Subrahmanyam i Forssberg, 1988b) oraz gipsu (Drzymała i Hrycyna, 2004)

Dla uwzględnienia wpływu rozmiaru ziaren na flotację mechaniczną zwykle sporządza się zależność wybranego wskaźnika klasyfikacji ( $e^*$ ,  $f^*$ ,  $P^*$ ,  $Z^*$ ,  $\varepsilon_{z \max}$ ) od rozmiaru ziaren. Spotyka się także wyniki uzależniające wpływ wskaźników klasyfikacji, czyli wskaźników  $e$ ,  $f$ ,  $P$ ,  $Z$ ,  $\varepsilon_{z \max}$ , bez sprawdzania, czy są one niezależne od  $\varepsilon_w$  oraz  $\varepsilon_z$ .

Dane opublikowane w literaturze wskazują, że stopień wyniesienia mechanicznego rośnie wraz z rozdrobnieniem ziaren. Na rysunku 25 pokazano schematycznie zależność między współczynnikami  $e^*$ ,  $f^*$ ,  $P^*$ ,  $Z^*$ ,  $\varepsilon_{z \max}$  a rozmiarem ( $d$ ) flotujących mechanicznie ziaren. Tendencję spadkową wartości tych współczynników względem rosnącej wielkości ziarna obserwuje się zarówno dla flotacji okresowej jak i flotacji ciągłej, prowadzonych w warunkach laboratoryjnych lub przemysłowych (Johnson i współ., 1974; Lynch i inni, 1974; Bishop i White, 1976; Goodman i Trahar, 1977; Engelbrecht i Woodburn, 1975; Trahar, 1981; Warren, 1985; Kaya, 1985; Kirjavainen, 1989, 1992b; Maachar i Dobby, 1992; Drzymała i Hrycyna, 2004). Graficzny opis wyniesienia mechanicznego, w postaci zależności współczynników flotacji mechanicznej od wybranej cechy (rozmiar, gęstość, stopień napowie-

trzenia), można nazwać krzywą klasyfikacji, stosowaną przy opisie separacji jako procesu klasyfikacji (Drzymała, 2001a).



Rys. 25. Uogólniona zależność współczynników  $e^*$ ,  $f^*$ ,  $P^*$ ,  $Z^*$ ,  $\varepsilon_{z \max}$  stosowanych do opisu wyniesienia mechanicznego ziaren od wielkości ziaren

Wpływ rozmiaru ziaren na stopień wyniesienia mechanicznego  $e^*$  opisało wielu autorów, na przykład Machaar i Dobby (1992). Dokonali tego dla krzemionki flotowanej mechanicznie w kolumnie flotacyjnej pracującej w sposób ciągły w obecności jedynie spieniacza Dowfroth 250. Otrzymane przez nich wyniki podano w tabeli 5.

Tabela 5

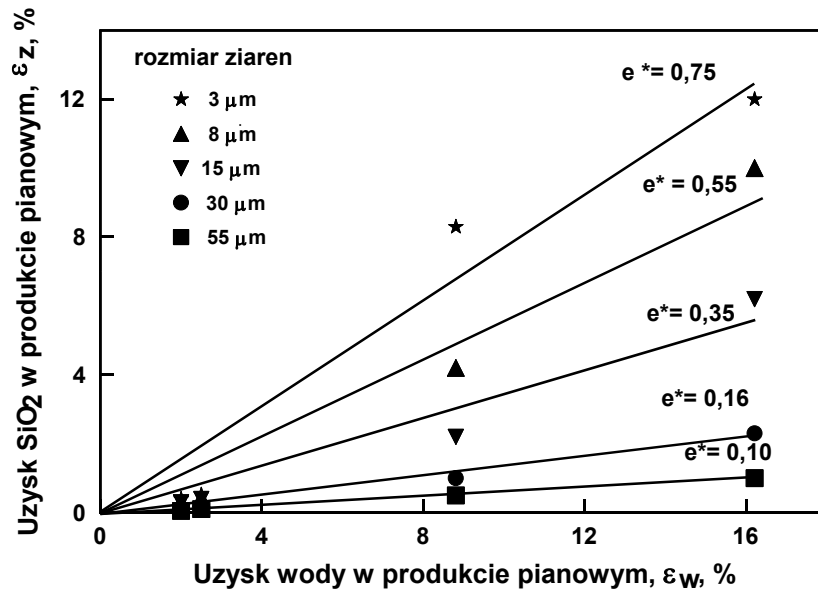
Wartości współczynnika wyniesienia mechanicznego  $e^*$  dla krzemionki w oparciu o zależność  $e^* = \varepsilon_z / \varepsilon_w$  (według Maachara i Dobby'ego, 1992)

Wartość współczynnika $e^*$	Rozmiar ziarna $d$ [ $\mu\text{m}$ ]	Źródło danych użytych przez Maachara i Dobby'ego
0,70	4,0	Trahar (1981)
0,45	14,0	Trahar (1981)
0,20	28,0	Trahar (1981)
0,69	8,0	Dionne (1989)
0,26	22,0	Dionne (1989)
0,10	44,0	Dionne (1989)
0,75	3,0	Maachar i Dobby (1992)
0,35	15,0	Maachar i Dobby (1992)
0,10	55,0	Maachar i Dobby (1992)

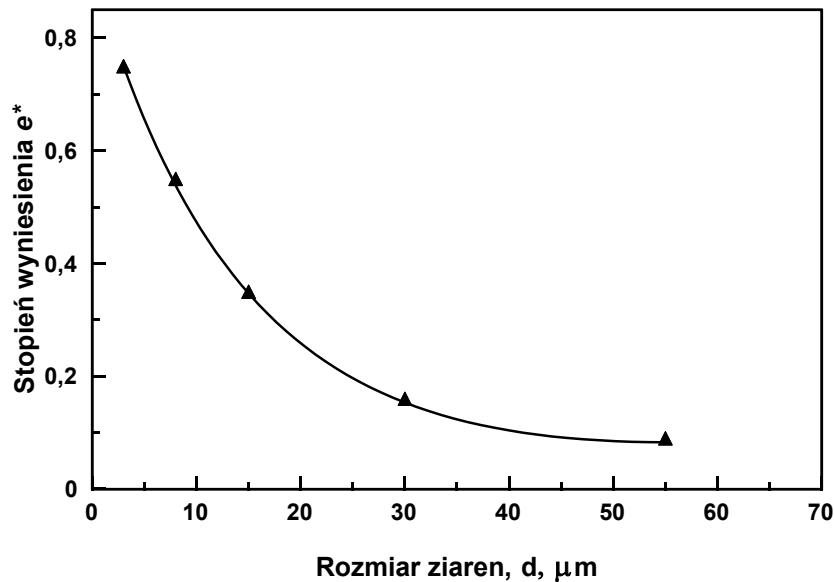
Istnieją różne sposoby przedstawienia wpływu wielkości ziarna na współczynnik  $e^*$ , co zostało pokazane na rys. 26.



a)



b)



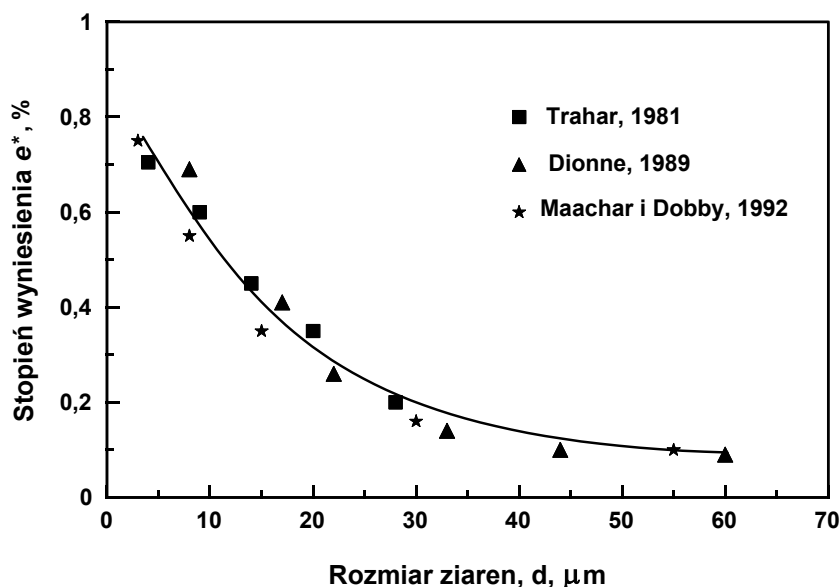
Rys. 26. Wybrane dwa sposoby przedstawienia wpływu rozmiaru ziaren na  $e^*$

a) wykres wz bogacania Fuerstenaua

b) krzywa klasyfikacji.

Dane pomiarowe dla kolumny flotacyjnej pracującej w sposób ciągły w obecności jedynie spieniacza Dowfroth 250 (Maachar i Dobby, 1992)

Kiedy porówna się wpływ rozmiaru ziaren na współczynnik wyniesienia mechanicznego ziaren hydrofilowych  $e^*$ , określony na przykład dla krzemionki przez różnych autorów (Maachar i Dobby, 1992), to wpływ ten jest często podobny mimo, że badania Maachara i Dobby'ego były prowadzone w kolumnie flotacyjnej, a pozostałych autorów w wirnikowych maszynach flotacyjnych (rys. 27). Wskazuje to na podobny mechanizm wyniesienia mechanicznego w stosowanych urządzeniach flotacyjnych.



Rys. 27. Porównanie wpływu rozmiaru ziarna na stopień wyniesienia mechanicznego dla hydrofilowej krzemionki, określonego przez różnych autorów, w różnych urządzeniach flotacyjnych w obecności spieniaczy (Maachar i Dobby, 1992)

Dla opisu wpływu rozmiaru ziaren na ich wyniesienie mechaniczne zaproponowano różne formuły matematyczne. Kirjavainen (1989, 1992b) uzależnił parametr  $P$  (równanie (5)) od wielkości ziarna wyrażonego jego masą  $m_z$  równaniem:

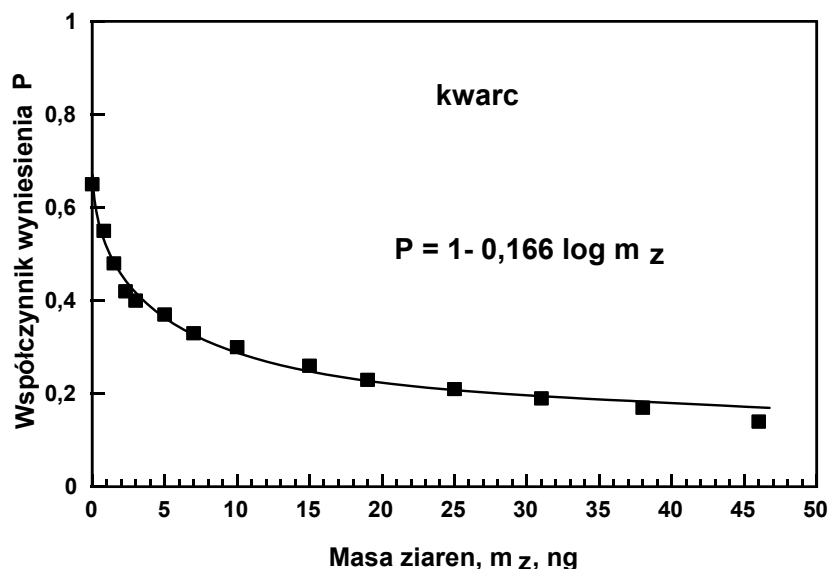
$$P = 1 - D \cdot \log m_z \quad (11)$$

gdzie:

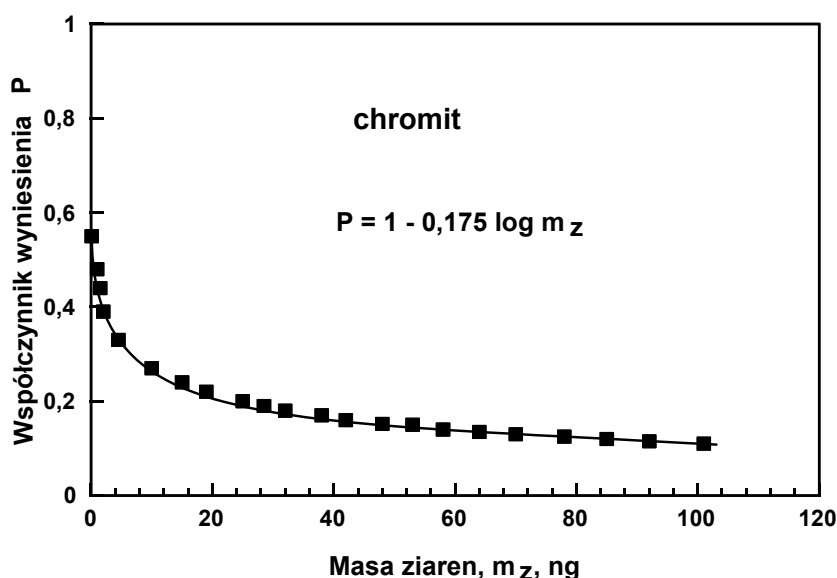
- $P$  – współczynnik wyniesienia (prawdopodobnie zależny od  $\varepsilon_w$ , gdyż autor nie podał czy badał wpływ uzysku wody  $\varepsilon_w$  na parametr  $P$ ), bezwymiarowy
- $D$  – stała bezwymiarowa, zależna od rodzaju minerału. Wartość  $D$  dla każdego zagęszczenia pulpy wynosiła około 0,17
- $m_z$  – masa ziarna, ng

Według Kirjavainena wzór na współczynnik wyniesienia mechanicznego  $P$  dla ziaren kwarcu ma postać  $P = 1 - 0,166 \log m_z$ , a dla chromitu  $P = 1 - 0,175 \log m_z$  (rys. 28a, b).

a)



b)



Rys. 28. Zależności współczynnika wyniesienia  $P$  dla kwarcu (a) oraz chromitu (b) od masy ziaren. Testy wykonano w 3-litrowej maszynie flotacyjnej typu Denver w obecności spieniacza typu PPG. Zagęszczenie pulpy wynosiło 10% (Kirjavainen, 1989, 1992b)

Zależność nieco inaczej zdefiniowanego stopnia wyniesienia mechanicznego  $e_{v,v}$  od wielkości ziarna podali Savassi i inni (1998). Ma on postać:

$$e_{v,v} = \frac{2}{\exp\left[2,292\left(\frac{d}{\zeta}\right)^a\right] + \exp\left[-2,292\left(\frac{d}{\zeta}\right)^a\right]} \quad (12)$$

gdzie:  $e_{v,v}$  – współczynnik wyniesienia mechanicznego ziaren (przyjmujący wartości od 0 do 1) zdefiniowany jako:

$$e_{v,v} = \frac{\text{transfer masy ziaren o określonej wielkości wynoszonych do koncentratu (masa/czas)}}{\text{transfer masy wody wynoszonej do koncentratu (masa/czas)}} \quad (13)$$

$$a = 1 - \frac{\ln(1/\delta)}{\exp(d/\zeta)}$$

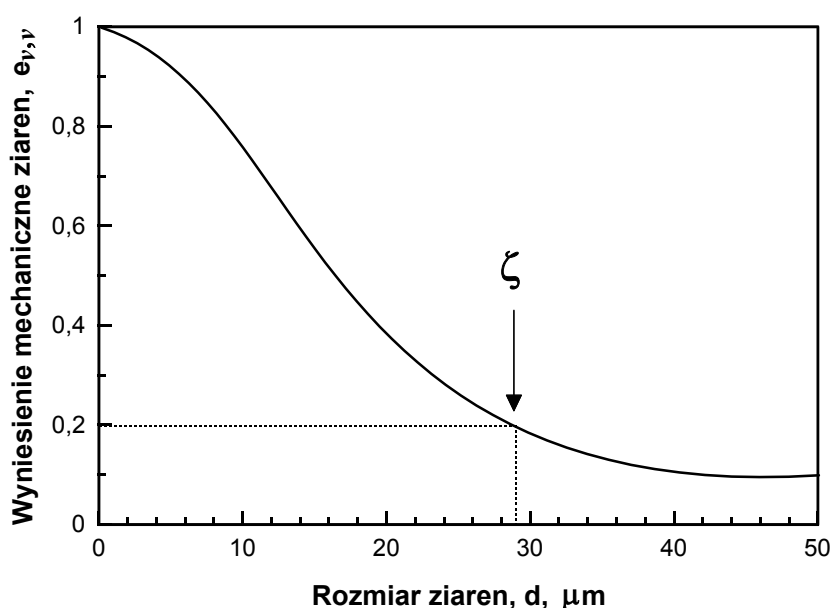
$d$  – rozmiar ziarna,  $\mu\text{m}$

$\zeta$  – rozmiar ziarna, dla którego stopień wyniesienia wynosi 20%,  $\mu\text{m}$

$\delta$  – wskaźnik drenażu, związany z uprzywilejowanym drenażem dużych ziaren (bezwymiarowy).

Równanie (12) było stosowane dla różnych klas ziarnowych, dla następujących warunków brzegowych:

$$d \rightarrow \infty, e_{v,v} \rightarrow 0; d \rightarrow 0, e_{v,v} = 1; d \rightarrow \zeta, e_{v,v} = 0,20$$



Rys. 29. Krzywa klasyfikacji różnych minerałów sporządzona przez Savassi'ego i jego współpracowników (1998) dla  $\zeta = 28 \mu\text{m}$  i  $\delta = 1,00$

Dobre dopasowanie przez Savassiego i innych (1998) równania do danych zawartych w pracach Bisshopta i Whita dla wielu minerałów uzyskano dla  $\zeta = 28 \mu\text{m}$  i  $\delta = 1.00$  (rys. 29).

Stała w równaniu (12), wynosząca 2,292, pozwala na dobre dopasowanie końca krzywej. Parametr drenażu ( $\delta$ ) poprawia elastyczność krzywej. Stwierdzono stosowność równania (12) do opisu flotacji mechanicznej wielu substancji (np. fluorytu, krzemionki, hematytu, szelitu), badanych przez różnych autorów, prowadzonej w różnych warunkach oraz przy różnych strukturach piany (Savassi i współ., 1998). Autorzy ci podkreślają, że równanie (12) opisuje flotację mechaniczną ziaren poddawanych badaniom w obecności flotujących ziaren.

Istnieją także inne równania, które można zastosować do opisu krzywych klasyfikacji, zwłaszcza tych, których rozpatrywany parametr klasyfikacji (wielkość nanoszona na osi  $y$ , podczas gdy na osi  $x$  nanosi się wartość cechy, według której następuje rozdział) przyjmuje wartości od 0 do 1 (bądź od 0% do 100%) lub zbliża się do wartości 0 oraz 1. Mogą to być równania stosowane do linearyzacji kumulowanych krzywych składu ziarnowego (tabela 6) (Kelly i Spottiswood, 1982; Malewski, 1981; Drzymała, 2001a), a także równania stosowane do opisu tak zwanych krzywych rozdziału (tabela 7) (Paul i inni, 1998; Reid, 1985). Są to jednak równania wieloparametrowe zawierające dwa lub więcej parametry dopasowywalne. Konopacka (2004) zebrała równania, które można zastosować do opisu krzywej rozdziału, a które zawierają tylko jeden parametr dopasowywalny (tabela 8).

Tabela 6

Niektóre funkcje stosowane do linearyzacji krzywych rozkładu, zwłaszcza krzywych składu ziarnowego.  $c$  oznacza wartość liczbową cechy.  
Według Drzymały (2001a)

Najczęściej stosowana nazwa funkcji	$\Sigma\lambda$ (%) / 100% = (kumulowana zawartość (%) / 100% frakcji dla danego $c$ )	Znaczenie $c^*$
Rosina–Rammlera lub Weibulla	$1 - \exp[-(c/c^*)^s]$	wartość $c$ , przy której $\Sigma\lambda = 0,632$
Gatesa–Gaudina–Schumanna	$[c/c^*]^n$	maksymalna wartość cechy $c$
Broadbenta–Callcotta	$1 - \exp[-(c/c^*)] / (1 - \exp(-1))$	maksymalna wartość cechy $c$
Gaudina–Meloya	$1 - [1 - (c/c^*)]^n$	maksymalna wartość cechy $c$
Log-probabilistyczna	$\text{erf} [\ln(c/c^*)/\sigma]$ , erf – funkcja błędu $\sigma$ – standardowe odchylenie geometryczne	medialna wartość cechy $c$

Tabela 7

Funkcje matematyczne stosowane do opisu krzywych rozdziału zebrane przez Paula i współ. 1998.  
 $\varepsilon^* = (1-a-b)\varepsilon(x)+a$ , gdzie  $\varepsilon$  - uzysk ziaren o cesze  $x$ ,  $\varepsilon^*$ -obliczony wskaźnik rozdziału (modyfikowany uzysk ziaren uwzględniający ziarna przenoszone),  $a$ -ułamek masowy ziaren nadawy przenoszony do strumienia koncentratu,  $b$ -ułamek masowy ziaren nadawy przenoszony do strumienia odpadu.  $A, B, C, D$  -parametry dopasowywane,  $d_{50}$  - ziarno podziałowe,  $\pi = 3,14$

Lp.	Funkcja	Postać funkcji	Uwagi
1.	Statystyczna	$\varepsilon^* = A + Bx + Cx^2 + Dx^3$	
2.	Zunifikowana proporcjonalna	$\frac{d(\ln \varepsilon^*)}{\ln \varepsilon^*} = C \frac{dx}{x}$	Postać całkowa jest skomplikowana <sup>(1)</sup>
3.	Rozwijana	$\varepsilon^* = \frac{A + Bx + CDx^2}{1 + \frac{Bx}{A} + Dx^2}$	
4.	Erasmusa	$\varepsilon^* = (1-a-b) \left[ 0,5 - \frac{\tan^{-1}(z)}{\pi} \right] + a$	$z = C \left( \frac{x}{d_{50}} - 1 \right)$
5.	Logistyczna	$\varepsilon^* = (1-a-b) \left[ \frac{1}{1+e^z} \right] + a$	$z = C \left( \frac{x}{d_{50}} - 1 \right)$
6.	Log-logistyczna	$\varepsilon^* = (1-a-b) \left[ \frac{1}{1+e^z} \right] + a$	$z = C \ln \left( \frac{x}{d_{50}} - 1 \right)$
7.	Weibulla	$\varepsilon^* = (1-a-b) \left[ \frac{1}{1+z^C} \right] + a$	$z = \left( \frac{x}{d_{50}} \right)$

<sup>(1)</sup> Klima i Luckie, 1988. Evaluating coal separation process, Coal Preparation, 6, 91-101

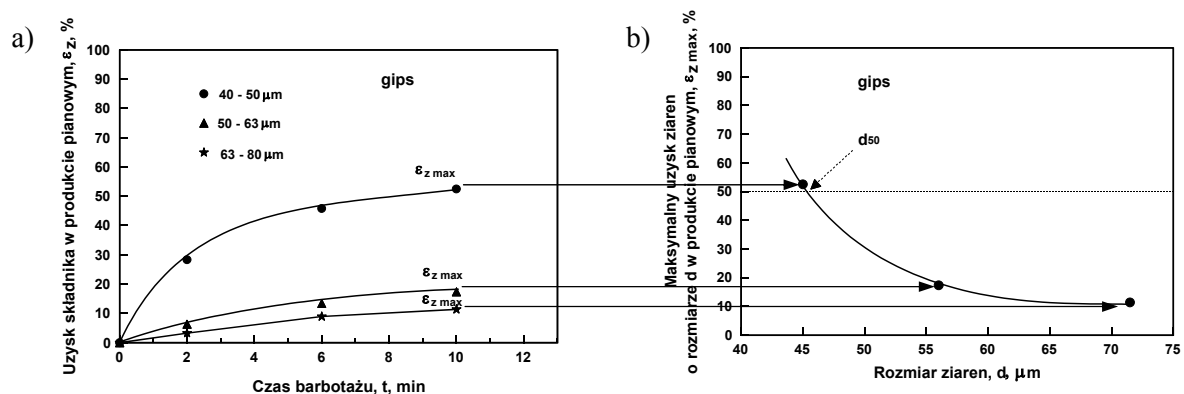
Tabela 8

Równania posiadające jedną dopasowywalną stałą, które można zastosować do opisu krzywych klasyfikacji (rozdziału). W równaniach 100 oznacza 100%. Według Konopackiej (2004)

Lp.	Równanie	Użyte symbole	Źródło
1.	$\varepsilon_z = \frac{2 \cdot e^{-n_r d}}{e^{-n_r d} + e^{n_r d}} \cdot 100$	$\varepsilon_z$ – maksymalny uzysk ziaren danego minerału, % $d$ – wielkość ziarna, $\mu\text{m}$ $n_r$ – stała, $\mu\text{m}^{-1}$	Meloy (1982)*
2.	$\varepsilon_z = 100 - D \log m$	$\varepsilon_z$ – maksymalny uzysk ziaren danego minerału, % $m$ – masa ziarna, pg $D$ – stała	Kirjavainen (1989)
3.	$\varepsilon_z = \frac{100}{(1 + k_r d)}$	$\varepsilon_z$ – maksymalny uzysk ziaren danego minerału, % $d$ – wielkość ziarna, $\mu\text{m}$ $k_r$ – stała, $\mu\text{m}^{-1}$	Ahmed (2004)
4.	$\varepsilon_z = 100 \cdot e^{-b_r d}$	$\varepsilon_z$ – maksymalny uzysk ziaren danego minerału, % $d$ – wielkość ziarna, $\mu\text{m}$ $b_r$ – stała, $\mu\text{m}^{-1}$	Ahmed (2004)

\*Oryginalne równanie Meloya zmodyfikowano przez wprowadzenie współczynnika 2

Drzymała i Hrycyna (2004) charakteryzowali wyniesienie mechaniczne za pomocą uzysku maksymalnego  $\varepsilon_{z \max}$  jaki można osiągnąć dla danego układu, w którym prowadzi się barbotaż przy nieobecności flotujących ziaren. Za pomocą tzw. krzywych kinetycznych sporządzono krzywe rozdziału (rys. 30) obrazujące zależność maksymalnego uzysku ziaren wynoszonych mechanicznie od wielkości ziaren.



Rys. 30. Wyniesienie mechaniczne różnych klas ziarnowych gipsu w wyniku barbotażu powietrza, uzyskane w obecności  $\alpha$ -terpineolu jako spieniacza w ilości  $12,5 \text{ mg/dm}^3$ , w maszynie flotacyjnej typu Mechanobr (a), zależność  $\varepsilon_{z \max}$  od rozmiaru ziaren  $d$  (krzywa rozdziału) (b). Według Drzymały i Hrycyny, 2004

Wartości  $\varepsilon_{z \max}$ , w zależności od rozmiaru ziaren dla kwarcu, gipsu i węgla sapropelowego, pokazano w tabeli 9.

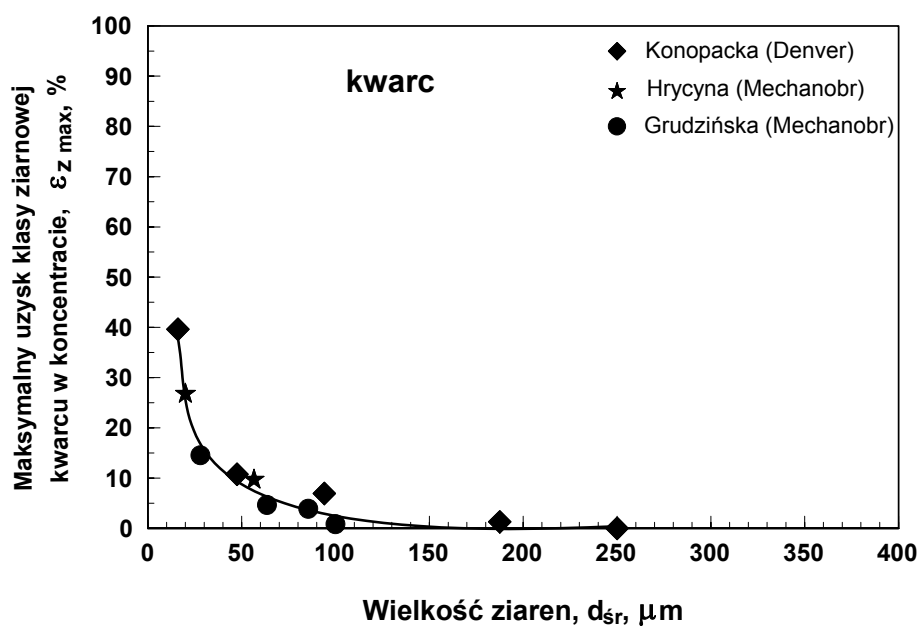
Tabela 9

Wyniesienie mechaniczne ziaren substancji hydrofilowych po długim czasie barbotażu uzyskane w obecności  $\alpha$ -terpineolu jako spieniacza ( $12,5 \text{ mg/dm}^3$ ) w laboratoryjnej maszynie flotacyjnej typu Mechanobr o pojemności celki  $200 \text{ cm}^3$  (według Drzymały i Hrycyny, 2004 oraz Hrycyny, 1999)

Minerał	Maksymalny uzysk ziaren wyniesionych mechanicznie $\varepsilon_{z \max}$ [%]	Klasa ziarnowa $d_{i-1} \div d_i$ [ $\mu\text{m}$ ]
kwarc	26,8	<40
	44,9	40÷50
	9,7	50÷63
gips	52,5	40÷50
	17,3	50÷63
	11,4	63÷80
węgiel sapropelowy	90,8	500÷630
	52,3	630÷800
	19,2	800÷1000

Konopacka (2004) dokonała porównania flotacji mechanicznej różnych substancji w oparciu o krzywą klasyfikacji w postaci krzywej rozdziału przedstawiającej zależność

uzysku maksymalnego od rozmiaru ziarna, co pokazano na rys. 31. Ilość danych zawartych na rys. 31 jest niewielka, gdyż nie wszystkie badania flotacji mechanicznej kwarcu opublikowane w literaturze dotyczą uzysku maksymalnego.



Rys. 31. Porównanie wyniesienia mechanicznego kwarcu w maszynkach flotacyjnych typu Denver i Mechanobr

W tabeli 10 zamieszczono dodatkowe szczegóły dotyczące wyniesienia mechanicznego kwarcu badanego przez Hrycynę (1999), Grudzińską (2003) oraz Konopacką (2004), których dane użyto do sporządzenia rys. 31. Z rysunku 31 wynika, że flotacja mechaniczna dla kwarcu w maszynkach flotacyjnych jest podobna, mimo stosowania różnego reżimu flotacyjnego.

Wpływ wielkości ziaren na ich wyniesienie mechaniczne, a dokładniej na współczynniki klasyfikacji  $Z^*$ , zebrał Laplante i współ. (1989), co przedstawiono na rys. 32. Przebieg krzywych jest zgodny z przewidywanym podanym na rys. 25.

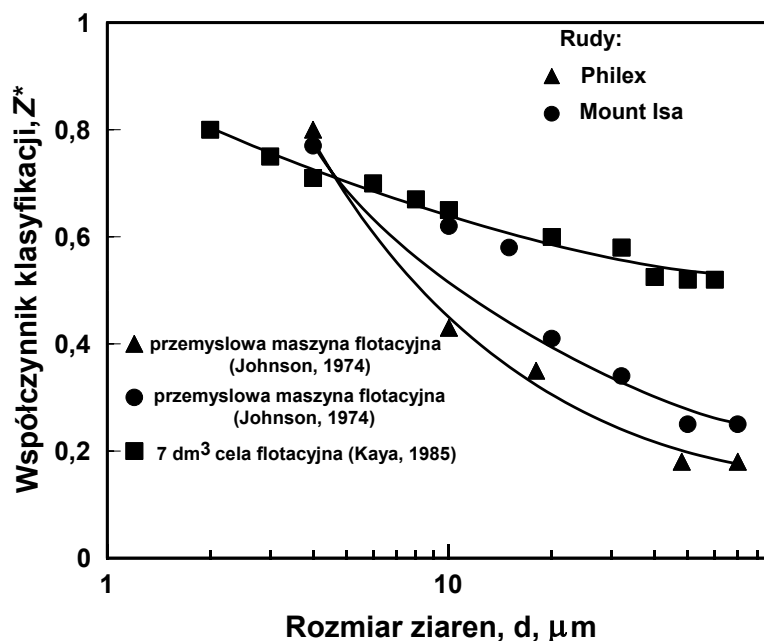
Tabela 10

Wyniki wyniesienia mechanicznego dla kwarcu otrzymane według różnych autorów



Średnia wielkość ziarna, $d_{sr}$ , $\mu\text{m}$	Maksymalny uzysk ziaren $\varepsilon_{z \max}$ , %	Typ urządzenia flotacyjnego	Rodzaj oraz ilość dodawanych odczynników flotacyjnych	Źródło
20	26,79	laboratoryjna maszyna flotacyjna typu Mechanobr (celka pojemności 200 $\text{cm}^3$ )	$\alpha$ -terpineol (12,5mg/ $\text{dm}^3$ )	Hrycyna (1999)
45	44,91			
56,5	9,69			
28	14,54	laboratoryjna maszyna flotacyjna typu Mechanobr (celka pojemności 1 $\text{dm}^3$ )	$\alpha$ -terpineol (0,05g/kg)	Grudzińska* (2003)
63,5	4,64		n-heptan (5g/kg)	
85,5	3,9			
100	0,82			
16	39,62	laboratoryjna maszyna flotacyjna typu Denver (pojemność celki 5 $\text{dm}^3$ )	$\alpha$ -terpineol (0,05g/kg)	Konopacka (2004)
47,5	10,76		olej napędowy (0,2g/kg)	
94	6,93			
187,5	1,3			
250	0			

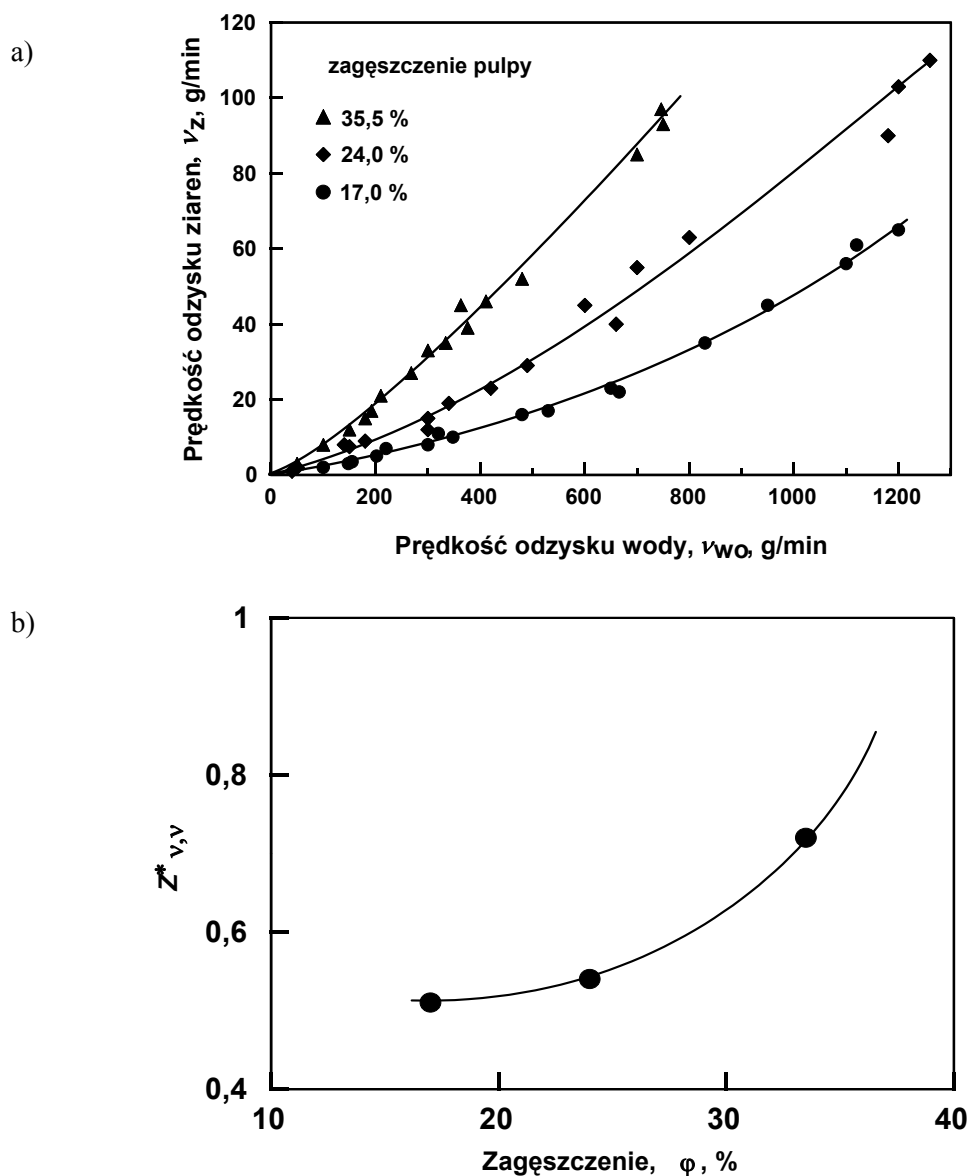
\* Flotacja z węglem



Rys. 32. Krzywa klasyfikacji w postaci zależności współczynnika klasyfikacji  $Z^*$  od rozmiaru ziaren (Laplante i współ., 1989) dla 7  $\text{dm}^3$  celi flotacyjnej. Laplante i współ. zacytowali dane z pracy Kaya (1985), a dla przemysłowych maszyn flotacyjnych z pracy Johnsona (1974). Wartości współczynnika klasyfikacji  $Z^*$ , zacytowane z pracy Johnsona (1974) dotyczą krzemionki pochodzącej z dwóch różnych rud (Philex Mining Corp. i Mount Isa Mines Ltd.)

### 3.1.3. WPŁYW ZAGĘSZCZENIA PULPY FLOTACYJNEJ

Johnson i inni (1974), Lynch i inni (1974, 1981), Bisshop i White (1976), Kirjavainen (1992b) oraz Kirjavainen i współ. (1991) badali wpływ zagęszczenia pulpy flotacyjnej na uzysk ziaren wynoszonych mechanicznie do produktu pianowego. Wpływ zagęszczenia pulpy na uzysk krzemionkowej skały płonnej we flotacji ciągłej (według Lyncha i innych, 1974, 1981; Johnsona i współ., 1974) oraz okresowej (Kirjavainen, 1992b), z użyciem jedynie speniacza, przedstawiono na rys. 33b, a dane wyjściowe do tego wykresu na rys. 33a.

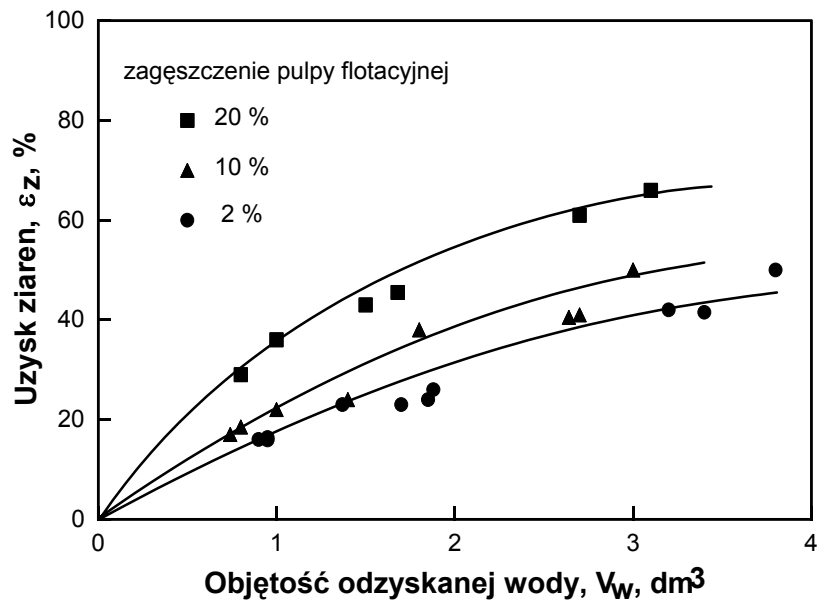


Rys. 33. Wpływ zagęszczenia pulpy na flotację mechaniczną ziaren  
a) prędkość odzysku krzemionkowej skały płonnej i odzysku wody w zależności od zagęszczenia, w obecności wyłącznie speniacza Dowfroth 250, dla klasy ziarnowej  $<11,0 \mu\text{m}$  (Lynch, 1974, 1981; Johnson i inni, 1974), b) wpływ zagęszczenia pulpy na współczynnik klasyfikacji  $Z^*_{v,v}$ .  
Współczynnik  $Z^*_{v,v}$  zdefiniowany jest równaniem (9), ale poszczególne wielkości ilorazu wyrażone są w g/min (rysunek wykonany na podstawie rys. a)

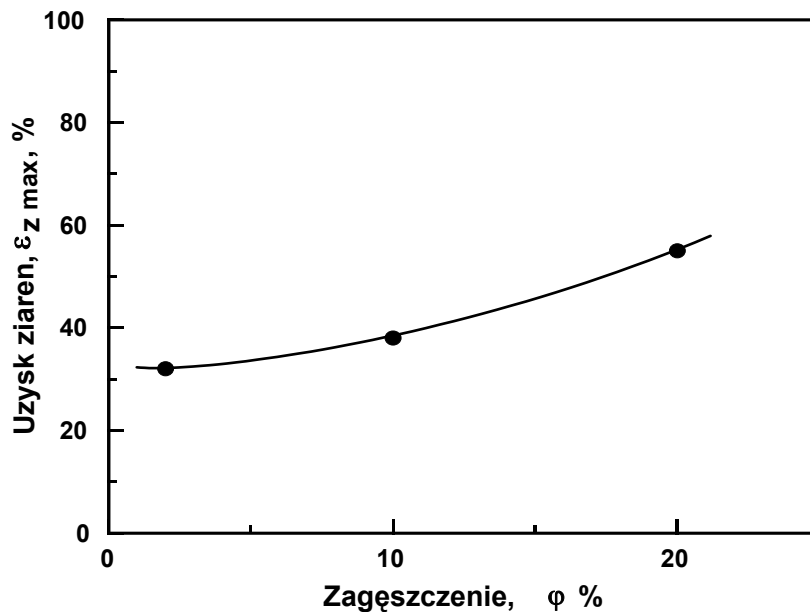
Z rysunku 33 wynika, że zjawisko flotacji mechanicznej nasila się wraz ze wzrostem zagęszczenia pulpy. Największy wzrost obserwuje się zwykle dla ziaren drobnych (Johnson

i inni, 1974) oraz nieregularnych, które łatwo tworzy flogopit czyli  $\text{KMg}_3(\text{Si}_3\text{Al})\text{O}_{10}(\text{F},\text{OH})_2$  (Kirjavainen, 1992a, 1992b) (rys. 34). Zagęszczenie pulpy nie ma zwykle znacznego wpływu na flotację mechaniczną dla ziaren większych niż  $50\ \mu\text{m}$ . Potwierdzają to wyniki badań opisane przez Johnsona i innych (1974).

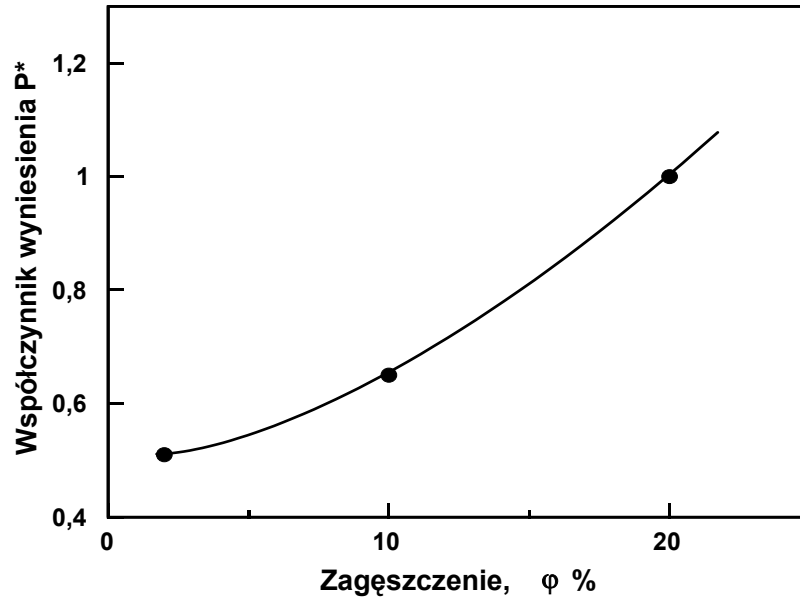
a)



b)



c)



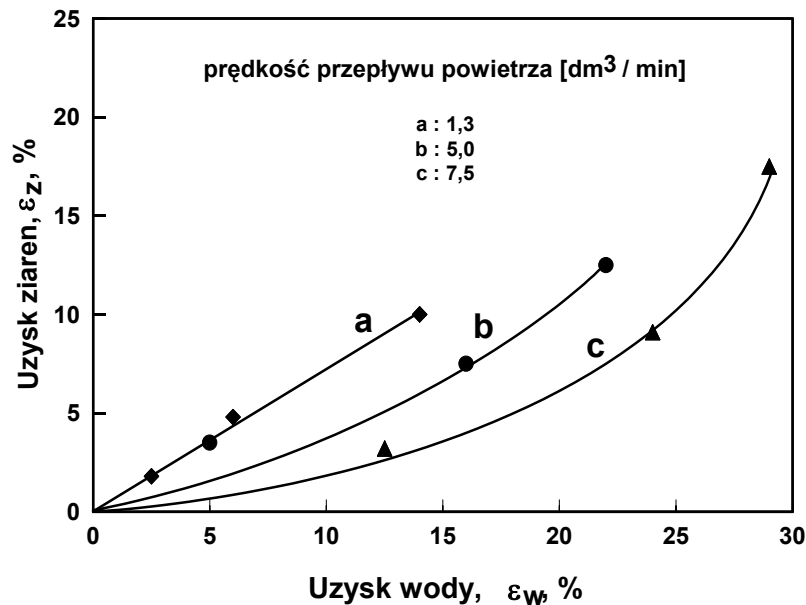
Rys. 34. Wpływ zagęszczenia pulpy na wyniesienie mechaniczne flogopitu (<math><37 \mu\text{m}</math>) we flotacji okresowej z dodawaniem wody w obecności spieniacza typu PPG

- a) dane dla klasy ziarnowej 2÷30  $\mu\text{m}$  (według Kirjavainena, 1989, 1992a, 1992b oraz Kirjavainena i Laapasa, 1988)
  - b) wpływ zagęszczenia przy 2  $\text{dm}^3$  odzyskanej wody dla 3  $\text{dm}^3$  celi flotacyjnej
  - c) wpływ zagęszczenia na współczynnik wyniesienia  $P^*$ .
- Rysunki b oraz c wykonano na podstawie rys. a

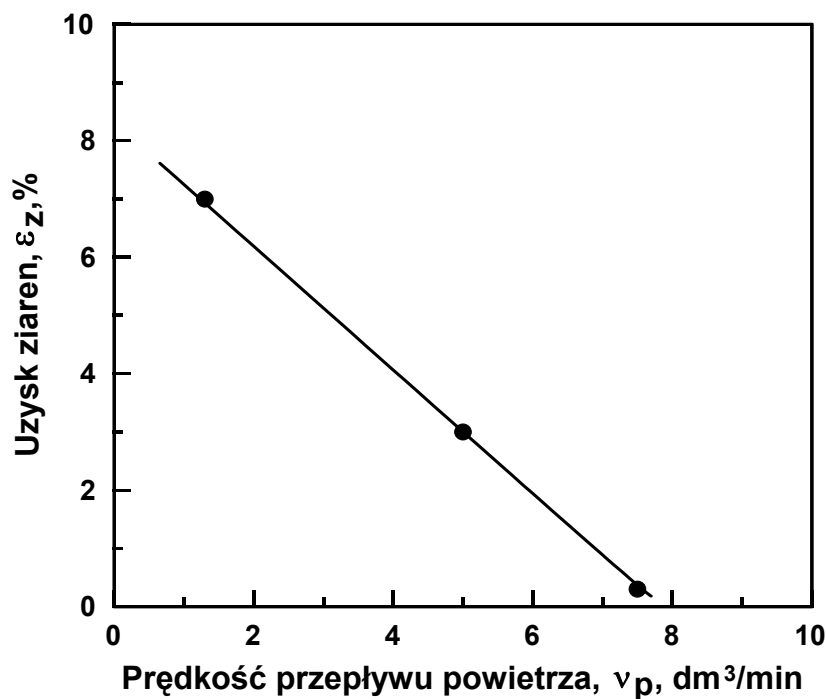
### 3.1.4. WPŁYW PRĘDKOŚCI PRZEPUSZCZANIA POWIETRZA PRZEZ PULPĘ FLOTACYJNĄ

Prędkość napowietrzania pulpy flotacyjnej ma wpływ na flotację mechaniczną. Badania Laplante'go i innych (1989) wskazują, że im większy przepływ powietrza, tym wyniesienie mechaniczne ziaren przy danym uzysku wody jest mniejsze (rys. 35).

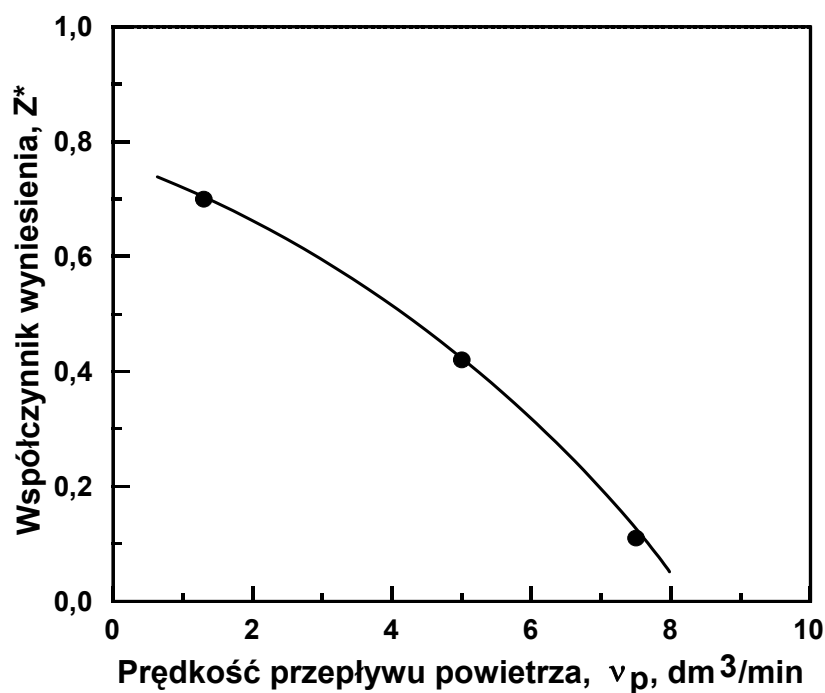
a)



b)



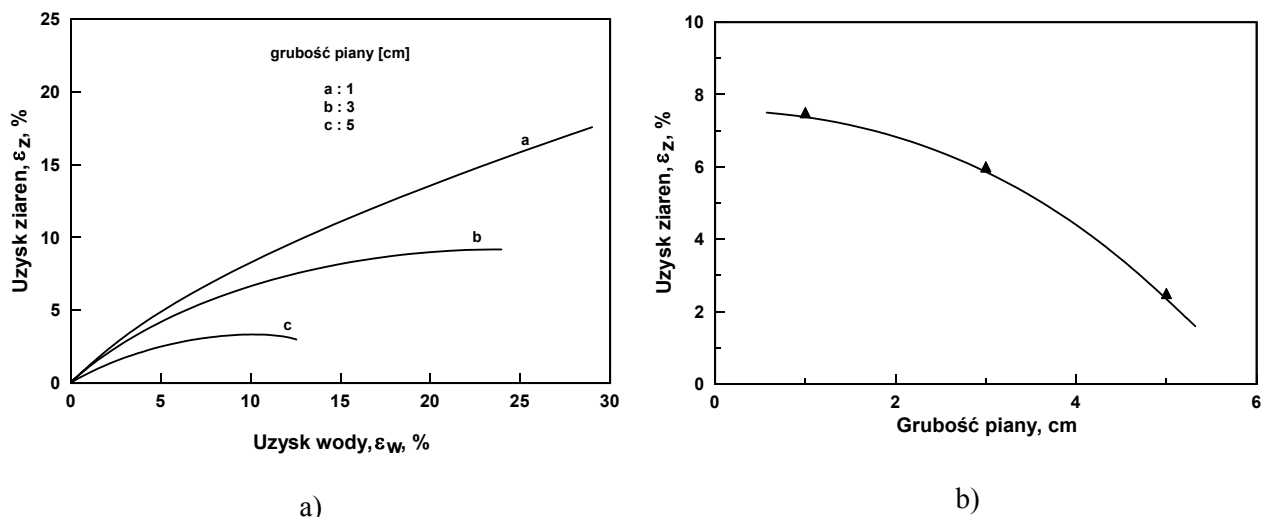
c)



Rys. 35. Wpływ uzysku wody na uzysk ziaren wynoszonych mechanicznie dla różnych prędkości przepływu powietrza we flotacji ciągłej, przeprowadzonej w maszynie laboratoryjnej o pojemności celi  $7 \text{ dm}^3$  (według Laplante'go, 1989) (a). Wpływ prędkości przepływu powietrza dla 10 % uzysku flotowanej wody na uzysk ziaren (na podstawie rys. a) (b). Wpływ prędkości przepływu powietrza na współczynnik wyniesienia  $Z^*$  (na podstawie rys. a) (c)

### 3.1.5. WPŁYW GRUBOŚCI PIANY

Według Cuttinga i współ. (1986), Engelbrechta i Woodburna (1975) oraz Szatkowskiego (1987), uzysk ziaren hydrofilowych w produkcie pianowym maleje ze wzrostem grubości piany (rys. 36). Wynika to prawdopodobnie z szybszego odwadniania się grubej warstwy piany, co powoduje lepsze wypadanie z piany ziaren flotujących mechanicznie.



Rys. 36. Wpływ uzysku wody na uzysk ziaren wynoszonych mechanicznie dla różnych grubości piany.

Flotacja ciągła prowadzona w 7 dm<sup>3</sup> celi flotacyjnej maszyny nieznanego typu.

Według Laplante'go (1989), który oparł się o wyniki pracy doktorskiej Kaya (1985),

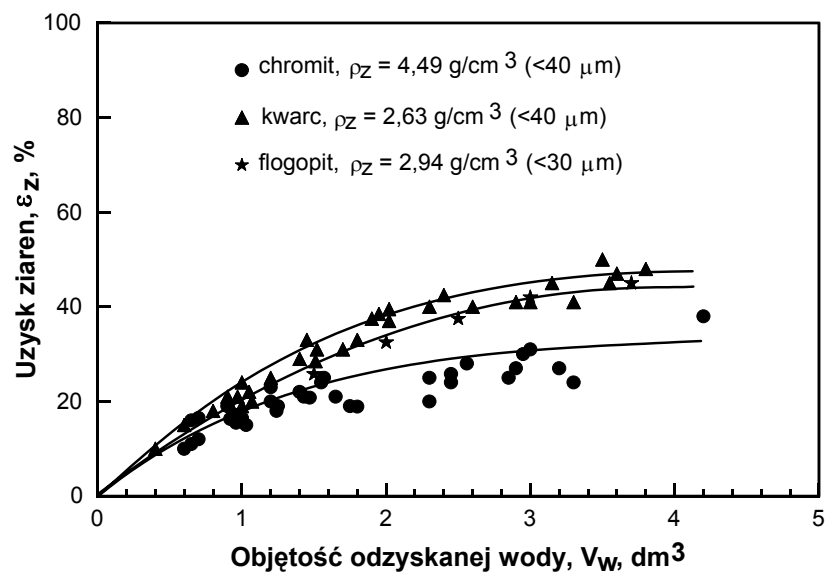
a) wpływ grubości piany na flotację mechaniczną

b) uzysk ziaren w zależności od grubości piany dla stałego uzysku wody  $\epsilon_w$  wynoszącego 10%

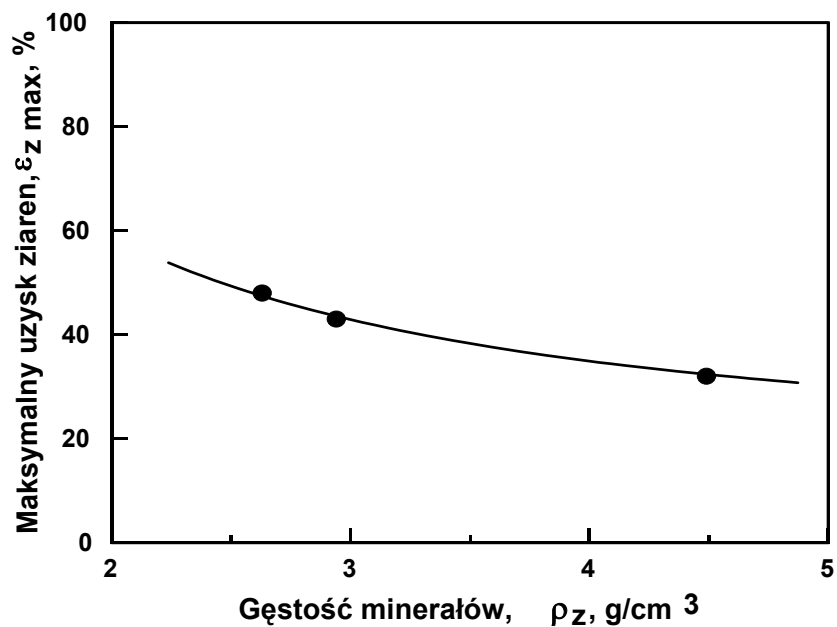
### 3.1.6. WPŁYW GĘSTOŚCI ZIAREN

Kirjavainen (1992b) pobieżnie badał zależność wyniesienia mechanicznego od gęstości minerałów. Zależność ta została pokazana na rys. 37. Rysunek ten wskazuje, że uzysk ziaren flotujących mechanicznie rośnie wraz ze zmniejszaniem się gęstości ziaren. Podobny wniosek wynika z badań Drzymały i Hrycyny (2004), którzy badali flotację mechaniczną kwarcu, gipsu i węgla sapropelowego. Kirjavainen (1992b) zauważył, że wyniesienie mechaniczne kwarcu i chromitu staje się podobne, gdy porówna się ich flotację mechaniczną przy tych samych masach ziaren (w powietrzu) uwzględniając, że gęstość kwarcu wynosi 2,63 g/cm<sup>3</sup> a chromitu 4,49 g/cm<sup>3</sup> (rys. 38). W oparciu o tę informację nie wyprowadził on jednak żadnych zależności.

a)



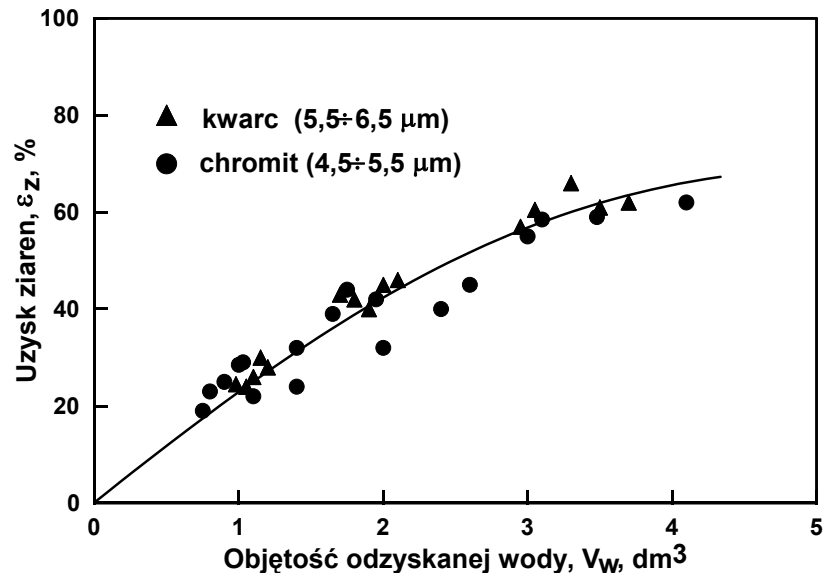
b)



Rys. 37. Wpływ gęstości ziaren na ich flotację mechaniczną we flotacji okresowej prowadzonej w obecności spieniacza typu PPG w laboratoryjnej maszynie flotacyjnej typu Denver o pojemności celi  $3 \text{ dm}^3$

a) zależność uzysku i objętości odzyskanej wody od rodzaju minerału (według Kirjavainena, 1992b),

b) wpływ gęstości na wyniesienie mechaniczne



Rys. 38. Porównanie wyniesienia mechanicznego ziaren kwarcu i chromitu przy podobnych masach tych ziaren w powietrzu. Flotacja okresowa z dodawaniem wody prowadzona w obecności spieniacza typu PPG w laboratoryjnej maszynie flotacyjnej typu Denver o pojemności celi 3 dm<sup>3</sup> (według Kirjavainena, 1992b)

### 3.1.7. WPLYW WIELKOŚCI ZIAREN I GĘSTOŚCI MINERAŁU

Zagadnienie to było badane przez niewielu autorów. Drzymała i Hrycina (2004) badali wpływ gęstości i rozmiaru ziaren na ich uzysk maksymalny we flotacji mechanicznej kwarcu i osobno gipsu oraz węgla sapropelowego. Eksperymenty prowadzone były w laboratoryjnej maszynie flotacyjnej typu Mechanobr o pojemności komory flotacyjnej wynoszącej 200 cm<sup>3</sup>. Był to proces okresowy z dodawaniem wody dla utrzymania stałej objętości zawiesiny. Wyniki ich badań zamieszczono na rys. 39.

Z tych badań wynika, że wpływ gęstości i wielkości ziaren na flotację mechaniczną da się opisać prostą zależnością:

$$d_{50} (\rho' / \rho_w)^{1,65} = L = 90 \pm 9 \mu\text{m} \quad (14)$$

gdzie:

L – stała (jako miara uzysku maksymalnego ziaren przy dużych uzyskach wody), μm,

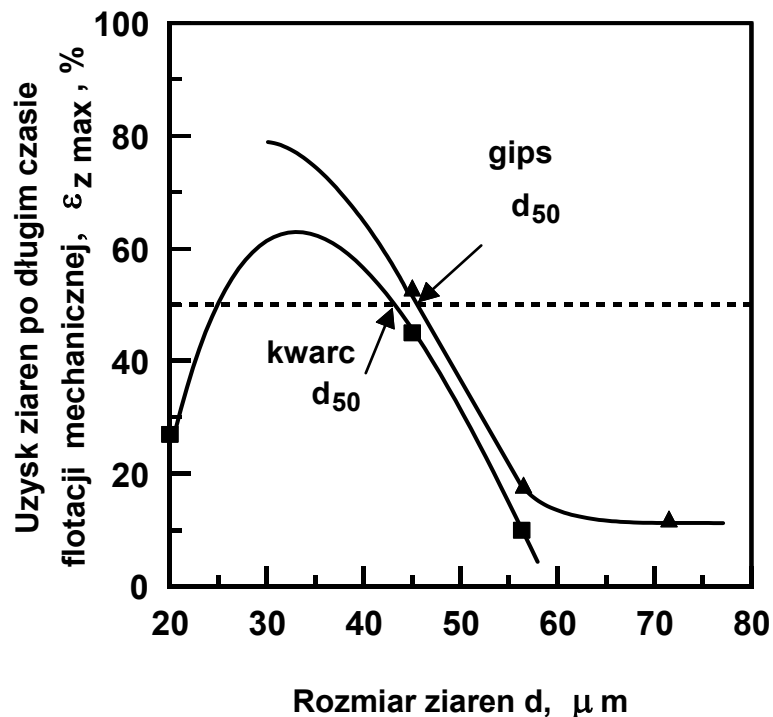
$\rho'$  – gęstość ziarna w wodzie ( $\rho' = \rho_z - \rho_w$ ), g/cm<sup>3</sup>

$\rho_w$  – gęstość wody, 1 g/cm<sup>3</sup>

$\rho_z$  – gęstość ziarna w powietrzu, g/cm<sup>3</sup>

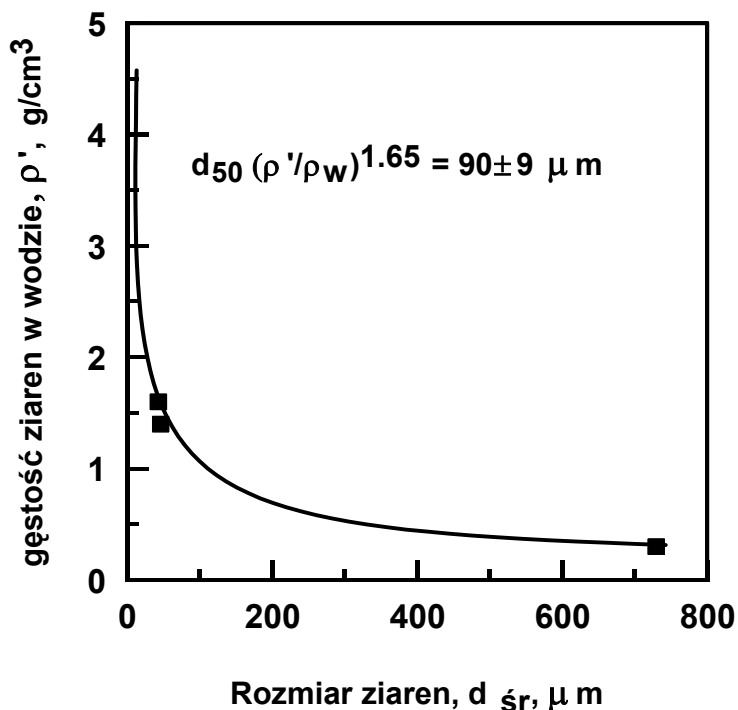
$d_{50}$  – rozmiar ziaren zapewniający ich 50% uzysk.





Rys. 39. Wpływ rozmiaru ziaren na ich uzysk maksymalny we flotacji mechanicznej gipsu i kwarcu. Testy przeprowadzono w maszynie flotacyjnej typu Mechanobr w obecności jedynie spieniacza  $\alpha$ -terpineolu (według Drzymały i Hrycyny, 2004)

Zależność (14) nazywana jest także równaniem flotometrycznym. Uzyskaną przez Drzymałę i Hryczynę (2004) zależność ilustruje rys. 40.



Rys. 40. Ilustracja tzw. równania flotometrycznego wskazującego, że iloczyn rozmiaru ziarna  $d_{50}$  i jego gęstości w wodzie do pewnej potęgi, charakterystycznej dla danego flotownika i stosowanych odczynników, jest wielkością stałą. Punkty pomiarowe dotyczą kwarcu, gipsu oraz węgla sapropelowego. Linia ciągła spełnia równanie (14) (według Drzymały i Hrycyny, 2004)

Maachar i Dobby (1992) badając wyniesienie mechaniczne krzemionki o gęstości  $\rho_z = 2,65 \text{ g/cm}^3$  i hydrofilizowanej galeny o gęstości  $\rho_z = 7,3\text{--}7,6 \text{ g/cm}^3$  w kolumnie flotacyjnej pracującej w sposób ciągły, w obecności jedynie spieniacza Dowfroth 250C, zaobserwowali, że gęstość ziaren ma tylko nieznaczny wpływ na stopień wyniesienia mechanicznego (rys. 41). Dla ziaren drobnych (około  $5 \mu\text{m}$ ) stopień wyniesienia  $e^*$  był równy 0,74 dla hydrofilowej krzemionki i 0,70 dla modyfikowanej hydrofilowej galeny (rys. 41). Biorąc pod uwagę gęstość i wielkość ziaren, podali równanie opisujące wyniesienie mechaniczne ziaren w kolumnie flotacyjnej w zależności od ich gęstości i wielkości w postaci:

$$e^* = \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_w} = \exp(-0,0325 \rho') \cdot \exp(-0,063 d) \quad (15)$$

gdzie:

$\varepsilon_z$  – uzysk ziaren wyniesionych mechanicznie, %

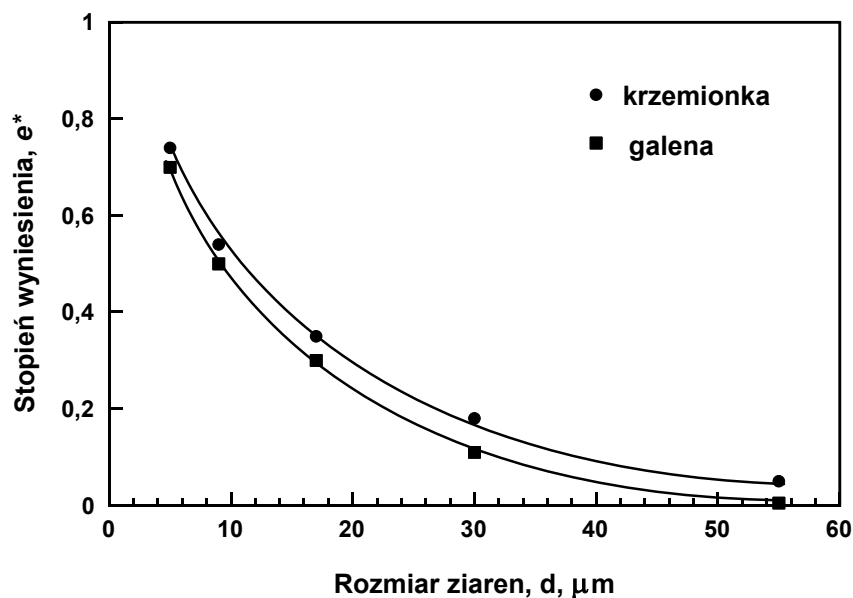
$\varepsilon_w$  – uzysk wody (obliczany z zależności:  $\varepsilon_w = 2,58 \cdot v_N^{-1} \exp(-13,1 \cdot v_{wd})$ ), %

$v_N$  – prędkość przepływu nadawy,  $\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$

$v_{wd}$  – prędkość przepływu wody w dół przez pianę,  $\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$

$d$  – rozmiar ziarna,  $\mu\text{m}$

$\rho'$  – gęstość ziarna w wodzie,  $\text{g/cm}^3$ .



Rys. 41. Wpływ rozmiaru oraz gęstości ziaren na stopień wyniesienia mechanicznego dla hydrofilowej krzemionki oraz zmodyfikowanej do postaci hydrofilowej galeny.

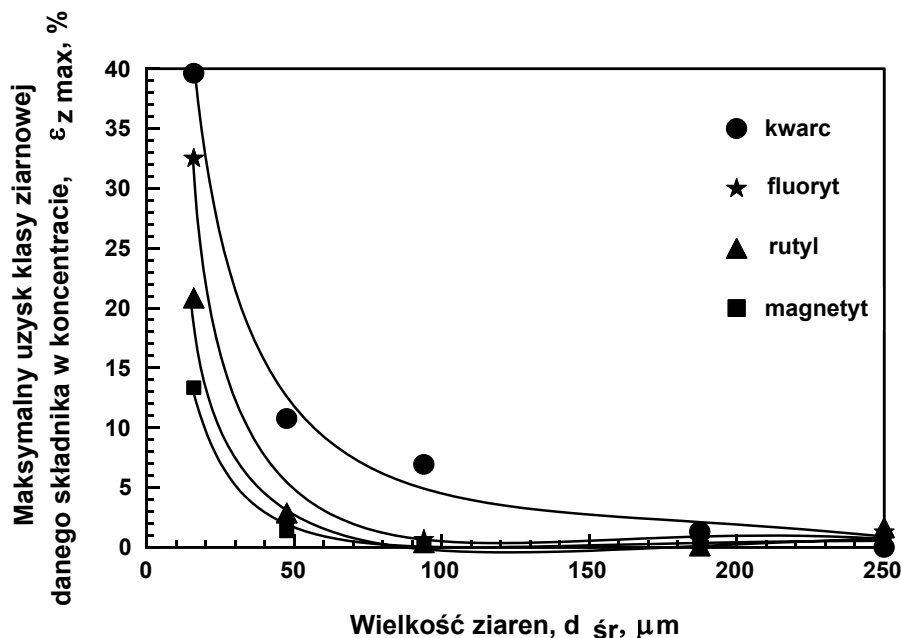
Testy przeprowadzono w kolumnie flotacyjnej w obecności spieniacza Dowfroth 250C (30 ppm).

Do badań użyto galeny i kwarcu o uziarnieniu  $0\text{--}70 \mu\text{m}$ . Według Maachara i Dobby'ego (1992)

Równanie Maachara i Dobby'ego (1992) wskazuje, że we flotacji pianowej głównymi parametrami decydującymi o wyniesieniu mechanicznym są: ilość wynoszona woda, gęstość i wielkość ziaren oraz warunki pracy maszyny flotacyjnej.

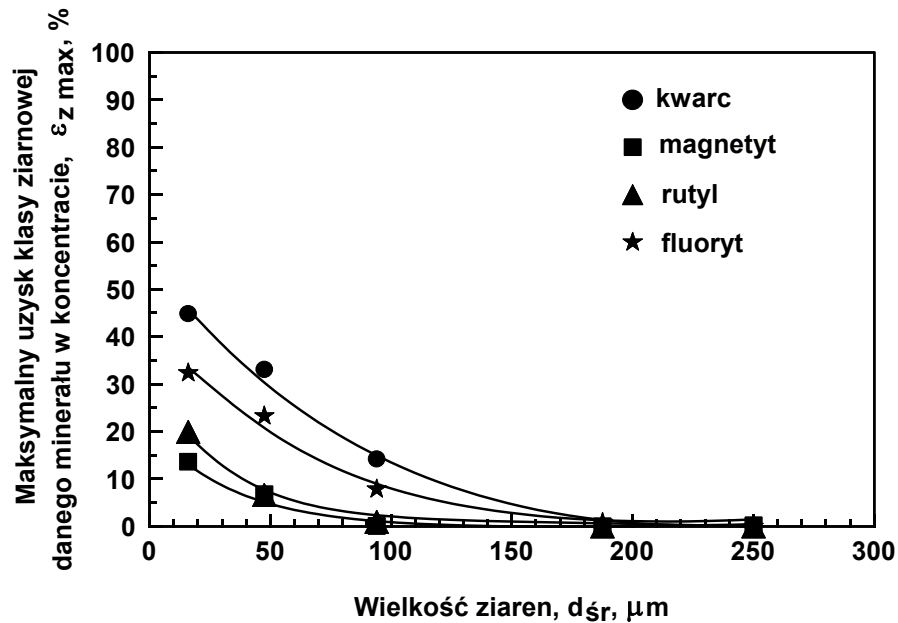
Konopacka (2004) szczegółowo badała wpływ wielkości i gęstości ziaren na flotację mechaniczną w laboratoryjnej maszynie flotacyjnej typu Denver (rys. 11). Maszynka była wyposażona w komorę flotacyjną o pojemności 5 dm<sup>3</sup> i wysokości mierzonej od dna do progu przelewowego 25,5 cm. Obroty mieszadła wynosiły 900 obr./min a przepływ powietrza 0,5 m<sup>3</sup>/h. Wykonała cztery serie pomiarowe. Pierwsza obejmowała badania wyniesienia mechanicznego pojedynczych minerałów hydrofilowych. W drugiej serii badała wyniesienie mechaniczne każdego z tych minerałów osobno w obecności flotującego węgla kamiennego. Seria trzecia obejmowała badanie wyniesienia mechanicznego dwóch różnych minerałów zmieszanych z węglem kamiennym. Czwarta seria polegała na przeprowadzeniu testów flotacyjnych dla układu, w którym występował węgiel oraz kilka, celowo wprowadzonych minerałów, to jest kwarc, baryt, fluoryt, magnetyt i rutil. Wyniki jej badań w postaci uzysku maksymalnego danego rozmiaru ziaren od rozmiaru tych ziaren przedstawiono na rys. 42-45.

Seria 1



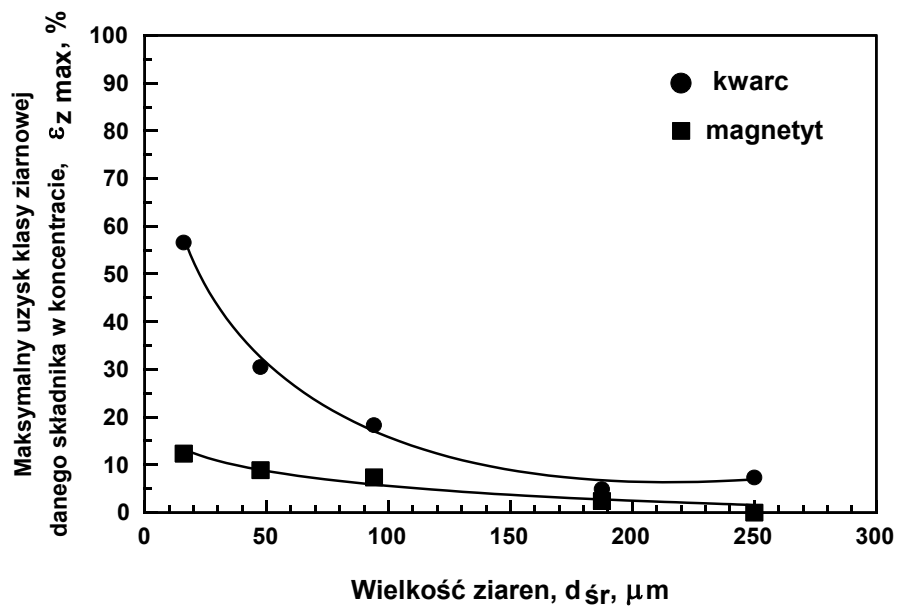
Rys. 42. Wpływ rozmiaru ziaren i ich rodzaju (gęstości) na wyniesienie mechaniczne. Testy prowadzono w maszynie flotacyjnej typu Denver dla każdego minerału osobno. Flotacje mechaniczne w obecności oleju napędowego (0,2g/kg) oraz α-terpineolu (0,05g/kg). Czas flotacji od 35 do 55 min, zależny od czasu niezbędnego do osiągnięcia maksymalnych uzysków

Seria 2



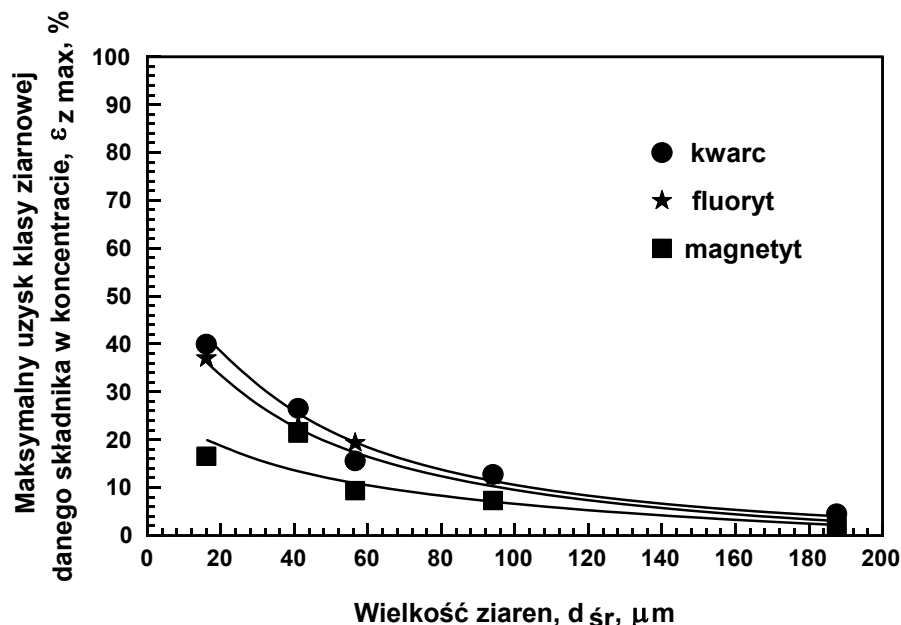
Rys. 43. Wpływ gęstości i wielkości ziaren na ich wyniesienie mechaniczne dla układu flotacyjnego węgiel (KWK Jas-Mos) – jeden dodany minerał. Osobne testy flotacyjne w obecności oleju napędowego (0,2g/kg) oraz  $\alpha$ -terpineolu (0,05g/kg). Czas flotacji od 35 do 55 min, zależny od czasu niezbędnego do osiągnięcia maksymalnych uzysków. Wyników flotacji węgla nie pokazano

Seria 3



Rys. 44. Wpływ gęstości minerałów na ich wielkość wyniesienia mechanicznego dla układu flotacyjnego węgiel (KWK Jas-Mos) – 2 dodane minerały. Flotacja mechaniczna w obecności oleju napędowego (0,2g/kg) oraz  $\alpha$ -terpineolu (0,05g/kg) w maszynie flotacyjnej typu Denver. Czas flotacji 25 min, który był wystarczający do osiągnięcia maksymalnych uzysków. Wyników flotacji węgla nie pokazano

Seria 4



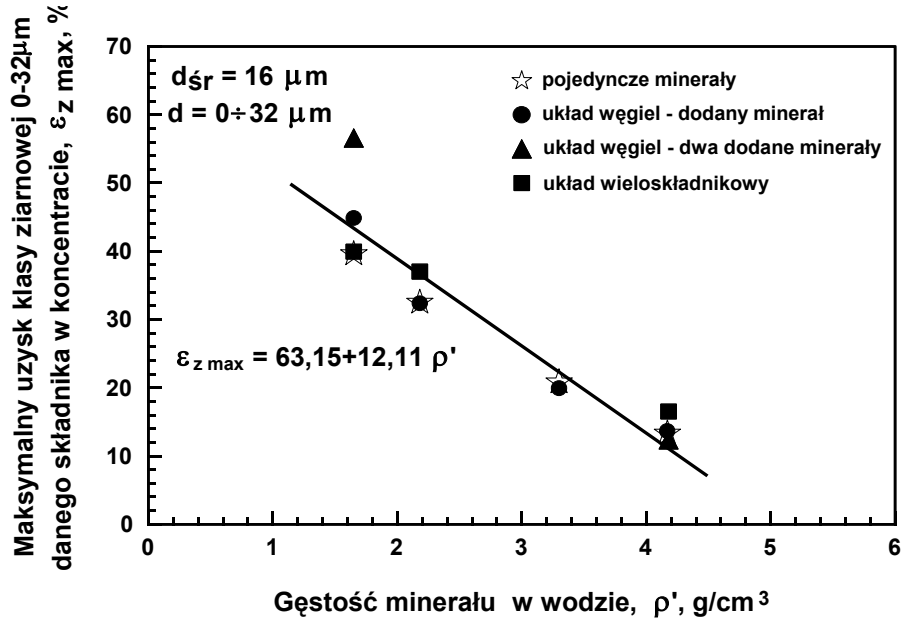
Rys. 45. Wpływ gęstości minerałów na wielkość ich wyniesienia mechanicznego dla układu flotacyjnego węgiel – cztery (kwarc, fluoryt, magnetyt, baryt) dodane minerały. Flotacja mechaniczna w obecności oleju napędowego (0,2g/kg) oraz  $\alpha$ -terpineolu (0,05g/kg). Węgiel KWK Jas-Mos był uprzednio wzbogacany flotacyjnie w celu zmniejszenia zawartości jego popiołu z 6÷8% do 1,43%. Czas flotacji 25 min, który był wystarczający do osiągnięcia maksymalnych uzysków. Na rysunku nie uwzględniono danych dla barytu (ze względu na pewną jego naturalną hydrofobowość oraz nieregularny kształt ziaren). Nie pokazano również flotacji węgla

Jej badania potwierdzają, że flotacji mechanicznej podlegają przede wszystkim ziarna małe i o niskiej gęstości.

W badaniach Konopackiej (2004) uzyski ziaren wynoszonych mechanicznie często nie przekraczały 50%, dlatego nie było możliwe zastosowanie równań flotometrycznych do opisu flotacji mechanicznej ziaren w 5-cio  $\text{dm}^3$  maszynie laboratoryjnej Denver, jak to uczynili Drzymała i Hrycyna (2004), którzy badali flotację mechaniczną ziaren o stosunkowo niskiej gęstości ( $\rho \leq 2,65 \text{ g/cm}^3$ ). Zaproponowała ona dwa sposoby opisu wyników flotacji mechanicznej w oparciu o uzyski maksymalne ziaren. Pierwszy polegał na porównaniu wpływu rozmiaru i gęstości minerałów na maksymalny uzysk ziaren dla wybranej klasy ziarnowej. Drugi polegał na przybliżaniu krzywych flotacji mechanicznej (uzysk maksymalny jako funkcja rozmiaru ziarna  $d$ ) równaniami matematycznymi o jednej dopasowywalnej stałej, a następnie uzależnieniu tej stałej dla danego minerału od gęstości jego ziaren.

Wyniki opisu pierwszą metodą, po wyborze ziarna 16 mikrometrowego jako ziarna charakterystycznego, pokazano na rys. 46. Z rysunku tego wynika, że na flotację mechaniczną w laboratoryjnej maszynie flotacyjnej Denver nie wpływa znacząco obecność węgla, ani też liczba dodanych minerałów. Uzysk maksymalny ziaren 16-mikronowych, w zależności od gęstości minerału w wodzie ( $\rho'$  w  $\text{g/cm}^3$ ), Konopacka (2004) opisała równaniem:

$$\varepsilon_{z \max (16\mu\text{m})} (\%) = 63,15 - 12,11\rho' \quad (16)$$



Rys. 46. Zależność uzysku maksymalnego ziaren hydrofilowych kwarcu, fluorytu, rutyłu, magnetytu o średnim rozmiarze 16  $\mu\text{m}$  od gęstości minerału w wodzie w laboratoryjne maszynie flotacyjnej typu Denver. Szczegóły zawierają rys. 42-45

W drugiej metodzie zastosowanej przez Konopacką (2004), krzywe rozdziału flotacji mechanicznej (rys. 42-45) przybliża się równaniem o jednym parametrze dopasowywalnym, który uzależnia się od gęstości ziarna. Spośród dostępnych krzywych (tabela 8) wybrała ona

funkcję  $k_r = \frac{1}{d} \cdot \frac{100 - \varepsilon_{z \max}}{\varepsilon_{z \max}}$ , która dostarczała najlepszego dopasowania, a wyliczone wartości  $k_r$  powiązała następnie z gęstością ziaren, co pokazano na rys. 47. Parametr  $k_r$  ma wymiar  $\mu\text{m}^{-1}$ .

Z rysunku 47 wynika, że wszystkie badane układy (z węglem, bez węgla, różne ilości i rodzaje minerałów hydrofilowych) miały podobną flotację mechaniczną, którą można przybliżyć funkcją potęgową typu  $y = a \cdot x^n$  o postaci:

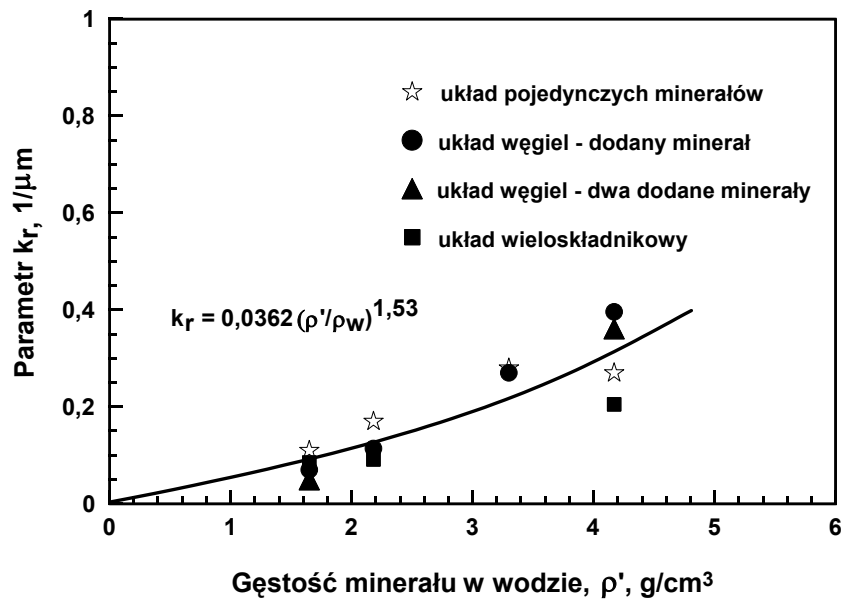
$$k_r = 0,0362 \cdot \left( \frac{\rho'}{\rho_w} \right)^{1,53} \quad (17)$$

gdzie  $\rho'$  jest gęstością ziarna w wodzie wyrażoną w g/cm<sup>3</sup>, a stała 0,0362 ma wymiar  $\mu\text{m}^{-1}$

A zatem flotację mechaniczną ziaren ( $\varepsilon_{z \max}$ ) w 5 dm<sup>3</sup> laboratoryjnej maszynie flotacyjnej typu Denver, w zależności od rozmiaru i gęstości ziaren opisuje równanie (18):

$$\frac{100 - \varepsilon_{z \max}}{\varepsilon_{z \max}} = 0,0362 \left( \frac{\rho'}{\rho_w} \right)^{1,53} \cdot d$$

(18)



Rys. 47. Wpływ gęstości minerałów wyniesionych mechanicznie na parametr  $k_r$  łączący w sobie wielkość ziarna oraz jego uzysk maksymalny. Każdy punkt na wykresie oznacza inną flotację. Według Konopackiej (2004)

### 3.1.8. WPLYW MASY I KSZTAŁTU ZIARNA ORAZ LEPKOŚCI ZAWIESINY

Kirjavainen (1992a, b), badając wyniesienie mechaniczne ziaren kwarcu i osobno ziaren flogopitu w maszynie flotacyjnej typu Denver o pojemności celi 3 dm<sup>3</sup>, w obecności jedynie speniacza typu PPG, doszedł do wniosku, że zależność pomiędzy współczynnikiem wynoszenia  $P$  a masą ziaren ( $m_z$ ), ich kształtem ( $\psi$ ) oraz newtonowską lepkością zawiesiny  $\eta$ , można zapisać za pomocą równania (19):

$$P = \frac{w_w^{0,7}}{w_w^{0,7} + b\psi\eta^{-0,5\psi} m_z^{0,5\psi^{-0,4}}} \quad (19)$$

gdzie:

$\eta$  – lepkość zawiesiny, mPa·s

$\psi$  – współczynnik kształtu ( $\psi = \psi_w^{-1/2}$ ), bezwymiarowy

$\psi_w$  – współczynnik sferyczności Wadella, bezwymiarowy

- $b$  – parametr stały równy 0,00694  
 $m_z$  – masa ziarna, ng  
 $w_w$  – strumień odzysku wody,  $\text{kg/m}^2 \cdot \text{s}$ .

Model ten jest odpowiedni do obliczenia stopnia wyniesienia  $P$  dla flotacji ciągłej przy nieobecności minerałów hydrofobowych.

### 3.1.9. WPLYW INNYCH PARAMETRÓW

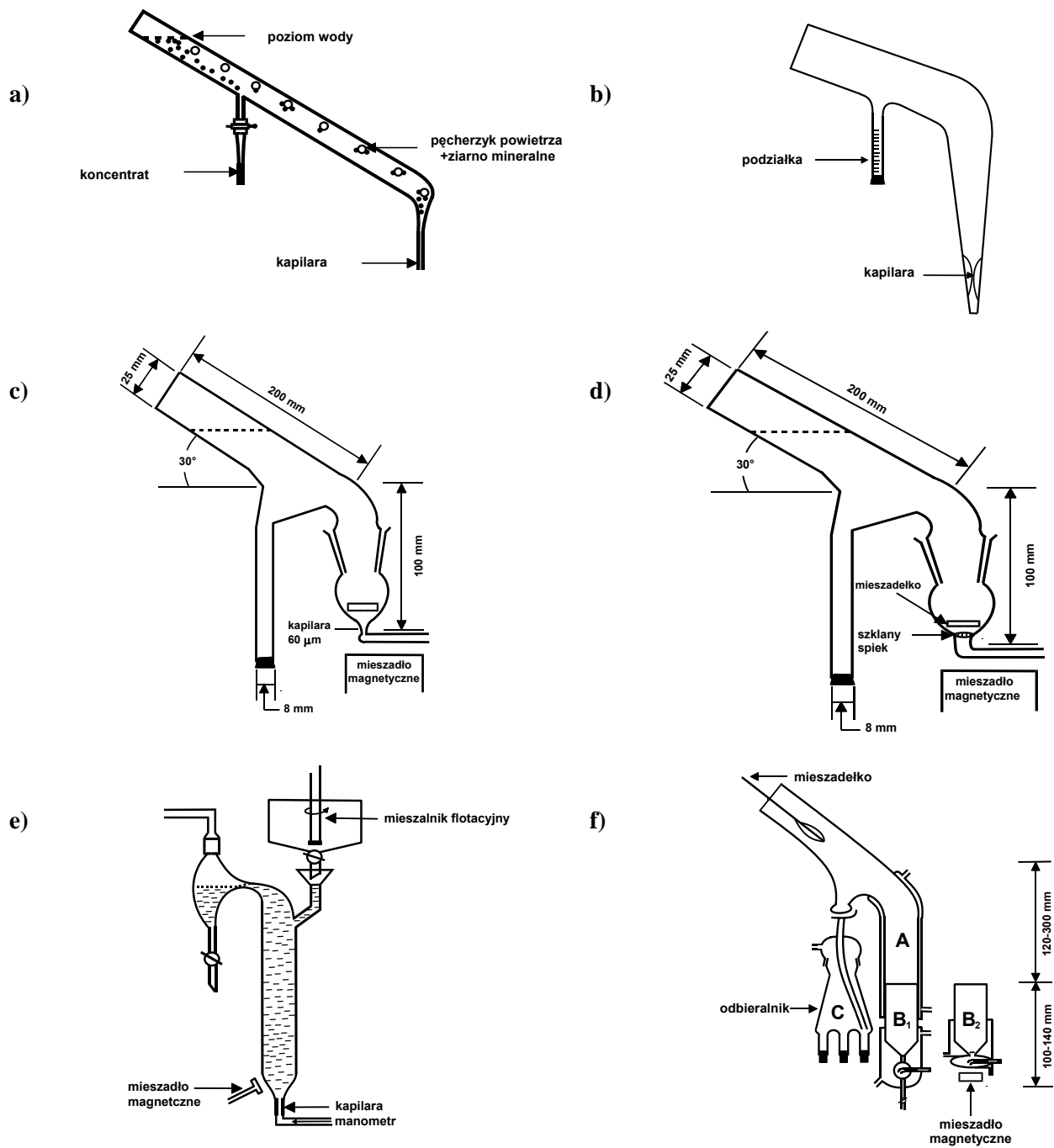
Różnymi aspektami flotacji mechanicznej zajmowali się także Wójcik i inni (1973), Jurkiewicz i Chibowski (1978), Kawatra i Eisele (1992), Mileva i Nishkov (1992), Nishkov (1992), Dorris i Page (1995), Tuteja i inni (1995), Perez i Del Villar (1997), Deng i Abazeri (1998), Ajersch i Pelton (1999), Guerra i Schubert (2000), Akdemir i Sonmez (2003) oraz Shimasaki i inni (2003).

Z przedstawionych w rozdziale 3.1 rozważań wynika, że podczas flotacji pianowej wyniesienie mechaniczne ziaren jest zależne przede wszystkim od ich wielkości i gęstości oraz sposobu prowadzenia flotacji i rodzaju stosowanego urządzenia. Najlepiej poznane są wpływy pojedynczych parametrów na wyniesienie mechaniczne. Jednoczesny wpływ wielu parametrów, prawdopodobnie ze względu na trudności eksperymentalne oraz brak koncepcji co do sposobu ujęcia uzyskanych wyników, jest raczej słabo poznany.

## 3.2. FLOTACJA MECHANICZNA PODCZAS FLOTACJI BEZPIANOWEJ

Flotację bezpianową przeprowadza się zwykle w tzw. flotownikach Hallimonda. Urządzenia te pozwalają na realizację flotacji w bardzo małej skali (Laskowski, 1969), gdyż flotacji można poddać nawet pojedyncze ziarna. Celka Hallimonda, zwana także rurką, czy też aparatem Hallimonda, jest urządzeniem, w którym objętość materiału poddanego flotacji zwykle nie przekracza  $1 \text{ cm}^3$ . Zastosowanie tego aparatu umożliwia szybkie określenie właściwości flotacyjnych poszczególnych składników wchodzących w skład nadawy badanego surowca. Flotownik Hallimonda może także być użyty do badań wyniesienia mechanicznego ziaren (Drzymała i Lekki, 1989a, 1989b, Drzymała, 1994a). Różne typy stosowanych flotowników przedstawiono na rys. 48.





Rys. 48. Flotowniki stosowane w skali mikrolaboratoryjnej (według Drzymały, 2001a oraz Drzymały i Chmielewskiego, 1992):

- a – oryginalny flotownik Hallimonda (Hallimond, 1944)
- b – współczesny flotownik Hallimonda-Ewersa (Sutherland i Wark, 1955), zwany także flotownikiem Hallimonda-Ewersa-Lekkiego lub krótko flotownikiem Hallimonda
- c – modyfikowany flotownik Hallimonda (Fuerstenau i współ., 1957)
- d – wersja ze spiekami porowatymi (Nagy i współ., 1962)
- e – flotownik drobnych ziaren (Siwek i współ., 1981)
- f – flotownik uniwersalny (Dobias, 1983)

Wyniesienie mechaniczne w różnych modyfikacjach flotownika Hallimonda było badane przez wielu autorów, w tym przez Siwka i współ, (1981), Drzymałę i Lekkiego (1989a, 1989b), Drzymałę (1994a), Drzymałę i Chmielewskiego (1992), oraz Łukaszewską (1998). Z prac tych wynika, że rozmiar mechanicznie wynoszonych ziaren zależy od prędkości wznoszących się pęcherzyków powietrza, wielkości i gęstości ziaren oraz typu i wysokości stosowanego flotownika. Flotownik Siwka i współ. (1981) silnie ogranicza wyniesienie mechaniczne ziaren z powodu znacznego przewężenia pomiędzy komorą główną i częścią, gdzie odbiera się wyflotowane produkty. Drzymała i Lekki (1989a, 1989b) oraz Drzymała i Chmielewski (1992) opisali wpływ wielkości i gęstości ziaren na ich wyniesienie mechaniczne w jednopęcherzykowym flotowniku Hallimonda-Ewersa-Lekkiego, zwanym dalej krótko flotownikiem Hallimonda (rys. 48b, 49) tzw. ogólnym równaniem flotometrycznym:

$$L = d \cdot (\rho')^n \quad (20)$$

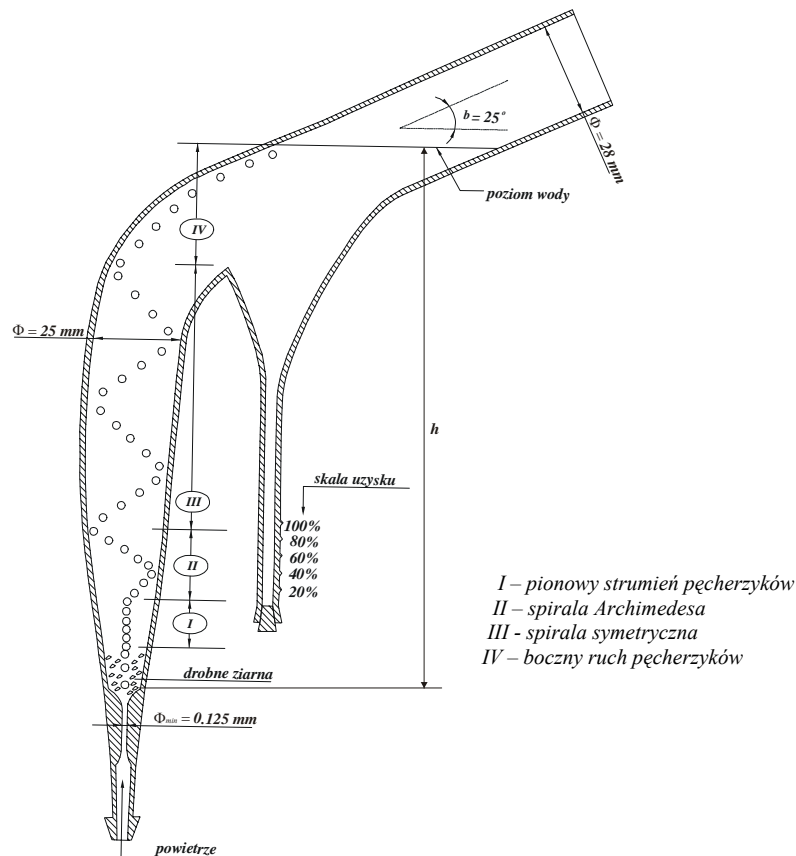
gdzie:

- $L$  – stała flotometryczna, wymiar stałej zależy od wartości  $n$
- $d$  – średnica tzw. ziarna podziałowego  $d_{50}$ , mm, dla bardzo długich czasów przepuszczania pęcherzyków przez flotownik
- $\rho'$  – gęstość ziarna w wodzie,  $\text{g/cm}^3$  ( $\rho' = \rho_z - \rho_w$ )
- $\rho_z$  – gęstość ziaren mineralnych,  $\text{g/cm}^3$
- $\rho_w$  – gęstość cieczy,  $\text{g/cm}^3$
- $n$  – wartość stała, bezwymiarowa.

Ze względu na to, że wartości wykładnika  $n$  we wzorze (20) nie są liczbami całkowitymi, wymiar stałej  $L$  z równania (20) nie jest stały. Dlatego równanie (20) występuje też w postaci zmodyfikowanej (Drzymała, 1994a, 1994b, 1994c, 1999):

$$L_x = d_{50} \cdot \left( \frac{\rho'}{\rho_w} \right)^n, \quad (21)$$

w której gęstość ziarna w wodzie  $\rho'$  dzielona jest przez gęstość wody  $\rho_w$ , co powoduje, że stała flotometryczna  $L_x$  jest wyrażana w jednostce długości. Empiryczne wyrażenie (21) można wywieść z równań opisujących opadanie i wznoszenie się obiektów w cieczach, znanych jako równania Stokesa, Allena oraz Newtona (np. Drzymała, 2001a).



Rys. 49. Szczegółowy schemat jedнопęcherzykowego flotownika Hallimonda (1944) zmodyfikowanego przez Ewersa (Sutherland i Work, 1955) i uzupełnionego przez Lekkiego (1970) o skalę uzysków na odbieralniku celki (według Drzymała, 1994a)

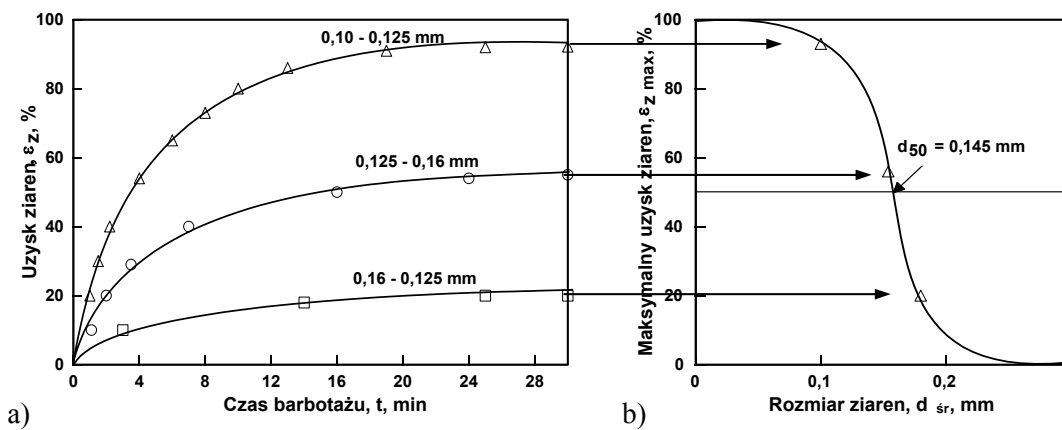
Drzymała (1994a, 1994b, 1994c, 1999) oraz Drzymała i Chmielewski (1992) prowadzili badania wyniesienia mechanicznego we flotowniku Hallimonda o wysokości  $h = 17,0$  cm, mierzonej od kapilary do górnego poziomu cieczy i objętości  $V = 120$  cm<sup>3</sup> (rys. 49). Autor ten stwierdził, że wyniesienie mechaniczne można opisać równaniami szczegółowymi:

$$D_{max} [(\rho_z - \rho_w) / \rho_w] = L_H = 0,023 \pm 0,002 \text{ cm (dla } \rho_z > 2,0 \text{ g/cm}^3) \quad (22)$$

$$D_{max} [(\rho_z - \rho_w) / \rho_w]^{0,75} = L_L = 0,020 \pm 0,002 \text{ cm (dla } \rho_z \leq 2,0 \text{ g/cm}^3) \quad (23)$$

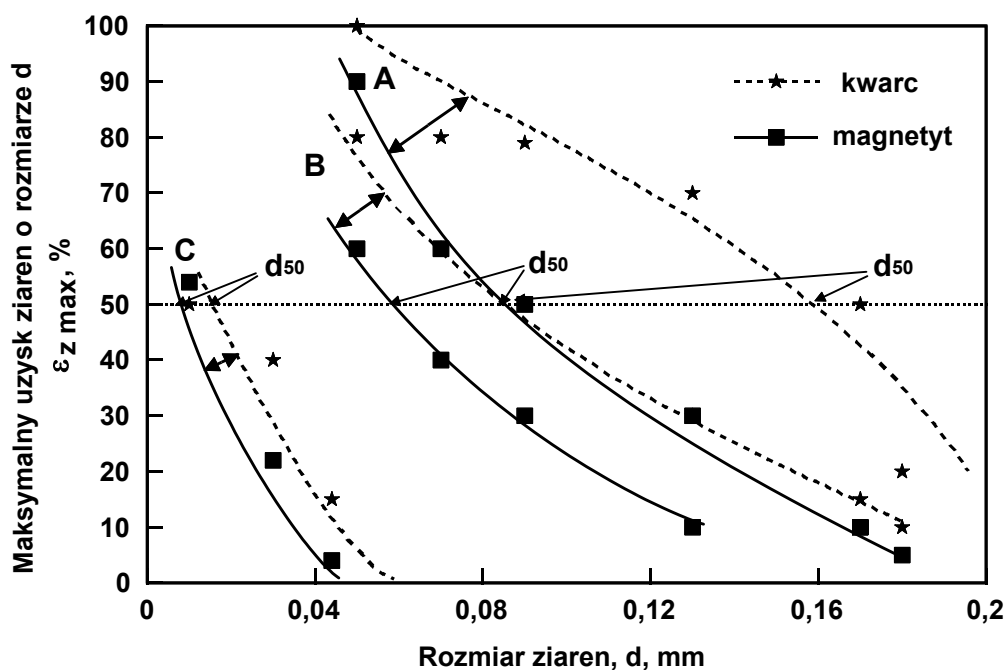
gdzie  $D_{max}$  to maksymalny rozmiar ziarna, który ulega wyniesieniu mechanicznemu.  $D_{max}$  jest równe wielkości ziarna podziałowego  $d_{50}$  (odczytanej z krzywej rozdziału, przedstawiającej zależności uzysku wyniesionych mechanicznie ziaren od ich wielkości, dla długich czasów przepuszczania pęcherzyków gazu przez flotownik), gdyby proces separacji był idealny.  $L_H$  i  $L_L$  to stałe, które są wyrażone w jednostce długości.

Jak wspomniano, równania (22) i (23) zostały wyprowadzone dla długich czasów barbotażu we flotowniku Hallimonda. Przy długim czasie perlenia krzywe kinetyczne uzysku wynoszonych mechanicznie ziaren osiągają plateau (rys. 50a), a krzywe rozdziału przyjmują swój ostateczny charakter, co pokazano na rys. 50b.



Rys. 50 a) Kinetyka wyniesienia mechanicznego różnych klas ziarnowych kalcytu w wyniku barbotażu powietrzem z prędkością  $0,625 \text{ cm}^3/\text{s}$  dla roztworów nie zawierających odczynników flotacyjnych, b) krzywa rozdziału pokazująca maksymalny rozmiar ziaren kalcytu wynoszonych mechanicznie ( $D_{max} = d_{50} = 0,145 \text{ mm}$ ) w jednopęcherzykowym aparacie Hallimonda. Dane liczbowe zaczerpnięto z pracy Drzymały (1994a)

Zjawisko wyniesienia mechanicznego w aparacie Hallimonda pokazanym na rys. 49, w zależności od wysokości celki, badane było przez Łukaszewską (1998). Badania prowadzone były dla flotowników Hallimonda o różnych wysokościach przy zachowaniu identycznych średnic kapilary, odbieralnika i komory flotacyjnej. Były to: celka standardowa (o wysokości  $h = 17,0 \text{ cm}$  i objętości  $V = 120 \text{ cm}^3$ ), celka przedłużona ( $h = 35,5 \text{ cm}$ ,  $V = 210 \text{ cm}^3$ ) oraz celka kolumnowa ( $h = 100,0 \text{ cm}$ ,  $V = 560 \text{ cm}^3$ ). Wyniki jej badań przedstawiono na rys. 51.



Rys. 51. Krzywe rozdziału dla magnetytu i kwarcu sporządzone dla różnych wysokości flotowników Hallimonda po czasie flotacji  $t = 30 \text{ min}$  (Łukaszewska, 1998); A – krzywe dla standardowej celki, B – krzywe dla przedłużonej celki, C – krzywe dla kolumnowej celki

Uzyskane przez nią wyniki pozwoliły na wyprowadzenie wzoru na wyniesienie mechaniczne dla zastosowanych flotowników. Wychodząc z ogólnego równania (21) opisała ona wyniesienie mechaniczne w celce Hallimonda funkcją wiążącą  $\rho$ ,  $d$  i  $h$  (Łukaszewska, 1998):

$$L_x = d_{50} \cdot \left( \frac{\rho'}{\rho_w} \right)^{n(h)} \quad (24)$$

gdzie:

$L_x$  – stała wynosząca, w zależności od wysokości celki Hallimonda, od 0,02 do 0,28 mm

$d_{50}$  – średnica ziarna podziałowego uzyskana po bardzo długim czasie barbotażu, mm

$\rho'$  – gęstość ziarna w wodzie, g/cm<sup>3</sup>

$n$  – wartość stała, bezwymiarowa. Dla standardowej celki Hallimonda  $n = 0,67$ , dla przedłużonej  $n = 0,46$ , a dla kolumnowej  $n = 0,20$

$h$  – wysokość celki Hallimonda, cm.

W 1999 roku Hrycyna zmodyfikował wyniki badań Łukaszewskiej (1998), twierdząc, że nie wystarczy opisać tylko stałą  $n$  zależnością od wysokości celki, ale również należy przedstawić w funkcji wysokości celki stałą  $L_x$ . Na podstawie wyników otrzymanych przez Łukaszewską podał on wzór opisujący stałą flotometryczną  $L_E$  i  $n$  jako funkcje wysokości celki  $h$ :

$$L_E(h) = 0,000063 \cdot h^2 - 0,00600 \cdot h + 0,335 \quad (25)$$

$$n(h) = 0,000401 \cdot h^2 - 0,0720 \cdot h - 0,327 \quad (26)$$

Według Hrycyny (1999), ogólny wzór opisujący wyniesienie mechaniczne w badanych przez Łukaszewską celkach Hallimonda ma postać:

$$0,000063 \cdot h^2 - 0,00600 \cdot h + 0,335 = d_{50} \cdot \rho'^{-0,000401 \cdot h^2 + 0,0720 \cdot h - 0,327} \quad (27)$$

Zatem wyniesienie mechaniczne w celkach Hallimonda zależy od wysokości celki, wielkości ziaren i ich gęstości. Badania Łukaszewskiej (1998), wykazały, że wraz ze wzrostem wysokości celki uzysk ziaren maleje (rys. 51). Maleje także wskaźnik wyniesienia  $L_E$ .

Stwierdzono również, że wraz ze wzrostem wysokości celki wpływ gęstości ziaren na wyniesienie mechaniczne maleje bardzo znacznie.

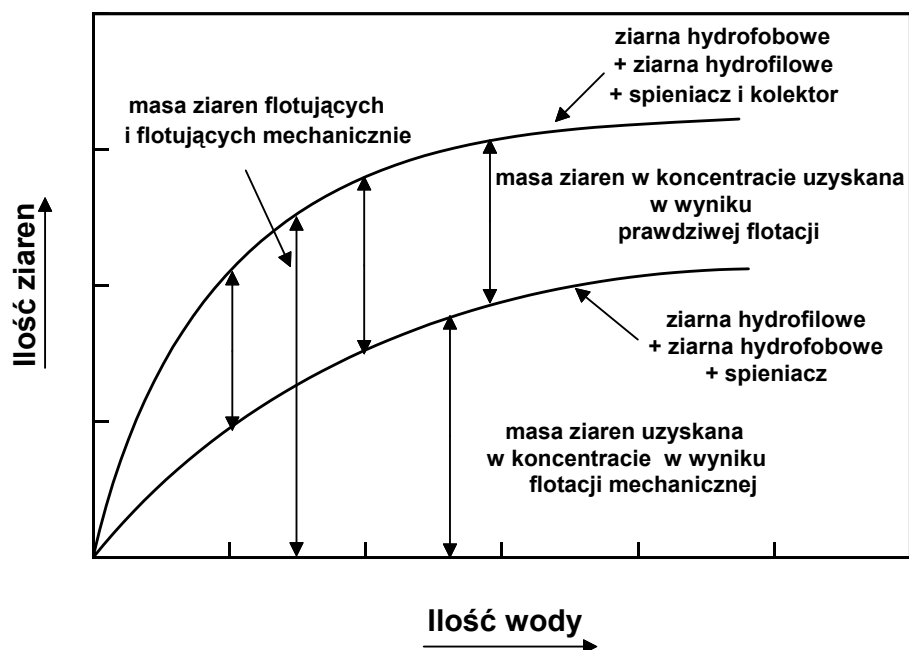
W oparciu o przedstawione fakty można stwierdzić, że zagadnienie wyniesienia mechanicznego we flotownikach typu Hallimonda jest od strony eksperymentalnej dość dobrze poznane. Należy jedynie zwrócić uwagę, że opis wyniesienia mechanicznego w omawianym flotowniku jest tylko w części podobny do opisu wyniesienia mechanicznego zachodzącego podczas flotacji pianowej. Dla flotowników Hallimonda uzysku ziaren nie da się uzależnić od uzysku wody, ponieważ nie występuje klasyczny produkt pianowy, lecz tylko koncentrat zawierający niemożliwą do określenia ilość wody.

#### 4. FLOTACJA MECHANICZNA W OBECNOŚCI FLOTUJĄCYCH ZIAREN

Flotacja mechaniczna ziaren hydrofilowych zachodzi podczas flotacji ziaren hydrofobowych jak i w czasie barbotażu powietrzem zawiesin ziaren mineralnych zawierających tylko ziarna hydrofilowe. Ponadto stwierdzono, że flotacji mechanicznej mogą także ulegać ziarna hydrofobowe, które z jakiegoś powodu nie flotują. Ma to miejsce na przykład, gdy ziarna poddawane flotacji są bardzo drobne. W przypadkach, gdy nakładają się procesy flotacji mechanicznej i flotacji właściwej, dobrze jest umieć ocenić skalę obu zjawisk.

W literaturze opisano kilka metod oceny flotacji mechanicznej ziaren w obecności ziaren flotujących. Jedną z nich, w zasadzie znaną od dawna, opisał Trahar (1981). Metoda ta polega na przeprowadzeniu dwóch testów flotacyjnych. Pierwszy, dokonuje się z użyciem kolektora i speniacza, a drugi w obecności tylko speniacza. W metodzie tej przyjmuje się, że flotacja mechaniczna, podczas flotacji w obecności speniacza i zbieracza, jest równa flotacji mechanicznej w obecności wyłącznie speniacza. Różnica pomiędzy ilością ziaren uzyskanych w obecności kolektora i speniacza a ich ilością w obecności środka pianotwórczego równa jest właściwej flotacji. Metodę Trahara schematycznie pokazano na rys. 52. Krzywa flotacji mechanicznej pokazana na rys. 52 ma charakter logarytmiczny (typ 3), ale metodę tę można zastosować do dowolnego kształtu krzywych.

Zaletą metody Trahara jest jej prostota. Według Rossa (1991b), metoda Trahara powinna być wykorzystywana do opisu wyniesienia mechanicznego, gdy nadawa jest gruboziarnista. Wadą metody Trahara jest to, że nie bierze pod uwagę wpływu speniacza na flotację mechaniczną ziaren hydrofobowych ani wpływu kolektora, stosowanego zwykle do hydrofobizacji ziaren flotujących. Udział ten jednak w wielu przypadkach może być niewielki. Na

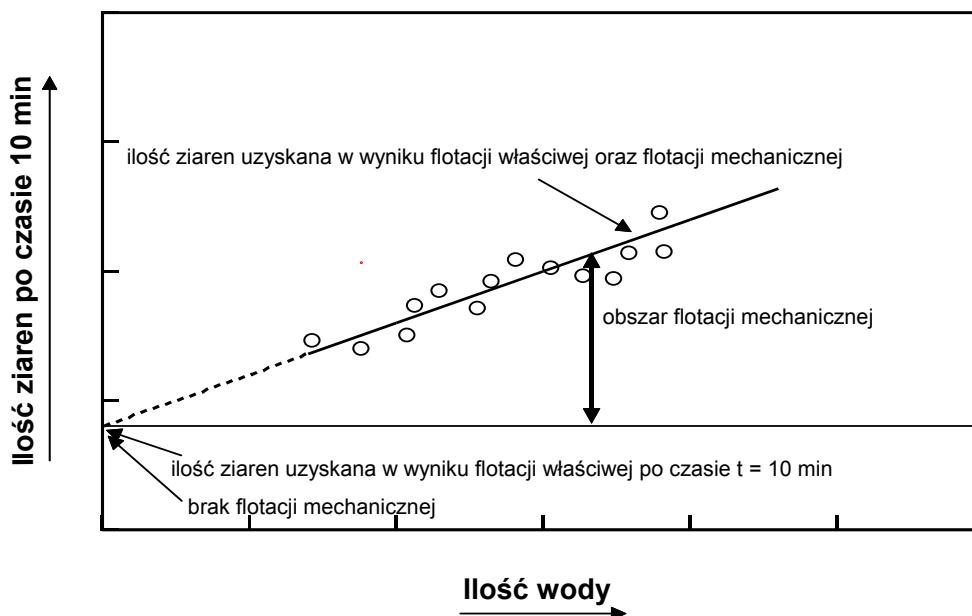


Rys. 52. Ilustracja metody Trahara stosowanej do określenia flotacji mechanicznej ziaren podczas flotacji pianowej. Na podstawie rysunku z pracy Rossa (1991b)

przykład Trahar (1981) badał flotację mechaniczną kwarcu o wielkości ziaren  $< 5 \mu\text{m}$  bez oraz w obecności flotującego chalkopirytu. Badania przeprowadził stosując spieniacz, a zagęszczenia pulpy wynosiły 16% i 27%. Stwierdził on, że flotacja mechaniczna hydrofilowego kwarcu była identyczna bez i w obecności naturalnie flotującego chalkopirytu, a współczynnik wyniesienia  $e^*$  osiągał wartość 0,72. Wyniki te wskazują, że obecność hydrofobowego chalkopirytu nie miała wpływu na flotację mechaniczną kwarcu.

Inna metoda została opracowana przez Warrena (1985). Metoda ta polega na przeprowadzeniu wielu flotacji, w których zmienia się ilość odbieranej piany poprzez regulację prędkości odbioru ziaren przy stałym czasie flotacji oraz stałej grubości piany. Uzyskane wyniki przedstawia się w postaci zależności pomiędzy ilością ziaren i ilością wody, która jest ekstrapolowana do zerowego wychodu wody. Na rys. 53 ilości ziaren i wody są równoznaczne z ich uzyskami. Otrzymywana zależność jest zwykle prostoliniowa (rys. 53). Punkt przecięcia na skali ilości ziaren jest punktem wskazującym na uzysk ziaren, które uległy rzeczywistej flotacji. Wynika to stąd, że flotacja mechaniczna ziaren spada wraz ze spadkiem prędkości ich zbierania, co związane jest z tym, że ziarna flotowane mechanicznie mają czas na wypadnięcie z piany. Według Rossa (1991b), wadą tej metody jest to, że niezbędne jest przeprowadzenie wielu (minimum dwóch) flotacji, ponieważ wyniki pojedynczych flotacji obarczone są błędami wynikającymi ze zmian składu nadawy oraz różnic w

przygotowaniu i przeprowadzeniu flotacji. Metoda ta zalecana jest do opisu flotacji ziaren drobnych i bardzo drobnych (Ross, 1991b).



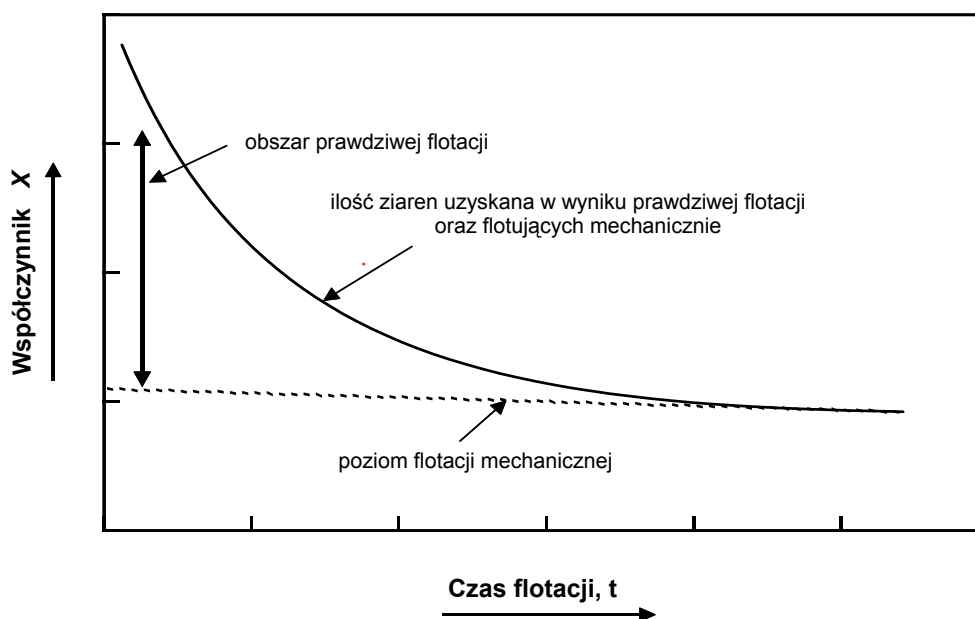
Rys. 53. Ilustracja metody Warrena pozwalającej na określenie flotacji mechanicznej podczas flotacji pianowej. Na podstawie rysunku z pracy Rossa (1991b)

Ross (1990, 1991b) oraz Ross i Van Deventer (1988) opracowali jeszcze inną metodę określenia flotacji mechanicznej. Jest ona przydatna do oceny flotacji mechanicznej ziaren we flotacji okresowej. Metodę tę schematycznie przedstawia rys. 54. Udział flotacji mechanicznej metodą Rossa można określić w jednym teście flotacyjnym. W tym celu przeprowadza się test flotacyjny i określa uzysk ziaren oraz uzysk wody dla kolejnych produktów pianowych flotacji odbieranych przy różnych czasach flotacji. Następnie, w oparciu o uzyski ( $\varepsilon_z$  i  $\varepsilon_w$ ) wylicza się wartość współczynnika  $X$ , zdefiniowanego wcześniej równaniem 10. W oparciu o wartości parametru  $X$  rysuje się krzywą przedstawiającą jego zależność od czasu flotacji. Uzyskana malejąca krzywa osiąga plateau przy długich czasach flotacji (rys. 54). W ostatnich produktach flotacji, uzyskanych przy długich czasach flotacji, nie ma już flotujących ziaren, tylko występują ziarna wynoszone mechanicznie. Dlatego wartość parametru  $X$ , dla długich czasów flotacji, można przyjąć jako miarę wyniesienia mechanicznego ziaren.

Jeszcze inną metodę zaproponował George i współ. (2004). Jest to modyfikacja metody Trahara polegająca na dwóch oddzielnych flotacjach dwóch różnych minerałów, w identycznych warunkach, z których jeden podlega hydrofobowej flotacji i flotacji mechanicznej, a drugi tylko flotacji mechanicznej. Różnica uzysków świadczy o rzeczywistej flotacji ba-

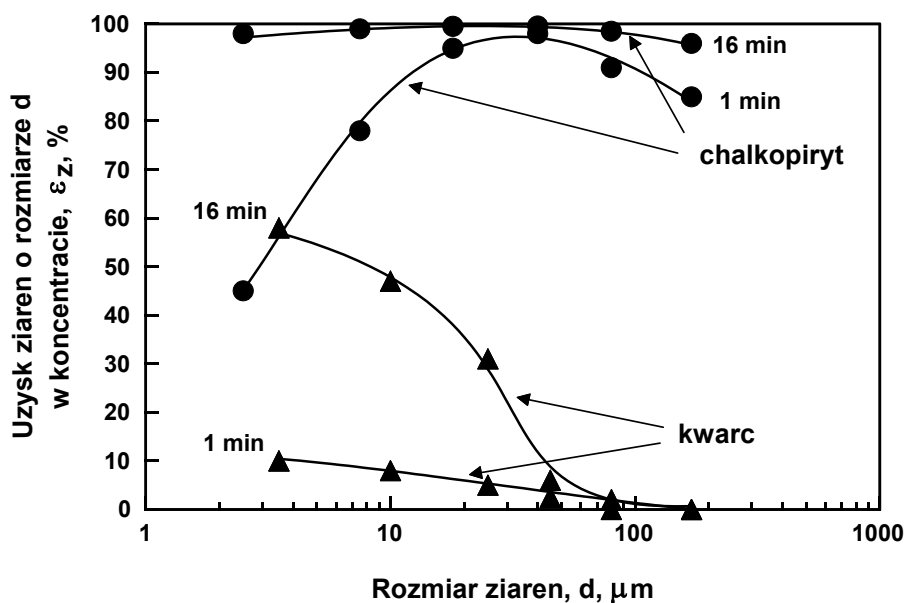


danego materiału. Metoda ta nadaje się wyłącznie do układów flotacyjnych zawierających ziarna submikronowe, gdyż dla tych ziaren ich masa, a zatem i gęstość nie wpływa na wyniki wyniesienia mechanicznego.

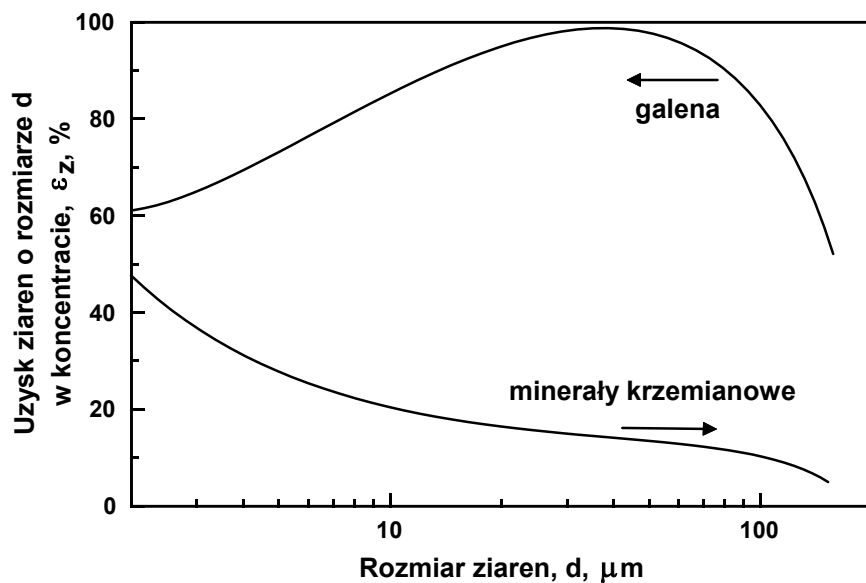


Rys. 54. Określenie prawdziwej flotacji i flotacji mechanicznej metodą Rossa (1991b)

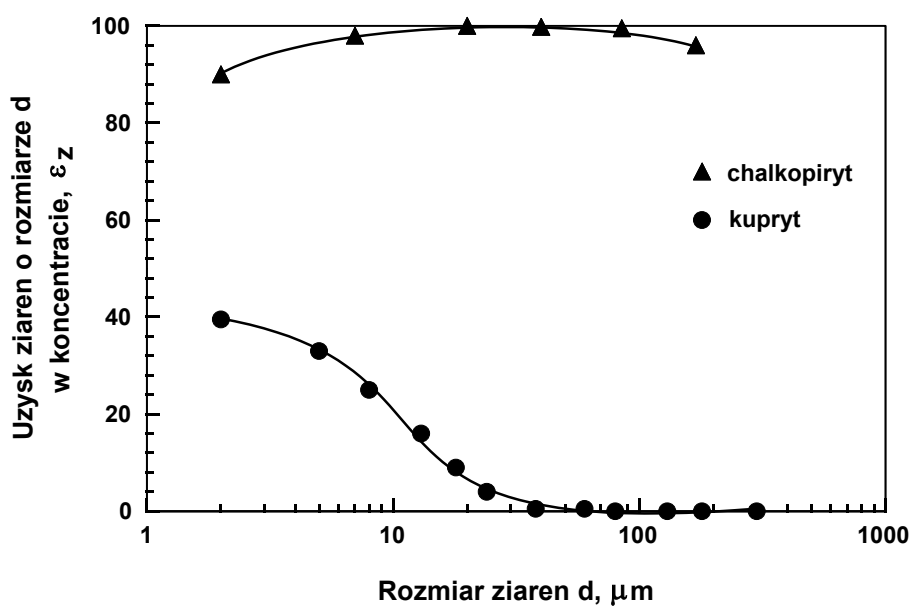
Wyniesienie mechaniczne ziaren hydrofilowych podczas flotacji ziaren hydrofobowych badali Trahar (1981), Thorne (1976), Heyes i Trahar (1979) oraz Konopacka (2001, 2004). Wyniki ich badań w formie graficznej przedstawiono na rys. 55-59.



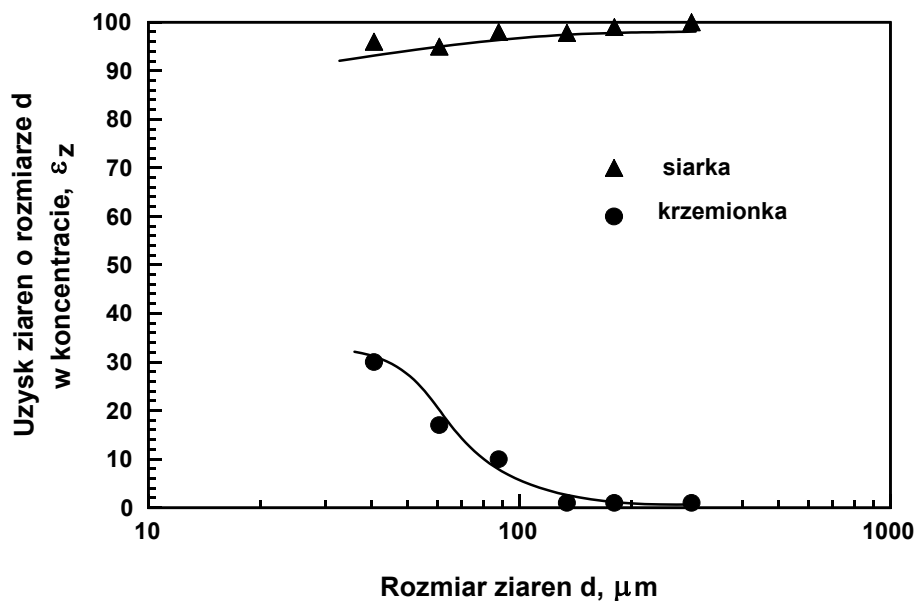
Rys. 55. Wyniesienie mechaniczne kwarcu podczas flotacji chalkopirytu. Flotacja okresowa w obecności jedynie spieniacza PPG 400. Czasy flotacji 1min i 16 min (według Trahara, 1981)



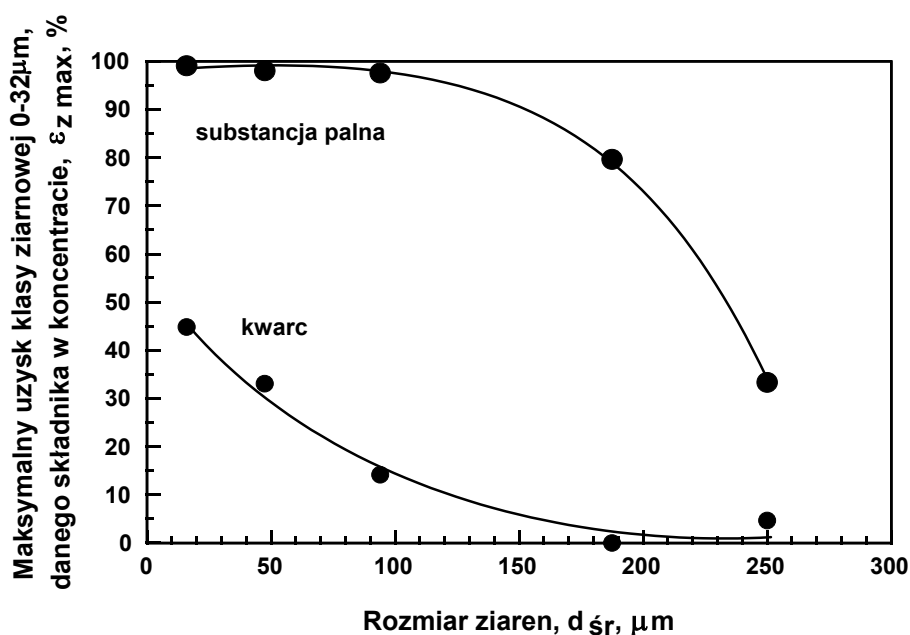
Rys. 56. Wyniesienie mechaniczne minerałów krzemianowych podczas flotacji galeny w przemysłowej flotacji minerałów ołowiu (według Kelly’ego i Spottiswooda, 1982, którzy oparli się o pracę Thorna, 1976)



Rys. 57. Wyniesienie mechaniczne kuprytu oraz flotacja chalkopirytu. Testy flotacyjne prowadzono dla każdego minerału osobno w 3-dm<sup>3</sup> laboratoryjnej maszynie flotacyjnej typu Denver w obecności spieniacza PPG 250 (według Heyesa i Trahara, 1979)



Rys. 58. Flotacja siarki wulkanicznej w urządzeniu „air-sparged hydrocyclone” bez obecności kolektora (według Millera i Ye, 1989)



Rys. 59. Wyniesienie mechaniczne kwarcu podczas flotacji węgla kamiennego. Flotacja okresowa w obecności oleju napędowego (0,2/kg) oraz  $\alpha$ -terpineolu (0,05g/kg). Czas flotacji 25 min (według Konopackiej, 2004)

Z rysunków tych wynika, że flotacja mechaniczna zawsze towarzyszy właściwej flotacji i jest ona szczególnie wyraźna dla drobnych ziaren.

## 5. HIERARCHIA PARAMETRÓW FLOTACJI MECHANICZNEJ

Do tej pory omówiono wpływ wielu parametrów na flotację mechaniczną. Opisano najpierw wpływ uzysku wody na uzysk ziaren, a następnie wpływ stosunku uzysku wody i zia-

ren na pojedyncze parametry oraz wpływ dwóch parametrów jednocześnie na flotację mechaniczną. Jest jednak oczywiste, że flotacja mechaniczna jest układem wieloparametrowym, którego poprawny opis wymaga wzięcia pod uwagę nie tylko wpływu poszczególnych parametrów, ale i ich wzajemne powiązanie. Celowe staje się także określenie głównego parametru materiałowego, takiego jakim dla właściwej flotacji jest hydrofobowość.

Jak dotąd najpełniej zjawisko flotacji mechanicznej od strony teoretycznej ujęli Neethling i Cilliers (2002a, 2002b). Według nich strumień ziaren o rozmiarze  $d$  ulegających flotacji mechanicznej ( $F_{y,ent}$ ) zależy od trzech głównych procesów: dyspersyjnego rozpraszania się ziaren w kierunku obszarów o ich niższym stężeniu ( $f(Q, Q_{air})$ ), przepływu wody ( $Q$ ) oraz opadania ziaren w wyniku działania grawitacji ( $v_{set}$ ). Matematycznie zapisać to można w następującej formie:

$$F_{y,ent} = -f(Q, Q_{air}) \frac{x_F}{x_P} \cdot \frac{\partial C_{S_d}}{\partial y} + Q \frac{C_{S_d}}{x_P} - v_{set} x_F \frac{C_{S_d}}{x_P} \quad (28)$$

gdzie:

- $F_{y,ent}$  – strumień ziaren o rozmiarze  $d$  w kierunku pionowym do góry wyrażony jako masa ziaren na jednostkę powierzchni celi flotacyjnej na jednostkę czasu,  $\text{kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$
- $C_{S_d}$  – stężenie ziaren o rozmiarze  $d$  w danym miejscu piany w obszarze Plateau, wyrażone jako masa ziaren na jednostkę objętości zawiesiny wodnej,  $\text{kg}/\text{m}^3$
- $x_P$  – zawartość wody w obszarach Plateau piany w postaci ułamka objętościowego, wielkość bezwymiarowa, ( $x_P + x_{ziaren} = 1$ )
- $x_F$  – zawartość zawiesiny w pianie w postaci ułamka objętościowego, wielkość bezwymiarowa, ( $x_F + x_{air} = 1$ )
- $Q$  – przepływ wody w kierunku pionowym do góry wyrażony jako objętość wody na jednostkę powierzchni celi flotacyjnej na jednostkę czasu,  $\text{m}^3/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$
- $f(Q, Q_{air})$  – funkcja dyspersji, zależna od przepływu wody i powietrza oraz innych zmiennych,  $\text{m}^2/\text{s}$
- $v_{set}$  – prędkość skrępowanego opadania ziaren w pianie,  $\text{m}/\text{s}$
- $y$  – oś wysokości,  $\text{m}$
- $ent$  – wyniesienie mechaniczne
- $air$  – oznacza powietrze
- $d$  – dany rozmiar ziarna.

W równaniu (28) przepływ (strumień) masowy ( $\text{kg}/(\text{m}^2\text{s})$ ) wyrażony jest za pomocą litery  $F$ , przepływ objętościowy za pomocą litery  $Q$  ( $\text{m}^3/(\text{m}^2\text{s})$ ), a prędkość przepływu za pomocą symbolu  $v$  (m/s).

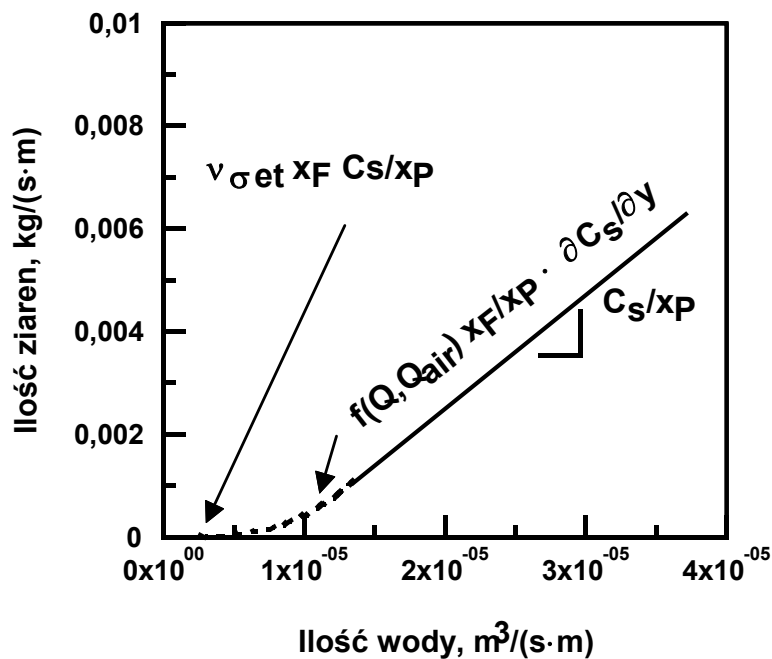
Według Neethlinga (2004) funkcję dyspersji można zapisać jako:

$$f(Q, Q_{air}) = D_p d_p |v_i - v_g| \quad (29)$$

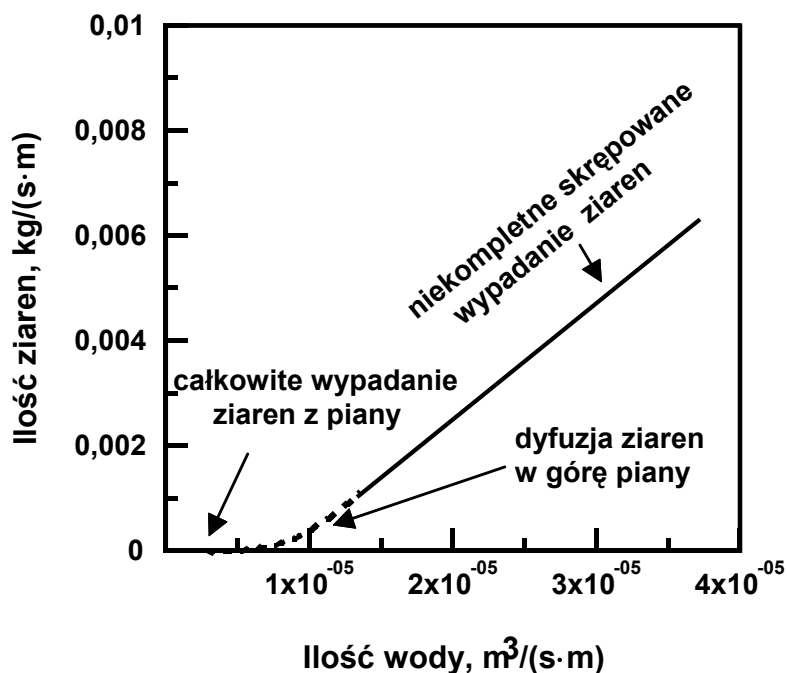
gdzie:

- $D_p$  – bezwymiarowy współczynnik dyspersji będący odwrotnością liczby Pecleta  $P_d$  (wartość około 3)
- $d_p$  – efektywna średnica obszarów Plateau piany, m
- $|v_i - v_g|$  – bezwzględna wartość różnicy prędkości zawiesiny ( $v_i$ ) i prędkości fazy gazowej  $v_g$  (m/s).

a)



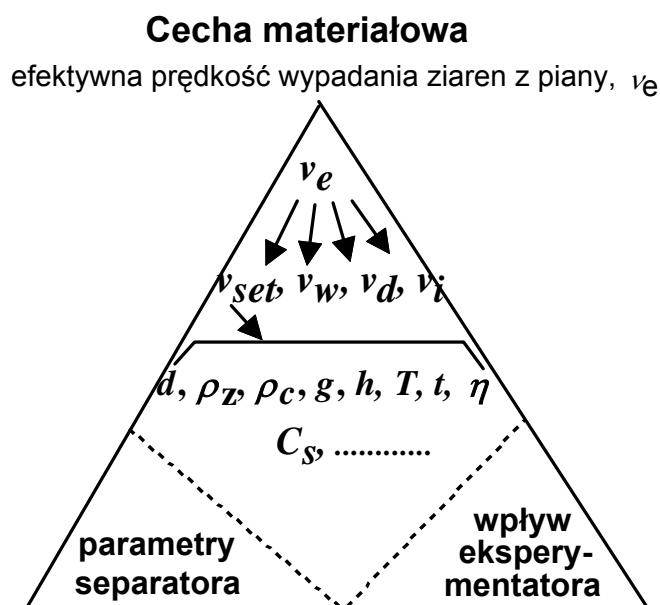
b)



Rys. 60. Zależność pomiędzy ilością wyflotowanych mechanicznie ziaren a ilością odzyskanej wody w ujęciu teoretycznym Neethlinga i Cilliersa (2002). Ilość wyrażona w jednostce masy lub objętości na sekundę i jednostkę długości progu przelewu piany (Neethling, 2004) (a). Zakresy dominacji poszczególnych podprocesów (b)

Symulowane rozwikłanie równania (28) dokonane przez Neethlinga i Cilliersa (2002) pozwoliło na graficzne przedstawienie zależności ilości flotujących mechanicznie ziaren od ilości odzyskanej z pianą wody, co pokazano na rys. 60a i b. Otrzymane zależności ilości wyflotowanych mechanicznie ziaren od ilości odzyskanej wody są zgodne z badaniami eksperymentalnymi (typ 4 krzywej wzbogacania). Ponieważ równanie (28) jest wieloparametrowe, powinno ono pozwolić na uzyskanie wszystkich typów obserwowanych kształtów krzywych wyniesienia mechanicznego ziaren.

Z zależności (28) wynika, że najważniejszymi parametrami flotacji mechanicznej są prędkości opadania ziaren w pianie  $v_{set}$ , ich stężenie w obszarach Plateau  $C_s$ , a także przepływ wody  $Q$  i powietrza  $Q_{air}$ . Pozostałe parametry wymienione w równaniu (28) są od nich zależne. Podejście Neethlinga i Cilliersa można rozwinąć, ponieważ wiadomo, że prędkości opadania ziaren opisywane są znanymi równaniami Stokesa, Allena i Newtona lub tzw. zintegrowanym równaniem opadania (Koch i Noworyta, 1992; Drzymała, 2001a), które mówią, że prędkość opadania ziaren zależy przede wszystkim od ich wielkości i gęstości. W oparciu o te informacje można sporządzić poglądowy diagram obrazujący główny i zależne parametry flotacji mechanicznej. Diagram ten pokazano na rys. 61.



Rys. 61. Parametr materiałowy i parametry zależne flotacji mechanicznej.  
Wykres sporządzony przez analogię do ogólnego ujęcia separacji przez Drzymałę (2001a)

Z diagramu 61 wynika, że głównym parametrem flotacji mechanicznej we flotacji pianowej jest parametr, który nazwać można efektywną prędkością wypadania ziaren z piany  $v_e$ . W przypadku ogólnym, opisującym zarówno flotację pianową jak i bezpianową, parametr ten należałoby nazwać efektywną prędkością przechodzenia ziaren flotujących mechanicznie do koncentratu. Wartość  $v_e$  dla flotacji pianowej zależy od prędkości skrapowanego opadania ziaren w pianie  $v_{set}$ , prędkości przepływu wody  $v_w$ , prędkości dyfuzji ziaren do obszarów o mniejszym zagęszczeniu  $v_d$  oraz innych czynników ( $v_i$ ). Wymienione parametry z kolei zależą od jeszcze innych parametrów. Na przykład prędkość skrapowanego opadania ziaren w pianie zależy od wielkości  $d$  i gęstości ziarna  $\rho_z$  oraz gęstości cieczy  $\rho_c$ , temperatury  $T$ , czasu  $t$ , lepkości cieczy  $\eta$ , przyspieszenia ziemskiego  $g$ , itp. Teraz wyraźnie widać, że różni autorzy, z pewnością intuicyjnie, badali wpływ właśnie tych parametrów na flotację mechaniczną.

## 6. PODSUMOWANIE

Flotacja polega na przenoszeniu ziaren hydrofobowych z zawiesiny do warstwy pianowej. Flotacja zachodzi dlatego, że ziarno hydrofobowe silnie łączy się z pęcherzykiem powietrza przede wszystkim dzięki tzw. sile kapilarnej. Jej wielkość determinowana jest tzw. kątem zwilżania  $\theta$  i napięciem powierzchniowym roztworu  $\gamma_r$ . Dla kulistego ziarna

o promieniu  $r_p$ , maksymalna siła kapilarna wyraża się zależnością  $F_{c \max} = \pi r_p \gamma_r (1 - \cos \theta_d)$  (Drzymała, 1994c). Zatem cechą wykorzystywaną we flotacji jest siła kapilarna (hydrofobowość), która zależna jest od napięcia powierzchniowego roztworu w którym zachodzi flotacja oraz od kąta zwilżania.

Flotacja mechaniczna, zwana także wyniesieniem mechanicznym, jest zjawiskiem polegającym na przeniesieniu ziaren zarówno hydrofilowych jak i hydrofobowych z zawiesiny do warstwy pianowej, dzięki różnym oddziaływaniom pęcherzyka powietrza z otaczającą go zawiesiną ziaren, powodującym przenoszenie, okluzję, unoszenie, koagulację, porywanie i pokrycia mułowe, z wyjątkiem oddziaływań hydrofobowych. Oddziaływania hydrofobowe ustają dla ziaren hydrofilowych, gdyż  $\theta = 0$  i wtedy między ziarnem i pęcherzykiem nie działa siła kapilarna. Ziarna podlegają także innym siłom powodującym ich przesuwanie w pianie, w tym sile grawitacji, bezwładności oraz hydrodynamicznej. Dlatego cechą charakteryzującą proces flotacji mechanicznej jest złożony parametr będący kombinacją wspomnianych dotąd sił (z wyjątkiem kapilarnej) i ogólnie nazwany został w tej monografii efektywną prędkością przechodzenia ziaren do koncentratów. Niewątpliwie trzeba więcej badań teoretycznych i eksperymentalnych aby precyzyjnie ustalić ten parametr i jego cechy.

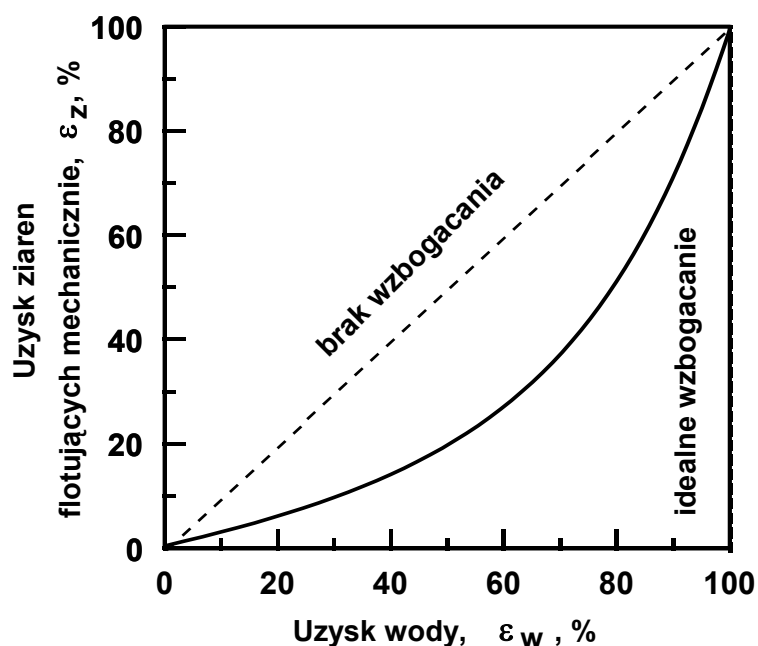
Rozróżnienia flotacji właściwej od flotacji mechanicznej dokonać można w oparciu o odpowiednio przeprowadzone eksperymenty zwane metodami Warrena, Trahara oraz Rossa. W sposób uproszczony dokonać tego można, na przykład, przez porównanie uzysków ziaren z uzyskami wody, przy krótkich czasach flotacji, czyli przy niskich uzyskach wody. W takim przypadku dla flotacji właściwej uzysk ziaren jest znaczny, podczas gdy uzysk ziaren w wyniku flotacji mechanicznej jest niewielki. Rozróżnienie takie we flotacji dla ziaren słabo hydrofobowych i hydrofilowych może okazać się niemożliwe, gdyż wtedy uzyski w wyniku flotacji hydrofobowej mogą być porównywalne z uzyskami powodowanymi flotacją mechaniczną. Wtedy niezbędne staje się przeprowadzenie wspomnianych wyżej specjalnych testów flotacyjnych.

Ponieważ flotacja mechaniczna jest procesem rozdziału, można ją zatem rozpatrywać jak każdy inny proces separacji. Procesy separacji można rozważać na wiele sposobów, w tym jako proces wzbogacania lub klasyfikacji. Oba te opisy praktykowane są w literaturze dotyczącej flotacji mechanicznej ziaren.

Do opisu flotacji mechanicznej jako wzbogacanie, a właściwie zubożanie się ilości ziaren w wodzie międzypęcherzykowej w stosunku do ilości ziaren w wodzie pulpy, można zasto-



sować dowolną krzywą wzbogacania. Wiadomo, że krzywych wzbogacania jest nieskończenie wiele i opisują one, ogólnie ujmując, zależność ilości produktu wzbogacania od jego jakości w jednostkach masy lub wielkościach na masie opartych (Drzymała, 2001b, 2002). Przy opisie flotacji mechanicznej jako wzbogacania badacze najczęściej stosują zależność uzysku ziaren od uzysku wody. Zależność taka w przeróbce kopalin znana jest w formie graficznej jako wykres Fuerstenaua. Jeden z możliwych kształtów krzywej wykresu Fuerstenaua z zaznaczonymi liniami braku i idealnego wzbogacania pokazano na rys. 62.

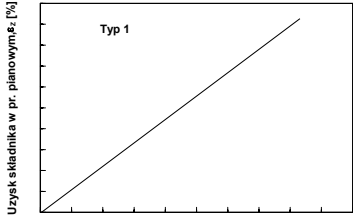
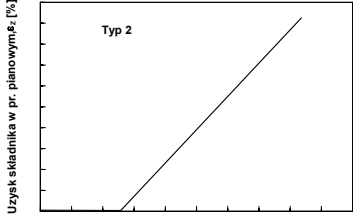
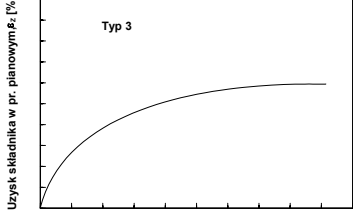
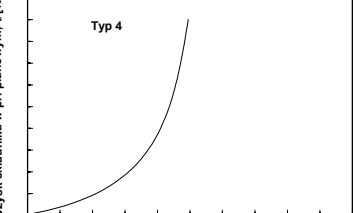


Rys. 62. Przykładowa krzywa flotacji mechanicznej na wykresie wzbogacania Fuerstenaua

Przebieg krzywej flotacji mechanicznej może być bardzo różny. Zależy to od właściwości układu flotacyjnego, a także sposobu prowadzenia eksperymentu. Na przykład flotacja może być prowadzona w sposób ciągły zwykły, półciągły z zawracaniem koncentratu, półciągły z zawracaniem roztworu wodnego lub dodawaniem wody, a także w sposób okresowy. Uważny przegląd literaturowy pozwala na wyróżnienie wielu typów krzywych flotacji mechanicznej rysowanych na wykresie Fuerstenaua, co pokazano już na rys. 15 oraz dla podsumowania w tabeli 11. W tabeli tej podano również typowe równania stosowane do opisu flotacji mechanicznej jako procesu wzbogacania.

Tabela 11

Typy krzywych flotacji mechanicznej na wykresie wzbogacania Fuerstenaua i ich równania oraz stosowalność

Typ	Równanie	Autorzy równań stosowalność
 <p>1</p>	$e^* = \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_w}$	<p>Warren, 1985</p> <p>dla drobnych ziaren w wąskim zakresie uzysku wody</p>
 <p>2</p>	$f^* = \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_w - \varepsilon_{w,0}}$	<p>Smith i Warren, 1989</p> <p>dla nadawy posiadającej także grubsze ziarna</p>
 <p>3</p>	$P^* = \frac{-\ln(1 - \varepsilon_z)}{\varepsilon_w}$ <p><math>\varepsilon_{z \max} = \text{const.}</math> po długim czasie flotacji</p>	<p>Kirjavainen, 1989, 1992b gdy <math>\varepsilon_z</math> nie osiąga plateau; dla flotacji z zawrotem koncentratu lub wody</p> <p>Gülsoy, 1999a, 1999b gdy <math>\varepsilon_z</math> osiąga plateau</p> <p>Drzymała i Hrycyna, 2004 dla flotacji okresowej z dodawaniem wody</p>
 <p>4</p>	$Z^* = \frac{\varepsilon_z}{1 - \varepsilon_z} \cdot \left( \frac{1}{\varepsilon_w} - 1 \right)$	<p>Laplante i inni, 1989</p> <p>dla drobnych ziaren w szerokim zakresie uzysków wody</p>
<p>Inne typy</p>	<p>– inne (dowolne) zależności, w tym gdy <math>e, f, P, Z, \varepsilon_{z \max}</math> są zależne od <math>\varepsilon_z</math> i <math>\varepsilon_w</math></p> <p>– równania podane w: Drzymała, Ahmed, 2005</p>	<p>Johnson i inni, 1972; Lynch i inni, 1974; 1981, Bishop i White, 1976</p>

Ilość uzyskanych ziaren i wody można mierzyć oraz regulować za pomocą wielu procedur, w tym prędkością zbierania koncentratu pianowego, czasem jego zbierania, stężeniem odczynników (spieniacza, modyfikatorów), ilością dostarczanego powietrza, zagęszczeniem

ziaren w zawiesinie i ilością podawanej wody. Ilość (wychód) koncentratu można opisać ogólną zależnością:

$$\text{ilość produktu} = t \cdot v \cdot f_1 \cdot f_2 \cdot f_3 \dots \quad (30)$$

gdzie:

- $t$  – czas zbierania produktów,
- $v$  – prędkość zbierania produktów,
- $f_1, f_2, f_3 \dots$  – wielkości zależne od wspomnianych wyżej parametrów, takich jak ilość dostarczanego powietrza, stężenie ziaren w zawiesinie, ilość podawanej wody.

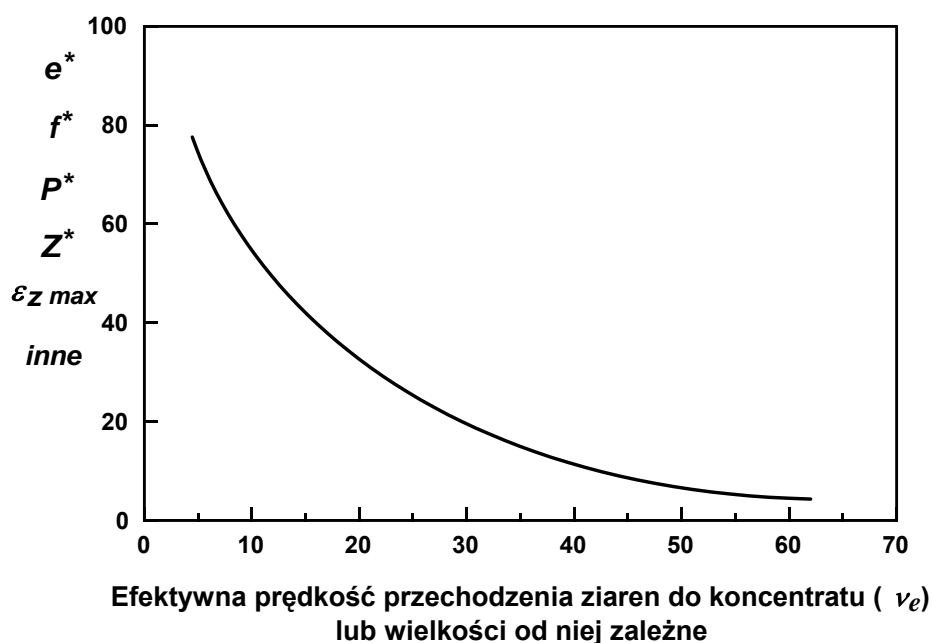
Ponieważ ilość zbieranej z koncentratem pianowym wody można regulować różnymi podanymi w równaniu (30) wielkościami, dlatego krzywe na wykresie Fuerstenau oraz odczytywane z niego wartości wskaźników flotacji mechanicznej są różne. Pokazano to w tabeli 12 na przykładzie współczynnika wyniesienia  $e^*$ , który opisuje krzywe wzbogacania typu 1.

Tabela 12

Sposoby wyrażania stosunku ilości ziaren do ilości wody w produkcie pianowym flotacji dla krzywych wzbogacania flotacji mechanicznej Fuerstenau typu 1

Równanie	Definicja	Źródło literaturowe
$e = \frac{\text{ilość ziaren}}{\text{ilość wody}}$		
$e^* = \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_w}$	$e^* = \frac{(\text{uzysk ziaren, \%})_{\text{konc.}}}{(\text{uzysk wody, \%})_{\text{konc.}}}$	Lynch i inni, 1981; Trahar, 1981; Maachar i Dobby, 1992; Subrahmanyam i Forssberg, 1988a, b, Engelbrecht i Woodburn, 1975, Laplante i inni, 1989
$e_{m,m} = \frac{m_z}{m_w}$	$e_{m,m} = \frac{(\text{masa ziaren, g})_{\text{konc.}}}{(\text{masa wody, g})_{\text{konc.}}}$	Ross, 1991b
$e_{\varepsilon,m} = \frac{\varepsilon_z}{m_w}$	$e_{\varepsilon,m} = \frac{(\text{uzysk ziaren, \%})_{\text{konc.}}}{(\text{masa wody, g})_{\text{konc.}}}$	Warren, 1985
$e_{v,v} = \frac{v_z}{v_{ow}}$	$e_{v,v} = \frac{(\text{prędkość odzysku ziaren, g/min})_{\text{konc.}}}{(\text{prędkość odzysku wody, g/min})_{\text{konc.}}}$	Johnson i inni, 1974; Lynch i inni, 1974, 1981
$e_{\varepsilon,\varepsilon} = \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_w}$	$e_{\varepsilon,\varepsilon} = \frac{(\text{uzysk ziaren, bezwymiarowe})_{\text{konc.}}}{(\text{uzysk wody, bezwymiarowe})_{\text{konc.}}}$	Engelbrecht i Woodburn, 1975
$e_{\varepsilon,V} = \frac{\varepsilon_z}{V_w}$	$e_{\varepsilon,V} = \frac{(\text{uzysk ziaren, \%})_{\text{konc.}}}{(\text{objętość wody, dm}^3)_{\text{konc.}}}$	Livshits i Bezrodnaya, 1966; Kirjavainen, 1989, 1992b
$e_{\varepsilon,G} = \frac{\varepsilon_z}{G_w}$	$e_{\varepsilon,G} = \frac{(\text{uzysk ziaren, \%})_{\text{konc.}}}{(\text{grubość warstwy wody, } \mu\text{m})_{\text{konc.}}}$	Waksmundzki i inni, 1972
$e_{m,\varepsilon} = \frac{m_z}{\varepsilon_w}$	$e_{m,\varepsilon} = \frac{(\text{masa ziaren, g})_{\text{konc.}}}{(\text{uzysk wody, \%})_{\text{konc.}}}$	—
$e_{\varepsilon,t} = \frac{\varepsilon_z}{t}$	$e_{\varepsilon,t} = \frac{(\text{uzysk ziaren, \%})_{\text{konc.}}}{(\text{czas zbierania wody, min})_{\text{konc.}}}$	—

Innym sposobem charakteryzowania wyniesienia mechanicznego ziaren jako procesu separacji jest jego opis pod kątem klasyfikacji. Polega on na uzależnieniu wybranego parametru wzbogacania (ilość, jakość lub ich kombinacje) od wartości cechy, dzięki której nastąpiła separacja, lub wielkości od niej zależnych. Dokonana w tej pracy analiza zgromadzonych do tej pory danych literaturowych wskazuje, że parametrem tym jest efektywna prędkość przechodzenia ziaren flotujących mechanicznie do koncentratu. Wartość tego parametru można wiązać z dowolnym parametrem ilościowym (np. wychód), jakościowym (np. zawartość) lub jakościowo-ilościowym (np. uzysk) osobno dla wody i dla ziaren. Dla uniknięcia konieczności sporządzania dwóch krzywych, preferuje się wykresy przedstawiające kombinowane parametry separacji dla wody i ziaren (np. uzysk ziaren do uzysku wody, czyli  $e^*$ ) od cechy powodującej separację. Wykres flotacji mechanicznej jako procesu klasyfikacji powinien przedstawiać zależność wybranego parametru separacji od wartości cechy głównej separacji, czyli wartości efektywnej prędkości przechodzenia ziaren do koncentratu  $v_e$ , tak jak to pokazano na rys. 63.



Rys. 63. Krzywe klasyfikacji stosowane do opisu flotacji mechanicznej

Efektywna prędkość  $v_e$  jest trudna do wyznaczenia, ponieważ jest ona zależna od wielu parametrów. Dlatego najczęściej konstruowane są krzywe klasyfikacji flotacji mechanicznej ziaren, które wiążą parametry zależne od efektywnej prędkości wypadania ziaren z piany (wielkość ziaren, przepływ powietrza, zagęszczenie ziaren, wysokość piany, stężenie odczynników) z parametrami separacji takimi jak uzysk, wychód, zawartość oraz ich kombi-

nacji. Istnieją różne równania opisujące flotację mechaniczną jako klasyfikację. Opublikowane dotąd w literaturze zależności podano w tabeli 13.

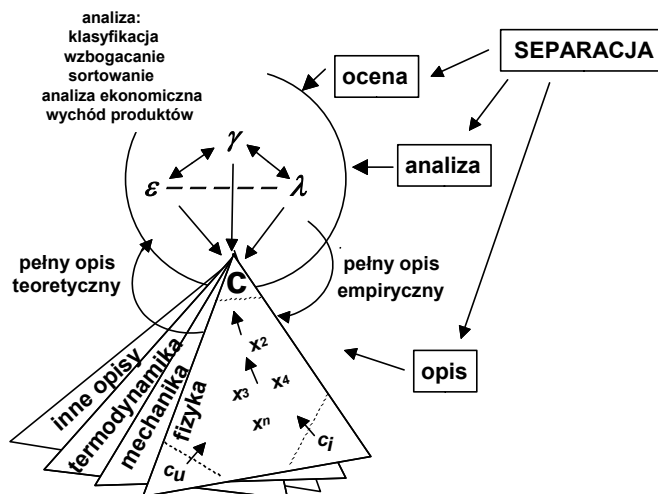
Z opisanych w tej monografii wyników badań różnych autorów wynika też, że wpływ obecności flotujących ziaren hydrofobowych na flotację mechaniczną jest zwykle niewielki. Natomiast nie jest jeszcze dobrze poznany wpływ warunków prowadzenia flotacji na mechaniczne wyniesienie ziaren, a zwłaszcza wpływ ilości i rodzaju spieniacza czy też kolektora na flotację mechaniczną. Opracowanie odpowiedniej procedury prowadzenia pomiaru i sposobu porównywania wyników pozwoliłoby na precyzyjny dobór odczynników flotacyjnych w celu minimalizacji flotacji mechanicznej. Pewną próbą w tym kierunku jest podejście Çileka i Yilmazera (2003), którzy badali wpływ parametrów hydrodynamicznych na flotację mechaniczną i rzeczywistą w oparciu o planowanie czynnikowe oraz sieci neuronowe otrzymując złożone zależności empiryczne.

Tabela 13

Równania opisujące flotację mechaniczną jako klasyfikację, czyli opisujące wpływ różnych parametrów zastępujących cechę główną flotacji mechanicznej na wskaźniki flotacji mechanicznej.  
Znaczenie symboli podano w wykazie stosowanych symboli i oznaczeń

Wpływ parametrów na wyniesienie mechaniczne	Wzór	Źródło literaturowe
1. Wielkość ziaren	$P = 1 - D \log m_z$ ( $D$ - stała)	Kirjavainen (1989, 1992b)
	$e = \frac{2}{\exp\left[2,292\left(\frac{d}{\xi}\right)^a\right] + \exp\left[-2,292\left(\frac{d}{\xi}\right)^a\right]}$ $\xi = d_{20}$	Savassi i inni (1998)
2. Wielkość i gęstość ziaren	$d_{50} \cdot \left(\frac{\rho'}{\rho_w}\right)^{1,65} = L = 90 \pm 9$	Drzymała i Hrycyna (2004); Hrycyna (1999)
	$Z = 1 - 0,429 \log (d - 1)(\rho_z - 1)$	Ross i Van Deventer (1988)
3. Wpływ masy i kształtu ziarna oraz lepkości zawiesiny	$P = \frac{w_w^{0,7}}{w_w^{0,7} + b\psi\eta^{-0,5\psi} m_z^{0,5\psi-0,4}}$	Kirjavainen (1991, 1992a, b)

Flotacja mechaniczna ma taką samą strukturę jak każdy inny proces separacji, co schematycznie przedstawiono na rys. 64. Porównanie tego schematu z informacjami zawartymi w tej monografii uzmysławia jakie zagadnienia dotyczące flotacji mechanicznej zostały jeszcze do opracowania.



Rys. 64. Najważniejsze elementy charakteryzowania (opisu, analizy, oceny) flotacji mechanicznej jako procesu separacji (Drzymała, 2001a), którego cechą główną ( $c$ ) jest efektywna prędkość przechodzenia ziaren do koncentratu  $v_e$ ;  $c_u$  oznacza cechę główną urządzenia i sposobu jego pracy,  $c_i$  inne cechy separacji wpływające na proces

W oparciu o przeprowadzone rozważania można sporządzić następujące wnioski dotyczące flotacji mechanicznej:

1. Wymieszenie mechaniczne ziaren, zwane flotacją mechaniczną zawsze towarzyszy flotacji właściwej (pianowej lub bezpianowej), a także takim procesom jak barbotażowanie pęcherzykami gazowymi zawiesin
2. Na flotację mechaniczną składa się wiele zjawisk, w tym przenoszenie (*entrainment in Plateau borders*), okluzja (*entrapment*), unoszenie (*supporting*), pokrycia mułowe (*slime coating*), heterokoagulacja i koagulacja (*heterocoagulation and coagulation*), porywanie (*waking*), czy też flotacja bezkontaktowa (*contactless flotation*)
3. Najczęściej flotujące ziarna nie wpływają istotnie na flotację mechaniczną, co oznacza, że wpływ unoszenia, okluzji czy też flotacji bezkontaktowej jest niewielki. Jednakże w specyficznych warunkach ich wpływ może być znaczny
4. Flotację mechaniczną można opisywać na wiele sposobów. Najczęściej stosuje się opis jako wzbogacanie lub klasyfikacja
5. Istnieje nieskończenie wiele krzywych wzbogacania, a najchętniej stosowana jest tzw. krzywa Fuerstenaua wiążąca uzysk ziaren z uzyskiem wody. Na wykresie Fuerstenaua obserwuje się co najmniej 5 typów przebiegu krzywych

6. Istnieje nieskończenie wiele krzywych klasyfikacji, a najchętniej stosowane są: krzywa rozdziału (uzysk od cechy ziarna wpływającej na flotację mechaniczną) oraz krzywa przedstawiająca wybrany współczynnik klasyfikacji (wiążący uzyski wody i ziaren) od cechy powodującej flotację mechaniczną lub wielkości na nią wpływającej (wielkości ziaren, ich gęstość, itd.)
7. W świetle obecnych badań najważniejszą cechą (parametrem materiałowym) flotacji mechanicznej wydaje się być efektywna prędkość przechodzenia ziaren do koncentratu  $v_e$ , zależna od prędkości przepływu faz, a te z kolei od wielkości ziaren, gęstości ziaren i cieczy, lepkości itp.)
8. Połączenie cechy materiałowej i parametrów urządzenia separującego oraz warunków prowadzenia flotacji lub barbotażu powinno pozwolić na wyprowadzenie wzorów na podstawowe wskaźniki separacji (wychód, uzysk, zawartość), a w konsekwencji równań krzywych wzbogacania i klasyfikacji.

## 7. LITERATURA

Ahmed H.A.M. 2004. Dane niepublikowane

Ajersch M., Pelton R. 1999. *Modeling fibre loss by entrainment during flotation of flocculated pulps*. Journal of Pulp and Paper Science, 25(1): 30–36

Akdemir U., Sonmez I. 2003. *Investigation of coal and ash recovery and entrainment in flotation*. Fuel Processing Technology, 82(1):1–9

Arbiter N. 1979. *Problems in sulfide ore processing*. W: Beneficiation of mineral fines. Problems and research needs. P. Somasundaran, N. Arbiter (edytorzy). A.I.M.E., 10:139–151

Berger G.S., Yefimov I.A. (Бергер Г.С., Ефимов И.А.) 1962. *Методы выделения мономинеральных фракции*. Изд. 2, Госгеолтехиздат, Москва

Bisshop J.P., White M.E. 1976. *Study of particle entrainment in flotation froths*. Trans. Inst. Min. Metall., 85: C191–194

Bulletin No. L-FLO-1. 1994. *Joy Process Equipment Limited (Denver Equipment)*. Wielka Brytania

Çilek E.C., Umucu Y. 2001. *A statistical model for gangue entrainment into froths in flotation of sulphide ores*. Minerals Eng., 14(9): 1055–1066

Çilek E.C., Yilmazer B.Z. 2003. *Effect of hydrodynamic parameters on entrainment and flotation performance*. Minerals Eng., 16(8): 745–756

Cutting G.W., Barber S.P., Newton S. 1986. *Effects of froth structure and mobility on the performance and simulation of continuously operated flotation cells*. Int. J. Miner. Process., 16 (1–2): 43–61

Deng Y., Abazeri M. 1998. *True flotation and physical entrainment: the mechanism of fiber loss in flotation deinking*. Nordic Pulp Paper Research Journal, 13(1): 4

Derjaguin B.V., Dukhin S.S. 1981. *Kinetic theory of the flotation of fine particles*. 13 th IMPC, J. Laskowski (edytor), Część A, PWN-Elsevier, New York, 21-62

Dionne C.H. 1989. *B.A.Sc. Thesis*, Department of Geological and Mineral Engineering, University of Toronto, Canada (cyt. za: Maachar A., Dobby G.S. 1992)

Dobias B. 1983. *New modified Hallimond tube for study of flotation of minerals from kinetic data*. Trans. Inst.Min.Metal., Sec. C, 92: C164–166



Dorris G.M., Page M. 1995. *Deinking of toner-printed papers. Part I: flotation kinetics, froth stability and entrainment*. Research Forum on Recycling, Proceedings, 215-225

Drzymała J. 1994a. *Characterization of materials by Hallimond tube flotation*. Part 1: Maximum size of entrained particles. *Int. J. Miner. Process.*, 42:139–152

Drzymała J. 1994b. *Hydrophobicity and collectorless flotation of inorganic materials*, *Advances in Colloid and Interface Science*, 50:143–185

Drzymała J. 1994c. *Characterization of Materials by Hallimond Tube Flotation*. Part 2: Maximum Size of Floating Particles and Contact Angle, *Int. J. Miner. Process.*, 42: 153–167

Drzymała J. 1999. *Entrainment of particles with density between 1,01 and 1,10 g/cm<sup>3</sup> in a monobubble Hallimond flotation tube*. *Minerals Eng.*, 12(3): 329–331

Drzymała J. 2001a. *Podstawy mineralurgii*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław

Drzymała J. Chmielewski T. 1992. *Flotometry of very hydrophobic materials in the multibubble Hallimond tube*. *Prace Naukowe Instytutu Górnictwa Politechniki Wrocławskiej*, 65:49-62

Drzymała J., Ahmed H. 2005. *Mathematical equations for approximation of separation result using the Fuerstenau upgrading curves*. *J. Miner. Process.*, in press

Drzymała J., Hrycyna E. 2004. *Entrainment of particles in the Mechanobr laboratory flotation machine*. *Górnictwo i Geologia VII, Prace Naukowe Instytutu Górnictwa PWr.*, Wrocław, 106. *Studia i Materiały*, 30: 21-29

Drzymała J., Lekki J. 1989a. *Mechanical, contactless, and collector flotation in the Hallimond tube*, *J. Colloid Interface Sci.*, 130: 197–204

Drzymała J., Lekki J. 1989b. *Flotometry – another way of characterizing flotation*, *J. Colloid Interface Sci.*, 130(1): 205–210

Ek C. 1992. *Flotation kinetics*. P. Mavros and K.A. Matis (edytorzy). W: *Innovations in Flotation Technology*, Kluwer Academic Publishers, 183–210

Engelbrecht J.A., Woodburn E.T. 1975. *The effects of froth height, aeration rate and gas precipitation on flotation*. *J. S. Afr. Inst. Min. Metall.*, 76(3): 125–132

Finch J.A., Urbe-Salas A., Xu M. 1995. *Column flotation*. W: *Flotation Science and Engineering*, Dekker, K.A. Matis (edytor), New York

Fuerstenau D.W. 1980. *Fine particle flotation*. W: Fine Particles Processing, Somasundaran P. (edytor). AIME, New York, 1:669-705

Fuerstenau D.W. i inni. 1988-1992. *Coal surface control for advanced fine coal flotation*. Final Report, University of California, Berkeley, DOE/PC/88878-T13, DE 92 0/5625

Fuerstenau D.W., Metzger P.H., Seele G.D. 1957. *How to use this modified Hallimond tube for better flotation testing*. Eng. Mining Journal, 158(3): 93-95

Fuerstenau M.C. 1964. *An improved micro-flotation technique*. Eng. Min. J., 165(11): 108-109

Gaudin A.M., 1963. *Flotacja*. Tłum. z II wydania oryginału: J. Olszewski, T. Piaseczny. Wyd. Śląsk, Katowice

George P., Nguyen A.V., Jameson G.J. 2004. *Assessment of true flotation and entrainment in the flotation of submicron particles by fine bubbles*. Minerals Eng., 17(7-8): 847-853

Goodman R.H., Trahar W.J. 1977. *Flotation of cassiterite at the Renison Tin Mine*, Renison Bell, Tasmania. Int. Tin Symp., La Paz, Bolivia, November (cyt. za: Subrahmanyam T.V., Forssberg E. 1988a)

Grudzińska A. 2003. *Wpływ spieniacza na mechaniczne wyniesienie kwarcu we flotacji węgla kamiennego*. Praca magisterska. Wydział Górniczy Politechniki Wrocławskiej

Guerra E.A., Schubert H. 2000. *Effect of the suspension state on the entrainment in flotation machines*. Proceedings of the XXI International Mineral Processing Congress. Rome, Italy, 8-15

Gülsoy Ö.Y. 1999a. *An Evaluation of the entrainment modelling approaches in flotation*. Madencilik, Turkey, 38(1): 13-30

Gülsoy O.Y., Ersayin S. 1996. *A new approach to kinetic characterization of semi batch flotation tests*. Changing Scopes in Mineral Processing. Proceedings of the 6th International Mineral Processing Symposium, Turkey, 629-634

Gülsoy Ö.Y., Ersayin S. 1997. *Improving the reproducibility of semi-batch flotation tests*. Trans. Inst. Min. Metall., 107: C81-86

Gülsoy Ö.Y., Ersayin S. 1999b. *A study on entrainment of hydrophilic particles in flotation*. VIII Balkan Mineral Processing Conference, Belgrade, Yugoslavia, September, 167-173

- Gülsoy Ö.Y., Ersayin S., Şahin F. 1998. *Modeling water recovery in flotation*. Innovations in Mineral and Coal Processing. Proceedings of the 7th International Mineral Processing Symposium, Turkey, 585-589
- Hallimond A.F. 1944. *Laboratory apparatus for flotation tests*, Mining Magazine, 70: 87–91
- Hemmings C.E. 1980. *An alternative viewpoint on flotation behaviour of ultrafine particles*. Trans. Inst. Min. Metall., 89: C113–120
- Heyes G.W., Trahar W.J. 1979. *Oxidation-reduction effects in the flotation of chalcocite and cuprite*. Int. J. Miner. Process., 6: 229–252
- Hrycyna E. 1999. *Wyniesienie mechaniczne w laboratoryjnej maszynie flotacyjnej typu Mechanobr*. Praca magisterska. Wydział Górniczy Politechniki Wrocławskiej
- Johnson N.W., McKee D.J., Lynch A.J. 1974. *Flotation rates of nonsulfide minerals in chalcopyrite flotation processes*. Trans. A.I.M.E., 256:204–209
- Jowett A. 1966. *Gangue mineral contamination of froth*. Brit. Chem. Eng., 11: 330–333
- Jurkiewicz K., Chibowski E. 1978. *Wyniesienie szlamów na kroplach kolektora apolarnego a zpc szlamu*. Przemysł Chemiczny, 57: 421–423
- Kawatra S.K., Eisele T.C. 1992. *Recovery of pyrite in coal flotation: entrainment or hydrophobicity?* Minerals & Metallurgical Processing, 9(2): 57-61
- Kaya M. 1985. *The effects of air flow rate and froth thickness on batch and continuous flotation kinetics*. Ph.D. Thesis, McGill University
- Kelly E.G., Spottiswood D.J. 1982. *Introduction to Mineral Processing*. Wiley, New York, 2:21–61
- Kirjavainen V.M. 1989. *Application of a probability model for the entrainment of hydrophilic particles in froth flotation*. In. J. Miner. Process., 27: 63–74
- Kirjavainen V.M. 1992a. *Mathematical model for the entrainment of hydrophilic particles in froth flotation*. Int. J. Miner. Process., 35: 1–11
- Kirjavainen V.M. 1992b. *Study on entrainment mechanism in dispersed flotation suspensions*. Chemical Technology and Metallurgy Series, 206, Helsinki
- Kirjavainen V.M. 1996. *Review and analysis of factors controlling the mechanical flotation of gangue minerals*. Int. J. Miner. Process., 23: 33–53

Kirjavainen V.M., Laapas H.R. 1988. *A study of entrainment mechanism in flotation*. Proceedings of the XVI International Mineral Processing Congress, Stockholm, Elsevier Science Publishers B.V., 10A:665–677

Kirjavainen V.M., Laapas H.R., Heiskanen K.G.H. 1991. *The effect of some factors on the entrainment mechanism in froth flotation*. Preprints of the XVII International Mineral Processing Congress, Dresden, FRG, 2:217–226

Koch R., Noworyta A. 1992. *Procesy mechaniczne w inżynierii chemicznej*. WNT, Warszawa

Konopacka Ż. 2001. *Wyniesienie mechaniczne kwarcu podczas flotacji węgla olejem napędowym*. W: Zagadnienia interdyscyplinarne w górnictwie i geologii. Prace Naukowe Instytutu Górnictwa Politechniki Wrocławskiej, 92:95-101, Seria: Konferencje, 29, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław

Konopacka Ż. 2004. *Badania wyniesienia mechanicznego ziaren mineralnych w procesie flotacji*. Praca doktorska, Politechnika Wrocławska, Wydział Geoinżynierii, Górnictwa i Geologii, Wrocław

Laplante A.R. 1980. *The effect of air flow rate on the kinetics of flotation*. Ph.D. Thesis, University of Toronto

Laplante A.R., Kaya M., Smith H.W. 1989. *The effect of froth on flotation kinetics – a mass transfer approach*. W: Frothing in Flotation, J.S. Laskowski (edytor), Gordon and Breach Science Publishers, Glasgow, 147–168

Laskowski J., 1969. *Chemia fizyczna w procesach mechanicznej przeróbki kopalin*. Wyd. Śląsk, Katowice

Laskowski J., Łuszczkiewicz A., 1989. *Przeróbka kopalin. Wzbogacanie surowców mineralnych*. Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej, Wrocław  
Lekki 1970. Materiały niepublikowane

Lifszyc A.K., Bezrodnaya R.M (Лившиц А.К., Безродная Р.М.) 1961. *Скорость перехода воды и твердого в пенный продукт флотации*. Цветные металлы, 11: 14–16.

Lynch A.J., Johnson N.W., Manlapig E.W., Thorne G.C. 1981. *Mineral and coal flotation circuits—their simulation and control*. Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam

Lynch A.J., Johnson N.W., McKee D.J., Thorne G.C. 1974. *The behaviour of minerals in sulphide flotation process, with reference to simulation and control*. J.S. Afr. Inst. Min. Metall., 74 (9): 349–360

Łukaszewska I. 1998. *Flotacja w celce Halimonda*. Praca magisterska. Instytut Górnictwa Politechniki Wrocławskiej – Zakład Przeróbki Kopalini i Odpadów

Łuszczkiewicz A. 2004. Materiały niepublikowane

Maachar A., Dobby G.S. 1992. *Measurement of feed water recovery and entrainment solids recovery in flotation columns*. Canadian Metall. Quarterly, 31(3): 167–172

Malewski J. 1981. *Przeróbka kopalini. Zasady rozdrabiania i klasyfikacji*. Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej, Wrocław

Meloy T.P. 1982. *Heavy Media Selection Function – Circuit Analysis*. West Virginia University

Mileva E.D., Nishkov I.M. 1992. *Entrainment of fine hydrophilic particles by granulometric separation*. Int. J. Miner. Process., 36: 125–136

Miller J.D., Ye Y. 1989. *Froth characteristics in air-sparged hydrocyclone flotation*. W: Frothing in Flotation, J.S. Laskowski (edytor), Gordon and Breach Science Publishers, Glasgow, 307–327

Mohanty M.K., Honaker R.Q., Govindarajan B. 1999. *Development of characteristic flotation cleaning index for fine coal*. Int. J. Miner. Process., 55:231-243

Moys M.H. 1989. *Mass transport in flotation froths*. W: Frothing in Flotation, J.S. Laskowski (edytor), Gordon and Breach Science Publishers, Glasgow, 203–228

Nagy E., Van Cleave A.B. 1962. *A study of the characteristics of galena*. Can. J. Chem. Eng., 40(2): 776–781

Neethling S.J. 2004. Informacja prywatna

Neethling S.J., Cilliers J.J. 2002a. *The entrainment of gangue into a flotation froth*. Int. Miner. Process., 64: 123–134

Neethling S.J., Cilliers, J.J. 2002b. *Solids motion in flowing froths*. Chem. Eng. Sci., 57: 607-615

Nishkov I.M. 1992. *Entrainment of fine hydrophilic particles by granulometric separation*. Int. Miner. Process., 36: 125–136

Partridge A. C., Smith G.W. 1971. *Small-sample flotation testing a new cell*. Trans. Inst. Min. Metall., Sec. C:80: C199–C203

- Paul A.D., Maronde C. P., Killmeyer R.P. 1998. *Evaluation of mathematical functions for representing partition data: a case study*. XIII ICPC Proceedings, II, Brisbane, 861-869
- Perez R., Del Villar R. 1997. *Estimation of bias and entrainment in flotation columns using conductivity measurements*. Canadian Metall. Quarterly, 36(5): 299–307
- Reid K.J. 1985. *Simulating Coal Preparation Distribution Curves*. Coal Preparation, 1:231-249
- Ross V.E. 1990. *Flotation and entrainment of particles during batch flotation tests*. Minerals Engineering, 3(3/4):245–256
- Ross V.E. 1991a. *An investigation of sub-processes in equilibrium froths. II. The effect of operating conditions*. Int. J. Miner. Process., 31: 51–71
- Ross V.E. and Van Deventer J. S. J. 1988. *Mass transport in flotation column froths*. W: Column Flotation. Proceedings of an international symposium SME-AIME Annual Meeting, Phoenix, Arizona, Sastry K.V.S. (edytor), 129–39
- Ross V.E., 1991b. *Comparison of methods for evaluation of true flotation and entrainment*. Trans. Inst. Min. Metall., Sec. C:100: C121–C126
- Sablik J., 1998. *Flotacja węgla kamiennych*. GIG. Katowice
- Savassi O.N., Alexander D.J., Franzidis J.P., Manlapig E.V. 1998. *An empirical model for entrainment in industrial flotation plants*, Minerals Engineering, 11(3): 243–256
- Shimasaki S., Wada T., Taniguchi S. 2003. *Characteristics of flotation, sedimentation and entrainment of particle in agitated liquid*. Tetsu-To-Hagane/Journal of the Iron and Steel Institute of Japan, 89(6):637–644
- Siwek B., Zembala M., Pomianowski A. 1981. *A method for determination of fine particle floatability*. In. J. Miner. Process., 8: 85–88
- Smith P.G., Warren L.J. 1989. *Entrainment of particles into flotation froths*. W: Frothing in Flotation, J. S. Laskowski (edytor), Gordon and Breach Science Publishers, Glasgow, 123–145
- Sonntag H. 1982. *Koloidy*. PWN, Warszawa
- Subrahmanyam T.V., Forssberg E. 1988a. *Froth stability, particle entrainment and drainage in flotation – a review*. Int. J. Miner. Process., 23: 33–53

Subrahmanyam T.V., Forssberg E. 1988b. *Study of particle entrainment in flotation with different frothers-the case of copper ore*. XVI International Mineral Processing Congress, Elsevier Science Publishers B.V., Stockholm, Sweden, 785-795

Sutherland K.L., Wark I.W. 1955. *Principles of flotation*. Australasian Institute of Mining and Metallurgy, Melbourne

Szatkowski M. 1987. *Factors influencing behaviour of flotation froth*. Trans. Inst. Min. Metall., Sec:C, 96: C115–122

Thorne G.C., Manlapig E.V., Hall J.S., Lynch A.J. 1976. *Modeling of industrial sulphide flotation circuits*. W: M.C Fuerstenau (edytor), Flotation. A.M.Gaudin Memorial Volume, II. AIME, New York, 725–752

Trahar W.J. 1981. *A rational interpretation of the role of particle size in flotation*. Int. J. Miner. Process., 8: 289–327

Tuteja R.K., Spottiswood D.J., Misra V.N. 1995. *Column parameters: their effect on entrainment in froth*. Minerals Eng.,8(11): 1359–1368

Vera M.A. Mathe Z.T., Franzidis J.P., Harris M.C., Manlapig E.V., O'Connor C.T. 2002. *The modelling of froth zone recovery in batch and continuously operated laboratory flotation cells*. Int. Miner. Process., 64: 135–151

Waksmundzki A., Neczaj-Hruzewicz J., Ptanik M. 1972. *Mechanism of carryover of gangue slimes during flotation of sulphur ore*. Trans. Inst. Min. Metall., Sec.C 81(793): C249–251

Warren L.J. 1985. *Determination of the contributions of true flotation and entrainment in batch flotation tests*. Int. J. Miner. Process., 14: 33–44

Wheeler D.A. 1985. *Column flotation – the original column*. Froth flotation. Proceedings of the 2<sup>nd</sup> Latin-American Congress on Froth Flotation, Concepcion, Chile, 19–23 August

Wójcik W., Waksmundzki A., Chibowski E., Czarkowski H. 1973. *Wynoszenie szlamów skały płonnej w procesie flotacji węgla*. Przemysł Chemiczny, 52: 826–828